

Bài 1. QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện (các cách thực hiện của cả hai hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m + n$ cách hoàn thành.

Ví dụ 1. Bạn Phương có 7 quyển sách Tiếng Anh và 8 quyển sách Văn học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Phương có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Giải

Việc chọn một quyển sách để đọc là thực hiện một trong hai hành động sau:

Chọn một quyển sách tiếng anh: có 7 cách chọn.

Chọn một quyển sách Văn học: có 8 cách chọn.

Vậy có $7 + 8 = 15$ cách chọn một quyển sách để đọc.

Nhận xét: Tương tự, ta cũng có quy tắc sau:

Một công việc được hoàn thành bởi một trong ba hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện, hành động thứ ba có p cách thực hiện (các cách thực hiện của ba hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m + n + p$ cách hoàn thành.

II. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m \cdot n$ cách hoàn thành.

Ví dụ 2. Trong Hoạt động 1, nếu gia đình bạn Liên muốn chọn một địa điểm tham quan trong chương trình 1, sau đó đi tham quan tiếp một địa điểm trong chương trình 2 thì có bao nhiêu cách chọn hai địa điểm ở hai chương trình khác nhau để tham quan?

Giải

Việc chọn hai địa điểm ở hai chương trình khác nhau để tham quan là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn một địa điểm trong chương trình 1, sau đó chọn một địa điểm trong chương trình 2.

Có 4 cách chọn địa điểm tham quan trong chương trình 1.

Với mỗi cách chọn một địa điểm tham quan trong chương trình 1 sẽ có 7 cách chọn địa điểm tham quan trong chương trình 2.

Vậy có tất cả $4 \cdot 7 = 28$ cách chọn hai địa điểm tham quan ở hai chương trình khác nhau.

Nhận xét: Tương tự, ta cũng có quy tắc sau:

Một công việc được hoàn thành bởi ba hành động liên tiếp: Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện; ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện

hành động thứ hai; ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất và mỗi cách thực hiện hành động thứ hai có p cách thực hiện hành động thứ ba thì công việc đó có $m \cdot n \cdot p$ cách hoàn thành.

Ví dụ 3. Trong kinh doanh nhà hàng, combo là một hình thức gọi món theo thực đơn được kết hợp từ nhiều món ăn hoặc đồ uống. Nếu nhà hàng có 5 món rau, 4 món cá và 3 món thịt thì có bao nhiêu cách tạo ra một combo? Biết mỗi combo có đầy đủ 1 món rau, 1 món cá và 1 món thịt.

Giải

Để tạo một combo ta thực hiện ba hành động liên tiếp: chọn 1 món rau, chọn 1 món cá và chọn 1 món thịt.

Chọn 1 món rau: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 món cá: Có 4 cách chọn.

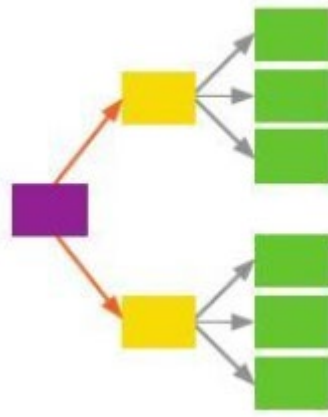
Chọn 1 món thịt: Có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách tạo ra một combo

III. Sơ đồ hình cây.

Nhận xét

- Sơ đồ hình cây là sơ đồ bắt đầu tại một nút duy nhất với các nhánh toả ra các nút bổ sung.



- Ta có thể sử dụng sơ đồ hình cây để đếm số cách hoàn thành một công việc khi công việc đó đòi hỏi những hành động liên tiếp.

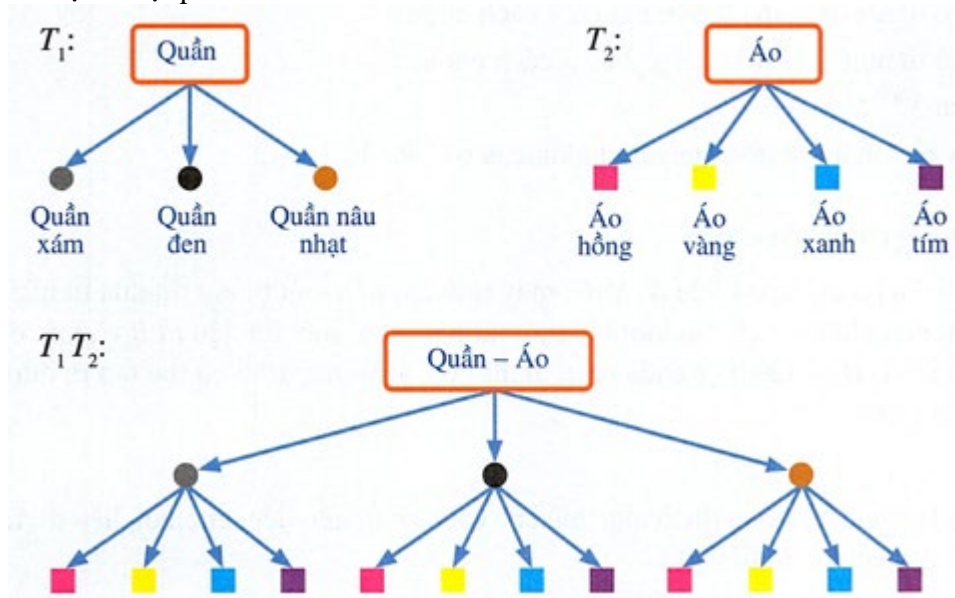
Ví dụ 4. Bạn Hương có 3 chiếc quần khác màu lần lượt là xám, đen, nâu nhạt và 4 chiếc áo sơ mi cũng khác màu lần lượt là hồng, vàng, xanh, tím. Hãy vẽ sơ đồ hình cây biểu thị số cách chọn:

- 1 chiếc quần;
- 1 chiếc áo sơ mi;
- 1 bộ quần áo.

Giải

Các sơ đồ hình cây T_1, T_2, T_1T_2 trong hình sau lần lượt:

- Biểu thị số cách chọn 1 chiếc quần;
- Biểu thị số cách chọn 1 chiếc áo sơ mi;
- Biểu thị số cách chọn 1 bộ quần áo.



IV. Vận dụng trong bài toán đếm

1. Vận dụng trong giải toán

Ví dụ 5. Cho 10 điểm phân biệt, hỏi lập được bao nhiêu vector khác $\vec{0}$? Biết rằng hai đầu mút của mỗi vector là hai trong 10 điểm đã cho.

Giải

Việc lập vector là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn điểm đầu và chọn điểm cuối.

Chọn điểm đầu: có 10 cách chọn. Chọn điểm cuối: có 9 cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 9 = 90$ (vector).

Ví dụ 6. Phân tích số 10125 ra thừa số nguyên tố rồi tìm số ước nguyên dương của nó.

Giải

Ta có: $10125 = 3^4 \cdot 5^3$. Một ước nguyên dương của 10125 thì có dạng $3^m \cdot 5^n$, trong đó m, n là hai số tự nhiên sao cho $0 \leq m \leq 4, 0 \leq n \leq 3$.

Như vậy, để tạo ra một ước nguyên dương của 10125 ta làm như sau:

- Chọn số tự nhiên m mà $0 \leq m \leq 4$ có 5 cách chọn.
 - Chọn số tự nhiên n mà $0 \leq n \leq 3$ có 4 cách chọn.
 - Lấy tích $3^m \cdot 5^n$.
- Vì vậy, số ước nguyên dương của 10125 là: $5 \cdot 4 = 20$ (số).

2. Vận dụng trong thực tiễn

Ví dụ 7. Từ ba mảng dữ liệu A, B, C , máy tính tạo nên một thông tin đưa ra màn hình cho người dùng bằng cách lần lượt lấy một dữ liệu từ A , một dữ liệu từ B và một dữ liệu từ C . Giả sử A, B, C lần lượt chứa m, n, p dữ liệu. Hỏi máy tính có thể tạo ra được bao nhiêu thông tin?

Giải

Việc máy tính tạo ra thông tin là thực hiện ba cách chọn liên tiếp: chọn dữ liệu từ A , chọn dữ liệu từ B và chọn dữ liệu từ C .

Có m cách chọn một dữ liệu từ A .

Có n cách chọn một dữ liệu từ B .

Có p cách chọn một dữ liệu từ C .

Vậy số thông tin máy tính có thể tạo được là: $m \cdot n \cdot p$.

Ví dụ 8. Gia đình bạn Quân đặt mật mã của chiếc khoá công là một dãy gồm bốn chữ số. Hỏi có bao nhiêu cách đặt mật mã nếu:



a) Các chữ số có thể giống nhau?

b) Các chữ số phải đôi một khác nhau?

Giải

Gọi dãy số mật mã là $abcd$.

a) Việc chọn mật mã là chọn liên tiếp các chữ số a, b, c, d , trong đó các chữ số có thể giống nhau.

Chọn a : Có 10 cách chọn. Chọn b : Có 10 cách chọn.

Chọn c : Có 10 cách chọn. Chọn d : Có 10 cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ cách đặt mật mã.

b) Việc chọn mật mã là chọn liên tiếp các chữ số a, b, c, d , trong đó các chữ số đôi một khác nhau.

Chọn a : Có 10 cách chọn.

Chọn b : Có 9 cách chọn (khác chữ số a đã chọn).

Chọn c : Có 8 cách chọn (khác hai chữ số a, b đã chọn).

Chọn d : Có 7 cách chọn (khác ba chữ số a, b, c đã chọn).

Vậy có $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ cách đặt mật mã.

Ví dụ 9. Cho kiểu gen $AaBbDdEE$.

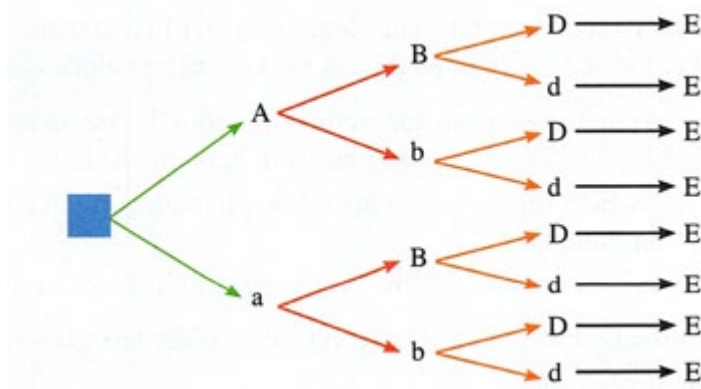
a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEE$.

Biết quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

Giải

a) Sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử:



b) Từ sơ đồ hình cây, ta có 8 loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEe$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Một đồng xu có hai mặt sấp và ngửa (Kí hiệu S và N). Tung đồng xu ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả. Tìm số kết quả có thể xảy ra, theo hai cách sau đây:



- Vẽ sơ đồ hình cây.
- Sử dụng quy tắc nhân.

Câu 2. Một bạn muốn đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh A đến tỉnh B có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ A đến B ?

Câu 3. Một cửa hàng có 10 bó hoa ly, 14 bó hoa huệ, 6 bó hoa lan. Một bạn muốn mua một bó hoa tại cửa hàng này. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn?

Câu 4. Một lớp có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi giáo viên có bao nhiêu sự lựa chọn ra một bạn trong lớp để làm lớp trưởng?

Câu 5. Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 5 loại nước uống. Một thực khách muốn lựa chọn một loại đồ uống thì có bao nhiêu cách chọn?

Câu 6. Một giáo viên muốn ra đề kiểm tra 45 phút môn Toán phần lượng giác. Trong ngân hàng câu hỏi có 5 chủ đề, mỗi chủ đề có 4 câu. Đề ra đề kiểm tra 45p gồm 5 câu và bao gồm tất cả các chủ đề thì giáo viên có bao nhiêu cách ra đề?

Câu 7. Có 3 bạn nữ và 3 bạn nam. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các bạn đó vào một hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ nhau?

Câu 8. Một lớp có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 6 học sinh giỏi Lịch Sử. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 nhóm:

- Gồm 1 học sinh giỏi bất kỳ?
- Gồm 3 học sinh giỏi trong đó có tất cả học sinh giỏi của cả 3 môn?
- Gồm 2 học sinh giỏi khác nhau?

Câu 9. Cho các số tự nhiên: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?
- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
- Hỏi lập được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Câu 10. Cho các số tự nhiên sau : 1, 2, 5, 6, 7, 9.

- a) Hỏi lập được bao số lẻ có 3 chữ số khác nhau?
- b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chia hết
- c) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2

Câu 11. Cho các số tự nhiên : 0, 1, 2, 4, 5, 7, 9.

- a) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?
- b) Hỏi lập được bao nhiêu số lẻ có 4 chữ số khác nhau?

Câu 12. Cho các số tự nhiên 0, 2, 3, 5, 6, 9.

- a) Hỏi lập được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau?
- b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 3?
- c) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên lớn hơn 601?

Câu 13. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được mấy số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

- A. 9. B. 5. C. 4. D. 1.

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

- A. 13. B. 72. C. 12. D. 30.

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

- A. 480. B. 24. C. 48. D. 60.

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự đại hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

- A. 45. B. 280. C. 325. D. 605.

Câu 5. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

- A. 31. B. 9. C. 53. D. 682.

Câu 6. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.

Câu 7. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

- A. 20. B. 300. C. 18. D. 15.

Câu 8. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

- A. 20. B. 3360. C. 31. D. 30.

Câu 9. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

- A. 20. B. 11. C. 30. D. 10.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

A. 5.

B. 15.

C. 55.

D. 10.

Câu 11. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

A. 4.

B. 7.

C. 12.

D. 16.

Câu 12. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13.

B. 72.

C. 12.

D. 30.

Câu 13. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13.

B. 12.

C. 18.

D. 216.

Câu 14. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24.

B. 48.

C. 480.

D. 60.

Câu 15. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240.

B. 210.

C. 18.

D. 120.

Câu 16. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

Câu 17. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000.

B. 91000.

C. 910.

D. 625.

Câu 18. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

A. 12.

B. 220.

C. 60.

D. 3.

Câu 19. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

A. 100.

B. 91.

C. 10.

D. 90.

Câu 20. An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6.

B. 4.

C. 10.

D. 24.

Câu 21. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



A. 9.

B. 10.

C. 18.

D. 24.

Câu 22. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



A. 1296.

B. 784.

C. 576.

D. 324.

- Câu 23.** Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?
 A. 80. B. 60. C. 90. D. 70.
- Câu 24.** Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?
 A. 20. B. 16. C. 9. D. 36.
- Câu 25.** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?
 A. 75. B. 12. C. 60. D. 3.
- Câu 26.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?
 A. 25. B. 20. C. 50. D. 10.
- Câu 27.** Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :
 A. 504. B. 1792. C. 953088. D. 2296.
- Câu 28.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?
 A. 1000. B. 720. C. 729. D. 648.
- Câu 29.** Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.
 A. 392 B. 1023 C. 3014 D. 391
- Câu 30.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?
 A. 120. B. 216. C. 256. D. 20.
- Câu 31.** Cho các số 1,5,6,7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:
 A. 12. B. 24. C. 64. D. 256.
- Câu 32.** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?
 A. 3991680. B. 12!. C. 35831808. D. 7!.
- Câu 33.** Nhân mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?
 A. 624. B. 48. C. 600. D.
 $(a,b,c,d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}.$
- Câu 34.** Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1;2;...;9\}$, mỗi kí tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;...;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?
 A. 2340000. B. 234000. C. 75. D. 2600000.
- Câu 35.** Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?
 A. 160. B. 240. C. 180. D. 120.
- Câu 36.** Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?
 A. 324. B. 256. C. 248. D. 124.
- Câu 37.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?
 A. 99. B. 50. C. 20. D. 10.
- Câu 38.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?

A. 36. B. 62. C. 54. D. 42.

Câu 39. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. B. 145. C. 144. D. 155.

Câu 40. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Câu 41. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210. B. 105. C. 168. D. 145.

Câu 42. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?

A. 40000 số. B. 38000 số. C. 44000 số. D. 42000 số.

Câu 43. Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 B. 170 C. 164 D. 172

Câu 44. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

A. 360 B. 343 C. 480 D. 347

Câu 45. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A, B, C, D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81 B. 68 C. 42 D. 98

Câu 46. Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

A. 72 B. 74 C. 76 D. 78

Câu 47. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6. B. 72. C. 720. D. 144.

Câu 48. Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

A. 1000. B. 100000. C. 10000. D. 1000000.

Câu 49. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thi gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190 B. 182 C. 280 D. 194

Câu 50. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36. B. 62. C. 54. D. 42.

Câu 51. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 154. B. 145. C. 144. D. 155.

Câu 52. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số **chẵn** gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Câu 53. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 8232. B. 1230. C. 1260. D. 2880.

Câu 54. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320. B. 90. C. 43200. D. 720.

Câu 55. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

- A. 180 B. 160. C. 90. D. 45.

Câu 56. Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

- A. 11523 B. 11520 C. 11346 D. 22311

Câu 57. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.

- A. 12. B. 16. C. 17. D. 20.

Câu 58. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho các số này lẻ không chia hết cho 5.

- A. 15120 B. 23523 C. 16862 D. 23145

Câu 59. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

- A. 660 B. 432 C. 679 D. 523

Câu 60. Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:

- A. 3260. B. 3168. C. 9000. D. 12070.

Câu 61. Cho tập hợp số: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

- A. 114 B. 144 C. 146 D. 148

Câu 62. Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

- A. 72. B. 150. C. 60. D. 80.

Câu 63. Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi sao cho bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

- A. 1036800 B. 234780 C. 146800 D. 2223500

Câu 64. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

- A. 6. B. 72. C. 720. D. 144.

Câu 65. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

- A. 36 số. B. 108 số. C. 228 số. D. 144 số.

Câu 66. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

- A. 384 B. 120 C. 216 D. 600

Câu 67. Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

- A. 2097152. B. 10001. C. 1048577. D. 1048576.

Câu 68. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S.

A. 9333420.

B. 46666200.

C. 9333240.

D. 46666240.

Câu 69. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Câu 70. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360.

B. 480.

C. 600.

D. 630.

Câu 71. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321

B. 21312

C. 12312

D. 21321

Câu 72. Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32

B. 16

C. 80

D. 64

Câu 73. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

$$\text{A. } \frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9} \quad \text{B. } \frac{9^{2011} - 2 \cdot 9^{2010} + 8}{9} \quad \text{C. } \frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9} \quad \text{D. } \frac{9^{2011} - 19 \cdot 9^{2010} + 8}{9}$$

Câu 74. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104

B. 106

C. 108

D. 112

Bài 1. QUY TẮC CỘNG VÀ QUY TẮC NHÂN. SƠ ĐỒ HÌNH CÂY

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Quy tắc cộng

Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện (các cách thực hiện của cả hai hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m + n$ cách hoàn thành.

Ví dụ 1. Bạn Phương có 7 quyển sách Tiếng Anh và 8 quyển sách Văn học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Phương có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Giải

Việc chọn một quyển sách để đọc là thực hiện một trong hai hành động sau:

Chọn một quyển sách tiếng anh: có 7 cách chọn.

Chọn một quyển sách Văn học: có 8 cách chọn.

Vậy có $7 + 8 = 15$ cách chọn một quyển sách để đọc.

Nhận xét: Tương tự, ta cũng có quy tắc sau:

Một công việc được hoàn thành bởi một trong ba hành động. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện, hành động thứ hai có n cách thực hiện, hành động thứ ba có p cách thực hiện (các cách thực hiện của ba hành động là khác nhau đôi một) thì công việc đó có $m + n + p$ cách hoàn thành.

II. Quy tắc nhân

Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện và ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện hành động thứ hai thì công việc đó có $m \cdot n$ cách hoàn thành.

Ví dụ 2. Trong Hoạt động 1, nếu gia đình bạn Liên muốn chọn một địa điểm tham quan trong chương trình 1, sau đó đi tham quan tiếp một địa điểm trong chương trình 2 thì có bao nhiêu cách chọn hai địa điểm ở hai chương trình khác nhau để tham quan?

Giải

Việc chọn hai địa điểm ở hai chương trình khác nhau để tham quan là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn một địa điểm trong chương trình 1, sau đó chọn một địa điểm trong chương trình 2.

Có 4 cách chọn địa điểm tham quan trong chương trình 1.

Với mỗi cách chọn một địa điểm tham quan trong chương trình 1 sẽ có 7 cách chọn địa điểm tham quan trong chương trình 2.

Vậy có tất cả $4 \cdot 7 = 28$ cách chọn hai địa điểm tham quan ở hai chương trình khác nhau.

Nhận xét: Tương tự, ta cũng có quy tắc sau:

Một công việc được hoàn thành bởi ba hành động liên tiếp: Nếu hành động thứ nhất có m cách thực hiện; ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất, có n cách thực hiện hành động thứ hai; ứng với mỗi cách thực hiện hành động thứ nhất và mỗi cách thực hiện hành động thứ hai có p cách thực hiện hành động thứ ba thì công việc đó có $m \cdot n \cdot p$ cách hoàn thành.

Ví dụ 3. Trong kinh doanh nhà hàng, combo là một hình thức gọi món theo thực đơn được kết hợp từ nhiều món ăn hoặc đồ uống. Nếu nhà hàng có 5 món rau, 4 món cá và 3 món thịt thì có bao nhiêu cách tạo ra một combo? Biết mỗi combo có đầy đủ 1 món rau, 1 món cá và 1 món thịt.

Giải

Để tạo một combo ta thực hiện ba hành động liên tiếp: chọn 1 món rau, chọn 1 món cá và chọn 1 món thịt.

Chọn 1 món rau: Có 5 cách chọn.

Chọn 1 món cá: Có 4 cách chọn.

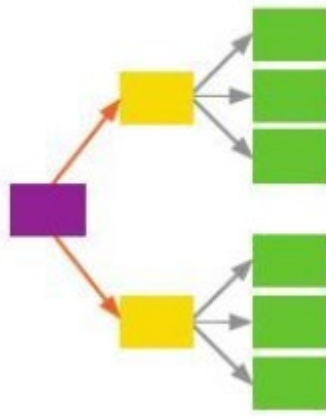
Chọn 1 món thịt: Có 3 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách tạo ra một combo

III. Sơ đồ hình cây.

Nhận xét

- Sơ đồ hình cây là sơ đồ bắt đầu tại một nút duy nhất với các nhánh tỏa ra các nút bổ sung.



- Ta có thể sử dụng sơ đồ hình cây để đếm số cách hoàn thành một công việc khi công việc đó đòi hỏi những hành động liên tiếp.

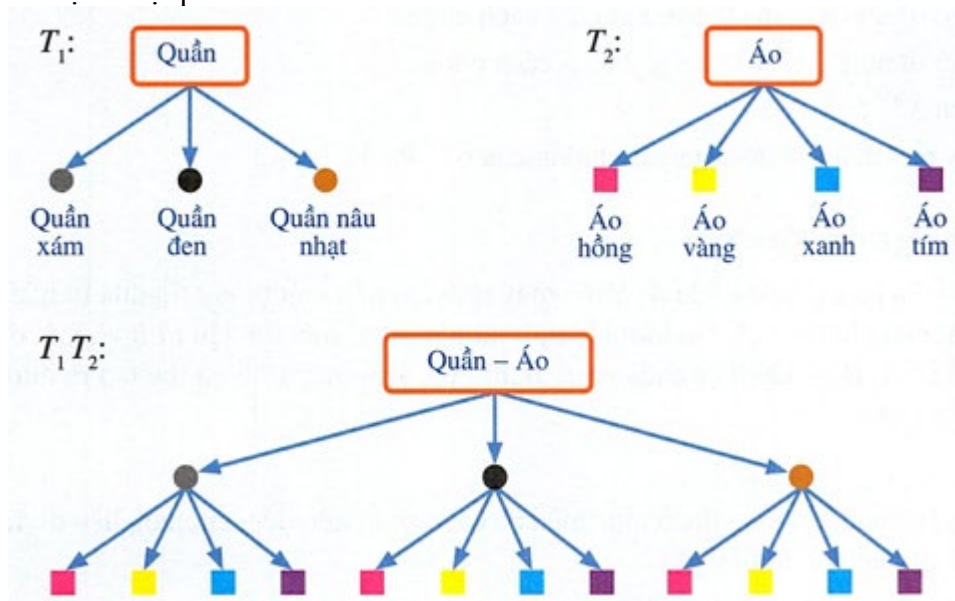
Ví dụ 4. Bạn Hương có 3 chiếc quần khác màu lần lượt là xám, đen, nâu nhạt và 4 chiếc áo sơ mi cũng khác màu lần lượt là hồng, vàng, xanh, tím. Hãy vẽ sơ đồ hình cây biểu thị số cách chọn:

- 1 chiếc quần;
- 1 chiếc áo sơ mi;
- 1 bộ quần áo.

Giải

Các sơ đồ hình cây T_1, T_2, T_1T_2 trong hình sau lần lượt:

- Biểu thị số cách chọn 1 chiếc quần;
- Biểu thị số cách chọn 1 chiếc áo sơ mi;
- Biểu thị số cách chọn 1 bộ quần áo.



IV. Vận dụng trong bài toán đếm

1. Vận dụng trong giải toán

Ví dụ 5. Cho 10 điểm phân biệt, hỏi lập được bao nhiêu vector khác $\vec{0}$? Biết rằng hai đầu mút của mỗi vector là hai trong 10 điểm đã cho.

Giải

Việc lập vector là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn điểm đầu và chọn điểm cuối.

Chọn điểm đầu: có 10 cách chọn. Chọn điểm cuối: có 9 cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 9 = 90$ (vector).

Ví dụ 6. Phân tích số 10125 ra thừa số nguyên tố rồi tìm số ước nguyên dương của nó.

Giải

Ta có: $10125 = 3^4 \cdot 5^3$. Một ước nguyên dương của 10125 thì có dạng $3^m \cdot 5^n$, trong đó m, n là hai số tự nhiên sao cho $0 \leq m \leq 4, 0 \leq n \leq 3$.

Như vậy, để tạo ra một ước nguyên dương của 10125 ta làm như sau:

- Chọn số tự nhiên m mà $0 \leq m \leq 4$ có 5 cách chọn.
 - Chọn số tự nhiên n mà $0 \leq n \leq 3$ có 4 cách chọn.
 - Lấy tích $3^m \cdot 5^n$.
- Vì vậy, số ước nguyên dương của 10125 là: $5 \cdot 4 = 20$ (số).

2. Vận dụng trong thực tiễn

Ví dụ 7. Từ ba mảng dữ liệu A, B, C , máy tính tạo nên một thông tin đưa ra màn hình cho người dùng bằng cách lần lượt lấy một dữ liệu từ A , một dữ liệu từ B và một dữ liệu từ C . Giả sử A, B, C lần lượt chứa m, n, p dữ liệu. Hỏi máy tính có thể tạo ra được bao nhiêu thông tin?

Giải

Việc máy tính tạo ra thông tin là thực hiện ba cách chọn liên tiếp: chọn dữ liệu từ A , chọn dữ liệu từ B và chọn dữ liệu từ C .

Có m cách chọn một dữ liệu từ A .

Có n cách chọn một dữ liệu từ B .

Có p cách chọn một dữ liệu từ C .

Vậy số thông tin máy tính có thể tạo được là: $m \cdot n \cdot p$.

Ví dụ 8. Gia đình bạn Quân đặt mật mã của chiếc khoá cổng là một dãy gồm bốn chữ số. Hỏi có bao nhiêu cách đặt mật mã nếu:



a) Các chữ số có thể giống nhau?

b) Các chữ số phải đôi một khác nhau?

Giải

Gọi dãy số mật mã là $abcd$.

a) Việc chọn mật mã là chọn liên tiếp các chữ số a, b, c, d , trong đó các chữ số có thể giống nhau.

Chọn a : Có 10 cách chọn. Chọn b : Có 10 cách chọn.

Chọn c : Có 10 cách chọn. Chọn d : Có 10 cách chọn.

Vậy có $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10000$ cách đặt mật mã.

b) Việc chọn mật mã là chọn liên tiếp các chữ số a, b, c, d , trong đó các chữ số đôi một khác nhau.

Chọn a : Có 10 cách chọn.

Chọn b : Có 9 cách chọn (khác chữ số a đã chọn).

Chọn c : Có 8 cách chọn (khác hai chữ số a, b đã chọn).

Chọn d : Có 7 cách chọn (khác ba chữ số a, b, c đã chọn).

Vậy có $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$ cách đặt mật mã.

Ví dụ 9. Cho kiểu gen $AaBbDdEE$.

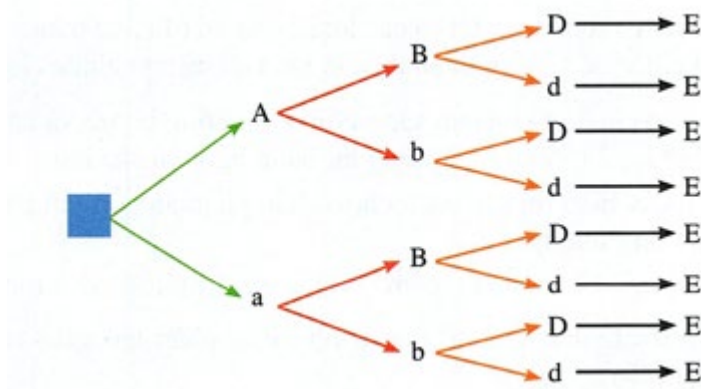
a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEE$.

Biết quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

Giải

a) Sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử:



b) Từ sơ đồ hình cây, ta có 8 loại giao tử của kiểu gen $AaBbDdEE$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

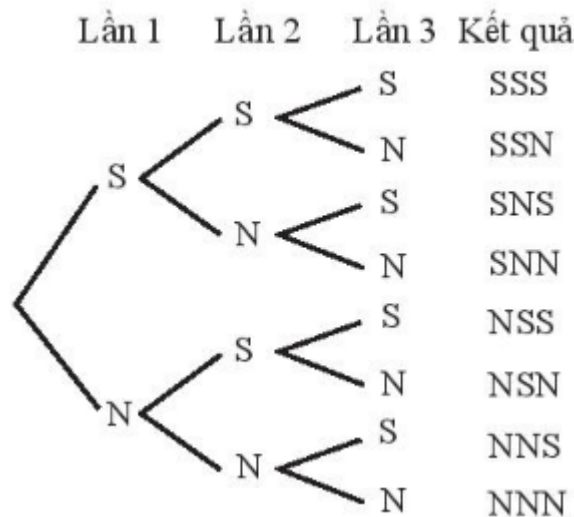
Câu 1. Một đồng xu có hai mặt sấp và ngửa (Kí hiệu S và N). Tung đồng xu ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả. Tìm số kết quả có thể xảy ra, theo hai cách sau đây:



- Vẽ sơ đồ hình cây.
- Sử dụng quy tắc nhân.

Lời giải

- Vẽ sơ đồ hình cây như Hình .



Từ sơ đồ này, ta thấy có 8 kết quả có thể xảy ra.

b) Có thể coi việc tung đồng xu ba lần liên tiếp là một công việc gồm ba công đoạn, mỗi công đoạn tương ứng với một lần tung đồng xu. Mỗi lần tung có hai kết quả, là S hoặc N . Do đó, theo quy tắc nhân, số kết quả của việc tung đồng xu ba lần liên tiếp là:
 $2.2.2 = 8$ (kết quả).

Câu 2. Một bạn muốn đi từ tỉnh A đến tỉnh B trong một ngày nhất định. Biết rằng trong ngày hôm đó từ tỉnh A đến tỉnh B có 14 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn để đi từ A đến B ?

Lời giải.

Bạn đó đi từ tỉnh A đến tỉnh B bằng tàu có: 14 cách.

Bạn đó đi từ tỉnh A đến tỉnh B bằng ô tô có: 5 cách.

Vậy bạn đó có: $14 + 5 = 19$ sự lựa chọn.

Câu 3. Một cửa hàng có 10 bó hoa ly, 14 bó hoa huệ, 6 bó hoa lan. Một bạn muốn mua một bó hoa tại cửa hàng này. Hỏi bạn đó có bao nhiêu sự lựa chọn?

Lời giải.

Bạn đó mua hoa ly có: 10 sự lựa chọn.

Bạn đó mua hoa huệ có: 14 sự lựa chọn.

Bạn đó mua hoa lan có: 6 sự lựa chọn.

Vậy bạn đó có tất cả: $10 + 14 + 6 = 30$ sự lựa chọn để mua một bó hoa.

Câu 4. Một lớp có 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Hỏi giáo viên có bao nhiêu sự lựa chọn ra một bạn trong lớp để làm lớp trưởng?

Lời giải.

Nếu chọn một bạn nam làm lớp trưởng có: 25 sự lựa chọn.

Nếu chọn một bạn nữ làm lớp trưởng có: 15 sự lựa chọn.

Vậy giáo viên có tất cả: $25 + 15 = 40$ sự lựa chọn.

Câu 5. Một nhà hàng có 3 loại rượu, 4 loại bia và 5 loại nước uống. Một thực khách muốn lựa chọn một loại đồ uống thì có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải.

Nếu thực khách chọn rượu làm đồ uống thì có: 3 cách chọn.

Nếu thực khách chọn bia làm đồ uống thì có: 4 cách chọn.

Nếu thực khách chọn 5 loại nước uống còn lại làm đồ uống thì có 5 cách chọn.

Như vậy thực khách có tất cả: $3 + 4 + 5 = 12$ cách chọn.

Câu 6. Một giáo viên muốn ra đề kiểm tra 45 phút môn Toán phần lượng giác. Trong ngân hàng câu hỏi có 5 chủ đề, mỗi chủ đề có 4 câu. Đề ra đề kiểm tra 45p gồm 5 câu và bao gồm tất cả các chủ đề thì giáo viên có bao nhiêu cách ra đề?

Lời giải.

Vì đề kiểm tra có 5 câu và bao gồm 5 chủ đề nên để thành lập đề kiểm tra mỗi chủ đề ta lấy một câu hỏi.

Chọn 1 câu hỏi trong chủ đề 1 có 4 cách chọn.

Tương tự đối với các chủ đề 2;3;4;5.

Nên số cách chọn đề ra là: $4.4.4.4.4 = 4^5$ cách.

Câu 7. Có 3 bạn nữ và 3 bạn nam. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các bạn đó vào một hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ nhau?

Lời giải.

Vị trí thứ nhất có 6 cách lựa chọn.

Vị trí thứ hai có 3 cách lựa chọn. (nếu vị trí thứ nhất là nam thì bắt buộc vị trí thứ 2 phải chọn 1 trong 3 bạn nữ và ngược lại)

Vị trí thứ ba có 2 cách lựa chọn.

Vị trí thứ 4 có 2 cách lựa chọn.

Vị trí thứ 5 có 1 cách lựa chọn.

Vị trí thứ 6 chỉ có 1 cách lựa chọn.

Nên có $6.5.4.3.2.1 = 72$ cách.

Câu 8. Một lớp có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Văn, 6 học sinh giỏi Lịch Sử. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 1 nhóm:

a/ Gồm 1 học sinh giỏi bất kỳ?

b/ Gồm 3 học sinh giỏi trong đó có tất cả học sinh giỏi của cả 3 môn?

c/ Gồm 2 học sinh giỏi khác nhau?

Lời giải.

- a. Số cách chọn 1 học sinh giỏi trong lớp là: $7 + 6 + 5 = 18$ cách.
 b. Số cách chọn 1 học sinh giỏi toán là 7 cách.
 Số cách chọn 1 học sinh giỏi văn là 5 cách.

Số cách chọn 1 học sinh giỏi sử là 6 cách.

Nên số cách chọn một nhóm gồm 3 học sinh giỏi trong đó có tất cả các môn là $7.6.5 = 210$ cách.

- c. Số cách chọn 2 học sinh trong đó một giỏi toán; một giỏi văn là $7.5 = 35$ cách.
 Số cách chọn 2 học sinh trong đó một giỏi toán; một giỏi sử là $7.6 = 42$ cách.

Số cách chọn 2 học sinh trong đó một giỏi văn; một giỏi văn giỏi sử là $5.6 = 30$ cách.

Vậy số cách chọn ra một nhóm gồm 2 học sinh giỏi khác nhau là $35 + 30 + 42 = 107$ cách.

Câu 9. Cho các số tự nhiên: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

- a) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số?
 b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
 c) Hỏi lập được bao nhiêu số chẵn có 5 chữ số khác nhau?

Lời giải.

- a) Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}, (a \neq 0)$.

a có 9 cách chọn.

b có 9 cách chọn.

c có 9 cách chọn.

d có 9 cách chọn.

e có 9 cách chọn.

nên số các số tự nhiên có 5 chữ số được thành lập từ các số trên là $9.9.9.9.9 = 9^5$ cách.

- b) Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}, (a \neq 0)$.

a có 9 cách chọn.

b có 8 cách chọn.

c có 7 cách chọn.

d có 6 cách chọn.

e có 9 cách chọn.

nên số các số tự nhiên có 5 chữ số được thành lập từ các số trên là $9.8.7.6.5 = 15120$ cách.

- c) Gọi số tự nhiên cần lập là $\overline{abcde}, (a \neq 0)$.

e có 4 cách chọn.

d có 8 cách chọn.

c có 7 cách chọn.

b có 6 cách chọn.

a có 5 cách chọn.

nên số các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số khác nhau là $4.8.7.6.5 = 6720$ cách.

Câu 10. Cho các số tự nhiên sau : 1, 2, 5, 6, 7, 9.

- a) Hỏi lập được bao số lẻ có 3 chữ số khác nhau?
 b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chia hết
 c) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2

Lời giải.

- a) Gọi số cần lập là $\overline{abc}, (a \neq 0)$.

Vì số cần lập là số lẻ nên c có thể là 1; 5; 7; 9 $\Rightarrow c$ có 4 cách chọn.

Vì khác $a; b; c$ nhau nên b có 5 cách chọn và a có 4 cách chọn.

Vậy số số lẻ có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là $4.5.4 = 80$ số.

- b) Gọi số cần lập là $\overline{abc}, (a \neq 0)$.

Vì số cần lập là số chia hết cho 5 nên c có thể là có 1 cách chọn.
 Vì $a; b; c$ khác nhau nên b có 5 cách chọn và a có 4 cách chọn.
 Vậy số số có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là $5.4 = 20$ số.

c) Các số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2

TH1: Các số tự nhiên có 3 chữ số chỉ có mặt 1 chữ số 2

- Số 2: có 3 vị trí đặt, 5 số còn lại mỗi số có 2 vị trí đặt
- Có 3.5.5 số có 3 chữ số có mặt 1 chữ số 2

TH2: Các số tự nhiên có 3 chữ số chỉ có mặt 2 chữ số 2

- Số 2: có 3 vị trí đặt, 5 số còn lại mỗi số có 1 vị trí đặt
- Có 3.5 số có 3 chữ số có mặt 2 chữ số 2

TH3: Các số tự nhiên có 3 chữ số chỉ có mặt 3 chữ số 2, suy ra có 1 số: 222. Vậy số số tự nhiên có 3 chữ số mà có mặt chữ số 2 thành lập từ các số đã cho là: $3.5.5 + 3.5 + 1 = 91$ số.

Câu 11. Cho các số tự nhiên : 0, 1, 2, 4, 5, 7, 9.

- a) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?
- b) Hỏi lập được bao nhiêu số lẻ có 4 chữ số khác nhau?

Lời giải.

a) Gọi số cần lập là $\overline{abcd}, (a \neq 0)$.

Vì $a \neq 0$ nên a có 6 cách chọn.

Vì các chữ số khác nhau nên b có 6 cách chọn.

Tương tự c có 5 cách chọn; d có 4 cách chọn.

Nên số số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là $6.6.5.4 = 720$ số.

b) Gọi số cần lập là $\overline{abcd}, (a \neq 0)$.

Vì là số lẻ nên $d = 1; 5; 7; 9$. Vậy d có 4 cách chọn.

Vì $a \neq 0$ và các chữ số là khác nhau nên a có 5 cách chọn.

b có 5 cách chọn.

c có 4 cách chọn.

Vậy số số lẻ có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $4.5.5.4 \square 400$.

Câu 12. Cho các số tự nhiên 0, 2, 3, 5, 6, 9.

- a) Hỏi lập được bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số khác nhau?
- b) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 3?
- c) Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên lớn hơn 601?

Lời giải.

Ta phân các số trên thành 2 nhóm:

Nhóm 1 gồm các số $\{2; 5\}$.

Nhóm 2 gồm các số $\{0; 3; 6; 9\}$.

b) Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ thỏa mãn $\overline{abc}:3 \Leftrightarrow (a+b+c):3 \square a; b; c$ sẽ không đồng thời thuộc cả hai

Số các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 3 được thành lập từ nhóm 1 là:

Cả 3 chữ số giống nhau: 222, 555

Có 1 chữ số 2 và 2 chữ số 5: 255, 552, 525 (có 3 cách chọn vị trí để chữ số 5 có 1 cách chọn để vị trí 2 chữ số 2, suy ra có 3 số).

Có 1 chữ số 5 và 2 chữ số 2: 522, 225, 252

Vậy từ nhóm 1 ta thành lập được $2 + 3 + 3 = 8$ số chia hết cho 3.

Số các số chia hết cho 3 lập được từ nhóm thứ 2 là:

+ Có 3 cách chọn chữ số a .

+ Có 4 cách chọn chữ số b .

+ Có 4 cách chọn chữ số c .

Vậy có tất cả $3.4.4 = 48$ số có 3 chữ số được thành lập từ nhóm 2 chia hết cho 3.

Vậy số các số có 3 chữ số chia hết cho 3 được thành lập từ các chữ số đã cho là $48 + 8 = 56$ số.

- c) Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ thỏa mãn $\overline{abc} > 600$
 Vì $\overline{abc} > 600$ nên a chỉ có 2 cách chọn. ($a = 6$ hoặc $a = 9$).
 Chữ số b có 6 cách chọn, chữ số c có 6 cách chọn.
 $\Rightarrow$ có $6.6.2 = 72$ số có 3 chữ số lớn hơn 600.
 Trong 72 số trên có 1 số là: $600 < 601$.
 Vậy có tất cả 71 số lớn hơn 601 được thành lập từ các số trên.

Câu 13. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4 có thể lập được mấy số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau.

Lời giải.

Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 \neq 0$ và các chữ số phân biệt.

+ Bước 1: chữ số $a_1 \neq 0$ nên có 4 cách chọn.

+ Bước 2: sắp 4 chữ số còn lại vào 4 vị trí có $4! = 24$ cách. Vậy có $4.24 = 96$ số.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Giả sử bạn muốn mua một áo sơ mi cỡ 39 hoặc cỡ 40. Áo cỡ 39 có 5 màu khác nhau, áo cỡ 40 có 4 màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu sự lựa chọn (về màu áo và cỡ áo)?

A. 9.

B. 5.

C. 4.

D. 1.

Lời giải.

• Nếu chọn cỡ áo 39 thì sẽ có 5 cách.

• Nếu chọn cỡ áo 40 thì sẽ có 4 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5 + 4 = 9$ cách chọn mua áo.

Câu 2. Một người có 4 cái quần khác nhau, 6 cái áo khác nhau, 3 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 13.

B. 72.

C. 12.

D. 30.

Lời giải.

• Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 4 cách.

• Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 6 cách.

• Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $4 + 6 + 3 = 13$ cách chọn.

Câu 3. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất hoặc một cây bút chì hoặc một cây bút bi hoặc một cuốn tập thì số cách chọn khác nhau là:

A. 480.

B. 24.

C. 48.

D. 60.

Lời giải.

• Nếu chọn một cây bút chì thì sẽ có 8 cách.

• Nếu chọn một cây bút bi thì sẽ có 6 cách.

• Nếu chọn một cuốn tập thì sẽ có 10 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 6 + 10 = 24$ cách chọn.

Câu 4. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 45.

B. 280.

C. 325.

D. 605.

Lời giải.

• Nếu chọn một học sinh nam có 280 cách.

• Nếu chọn một học sinh nữ có 325 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $280 + 325 = 605$ cách chọn.

Câu 5. Một trường THPT được cử một học sinh đi dự trại hè toàn quốc. Nhà trường quyết định chọn một học sinh tiên tiến lớp 11A hoặc lớp 12B. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn, nếu biết rằng lớp 11A có 31 học sinh tiên tiến và lớp 12B có 22 học sinh tiên tiến?

A. 31.

B. 9.

C. 53.

D. 682.

Lời giải.

• Nếu chọn một học sinh lớp 11A có 31 cách.

- Nếu chọn một học sinh lớp 12B có 22 cách.
- Theo qui tắc cộng, ta có $31 + 22 = 53$ cách chọn.

Câu 6. Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số 7, 8, 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

- A. 27. B. 9. C. 6. D. 3.

Lời giải.

Vì các quả cầu trắng hoặc đen đều được đánh số phân biệt nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

- Nếu chọn một quả trắng có 6 cách.
- Nếu chọn một quả đen có 3 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $6 + 3 = 9$ cách chọn.

Câu 7. Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ tỉnh A đến tỉnh B?

- A. 20. B. 300. C. 18. D. 15.

Lời giải.

- Nếu đi bằng ô tô có 10 cách.
- Nếu đi bằng tàu hỏa có 5 cách.
- Nếu đi bằng tàu thủy có 3 cách.
- Nếu đi bằng máy bay có 2 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $10 + 5 + 3 + 2 = 20$ cách chọn.

Câu 8. Trong một cuộc thi tìm hiểu về đất nước Việt Nam, ban tổ chức công bố danh sách các đề tài bao gồm: 8 đề tài về lịch sử, 7 đề tài về thiên nhiên, 10 đề tài về con người và 6 đề tài về văn hóa. Mỗi thí sinh được quyền chọn một đề tài. Hỏi mỗi thí sinh có bao nhiêu khả năng lựa chọn đề tài?

- A. 20. B. 3360. C. 31. D. 30.

Lời giải.

- Nếu chọn đề tài về lịch sử có 8 cách.
- Nếu chọn đề tài về thiên nhiên có 7 cách.
- Nếu chọn đề tài về con người có 10 cách.
- Nếu chọn đề tài về văn hóa có 6 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $8 + 7 + 10 + 6 = 31$ cách chọn.

Câu 9. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

- A. 20. B. 11. C. 30. D. 10.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 10. Có bao nhiêu số tự nhiên có chín chữ số mà các chữ số của nó viết theo thứ tự giảm dần:

- A. 5. B. 15. C. 55. D. 10.

Lời giải

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm.

Câu 11. Có 3 kiểu mặt đồng hồ đeo tay (vuông, tròn, elip) và 4 kiểu dây (kim loại, da, vải và nhựa). Hỏi có bao nhiêu cách chọn một chiếc đồng hồ gồm một mặt và một dây?

- A. 4. B. 7. C. 12. D. 16.

Lời giải.

Để chọn một chiếc đồng hồ, ta có:

- Có 3 cách chọn mặt.
- Có 4 cách chọn dây.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $3 \times 4 = 12$ cách.

Câu 12. Một người có 4 cái quần, 6 cái áo, 3 chiếc cà vạt. Để chọn mỗi thứ một món thì có bao nhiêu cách chọn bộ "quần-áo-cà vạt" khác nhau?

A. 13.

B. 72.

C. 12.

D. 30.

Lời giải.

Để chọn một bộ "quần-áo-cà vạt", ta có:

- Có 4 cách chọn quần.
- Có 6 cách chọn áo.
- Có 3 cách chọn cà vạt.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 \times 3 = 72$ cách.

Câu 13. Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một hộp màu đỏ, một hộp màu xanh là?

A. 13.

B. 12.

C. 18.

D. 216.

Lời giải.

Để chọn một hộp màu đỏ và một hộp màu xanh, ta có:

- Có 12 cách chọn hộp màu đỏ.
- Có 18 cách chọn hộp màu xanh.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 18 = 216$ cách.

Câu 14. Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Số cách khác nhau để chọn được đồng thời một cây bút chì, một cây bút bi và một cuốn tập.

A. 24.

B. 48.

C. 480.

D. 60.

Lời giải.

Để chọn "một cây bút chì - một cây bút bi - một cuốn tập", ta có:

- Có 8 cách chọn bút chì.
- Có 6 cách chọn bút bi.
- Có 10 cách chọn cuốn tập.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $8 \times 6 \times 10 = 480$ cách.

Câu 15. Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu.

A. 240.

B. 210.

C. 18.

D. 120.

Lời giải.

Để chọn ba bông hoa có đủ cả ba màu (nghĩa là chọn một bông hoa hồng trắng- một bông hoa hồng đỏ- hoa hồng vàng), ta có:

- Có 5 cách chọn hoa hồng trắng.
- Có 6 cách chọn hoa hồng đỏ.
- Có 7 cách chọn hoa hồng vàng.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 6 \times 7 = 210$ cách.

Câu 16. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm một món ăn trong năm món, một loại quả tráng miệng trong năm loại quả tráng miệng và một nước uống trong ba loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25.

B. 75.

C. 100.

D. 15.

Lời giải.

Để chọn thực đơn, ta có:

- Có 5 cách chọn món ăn.
- Có 5 cách chọn quả tráng miệng.
- Có 3 cách chọn nước uống.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 5 \times 3 = 75$ cách.

Câu 17. Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh trong đó có một nam và một nữ đi dự trại hè của học sinh thành phố. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

A. 910000.

B. 91000.

C. 910.

D. 625.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 280 cách chọn học sinh nam.
- Có 325 cách chọn học sinh nữ.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $280 \times 325 = 91000$ cách.

Câu 18. Một đội học sinh giỏi của trường THPT, gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11, 3 học sinh khối 10. Số cách chọn ba học sinh trong đó mỗi khối có một em?

- A. 12. B. 220. C. 60. D. 3.

Lời giải.

Để chọn một nam và một nữ đi dự trại hè, ta có:

- Có 5 cách chọn học sinh khối 12.
- Có 4 cách chọn học sinh khối 11.
- Có 3 cách chọn học sinh khối 10.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ cách.

Câu 19. Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Tổng số cách chọn một người đàn ông và một người đàn bà trong bữa tiệc phát biểu ý kiến sao cho hai người đó không là vợ chồng?

- A. 100. B. 91. C. 10. D. 90.

Lời giải.

Để chọn một người đàn ông và một người đàn bà không là vợ chồng, ta có

- Có 10 cách chọn người đàn ông.
- Có 9 cách chọn người đàn bà.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $9 \times 10 = 90$ cách.

Câu 20. An muốn qua nhà Bình để cùng Bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

- A. 6. B. 4. C. 10. D. 24.

Lời giải.

- Từ An $\longrightarrow$ Bình có 4 cách.
- Từ Bình $\longrightarrow$ Cường có 6 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 6 = 24$ cách.

Câu 21. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D mà qua B và C chỉ một lần?



- A. 9. B. 10. C. 18. D. 24.

Lời giải.

- Từ A $\longrightarrow$ B có 4 cách.
- Từ B $\longrightarrow$ C có 2 cách.
- Từ C $\longrightarrow$ D có 2 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 2 \times 2 = 16$ cách.

Câu 22. Các thành phố A, B, C, D được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến D rồi quay lại A?



- A. 1296. B. 784. C. 576. D. 324.

Lời giải.

Từ kết quả câu trên, ta có:

- Từ A $\longrightarrow$ D có 24 cách.
- Tương tự, từ D $\longrightarrow$ A có 24 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 24 = 576$ cách.

Câu 23. Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

- A. 80. B. 60. C. 90. D. 70.

Lời giải

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10.8 = 80$ cách.

Câu 24. Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu?

- A. 20. B. 16. C. 9. D. 36.

Lời giải

Lấy 1 bi đỏ có 5 cách.

Lấy 1 bi xanh có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu là $5.4 = 20$ cách.

Câu 25. Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

- A. 75. B. 12. C. 60. D. 3.

Lời giải

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.

Theo quy tắc nhân có $5.4.3 = 60$ cách chọn thực đơn.

Câu 26. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ?

- A. 25. B. 20. C. 50. D. 10.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều lẻ là $\overline{ab}$.

Số cách chọn số a là 5 cách.

Số cách chọn số b là 5 cách.

Vậy có $5.5 = 25$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 27. Số các số tự nhiên chẵn, gồm bốn chữ số khác nhau đôi một và không tận cùng bằng 0 là :

- A. 504. B. 1792. C. 953088. D. 2296.

Lời giải

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$

Có 4 cách chọn d , 8 cách chọn a , 8 cách chọn b và 7 cách chọn c . Vậy có tất cả :
 $4.8.8.7 = 1792$ (số)

Câu 28. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 1000. B. 720. C. 729. D. 648.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$ có ba chữ số đôi một khác nhau.

Chữ số a có 9 cách chọn.

Chữ số b có 9 cách chọn.

Chữ số c có 8 cách chọn.

Do đó có $9.9.8 = 648$ cách lập số.

Câu 29. Có 10 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 10, 7 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 7 và 8 quả cầu vàng được đánh số từ 1 đến 8. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 quả cầu khác màu và khác số.

- A. 392 B. 1023 C. 3014 D. 391

Lời giải

Ta chọn các quả cầu theo trình tự sau

Chọn quả xanh: 7 cách chọn

Chọn quả cầu vàng: có 7 cách chọn
Chọn quả cầu đỏ: có 8 cách chọn
Vậy có tất cả $7 \cdot 7 \cdot 8 = 392$ cách chọn.

- Câu 30.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số được lập từ sáu chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?
A. 120. B. 216. C. 256. D. 20.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có ba chữ số là $\overline{abc}$.

Có 6 cách chọn a .

Có 6 cách chọn b .

Có 6 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ (số tự nhiên).

- Câu 31.** Cho các số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:
A. 12. B. 24. C. 64. D. 256.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số cần tìm là: $\overline{abcd}$, $a \neq 0$, khi đó:

a có 4 cách chọn

b có 3 cách chọn

c có 2 cách chọn

d có 1 cách chọn

Vậy có: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ số.

- Câu 32.** Trong một tuần bạn A dự định mỗi ngày đi thăm một người bạn trong 12 người bạn của mình. Hỏi bạn A có thể lập được bao nhiêu kế hoạch đi thăm bạn của mình (thăm một bạn không quá một lần)?
A. 3991680. B. 12!. C. 35831808. D. 7!.

Lời giải.

Một tuần có bảy ngày và mỗi ngày thăm một bạn.

- Có 12 cách chọn bạn vào ngày thứ nhất.
- Có 11 cách chọn bạn vào ngày thứ hai.
- Có 10 cách chọn bạn vào ngày thứ ba.
- Có 9 cách chọn bạn vào ngày thứ tư.
- Có 8 cách chọn bạn vào ngày thứ năm.
- Có 7 cách chọn bạn vào ngày thứ sáu.
- Có 6 cách chọn bạn vào ngày thứ bảy.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3991680$ cách.

- Câu 33.** Nhận mỗi chiếc ghế trong hội trường gồm hai phần: phần đầu là một chữ cái (trong bảng 24 chữ cái tiếng Việt), phần thứ hai là một số nguyên dương nhỏ hơn 26. Hỏi có nhiều nhất bao nhiêu chiếc ghế được ghi nhãn khác nhau?

- A. 624. B. 48. C. 600. D.
 $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}.$

Lời giải.

Một chiếc nhãn gồm phần đầu và phần thứ hai $\in \{1; 2; \dots; 25\}.$

- Có 24 cách chọn phần đầu.
- Có 25 cách chọn phần thứ hai.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $24 \times 25 = 600$ cách.

- Câu 34.** Biển số xe máy của tỉnh A (nếu không kể mã số tỉnh) có 6 kí tự, trong đó kí tự ở vị trí đầu tiên là một chữ cái (trong bảng 26 cái tiếng Anh), kí tự ở vị trí thứ hai là một chữ số thuộc tập $\{1; 2; \dots; 9\}$, mỗi kí

tự ở bốn vị trí tiếp theo là một chữ số thuộc tập $\{0;1;2;\dots;9\}$. Hỏi nếu chỉ dùng một mã số tỉnh thì tỉnh A có thể làm được nhiều nhất bao nhiêu biển số xe máy khác nhau?

A. 2340000.

B. 234000.

C. 75.

D. 2600000.

Lời giải.

Giả sử biển số xe là $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$.

- Có 26 cách chọn a_1
- Có 9 cách chọn 1, 2, 3, 4, 5, 6
- Có 10 cách chọn a_3
- Có 10 cách chọn a_4
- Có 10 cách chọn a_5
- Có 10 cách chọn a_6

Vậy theo qui tắc nhân ta có $26 \times 9 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 2340000$ biển số xe.

Câu 35. Số 253125000 có bao nhiêu ước số tự nhiên?

A. 160.

B. 240.

C. 180.

D. 120.

Lời giải.

Ta có $253125000 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^8$ nên mỗi ước số tự nhiên của số đã cho đều có dạng $2^m \times 3^n \times 5^p$ trong đó $m, n, p \in \mathbb{N}$ sao cho $0 \leq m \leq 3; 0 \leq n \leq 4; 0 \leq p \leq 8$.

- Có 4 cách chọn m .
- $\overline{abcd}$ Có 5 cách chọn n .
- Có 9 cách chọn p .

Vậy theo qui tắc nhân ta có $4 \times 5 \times 9 = 180$ ước số tự nhiên.

Câu 36. Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên có 4 chữ số (không nhất thiết phải khác nhau)?

A. 324.

B. 256.

C. 248.

D. 124.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{1, 5, 6, 7\}$.

Vì số cần tìm có 4 chữ số không nhất thiết khác nhau nên:

- ☐ a được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- ☐ b được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- ☐ c được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- ☐ d được chọn từ tập A (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ số cần tìm.

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà hai chữ số đều chẵn?

A. 99.

B. 50.

C. 20.

D. 10.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$ và $a \neq 0$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ (có 4 phần tử) nên có 4 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 5 phần tử) nên có 5 cách chọn.

Như vậy, ta có $4 \times 5 = 20$ số cần tìm.

Câu 38. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100?

A. 36.

B. 62.

C. 54.

D. 42.

Lời giải.

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
 - b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.
 Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 39. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?
 A. 154. B. 145. C. 144. D. 155.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 40. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?
 A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Lời giải.

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d \in \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d \in \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 41. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?
 A. 210. B. 105. C. 168. D. 145.

Lời giải

- Gọi số có ba chữ số cần tìm là $n = \overline{abc}$, với $a \neq 0$ và c là số chẵn chọn từ các số đã cho.
- $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn, c chẵn nên có 4 cách chọn và b tùy ý nên có 7 cách chọn.
- Vậy số các số cần tìm là $6 \cdot 4 \cdot 7 = 168$.

Câu 42. Có bao nhiêu số chẵn gồm 6 chữ số khác nhau, trong đó chữ số đầu tiên là chữ số lẻ? Câu trả lời nào đúng?

A. 40000 số. B. 38000 số. C. 44000 số. D. 42000 số.

Lời giải

Gọi số có 6 chữ số đó là $\overline{abcdef}$. Vì a lẻ nên $a \in \{1; 3; 5; 7; 9\}$, vậy a có 5 lựa chọn. Vì f chẵn nên $f \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$, vậy f có 5 lựa chọn. Tiếp theo b có 8 lựa chọn, c có 7 lựa chọn, d có 6 lựa chọn, e có 5 lựa chọn. Vậy có tất cả $5 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 42000$ số thỏa mãn.

Câu 43. Cho các chữ số 1, 2, 3, ..., 9. Từ các số đó có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau và không vượt quá 2011.

A. 168 B. 170 C. 164 D. 172

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$, $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Vì x chẵn nên $d \in \{2, 4, 6, 8\}$. Đồng thời $x \leq 2011 \Rightarrow a = 1$

• $a = 1 \Rightarrow a$ có 1 cách chọn, khi đó d có 4 cách chọn; b, c có 7.6 cách

Suy ra có: $1.4.6.7 = 168$ số

Câu 44. Từ các số 1,2,3,4,5,6,7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số khác nhau và là số lẻ

A. 360

B. 343

C. 480

D. 347

Lời giải

Gọi số cần lập $x = \overline{abcd}$; $a, b, c, d \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ và a, b, c, d đôi một khác nhau.

Vì số x cần lập là số lẻ nên d phải là số lẻ. Ta lập x qua các công đoạn sau.

Bước 1: Có 4 cách chọn d

Bước 2: Có 6 cách chọn a

Bước 3: Có 5 cách chọn b

Bước 4: Có 4 cách chọn c

Vậy có 480 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45. Có bao nhiêu cách xếp 4 người A,B,C,D lên 3 toa tàu, biết mỗi toa có thể chứa 4 người.

A. 81

B. 68

C. 42

D. 98

Lời giải

Để xếp A ta có 3 cách lên một trong ba toa

Với mỗi cách xếp A ta có 3 cách xếp B lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B ta có 3 cách xếp C lên toa tàu

Với mỗi cách xếp A,B,C ta có 3 cách xếp D lên toa tàu

Vậy có $3.3.3.3 = 81$ cách xếp 4 người lên toa tàu.

Câu 46. Có 3 nam và 3 nữ cần xếp ngồi vào một hàng ghế. Hỏi có mấy cách xếp sao cho nam, nữ ngồi xen kẽ?

A. 72

B. 74

C. 76

D. 78

Lời giải

Có 6 cách chọn một người tùy ý ngồi vào chỗ thứ nhất. Tiếp đến, có 3 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 2. Lại có 2 cách chọn một người khác phái ngồi vào chỗ thứ 3, có 2 cách chọn vào chỗ thứ 4, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 5, có 1 cách chọn vào chỗ thứ 6.

Vậy có: $6.3.2.2.1.1 = 72$ cách.

Câu 47. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6.

B. 72.

C. 720.

D. 144.

Lời giải

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.

Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 48. Số điện thoại ở Huyện Củ Chi có 7 chữ số và bắt đầu bởi 3 chữ số đầu tiên là 790. Hỏi ở Huyện Củ Chi có tối đa bao nhiêu máy điện thoại:

A. 1000.

B. 100000.

C. 10000.

D. 1000000.

Lời giải

Gọi số điện thoại cần tìm có dạng $\overline{790abcd}$.

Khi đó: a có 10 cách chọn, b có 10 cách chọn, c có 10 cách chọn, d có 10 cách chọn.

Nên có tất cả $10.10.10.10 = 10^4$ số.

Câu 49. Trong một giải thi đấu bóng đá có 20 đội tham gia với thể thức thi đấu vòng tròn. Cứ hai đội thi gặp nhau đúng một lần. Hỏi có tất cả bao nhiêu trận đấu xảy ra.

A. 190

B. 182

C. 280

D. 194

Lời giải

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 19 đội còn lại nên có 19.20 trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần. Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là:

$$\frac{19.20}{2} = 190 \text{ trận.}$$

Câu 50. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu chữ số tự nhiên bé hơn 100 ?

- A. 36. B. 62. C. 54. D. 42.

Lời giải

Các số bé hơn 100 chính là các số có một chữ số và hai chữ số được hình thành từ tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được 6 số có một chữ số.

Gọi số có hai chữ số có dạng $\overline{ab}$ với $(a, b) \in A$.

Trong đó:

- a được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.
- b được chọn từ tập A (có 6 phần tử) nên có 6 cách chọn.

Như vậy, ta có $6 \times 6 = 36$ số có hai chữ số.

Vậy, từ A có thể lập được $36 + 6 = 42$ số tự nhiên bé hơn 100.

Câu 51. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số lẻ gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 154. B. 145. C. 144. D. 155.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số lẻ $\Rightarrow d \in \{1, 3, 5\} \Rightarrow d$: có 3 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \times 4 \times 4 \times 3 = 144$ số cần tìm.

Câu 52. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số chẵn gồm 4 chữ số khác nhau?

- A. 156. B. 144. C. 96. D. 134.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcd}$ với $(a, b, c, d) \in A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$.

Vì $\overline{abcd}$ là số chẵn $\Rightarrow d \in \{0, 2, 4\}$.

TH1. Nếu $d = 0$, số cần tìm là $\overline{abc0}$. Khi đó:

- a được chọn từ tập $A \setminus \{0\}$ nên có 5 cách chọn.
- b được chọn từ tập $A \setminus \{0, a\}$ nên có 4 cách chọn.
- c được chọn từ tập $A \setminus \{0, a, b\}$ nên có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $5 \times 4 \times 3 = 60$ số có dạng $\overline{abc0}$.

TH2. Nếu $d \in \{2, 4\} \Rightarrow d$: có 2 cách chọn.

Khi đó a : có 4 cách chọn (khác 0 và d), b : có 4 cách chọn và c : có 3 cách chọn.

Như vậy, ta có $2 \times 4 \times 4 \times 3 = 96$ số cần tìm như trên.

Vậy có tất cả $60 + 96 = 156$ số cần tìm.

Câu 53. Cho tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2 ?

- A. 8232. B. 1230. C. 1260. D. 2880.

Lời giải

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5}$; $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in A$; $a_1 \neq 0$; $a_5 \in \{0; 2; 4; 6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.
- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4 , mỗi chữ số có 7 lựa chọn.

- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6 \cdot 7^3 \cdot 4 = 8232$ (số).

Câu 54. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

- A. 4320. B. 90. C. 43200. D. 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có : $6! \cdot A_3^3 = 43200$ cách.

Câu 55. Một liên đoàn bóng đá có 10 đội, mỗi đội phải đá 4 trận với mỗi đội khác, 2 trận ở sân nhà và 2 trận ở sân khách. Số trận đấu được sắp xếp là:

- A. 180 B. 160. C. 90. D. 45.

Lời giải

Mỗi đội sẽ gặp 9 đội khác trong hai lượt trận sân nhà và sân khách. Có $10 \cdot 9 = 90$ trận.

Mỗi đội đá 2 trận sân nhà, 2 trận sân khách. Nên số trận đấu là $2 \cdot 90 = 180$ trận.

Câu 56. Từ tập có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao chữ số đầu chẵn chữ số đứng cuối lẻ.

- A. 11523 B. 11520 C. 11346 D. 22311

Lời giải

Vì chữ số đứng đầu chẵn nên a_1 có 4 cách chọn, chữ số đứng cuối lẻ nên a_8 có 4 cách chọn. Các số còn lại có $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ cách chọn

Vậy có $4^2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 11520$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 57. Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3.

- A. 12. B. 16. C. 17. D. 20.

Lời giải

Số các số tự nhiên lớn nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 96.

Số các số tự nhiên nhỏ nhất, nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là 0.

Số các số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 2 và 3 là $\frac{96-0}{6} + 1 = 17$ nên chọn C.

Câu 58. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số gồm 8 chữ số đôi một khác nhau sao các số này lẻ không chia hết cho 5.

- A. 15120 B. 23523 C. 16862 D. 23145

Lời giải

Vì x lẻ và không chia hết cho 5 nên $d \in \{1, 3, 7\} \Rightarrow d$ có 3 cách chọn

Số các chọn các chữ số còn lại là: $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Vậy 15120 số thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 59. Cho tập $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số và chia hết cho 5.

- A. 660 B. 432 C. 679 D. 523

Lời giải

Gọi $x = \overline{abcde}$ là số cần lập, $e \in \{0, 5\}, a \neq 0$

• $e = 0 \Rightarrow e$ có 1 cách chọn, cách chọn a, b, c, d : $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$

Trường hợp này có 360 số

$e = 5 \Rightarrow e$ có một cách chọn, số cách chọn a, b, c, d : $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 300$

Trường hợp này có 300 số

Vậy có 660 số thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 60.** Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số chia hết cho 10 là:
A. 3260. **B.** 3168. **C.** 9000. **D.** 12070.

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcde}$ ($a \neq 0$).

Chọn e : có 1 cách ($e = 0$)

Chọn a : có 9 cách ($a \neq 0$)

Chọn $\overline{bcd}$: có 10^3 cách

Theo quy tắc nhân, có $1.9.10^3 = 9000$ (số).

- Câu 61.** Cho tập hợp số: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hỏi có thể thành lập bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau và chia hết cho 3.

- A.** 114 **B.** 144 **C.** 146 **D.** 148

Lời giải

Ta có một số chia hết cho 3 khi và chỉ khi tổng các chữ số chia hết cho 3. Trong tập A có các tập con các chữ số chia hết cho 3 là $\{0, 1, 2, 3\}$, $\{0, 1, 2, 6\}$, $\{0, 2, 3, 4\}$, $\{0, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 6\}$, $\{1, 3, 5, 6\}$.

Vậy số các số cần lập là: $4(4! - 3!) + 3.4! = 144$ số.

- Câu 62.** Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó 3 quả cầu vừa khác màu vừa khác số.

- A.** 72. **B.** 150. **C.** 60. **D.** 80.

Lời giải

Kí hiệu các quả cầu như hình vẽ.

Xanh						Đỏ					Vàng				
X1	X2	X3	X4	X5	X6	Đ1	Đ2	Đ3	Đ4	Đ5	V1	V2	V3	V4	V5

TH1: Có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả X6 có 1 cách.

Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 5 cách.

Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 4 cách. (vì khác số với quả đỏ).

Vậy có $1.5.4 = 20$ (cách).

TH2: Không có quả xanh X6.

Bước 1: Lấy quả xanh có 5 cách.

Bước 2: Lấy 1 quả đỏ có 4 cách. (vì khác số với quả xanh).

Bước 3: Lấy 1 quả vàng có 3 cách. (vì khác số với quả xanh, đỏ).

Vậy có $5.4.3 = 60$ (cách).

Vậy có 80 (cách).

- Câu 63.** Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm có 6 ghế. Người ta muốn xếp chỗ ngồi cho 6 học sinh trường A và 6 học sinh trường B vào bàn nói trên. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi sao cho bất kì 2 học sinh nào ngồi cạnh nhau hoặc đối diện nhau thì khác trường nhau.

- A.** 1036800 **B.** 234780 **C.** 146800 **D.** 2223500

Lời giải

Ta đánh số liên tiếp 12 chỗ ngồi bằng các số từ 1 đến 6 thuộc một dãy và từ 7 đến 12 thuộc một dãy

1 2 3 4 5 6

12 11 10 9 8 7

Vị trí	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số cách xếp	12	6	5	5	4	4	3	3	2	2	1	1

Vậy có $12.6.5^2.4^2.3^2.2^2.1 = 1036800$ cách xếp.

Câu 64. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ:

A. 6.

B. 72.

C. 720.

D. 144.

Lời giải

Chọn B

Chọn vị trí 3 nam và 3 nữ: 2.1 cách chọn.

Xếp 3 nam có: 3.2.1 cách xếp.

Xếp 3 nữ có: 3.2.1 cách xếp.

Vậy có $2.1.(3.2.1)^2 = 72$ cách xếp.

Câu 65. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số.

B. 108 số.

C. 228 số.

D. 144 số.

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Do số cần lập là số lẻ và phải có mặt chữ số 3 nên ta có các trường hợp.

TH1: $a = 3$ khi đó số có dạng $\overline{3bcd}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 4 cách chọn a .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $1.4.3.2 = 24$ (số).

TH2: $b = 3$ khi đó số có dạng $\overline{a3cd}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 3 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$ (số).

TH3: $c = 3$ khi đó số có dạng $\overline{ab3d}$.

Có 2 cách chọn d .

Có 3 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 3 cách chọn b .

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$ (số).

TH4: $d = 3$ khi đó số có dạng $\overline{abc3}$.

Có 4 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 4 cách chọn b .

Có 3 cách chọn c .

Theo quy tắc nhân có $4.4.3.1 = 48$ (số).

Theo quy tắc cộng có $24 + 18 + 18 + 48 = 108$ (số).

Câu 66. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384

B. 120

C. 216

D. 600

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2.5! - 4!) = 384$.

Câu 67. Một phiếu điều tra về đề tự học của học sinh gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có bốn lựa chọn để trả lời. Khi tiến hành điều tra, phiếu thu lại được coi là hợp lệ nếu người được hỏi trả lời đủ 10 câu hỏi, mỗi câu chỉ chọn một phương án. Hỏi cần tối thiểu bao nhiêu phiếu hợp lệ để trong số đó luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống hệt nhau cả 10 câu hỏi?

A. 2097152.

B. 10001.

C. 1048577.

D. 1048576.

Lời giải

Mỗi câu hỏi có 4 lựa chọn.

$\Rightarrow 10$ câu hỏi có $4^{10} = 1048576$ phương án trả lời khác nhau.

Vậy nếu có nhiều hơn 1048576 phiếu hợp lệ thì luôn có ít nhất hai phiếu trả lời giống nhau nên số phiếu hợp lệ tối thiểu cần phát là 1048577 phiếu.

Câu 68. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 9333420.

B. 46666200.

C. 9333240.

D. 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 5, 6, 7, 8, 9 là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số 5, 6, 7, 8, 9 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4) = 9333240$.

Câu 69. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6 \in \{1, 3, 5\}$ và $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$

○ Với $a_6 = 1$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4, 5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3, 6\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 3$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 5\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3! \cdot 2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6 \cdot 12 = 72$ số cần tìm.

Câu 70. Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360.

B. 480.

C. 600.

D. 630.

Lời giải

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

- ☐ Số cách tô cạnh AB : 6 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh BC : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
- ☐ Số cách tô cạnh CD : 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và BC).
- ☐ Số cách tô cạnh AD : 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và CD).

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

- ☐ Số cách tô cạnh AB : 6 cách.
- ☐ Số cách tô cạnh BC : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
- ☐ Số cách tô cạnh CD : 1 cách (tô cùng màu với cạnh AB).
- ☐ Số cách tô cạnh AD : 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Theo quy tắc nhân ta có: $6 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

Câu 71. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321

B. 21312

C. 12312

D. 21321

Lời giải

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng (hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm) là như nhau và bằng $60 : 5 = 12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$$S = 12.(1+2+3+4+6)(100+10+1) = 21312.$$

Câu 72. Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32

B. 16

C. 80

D. 64

Lời giải

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_{10}}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ $a_1, a_3, \dots, a_9$ hoặc vị trí chẵn $a_2, a_4, \dots, a_{10}$ có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2.2^5 = 64$ cách.

Câu 73. Hỏi có tất cả bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 9 mà mỗi số 2011 chữ số và trong đó có ít nhất hai chữ số 9.

A. $\frac{9^{2011} - 2019.9^{2010} + 8}{9}$ **B.** $\frac{9^{2011} - 2.9^{2010} + 8}{9}$ **C.** $\frac{9^{2011} - 9^{2010} + 8}{9}$ **D.** $\frac{9^{2011} - 19.9^{2010} + 8}{9}$

Lời giải

Đặt X là các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán.

$A = \{ \text{các số tự nhiên không vượt quá 2011 chữ số và chia hết cho 9} \}$

Với mỗi số thuộc A có m chữ số ($m \leq 2008$) thì ta có thể bổ sung thêm $2011 - m$ số 0 vào phía trước thì số có được không đổi khi chia cho 9. Do đó ta xét các số thuộc A có dạng

$$\overline{a_1 a_2 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$$

$$A_0 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ không có chữ số } 9\}$$

$$A_1 = \{a \in A \mid \text{mà trong } a \text{ có đúng 1 chữ số } 9\}$$

• Ta thấy tập A có $1 + \frac{9^{2011} - 1}{9}$ phần tử

• Tính số phần tử của A_0

Với $x \in A_0 \Rightarrow x = \overline{a_1 \dots a_{2011}}; a_i \in \{0, 1, 2, \dots, 8\} \ i = \overline{1, 2010}$ và $a_{2011} = 9 - r$ với $r \in [1; 9], r \equiv \sum_{i=1}^{2010} a_i$. Từ

đó ta suy ra A_0 có 9^{2010} phần tử

• Tính số phần tử của A_1

Để lập số của thuộc tập A_1 ta thực hiện liên tiếp hai bước sau

Bước 1: Lập một dãy gồm 2010 chữ số thuộc tập $\{0, 1, 2, \dots, 8\}$ và tổng các chữ số chia hết cho 9.

Số các dãy là 9^{2009}

Bước 2: Với mỗi dãy vừa lập trên, ta bổ sung số 9 vào một vị trí bất kì ở dãy trên, ta có 2010 các bổ sung số 9

Do đó A_1 có 2010.9^{2009} phần tử.

Vậy số các số cần lập là:

$$1 + \frac{9^{2011} - 1}{9} - 9^{2010} - 2010 \cdot 9^{2009} = \frac{9^{2011} - 2019 \cdot 9^{2010} + 8}{9}.$$

Câu 74. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số có 6 chữ số đồng thời thỏa điều kiện: sáu số của mỗi số là khác nhau và trong mỗi số đó tổng của 3 chữ số đầu nhỏ hơn tổng của 3 số sau một đơn vị.

A. 104

B. 106

C. 108

D. 112

Lời giải

Cách 1: Gọi $x = \overline{a_1 a_2 \dots a_6}$, $a_i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ là số cần lập

Theo bài ra ta có: $a_1 + a_2 + a_3 + 1 = a_4 + a_5 + a_6$ (1)

Mà $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ và đôi một khác nhau nên

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \quad (2)$$

Từ (1), (2) suy ra: $a_1 + a_2 + a_3 = 10$

Phương trình này có các bộ nghiệm là: $(a_1, a_2, a_3) = (1, 3, 6); (1, 4, 5); (2, 3, 5)$

Với mỗi bộ ta có $3! \cdot 3! = 36$ số.

Vậy có $3 \cdot 36 = 108$ số cần lập.

Cách 2: Gọi $x = \overline{abcdef}$ là số cần lập

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a + b + c + d + e + f = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21 \\ a + b + c = d + e + f + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 11. \text{ Do } a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Suy ra ta có các cặp sau: $(a, b, c) = (1, 4, 6); (2, 3, 6); (2, 4, 5)$

Với mỗi bộ như vậy ta có $3!$ cách chọn a, b, c và $3!$ cách chọn d, e, f

Do đó có: $3 \cdot 3! \cdot 3! = 108$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Bài 2. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Hoán vị

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$).

Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

Ví dụ 1. Hãy liệt kê tất cả các số gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3.

Giải

Các số gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3 là:

123, 132, 213, 231, 312, 321

2. Số các hoán vị

Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có: $P_n = n(n-1) \dots 2 \cdot 1$.

Quy ước: Tích $1 \cdot 2 \dots n$ được viết là $n!$ (đọc là n giai thừa), tức là $n! = 1 \cdot 2 \dots n$. Như vậy $P_n = n!$.

Ví dụ 2. Tính số cách xếp thứ tự đá luân lưu 11m của 5 cầu thủ.

Giải.

Mỗi cách xếp thứ tự đá luân lưu 11m của 5 cầu thủ là một hoán vị của 5 cầu thủ. Vậy số cách sắp xếp là:

$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

II. Chỉnh hợp

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

Ví dụ 3. Hãy liệt kê tất cả các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 1, 2,

Giải

Các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là:

12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 41, 42, 43, 45, 51, 52, 53, 54.

2. Số các chỉnh hợp

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$).

Ta có: $A_n^k = n(n-1) \dots (n-k+1)$.

Ví dụ 4. Ở các căn hộ chung cư, người ta thường dùng các chữ số để tạo mật mã mở cửa. Gia đình bạn Linh đặt mật mã nhà là một dãy số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi gia đình bạn Linh có bao nhiêu cách để tạo mật mã?

Giải

Mỗi mật mã của gia đình bạn Linh là một chỉnh hợp chập 6 của 10 chữ số.

Vậy có $A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$ (cách để tạo mật mã).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. HOÁN VỊ

Câu 1. Rút gọn:

$$A = \frac{12!5!}{10!6!} \quad B = \frac{(n-1)!(n+1)!}{n!(n-2)!} \quad C = \frac{P_n - P_{n-1}}{(n-2)!}$$

Câu 2. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ vào 1 hàng dọc theo 1 thứ tự bất kỳ?

Câu 3. Có 3 cuốn sách lý, 4 cuốn sách sinh, 5 cuốn sách địa lý. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách nếu:

- Sắp xếp tùy ý?
- Các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Câu 4. (học sinh giải theo 2 cách: quy tắc đếm và hoán vị) Cho các số tự nhiên: 0, 1, 2, 3, 4.

- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chữ số 3 đứng ở chính giữa?

Câu 5. Bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn A, B, C, D, E, F, G vào 1 hàng sao cho

- A đứng chính giữa?
- A, B ngồi đứng 2 đầu dãy?

Câu 6. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau?

Câu 7. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho 2 chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau

DẠNG 2. CHỈNH HỢP

Câu 8. Rút gọn

$$M = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4} \quad N = \frac{A_5^2 \cdot A_6^3}{P_6} - \frac{A_5^3}{P_6} \quad E = \frac{P_n}{(n-3)!A_n^2} - \frac{P_{n+1}}{(n+2)!}$$

Câu 9. Có thể lập được bao nhiêu vectơ từ các đỉnh của hình ngũ giác đều?

Câu 10. Một nhà hàng có 10 món đặc sản. Mỗi ngày nhà hàng đó chọn ra 2 món ăn khác nhau, trưa 1 món, tối 1 món. Hỏi nhà hàng đó có bao nhiêu cách chọn?

Câu 11. (Học sinh giải theo 2 cách: quy tắc đếm và chỉnh hợp) Cho các số tự nhiên 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

- Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?
- Bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau?

Câu 12. Một đội bóng có 22 cầu thủ, cần chọn ra 11 cầu thủ thi đấu chính thức. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

- Ai cũng có thể chơi ở bất kì vị trí nào?
- Chỉ có cầu thủ A làm thủ môn còn các cầu thủ khác chơi ở vị trí nào cũng được?

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. HOÁN VỊ

Câu 1. Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?

- A. 256. B. 720. C. 120. D. 24.

Câu 2. Cho các số 1, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho.

- A. 64. B. 24. C. 256. D. 12.

Câu 3. Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

- A. 32. B. 24. C. 256. D. 18.

Câu 4. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau:

A. 120. B. 720. C. 16. D. 24.

Câu 5. Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?
A. 60. B. 120. C. 24. D. 48.

Câu 6. Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là
A. $10!$. B. 10^2 . C. 2^{10} . D. 10^{10} .

Câu 7. Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là
A. 720. B. 966. C. 696. D. 669.

Câu 8. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.
A. 384. B. 120. C. 216. D. 600.

Câu 9. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?
A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.

Câu 10. Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài là
A. 120. B. 24. C. 5. D. 1.

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 bạn học sinh thành một hàng ngang?
A. P_{10} . B. C_{10}^1 . C. A_{10}^1 . D. C_{10}^{10} .

Câu 12. Ban chấp hành chi đoàn lớp 11D có bạn An, Bình, Công. Hỏi có bao nhiêu cách phân công các bạn này vào các chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm?
A. 2. B. 3. C. 6. D. 9.

Câu 13. Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?
A. $5!$ B. 6^5 C. $6!$ D. 6^6

Câu 14. Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?
A. 120. B. 625. C. 3125 D. 80.

Câu 15. Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?
A. 625. B. 3125. C. 120. D. 80.

Câu 16. Có một con mèo vàng, 1 con mèo đen, 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím. Xếp 6 con mèo thành hàng ngang vào 6 cái ghế, mỗi ghế một con. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ sao cho mèo vàng và mèo đen ở cạnh nhau.
A. 720. B. 120. C. 144. D. 240.

Câu 17. Tính số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau.
A. $10!$. B. $7 \times 4!$. C. $6 \times 4!$. D. $6 \times 5!$.

Câu 18. Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?
A. 30240 cách. B. 720 cách. C. 362880 cách. D. 1440 cách.

Câu 19. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.
A. 160. B. 156. C. 752. D. 240.

Câu 20. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế (số ở ghế). Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

- A. $4! \cdot 4! \cdot 2^4$. B. $4! \cdot 4!$. C. $4! \cdot 2$. D. $4! \cdot 4! \cdot 2$.

Câu 21. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

- A. 24. B. 72. C. 12. D. 48.

Câu 22. Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

- A. 5760. B. 2880. C. 120. D. 362880.

Câu 23. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

- A. 345600. B. 518400. C. 725760. D. 103680.

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

- A. $5! \cdot 8!$. B. $5! \cdot 7!$. C. $2 \cdot 5! \cdot 7!$. D. $12!$.

Câu 25. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

- A. 6. B. 144. C. 720. D. 72.

Câu 26. Xếp 6 chữ số 1, 1, 2, 2, 3, 4 thành hàng ngang sao cho hai chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách

- A. 120 cách. B. 96 cách. C. 180 cách. D. 84 cách.

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ?

- A. 320. B. 144. C. 180. D. 60.

Câu 28. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

- A. 32. B. 72. C. 36. D. 24.

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

- A. 9333420. B. 46666200. C. 9333240. D. 46666240.

DẠNG 2. CHÍNH HỢP

Câu 30. Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

- A. $4!$. B. A_9^4 . C. 4^9 . D. C_9^4 .

Câu 31. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. C_7^2 . B. 7^2 . C. A_7^2 . D. 2^7 .

Câu 32. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

- A. 2^8 . B. C_8^2 . C. A_8^2 . D. 8^2 .

Câu 33. Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

- A. A_5^4 . B. P_5 . C. C_5^4 . D. P_4 .

- Câu 34.** Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?
 A. 24. B. 720. C. 840. D. 35.
- Câu 35.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?
 A. $5!$. B. 9^5 . C. C_9^5 . D. A_9^5 .
- Câu 36.** Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?
 A. 360. B. 120. C. 15. D. 20.
- Câu 37.** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0?
 A. 90. B. 9^2 . C. C_9^2 . D. A_9^2 .
- Câu 38.** Từ tập $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?
 A. 60. B. 125. C. 10. D. 6.
- Câu 39.** Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?
 A. 720. B. 360. C. 120. D. 24.
- Câu 40.** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là
 A. A_{10}^2 . B. C_2^{10} . C. C_{10}^2 . D. A_2^{10} .
- Câu 41.** Tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.
 A. 21. B. 2520. C. 5040. D. 120.
- Câu 42.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?
 A. 216. B. 120. C. 504. D. 6.
- Câu 43.** Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.
 A. 35. B. 24. C. 720. D. 840.
- Câu 44.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau
 A. C_9^3 . B. A_9^3 . C. $9!$. D. $A_9^3 - A_8^2$.
- Câu 45.** Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.
 A. A_{10}^2 . B. C_{10}^2 . C. A_{10}^8 . D. 10^2 .
- Câu 46.** Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?
 A. 55440. B. 120. C. 462. D. 39916800.
- Câu 47.** Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lý gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:
 A. 13800. B. 5600. C. Một kết quả khác. D. 6900.
- Câu 48.** Trong một lớp có 30 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?
 A. 30^2 B. A_{30}^{28} C. A_{30}^2 D. C_{30}^2

- Câu 49.** Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký là
- A. 5600. B. 13800. C. 6900. D. Kết quả khác.
- Câu 50.** Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là
- A. 10^3 . B. 3×10 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^3 .
- Câu 51.** Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là
- A. 6^{10} . B. $6!$. C. A_{10}^6 . D. C_{10}^6 .
- Câu 52.** Lớp 11A có 38 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 3 bạn học sinh để sắp xếp làm Lớp trưởng, Lớp phó và Thư kí. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra như vậy?
- A. 50616. B. 8436. C. 114. D. 41.
- Câu 53.** Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.
- A. A_{11}^5 . B. C_{11}^5 . C. $A_{11}^2 \cdot 5!$. D. C_{10}^5 .
- Câu 54.** Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$
- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.
- Câu 55.** Cho lục giác $ABCDEF$. Có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác trên.
- A. 6^2 . B. 2^6 . C. C_6^2 . D. A_6^2 .
- Câu 56.** Số các số gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 là
- A. 5436. B. 3024. C. 3260. D. 12070.
- Câu 57.** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?
- A. C_9^3 . B. A_9^3 . C. $9!$. D. $A_9^3 - A_8^2$.
- Câu 58.** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?
- A. 15. B. 4096. C. 360. D. 720.
- Câu 59.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?
- A. 120. B. 72. C. 69. D. 54.
- Câu 60.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau.
- A. 500. B. 405. C. 360. D. 328.
- Câu 61.** Từ các số 0;1;2;3;5 có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?
- A. 120. B. 54. C. 72. D. 69.
- Câu 62.** Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4;5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và lớn hơn 350?
- A. 32. B. 40. C. 43. D. 56.
- Câu 63.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?
- A. 7056. B. 120. C. 5040. D. 15120.

- Câu 64.** Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?
 A. 2520. B. 50000. C. 4500. D. 2296.
- Câu 65.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?
 A. 72. B. 120. C. 54. D. 69.
- Câu 66.** Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?
 A. 504. B. 480. C. 720. D. 120.
- Câu 67.** Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số và các chữ số phải khác nhau.
 A. 160. B. 156. C. 752. D. 240.
- Câu 68.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.
 A. 648 B. 1000 C. 729 D. 720
- Câu 69.** Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.
 A. 2802. B. 2280. C. 65. D. 2520.
- Câu 70.** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?
 A. 500. B. 328. C. 360. D. 405.
- Câu 71.** Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.
 A. 12321. B. 21312. C. 12312. D. 21321.
- Câu 72.** Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.
 A. 3204 số. B. 249 số. C. 2942 số. D. 7440 số.
- Câu 73.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau nằm trong khoảng (300; 500)
 A. 24. B. 25. C. 23. D. 22.
- Câu 74.** Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau.
 A. 360. B. 144. C. 252. D. 108.

Bài 2. HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP

• |FanPage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

I. Hoán vị

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử ($n \in \mathbb{N}^*$).

Mỗi kết quả của sự sắp xếp thứ tự n phần tử của tập hợp A được gọi là một hoán vị của n phần tử đó.

Ví dụ 1. Hãy liệt kê tất cả các số gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3.

Giải

Các số gồm ba chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3 là:

123, 132, 213, 231, 312, 321

2. Số các hoán vị

Kí hiệu P_n là số các hoán vị của n phần tử. Ta có: $P_n = n(n-1) \dots 2 \cdot 1$.

Quy ước: Tích $1 \cdot 2 \dots n$ được viết là $n!$ (đọc là n giai thừa), tức là $n! = 1 \cdot 2 \dots n$. Như vậy $P_n = n!$.

Ví dụ 2. Tính số cách xếp thứ tự đá luân lưu 11m của 5 cầu thủ.

Giải.

Mỗi cách xếp thứ tự đá luân lưu 11m của 5 cầu thủ là một hoán vị của 5 cầu thủ. Vậy số cách sắp xếp là:

$P_5 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

II. Chỉnh hợp

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Kết quả của việc lấy k phần tử từ n phần tử của tập hợp A và sắp xếp chúng theo một thứ tự nào đó được gọi là một chỉnh hợp chập k của n phần tử đã cho.

Ví dụ 3. Hãy liệt kê tất cả các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 1, 2,

Giải

Các số gồm hai chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là:

12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25, 31, 32, 34, 35, 41, 42, 43, 45, 51, 52, 53, 54.

2. Số các chỉnh hợp

Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử ($1 \leq k \leq n$).

Ta có: $A_n^k = n(n-1) \dots (n-k+1)$.

Ví dụ 4. Ở các căn hộ chung cư, người ta thường dùng các chữ số để tạo mật mã mở cửa. Gia đình bạn Linh đặt mật mã nhà là một dãy số gồm 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi gia đình bạn Linh có bao nhiêu cách để tạo mật mã?

Giải

Mỗi mật mã của gia đình bạn Linh là một chỉnh hợp chập 6 của 10 chữ số.

Vậy có $A_{10}^6 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 151200$ (cách để tạo mật mã).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. HOÁN VỊ

Câu 1. Rút gọn:

$$A = \frac{12!5!}{10!6!} \quad B = \frac{(n-1)! \cdot (n+1)!}{n!(n-2)!} \quad C = \frac{P_n - P_{n-1}}{(n-2)!}$$

Lời giải

$$A = \frac{12!5!}{10!6!} = \frac{11 \cdot 12}{6} = 22$$

$$B = \frac{(n-1)! \cdot (n+1)!}{n!(n-2)!} = (n-1)(n+1) = n^2 - 1$$

$$C = \frac{P_n - P_{n-1}}{(n-2)!} = \frac{(n-1)!(n-1)}{(n-2)!} = (n-1)^2$$

Câu 2. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ vào 1 hàng dọc theo 1 thứ tự bất kỳ?

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 bạn nam và 5 bạn nữ vào 1 hàng dọc theo 1 thứ tự bất kỳ có 10! **Cách.**

Câu 3. Có 3 cuốn sách lý, 4 cuốn sách sinh, 5 cuốn sách địa lý. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách nếu:

- Sắp xếp tùy ý?
- Các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau?

Lời giải

- Có tất cả 12 cuốn sách nên có 12! cách sắp xếp các cuốn sách trên vào giá sách.
- Ta phân giá sách làm 3 khu để 3 loại sách toán; lý; hóa có tất cả 3! cách phân như vậy.
Có 3! cách sắp xếp 3 cuốn sách lý vào khu đã được phân.
Có 4! cách sắp xếp 4 cuốn sách sinh vào khu đã được phân.
Có 5! cách sắp xếp 5 cuốn sách địa vào khu đã được phân.
Vậy có tất cả $3!3!4!5! = 103680$ cách sắp xếp các cuốn sách cùng môn học đứng cạnh nhau trên giá.

Câu 4. (học sinh giải theo 2 cách: quy tắc đếm và hoán vị) Cho các số tự nhiên: 0, 1, 2, 3, 4.

- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau?
- Hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chữ số 3 đứng ở chính giữa?

Lời giải

Cách 1

- Số tự nhiên cần lập có dạng abcde ($a \neq 0$)

Trong đó chữ số a có 4 cách chọn.

Chữ số b có 4 cách chọn.

Chữ số c có 3 cách chọn.

Chữ số d có 2 cách chọn.

Chữ số e có 1 cách chọn.

Nên có tất cả $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 96$ số thỏa mãn yêu cầu đề bài.

- Số tự nhiên cần lập có dạng $ab3de$ ($a \neq 0$).

Chữ số a có 3 cách chọn.

Chữ số b có 3 cách chọn.

Chữ số d có 2 cách chọn.

Chữ số e có 1 cách chọn.

Vậy thành lập được tất cả $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ số có 5 chữ số khác nhau mà số 3 đứng chính giữa từ các số trên.

Cách 2.

- Mỗi số có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là một hoán vị của $\{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Các số có dạng $0abcd$ mà $a; b; c; d$ khác nhau là một hoán vị của các số $\{1; 2; 3; 4\}$.

Nên có tất cả $5! - 4! = 96$ số có 5 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên.

- Tương tự phần a; các số có dạng $ab3de$ bằng với số hoán vị của 4 số $\{0; 1; 2; 4\}$.

Các số có dạng $0a3cd$ bằng số hoán vị của 3 số $\{1;2;4\}$.

Nên có tất cả $4! - 3! = 18$ số có 5 chữ số khác nhau có số 3 đứng giữa được thành lập từ các số trên.

Câu 5. Bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn A, B, C, D, E, F, G vào 1 hàng sao cho

- a. A đứng chính giữa?
- b. A, B ngồi đứng 2 đầu dãy?

Lời giải

Vì bạn A đứng chính giữa và 6 bạn còn lại sắp xếp tùy ý nên có $6!$ cách sắp xếp một hàng.

Vì bạn A; B đứng 2 đầu dãy nên A; B có 2 cách chọn vị trí đứng. 5 bạn còn lại có $5!$ cách sắp xếp.

Vậy có tất cả $2 \cdot 5!$ cách sắp xếp 7 bạn thành 1 hàng sao cho A, B đứng 2 đầu dãy.

Câu 6. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau?

Lời giải

Ta đánh số vị trí của hàng bằng các số 1 đến 20. Vì các viên bi cùng màu không đứng gần nhau nên các viên bi cùng màu được đánh số cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Cách sắp xếp 10 viên bi đỏ vào 10 vị trí cùng chẵn hoặc cùng lẻ có $10!$ cách.

Cách sắp xếp 10 viên bi đỏ vào 10 vị trí cùng chẵn hoặc cùng lẻ có $10!$ cách.

Vậy có tất cả $2 \cdot 10! \cdot 10!$ cách sắp xếp 10 viên bi đỏ và 10 viên bi xanh vào 1 hàng sao cho không có 2 viên bi nào cùng màu đứng gần nhau.

Câu 7. Tính số các số tự nhiên đôi một khác nhau có 6 chữ số tạo thành từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 sao cho 2 chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau

Lời giải

Xét số có 5 chữ số gồm 0, 1, 2, 5 và chữ số “kép” là (3,4).

+ Loại 1: chữ số hàng trăm ngàn có thể là 0.

- Bước 1: sắp 5 chữ số vào 5 vị trí có $5! = 120$ cách.

- Bước 2: với mỗi cách sắp chữ số kép có 2 hoán vị chữ số 3 và 4.

Suy ra có $120 \cdot 2 = 240$ số.

+ Loại 2: chữ số hàng trăm ngàn là 0.

- Bước 1: sắp 4 chữ số vào 4 vị trí còn lại có $4! = 24$ cách.

- Bước 2: với mỗi cách sắp chữ số kép có 2 hoán vị chữ số 3 và 4.

Suy ra có $24 \cdot 2 = 48$ số. Vậy có $240 + 48 = 288$ số.

DẠNG 2. CHÍNH HỢP

Câu 8. Rút gọn

$$M = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4} \quad N = \frac{A_5^2 \cdot A_6^3}{P_6} - \frac{A_5^3}{P_6} \quad E = \frac{P_n}{(n-3)! A_n^2} - \frac{P_{n+1}}{(n+2)!}$$

Lời giải

$$M = \frac{A_n^6 + A_n^5}{A_n^4} = \frac{\frac{n!}{(n-6)!} + \frac{n!}{(n-5)!}}{\frac{n!}{(n-4)!}} = \frac{\frac{n!}{(n-5)!} \cdot (n-5+1)}{\frac{n!}{(n-4)!}} = \frac{(n-4)}{1} = (n-4)^2$$

$$N = \frac{A_5^2 \cdot A_6^3}{P_6} - \frac{A_5^3}{P_6} = \frac{\frac{5!}{3!} \cdot \frac{6!}{3!}}{6!} - \frac{\frac{5!}{2!}}{6!} = \frac{\frac{5!}{2!} \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{6!}{3!} - 1 \right)}{6!} = \frac{5!}{2!6!} \left(\frac{6!}{3 \cdot 3!} - 1 \right) = \frac{13}{4}$$

$$E = \frac{P_n}{(n-3)! A_n^2} - \frac{P_{n+1}}{(n+2)!} = \frac{n!}{(n-3)! \frac{n!}{(n-2)!}} - \frac{(n+1)!}{(n+2)!} = n-2 - \frac{1}{n+2}$$

Câu 9. Có thể lập được bao nhiêu vectơ từ các đỉnh của hình ngũ giác đều?

Lời giải

Hình ngũ giác đều có tất cả 5 đỉnh. Cứ 2 đỉnh bất kì cho ta 2 vectơ. Nên số vectơ tạo từ các đỉnh của hình ngũ giác là $A_5^2 = 20$ vectơ.

Câu 10. Một nhà hàng có 10 món đặc sản. Mỗi ngày nhà hàng đó chọn ra 2 món ăn khác nhau, trưa 1 món, tối 1 món. Hỏi nhà hàng đó có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Số cách chọn 2 món khác nhau từ 10 món là: $A_{10}^2 = 90$ cách chọn.

Câu 11. (Học sinh giải theo 2 cách: quy tắc đếm và chỉnh hợp) Cho các số tự nhiên 0,1,2,3,4,5,6,7.

- Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau?
- Bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau?

Lời giải

Cách 1:

- Gọi số cần lập là $\overline{abcd}$.

Vì $a \neq 0$ nên có 7 cách chọn, b có 7 cách chọn, c có 6 cách chọn, d có 5 cách chọn.

Vậy số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là $7 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1470$ số.

- Gọi số cần lập là $\overline{abc}$

Vì số cần lập là số chẵn nên $c=0;2;4;6$.

- ☐ Nếu $c=0$ thì a có 7 cách chọn, b có 6 cách chọn.

Vậy có tất cả $7 \cdot 6 = 42$ số có dạng $\overline{ab0}$ được thành lập từ các số trên.

- ☐ Nếu $c=2;4;6$ thì a có 6 cách chọn; b có 6 cách chọn.

Vậy có tất cả $3 \cdot 6 \cdot 6 = 108$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là $108 + 42 = 150$ số.

Cách 2:

- Số có 4 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^4 = 1680$ số.

Số có dạng $\overline{0abc}(a,b,c)$ khác nhau được thành lập từ các chữ số trên là: $A_7^3 = 210$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $A_8^4 - A_7^3 = 1470$ số.

- Số số có 3 chữ số được thành lập từ các chữ số trên là: $A_8^3 - A_7^2 = 294$ số.

Gọi số cần lập $\overline{abc}$ là số lẻ. Khi đó c có cách chọn, a có 6 cách chọn, b có 6 cách chọn. Vậy số lẻ được thành lập từ các chữ số trên là: $4 \cdot 6 \cdot 6 = 144$ số.

Vậy số tự nhiên chẵn có 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các số trên là: $294 - 144 = 150$ số.

Câu 12. Một đội bóng có 22 cầu thủ, cần chọn ra 11 cầu thủ thi đấu chính thức. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu:

- a. Ai cũng có thể chơi ở bất kì vị trí nào?
b. Chỉ có cầu thủ A làm thủ môn còn các cầu thủ khác chơi ở vị trí nào cũng được?

Lời giải

- a. Số cách chọn 11 cầu thủ trong 22 cầu thủ ra sân thi đấu là A_{22}^{11} .
b. Số cách chọn 11 cầu thủ trong đó cầu thủ A làm thủ môn còn các cầu thủ khác vào vị trí nào cũng được là: A_{21}^{10} .

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. HOÁN VỊ

- Câu 1.** Từ các chữ số 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau?
A. 256. B. 720. C. 120. D. 24.

Lời giải

Số cách lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau từ các chữ số đã cho là số hoán vị của 6 phần tử, do đó có $6! = 720$

- Câu 2.** Cho các số 1, 5, 6, 7. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho.
A. 64. B. 24. C. 256. D. 12.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số với các số khác nhau lập từ các số đã cho là: $4! = 24$ số.

- Câu 3.** Cho $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
A. 32. B. 24. C. 256. D. 18.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập A là hoán vị của 4 phần tử. Vậy có $4! = 24$ số cần tìm.

- Câu 4.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau:
A. 120. B. 720. C. 16. D. 24.

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 phần tử đó. Nên số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P_5 = 5! = 120$ (số).

- Câu 5.** Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?
A. 60. B. 120. C. 24. D. 48.

Lời giải

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một hoán vị của 5 phần tử. Vậy có $5! = 120$ số cần tìm.

- Câu 6.** Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là
A. $10!$. B. 10^2 . C. 2^{10} . D. 10^{10} .

Lời giải

Số các hoán vị của 10 phần tử: $10!$.

- Câu 7.** Số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 được lập từ 1; 2; 3; 4; 5; 6 là
A. 720. B. 966. C. 696. D. 669.

Lời giải

Chọn C

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau, ta tìm được: $6!$ số.

Lập số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau nhưng bắt đầu bằng 12, ta tìm được: $4!$ số.

Vậy số các số có 6 chữ số khác nhau không bắt đầu bởi 12 là $6! - 4! = 696$ số.

Câu 8. Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

- A. 384. B. 120. C. 216. D. 600.

Lời giải

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6! - 5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2 \cdot 5! - 4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau là: $6! - 5! - (2 \cdot 5! - 4!) = 384$.

Câu 9. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 5^5 . B. $5!$. C. $4!$. D. 5.

Lời giải

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 10. Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài là

- A. 120. B. 24. C. 5. D. 1.

Lời giải

Ta có số cách xếp 5 học sinh vào một bàn dài là số các hoán vị của 5 học sinh đó. Vậy kết quả là:

$$P_5 = 5! = 120.$$

Câu 11. Có bao nhiêu cách sắp xếp 10 bạn học sinh thành một hàng ngang ?

- A. P_{10} . B. C_{10}^1 . C. A_{10}^1 . D. C_{10}^{10} .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 10 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của tập hợp có 10 phần tử.

Suy ra số cách sắp xếp là P_{10} .

Câu 12. Ban chấp hành chi đoàn lớp 11D có bạn An, Bình, Công. Hỏi có bao nhiêu cách phân công các bạn này vào các chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm?

- A. 2. B. 3. C. 6. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách phân công 3 bạn An, Bình, Công vào 3 chức vụ Bí thư, phó Bí thư và Ủy viên mà không bạn nào kiêm nhiệm là một hoán vị của 3 phần tử. Vậy có $3! = 6$ cách.

Câu 13. Có tất cả bao nhiêu cách xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách?

- A. $5!$ B. 6^5 C. $6!$ D. 6^6

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách sắp xếp 6 quyển sách khác nhau vào một hàng ngang trên giá sách là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách sắp xếp là $6!$.

Câu 14. Trong kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 120. B. 625. C. 3125 D. 80.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 5 sinh viên vào 5 vị trí thỏa đề là một hoán vị của 5 phần tử.

Suy ra số cách xếp là $5! = 120$ cách.

Câu 15. Trong kì thi THPT Quốc gia năm 2017 tại một Điểm thi có 5 sinh viên tình nguyện được phân công trực hướng dẫn thí sinh ở 5 vị trí khác nhau. Yêu cầu mỗi vị trí có đúng 1 sinh viên. Hỏi có bao nhiêu cách phân công vị trí trực cho 5 người đó?

- A. 625. B. 3125. C. 120. D. 80.

Lời giải

Số cách phân công 5 vị trí trực khác nhau cho 5 người là: $5! = 120$.

Câu 16. Có một con mèo vàng, 1 con mèo đen, 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím. Xếp 6 con mèo thành hàng ngang vào 6 cái ghế, mỗi ghế một con. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ sao cho mèo vàng và mèo đen ở cạnh nhau.

- A. 720. B. 120. C. 144. D. 240.

Lời giải**Chọn D**

Số cách xếp con mèo vàng và con mèo đen ở cạnh nhau là: 2.

Xem nhóm con mèo vàng và đen này là một phần tử, cùng với 1 con mèo nâu, 1 con mèo trắng, 1 con mèo xanh, 1 con mèo tím, ta được 5 phần tử. Xếp 5 phần tử này là: $5!$.

Vậy có: $2 \cdot 5! = 240$.

Câu 17. Tính số cách sắp xếp 6 nam sinh và 4 nữ sinh vào một dãy ghế hàng ngang có 10 chỗ ngồi sao cho các nữ sinh luôn ngồi cạnh nhau.

- A. $10!$. B. $7! \times 4!$. C. $6! \times 4!$. D. $6! \times 5!$.

Lời giải:**Chọn B**

Sắp xếp 4 nữ sinh vào 4 ghế: $4!$ cách.

Xem 4 nữ sinh lập thành nhóm X, sắp xếp nhóm X cùng với 6 nam sinh: có $7!$ cách
vậy có $7! \times 4!$ cách sắp xếp.

Câu 18. Có 6 học sinh và 2 thầy giáo được xếp thành hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho hai thầy giáo không đứng cạnh nhau?

- A. 30240 cách. B. 720 cách. C. 362880 cách. D. 1440 cách.

Lời giải**Chọn A**

Xếp 8 người thành hàng ngang có P_8 cách.

Xếp 8 người thành hàng ngang sao cho 2 thầy giáo đứng cạnh nhau có $7 \cdot 2! \cdot 6!$ cách.

Vậy số cách xếp cần tìm là: $P_8 - 7 \cdot 2! \cdot 6! = 30240$ cách.

Câu 19. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

- A. 160. B. 156. C. 752. D. 240.

Lời giải

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcd}$ (với $b, c, d \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, $a \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$).

□ Trường hợp 1:

Chọn $d = 0$, nên có 1 cách chọn.

Chọn $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ nên có 5 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 3 cách chọn.

Suy ra, có $1.5.4.3 = 60$ số.

□ **Trường hợp 2:**

Chọn $d \in \{2, 4\}$, nên có 2 cách chọn.

Chọn $a \neq 0$ nên có 4 cách chọn.

Chọn b có 4 cách chọn.

Chọn c có 3 cách chọn.

Suy ra, có $2.4.4.3 = 96$ số.

Vậy có tất cả: $60 + 96 = 156$ số.

Câu 20. Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế (số ở ghế). Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!.4!.2^4$.

B. $4!.4!$.

C. $4!.2$.

D. $4!.4!.2$.

Lời giải

Chọn A

Xếp 4 bạn nam vào một dãy có $4!$ (cách xếp).

Xếp 4 bạn nữ vào một dãy có $4!$ (cách xếp).

Với mỗi một số ghế có 2 cách đổi vị trí cho bạn nam và bạn nữ ngồi đối diện nhau.

Số cách xếp theo yêu cầu là: $4!.4!.2^4$ (cách xếp).

Câu 21. Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

A. 24.

B. 72.

C. 12.

D. 48.

Lời giải

Chọn B

+) Xếp 5 bạn vào 5 chỗ ngồi có $5!$ cách.

+) Xếp An và Dũng ngồi cạnh nhau có 2 cách. Xem An và Dũng là 1 phần tử cùng với 3 bạn còn lại là 4 phần tử xếp vào 4 chỗ. Suy ra số cách xếp 5 bạn sao cho An và Dũng luôn ngồi cạnh nhau là: $2.4!$ cách.

Vậy số cách xếp 5 bạn vào 5 ghế sao cho An và Dũng không ngồi cạnh nhau là:

$5! - 2.4! = 72$.

Câu 22. Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

A. 5760.

B. 2880.

C. 120.

D. 362880.

Lời giải

Xếp 4 học sinh nam thành hàng dọc có $4!$ cách xếp.

Giữa 4 học sinh nam có 5 khoảng trống ta xếp các bạn nữ vào vị trí đó nên có $5!$ cách xếp.
Theo quy tắc nhân có $4!5! = 2880$ cách xếp thỏa mãn bài ra.

Câu 23. Có 3 viên bi đen khác nhau, 4 viên bi đỏ khác nhau, 5 viên bi xanh khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các viên bi trên thành dãy sao cho các viên bi cùng màu ở cạnh nhau?

- A. 345600. B. 518400. C. 725760. D. 103680.

Lời giải

Số cách xếp 3 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $3!$.

Số cách xếp 4 viên bi đỏ khác nhau thành một dãy bằng: $4!$.

Số cách xếp 5 viên bi đen khác nhau thành một dãy bằng: $5!$.

Số cách xếp 3 nhóm bi thành một dãy bằng: $3!$.

Vậy số cách xếp thỏa yêu cầu đề bài bằng $3!4!5!3! = 103680$ cách.

Câu 24. Có bao nhiêu cách xếp 5 sách Văn khác nhau và 7 sách Toán khác nhau trên một kệ sách dài nếu các sách Văn phải xếp kề nhau?

- A. $5!8!$. B. $5!7!$. C. $2.5!7!$. D. $12!$.

Lời giải

Chọn A

Vì các sách Văn phải xếp kề nhau nên ta xem 5 cuốn sách Văn là một phần tử.

Xếp 7 cuốn sách toán lên kệ có $7!$ cách.

Giữa 7 cuốn sách Toán có 8 khoảng trống, ta xếp phần tử chứa 5 cuốn sách Văn vào 8 vị trí đó có 8 cách.

5 cuốn sách Văn có thể hoán đổi vị trí cho nhau ta được $5!$ cách.

Vậy số cách sắp xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $8.7!5! = 8!.5!$.

Câu 25. Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

- A. 6. B. 144. C. 720. D. 72.

Lời giải

Chọn D

Đánh số thứ tự các vị trí theo hàng dọc từ 1 đến 6.

➤ **Trường hợp 1:** Nam đứng trước, nữ đứng sau.

✗ Xếp nam (vào các vị trí đánh số 1,3,5): Có $3! = 6$ cách.

✗ Xếp nữ (vào các vị trí đánh số 2,4,6): Có $3! = 6$ cách.

Vậy trường hợp này có: $6.6 = 36$ cách.

➤ **Trường hợp 2:** Nữ đứng trước, nam đứng sau.

✗ Xếp nữ (vào các vị trí đánh số 1,3,5): Có $3! = 6$ cách.

✗ Xếp nam (vào các vị trí đánh số 2,4,6): Có $3! = 6$ cách.

Vậy trường hợp này có: $6.6 = 36$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có: $36 + 36 = 72$ cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ.

Câu 26. Xếp 6 chữ số 1, 1, 2, 2, 3, 4 thành hàng ngang sao cho hai chữ số giống nhau thì không xếp cạnh nhau. Hỏi có bao nhiêu cách

- A. 120 cách. B. 96 cách. C. 180 cách. D. 84 cách.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp sáu chữ số thành hàng một cách tùy ý là $\frac{6!}{2!.2!} = 180$.

*) Tìm số cách xếp sáu chữ số sao cho có hai chữ số giống nhau đứng cạnh nhau

+) TH1: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau $5 \cdot \frac{4!}{2!} = 60$.

+) TH2: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 2 đứng cạnh nhau $5 \cdot \frac{4!}{2!} = 60$.

+) TH3: Số cách xếp sao cho có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau và hai chữ số 2 đứng cạnh nhau

-) Nếu hai chữ số 1 ở vị trí (1;2) và (5;6) ta có số cách xếp là $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$.

-) Nếu hai chữ số 1 ở ba vị trí còn lại thì số cách xếp là $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$.

Vậy số cách xếp hai chữ số giống nhau đứng cạnh nhau là $60 + 60 - 12 - 12 = 96$.

$\Rightarrow$ Số cách xếp không có hai chữ số giống nhau nào đứng cạnh nhau là $180 - 96 = 84$.

Câu 27. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ?

A. 320.

B. 144.

C. 180.

D. 60.

Lời giải

Chọn A

➤ Trường hợp 1: 3 chữ số đều lẻ. Có $A_5^3 = 60$ số thỏa mãn.

➤ Trường hợp 2: số đó gồm 2 chữ số chẵn và 1 chữ số lẻ

- Chọn 2 chữ số chẵn khác nhau có $C_5^2 = 10$ cách.

- Chọn 1 chữ số lẻ có 5 cách.

- Từ 3 số đã chọn đó lập được $3! = 6$ số.

Do đó có $10 \cdot 5 \cdot 6 = 300$ dãy gồm 3 chữ số phân biệt, trong đó có 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ kể cả chữ số 0 đứng đầu.

Xét dãy số có 3 chữ số phân biệt, gồm 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ mà chữ số đầu bằng 0

- Chọn 1 chữ số lẻ có 5 cách.

- Chọn 1 chữ số chẵn khác chữ số 0 có 4 cách.

Vậy có $4 \cdot 5 \cdot 2! = 40$ số có 3 chữ số phân biệt, gồm 2 chữ số chẵn, 1 chữ số lẻ mà chữ số đầu bằng 0.

Do đó có $60 + 300 - 40 = 320$ số tự nhiên có 3 chữ số phân biệt mà tổng các chữ số là số lẻ.

Câu 28. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32.

B. 72.

C. 36.

D. 24.

Lời giải

Gọi $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6 \in \{1; 3; 5\}$ và $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5 + a_6) = 1$

○ Với $a_6 = 1$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{4, 5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 4, 5\} \\ a_4, a_5 \in \{3, 6\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 3$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2; 4; 5\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 5\} \end{cases}$

○ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2, 3, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{1, 4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1, 4, 6\} \\ a_4, a_5 \in \{2, 3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3! \cdot 2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6 \cdot 12 = 72$ số cần tìm.

Câu 29. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 5, 6, 7, 8, 9. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S .

A. 9333420.

B. 46666200.

C. 9333240.

D. 46666240.

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 5, 6, 7, 8, 9 là $5! = 120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số 5, 6, 7, 8, 9 xuất hiện ở hàng đơn vị là $4! = 24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5 + 6 + 7 + 8 + 9) = 840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1 + 10 + 10^2 + 10^3 + 10^4) = 9333240$.

DẠNG 2. CHÍNH HỢP

Câu 30. Cho tập $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. $4!$.

B. A_9^4 .

C. 4^9 .

D. C_9^4 .

Lời giải

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là: A_9^4 .

Câu 31. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. C_7^2 .

B. 7^2 .

C. A_7^2 .

D. 2^7 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau thành lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 là một chỉnh hợp chập 2 của 7 chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Vậy số các số tự nhiên thành lập được là A_7^2 .

Câu 32. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau?

A. 2^8 .

B. C_8^2 .

C. A_8^2 .

D. 8^2 .

Lời giải

Số số tự nhiên gồm hai chữ số khác nhau lập được từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là số cách chọn 2 chữ số khác nhau từ 8 số khác nhau có thứ tự.

Vậy có A_8^2 số.

Câu 33. Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5?

A. A_5^4 .

B. P_5 .

C. C_5^4 .

D. P_4 .

Lời giải

Số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử

Vậy có A_5^4 số cần tìm.

Câu 34. Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 24.

B. 720.

C. 840.

D. 35.

Lời giải

Ta có: $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840$.

Câu 35. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$.

B. 9^5 .

C. C_9^5 .

D. A_9^5 .

Lời giải

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 36. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S ?

A. 360.

B. 120.

C. 15.

D. 20.

Lời giải

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 37. Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0?

A. 90.

B. 9^2 .

C. C_9^2 .

D. A_9^2 .

Lời giải

Số tự nhiên cần lập có 2 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số từ 1 đến 9 nên có A_9^2 số như vậy.

Câu 38. Từ tập $X = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau?

A. 60.

B. 125.

C. 10.

D. 6.

Lời giải

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 39. Cho tập $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau?

A. 720.

B. 360.

C. 120.

D. 24.

Lời giải

Tập A gồm có 6 phần tử là những số tự nhiên khác 0.

Từ tập A có thể lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau.

Câu 40. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là

A. A_{10}^2 .

B. C_2^{10} .

C. C_{10}^2 .

D. A_2^{10} .

Lời giải

Chọn A

Số chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử của M là: A_{10}^2 .

Câu 41. Tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.

A. 21.

B. 2520.

C. 5040.

D. 120.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết công thức tính số các chỉnh hợp chập 5 của 7: $A_7^5 = \frac{7!}{(7-5)!} = 2520$.

Câu 42. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 216.

B. 120.

C. 504.

D. 6.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách lập số là một chỉnh hợp chập 3 của 6.

Vậy có $A_6^3 = 120$ số.

Câu 43. Tính số các chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử.

A. 35.

B. 24.

C. 720.

D. 840.

Lời giải**Chọn D**

$$\text{Ta có } A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840.$$

Câu 44. Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 có thể lập được tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau

A. C_9^3 .B. A_9^3 .C. $9!$.D. $A_9^3 - A_8^2$.**Lời giải****Chọn B**

Mỗi số tự nhiên lập được có 3 chữ số đôi một khác nhau từ các chữ số 1,2,3,4,5,6,7,8,9 là một chỉnh hợp chập 3 của 9.

Vậy lập được A_9^3 số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2 .B. C_{10}^2 .C. A_{10}^8 .D. 10^2 .**Lời giải**

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 46. Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440.

B. 120.

C. 462.

D. 39916800.

Lời giải

Số cách ủa huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^5 = 55440$.

Câu 47. Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

A. 13800.

B. 5600.

C. Một kết quả khác.

D. 6900.

Lời giải

Mỗi cách chọn 3 người ở 3 vị trí là một chỉnh hợp chập 3 của 25 thành viên.

Số cách chọn là: $A_{25}^3 = 13800$.

Câu 48. Trong một lớp có 30 bạn học sinh, hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một bạn để làm lớp trưởng và một bạn khác làm lớp phó?

A. 30^2 B. A_{30}^{28} C. A_{30}^2 D. C_{30}^2 **Lời giải**

Mỗi cách chọn một bạn làm lớp trưởng và một bạn làm lớp phó là chỉnh hợp chập 2 của 30 phần tử nên số cách chọn là A_{30}^2 .

Câu 49. Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư ký là

A. 5600.

B. 13800.

C. 6900.

D. Kết quả khác.

Lời giải**Chọn B**

Số cách chọn ban quản lí là $A_{25}^3 = 13800$ cách.

Câu 50. Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

- A. 10^3 . B. 3×10 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^3 .

Lời giải

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3 .

Câu 51. Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

- A. 6^{10} . B. $6!$. C. A_{10}^6 . D. C_{10}^6 .

Lời giải

Mỗi cách chọn 6 ghế từ 10 ghế sắp xếp 6 người là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Vậy có A_{10}^6 cách chọn.

Câu 52. Lớp 11A có 38 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 3 bạn học sinh để sắp xếp làm Lớp trưởng, Lớp phó và Thư kí. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra như vậy?

- A. 50616. B. 8436. C. 114. D. 41.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 học sinh trong 38 học sinh và sắp xếp ba học sinh vào ba chức vụ khác nhau: Lớp trưởng, Lớp phó, Bí thư. Mỗi cách chọn ra 3 học sinh như vậy là một chỉnh hợp chập 3 của 38 phần tử.

Vậy số cách chọn là: $A_{38}^3 = 50616$.

Câu 53. Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

- A. A_{11}^5 . B. C_{11}^5 . C. $A_{11}^5 \cdot 5!$. D. C_{10}^5 .

Lời giải

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^5 .

Câu 54. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$

- A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.

Lời giải

Số vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$ là số các chỉnh hợp chập 2 của phần tử $\Rightarrow$ số vector là $A_4^2 = 12$.

Câu 55. Cho lục giác $ABCDEF$. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ – không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác trên.

- A. 6^2 . B. 2^6 . C. C_6^2 . D. A_6^2 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi vector khác vector $\vec{0}$ – không có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác $ABCDEF$ là một chỉnh hợp chập 2 của 6 phần tử. Vậy số vector thỏa yêu cầu bài toán là A_6^2 vector.

Câu 56. Số các số gồm 5 chữ số khác nhau chia hết cho 10 là

- A. 5436. B. 3024. C. 3260. D. 12070.

Lời giải

Chọn B

Xét $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $|X| = 9$.

Gọi $x = \overline{abcd0}$ là số cần lập ($a, b, c, d \in X$ và đôi một khác nhau).

Mỗi số cần lập là một chỉnh hợp chập 4 của 9 phần tử nên số các số thỏa yêu cầu bài toán là $A_9^4 = 3024$.

Câu 57. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau?

A. C_9^3 .

B. A_9^3 .

C. $9!$.

D. $A_9^3 - A_8^2$.

Lời giải**Chọn B**

Gọi $x = \overline{abc}$, trong đó a, b, c đôi một khác nhau.

Lấy 3 phần tử từ tập hợp $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ và xếp vào 3 vị trí. Có A_9^3 cách.

Suy ra có A_9^3 số thỏa yêu cầu bài.

Câu 58. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15.

B. 4096.

C. 360.

D. 720.

Lời giải

Để được một số có 4 chữ số theo yêu cầu đề bài, ta chọn 4 chữ số trong 6 chữ số đã cho và xếp theo một thứ tự nào đó, nghĩa là ta được một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Vậy số các số cần thành lập là $A_6^4 = 360$.

Câu 59. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5, gồm 4 chữ số khác nhau?

A. 120.

B. 72.

C. 69.

D. 54.

Lời giải**Chọn D**

Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abcd}$, từ yêu cầu bài toán ta có:

$d \in \{1; 2; 3\}$: có 3 cách chọn

a : có 3 cách chọn ($a \neq 0, a \neq d$)

Trong 3 số còn lại chọn ra 2 số lần lượt đặt vào các vị trí b, c có A_3^2 cách.

Số các số thỏa yêu cầu bài toán là $S = 3 \cdot 3 \cdot A_3^2 = 54$ số.

Câu 60. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau.

A. 500.

B. 405.

C. 360.

D. 328.

Lời giải**Chọn D**

Xét hai trường hợp.

TH1: Chữ số tận cùng là 0 có 1 cách chọn chữ số tận cùng.

Có A_9^2 cách chọn hai chữ số đầu.

Do đó có $1 \cdot A_9^2 = 72$ số.

TH2: Chữ số tận cùng là 2, 4, 6, 8 có 4 cách chọn chữ số tận cùng.

Có 8 cách chọn chữ số đầu tiên.

Có 8 cách chọn chữ số ở giữa.

Do đó có $4 \cdot 8 \cdot 8 = 256$ số.

Vậy có $72 + 256 = 328$ số thỏa mãn bài toán. Chọn D.

Câu 61. Từ các số $0; 1; 2; 3; 5$ có thể lập thành bao nhiêu số tự nhiên không chia hết cho 5 gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 120.

B. 54.

C. 72.

D. 69.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số tự nhiên có 4 chữ số có dạng $\overline{abcd}$

+ Do số tự nhiên đó không chia hết cho 5 nên d có 3 cách chọn (1; 2; 3)

+ Có 3 cách chọn a (khác d; 0)

+ Số cách chọn 2 chữ số còn lại là số chỉnh hợp chập 2 của 3 $\Rightarrow A_3^2$

Vậy có $3.3.A_3^2 = 54$ số.

Câu 62. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và lớn hơn 350?

A. 32.

B. 40.

C. 43.

D. 56.

Lời giải

Chọn C

Gọi số có ba chữ số khác nhau thỏa mãn yêu cầu bài toán là $\overline{abc}$.

Vì $\overline{abc} > 350$ nên ta xét 2 trường hợp sau:

TH 1: Chọn $a \in \{4; 5\} \Rightarrow a$ có 2 cách chọn.

Chọn b và c trong số 5 chữ số còn lại có A_5^2 cách.

Suy ra TH 1 có $2.A_5^2 = 40$ số được lập.

TH 2: Chọn $a = 3, b = 5 \Rightarrow c \in \{1; 2; 4\}$ nên có 3 số được lập.

Vậy số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $40 + 3 = 43$ số.

Câu 63. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 7056.

B. 120.

C. 5040.

D. 15120.

Lời giải

Chọn A

Gọi số đó có dạng $\overline{abcde}$ ($a, b, c, d, e \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, a \neq 0$).

TH1: $e = 0$

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là: A_9^4 (số).

TH2: $e \neq 0$.

Khi đó e có 4 cách chọn (vì e được lấy từ các số 2, 4, 6, 8).

Có 3 cách để xếp chữ số 0 vào 3 vị trí b, c, d.

Số cách lấy 3 số trong 8 số còn lại và sắp xếp là A_8^3 .

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài toán là: $4.3.A_8^3$ (số).

Vậy số các số tự nhiên chẵn có 5 chữ số đôi một khác nhau, sao cho trong mỗi số đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0 là: $A_9^4 + 4.3.A_8^3 = 7056$ (số)

Câu 64. Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 2520.

B. 50000.

C. 4500.

D. 2296.

Lời giải

↳ Số có 4 chữ số khác nhau đôi một: $9.A_9^3$.

↳ Số có 4 chữ số lẻ khác nhau đôi một: $5.8.A_8^2$.

Vậy số có 4 chữ số chẵn khác nhau đôi một: $9.A_9^3 - 5.8.A_8^2 = 2296$.

Câu 65. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?

A. 72.

B. 120.

C. 54.

D. 69.

Lời giải

Gọi số cần tìm dạng: $\overline{abcd}$, ($a \neq 0$).

- Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau: $4.A_4^3 = 96$ số.
- Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 5: $A_4^3 + 3.A_3^2 = 42$.
- Vậy số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không chia hết cho 5 là: $96 - 42 = 54$ số.

Câu 66. Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 504.

B. 480.

C. 720.

D. 120.

Lời giải

• Cách 1: Gọi số cần tìm là $n = \overline{abcde}$.

✓ Có 4 vị trí xếp số 0 vì $a \neq 0$.

✓ - a, b, c, d được chọn trong 5 số còn lại và sắp, có $A_5^4 = 120$ cách.

✓ Vậy số các số cần tìm là $4.120 = 480$.

• Cách 2: Gọi số cần tìm là $n = \overline{abcde}$.

✓ Có 5 vị trí xếp số 0 (kể cả vị trí đầu tiên), 4 vị trí còn lại chọn 4 trong 5 số và sắp, nên có $5.A_5^4 = 600$ số.

✓ Các số có dạng $\overline{0bcde}$ là $A_5^4 = 120$ số.

✓ Vậy số các số cần tìm là $600 - 120 = 480$.

Câu 67. Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số chẵn có bốn chữ số và các chữ số phải khác nhau.

A. 160.

B. 156.

C. 752.

D. 240.

Lời giải

Gọi số có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, a \neq 0$).

+ TH1: $d = 0$ Số cách xếp số abc là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Suy ra có $A_5^3 = 60$ (số).

+ TH2: $d \in \{2, 4\}$

d có 2 cách chọn

a có 4 cách chọn

b có 4 cách chọn

c có 3 cách chọn

Suy ra có $2.4.4.3 = 96$ (số)

Áp dụng quy tắc cộng ta có tất cả $60 + 96 = 156$ (số)

Câu 68. Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau.

A. 648

B. 1000

C. 729

D. 720

Lời giải

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abc}$ ($a \neq 0$; a, b, c đôi một khác nhau)

$\Rightarrow$ số có ba chữ số là: $A_{10}^3 - A_9^2 = 648$.

Câu 69. Cho tập hợp $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$. Hỏi từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho một trong 3 chữ số đầu tiên phải bằng 1.

A. 2802.

B. 2280.

C. 65.

D. 2520.

Lời giải

Gọi số cần lập là $\overline{abcde}$ với $a, b, c, d, e \in A$ và $a > 0$, các chữ số khác nhau.

TH1: $a = 1$. Số cách sắp chữ số còn lại là $A_7^4 = 840$.

TH2: $a \neq 1$.

Để chọn vị trí cho chữ số 1 có 2 cách.

Để chữ số a có 6 cách.

Để sắp chữ số còn lại có A_6^3 .

Do đó có $2.6.A_6^3$ số lập được.

Vậy có $A_7^4 + 2.6.A_6^3 = 2280$ số thỏa mãn đề bài.

Câu 70. Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 500.

B. 328.

C. 360.

D. 405.

Lời giải

Gọi số tự nhiên chẵn cần tìm có dạng $\overline{abc}$, $c \in \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

Xét các số có dạng $\overline{ab0}$ có tất cả $A_9^2 = 72$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Xét các số dạng $\overline{abc}$, $c \in \{2; 4; 6; 8\}$ có tất cả: $4.8.8 = 256$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau là: $72 + 256 = 328$ số.

Câu 71. Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321.

B. 21312.

C. 12312.

D. 21321.

Lời giải

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3 = 60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng (hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm) là như nhau và bằng $60 : 5 = 12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là:

$$S = 12.(1 + 2 + 3 + 4 + 6)(100 + 10 + 1) = 21312.$$

Câu 72. Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số.

B. 249 số.

C. 2942 số.

D. 7440 số.

Lời giải

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn số b, c, d .

Theo quy tắc nhân có $6 \cdot 4 \cdot A_6^3 = 2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$

Câu 73. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau nằm trong khoảng (300;500)

A. 24.

B. 25.

C. 23.

D. 22.

Bài làm

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Để $\overline{abc} \in (300; 500)$ thì $a = 3$ hoặc $a = 4$.

Với $a = 3$, số cách chọn b, c là $A_4^2 = 12$.

Với $a = 4$, số cách chọn b, c là $A_4^2 = 12$.

Vậy số các số lập được là 24. Chọn đáp án A.

Câu 74. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau sao cho có 3 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ đứng cạnh nhau.

A. 360.

B. 144.

C. 252.

D. 108.

Lời giải

Giả sử số cần lập có dạng $\overline{abcde}$, với $a, b, c, d, e \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

+ **Trường hợp 1:** a, b là hai chữ số lẻ: Có $A_3^2 = 6$ cách chọn $\overline{ab}$

Với mỗi $\overline{ab}$, có $A_4^3 = 24$ cách chọn $\overline{cde}$

$\Rightarrow$ có $6 \cdot 24 = 144$ số thỏa mãn.

+ **Trường hợp 2:** d, e là hai chữ số lẻ: Có $A_3^2 = 6$ cách chọn $\overline{de}$

Với mỗi $\overline{de}$, có 3 cách chọn a , $A_3^2 = 6$ cách chọn $\overline{bc}$

$\Rightarrow$ có $6.3.6 = 108$ số thỏa mãn.

Vậy có $144 + 108 = 252$ số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 3. TỔ HỢP

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Mỗi tập con gồm k phần tử được lấy ra từ n phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đó.

Ví dụ 1. Bạn Quân có 4 chiếc áo sơ mi khác màu là áo vàng, áo xanh, áo trắng và áo nâu. Bạn muốn chọn 2 chiếc áo để mặc khi đi du lịch. Viết các tổ hợp chập 2 của 4 chiếc áo.

Giải

Các tổ hợp chập 2 của 4 chiếc áo là:

$\{\text{áo vàng; áo xanh}\}, \{\text{áo vàng; áo trắng}\}, \{\text{áo vàng; áo nâu}\},$
 $\{\text{áo xanh; áo trắng}\}, \{\text{áo xanh; áo nâu}\}, \{\text{áo trắng; áo nâu}\}.$

2. Số các tổ hợp

Nhận xét: Số chỉnh hợp chập k của n phần tử nhiều gấp $k!$ lần số tổ hợp chập k của n phần tử đó.

Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử với $1 \leq k \leq n$. Ta có: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Ví dụ 2. Chứng minh $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $1 \leq k \leq n$.

Giải

Ta có: $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)(n-k)\dots 2.1}{(n-k)\dots 2.1} = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Do đó $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Quy ước: $0! = 1; C_n^0 = 1$.

Với những quy ước trên, ta có công thức sau:

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $0 \leq k \leq n$.

Ví dụ 3. Lớp 10A có 18 bạn nữ và 20 bạn nam.

a) Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ?

b) Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam?

c) Có bao nhiêu cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam?

Giải

a) Mỗi cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ là một tổ hợp chập 3 của 18 phần tử, do đó có C_{18}^3 cách chọn.

b) Mỗi cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam là một tổ hợp chập 5 của 20 phần tử, do đó có C_{20}^5 cách chọn.

c) Số cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam là:

$$C_{18}^3 \cdot C_{20}^5 = 816 \cdot 15504 = 12651264$$

3. Tính chất của các số C_n^k

Ta có hai đẳng thức sau: $C_n^k = C_n^{n-k}$ ($0 \leq k \leq n$) và $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$ ($1 \leq k < n$).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. TỔ HỢP

Câu 1. Chứng minh rằng: $A = C_n^{k+1} + 2C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+2}^{k+1}$

Câu 2. Rút gọn:

$$A = \frac{C_{15}^8 + 2C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}}$$

Câu 3. Một bó hoa có 9 bông hoa màu hồng và 5 bông hoa màu đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 bông hoa thỏa mãn:

- Có 2 bông màu hồng?
- Có ít nhất 1 bông màu hồng?
- Có đủ cả 2 màu?

Câu 4. Một lớp 50 học sinh, có 30 nữ. Cô giáo muốn lấy ra 5 học sinh để lập thành một đội văn nghệ. Hỏi cô có bao nhiêu cách chọn nếu:

- Chọn bất kỳ?
- Có hai học sinh nam?
- Có ít nhất 1 bạn nam?

Câu 5. Một hình đa giác đều gồm 20 cạnh. Hỏi có thể lập được

- Bao nhiêu hình chữ nhật từ các đỉnh của đa giác trên?
- Bao nhiêu hình tam giác từ các đỉnh của tam giác trên?
- Bao nhiêu đường chéo?

Câu 6. Một tổ có 15 học sinh, thầy giáo có 3 đề kiểm tra khác nhau. Cần chọn 5 học sinh cho mỗi đề kiểm tra. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách?

DẠNG 2. KẾT HỢP HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

Câu 7. Rút gọn:

$$B = \frac{P_{n+2}}{A_n^k \cdot P_{n-k}} + \frac{C_{15}^5 + 2C_{15}^6 + C_{15}^7}{C_{17}^7}$$

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8. Trong đó chữ số 3 có mặt đúng 2 lần. Các chữ số khác có mặt 1 lần?

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. TỔ HỢP

Câu 1. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

- A. C_{10}^2 B. 10^2 C. A_{10}^8 D. A_{10}^2

Câu 2. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

- A. A_{30}^4 . B. 30^5 . C. 30^5 . D. C_{30}^5 .

Câu 3. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

- A. C_7^3 . B. $\frac{7!}{3!}$. C. A_7^3 . D. 21 .

Câu 4. Cho tập hợp $M = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là:

- A. A_{10}^3 . B. A_9^3 . C. C_{10}^3 . D. C_9^3 .

- Câu 5.** Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là
A. C_{30}^5 . B. A_{30}^5 . C. 30^5 . D. A_{30}^4 .
- Câu 6.** Có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập $A = \{a; b; c; d; e; f\}$?
A. 10. B. 80. C. 40. D. 20.
- Câu 7.** Cho tập M gồm 10 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của M là
A. 40. B. A_{10}^4 . C. C_{10}^4 . D. 10^4 .
- Câu 8.** Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?
A. 100. B. 80. C. 45. D. 90.
- Câu 9.** Cho tập A gồm 12 phần tử. Số tập con có 4 phần tử của tập A là
A. A_{12}^8 . B. C_{12}^4 . C. $4!$. D. A_{12}^4 .
- Câu 10.** Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?
A. 100. B. 90. C. 45. D. 80.
- Câu 11.** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$.
A. 120. B. 30. C. 40. D. 20.
- Câu 12.** Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?
A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.
- Câu 13.** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?
A. 48. B. 72. C. 54. D. 36.
- Câu 14.** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9, hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên mỗi số có 4 chữ số khác nhau mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đằng trước?
A. 4536. B. 2513. C. 126. D. 3913.
- Câu 15.** Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là
A. 2^5 . B. C_5^2 . C. A_5^2 . D. 5^2 .
- Câu 16.** Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là
A. A_6^2 . B. C_6^2 . C. 2^6 . D. 6^2 .
- Câu 17.** Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là
A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .
- Câu 18.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?
A. 2^{38} B. C_{38}^2 C. 38^2 D. A_{38}^2
- Câu 19.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?
A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .
- Câu 20.** Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?
A. A_{38}^2 . B. 2^{38} . C. C_{38}^2 . D. 38^2 .
- Câu 21.** Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là
A. C_{10}^2 B. 10^2 C. A_{10}^8 D. A_{10}^2
- Câu 22.** Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là
A. 2256. B. 2304. C. 1128. D. 96.

- Câu 23.** Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?
- A. 720 . B. 10^3 . C. 120 . D. 210 .
- Câu 24.** Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?
- A. 10 . B. 20 . C. 5 . D. 6 .
- Câu 25.** Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?
- A. 2300. B. 59280. C. 455 D. 9880.
- Câu 26.** Một hộp đựng 50 viên bi gồm 10 viên bi màu trắng, 25 viên bi màu đỏ và 15 viên bi màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn 8 viên bi trong hộp đó mà không có viên bi nào màu xanh?
- A. C_{50}^8 . B. $C_{10}^8 + C_{25}^8$. C. C_{35}^8 . D. $C_{50}^8 - C_{15}^8$.
- Câu 27.** Số cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là
- A. P_{12} . B. 36 . C. A_{12}^3 . D. C_{12}^3 .
- Câu 28.** Có tất cả bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm có 6 người và một nhóm có 4 người?
- A. 210 . B. 120 . C. 100 . D. 140 .
- Câu 29.** Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là.
- A. C_n^2 . B. A_n^2 . C. $A_n^2 - n$. D. $C_n^2 - n$.
- Câu 30.** Cho một đa giác đều có 10 cạnh. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh thuộc các đỉnh của đa giác đã cho.
- A. 720 . B. 35 . C. 120 . D. 240 .
- Câu 31.** Cho 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên ?
- A. 336 . B. 56 . C. 168 . D. 84 .
- Câu 32.** Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?
- A. 170 . B. 190 . C. 360 . D. 380 .
- Câu 33.** Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo
- A. 15 . B. 5 . C. 9 . D. 24 .
- Câu 34.** Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là
- A. 50 . B. 100 . C. 120 . D. 45 .
- Câu 35.** Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P là
- A. 10^3 . B. A_{10}^3 . C. C_{10}^3 . D. A_{10}^7 .
- Câu 36.** Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là
- A. A_{20}^3 . B. $3!C_{20}^3$. C. 10^3 . D. C_{20}^3 .
- Câu 37.** Cho 20 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm này?
- A. 8000. B. 6480. C. 1140. D. 600.
- Câu 38.** Trong không gian cho 20 điểm trong đó không có 4 điểm nào cùng nằm trong một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu cách tạo mặt phẳng từ 3 điểm trong 20 điểm trên?
- A. 190 . B. 6840 . C. 380 . D. 1140 .

- Câu 39.** Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O?
- A. C_{12}^4 . B. 3. C. $4!$. D. A_{12}^4 .
- Câu 40.** Cho đa giác đều có 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho?
- A. C_{2018}^4 . B. C_{1009}^4 . C. C_{2018}^2 . D. C_{1009}^2 .
- Câu 41.** Trong mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập điểm đã cho?
- A. 6^3 . B. 3^4 . C. A_6^3 . D. C_6^3 .
- Câu 42.** Số cách chia 12 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất hai phần quà là
- A. 28. B. 36. C. 56. D. 72.
- Câu 43.** Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?
- A. $C_{10}^3 C_8^2$. B. $A_{10}^3 A_8^2$. C. $A_{10}^3 + A_8^2$. D. $C_{10}^3 + C_8^2$.
- Câu 44.** Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.
- A. 6. B. 16. C. 20. D. 32.
- Câu 45.** Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lý thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau.
- A. 100. B. 36. C. 96. D. 60.
- Câu 46.** Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên:
- A. 420 cách. B. 120 cách. C. 252 cách. D. 360 cách.
- Câu 47.** Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu 1 quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau?
- A. 120. B. 1260. C. 9. D. 24.
- Câu 48.** Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự, mỗi ông bắt tay với một người trừ vợ mình, các bà không ai bắt tay nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay.
- A. 234. B. 312. C. 78. D. 185.
- Câu 49.** Một nhóm có 5 nam và 3 nữ. Chọn ra 3 người trong đó có ít nhất 1 nữ. Số cách chọn là
- A. 48. B. 46. C. 15. D. 64.
- Câu 50.** Một lớp học có 30 học sinh gồm 20 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất 1 học sinh là nữ.
- A. 1140. B. 2920. C. 1900. D. 900.
- Câu 51.** Một hộp chứa 20 quả cầu khác nhau trong đó có 12 quả đỏ, 8 quả xanh. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được 3 quả trong đó có ít nhất 1 quả xanh?
- A. Đáp án khác. B. 220. C. 900. D. 920.
- Câu 52.** Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?
- A. 60. B. 96. C. 36. D. 100.

Câu 53. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

- A. $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$. B. $C_{15}^{10} + C_8^4$. C. $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$. D. $A_{15}^{10} + A_8^4$.

Câu 54. Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

- A. $C_{40}^4 - C_{15}^4$ (cách). B. C_{25}^4 (cách). C. $C_{25}^1 C_{15}^3$ (cách). D. $C_{40}^4 + C_{15}^4$ (cách).

Câu 55. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

- A. C_{38}^2 . B. A_{38}^2 . C. $C_{20}^2 C_{18}^1$. D. $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Câu 56. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

- A. 245. B. 3480. C. 336. D. 251.

Câu 57. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT Lục Ngạn số 1, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

- A. $C_{15}^7 C_9^3$. B. $C_{15}^6 C_9^4$. C. $C_{15}^3 C_9^4$. D. C_{30}^2 .

Câu 58. Có 6 học sinh lớp 12, 5 học sinh lớp 11 và 4 học sinh lớp 10. Số cách chọn ra 4 học sinh có đủ cả ba khối là

- A. 1365. B. 720. C. 280. D. 120.

Câu 59. Đội ca khúc chính trị của trường THPT Yên Lạc 2 gồm có 4 học sinh khối 12, có 3 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh để biểu diễn tiết mục văn nghệ chào mừng ngày 20/11. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho khối nào cũng có học sinh được chọn.

- A. 102. B. 126. C. 100. D. 98.

Câu 60. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là:

- A. 840 B. 3843 C. 2170 D. 3003

Câu 61. Từ 20 câu trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó. người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra?

- A. 176451. B. 176465. C. 176415. D. 6415.

Câu 62. Đội thanh niên xung kích của một trường trung học phổ thông có 10 người, gồm 4 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B, 3 học sinh lớp C. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh đi làm nhiệm vụ mà số học sinh lớp B bằng số học sinh lớp C?

- A. 36. B. 72. C. 144. D. 108.

Câu 63. Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách lập ra một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

- A. 412.803. B. 2.783.638. C. 5.608.890. D. 763.806.

Câu 64. Một bó hoa có 14 bông hoa gồm: 3 bông màu hồng, 5 bông màu xanh còn lại là màu vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông trong đó phải có đủ ba màu?

- A. 3058. B. 3060. C. 3432. D. 129.

Câu 65. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng lúc 3 tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kì hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị.

- A. 1771. B. 1350. C. 1768. D. 2024.

Câu 66. Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó ba quả cầu vừa khác màu vừa khác số?

- A. 60. B. 72. C. 150. D. 80.

Câu 67. Trong hộp có 5 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh.

- A. 245. B. 3480. C. 246. D. 3360.

Câu 68. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

- A. 60 (cách). B. 120 (cách). C. 12960 (cách). D. 90 (cách).

Câu 69. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

- A. 120. B. 98. C. 150. D. 360.

Câu 70. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

- A. 246. B. 3480. C. 245. D. 3360.

Câu 71. Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được ba đồ vật?

- A. $3!C_8^2C_6^3$. B. $C_8^2C_6^3$. C. $A_8^2A_6^3$. D. $3C_8^2C_6^3$.

Câu 72. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

- A. 545. B. 462. C. 455. D. 456.

Câu 73. Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

- A. 4249. B. 4250. C. 5005. D. 805.

Câu 74. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

- A. 180. B. 150. C. 120. D. 60.

Câu 75. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

- A. 600. B. 25. C. 325. D. 30.

Câu 76. Một tổ có 5 bạn học sinh nam và 6 bạn học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 em đi trực nhật. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh để có cả nam và nữ?

- A. 325. B. 415. C. 810. D. 135.

Câu 77. Có hai đường thẳng song song (d) và (d') . Trên (d) lấy 15 điểm phân biệt, trên (d') lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 24 điểm trên là bao nhiêu?

- A. 1485. B. 540. C. 1548. D. 950.

Câu 78. Cho đa giác đều 36 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong 36 đỉnh của đa giác đều?

A. 306.

B. 153.

C. 9.

D. 58905.

Câu 79. Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O ?

A. C_{12}^4 .

B. 3.

C. $4!$.D. A_{12}^4 .

Câu 80. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. 220.

B. 175.

C. 1320.

D. 7350.

Câu 81. Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh AB , BC , CD , DA lần lượt lấy 1, 2, 3 và n điểm phân biệt $n \geq 3$ ($n \in \mathbb{N}$) khác A , B , C , D . Tìm n biết số tam giác lấy từ $n+6$ điểm trên là 439.

A. $n = 20$.B. $n = 12$.C. $n = 8$.D. $n = 10$.

Câu 82. Cho một đa giác lồi (H) có 10 cạnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó là ba đỉnh của (H), nhưng ba cạnh không phải ba cạnh của (H)?

A. 40.

B. 100.

C. 60.

D. 50.

Câu 83. Cho hai đường thẳng song song. Trên đường thẳng thứ nhất ta lấy 20 điểm phân biệt. Trên đường thẳng thứ hai ta lấy 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ ba điểm trong các điểm nói trên?

A. $18C_{20}^2 + 20C_{18}^2$.B. $20C_{18}^3 + 18C_{20}^3$.C. C_{38}^3 .D. $C_{20}^3 \cdot C_{18}^3$.

Câu 84. Cho một đa giác đều 40 đỉnh $A_1A_2...A_{40}$ nội tiếp đường tròn (O). Số tam giác có các đỉnh là 3 trong 40 đỉnh trên gấp bao nhiêu lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 40 đỉnh trên?

A. 20.

B. $\frac{4}{37}$.

C. 52.

D. 40.

Câu 85. Có hai đường thẳng song song (d) và (d'). Trên (d) lấy 15 điểm phân biệt, trên (d') lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 24 điểm trên là bao nhiêu?

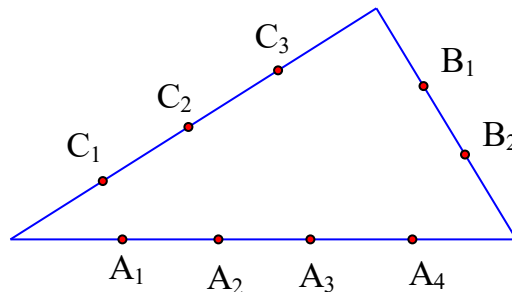
A. 1485.

B. 540.

C. 1548.

D. 950.

Câu 86. Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?



A. 79.

B. 48.

C. 55.

D. 24.

Câu 87. Cho một đa giác đều n đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Tìm n biết số hình chữ nhật được tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n = 12$.B. $n = 10$.C. $n = 9$.D. $n = 45$.

Câu 88. Cho đa giác đều $A_1A_2A_3\dots A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O) . Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.

- A. 105. B. 27405. C. 27406. D. 106.

Câu 89. Cho đa giác đều 100 nội tiếp một đường tròn. Số tam giác tù được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là:

- A. 44100. B. 78400. C. 117600. D. 58800.

Câu 90. Một đa giác lồi có 10 cạnh, xét các tam giác mà 3 đỉnh là đỉnh của đa giác. Hỏi trong số các tam giác này có bao nhiêu tam giác mà cả 3 cạnh đều không phải là cạnh của đa giác?

- A. 60. B. 70. C. 120. D. 50.

Câu 91. Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

- A. 2017.2018. B. $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$. C. $C_{2017}^2 \cdot C_{2018}^2$. D. 2017 + 2018.

Câu 92. Cho đa giác lồi có 40 cạnh. Mỗi đoạn thẳng đi qua hai đỉnh bất kì của nó mà không phải là cạnh được gọi là một đường chéo của nó. Số giao điểm nằm bên trong đa giác (không trùng với đỉnh) được tạo ra do các đường chéo của nó cắt nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

- A. 91390. B. 273430. C. 740. D. 1520.

Câu 93. Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt trong đó có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn?

- A. 144. B. 432. C. 696. D. 840.

Câu 94. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó luôn có mặt hai chữ số 1 và 6.

- A. 408. B. 720. C. 480. D. 120.

Câu 95. Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

- A. 120. B. 504. C. 720. D. 480.

DẠNG 2. KẾT HỢP HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

Câu 96. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

- A. $1 + 4C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.
B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.
C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.
D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Câu 97. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

- A. 786240. B. 846000. C. 907200. D. 151200.

Câu 98. Từ các chữ số của tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 xuất hiện đúng ba lần, các chữ số còn lại đôi một khác nhau?

- A. 31203. B. 12600. C. 181440. D. 27000

Câu 99. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong sáu bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A. 36. B. 180. C. 72. D. 18.

Câu 100. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

- A. 786240. B. 846000. C. 907200. D. 151200.

Câu 101. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số sao cho chữ số 2 xuất hiện 4 lần, còn các chữ số khác xuất hiện một lần.

- A. 120. B. 840. C. 576. D. 1680.

Câu 102. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư đó ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?

- A. 1200. B. 1800. C. 1000. D. 200.

Câu 103. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa có khác nhau vào 5 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ cắm không quá một bông?

- A. A_5^3 . B. $3!$. C. C_5^3 . D. A_5^2 .

Câu 104. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

- A. 4320. B. 90. C. 43200. D. 720.

Câu 105. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

- A. 72. B. 36. C. 18. D. 180.

Câu 106. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

- A. 36 B. 18 C. 12 D. 72

Câu 107. Một Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng.

- A. 24412 B. 23314. C. 32512. D. 24480.

Câu 108. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

- A. 786240. B. 846000. C. 907200. D. 151200.

Câu 109. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và một nữ?

- A. 12141421. B. 5234234. C. 4989600. D. 4144880

Câu 110. Có hai học sinh lớp A , ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B . Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- A. 80640. B. 108864. C. 145152. D. 217728.

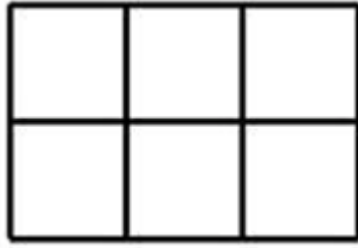
Câu 111. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

- A. 141666. B. 241561. C. 111300. D. 131444.

Câu 112. Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

- A. 720. B. 1440. C. 18720. D. 40320.

Câu 113. Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374.

B. 139968.

C. 576.

D. 15552.

Câu 114. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

A. $2018.C_{897}^3$.

B. C_{1009}^3 .

C. $2018.C_{895}^3$.

D. $2018.C_{896}^3$.

Bài 3. TỔ HỢP

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa

Cho tập hợp A gồm n phần tử và một số nguyên k với $1 \leq k \leq n$.

Mỗi tập con gồm k phần tử được lấy ra từ n phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đó.

Ví dụ 1. Bạn Quân có 4 chiếc áo sơ mi khác màu là áo vàng, áo xanh, áo trắng và áo nâu. Bạn muốn chọn 2 chiếc áo để mặc khi đi du lịch. Viết các tổ hợp chập 2 của 4 chiếc áo.

Giải

Các tổ hợp chập 2 của 4 chiếc áo là:

$\{\text{áo vàng; áo xanh}\}, \{\text{áo vàng; áo trắng}\}, \{\text{áo vàng; áo nâu}\},$
 $\{\text{áo xanh; áo trắng}\}, \{\text{áo xanh; áo nâu}\}, \{\text{áo trắng; áo nâu}\}.$

2. Số các tổ hợp

Nhận xét: Số chỉnh hợp chập k của n phần tử nhiều gấp $k!$ lần số tổ hợp chập k của n phần tử đó.

Kí hiệu C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử với $1 \leq k \leq n$. Ta có: $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$.

Ví dụ 2. Chứng minh $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $1 \leq k \leq n$.

Giải

Ta có: $A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)(n-k)\dots 2.1}{(n-k)\dots 2.1} = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Do đó $C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Quy ước: $0! = 1; C_n^0 = 1$.

Với những quy ước trên, ta có công thức sau:

$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ với $0 \leq k \leq n$.

Ví dụ 3. Lớp 10A có 18 bạn nữ và 20 bạn nam.

a) Có bao nhiêu cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ?

b) Có bao nhiêu cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam?

c) Có bao nhiêu cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam?

Giải

a) Mỗi cách chọn 3 bạn nữ trong 18 bạn nữ là một tổ hợp chập 3 của 18 phần tử, do đó có C_{18}^3 cách chọn.

b) Mỗi cách chọn 5 bạn nam trong 20 bạn nam là một tổ hợp chập 5 của 20 phần tử, do đó có C_{20}^5 cách chọn.

c) Số cách chọn một tổ xung kích gồm 3 bạn nữ và 5 bạn nam là:

$$C_{18}^3 \cdot C_{20}^5 = 816 \cdot 15504 = 12651264$$

3. Tính chất của các số C_n^k

Ta có hai đẳng thức sau: $C_n^k = C_n^{n-k}$ ($0 \leq k \leq n$) và $C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k = C_n^k$ ($1 \leq k < n$).

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

DẠNG 1. TỔ HỢP

Câu 1. Chứng minh rằng: $A = C_n^{k+1} + 2C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+2}^{k+1}$

Lời giải

$$A = C_n^{k+1} + 2C_n^k + C_n^{k-1} = (C_n^{k+1} + C_n^k) + (C_n^k + C_n^{k-1}) = C_{n+1}^{k+1} + C_{n+1}^k = C_{n+2}^{k+1}$$

Câu 2. Rút gọn:

$$A = \frac{C_{15}^8 + 2C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}}$$

Lời giải

$$A = \frac{C_{15}^8 + 2C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}} = \frac{C_{15}^8 + C_{15}^9 + C_{15}^9 + C_{15}^{10}}{C_{17}^{10}} = \frac{C_{16}^9 + C_{16}^{10}}{C_{17}^{10}} = \frac{C_{17}^{10}}{C_{17}^{10}} = 1$$

Câu 3. Một bó hoa có 9 bông hoa màu hồng và 5 bông hoa màu đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra 3 bông hoa thỏa mãn:

- Có 2 bông màu hồng?
- Có ít nhất 1 bông màu hồng?
- Có đủ cả 2 màu?

Lời giải

a. Số cách chọn 2 bông hoa màu hồng trong 9 bông hồng: C_9^2

Số cách chọn 1 bông hoa màu đỏ trong 5 bông màu đỏ: 5

Cách lấy ra 3 bông hoa thỏa mãn có 2 bông màu hồng là: $5 \cdot C_9^2 = 180$.

b. Số cách chọn không có bông màu hồng là: C_5^3

Số cách chọn có ít nhất 1 bông màu hồng là: $C_{14}^3 - C_5^3 = 354$.

c. Có hai trường hợp: 2 hồng 1 đỏ hoặc 2 đỏ 1 hồng

Như câu a ta có số cách chọn 2 đỏ 1 hồng là: $9C_5^2$

Số cách chọn đủ cả hai màu là: $5C_9^2 + 9C_5^2 = 270$.

Câu 4. Một lớp 50 học sinh, có 30 nữ. Cô giáo muốn lấy ra 5 học sinh để lập thành một đội văn nghệ. Hỏi cô có bao nhiêu cách chọn nếu:

- Chọn bất kỳ?
- Có hai học sinh nam?
- Có ít nhất 1 bạn nam?

Lời giải

a. Có $C_{50}^5 = 2118760$ cách chọn.

b. Số cách chọn 2 học sinh nam: C_{20}^2

Số cách chọn 3 hs nữ còn lại: C_{30}^3

Số cách chọn 5hs trong đó có 2 hs nam là: $C_{20}^2 \cdot C_{30}^3 = 771400$

c. Số cách chọn không có bạn nam nào (tất cả 5 hs đều là nữ): C_{30}^5

Số cách chọn 5hs trong đó có ít nhất 1 hs nam là: $C_{50}^5 - C_{30}^5 = 1976254$

- Câu 5.** Một hình đa giác đều gồm 20 cạnh. Hỏi có thể lập được
- Bao nhiêu hình chữ nhật từ các đỉnh của đa giác trên?
 - Bao nhiêu hình tam giác từ các đỉnh của tam giác trên?
 - Bao nhiêu đường chéo?

Lời giải

a. Nhận thấy các hình chữ nhật được tạo thành có 2 đường chéo đi qua tâm O của đa giác. Ta có số đường chéo của đa giác đi qua tâm O là 10. Chọn 2 trong 10 đường chéo thì lập được một hình chữ nhật.

Vậy $C_{10}^2 = 45$ hình chữ nhật.

b. Một tam giác có 3 đỉnh không sắp thứ tự nên số tam giác: $C_{20}^3 = 1140$.

c. Một đường chéo được tạo thành từ hai điểm và trừ các cạnh của đa giác đó nên số đường chéo:

$$C_{20}^2 - 20 = 170$$

- Câu 6.** Một tổ có 15 học sinh, thầy giáo có 3 đề kiểm tra khác nhau. Cần chọn 5 học sinh cho mỗi đề kiểm tra. Hỏi thầy giáo có bao nhiêu cách?

Lời giải

+ Số cách chọn ra 5 hs trong 1 tổ cho đề kiểm tra số 1 là: $C_{15}^5 = 3003$

+ Khi đó số học sinh còn lại chưa được phát đề kiểm tra là 10 hs

Số cách chọn ra 5 hs trong 10 hs còn lại cho đề kiểm tra số 2 là: $C_{10}^5 = 252$

+ Có 1 cách chọn cho 5 hs còn lại cho đề kiểm tra số 3.

Như vậy thầy giáo có: $3003.252.1 = 750750$ cách

DẠNG 2. KẾT HỢP HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

- Câu 7.** Rút gọn:

$$B = \frac{P_{n+2}}{A_n^k \cdot P_{n-k}} + \frac{C_{15}^5 + 2C_{15}^6 + C_{15}^7}{C_{17}^7}$$

Lời giải

$$B = \frac{P_{n+2}}{A_n^k \cdot P_{n-k}} + \frac{C_{15}^5 + 2C_{15}^6 + C_{15}^7}{C_{17}^7} = \frac{(n+2)!}{\frac{n!}{(n-k)!} (n-k)!} + 1 = (n+2)(n+1) + 1 = n^2 + 3n + 3$$

- Câu 8.** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số được lập từ các số 0,1,2,3,4,5,6,7,8. Trong đó chữ số 3 có mặt đúng 2 lần. Các chữ số khác có mặt 1 lần?

Lời giải

- Xét TH 1 số 3 đứng đầu, khi đó số 3 thứ 2 có 4 cách chọn và ba vị trí còn lại có A_8^3 cách chọn

Nếu 1 số 3 đứng đầu thì có: $4A_8^3$ cách

- Xét TH 2 không có số 3 đứng đầu tiên, khi đó

+ Có C_4^2 cách chọn 2 số 3 vào hai vị trí trong 4 vị trí còn lại.

+ Có 7 cách chọn vào vị trí đầu tiên

+ Có A_7^2 (Chọn 2 số khác vị trí đầu và số 3) cách chọn vào 2 vị trí còn lại

Nếu không có số 3 đứng đầu thì có $7.A_4^2.A_7^2$.

Như vậy có $4A_8^3 + 7C_4^2.A_7^2$ cách chọn.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

DẠNG 1. TỔ HỢP

Câu 1. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

- A. C_{10}^2 B. 10^2 C. A_{10}^8 D. A_{10}^2

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 2. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

- A. A_{30}^4 . B. 30^5 . C. 30^5 . D. C_{30}^5 .

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 5 phần tử của M chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử, nghĩa là bằng C_{30}^5 .

Câu 3. Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

- A. C_7^3 . B. $\frac{7!}{3!}$. C. A_7^3 . D. 21.

Lời giải

Chọn A

Số tập hợp con cần tìm là số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Vậy có C_7^3 tập con cần tìm.

Câu 4. Cho tập hợp $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là:

- A. A_{10}^3 . B. A_9^3 . C. C_{10}^3 . D. C_9^3 .

Lời giải

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là tổ hợp chập 3 của 9 phần tử.

Số tập con gồm 3 phần tử của M không có số 0 là: C_9^3 .

Câu 5. Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

- A. C_{30}^5 . B. A_{30}^5 . C. 30^5 . D. A_{30}^4 .

Lời giải

Số tập con gồm 5 phần tử của M là C_{30}^5 .

Câu 6. Có bao nhiêu tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập $A = \{a; b; c; d; e; f\}$?

- A. 10. B. 80. C. 40. D. 20.

Lời giải

Chọn D

Mỗi tập con tập gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập A có 6 phần tử là một tổ hợp chập 3 của 6 phần tử.

Vậy số tập con gồm 3 phần tử của A là $C_6^3 = 20$ tập con.

Câu 7. Cho tập M gồm 10 phần tử. Số tập con gồm 4 phần tử của M là

- A. 40. B. A_{10}^4 . C. C_{10}^4 . D. 10^4 .

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 4 phần tử của M là số cách chọn 4 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M .

Do đó số tập con gồm 4 phần tử của M là C_{10}^4 .

Câu 8. Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 80. C. 45. D. 90.

Lời giải

Chọn C

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10. Vậy số tập con có 8 phần tử của tập hợp E là: $C_{10}^8 = 45$.

Câu 9. Cho tập A gồm 12 phần tử. Số tập con có 4 phần tử của tập A là

- A. A_{12}^8 . B. C_{12}^4 . C. $4!$. D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn B

Theo định nghĩa tổ hợp: “Giả sử tập A có n phần tử ($n \geq 1$). Mỗi tập con gồm k phần tử của A được gọi là một tổ hợp chập k của n phần tử đã cho”.

Do đó theo yêu cầu bài toán số tập con có 4 phần tử của tập A là C_{12}^4 .

Vậy chọn ý B

Câu 10. Cho tập hợp E có 10 phần tử. Hỏi có bao nhiêu tập con có 8 phần tử của tập hợp E ?

- A. 100. B. 90. C. 45. D. 80.

Lời giải

Mỗi tập con có 8 phần tử của tập hợp E là một tổ hợp chập 8 của 10 phần tử nên số tập con cần tìm là $C_{10}^8 = 45$.

Câu 11. Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a < b < c$.

- A. 120. B. 30. C. 40. D. 20.

Lời giải

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ sao cho $a < b < c$ nên $a, b, c \in \{1;2;3;4;5;6\}$. Suy ra số các số có dạng $\overline{abc}$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 12. Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260. B. 40320. C. 120. D. 1728.

Lời giải

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$ số.

Câu 13. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?

- A. 48. B. 72. C. 54. D. 36.

Lời giải

Cứ hai số được chọn từ trong chín chữ số đã cho chỉ lập được duy nhất một số theo yêu cầu, nghĩa là ta được một tổ hợp chập 2 của 9 phần tử.

Vậy số các số cần lập là $C_9^2 = 36$.

Câu 14. Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9, hỏi lập được bao nhiêu số tự nhiên mỗi số có 4 chữ số khác nhau mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước?

- A. 4536. B. 2513. C. 126. D. 3913.

Lời giải

Vì chữ số cần lập mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước nên không có chữ số 0.

Chọn 4 chữ số khác nhau từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có $C_9^4 = 126$ cách chọn.

Ứng với mỗi cách chọn đó chỉ có duy nhất 1 cách xếp mà chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước. Do đó có 126 số thỏa mãn đề bài.

Câu 15. Số cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là

- A. 2^5 . B. C_5^2 . C. A_5^2 . D. 5^2 .

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 5 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. vậy có C_5^2 cách.

Câu 16. Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là

- A. A_6^2 . B. C_6^2 . C. 2^6 . D. 6^2 .

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 2 học sinh từ 6 học sinh là: C_6^2 .

Câu 17. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

- A. 2^7 . B. A_7^2 . C. C_7^2 . D. 7^2 .

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là: C_7^2 .

Câu 18. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

- A. 2^{38} B. C_{38}^2 C. 38^2 D. A_{38}^2

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh?

- A. 2^{34} . B. A_{34}^2 . C. 34^2 . D. C_{34}^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn hai học sinh từ một nhóm gồm 34 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 34 phần tử nên số cách chọn là C_{34}^2 .

Câu 20. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh từ một nhóm 38 học sinh?

A. A_{38}^2 .

B. 2^{38} .

C. C_{38}^2 .

D. 38^2 .

Lời giải

C_{38}^2

Câu 21. Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của M là

A. C_{10}^2

B. 10^2

C. A_{10}^8

D. A_{10}^2

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách lấy ra 2 phần tử trong 10 phần tử của M để tạo thành tập con gồm 2 phần tử là một tổ hợp chập 2 của 10 phần tử $\Rightarrow$ Số tập con của M gồm 2 phần tử là C_{10}^2

Câu 22. Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

A. 2256.

B. 2304.

C. 1128.

D. 96.

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong 48 là một tổ hợp chập 2 của 48 phần tử.

Suy ra số cách chọn là $C_{48}^2 = 1128$.

Câu 23. Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720.

B. 10^3 .

C. 120.

D. 210.

Lời giải

Số cách phân công là: $C_{10}^3 = 120$.

Câu 24. Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

A. 10.

B. 20.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Số cách lấy ra hai viên bi là $C_5^2 = 10$.

Câu 25. Một lớp học có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Chọn 3 học sinh để tham gia vệ sinh công cộng toàn trường, hỏi có bao nhiêu cách chọn như trên?

A. 2300.

B. 59280.

C. 455

D. 9880.

Lời giải

Chọn D

Chọn 3 học sinh trong 40 học sinh nên ta có $C_{40}^3 = 9880$ cách chọn.

Câu 26. Một hộp đựng 50 viên bi gồm 10 viên bi màu trắng, 25 viên bi màu đỏ và 15 viên bi màu xanh. Có bao nhiêu cách chọn 8 viên bi trong hộp đó mà không có viên bi nào màu xanh?

A. C_{50}^8 .

B. $C_{10}^8 + C_{25}^8$.

C. C_{35}^8 .

D. $C_{50}^8 - C_{15}^8$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 8 viên bi từ 35 viên bi trắng + đỏ là: C_{35}^8 .

Câu 27. Số cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là

A. P_{12} .

B. 36.

C. A_{12}^3 .

D. C_{12}^3 .

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách phân 3 học sinh trong 12 học sinh đi lao động là tổ hợp chập 3 của 12.

Vậy số cách phân học sinh lao động là C_{12}^3 .

Câu 28. Có tất cả bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm có 6 người và một nhóm có 4 người?

- A. 210. B. 120. C. 100. D. 140.

Lời giải

Số cách phân nhóm 6 người trong 10 người là C_{10}^6 . Sau khi phân nhóm 6 người còn lại 4 người được phân nhóm vào nhóm còn lại. Vậy có $C_{10}^6 = 210$ cách.

Câu 29. Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là.

- A. C_n^2 . B. A_n^2 . C. $A_n^2 - n$. D. $C_n^2 - n$.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác là $C_n^2 - n$.

Câu 30. Cho một đa giác đều có 10 cạnh. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh thuộc các đỉnh của đa giác đã cho.

- A. 720. B. 35. C. 120. D. 240.

Lời giải

Ta có đa giác đều có 10 cạnh nên đa giác đều có 10 đỉnh.

Mỗi tam giác là một tổ hợp chập 3 của 10 phần tử.

Vậy có $C_{10}^3 = 120$ tam giác.

Câu 31. Cho 8 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên ?

- A. 336. B. 56. C. 168. D. 84.

Lời giải

Ta có số tam giác tạo thành từ 8 điểm trên là số tổ hợp chập 3 điểm của 8 điểm. Suy ra kết quả là: $C_8^3 = 56$.

Câu 32. Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

- A. 170. B. 190. C. 360. D. 380.

Lời giải

Số đường chéo của đa giác đều n cạnh là $C_n^2 - n$.

Với $n = 20$ thì $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Câu 33. Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo

- A. 15. B. 5. C. 9. D. 24.

Lời giải

Số đường chéo của lục giác đều (6 cạnh là): $C_6^2 - 6 = 9$

Câu 34. Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

- A. 50. B. 100. C. 120. D. 45.

Lời giải

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 35. Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P là

A. 10^3 .

B. A_{10}^3 .

C. C_{10}^3 .

D. A_{10}^7 .

Lời giải

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3 .

Câu 36. Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

A. A_{20}^3 .

B. $3!C_{20}^3$.

C. 10^3 .

D. C_{20}^3 .

Lời giải

Số tam giác bằng với số cách chọn 3 phần tử trong 20 phần tử. Do đó có C_{20}^3 tam giác.

Câu 37. Cho 20 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm này?

A. 8000.

B. 6480.

C. 1140.

D. 600.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 điểm từ 20 điểm ta có một tam giác nên số tam giác tạo thành từ 20 điểm đã cho là $C_{20}^3 = 1140$.

Câu 38. Trong không gian cho 20 điểm trong đó không có 4 điểm nào cùng nằm trong một mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu cách tạo mặt phẳng từ 3 điểm trong 20 điểm trên?

A. 190.

B. 6840.

C. 380.

D. 1140.

Lời giải

Chọn D

Số cách tạo mặt phẳng là $C_{20}^3 = 1140$.

Câu 39. Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O?

A. C_{12}^4 .

B. 3.

C. 4!

D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn A

Ta có: Số cách lấy 4 điểm phân biệt bất kì từ 12 điểm phân biệt trên đường tròn tâm O sẽ là số tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O được tạo thành. Vậy có C_{12}^4 tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O được tạo thành.

Câu 40. Cho đa giác đều có 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho?

A. C_{2018}^4 .

B. C_{1009}^4 .

C. C_{2018}^2 .

D. C_{1009}^2 .

Lời giải

Chọn D

Số đường chéo qua tâm là 1009.

Số hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho bằng số cách lấy hai đường chéo qua tâm, do đó số hình chữ nhật là C_{1009}^2 .

Câu 41. Trong mặt phẳng, cho 6 điểm phân biệt sao cho không có ba điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể lập được bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó thuộc tập điểm đã cho?

- A. 6^3 . B. 3^4 . C. A_6^3 . D. C_6^3 .

Lời giải

Chọn D

Lấy 3 điểm trong 6 điểm lập thành tam giác có C_6^3 cách.

Câu 42. Số cách chia 12 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất hai phần quà là

- A. 28. B. 36. C. 56. D. 72.

Lời giải

+ Chia trước cho mỗi học sinh một phần quà thì số phần quà còn lại là 9 phần quà.

+ Chia 9 phần quà cho 3 học sinh sao cho học sinh nào cũng có ít nhất một phần quà:

Đặt 9 phần quà theo một hàng ngang, giữa các phần quà sẽ có 8 khoảng trống, chọn 2 khoảng trống trong 8 khoảng trống đó để chia 9 phần quà còn lại thành 3 phần quà mà mỗi phần có ít nhất một phần quà, có C_8^2 . Vậy tất cả có $C_8^2 = 28$ cách chia.

Câu 43. Từ một nhóm có 10 học sinh nam và 8 học sinh nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ?

- A. $C_{10}^3 C_8^2$. B. $A_{10}^3 A_8^2$. C. $A_{10}^3 + A_8^2$. D. $C_{10}^3 + C_8^2$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 3 học sinh nam từ 10 học sinh nam là: C_{10}^3 .

Số cách chọn ra 2 học sinh nữ từ 8 học sinh nữ là: C_8^2 .

Vậy số cách chọn thỏa yêu cầu là: $C_{10}^3 C_8^2$.

Câu 44. Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

- A. 6. B. 16. C. 20. D. 32.

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 học sinh tùy ý từ nhóm 6 học sinh có: C_6^3 cách.

Chọn 3 học sinh nam từ 4 học sinh nam có: C_4^3 cách.

Do đó, số cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ là: $C_6^3 - C_4^3 = 16$ cách.

Câu 45. Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lí thuyết và 6 câu bài tập, người ta tạo thành các đề thi. Biết rằng một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất một câu lí thuyết và 1 câu bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề khác nhau.

- A. 100. B. 36. C. 96. D. 60.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: 2 câu lí thuyết, 1 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^2 \cdot C_6^1 = 36$ (đề)

Trường hợp 2: 1 câu lí thuyết, 2 câu bài tập. Suy ra số đề tạo ra là $C_4^1 \cdot C_6^2 = 60$ (đề)

Vậy có thể tạo được số đề khác nhau là: $36 + 60 = 96$ (đề)

Câu 46. Một đội xây dựng gồm 3 kỹ sư, 7 công nhân. Có bao nhiêu cách lập từ đó một tổ công tác 5 người gồm 1 kỹ sư làm tổ trưởng, 1 công nhân làm tổ phó và 3 công nhân làm tổ viên:

- A.** 420 cách. **B.** 120 cách. **C.** 252 cách. **D.** 360 cách.

Lời giải

Chọn A

Chọn 1 kỹ sư làm tổ trưởng có 3 cách, 1 công nhân làm tổ phó có 7 cách và 3 công nhân làm tổ viên có C_6^3 cách.

Vậy số cách lập tổ công tác theo yêu cầu là: $3 \times 7 \times C_6^3 = 420$ cách

Câu 47. Cô giáo chia 4 quả táo, 3 quả cam và 2 quả chuối cho 9 cháu (mỗi cháu 1 quả). Hỏi có bao nhiêu cách chia khác nhau?

- A.** 120. **B.** 1260. **C.** 9. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Chọn nhóm 4 cháu để được chia táo thì có C_9^4 (cách). Khi đó có một cách chia táo để mỗi cháu trong nhóm này được một quả táo.

Chọn nhóm 3 cháu để được chia cam trong các cháu còn lại thì có C_5^3 (cách). Khi đó có một cách chia cam để mỗi cháu trong nhóm này được một quả cam.

Còn lại hai cháu và tương ứng có một cách chia cho mỗi cháu một quả chuối.

Số cách chia thỏa mãn bài toán là: $C_9^4 \cdot C_5^3 \cdot 1 = 1260$ (cách).

Câu 48. Tại một buổi lễ có 13 cặp vợ chồng tham dự, mỗi ông bắt tay với một người trừ vợ mình, các bà không ai bắt tay nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay.

- A.** 234. **B.** 312. **C.** 78. **D.** 185.

Lời giải

Chọn A

Số cái bắt tay của 13 cặp vợ chồng không có điều kiện gì là $C_{26}^2 = 325$.

Số cái bắt tay của 13 bà vợ với nhau là $C_{13}^2 = 78$.

Số cái bắt tay của 13 cặp vợ chồng với nhau (chồng bắt tay với vợ) là 13.

Số cái bắt tay thỏa mãn yêu cầu bài toán là $325 - 78 - 13 = 234$.

Câu 49. Một nhóm có 5 nam và 3 nữ. Chọn ra 3 người trong đó có ít nhất 1 nữ. Số cách chọn là

- A.** 48. **B.** 46. **C.** 15. **D.** 64.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 3 người từ 8 người là: $C_8^3 = 56$

Số cách chọn ra 3 người không có nữ là $C_5^3 = 10$

$\Rightarrow$ Số cách chọn ra 3 người trong đó có ít nhất 1 nữ là: $56 - 10 = 46$.

Câu 50. Một lớp học có 30 học sinh gồm 20 nam, 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất 1 học sinh là nữ.

- A.** 1140. **B.** 2920. **C.** 1900. **D.** 900.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 3 học sinh từ 30 học sinh: $C_{30}^3 = 4060$ (cách).

Số cách chọn ra 3 học sinh nam là: $C_{20}^3 = 1140$ (cách).

Số cách chọn một nhóm 3 học sinh sao cho nhóm đó có ít nhất 1 học sinh là nữ:
 $4060 - 1140 = 2920$ (cách).

Câu 51. Một hộp chứa 20 quả cầu khác nhau trong đó có 12 quả đỏ, 8 quả xanh. Hỏi có bao nhiêu cách lấy được 3 quả trong đó có ít nhất 1 quả xanh?

- A. Đáp án khác. B. 220. C. 900. **D. 920.**

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ 20 quả là C_{20}^3 .

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu mà không có quả cầu màu xanh là C_{12}^3 .

Vậy số cách lấy ra 3 quả cầu trong đó có ít nhất 1 quả màu xanh là $C_{20}^3 - C_{12}^3 = 920$ (cách).

Câu 52. Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

- A. 60. **B. 96.** C. 36. D. 100.

Lời giải

TH1: chọn 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập có: $C_4^2 \cdot C_6^1$ cách.

TH1: chọn 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập có: $C_4^1 \cdot C_6^2$ cách.

Vậy số cách lập đề thỏa điều kiện bài toán là: 96 cách.

Câu 53. Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

- A.** $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$. **B.** $C_{15}^{10} + C_8^4$. **C.** $A_{15}^{10} \cdot A_8^4$. **D.** $A_{15}^{10} + A_8^4$.

Lời giải

Để lập được được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giai đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10} \cdot C_8^4$ cách lập đề thi.

Câu 54. Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

- A.** $C_{40}^4 - C_{15}^4$ (cách). **B.** C_{25}^4 (cách). **C.** $C_{25}^1 C_{15}^3$ (cách). **D.** $C_{40}^4 + C_{15}^4$ (cách).

Lời giải

Số cách chọn 4 em tùy ý trong lớp: C_{40}^4 .

Số cách chọn 4 em nữ trong lớp: C_{15}^4 .

Số cách chọn 4 em trong đó ít nhất phải có một nam: $C_{40}^4 - C_{15}^4$.

Câu 55. Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2 .

B. A_{38}^2 .

C. $C_{20}^2 C_{18}^1$.

D. $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Lời giải

Chọn một nam trong 20 nam có C_{20}^1 cách.

Chọn một nữ trong 18 nữ có C_{18}^1 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một đôi nam nữ là $C_{20}^1 C_{18}^1$.

Câu 56. Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

A. 245.

B. 3480.

C. 336.

D. 251.

Lời giải

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 13 học sinh tùy ý có C_{13}^3 cách.

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 7 học sinh nữ có C_7^3 cách.

Vậy chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam có $C_{13}^3 - C_7^3 = 251$.

Câu 57. Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT Lục Ngạn số 1, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^7 C_9^3$.

B. $C_{15}^6 C_9^4$.

C. $C_{15}^3 C_9^4$.

D. C_{30}^2 .

Lời giải

Có duy nhất một cách chia 30 quyển sách thành 15 bộ, mỗi bộ gồm hai quyển sách khác loại, trong đó có:

+ 4 bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 hóa.

+ 5 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lí.

+ 6 bộ giống nhau gồm 1 lí và toán.

Số cách trao phần thưởng cho 15 học sinh được tính như sau:

+ Chọn ra 4 người (trong 15 người) để trao bộ sách toán và hóa $\Rightarrow$ có C_{15}^4 cách.

+ Chọn ra 5 người (trong 11 người còn lại) để trao bộ sách hóa và lí $\Rightarrow$ có C_{11}^5 cách.

+ Còn lại 6 người trao bộ sách toán và lí $\Rightarrow$ có 1 cách.

Vậy số cách trao phần thưởng là $C_{15}^4 \cdot C_{11}^5 = C_{15}^6 \cdot C_9^4 = 630630$ (cách).

Câu 58. Có 6 học sinh lớp 12, 5 học sinh lớp 11 và 4 học sinh lớp 10. Số cách chọn ra 4 học sinh có đủ cả ba khối là

A. 1365.

B. 720.

C. 280.

D. 120.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: Chọn 2 học sinh khối 12, 1 học sinh khối 11, 1 học sinh khối 10 ta có $C_6^2 C_5^1 C_4^1$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 1 học sinh khối 12, 2 học sinh khối 11, 1 học sinh khối 10 ta có $C_6^1 C_5^2 C_4^1$ cách.

Trường hợp 3: Chọn 1 học sinh khối 12, 1 học sinh khối 11, 2 học sinh khối 10 ta có $C_6^1 C_5^1 C_4^2$ cách.

Vậy ta có số cách chọn thỏa mãn là $C_6^2 C_5^1 C_4^1 + C_6^1 C_5^2 C_4^1 + C_6^1 C_5^1 C_4^2 = 720$ (cách).

Câu 59. Đội ca khúc chính trị của trường THPT Yên Lạc 2 gồm có 4 học sinh khối 12, có 3 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh để biểu diễn tiết mục văn nghệ chào mừng ngày 20/11. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho khối nào cũng có học sinh được chọn.

- A. 102. B. 126. C. 100. D. 98.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 5 học sinh tùy ý là $C_9^5 = 126$.

Số cách chọn 5 học sinh gồm học sinh khối 10 hoặc khối 11 là $C_5^5 = 1$.

Số cách chọn 5 học sinh gồm học sinh khối 11 hoặc khối 12 là $C_7^5 = 21$.

Số cách chọn 5 học sinh gồm học sinh khối 10 hoặc khối 12 là $C_6^5 = 6$.

Vậy số cách chọn 5 học sinh đủ ba khối là $126 - 1 - 21 - 6 = 98$.

Câu 60. Một hộp có 6 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ và 4 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi sao cho có đủ cả ba màu. Số cách chọn là:

- A. 840 B. 3843 C. 2170 D. 3003

Lời giải

Chọn C

Tổng số có 15 viên bi.

Số cách chọn 5 viên bi tùy ý: $C_{15}^5 = 3003$.

Số cách chọn 5 viên bi chỉ có một màu: $C_6^5 + C_5^5 + C_4^5 = 7$

Số cách chọn 5 viên bi chỉ có một hoặc hai màu (xanh + đỏ; xanh + vàng; đỏ + vàng):

(Trong số cách chọn này có lặp lại số cách chọn bi một màu)

$$C_{11}^5 + C_{10}^5 + C_9^5 - (C_6^5 + C_5^5) = 833.$$

Vậy số cách chọn 5 viên bi có đủ cả ba màu là: $3003 - 840 = 2170$

Câu 61. Từ 20 câu trắc nghiệm gồm 9 câu dễ, 7 câu trung bình và 4 câu khó. người ta chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình và khó. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra?

- A. 176451. B. 176465. C. 176415. D. 6415.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ra 10 câu bất kỳ trong số 20 câu C_{20}^{10}

Số cách chọn ra 10 câu mà không có câu dễ: C_{11}^{10}

Số cách chọn ra 10 câu mà không có câu khó: C_{16}^{10}

Số cách chọn ra 10 câu mà không có câu trung bình: C_{13}^{10}

Như vậy: Số cách chọn ra 10 câu để làm đề kiểm tra sao cho phải có đủ 3 loại dễ, trung bình và khó là:

$$C_{20}^{10} - C_{11}^{10} - C_{16}^{10} - C_{13}^{10} = 176451$$

Câu 62. Đội thanh niên xung kích của một trường trung học phổ thông có 10 người, gồm 4 học sinh lớp A, 3 học sinh lớp B, 3 học sinh lớp C. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh đi làm nhiệm vụ mà số học sinh lớp B bằng số học sinh lớp C?

- A. 36. B. 72. C. 144. D. 108.

Lời giải

Chọn B

Trường hợp 1: Lớp B và lớp C có 1 học sinh, lớp A có 3 học sinh. Khi đó, số cách chọn là

$$C_3^1 \cdot C_3^1 \cdot C_4^3 = 36.$$

Trường hợp 2: Lớp B và lớp C có 2 học sinh, lớp A có 1 học sinh. Khi đó, số cách chọn là $C_3^2 \cdot C_3^2 \cdot C_4^1 = 36$.

Áp dụng quy tắc cộng ta có số cách chọn 5 học sinh đi làm nhiệm vụ mà số học sinh lớp B bằng số học sinh lớp C là $36 + 36 = 72$ cách.

Câu 63. Một lớp học có 30 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách lập ra một đội văn nghệ gồm 6 người, trong đó có ít nhất 4 nam?

- A. 412.803. B. 2.783.638. C. 5.608.890. D. 763.806.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Đội văn nghệ gồm 4 nam, 2 nữ có $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2$ (cách chọn).

Trường hợp 2: Đội văn nghệ gồm 5 nam, 1 nữ có $C_{30}^5 \cdot C_{15}^1$ (cách chọn).

Trường hợp 3: Đội văn nghệ gồm 6 nam, 0 nữ có C_{30}^6 (cách chọn).

Vậy có tổng cộng: $C_{30}^4 \cdot C_{15}^2 + C_{30}^5 \cdot C_{15}^1 + C_{30}^6 = 5.608.890$ cách lập thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 64. Một bó hoa có 14 bông hoa gồm: 3 bông màu hồng, 5 bông màu xanh còn lại là màu vàng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 7 bông trong đó phải có đủ ba màu?

- A. 3058. B. 3060. C. 3432. D. 129.

Lời giải

Chọn A

Chọn 7 bông bất kì từ 14 bông có: $C_{14}^7 = 3432$ cách.

Chọn hai màu hồng, xanh có $C_3^3 \cdot C_5^4 + C_3^2 \cdot C_5^5 = 8$ cách.

Chọn hai màu hồng, vàng có $C_3^3 \cdot C_6^4 + C_3^2 \cdot C_6^5 + C_3^1 \cdot C_6^6 = 36$ cách.

Chọn hai màu xanh, vàng có $C_5^5 \cdot C_6^2 + C_5^4 \cdot C_6^3 + C_5^3 \cdot C_6^4 + C_5^2 \cdot C_6^5 + C_5^1 \cdot C_6^6 = 330$ cách.

Vậy có $3432 - (8 + 36 + 330) = 3058$ cách

Câu 65. Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng lúc 3 tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kì hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn hơn kém nhau ít nhất hai đơn vị.

- A. 1771. B. 1350. C. 1768. D. 2024.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 3 tấm thẻ bất kì từ 26 tấm thẻ có C_{26}^3 cách.

Chọn ra 3 tấm thẻ ghi số liên tiếp có 24 cách.

Chọn ra 3 tấm thẻ trong đó có đúng 2 tấm thẻ ghi số liên tiếp: $2 \cdot 23 + 23 \cdot 2 = 552$ cách.

Số cách chọn ra 3 tấm thẻ thỏa yêu cầu bài toán là $C_{26}^3 - 24 - 552 = 2024$.

Giải thích: Nếu chọn được 2 số liên tiếp là 1,2 hoặc 25,26 thì có 23 cách chọn 1 số thứ ba.

Nếu chọn được hai số liên tiếp khác cặp số trên thì có 22 cách chọn 1 số thứ ba.

Câu 66. Một hộp chứa 16 quả cầu gồm sáu quả cầu xanh đánh số từ 1 đến 6, năm quả cầu đỏ đánh số từ 1 đến 5 và năm quả cầu vàng đánh số từ 1 đến 5. Hỏi có bao nhiêu cách lấy ra từ hộp đó ba quả cầu vừa khác màu vừa khác số?

- A. 60. B. 72. C. 150. D. 80.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ba quả cầu khác màu là $C_6^1 \cdot C_5^1 \cdot C_5^1 = 150$.

Số cách chọn ba quả cầu khác màu cùng một số là: 5 cách chọn.

Số cách chọn ba quả cầu khác màu nhưng có 2 quả cầu cùng số là: $5.5 + 5.4 + 5.4 = 65$.

Vậy có $150 - (5 + 65) = 80$

Câu 67. Trong hộp có 5 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh.

A. 245.

B. 3480.

C. 246.

D. 3360.

Lời giải

Chọn C

Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp 12 quả cầu, để số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh, những trường hợp có thể xảy ra là

Trường hợp 1: 5 cầu đỏ

Số khả năng: $C_5^5 = 1$ khả năng.

Trường hợp 1: 4 cầu đỏ, 1 cầu xanh

Số khả năng: $C_5^4 \cdot C_7^1 = 35$ khả năng.

Trường hợp 2: 3 cầu đỏ, 2 cầu xanh

Số khả năng: $C_5^3 \cdot C_7^2 = 210$ khả năng.

Áp dụng quy tắc cộng: có tất cả: $35 + 210 + 1 = 246$ khả năng.

Câu 68. Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60 (cách).

B. 120 (cách).

C. 12960 (cách).

D. 90 (cách).

Lời giải

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1 \times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2)$ cách chọn.

* Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn

Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2 \times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1 (C_5^1 \times C_4^1 + C_4^2) + C_3^2 \times C_4^1 = 90$ cách chọn.

Câu 69. Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120.

B. 98.

C. 150.

D. 360.

Lời giải

☞ Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

☞ Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5$

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5 - (C_7^5 + C_6^5 + C_5^5) = 98$.

Câu 70. Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 246.

B. 3480.

C. 245.

D. 3360.

Lời giải

Có 3 trường hợp xảy ra:

TH1: Lấy được 5 bóng đèn loại I: có 1 cách

TH2: Lấy được 4 bóng đèn loại I, 1 bóng đèn loại II: có $C_5^4.C_7^1$ cách

TH3: Lấy được 3 bóng đèn loại I, 2 bóng đèn loại II: có $C_5^3.C_7^2$ cách

Theo quy tắc cộng, có $1 + C_5^4.C_7^1 + C_5^3.C_7^2 = 246$ cách

Câu 71. Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được ba đồ vật?

A. $3!C_8^2C_6^3$.

B. $C_8^2C_6^3$.

C. $A_8^2A_6^3$.

D. $3C_8^2C_6^3$.

Lời giải

Việc chia đồ vật trong bài toán được tiến hành theo các bước sau

- Bước 1: Chia 8 đồ vật thành 3 nhóm đồ vật nhỏ (một nhóm có 2 vật, hai nhóm còn lại mỗi nhóm có 3 đồ vật), có $C_8^2C_6^3C_3^3 = C_8^2C_6^3$ cách

- Bước 2: Chia 3 nhóm đồ ở bước 1 cho 3 người, có $3!$ cách

Vậy có $3!C_8^2C_6^3$ cách.

Câu 72. Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là?

A. 545.

B. 462.

C. 455.

D. 456.

Lời giải

Chọn 5 học sinh bất kỳ từ tổ 11 học sinh có số cách chọn là C_{11}^5 .

Số cách chọn 5 học sinh mà chỉ toàn nữ hoặc toàn nam là $C_5^5 + C_6^5$.

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là

$$C_{11}^5 - (C_5^5 + C_6^5) = 455.$$

Câu 73. Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249.

B. 4250.

C. 5005.

D. 805.

Lời giải

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^6 = 5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_6^6 = 1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_9^6 = 84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^6 - C_6^6 = 461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^6 - C_6^6 = 209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là

$$5005 - 1 - 84 - 461 - 209 = 4250 \text{ cách.}$$

Câu 74. Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

A. 180.

B. 150.

C. 120.

D. 60.

Lời giải

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1C_4^1C_5^1 = 60$ (cách)

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1C_3^1C_5^1 = 60$ (cách)

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1 C_6^1 C_2^1 = 60$ (cách)

Vậy có $60.3 = 180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

Câu 75. Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

- A. 600 . B. 25 . C. 325 . D. 30 .

Lời giải

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 3 nữ.

Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 2 nữ.

Trường hợp 3: Chọn 3 nam và 1 nữ.

Trường hợp 4: Chọn 4 nam.

Số cách chọn cần tìm là $C_6^1 C_5^3 + C_6^2 C_5^2 + C_6^3 C_5^1 + C_6^4 = 325$ cách chọn.

Câu 76. Một tổ có 5 bạn học sinh nam và 6 bạn học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 em đi trực nhật. Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh để có cả nam và nữ?

- A. 325 . B. 415 . C. 810 . D. 135 .

Lời giải.

Từ 5 bạn học sinh nam và 6 bạn học sinh nữ chọn ngẫu nhiên 3 em có C_{11}^3 cách chọn.

Trong số C_{11}^3 cách chọn trên xảy ra trường hợp sau:

Chỉ có nam có C_5^3 hoặc chỉ có nữ có C_6^3 hoặc có cả nam và nữ.

Vậy số cách chọn 3 học sinh để có cả nam và nữ là: $C_{11}^3 - C_5^3 - C_6^3 = 135$.

Câu 77. Có hai đường thẳng song song (d) và (d') . Trên (d) lấy 15 điểm phân biệt, trên (d') lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 24 điểm trên là bao nhiêu?

- A. 1485 . B. 540 . C. 1548 . D. 950 .

Lời giải

Chọn A

Có $C_{15}^1 \cdot C_9^2 = 540$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 1 điểm thuộc (d) và 2 điểm thuộc (d') .

Có $C_{15}^2 \cdot C_9^1 = 945$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 2 điểm thuộc (d) và 1 điểm thuộc (d') .

Vậy có tất cả 1485 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 78. Cho đa giác đều 36 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong 36 đỉnh của đa giác đều?

- A. 306 . B. 153 . C. 9 . D. 58905 .

Lời giải

Chọn B

Do đa giác đều 36 đỉnh có 18 đường chéo qua tâm.

Mặt khác cứ 2 đường chéo qua tâm ứng với một hình chữ nhật có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác.

Vậy số hình chữ nhật là $C_{18}^2 = 153$.

Bài toán tổng quát:

Do đa giác đều $2n$ ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) đỉnh có n đường chéo qua tâm.

Mặt khác cứ 2 đường chéo qua tâm ứng với một hình chữ nhật có 4 đỉnh là đỉnh của đa giác.

Vậy số hình chữ nhật là C_n^2 .

Câu 79. Trên đường tròn tâm O cho 12 điểm phân biệt. Từ các điểm đã cho có thể tạo được bao nhiêu tứ giác nội tiếp đường tròn tâm O ?

A. C_{12}^4 .

B. 3.

C. $4!$.

D. A_{12}^4 .

Lời giải

Chọn A

Chọn đỉnh thứ nhất: có 12 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ hai: có 11 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ ba: có 11 cách chọn.

Chọn đỉnh thứ tư: có 9 cách chọn.

Vì một tứ giác không kể đến thứ tự của các đỉnh nên số tứ giác được tạo nên:

$$\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8!}{4!8!} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = C_{12}^4$$

Câu 80. Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. 220.

B. 175.

C. 1320.

D. 7350.

Lời giải

TH1: Hai đỉnh thuộc d_1 và một đỉnh thuộc d_2 : Có $C_5^2 C_7^1$ tam giác.

TH2: Hai đỉnh thuộc d_2 và một đỉnh thuộc d_1 : Có $C_7^2 C_5^1$ tam giác.

Vậy số tam giác được tạo thành là $C_5^2 C_7^1 + C_7^2 C_5^1 = 175$.

Câu 81. Cho hình vuông $ABCD$. Trên cạnh AB , BC , CD , DA lần lượt lấy 1, 2, 3 và n điểm phân biệt $n \geq 3$ ($n \in \mathbb{N}$) khác A , B , C , D . Tìm n biết số tam giác lấy từ $n+6$ điểm trên là 439.

A. $n = 20$.

B. $n = 12$.

C. $n = 8$.

D. $n = 10$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Do mỗi tam giác được tạo thành từ 3 điểm không thẳng hàng.

Trên cạnh CD chọn ra được C_3^3 bộ 3 điểm thẳng hàng. Trên cạnh DA chọn ra được C_n^3 bộ 3 điểm thẳng hàng. Do đó số tam giác tạo thành là $C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_3^3$.

Theo giả thiết ta có $C_{n+6}^3 - C_n^3 - C_3^3 = 439$. Sử dụng máy tính kiểm tra thấy $n = 10$ thỏa mãn điều kiện đề bài.

Cách 2:

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên AB và BC là $C_1^1 C_2^2 = 1$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên AB và CD là $C_1^1 C_3^2 = 3$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên AB và AD là $C_1^1 C_n^2 = C_n^2$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và DC là $C_2^1 C_3^2 + C_2^2 C_3^1 = 9$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và AD là $C_2^1 C_n^2 + C_2^2 C_n^1 = 2C_n^2 + 1C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và AD là $C_3^1 C_n^2 + C_3^2 C_n^1 = 3C_n^2 + 3C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có đỉnh nằm trên BC và AD là $C_3^1 C_n^2 + C_3^2 C_n^1 = 3C_n^2 + 3C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh AB , BC và CD là $C_1^1 C_2^1 C_3^1 = 6$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh AB , BC và DA là $C_1^1 C_2^1 C_n^1 = 2C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh AB , CD và DA là $C_1^1 C_3^1 C_n^1 = 3C_n^1$.

Số tam giác tạo thành có 3 đỉnh nằm trên ba cạnh BC , CD và DA là $C_2^1 C_3^1 C_n^1 = 6C_n^1$.

Vậy số tam giác tạo thành là:

$$1 + 3 + C_n^2 + 9 + 2C_n^2 + C_n^1 + 3C_n^2 + 3C_n^1 + 6 + 2C_n^1 + 3C_n^1 + 6C_n^1 = 19 + 6C_n^2 + 15C_n^1 = 439$$

$$\Leftrightarrow 6 \frac{n(n-1)}{2} + 15n = 420 \Leftrightarrow 3n^2 + 12n - 420 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -14(l) \end{cases} \Leftrightarrow n = 10.$$

Câu 82. Cho một đa giác lồi (H) có 10 cạnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó là ba đỉnh của (H), nhưng ba cạnh không phải ba cạnh của (H)?

A. 40.

B. 100.

C. 60.

D. 50.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác được tạo thành từ 10 đỉnh của đa giác lồi (H) là: C_{10}^3 .

Xét trường hợp số tam giác chỉ chứa hai cạnh của đa giác, là số tam giác có 3 đỉnh liên tiếp của đa giác. Có 10 tam giác như vậy.

Xét trường hợp số tam giác chứa đúng một cạnh của đa giác, là số tam giác có 2 đỉnh là 2 đỉnh liên tiếp của đa giác và đỉnh còn lại không kề với hai đỉnh kia. Khi đó, xét một cạnh bất kỳ ta có C_{10-4}^1 cách chọn đỉnh còn lại của tam giác (trừ hai đỉnh đã chọn và hai đỉnh kề nó). Trường hợp này có $10 \cdot C_6^1$ tam giác.

Vậy số tam giác không chứa cạnh của đa giác (H) là: $C_{10}^3 - 10 - 10 \cdot C_6^1 = 50$ tam giác.

Câu 83. Cho hai đường thẳng song song. Trên đường thẳng thứ nhất ta lấy 20 điểm phân biệt. Trên đường thẳng thứ hai ta lấy 18 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ ba điểm trong các điểm nói trên?

A. $18C_{20}^2 + 20C_{18}^2$.

B. $20C_{18}^3 + 18C_{20}^3$.

C. C_{38}^3 .

D. $C_{20}^3 \cdot C_{18}^3$.

Lời giải

Chọn A

Chọn 2 điểm trên đường thẳng thứ 2 và 1 điểm trên đường thẳng thứ nhất. Số tam giác được tạo thành từ ba điểm trên là: $20C_{18}^2$ (tam giác).

Chọn 2 điểm trên đường thẳng thứ 1 và 1 điểm trên đường thẳng thứ hai. Số tam giác được tạo thành từ ba điểm trên là: $18C_{20}^2$ (tam giác).

Vậy số tam giác được tạo thành theo ycbt là: $20C_{18}^2 + 18C_{20}^2$.

Câu 84. Cho một đa giác đều 40 đỉnh $A_1 A_2 \dots A_{40}$ nội tiếp đường tròn (O). Số tam giác có các đỉnh là 3 trong 40 đỉnh trên gấp bao nhiêu lần số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 40 đỉnh trên?

A. 20.

B. $\frac{4}{37}$.

C. 52.

D. 40.

Lời giải

Chọn C

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 40 đỉnh trên là: C_{40}^3 .

Đa giác đều đã cho có 40 đỉnh nên nó có 20 đường chéo đi qua tâm O. Mỗi hình chữ nhật thỏa đề bài tương ứng với một tổ hợp chập 2 của 20 đường chéo này và ngược lại.

Vậy số hình chữ nhật có 4 đỉnh là 4 trong 40 đỉnh của đa giác là: C_{20}^2 . Suy ra số tam giác gấp số hình chữ nhật là: $C_{40}^3 : C_{20}^2 = 52$.

Câu 85. Có hai đường thẳng song song (d) và (d'). Trên (d) lấy 15 điểm phân biệt, trên

(d') lấy 9 điểm phân biệt. Hỏi số tam giác có 3 đỉnh là 3 trong 24 điểm trên là bao nhiêu?

A. 1485.

B. 540.

C. 1548.

D. 950.

Lời giải

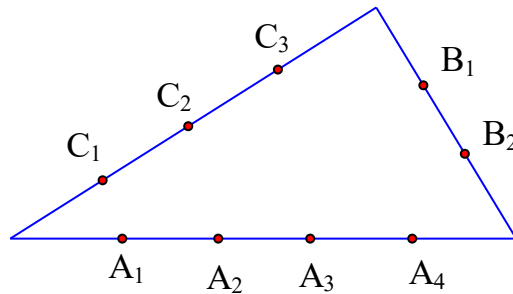
Chọn A

Có $C_{15}^1 \cdot C_9^2 = 540$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 1 điểm thuộc (d) và 2 điểm thuộc (d').

Có $C_{15}^2 \cdot C_9^1 = 945$ tam giác có 3 đỉnh được tạo thành từ 2 điểm thuộc (d) và 1 điểm thuộc (d').

Vậy có tất cả 1485 tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 86. Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho?



A. 79.

B. 48.

C. 55.

D. 24.

Lời giải

Bộ 3 điểm bất kỳ được chọn từ 9 điểm đã cho có C_9^3 bộ.

Bộ 3 điểm không tạo thành tam giác có $C_3^3 + C_4^3$ bộ.

Vậy số tam giác tạo thành từ 9 điểm đã cho có: $C_9^3 - (C_3^3 + C_4^3) = 79$.

Câu 87. Cho một đa giác đều n đỉnh ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$). Tìm n biết số hình chữ nhật được tạo ra từ bốn đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác đó là 45.

A. $n = 12$.

B. $n = 10$.

C. $n = 9$.

D. $n = 45$.

Lời giải

Do đa giác đều nên đa giác đó nội tiếp trong một đường tròn và có n đường chéo đi qua tâm O của đường tròn. Chọn 2 đường chéo khác nhau đi qua tâm thì 4 đỉnh của đường chéo cho ta một hình chữ nhật. Vậy có C_n^2 hình chữ nhật.

Theo đề bài ta có: $C_n^2 = 45 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 45 \Leftrightarrow n = 10$.

Câu 88. Cho đa giác đều $A_1 A_2 A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O). Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.

A. 105.

B. 27405.

C. 27406.

D. 106.

Lời giải

Trong đa giác đều $A_1 A_2 A_3 \dots A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O) cứ mỗi điểm A_i có một điểm A_i đối xứng với A_i qua O ($A_i \neq A_i$) ta được một đường kính, tương tự với $A_2, A_3, \dots, A_{30}$. Có tất cả 15 đường kính mà các điểm là đỉnh của đa giác đều $A_1 A_2 A_3 \dots A_{30}$. Cứ hai đường kính đó ta được một hình chữ nhật mà bốn điểm là các đỉnh của đa giác đều: có $C_{15}^2 = 105$ hình chữ nhật tất cả.

Câu 89. Cho đa giác đều 100 nội tiếp một đường tròn. Số tam giác được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là:

A. 44100.

B. 78400.

C. 117600.

D. 58800.

Lời giải

Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác. Với điểm A_1 có $2.C_{49}^2$ cách chọn hai đỉnh thuộc cùng nửa đường tròn đường kính A_1A_{51} để tạo thành tam giác tù có góc A_1 . Như vậy có $100.2.C_{49}^2$ tam giác, trong đó mỗi tam giác bị đếm hai lần.

Vậy số tam giác tù là $100.C_{49}^2 = 117600$.

Câu 90. Một đa giác lồi có 10 cạnh, xét các tam giác mà 3 đỉnh là đỉnh của đa giác. Hỏi trong số các tam giác này có bao nhiêu tam giác mà cả 3 cạnh đều không phải là cạnh của đa giác?

A. 60.

B. 70.

C. 120.

D. 50.

Lời giải

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác là C_{10}^3 .

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác có 1 cạnh là cạnh của đa giác:

Chọn 2 đỉnh kề nhau: có 10 cách chọn.

Chọn đỉnh còn lại không kề với 1 trong 2 đỉnh đã chọn: có 6 cách.

Vậy có $10.6 = 60$ tam giác.

* Số tam giác tạo thành từ 3 đỉnh của đa giác có 2 cạnh là cạnh của đa giác

Chọn 2 cạnh kề nhau: có 10 cách.

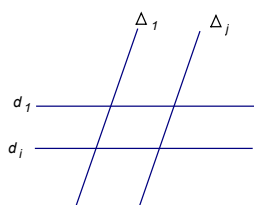
Vậy số tam giác cần tìm là $C_{10}^3 - 60 - 10 = 50$ tam giác.

Câu 91. Trên mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. 2017.2018.

B. $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$.C. $C_{2017}^2.C_{2018}^2$.

D. 2017 + 2018.

Lời giải

Với hai đường thẳng bất kì từ 2017 đường thẳng d_i song song đã cho và với hai đường thẳng bất kì từ 2018 đường thẳng Δ_j song song đã cho, xác định cho ta một hình bình hành.

Vậy số hình bình hành nhiều nhất thỏa đề bài là $C_{2017}^2.C_{2018}^2$.

Câu 92. Cho đa giác lồi có 40 cạnh. Mỗi đoạn thẳng đi qua hai đỉnh bất kì của nó mà không phải là cạnh được gọi là một đường chéo của nó. Số giao điểm nằm bên trong đa giác (không trùng với đỉnh) được tạo ra do các đường chéo của nó cắt nhau nhiều nhất là bao nhiêu?

A. 91390.

B. 273430.

C. 740.

D. 1520.

Lời giải

Đa giác lồi có 40 cạnh sẽ có 40 đỉnh.

Số đường chéo của đa giác là: $C_{40}^2 - 40 = 740$ đường chéo.

Số giao điểm nằm bên trong đa giác (không trùng với đỉnh) được tạo ra do các đường chéo của nó cắt nhau nhiều nhất là $C_{740}^2 = 273430$.

Câu 93. Từ các số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số phân biệt trong đó có 2 chữ số lẻ và 2 chữ số chẵn?

A. 144.

B. 432.

C. 696.

D. 840.

Lời giải

Chọn B

+ Chọn 2 chữ số lẻ từ 7 chữ số đã cho có C_4^2 cách.

+ Chọn 2 chữ số chẵn từ 7 chữ số đã cho có C_3^2 cách.

+ Với 4 chữ số đã chọn ta xếp vào 4 vị trí có $4!$ cách.

Do đó có $C_4^2.C_3^2.4! = 432$ số.

Câu 94. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau trong đó luôn có mặt hai chữ số 1 và 6.

A. 408.

B. 720.

C. 480.

D. 120.

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 chữ số khác nhau từ các số trong tập hợp $\{2; 3; 4; 5\}$: có C_4^3 cách;

Sau đó, sắp xếp 5 chữ số đã chọn: có $5!$ cách;

Vậy có $C_4^3.5! = 480$ số có 5 chữ số khác nhau và luôn có mặt số 1 và số 6.

Câu 95. Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau mà trong đó nhất thiết phải có mặt chữ số 0?

A. 120.

B. 504.

C. 720.

D. 480.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau có dạng: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$.

Chọn một số cho a_1 ta có 5 cách chọn.

Tiếp theo ta bỏ số a_1 và số 0 thì từ tập hợp đã cho chúng ta còn lại 4 số. Ta chọn 3 số từ 4 số đó ta có C_4^3 cách chọn.

Chúng ta xếp số 0 và 3 số vừa mới chọn vào 4 vị trí a_2, a_3, a_4, a_5 ta được $4!$ cách xếp.

Chọn cho các số cho a_2, a_3, a_4, a_5 có mặt chữ số 0 ta có $C_5^3.4!$ cách chọn.

Số số tự nhiên thỏa yêu cầu đề bài có thể lập được là: $5.4!.C_4^3 = 480$.

DẠNG 2. KẾT HỢP HOÁN VỊ, CHỈNH HỢP, TỔ HỢP

Câu 96. Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

A. $1 + 4C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + 2A_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4$.

B. $1 + 2C_{2018}^2 + 2C_{2018}^3 + C_{2018}^4 + C_{2018}^5$.

C. $1 + 2A_{2018}^2 + 2A_{2018}^3 + A_{2018}^4 + C_{2017}^5$.

D. $1 + 2A_{2018}^2 + 2(C_{2017}^2 + A_{2017}^2) + (C_{2017}^3 + A_{2017}^3) + C_{2017}^4$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi a là số thỏa mãn yêu cầu của bài toán. Như vậy các chữ số của a thỏa mãn các trường hợp sau:

a chứa năm chữ số 1 và 2013 chữ số 0: C_{2017}^4

a chứa ba chữ số 1, một chữ số 2 và 2014 chữ số 0: $C_{2017}^3 + 2015C_{2017}^2$

a chứa hai chữ số 1, một chữ số 3 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$

a chứa một chữ số 1, một chữ số 4 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$

a chứa một chữ số 5 và 2017 chữ số 0: 1

a chứa một chữ số 1, hai chữ số 2 và 2015 chữ số 0: $C_{2017}^2 + A_{2017}^2$

a chứa một chữ số 2, một chữ số 3 và 2016 chữ số 0: $2C_{2017}^1$

Vậy có $1 + 4C_{2017}^1 + 2017C_{2017}^2 + C_{2017}^3 + C_{2017}^4 + 2A_{2017}^2$

Câu 97. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_5^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 98. Từ các chữ số của tập $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 7 chữ số trong đó chữ số 2 xuất hiện đúng ba lần, các chữ số còn lại đôi một khác nhau?

A. 31203.

B. 12600.

C. 181440.

D. 27000

Lời giải

Chọn D

*Ý tưởng: Đầu tiên, ta chọn 7 chữ số gồm 3 chữ số 2 và 4 chữ số bất kì từ tập $\{0; 1; 3; 4; 5; 6; 7\}$ rồi xếp vào 7 vị trí. Sau đó, ta trừ đi những trường hợp mà chữ số 0 đứng đầu.

Bước 1: Ta xếp 3 chữ số 2 vào 3 trong 7 vị trí $\Rightarrow$ Có C_7^3 cách.

Chọn 4 chữ số còn lại từ tập $\{0; 1; 3; 4; 5; 6; 7\}$ và xếp vào 4 vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có A_7^4 cách.

Bước 2: Chọn chữ số đầu tiên bên trái là 0.

Ta xếp 3 chữ số 2 vào 3 trong 6 vị trí còn lại $\Rightarrow$ Có C_6^3 cách 3 chữ số còn lại có A_6^3 cách chọn.

Kết luận: tổng cộng có $C_7^3 \times A_7^4 - C_6^3 \times A_6^3 = 27000$ số tự nhiên thỏa mãn đề bài.

Câu 99. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong sáu bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

A. 36.

B. 180.

C. 72.

D. 18.

Lời giải

Xếp hai bạn vào ghế mang số chẵn có A_3^2 cách.

Xếp hai bạn vào ghế mang số lẻ có A_3^2 cách.

Số cách xếp hai bạn còn lại vào hai vị trí còn lại là $2!$ cách.

Vậy số cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó là $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$ (cách).

Câu 100. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240.

B. 846000.

C. 907200.

D. 151200.

Lời giải

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 101. Từ tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ có thể lập được bao nhiêu số có 8 chữ số sao cho chữ số 2 xuất hiện 4 lần, còn các chữ số khác xuất hiện một lần.

A. 120.

B. 840.

C. 576.

D. 1680.

Lời giải

Chọn 4 trong 8 vị trí để xếp số 2: có C_8^4 cách chọn.

Xếp các chữ số 1; 3; 4; 5 vào 4 vị trí còn lại: có $4!$ cách chọn.

Vậy có $C_8^4 \cdot 4! = 1680$ (số).

Câu 102. Có 5 tem thư khác nhau và 6 bì thư cũng khác nhau. Người ta muốn chọn từ đó 3 tem thư, 3 bì thư và dán 3 tem thư đó ấy lên 3 bì thư đã chọn, mỗi bì thư chỉ dán một tem thư. Hỏi có bao nhiêu cách làm như vậy?

A. 1200.

B. 1800.

C. 1000.

D. 200.

Lời giải

Chọn A

Chọn 3 bì thư có C_6^3 .

Chọn 3 tem thư và dán nó vào 3 bì thư có A_5^3 .

Số cách chọn cần tìm là $C_6^3 \cdot A_5^3 = 1200$.

Câu 103. Có bao nhiêu cách cắm 3 bông hoa có khác nhau vào 5 lọ khác nhau sao cho mỗi lọ cắm không quá một bông?

A. A_5^3 .

B. $3!$.

C. C_5^3 .

D. A_5^2 .

Lời giải

Chọn ra 3 lọ trong 5 lọ để cắm hoa. Số cách chọn lọ là: C_5^3

Số cách cắm 3 bông hoa vào 3 lọ được chọn là: $3!$

Số cách cắm 3 bông hoa vào 5 lọ là: $C_5^3 \cdot 3! = A_5^3$.

Câu 104. Có 6 học sinh và 3 thầy giáo A, B, C . Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ 9 người đó ngồi trên một hàng ngang có 9 chỗ sao cho mỗi thầy giáo ngồi giữa hai học sinh.

A. 4320.

B. 90.

C. 43200.

D. 720.

Lời giải

Sắp 6 học sinh thành một hàng ngang, giữa 6 học sinh có 5 khoảng trống, ta chọn 3 khoảng trống và đưa 3 giáo viên vào được cách sắp thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy tất cả có: $6! \cdot A_5^3 = 43200$ cách.

Câu 105. Một nhóm 6 bạn học sinh mua vé vào rạp chiếu phim. Các bạn mua 6 vé gồm 3 vé mang số ghế chẵn, 3 vé mang số ghế lẻ và không có hai vé nào cùng số. Trong 6 bạn thì hai bạn muốn ngồi bên ghế chẵn, hai bạn muốn ngồi bên ghế lẻ, hai bạn còn lại không có yêu cầu gì. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ để thỏa mãn các yêu cầu của tất cả các bạn đó?

A. 72 .

B. 36 .

C. 18 .

D. 180 .

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên chẵn là A_3^2 .

Số cách chọn 2 vé cho hai bạn muốn ngồi ghế bên lẻ là A_3^2 .

Còn lại 2 vé cho hai bạn còn lại có $2!$ cách.

Vậy số cách chọn là: $A_3^2 \cdot A_3^2 \cdot 2! = 72$ cách.

Câu 106. Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

A. 36

B. 18

C. 12

D. 72

Lời giải

Chọn A

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật.

Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn.

Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn.

Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.

Vậy số cách chia là : $C_3^2 \cdot A_4^2 = 36$ cách.

Câu 107. Một Thầy giáo có 10 cuốn sách Toán đôi một khác nhau, trong đó có 3 cuốn Đại số, 4 cuốn Giải tích và 3 cuốn Hình học. Ông muốn lấy ra 5 cuốn và tặng cho 5 học sinh sao cho sau khi tặng mỗi loại sách còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi có bao nhiêu cách tặng.

A. 24412

B. 23314.

C. 32512.

D. 24480.

Lời giải

Chọn D

Số cách lấy 5 cuốn sách và đem tặng cho 5 học sinh: $S = A_{10}^5 = 30240$ cách.

Số cách chọn sao cho không còn sách Đại số: $S_1 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Giải tích: $S_2 = C_6^1 \cdot 5! = 720$ cách

Số cách chọn sao cho không còn sách Hình học: $S_3 = C_7^2 \cdot 5! = 2520$ cách.

Vậy số cách tặng thỏa yêu cầu bài toán: $S - S_1 - S_2 - S_3 = 24480$ cách tặng.

Câu 108. Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240 .

B. 846000 .

C. 907200 .

D. 151200 .

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5 C_5^3 = 151200$ số cần tìm.

Câu 109. Một đội thanh niên tình nguyện có 15 người, gồm 12 nam và 3 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách phân công đội thanh niên tình nguyện đó về giúp đỡ 3 tỉnh miền núi, sao cho mỗi tỉnh có 4 nam và một nữ?

- A. 12141421. B. 5234234. C. 4989600. D. 4144880

Lời giải

Chọn C

Có C_{12}^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ nhất

Với mỗi cách phân công trên thì có C_8^4 cách phân công 4 nam về tỉnh thứ hai và có C_4^4 cách phân công 4 nam còn lại về tỉnh thứ ba.

Khi phân công nam xong thì có $3!$ cách phân công ba nữ về ba tỉnh đó.

Vậy có tất cả $C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4 \cdot 3! = 4989600$ cách phân công.

Câu 110. Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

- A. 80640. B. 108864. C. 145152. D. 217728.

Lời giải

Xét các trường hợp sau :

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2! \cdot 8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^1 \cdot 7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^2 \cdot 6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^3 \cdot 5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2! \cdot A_4^4 \cdot 4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!(8! + A_4^1 7! + A_4^2 6! + A_4^3 5! + A_4^4 4!) = 145152$ cách.

Câu 111. Một nhóm học sinh gồm 15 nam và 5 nữ. Người ta muốn chọn từ nhóm ra 5 người để lập thành một đội cờ đỏ sao cho phải có 1 đội trưởng nam, 1 đội phó nam và có ít nhất 1 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập đội cờ đỏ.

- A. 141666. B. 241561. C. 111300. D. 131444.

Lời giải

Chọn C

Vì trong 5 người được chọn phải có ít nhất 1 nữ và ít nhất phải có 2 nam nên số học sinh nữ gồm 1 hoặc 2 hoặc 3 nên ta có các trường hợp sau:

- chọn 1 nữ và 4 nam.

+) Số cách chọn 1 nữ: 5 cách

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2

+) Số cách chọn 2 nam còn lại: C_{13}^2

Suy ra có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2$ cách chọn cho trường hợp này.

- chọn 2 nữ và 3 nam.

+) Số cách chọn 2 nữ: C_5^2 cách.

+) Số cách chọn 2 nam làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

+) Số cách chọn 1 còn lại: 13 cách.

Suy ra có $13A_{15}^2 \cdot C_5^2$ cách chọn cho trường hợp này.

- Chọn 3 nữ và 2 nam.

+) Số cách chọn 3 nữ: C_5^3 cách.

+) Số cách chọn 2 làm đội trưởng và đội phó: A_{15}^2 cách.

Suy ra có $A_{15}^2 \cdot C_5^3$ cách chọn cho trường hợp 3.

Vậy có $5A_{15}^2 \cdot C_{13}^2 + 13A_{15}^2 \cdot C_5^2 + A_{15}^2 \cdot C_5^3 = 111300$ cách.

Câu 112. Ông và bà An cùng có 6 đứa con đang lên máy bay theo một hàng dọc. Có bao nhiêu cách xếp hàng khác nhau nếu ông An hay bà An đứng ở đầu hoặc cuối hàng:

A. 720.

B. 1440.

C. 18720.

D. 40320.

Lời giải

Chọn C

Ta dùng phân bù.

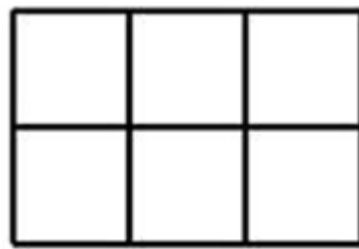
Sắp 8 người vào 8 vị trí theo hàng dọc có $8!$ cách sắp xếp.

Sắp ông và bà An vào 2 trong 6 vị trí (trừ vị trí đầu và cuối hàng) có A_6^2 cách.

Sắp 6 người con vào 6 vị trí còn lại có $6!$ cách.

Vậy có $8! - A_6^2 \cdot 6! = 18720$ cách sắp xếp.

Câu 113. Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng?



A. 4374.

B. 139968.

C. 576.

D. 15552.

Lời giải

Tô màu theo nguyên tắc:

Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được chọn có 6 cách tô. Do đó, có $6 \cdot C_3^2$ cách tô.

Tô 3 ô vuông 3 cạnh (có một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3 \cdot C_2^1 = 6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

Tô 2 ô vuông 2 cạnh (có 2 cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác nhau không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $6 \cdot C_3^2 \cdot 6^3 \cdot 4 = 15552$ cách tô.

Câu 114. Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

A. $2018 \cdot C_{897}^3$.

B. C_{1009}^3 .

C. $2018 \cdot C_{895}^3$.

D. $2018 \cdot C_{896}^3$.

Lời giải

Gọi $A_1, A_2, \dots, A_{2018}$ là các đỉnh của đa giác đều 2018 đỉnh.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều $A_1 A_2 \dots A_{2018}$.

Các đỉnh của đa giác đều chia (O) thành 2018 cung tròn bằng nhau, mỗi cung tròn có số đo bằng $\frac{360^\circ}{2018}$.

Vì tam giác cần đếm có đỉnh là đỉnh của đa giác nên các góc của tam giác là các góc nội tiếp của (O) .

Suy ra góc lớn hơn 100° sẽ chắn cung có số đo lớn hơn 200° .

Cố định một đỉnh A_i . Có 2018 cách chọn A_i .

Gọi A_i, A_j, A_k là các đỉnh sắp thứ tự theo chiều kim đồng hồ sao cho $\widehat{A_i A_k} < 160^\circ$ thì $\widehat{A_i A_j A_k} > 100^\circ$ và tam giác $A_i A_j A_k$ là tam giác cần đếm.

Khi đó $\widehat{A_i A_k}$ là hợp liên tiếp của nhiều nhất $\left\lfloor \frac{\frac{160}{360}}{\frac{360}{2018}} \right\rfloor = 896$ cung tròn nói trên.

896 cung tròn này có 897 đỉnh. Trừ đi đỉnh A_i thì còn 896 đỉnh. Do đó có C_{896}^2 cách chọn hai đỉnh A_j, A_k .

Vậy có tất cả $2018 \cdot C_{896}^2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 4. NHỊ THỨC NEWTON

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4$$

$$= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5$$

$$= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Những công thức khai triển nói trên là công thức nhị thức Newton $(a+b)^n$ ứng với $n=4; n=5$.

Bằng cách như thế, ta có thể khai triển được $(a+b)^n$ với n là số nguyên dương lớn hơn 5. Công thức khai triển cụ thể được trình bày trong Chuyên đề học tập Toán 10.

Ví dụ 1. Khai triển $(x+1)^4$.

Giải

$$\text{Ta có: } (x+1)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 1 + 6x^2 \cdot 1^2 + 4x \cdot 1^3 + 1^4$$

$$= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1.$$

Ví dụ 2. Khai triển $(x-1)^4$.

Giải

$$\text{Ta có: } (x-1)^4 = [x+(-1)]^4 = x^4 + 4x^3 \cdot (-1) + 6x^2 \cdot (-1)^2 + 4x \cdot (-1)^3 + (-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1.$$

Ví dụ 3. Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x-2y)^4$

b) $(3x-y)^5$.

Giải

a) Ta có:

$$(x-2y)^4 = [x+(-2y)]^4 = x^4 + 4x^3(-2y) + 6x^2(-2y)^2 + 4x(-2y)^3 + (-2y)^4$$

$$= x^4 - 8x^3 y + 24x^2 y^2 - 32xy^3 + 16y^4.$$

b) Ta có:

$$(3x-y)^5 = [3x+(-y)]^5 = (3x)^5 + 5(3x)^4(-y) + 10(3x)^3(-y)^2 + 10(3x)^2(-y)^3 + 5(3x)(-y)^4 + (-y)^5$$

$$= 243x^5 - 405x^4 y + 270x^3 y^2 - 90x^2 y^3 + 15xy^4 - y^5$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Khai triển nhị thức Newton sau

STT	Cho khai triển nhị thức sau	Yêu cầu	ĐA	
			Số hạng tổng quát	Số hạng thứ k
1	$(3x+5)^7$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 4	$T_{k+1} = C_7^k 3^{7-k} 5^k \cdot x^{7-k}$	Thứ 4 $\rightarrow k=3 \rightarrow T_4$
2	$(1-5x)^9$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 5	$T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 5^k \cdot x^k$	Các ý còn lại tương tự.
3	$(2\sqrt{x}-1)^{18}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 9	$T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} \cdot x^{\frac{18-k}{2}}$	
4	$(6x-y)^6$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ	$T_{k+1} = C_6^k (-1)^k 6^{6-k} \cdot x^{6-k} \cdot y^k$	

		3		
5	$\left(\frac{1}{x} - x\right)^{10}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 7	$T_{k+1} = C_{10}^k (-1)^k .x^{2k-10}$	
6	$(2x + y^2)^{28}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 25	$T_{k+1} = C_{28}^k 2^{28-k} .x^{28-k} .y^{2k}$	
7	$(2\sqrt{x} - 4y)^{30}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 16	$T_{k+1} = C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} .x^{\frac{30-k}{2}} .y^k$	
8	$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2}\right)^9$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 8	$T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 2^{9-k} .x^{\frac{7k-36}{6}}$	

Câu 2. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{12}$

Câu 3. Tìm hệ số của x^{21} trong khai triển $(2 - 3x)^{25}$

Câu 4. Viết 3 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x của các đa thức sau

a) $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{10}$ b) $(3 - 2x)^8$

Câu 5. Tìm số hạng thứ tư trong khai triển $(a - 2x)^{20}$ theo lũy thừa tăng dần của x .

Câu 6. Viết 4 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x của các đa thức sau

a) $(1 - 3x)^{12}$ b) $(1 - 2x)^9$ c) $\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{20}$

Câu 7. Tìm

a) Số hạng thứ 8 trong khai triển $(1 - 2x)^{12}$

b) Số hạng thứ 6 trong khai triển $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^9$

c) Số hạng thứ 12 trong khai triển $(2 - x)^{15}$

Câu 8. Tìm số hạng đứng giữa trong khai triển $(x^3 - xy)^{15}$

Câu 9. Tìm hệ số của:

1. Số hạng chứa x^5 trong khai triển: $(2x - 1)^{12}$.

2. Số hạng chứa x^{11} trong khai triển: $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10}$.

3. Số hạng chứa x^7 trong khai triển: $(x^2 + x)^{14}$.

4. Số hạng chứa $x^{25} . y^{10}$ trong khai triển: $(x^3 + xy)^{15}$.

Câu 10. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển sau:

1. $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12}$.

$$2. \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6.$$

$$3. \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7.$$

Câu 11. Trong khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{10}$ hãy tìm số hạng không phụ thuộc vào x .

Câu 12. Tìm số hạng hữu tỷ của khai triển $(\sqrt{3} - \sqrt{15})^6$

Câu 13. Tìm hệ số của số hạng trong khai triển sau:

1. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển của biểu thức: $A = (2x-1)^{11} + (x^2+1)^7$.

2. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển của biểu thức: $A = (x+1)^{10} + (x-1)^5$.

3. Khai triển $P(x)$ dưới dạng: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

a) Tìm hệ số a_9 : $P(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + \dots + (1+x)^{14}$.

b) Tìm hệ số a_{15} : $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + 3(1+x)^3 + \dots + 20(1+x)^{20}$.

Câu 14. Cho khai triển: $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + \dots + a_{10}x^{10}$. Hãy tìm số hạng a_k lớn nhất.

Câu 15. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển đa thức của: $[1 + x^2(1-x)^8]$.

Câu 16. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm $\max(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12})$.

Câu 17. Tìm số hạng đứng giữa trong các khai triển sau:

a) $(x^3 + xy)^{21}$.

b) $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{(xy)^2}}\right)^{20}$.

Câu 18. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với $x > 0$.

Câu 19. Cho khai triển đa thức $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$. Hãy tìm số hạng a_k lớn nhất.

Câu 20. Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức

niêu ton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^{14}, x \neq 0$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Số số hạng trong khai triển $(x+2)^{50}$ là

A. 49.

B. 50.

C. 52.

D. 51.

Câu 2. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$

A. 2019.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2020.

- Câu 3.** Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu-ton $(x - y)^5$.
- A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$. B. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.
C. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$. D. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.
- Câu 4.** Trong khai triển nhị thức Niu-ton của $(3 - 2x)^{2019}$ có bao nhiêu số hạng?
- A. 2019. B. 2018. C. 2020. D. 2021.
- Câu 5.** Từ khai triển biểu thức $(x + 1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là
- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.
- Câu 6.** Từ khai triển biểu thức $(x + 1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là
- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.
- Câu 7.** Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1 - 2x)^{2018}$.
- A. -1. B. 1. C. -2018. D. 2018.
- Câu 8.** Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?
- A. 30. B. 31. C. 32. D. 33.
- Câu 9.** Trong khai triển nhị thức newton của $P(x) = (\sqrt[3]{2x} + 3)^{2018}$ thành đa thức, có tất cả có bao nhiêu số hạng có hệ số nguyên dương?
- A. 673. B. 675. C. 674. D. 672.
- Câu 10.** Trong khai triển $(1 - 2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$ bằng
- A. 801. B. 800. C. 1. D. 721.
- Câu 11.** Có bao nhiêu số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019}$?
- A. 136. B. 403. C. 135. D. 134.
- Câu 12.** Trong khai triển của $\left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2019}$, số hạng mà lũy thừa của x và y bằng nhau là số hạng thứ bao nhiêu của khai triển?
- A. 1348. B. 1346. C. 1345. D. 1347.
- Câu 13.** Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là
- A. 40096. B. 43008. C. 512. D. 84.
- Câu 14.** Số hạng độc lập với x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^8$ là
- A. 1792. B. 792. C. 972. D. 1972.
- Câu 15.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$.
- A. -220. B. 220. C. 924. D. -924.

- Câu 16.** Cho x là số thực dương, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là
- A. 2^{20} . B. $2^{20}C_{30}^{10}$. C. $2^{10}C_{30}^{20}$. D. C_{30}^{20} .
- Câu 17.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là
- A. C_{45}^5 . B. $-C_{45}^5$. C. C_{45}^{15} . D. $-C_{45}^{15}$.
- Câu 18.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là
- A. C_{10}^5 . B. $-C_{10}^5 \cdot 2^5$. C. $-C_{10}^5$. D. $C_{10}^5 \cdot 2^5$.
- Câu 19.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là:
- A. 5. B. 35. C. 45. D. 7.
- Câu 20.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$.
- A. 240. B. 15. C. -240. D. -15.
- Câu 21.** Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $A = \left(\frac{1}{x} - x^2\right)^{12}$ là
- A. -924. B. 495. C. -495. D. 924.
- Câu 22.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là
- A. C_{45}^{15} . B. C_{45}^{30} . C. $-C_{45}^5$. D. $-C_{45}^{15}$.
- Câu 23.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$.
- A. 10. B. 20. C. 5. D. 1.
- Chọn A**
- Câu 24.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là
- A. 5. B. 35. C. 45. D. 7.
- Câu 25.** Cho x là số thực dương, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là
- A. 2^{20} . B. $2^{20} \cdot C_{30}^{10}$. C. $2^{10} \cdot C_{30}^{20}$. D. C_{30}^{20} .
- Câu 26.** Cho khai triển $(1 - 2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng:
- A. 1. B. 3^{20} . C. 0. D. -1.
- Câu 27.** Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^{12}$ là:
- A. 376. B. -264. C. 264. D. 260.

- Câu 28.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$.
- A. 1716. B. 68. C. -176. D. 286.
- Câu 29.** Hệ số của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, $x \neq 0$ là.
- A. C_{40}^4 . B. C_{40}^2 . C. C_{40}^3 . D. C_{40}^5 .
- Câu 30.** Hệ số lớn nhất trong khai triển $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$
- A. $\frac{27}{128}$. B. $\frac{9}{32}$. C. $\frac{27}{32}$. D. $\frac{27}{64}$.
- Câu 31.** Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Tìm n .
- A. $n = 8$. B. $n = 12$. C. $n = 14$. D. $n = 10$.
- Câu 32.** Tìm hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$.
- A. $h = 84$. B. $h = 672$. C. $h = 560$. D. $h = 280$.
- Câu 33.** Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ là
- A. -3640. B. 3640. C. 455. D. -1863680
- Câu 34.** Tìm hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$.
- A. 58690. B. 4004. C. 3003. D. 5005.
- Câu 35.** Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên
- A. 80. B. 160. C. 240. D. 60.
- Câu 36.** Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên
- A. 80. B. 160. C. 240. D. 60.
- Câu 37.** Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .
- A. $n = 7$. B. $n = 6$. C. $n = 8$. D. $n = 5$.
- Câu 38.** Số hạng thứ 13 trong khai triển $(2-x)^{15}$ bằng?
- A. $3640x^{13}$. B. $3640x^{12}$. C. $-420x^{12}$. D. 3640 .
- Câu 39.** Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^9$.
- A. $-\frac{1}{8}C_9^3x^3$. B. $\frac{1}{8}C_9^3 \cdot x^3$. C. $-C_9^3 \cdot x^3$. D. $C_9^3x^3$.
- Câu 40.** Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$.
- A. $-C_{13}^3$. B. $-C_{13}^3x^7$. C. $-C_{13}^4x^7$. D. $-C_{13}^4$.

- Câu 41.** Tìm số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$?
- A. $C_{40}^4 x^{31}$. B. $-C_{40}^{37} x^{31}$. C. $C_{40}^{37} x^{31}$. D. $C_{40}^3 x^{31}$.
- Câu 42.** Số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là
- A. $-C_{40}^{37} x^{34}$. B. $C_{40}^3 x^{34}$. C. $C_{40}^2 x^{34}$. D. $C_{40}^4 x^{34}$.
- Câu 43.** Biết hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển $(1+4x)^n$ là 3040. Số tự nhiên n bằng bao nhiêu?
- A. 28. B. 26. C. 24. D. 20.
- Câu 44.** Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .
- A. $n = 5$. B. $n = 8$. C. $n = 6$. D. $n = 7$.
- Câu 45.** Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Tìm n .
- A. $n = 12$. B. $n = 14$. C. $n = 8$. D. $n = 10$.
- Câu 46.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.
- A. -810. B. 826. C. 810. D. 421.
- Câu 47.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.
- A. C_{40}^{37} . B. C_{40}^{31} . C. C_{40}^4 . D. C_{40}^2 .
- Câu 48.** Trong khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của x^3 ($x > 0$) là:
- A. 80. B. 160. C. 240. D. 60.
- Câu 49.** Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2.C_n^1 + 2^2.C_n^2 + \dots + 2^n.C_n^n = 59049$. Biết số hạng thứ 3 trong khai triển Newton của $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Khi đó giá trị của x bằng
- A. 1 B. 2. C. ± 1 D. ± 2 .
- Câu 50.** Cho nhị thức $\left(2x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$, trong đó số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^3 = 72n$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển.
- A. $2^6 C_{10}^4 x^5$. B. $2^5 C_{10}^5 x^5$. C. $2^7 C_{10}^3 x^5$. D. $2^6 C_{10}^7 x^5$.
- Câu 51.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).
- A. 489888 B. 49888. C. 48988. D. 4889888.
- Câu 52.** Cho khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n$ trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0 + \frac{a_1}{3} + \dots + \frac{a_n}{3^n} = 4096$. Tìm hệ số a_i lớn nhất.
- A. 1732104. B. 3897234. C. 4330260. D. 3247695.

Câu 53. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{3n+1}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn

$$3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2.$$

- A. $210x^6$. B. 210. C. $120x^6$. D. 120.

Câu 54. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng $\frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n}$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

- A. 326592. B. 3265922 C. 3265592 D. 32692.

Câu 55. Tìm số hạng chứa x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn hệ thức

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1.$$

- A. 325. B. 210. C. 200. D. 152.

Câu 56. Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$

bằng

- A. 1972. B. 786. C. 1692. D. -1792.

Câu 57. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng.

- A. 120. B. 252. C. 45. D. 210.

Câu 58. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n$ bằng:

- A. 18564. B. 64152. C. 192456. D. 194265.

Câu 59. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

- A. $-101376x^8$. B. -101376. C. -112640. D. $101376x^8$.

Câu 60. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là

- A. 54912. B. 1287. C. 2574. D. 41184.

Câu 61. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.

- A. $a = 11520$. B. $a = 256$. C. $a = 45$. D. $a = 3360$.

Câu 62. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3A_n^{n-2} + C_n^3 = 40$. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$ là

- A. 1024. B. -1024. C. -1042. D. 1042.

- Câu 63.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 + 3C_n^1 = 120$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^n$ bằng
- A. 295245. B. 245295. C. 292545. D. 259254.
- Câu 64.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$, ($x \neq 0$), biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.
- A. $\frac{97}{12}$. B. $\frac{29}{51}$. C. $\frac{297}{512}$. D. $\frac{279}{215}$.
- Câu 65.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng $1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).
- A. 489888. B. 49888. C. 48988. D. 4889888.
- Câu 66.** Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.
- A. -672. B. 672. C. 627. D. -627.
- Câu 67.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $A_n^2 - C_n^3 = 10$, tìm hệ số a_5 của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ với $x \neq 0$.
- A. $a_5 = 10$. B. $a_5 = -10x^5$. C. $a_5 = 10x^5$. D. $a_5 = -10$.
- Câu 68.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$
- A. 61236. B. 63216. C. 61326. D. 66321.
- Câu 69.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:
- A. 11264. B. 22. C. 220. D. 24.
- Câu 70.** Trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ biết hệ số của x^3 là $3^4 C_n^5$. Giá trị n có thể nhận là
- A. 9. B. 12. C. 15. D. 16.
- Câu 71.** Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$; ($x > 0$) biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$ là
- A. 1303. B. 313. C. 495. D. 13129.
- Câu 72.** Tìm hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ với $x > 0$, biết n là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn $A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4$.
- A. 8064. B. 3360. C. 13440. D. 15360.
- Câu 73.** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2 - C_n^2 = 105$.
- A. -3003. B. -5005. C. 5005. D. 3003.

Câu 74. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

- A. 2099529. B. -2099520. C. -1959552. D. 1959552.

Câu 75. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

- A. -101376 x^8 . B. -101376. C. -112640. D. 101376 x^8 .

Câu 76. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 = \frac{4}{3}n + 2C_n^2$

- A. 134 B. 144 C. 115 D. 141

Câu 77. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$.

- A. 112640. B. 112643. C. -112640. D. -112643.

Câu 78. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} - \frac{x-1}{x - \sqrt{x}}\right)^{10}$ với $x > 0, x \neq 1$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển Niu-ton của P .

- A. 200. B. 160. C. 210. D. 100.

Câu 79. Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9, x \neq 0$ bằng

- A. 5376. B. -5376. C. 672. D. -672.

Câu 80. Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}$ với $x > 0$ là:

- A. $2^6 C_{14}^8$. B. $2^6 C_{14}^6$. C. $2^8 C_{14}^8$. D. $-2^8 C_{14}^8$.

Câu 81. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $x^{11} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^5}\right)^{11}$ với $x > 0$.

- A. 485. B. 238. C. 165. D. 525.

Câu 82. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

- A. 13440 B. 3360 C. 80640 D. 322560

Câu 83. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x > 0$, nếu biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

- A. 485. B. 525. C. 165. D. 238

Câu 84. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$, nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 165.

B. 238.

C. 485.

D. 525.

Câu 85. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$ là:

A. $-C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.B. $C_{16}^0 \cdot 2^{16}$.C. $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.D. $C_{16}^{16} \cdot 2^0$.

Câu 86. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 672.

C. 8.

D. 5376.

Câu 87. Cho khai triển $(1 - 3x + 2x^2)^{2017} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2 .

A. 9136578

B. 16269122.

C. 8132544.

D. 18302258.

Câu 88. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10}$ thành đa thức.

A. 204120.

B. -262440.

C. -4320.

D. -62640.

Câu 89. Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0x^{18} + a_1x^{17} + a_2x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Câu 90. Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9$, $x \neq 0$.

A. -2940.

B. 3210.

C. 2940.

D. -3210.

Câu 91. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng

A. -6432.

B. -4032.

C. -1632.

D. -5418.

Câu 92. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 582.

B. 1902.

C. 7752.

D. 252.

Câu 93. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $3C_n^0 + 4C_n^1 + 5C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$. Tổng tất cả các hệ số của các số hạng trong khai triển $(1 + x - x^2 + x^3)^n$ là

A. 4^{10} .B. 4^9 .C. 2^{10} .D. 2^9 .

Câu 94. Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{110}$ là

các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 - C_{11}^3 a_8 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

A. $T = -11$.B. $T = 11$.C. $T = 0$.D. $T = 1$.

Câu 95. Sau khi khai triển và rút gọn thì $P(x) = (1+x)^{12} + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ có tất cả bao nhiêu số hạng

A. 27.

B. 28.

C. 30.

D. 25

Câu 96. Cho đa thức $P(x) = (x-2)^{2017} + (3-2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$. Khi đó $S = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2018.

D. 2017.

- Câu 97.** Sau khi khai triển và rút gọn biểu thức $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} + \left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ thì $f(x)$ có bao nhiêu số hạng?
- A. 30. B. 32. C. 29. D. 35.
- Câu 98.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (x+1)^6 + (x+1)^7 + \dots + (x+1)^{12}$.
- A. 1716. B. 1715. C. 1287. D. 1711.
- Câu 99.** Cho đa thức: $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .
- A. 720. B. 700. C. 715. D. 730.
- Câu 100.** Cho đa thức $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i , $i = 0; 1; 2; \dots; 12$.
- A. 5. B. 7936. C. 0. D. 7920.
- Câu 101.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1+2x)(3+x)^{11}$.
- A. 4620. B. 1380. C. 9405. D. 2890.
- Câu 102.** Cho khai triển $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0x + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$. Tìm giá trị của a_6 .
- A. 482496. B. 529536. C. 278016. D. 453504.
- Câu 103.** Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là
- A. $\frac{1}{2}C_{14}^6$. B. $\frac{1}{4}C_{14}^6$. C. C_{14}^6 . D. $4C_{14}^8$.
- Câu 104.** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ bằng
- A. 1752 B. -1272 C. 1272 D. -1752
- Câu 105.** Hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ bằng
- A. -3007 B. -577 C. 3007 D. 577
- Câu 106.** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng
- A. -13548 B. 13668 C. -13668 D. 13548
- Câu 107.** Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng
- A. 13848 B. 13368 C. -13848 D. -13368
- Câu 108.** Hệ số của x^5 trong khai triển $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng
- A. -13548. B. 13548. C. -13668. D. 13668.
- Câu 109.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển đa thức $f(x) = x(1-x)^5 + x^2(1+2x)^{10}$.
- A. 965. B. 263. C. 632. D. 956.
- Câu 110.** Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.
- A. 3240. B. 3320. C. 80. D. 259200.

Câu 111. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k ($0 \leq k \leq 12$) lớn nhất trong khai triển trên.

A. $C_{12}^8 2^8$.

B. $C_{12}^9 2^9$.

C. $C_{12}^{10} 2^{10}$.

D. $1 + C_{12}^8 2^8$.

Câu 112. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1+2x^2)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270.

B. 162720.

C. 126270.

D. 126720.

Bài 4. NHỊ THỨC NEWTON

• | Fanpage: Nguyễn Bảo Vương

PHẦN A. LÝ THUYẾT

$$(a+b)^4 = C_4^0 a^4 + C_4^1 a^3 b + C_4^2 a^2 b^2 + C_4^3 a b^3 + C_4^4 b^4$$

$$= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = C_5^0 a^5 + C_5^1 a^4 b + C_5^2 a^3 b^2 + C_5^3 a^2 b^3 + C_5^4 a b^4 + C_5^5 b^5$$

$$= a^5 + 5a^4 b + 10a^3 b^2 + 10a^2 b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Những công thức khai triển nói trên là công thức nhị thức Newton $(a+b)^n$ ứng với $n=4; n=5$.

Bằng cách như thế, ta có thể khai triển được $(a+b)^n$ với n là số nguyên dương lớn hơn 5. Công thức khai triển cụ thể được trình bày trong Chuyên đề học tập Toán 10.

Ví dụ 1. Khai triển $(x+1)^4$.

Giải

$$\text{Ta có: } (x+1)^4 = x^4 + 4x^3 \cdot 1 + 6x^2 \cdot 1^2 + 4x \cdot 1^3 + 1^4$$

$$= x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1.$$

Ví dụ 2. Khai triển $(x-1)^4$.

Giải

$$\text{Ta có: } (x-1)^4 = [x+(-1)]^4 = x^4 + 4x^3 \cdot (-1) + 6x^2 \cdot (-1)^2 + 4x \cdot (-1)^3 + (-1)^4 = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x + 1.$$

Ví dụ 3. Khai triển các biểu thức sau:

a) $(x-2y)^4$

b) $(3x-y)^5$.

Giải

a) Ta có:

$$(x-2y)^4 = [x+(-2y)]^4 = x^4 + 4x^3(-2y) + 6x^2(-2y)^2 + 4x(-2y)^3 + (-2y)^4$$

$$= x^4 - 8x^3 y + 24x^2 y^2 - 32xy^3 + 16y^4.$$

b) Ta có:

$$(3x-y)^5 = [3x+(-y)]^5 = (3x)^5 + 5(3x)^4(-y) + 10(3x)^3(-y)^2 + 10(3x)^2(-y)^3 + 5(3x)(-y)^4 + (-y)^5$$

$$= 243x^5 - 405x^4 y + 270x^3 y^2 - 90x^2 y^3 + 15xy^4 - y^5$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Khai triển nhị thức Newton sau

STT	Cho khai triển nhị thức sau	Yêu cầu	ĐA	
			Số hạng tổng quát	Số hạng thứ k
1	$(3x+5)^7$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 4	$T_{k+1} = C_7^k 3^{7-k} 5^k \cdot x^{7-k}$	Thứ 4 $\rightarrow k=3 \rightarrow T_4$
2	$(1-5x)^9$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 5	$T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 5^k \cdot x^k$	Các ý còn lại tương tự.
3	$(2\sqrt{x}-1)^{18}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 9	$T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} \cdot x^{\frac{18-k}{2}}$	
4	$(6x-y)^6$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ	$T_{k+1} = C_6^k (-1)^k 6^{6-k} \cdot x^{6-k} \cdot y^k$	

		3		
5	$\left(\frac{1}{x} - x\right)^{10}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 7	$T_{k+1} = C_{10}^k (-1)^k .x^{2k-10}$	
6	$(2x + y^2)^{28}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 25	$T_{k+1} = C_{28}^k 2^{28-k} .x^{28-k} .y^{2k}$	
7	$(2\sqrt{x} - 4y)^{30}$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 16	$T_{k+1} = C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} .x^{\frac{30-k}{2}} .y^k$	
8	$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2}\right)^9$	Tìm số hạng tổng quát và số hạng thứ 8	$T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 2^{9-k} .x^{\frac{7k-36}{6}}$	

Lời giải

Khai triển nhị thức Newton sau

1. $(3x + 5)^7$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(3x + 5)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k 3^{7-k} 5^k .x^{7-k}$$

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_7^k 3^{7-k} 5^k .x^{7-k}$

Số hạng thứ 4(k=3) là $T_4 = C_7^3 3^{7-3} 5^3 .x^{7-3} = 35375x^4$

2. $(1 - 5x)^9$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(1 - 5x)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k 5^k .x^k$$

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_9^k (1)^{9-k} (-5)^k = C_9^k (-1)^k 5^k .x^k$

Số hạng thứ 5(k=4) là $T_5 = C_9^4 (-1)^4 5^4 .x^4 = 78750x^4$

3. $(2\sqrt{x} - 1)^{18}$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(2\sqrt{x} - 1)^{18} = \left(2x^{\frac{1}{2}} - 1\right)^{18} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-1)^k \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^{18-k} = \sum_{k=0}^{18} C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} .x^{\frac{18-k}{2}}$$

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_{18}^k (-1)^k 2^{18-k} .x^{\frac{18-k}{2}}$

Số hạng thứ 9 là $T_9 = C_{18}^8 (-1)^8 2^{18-8} .x^{\frac{18-8}{2}} = 2^{10} .C_{18}^8 x^5$

4. $(6x - y)^6$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(6x - y)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^k 6^{6-k} .x^{6-k} .y^k$$

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_6^k (-1)^k 6^{6-k} .x^{6-k} .y^k$

Số hạng thứ 3 (k=2) là $T_3 = C_6^2 (-1)^2 6^{6-2} .x^{6-2} .y^2 = C_6^2 6^4 x^4 y^2$

$$5. \left(\frac{1}{x} - x \right)^{10}$$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$\left(\frac{1}{x} - x \right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k \cdot x^{2k-10}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{10}^k (-1)^k \cdot x^{2k-10}$$

$$\text{Số hạng thứ 7 (k=6) là } T_7 = C_{10}^6 (-1)^6 \cdot x^{2 \cdot 6 - 10} = C_{10}^6 x^2$$

$$6. (2x + y^2)^{28}$$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(2x + y^2)^{28} = \sum_{k=0}^{28} C_{28}^k 2^{28-k} \cdot x^{28-k} \cdot y^{2k}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{28}^k 2^{28-k} \cdot x^{28-k} \cdot y^{2k}$$

$$\text{Số hạng thứ 25 (k=24) là } T_{24} = C_{28}^{24} 2^{28-24} \cdot x^{28-24} \cdot y^{2 \cdot 24} = 2^4 C_{28}^{24} x^4 y^{48}$$

$$7. (2\sqrt{x} - 4y)^{30}$$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$(2\sqrt{x} - 4y)^{30} \left(2x^{\frac{1}{2}} - 4y \right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k \left(2x^{\frac{1}{2}} \right)^{30-k} \cdot (-4y)^k = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} \cdot x^{\frac{30-k}{2}} \cdot y^k$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_{30}^k (-1)^k 2^{30+k} \cdot x^{\frac{30-k}{2}} \cdot y^k$$

$$\text{Số hạng thứ 16 (k=15) là } T_{16} = C_{30}^{15} (-1)^{15} 2^{30+15} \cdot x^{\frac{30-15}{2}} \cdot y^{15} = -2^{45} C_{30}^{15} x^{\frac{15}{2}} y^{15}$$

$$8. \left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^9$$

Theo công thức nhị thức Newton ta có

$$\left(\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{\sqrt{x}}{2} \right)^9 \left(\frac{2}{x^{\frac{2}{3}}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2} \right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \left(\frac{2}{x^{\frac{2}{3}}} \right)^{9-k} \left(-\frac{x^{\frac{1}{2}}}{2} \right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-1)^k 2^{9-k} \cdot x^{\frac{7k-36}{6}}$$

$$\text{Số hạng tổng quát } T_{k+1} = C_9^k (-1)^k 2^{9-k} \cdot x^{\frac{7k-36}{6}}$$

$$\text{Số hạng thứ 8 (k=7) là } T_8 = C_9^7 (-1)^7 2^{9-7} \cdot x^{\frac{7 \cdot 7 - 36}{6}} = -\frac{1}{2^5} C_9^7 x^{\frac{13}{6}}$$

Câu 2. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển $\left(1 + \frac{1}{x} \right)^{12}$

Lời giải

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là:

$$a_k = C_{12}^k x^{12-k} \left(\frac{1}{x} \right)^k = C_{12}^k x^{12-2k} \quad (0 \leq k \leq 12)$$

Ta chọn $12 - 2k = 8 \Leftrightarrow k = 2$

Vậy số hạng thứ 3 trong khai triển chứa x^8 và có hệ số là: $C_{12}^2 = 66$.

Câu 3. Tìm hệ số của x^{21} trong khai triển $(2 - 3x)^{25}$

Lời giải

$$\text{Số hạng thứ 21 trong khai triển } C_{25}^{20} 2^5 (-3x)^{20} = C_{25}^{20} 2^5 3^{20} x^{20}.$$

Câu 4. Viết 3 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x của các đa thức sau

a) $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^{10}$ b) $(3 - 2x)^8$

Lời giải

a) $1 - 5x + \frac{45}{4}x^2$ b) $3^8 - C_8^1 3^7 2x + C_8^2 3^6 4x^2$

Câu 5. Tìm số hạng thứ tư trong khai triển $(a - 2x)^{20}$ theo lũy thừa tăng dần của x .

Lời giải

Áp dụng công thức nhị thức Newton số hạng thứ 4 trong khai triển là $-C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$

Câu 6. Viết 4 số hạng đầu tiên theo lũy thừa tăng dần của x của các đa thức sau

a) $(1 - 3x)^{12}$ b) $(1 - 2x)^9$ c) $\left(1 - \frac{x}{3}\right)^{20}$

Lời giải

a) $1 - 36x + 594x^2 - 5940x^3$
b) $1 - 18x + 144x^2 - 8C_9^3 x^3 = 1 - 18x + 144x^2 - 672x^3$
c) $1 - \frac{20}{3}x + \frac{190}{9}x^2 - \frac{1140}{27}x^3$

Câu 7. Tìm

a) Số hạng thứ 8 trong khai triển $(1 - 2x)^{12}$
b) Số hạng thứ 6 trong khai triển $\left(2 - \frac{x}{2}\right)^9$
c) Số hạng thứ 12 trong khai triển $(2 - x)^{15}$

Lời giải

a) $-C_{12}^7 2^7 x^7$ b) $-\frac{1}{2}C_9^5 x^5$ c) $-16C_{15}^{11} x^{11}$

Câu 8. Tìm số hạng đứng giữa trong khai triển $(x^3 - xy)^{15}$

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển $(x^3 - xy)^{15}$ là $T_{k+1} = C_{15}^k (x^3)^{15-k} \cdot (-xy)^k$

Trong khai triển trên có $n = 15$ nên có 16 số hạng nên số hạng đứng giữa là số hạng thứ 8 và thứ 9.

$$T_8 = T_{7+1} = C_{15}^7 (x^3)^{15-7} \cdot (-xy)^7 = -6435x^{31}y^7$$

$$T_9 = T_{8+1} = C_{15}^8 (x^3)^{15-8} \cdot (-xy)^8 = 6435x^{29}y^8$$

Câu 9. Tìm hệ số của:

1. Số hạng chứa x^5 trong khai triển: $(2x - 1)^{12}$.
2. Số hạng chứa x^{11} trong khai triển: $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10}$.
3. Số hạng chứa x^7 trong khai triển: $(x^2 + x)^{14}$.
4. Số hạng chứa $x^{25} \cdot y^{10}$ trong khai triển: $(x^3 + xy)^{15}$.

Lời giải

$$1. \quad (2x-1)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^{12-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^{12-k} (-1)^k x^{12-k}$$

Tại số hạng chứa x^5 thì tương ứng với $12-k=5 \Rightarrow k=7$.

Vậy hệ số của x^5 là: $C_{12}^7 2^5 (-1)^7 = -25344$.

$$2. \quad \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (x^2)^{10-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{2(10-k)-k} (-1)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-1)^k x^{20-3k}$$

Tại số hạng chứa x^{11} thì tương ứng với $20-3k=11 \Rightarrow k=3$.

Vậy hệ số của x^{11} là: $C_{10}^3 (-1)^3 = -120$.

$$3. \quad (x^2 + x)^{14} = x^{14} (x+1)^{14}$$

$\Rightarrow$ Không tồn tại số hạng chứa x^7 .

Vậy hệ số của x^7 là: 0.

$$4. \quad (x^3 + xy)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (x^3)^{15-k} (xy)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{3(15-k)+k} y^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{45-2k} y^k$$

Tại số hạng chứa $x^{25} \cdot y^{10}$ thì tương ứng với $\begin{cases} 45-2k=25 \\ k=10 \end{cases} \Rightarrow k=10$.

Vậy hệ số của x^{11} là: $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 10. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển sau:

$$1. \quad \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12}$$

$$2. \quad \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6$$

$$3. \quad \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$$

Lời giải

$$1. \quad \left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{2(12-k)} \cdot \frac{1}{x^{4k}} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-6k}$$

Tại số hạng không chứa x thì tương ứng với $24-6k=0 \Rightarrow k=4$.

Vậy số hạng tự do là: $C_{12}^4 = 495$.

$$2. \quad \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{2(6-k)} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^k x^{2(6-k)-k} = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-1)^k x^{12-3k}$$

Tại số hạng không chứa x thì tương ứng với $12-3k=0 \Rightarrow k=4$.

Vậy số hạng tự do là: $C_6^4 = 15$.

$$3. \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}} \right)^7 = \left(x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{4}}} \right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{1}{3}(7-k)} \cdot x^{\frac{-k}{4}} = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{1}{3}(7-k) - \frac{k}{4}} = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7k}{12}}$$

Tại số hạng không chứa x thì tương ứng với $\frac{7}{3} - \frac{7k}{12} = 0 \Rightarrow k = 4$.

Vậy số hạng tự do là: $C_7^4 = 35$.

Câu 11. Trong khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2} \right)^{10}$ hãy tìm số hạng không phụ thuộc vào x .

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2} \right)^{10}$ là $T_{k+1} = C_{10}^k (2x^3)^{10-k} \left(\frac{1}{x^2} \right)^k = C_{10}^k 2^{10-k} x^{30-5k}$

T_{k+1} không phụ thuộc vào x $30 - 5k = 0 \Rightarrow k = 6$

Số hạng không phụ thuộc vào x là số hạng thứ 7 ứng với $k=6$: $T_7 = C_{10}^6 2^4$.

Câu 12. Tìm số hạng hữu tỷ của khai triển $(\sqrt{3} - \sqrt{15})^6$

Lời giải

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $(\sqrt{3} - \sqrt{15})^6$ là:

$$T_{k+1} = C_6^k (\sqrt{3})^{6-k} (-\sqrt{15})^k = (-1)^k C_6^k 3^{\frac{k}{2}} 5^{\frac{k}{2}} \quad (0 \leq k \leq 6)$$

T_{k+1} là số hạng hữu tỉ $\Leftrightarrow \frac{k}{2}$ là một số tự nhiên $\Leftrightarrow k$ chia hết cho 2 $\Leftrightarrow k \in \{0; 2; 4; 6\}$ (vì $0 \leq k \leq 6$)

Vậy trong khai triển các số hạng hữu tỉ x là số hạng thứ 1; 3; 5; 7

$$T_1 = (-1)^0 C_6^0 3^3 5^{\frac{0}{2}} = 27 \quad T_3 = (-1)^2 C_6^2 3^3 5^{\frac{2}{2}} = 2025$$

$$T_5 = (-1)^4 C_6^4 3^3 5^{\frac{4}{2}} = 10125 \quad T_7 = (-1)^6 C_6^6 3^3 5^{\frac{6}{2}} = 3375$$

Câu 13. Tìm hệ số của số hạng trong khai triển sau:

1. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển của biểu thức: $A = (2x-1)^{11} + (x^2+1)^7$.

2. Tìm hệ số của x^3 trong khai triển của biểu thức: $A = (x+1)^{10} + (x-1)^5$.

3. Khai triển $P(x)$ dưới dạng: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$

a) Tìm hệ số a_9 : $P(x) = (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + \dots + (1+x)^{14}$.

b) Tìm hệ số a_{15} : $P(x) = (1+x) + 2(1+x)^2 + 3(1+x)^3 + \dots + 20(1+x)^{20}$.

Lời giải

$$1. A = (2x-1)^{11} + (x^2+1)^7 = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (2x)^{11-k} (-1)^k + \sum_{k=0}^7 C_7^k (x^2)^{7-k} \cdot 1^k =$$

$$= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot (-1)^k \cdot 2^{11-k} \cdot x^{11-k} + \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot x^{14-2k}$$

Ta có hệ số của x^6 trong $(2x-1)^{11}$ thì tương ứng với $11-k=6 \Rightarrow k=5$ là $(-1)^5 \cdot 2^6 \cdot C_{11}^5$.

Ta có hệ số của x^6 trong $(x^2 + 1)^7$ thì tương ứng với $14 - 2k = 6 \Rightarrow k = 4$ là C_7^4 .

Vậy hệ số của x^6 là: $(-1)^5 \cdot 2^6 \cdot C_{11}^5 + C_7^4$.

$$\begin{aligned} 2. \quad A &= (x+1)^{10} + (x-1)^5 = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} \cdot 1^k + \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{5-k} \cdot (-1)^k = \\ &= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{10-k} + \sum_{k=0}^5 C_5^k \cdot (-1)^k \cdot x^{5-k} \end{aligned}$$

Ta có hệ số của x^3 trong $(x+1)^{10}$ thì tương ứng với $10 - k = 3 \Rightarrow k = 7$ là C_{10}^7 .

Ta có hệ số của x^3 trong $(x-1)^5$ thì tương ứng với $5 - k = 3 \Rightarrow k = 2$ là $(-1)^2 \cdot C_5^2 = C_5^2$.

Vậy hệ số của x^3 là: $C_{10}^7 + C_5^2 = 130$.

3.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad P(x) &= (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + \dots + (1+x)^{14} = \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot x^k + \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k + \dots + \sum_{k=0}^{14} C_{14}^k \cdot x^k \end{aligned}$$

Hệ số của a_9 là hệ số của x^9 tương ứng với $k = 9$: $C_9^9 + C_{10}^9 + \dots + C_{14}^9 = 3003$

b) Tương tự như câu a ta có hệ số của a_{15} là hệ số của x^{15} : $15C_{15}^{15} + 16C_{16}^{15} + \dots + 20C_{20}^{15} = 400995$.

Câu 14. Cho khai triển: $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + \dots + a_{10}x^{10}$. Hãy tìm số hạng a_k lớn nhất.

Lời giải

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^k$$

Như vậy số hạng a_k lớn nhất khi $C_{10}^k \cdot 2^k$ là lớn nhất $\Rightarrow k \geq 5$

Với $k = 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ta có:

$$\left. \begin{aligned} 2^5 C_{10}^5 &= 8064 \\ 2^6 C_{10}^6 &= 13440 \\ 2^7 C_{10}^7 &= 15360 \\ 2^8 C_{10}^8 &= 11520 \\ \dots \end{aligned} \right\} \Rightarrow C_{10}^k \cdot 2^k \text{ là lớn nhất tại } k = 7, \text{ vậy số hạng } a_k \text{ lớn nhất tại}$$

$$k = 7 \Rightarrow a_k = \left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot 15360$$

Câu 15. Tìm hệ số của x^8 trong khai triển đa thức của: $[1 + x^2(1-x)^8]$.

Lời giải

$$f(x) = C_8^0 + \dots + C_8^3 [x^2(1-x)]^3 + C_8^4 [x^2(1-x)]^4 + \dots + C_8^8 [x^2(1-x)]^8$$

Nhận thấy: x^8 chỉ có trong các số hạng:

□ Số hạng thứ 4: $C_8^3 [x^2(1-x)]^3$

□ Số hạng thứ 5: $C_8^4 [x^2(1-x)]^4$

Vậy hệ số tương đương với: $A_8 = C_8^3 C_3^2 + C_8^4 C_4^0 = 238$

Câu 16. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm $\max(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12})$.

Lời giải

Gọi a_k là hệ số lớn nhất của khai triển suy ra $a_k > a_{k-1}$

Từ đây ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2^k C_{12}^k \geq 2^{k-1} C_{12}^{k-1} \\ 2^k C_{12}^k \geq 2^{k+1} C_{12}^{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{k} \geq \frac{1}{12-k+1} \\ \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \max(a_0, a_1, a_2, \dots, a_{12}) = a_8 = C_{12}^8 \cdot 2^8 = 126720$$

Câu 17. Tìm số hạng đứng giữa trong các khai triển sau:

a) $(x^3 + xy)^{21}$.

b) $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{(xy)^2}}\right)^{20}$.

Lời giải

a) Khai triển $(x^3 + xy)^{21}$ có $21+1=22$ số hạng nên có hai số hạng đứng giữa là số thứ 11 và 12.

□ Số hạng thứ 11 là: $C_{21}^{10} (x^3)^{11} (xy)^{10} = C_{21}^{10} x^{43} y^{10}$

□ Số hạng thứ 12 là: $C_{21}^{11} (x^3)^{10} (xy)^{11} = C_{21}^{10} x^{41} y^{11}$

b) Khai triển $\left(x\sqrt[4]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{(xy)^2}}\right)^{20}$ có $20+1=21$ số hạng nên có hai số hạng đứng giữa là số thứ

$$\frac{21+1}{2} = 11: C_{20}^{10} \left(x^{\frac{7}{4}}\right)^{10} \left[(xy)^{\frac{-2}{3}}\right]^{10} = C_{20}^{10} x^{\frac{65}{4}} y^{\frac{-20}{3}}.$$

Câu 18. Tìm hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ với $x > 0$.

Lời giải

Số hạng tổng quát trong khai triển: $T_{k+1} = C_7^k (\sqrt[3]{x})^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$ với $k \in \mathbb{N}, k \leq 7$

Ứng với số hạng không chứa x ta có: $\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \Leftrightarrow k = 4$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển $f(x)$ là: $C_7^4 = 35$.

Câu 19. Cho khai triển đa thức $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{10}x^{10}$. Hãy tìm số hạng a_k lớn nhất.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}x\right)^{10} = \frac{1}{3^{10}}(1+2x)^{10} = \frac{1}{3^{10}} \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^k \Rightarrow a_k = \frac{1}{3^{10}} C_{10}^k 2^k$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{10}^k 2^k \geq C_{10}^{k+1} 2^{k+1} \\ C_{10}^k 2^k \geq C_{10}^{k-1} 2^{k-1} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } a_k \text{ đạt được max} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2^k \cdot 10!}{k! \cdot (10-k)!} \geq \frac{2^{k+1} \cdot 10!}{(k+1)! \cdot (9-k)!} \\ \frac{2^k \cdot 10!}{k! \cdot (10-k)!} \geq \frac{2^{k-1} \cdot 10!}{(k-1)! \cdot (11-k)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{10-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{2}{11-k} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{19}{3} \leq k \leq \frac{22}{3}$$

$$\Rightarrow k = 7 \quad (k \in \mathbb{N}, k \in [0; 10])$$

$$\text{Vậy } \max a_k = a_7 = \frac{2^7}{3^{10}} C_{10}^7.$$

Câu 20. Cho n số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} = C_n^3$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức niu-ton $\left(\frac{nx^2}{14} - \frac{1}{x}\right)^{14}, x \neq 0$.

Lời giải

$$5C_n^{n-1} = C_n^3 \Leftrightarrow 5n = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \Leftrightarrow (n-1)(n-2) = 30 \Rightarrow n = 7 \quad (\text{do } n > 0)$$

$$\text{Gọi } a \text{ là hệ số của } x^5 \text{ ta có: } C_7^{7-k} \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = ax^5 \Leftrightarrow (-1)^k \cdot C_7^{7-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} \cdot x^{14-3k} = ax^5$$

$$\Rightarrow 14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3 \text{ và } -C_7^{7-k} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} = a \Rightarrow a = \frac{-35}{16}.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^5 \text{ là } \frac{-35}{16} \cdot x^5.$$

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Số số hạng trong khai triển $(x+2)^{50}$ là

A. 49.

B. 50.

C. 52.

D. 51.

Lời giải

Số số hạng trong khai triển là: $n+1 = 50+1 = 51$.

Câu 2. Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$

A. 2019.

B. 2017.

C. 2018.

D. 2020.

Lời giải

Trong khai triển nhị thức $(a+b)^n$ thì số các số hạng là $n+1$ nên trong khai triển $(2x-3)^{2018}$ có 2019 số hạng.

Câu 3. Viết khai triển theo công thức nhị thức Niu-ton $(x-y)^5$.

A. $x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5$.

B. $x^5 - 5x^4y - 10x^3y^2 - 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.

C. $x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$. D. $x^5 + 5x^4y - 10x^3y^2 + 10x^2y^3 - 5xy^4 + y^5$.

Lời giải

Ta có:

$$(x-y)^5 = [x+(-y)]^5 = C_5^0 x^5 + C_5^1 x^4 (-y)^1 + C_5^2 x^3 (-y)^2 + C_5^3 x^2 (-y)^3 + C_5^4 x^1 (-y)^4 + C_5^5 (-y)^5$$

$$\text{Hay } (x-y)^5 = x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5.$$

Câu 4. Trong khai triển nhị thức Niu-ơn của $(3-2x)^{2019}$ có bao nhiêu số hạng?

- A. 2019. B. 2018. C. 2020. D. 2021.

Lời giải

Chọn C

Ta có: Khai triển nhị thức Niu-ơn $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Vậy trong khai triển nhị thức Niu-ơn của $(3-2x)^{2019}$ có 2020 số hạng.

Câu 5. Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét khai triển } f(x) = (x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k.$$

$$\text{Gọi } S \text{ là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có } S = f(1) = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024.$$

Câu 6. Từ khai triển biểu thức $(x+1)^{10}$ thành đa thức. Tổng các hệ số của đa thức là

- A. 1023. B. 512. C. 1024. D. 2048.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Xét khai triển } f(x) = (x+1)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^k.$$

$$\text{Gọi } S \text{ là tổng các hệ số trong khai triển thì ta có } S = f(1) = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1024.$$

Câu 7. Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

- A. -1. B. 1. C. -2018. D. 2018.

Lời giải

$$\text{Xét khai triển } (1-2x)^{2018} = C_{2018}^0 - 2x.C_{2018}^1 + (-2x)^2.C_{2018}^2 + (-2x)^3.C_{2018}^3 + \dots + (-2x)^{2018}.C_{2018}^{2018}$$

$$\text{Tổng các hệ số trong khai triển là: } S = C_{2018}^0 - 2.C_{2018}^1 + (-2)^2.C_{2018}^2 + (-2)^3.C_{2018}^3 + \dots + (-2)^{2018}.C_{2018}^{2018}$$

Cho $x=1$ ta có:

$$(1-2.1)^{2018} = C_{2018}^0 - 2.1.C_{2018}^1 + (-2.1)^2.C_{2018}^2 + (-2.1)^3.C_{2018}^3 + \dots + (-2.1)^{2018}.C_{2018}^{2018}$$

$$\Leftrightarrow (-1)^{2018} = S \Leftrightarrow S = 1$$

Câu 8. Khai triển $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

- A. 30. B. 31. C. 32. D. 33.

Lời giải

Ta có $(\sqrt{5} - \sqrt[4]{7})^{124} = \sum_{k=0}^{124} C_{124}^k \cdot (-1)^k \cdot 5^{\frac{124-k}{2}} \cdot 7^{\frac{k}{4}}$

Số hạng hữu tỉ trong khai triển tương ứng với $\begin{cases} \frac{124-k}{2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{k}{4} \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow k \in \{0; 4; 8; 12; \dots; 124\}.$

Vậy số các giá trị k là: $\frac{124-0}{4} + 1 = 32.$

Câu 9. Trong khai triển nhị thức newton của $P(x) = (\sqrt[3]{2x} + 3)^{2018}$ thành đa thức, có tất cả có bao nhiêu số hạng có hệ số nguyên dương?

- A. 673. B. 675. C. 674. D. 672.

Lời giải

Chọn A

$$P(x) = (\sqrt[3]{2x} + 3)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} \left(\sqrt[3]{2x}\right)^{2018-k} 3^k = \sum_{k=0}^{2018} 2^{\frac{2018-k}{3}} \cdot 3^k x^{2018-k}$$

Để hệ số nguyên dương thì $(2018-k):3 \Leftrightarrow 2018-k = 3t \Leftrightarrow k = 2018-3t$, do $0 \leq k \leq 2018$ nên ta có $0 \leq 2018-3t \leq 2018 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq \frac{2018}{3} \approx 672,6$ vậy $t=0,1,2,\dots,672$ nên có 673 giá trị

Câu 10. Trong khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 - a_1 + a_2$ bằng

- A. 801. B. 800. C. 1. D. 721.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-2x)^{20} = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k (-2)^k x^k, (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a_0 = C_{20}^0, a_1 = -2 \cdot C_{20}^1, a_2 = (-2)^2 C_{20}^2 = 4C_{20}^2.$

Vậy $a_0 - a_1 + a_2 = C_{20}^0 + 2C_{20}^1 + 4C_{20}^2 = 801.$

Câu 11. Có bao nhiêu số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019}$?

- A. 136. B. 403. C. 135. D. 134.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[5]{5})^{2019} = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot (\sqrt[3]{3})^{2019-k} \cdot (\sqrt[5]{5})^k = \sum_{k=0}^{2019} C_{2019}^k \cdot 3^{\frac{2019-k}{3}} \cdot 5^{\frac{k}{5}}.$

Để trong khai triển có số hạng là số nguyên thì $\begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ \frac{2019-k}{3} \in \mathbb{N} \\ \frac{k}{5} \in \mathbb{N} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019 \\ 673 - \frac{k}{3} \in \mathbb{N} \\ \frac{k}{5} \in \mathbb{N} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k \in \mathbb{N} \\ 0 \leq k \leq 2019. \\ k:15 \end{cases}$$

Ta có $k:15 \Rightarrow k=15m$ mà $0 \leq k \leq 2019 \Leftrightarrow 0 \leq 15m \leq 2019 \Leftrightarrow 0 \leq m \leq 134,6$. Suy ra có 135 số hạng là số nguyên trong khai triển của biểu thức.

Câu 12. Trong khai triển của $\left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^{2019}$, số hạng mà lũy thừa của x và y bằng nhau là số hạng thứ bao nhiêu của khai triển?

- A. 1348. B. 1346. C. 1345. D. 1347.

Lời giải

Chọn D

Ta có số hạng thứ $k+1$ là: $C_{2019}^k \left(x^{\frac{1}{15}}y^{\frac{1}{3}}\right)^{2019-k} \left(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{5}}\right)^k = C_{2019}^k x^{\frac{2019-k}{15} + \frac{4k}{15}} y^{\frac{2019-k}{3} - \frac{2k}{15}}$

Theo đề bài ta có; $\frac{2019-k}{15} + \frac{4k}{15} = \frac{2019-k}{3} - \frac{2k}{15} \Leftrightarrow k = 1346$

Vậy số hạng thỏa yêu cầu bài toán là số hạng thứ 1347.

Câu 13. Trong khai triển $\left(x + \frac{8}{x^2}\right)^9$, số hạng không chứa x là

- A. 40096. B. 43008. C. 512. D. 84.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_9^k \cdot 8^k \cdot x^{9-3k}, 0 \leq k \leq 9$.

Số hạng không chứa x ứng với $9-3k=0 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $T_4 = C_9^3 \cdot 8^3 = 43008$.

Câu 14. Số hạng độc lập với x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^8$ là

- A. 1792. B. 792. C. 972. D. 1972.

Lời giải

Chọn A

Ta có số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_8^k (x^3)^{8-k} \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_8^k x^{24-4k} \cdot (-2)^k$.

Do tìm số hạng độc lập với x suy ra $24-4k=0 \Leftrightarrow k=6 \Rightarrow T_7 = C_8^6 \cdot (-2)^6 = 1792$.

Câu 15. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$.

- A. -220. B. 220. C. 924. D. -924.

Lời giải

Chọn A

Công thức số hạng thứ $(k+1)$ của khai triển $\left(x^3 - \frac{1}{x}\right)^{12}$ là:

$$T_k = C_{12}^k (-1)^k (x^3)^{12-k} \cdot \frac{1}{x^k} = C_{12}^k (-1)^k x^{36-4k}, 0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N}.$$

Số hạng không chứa x ứng với $36 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 9$.

$$\text{Suy ra } T_7 = C_{12}^9 (-1)^9 = -220.$$

- Câu 16.** Cho x là số thực dương, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là
- A. 2^{20} . B. $2^{20} C_{30}^{10}$. C. $2^{10} C_{30}^{20}$. D. C_{30}^{20} .

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30} = \left(x + 2x^{-\frac{1}{2}}\right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k x^{30-k} \left(2x^{-\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k 2^k x^{30-\frac{3}{2}k}$$

Số hạng tổng quát thứ $k+1$ trong khai triển là $T_{k+1} = C_{30}^k 2^k x^{30-\frac{3}{2}k}$.

Số hạng này không chứa x tương ứng với trường hợp $30 - \frac{3k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 20$.

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là } T_{21} = C_{30}^{20} 2^{20} = 2^{20} C_{30}^{10}.$$

- Câu 17.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là
- A. C_{45}^5 . B. $-C_{45}^5$. C. C_{45}^{15} . D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển là } T_{k+1} = C_{45}^k x^{45-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{45}^k (-1)^k x^{45-3k}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $45 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 15$.

$$\text{Vậy số hạng cần tìm là } C_{45}^{15} (-1)^{15} = -C_{45}^{15}.$$

- Câu 18.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là
- A. C_{10}^5 . B. $-C_{10}^5 \cdot 2^5$. C. $-C_{10}^5$. D. $C_{10}^5 \cdot 2^5$.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là:

$$T_{k+1} = C_{10}^k x^{10-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{10}^k \cdot 2^k x^{10-2k}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển tương ứng với $10 - 2k = 0 \Leftrightarrow k = 5$ (thỏa mãn).

$$\text{Vậy số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là: } C_{10}^5 \cdot 2^5.$$

- Câu 19.** Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là:
- A. 5. B. 35. C. 45. D. 7.

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\begin{cases} \frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \\ 0 \leq k \leq 7, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow k = 4$.

Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là: $C_7^4 = 35$.

Câu 20. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6, x \neq 0$.

A. 240.

B. 15.

C. -240.

D. -15.

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (2x)^{6-k} \cdot (-1)^k \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 2^{6-k} \cdot (-1)^k \cdot x^{6-3k}$

Số hạng không chứa x xảy ra khi: $6 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 2$

Số hạng đó là $C_6^2 \cdot 2^4 \cdot (-1)^2 = 240$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển trên là 240

Câu 21. Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $A = \left(\frac{1}{x} - x^2\right)^{12}$ là

A. -924.

B. 495.

C. -495.

D. 924.

Lời giải**Chọn B**

Số hạng tổng quát trong khai triển là $T_{k+1} = C_{12}^k \left(\frac{1}{x}\right)^{12-k} (-x^2)^k = C_{12}^k (-1)^k x^{3k-12}$.

Theo đề bài ta có $3k - 12 = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{12}^4 (-1)^4 = 495$.

Câu 22. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45}$ là

A. C_{45}^{15} .

B. C_{45}^{30} .

C. $-C_{45}^5$.

D. $-C_{45}^{15}$.

Lời giải**Chọn D**

Có $\left(x - \frac{1}{x^2}\right)^{45} = \sum_{k=0}^{45} C_{45}^k \cdot x^{45-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = (-1)^k \sum_{k=0}^{45} C_{45}^k \cdot x^{45-3k}$.

Tìm số hạng không chứa x thì $45 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 15$.

Vậy số hạng không chứa x là $-C_{45}^{15}$.

Câu 23. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$.

A. 10.

B. 20.

C. 5.

D. 1.

Chọn A

Lời giải.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^5$ là: $T_k = C_5^k (x^2)^{5-k} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_5^k x^{10-5k}$.

Số hạng cần tìm không chứa x nên ta có: $10 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $T_2 = C_5^2 = 10$.

Câu 24. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là

A. 5.

B. 35.

C. 45.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (\sqrt[3]{x})^{7-k} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^7 C_7^k x^{\frac{7}{3} - \frac{7}{12}k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\begin{cases} \frac{7}{3} - \frac{7}{12}k = 0 \\ 0 \leq k \leq 7, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow k = 4$.

Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ là: $C_7^4 = 35$.

Câu 25. Cho x là số thực dương, số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30}$ là

A. 2^{20} .B. $2^{20} \cdot C_{30}^{10}$.C. $2^{10} \cdot C_{30}^{20}$.D. C_{30}^{20} .

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^{30} = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k (x)^{30-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{30} C_{30}^k (2)^k (x)^{\frac{60-3k}{2}}$.

Số hạng không chứa x tương ứng $\frac{60-3k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 20$.

Vậy số hạng không chứa x là: $2^{20} \cdot C_{30}^{20} = 2^{20} \cdot C_{30}^{10}$.

Câu 15. Cho khai triển $(2x-1)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Tìm a_1

A. 20.

B. 40.

C. -40.

D. -760.

Lời giải

Chọn C

Ta có: a_1 là hệ số của x

Hạng tử chứa x trong khai triển là: $-C_{20}^{19}2x \Rightarrow a_1 = -40$

Câu 26. Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20}$ bằng:

A. 1.

B. 3^{20} .

C. 0.

D. -1.

Lời giải

$(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{20}x^{20} \quad (1)$.

Thay $x=1$ vào (1) ta có: $a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = (-1)^{20} = 1$.

Câu 27. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x - \frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^{12}$ là:

A. 376.

B. -264.

C. 264.

D. 260.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(x - \frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^{12}$ (với $x > 0$) là

$$T_{k+1} = C_{12}^k \cdot x^{12-k} \cdot \left(-\frac{2}{x\sqrt{x}}\right)^k = (-2)^k \cdot C_{12}^k \cdot x^{12-k} \cdot x^{-\frac{3k}{2}} = (-2)^k \cdot C_{12}^k \cdot x^{12-\frac{5k}{2}}.$$

Số hạng trên chứa x^7 suy ra $12 - \frac{5k}{2} = 7 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển trên là $= (-2)^2 \cdot C_{12}^2 = 264$.

Câu 28. Tìm hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$,

A. 1716.

B. 68.

C. -176.

D. 286.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$.

$$T_{k+1} = C_{13}^k \cdot x^{13-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{13}^k \cdot x^{13-2k}.$$

T_{k+1} chứa $x^7 \Leftrightarrow 13 - 2k = 7 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{13}$ bằng: $C_{13}^3 = 286$.

Câu 29. Hệ số của x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$, $x \neq 0$ là.

A. C_{40}^4 .

B. C_{40}^2 .

C. C_{40}^3 .

D. C_{40}^5 .

Lời giải.

Chọn C

$$\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot x^{-2k} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$$

Theo giả thiết: $40 - 3k = 31 \Rightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của x^{31} là $C_{40}^3 = 9880$.

Câu 30. Hệ số lớn nhất trong khai triển $\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4$

A. $\frac{27}{128}$.

B. $\frac{9}{32}$.

C. $\frac{27}{32}$.

D. $\frac{27}{64}$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}x\right)^4 &= \sum_{k=0}^4 C_4^k \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{4-k} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^k \\ &= \frac{1}{256} + \frac{3}{64}x + \frac{27}{128}x^2 + \frac{27}{64}x^3 + \frac{81}{256}x^4 \end{aligned}$$

Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển là $\frac{27}{64}$.

- Câu 31.** Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Tìm n .
A. $n=8$. **B.** $n=12$. **C.** $n=14$. **D.** $n=10$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $T_{k+1} = C_n^k \cdot 2^k x^k$.

Hệ số của x^2 trong khai triển bằng 180

$$C_n^2 \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} \cdot 2^2 = 180 \Leftrightarrow n(n-1) = 90 \Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -9(l) \end{cases}$$

- Câu 32.** Tìm hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$.
A. $h=84$. **B.** $h=672$. **C.** $h=560$. **D.** $h=280$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^7 C_7^k (x^2)^k \left(\frac{2}{x}\right)^{7-k} = \sum_{k=0}^7 C_7^k \cdot 2^{7-k} \cdot x^{3k-7}$.

Cần tìm k sao cho $3k-7=5$, suy ra $k=4$.

Vậy hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^7$ là $h = C_7^4 \cdot 2^3 = 280$.

- Câu 33.** Hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15}$ là
A. -3640 . **B.** 3640 . **C.** 455 . **D.** -1863680

Lời giải

Chọn A

$$\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k x^{15-k} (-2)^k (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k (-2)^k x^{15-3k}$$

Số hạng tổng quát của khai triển $T_{k+1} = C_{15}^k (-2)^k x^{15-3k}$

Số của số hạng chứa x^6 : $15-3k=6 \Leftrightarrow k=3$. Hệ số của số hạng chứa

$$x^6 \cdot C_{15}^3 (-2)^3 = C_{15}^3 (-2)^3 = -3640$$

- Câu 34.** Tìm hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$.
A. 58690. **B.** 4004. **C.** 3003. **D.** 5005.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển đã cho là $C_{15}^k \cdot (x^3)^{15-k} \cdot (xy)^k = C_{15}^k \cdot x^{45-2k} \cdot y^k$,

với $0 \leq k \leq 15$, $k \in \mathbb{N}$. Số hạng này chứa $x^{25}y^{10}$ khi và chỉ khi $k = 10$.

Vậy hệ số của $x^{25}y^{10}$ trong khai triển $(x^3 + xy)^{15}$ là $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 35. Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải:

Chọn D

$$\text{Ta có: } \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{6-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 2^k C_6^k x^{6-\frac{3k}{2}}.$$

Số hạng chứa x^3 ứng với $6 - \frac{3k}{2} = 3 \Rightarrow k = 2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 bằng $2^2 \cdot C_6^2 = 60$.

Câu 36. Cho khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ với $x > 0$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển trên

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải:

Chọn D

$$\text{Ta có: } \left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{6-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 2^k C_6^k x^{6-\frac{3k}{2}}.$$

Số hạng chứa x^3 ứng với $6 - \frac{3k}{2} = 3 \Rightarrow k = 2$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 bằng $2^2 \cdot C_6^2 = 60$.

Câu 37. Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .

A. $n = 7$.

B. $n = 6$.

C. $n = 8$.

D. $n = 5$.

Lời giải

Chọn D

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển của $(1-3x)^n$ là: $T_{k+1} = C_n^k (-3)^k x^k$.

Số hạng chứa x^2 ứng với $k = 2$.

Ta có: $C_n^2 (-3)^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} = 10 \Leftrightarrow n(n-1) = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \\ n = -4(L) \end{cases}. \text{ Vậy } n = 5.$$

Câu 38. Số hạng thứ 13 trong khai triển $(2-x)^{15}$ bằng?

A. $3640x^{13}$.

B. $3640x^{12}$.

C. $-420x^{12}$.

D. 3640.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } (2-x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k \cdot 2^{15-k} \cdot (-x)^k$$

Số hạng thứ 13 trong khai triển tương ứng với $k = 12 \Rightarrow C_{15}^{12} \cdot 2^{15-12} \cdot (-x)^{12} = 3640x^{12}$.

Câu 39. Tìm số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{2x}\right)^9$.

- A. $-\frac{1}{8}C_9^3x^3$. B. $\frac{1}{8}C_9^3 \cdot x^3$. C. $-C_9^3 \cdot x^3$. D. $C_9^3x^3$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là: $T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \cdot \left(-\frac{1}{2x}\right)^k = C_9^k \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^k x^{9-2k}$.

Số hạng chứa x^3 có giá trị k thỏa mãn: $9-2k=3 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^3 trong khai triển là: $-\frac{1}{8}C_9^3x^3$.

Câu 40. Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$.

- A. $-C_{13}^3$. B. $-C_{13}^3x^7$. C. $-C_{13}^4x^7$. D. $-C_{13}^4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức của số hạng tổng quát:

$$T_{k+1} = C_{13}^k x^{13-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{13}^k x^{13-k} (-1)^k x^{-k} = C_{13}^k \cdot (-1)^k x^{13-2k}$$

Số hạng chứa x^7 khi và chỉ khi $13-2k=7 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^7 trong khai triển là $-C_{13}^3x^7$.

Câu 41. Tìm số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$?

- A. $C_{40}^4x^{31}$. B. $-C_{40}^{37}x^{31}$. C. $C_{40}^{37}x^{31}$. D. $C_{40}^3x^{31}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có khai triển: } \left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-k} (x^{-2})^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k x^{40-3k}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển: $C_{40}^k x^{40-3k}$

Số hạng chứa x^{31} ứng với: $40-3k=31 \Leftrightarrow k=3$

Vậy số hạng chứa x^{31} là: $C_{40}^3x^{31}$

Câu 42. Số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là

- A. $-C_{40}^{37}x^{34}$. B. $C_{40}^3x^{34}$. C. $C_{40}^2x^{34}$. D. $C_{40}^4x^{34}$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là:

$$a_{k+1} = C_{40}^k x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^k = C_{40}^k x^{40-k} x^{-k} = C_{40}^k x^{40-2k}$$

Số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ tương ứng với: $40 - 2k = 34 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng chứa x^{34} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{40}$ là: $C_{40}^3 x^{34}$.

Câu 43. Biết hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển $(1+4x)^n$ là 3040. Số tự nhiên n bằng bao nhiêu?

- A. 28. B. 26. C. 24. D. 20.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1+4x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (4x)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k 4^k x^k$.

Hệ số của số hạng chứa x^2 là: $C_n^2 4^2$.

Giả thiết suy ra $C_n^2 4^2 = 3040 \Leftrightarrow C_n^2 = 190 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 190 \Leftrightarrow n^2 - n - 380 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \text{ (t/m)} \\ n = -19 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Câu 44. Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n .

- A. $n = 5$. B. $n = 8$. C. $n = 6$. D. $n = 7$.

Lời giải

Số hạng tổng quát thứ $k+1$ là $T_{k+1} = C_n^k (-3x)^k = C_n^k (-3)^k x^k$.

Vì hệ số của x^2 nên cho $k = 2$.

Khi đó ta có $C_n^2 (-3)^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (t/m)} \\ n = -4 \text{ (loại)} \end{cases}$.

Vậy $n = 5$.

Câu 45. Cho biết hệ số của x^2 trong khai triển $(1+2x)^n$ bằng 180. Tìm n .

- A. $n = 12$. B. $n = 14$. C. $n = 8$. D. $n = 10$.

Lời giải

Ta có $(1+2x)^n = C_n^0 + C_n^1 \cdot 2x + C_n^2 \cdot (2x)^2 + \dots + C_n^n (2x)^n$.

Hệ số của x^2 bằng 180 $\Leftrightarrow 4 \cdot C_n^2 = 180 \Leftrightarrow 4 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 180 \Leftrightarrow n(n-1) = 90$

$\Leftrightarrow n^2 - n - 90 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -9 \text{ (loại)} \\ n = 10 \end{cases}$.

Vậy $n = 10$.

Câu 46. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

- A. -810. B. 826. C. 810. D. 421.

Lời giải

Ta có $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot C_5^k \cdot (3x^3)^{5-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 (-1)^k \cdot C_5^k \cdot 3^{5-k} \cdot 2^k x^{15-5k}$.

Số hạng chứa x^{10} ứng với $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} là $(-1)^1 C_5^1 \cdot 3^4 \cdot 2^1 = -810$.

Câu 47. Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

A. C_{40}^{37} .

B. C_{40}^{31} .

C. C_{40}^4 .

D. C_{40}^2 .

Lời giải

Ta có: $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$.

Số hạng tổng quát của khai triển là: $T_{k+1} = C_{40}^k \cdot x^{40-3k}$.

Số hạng chứa x^{31} trong khai triển tương ứng với $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số cần tìm là: $C_{40}^3 = C_{40}^{37}$.

Câu 48. Trong khai triển $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của x^3 ($x > 0$) là:

A. 80.

B. 160.

C. 240.

D. 60.

Lời giải

Ta có: $\left(x + \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6 = \left(x + 2x^{\frac{1}{2}}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k (x)^{6-k} \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 2^k (x)^{6-k} \left(2x^{\frac{1}{2}}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 2^k x^{6-\frac{3}{2}k}$

Theo đề bài, $x^{6-\frac{3}{2}k} = x^3 \Leftrightarrow 6 - \frac{3}{2}k = 3 \Leftrightarrow k = 2$

Hệ số của x^3 ($x > 0$) là: $C_6^2 \cdot 2^2 = 60$.

Câu 49. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + 2.C_n^1 + 2^2.C_n^2 + \dots + 2^n.C_n^n = 59049$. Biết số hạng thứ 3 trong

khai triển Newton của $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ có giá trị bằng $\frac{81}{2}n$. Khi đó giá trị của x bằng

A. 1

B. 2.

C. ± 1

D. ± 2 .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $C_n^0 + 2.C_n^1 + 2^2.C_n^2 + \dots + 2^n.C_n^n = 59049 \Rightarrow (2+1)^n = 59049 \Leftrightarrow 3^n = 3^{10} \Leftrightarrow n = 10$.

Ta được nhị thức $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$.

Số hạng thứ ba của khai triển là $T_3 = C_{10}^2 \cdot (x^2)^8 \cdot \left(-\frac{3}{x}\right)^2 = 405x^{14}$.

Theo giả thiết ta có: $405x^{14} = \frac{81}{2}n \Leftrightarrow 405x^{14} = 405 \Leftrightarrow x^{14} = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Câu 50. Cho nhị thức $\left(2x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$, trong đó số nguyên dương n thỏa mãn $A_n^3 = 72n$. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển.

A. $2^6 C_{10}^4 x^5$.

B. $2^5 C_{10}^5 x^5$.

C. $2^7 C_{10}^3 x^5$.

D. $2^6 C_{10}^7 x^5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A_n^3 = 72n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 72n \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 72n \Leftrightarrow n = 10$.

Xét khai triển:

$$\left(2x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x^2)^{10-k} \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} x^{20-2k} \cdot x^{-3k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} x^{20-5k}.$$

Số hạng chứa x^5 trong khai triển tương đương với: $20-5k=5 \Leftrightarrow k=3$.

Suy ra số hạng chứa x^5 trong khai triển là: $2^7 C_{10}^3 x^5$.

Câu 51. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng

$$1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n \quad (C_n^k \text{ là số tổ hợp chập } k \text{ của } n \text{ phần tử}).$$

A. 489888

B. 49888.

C. 48988.

D. 4889888.

Lời giải

Chọn A

Tìm n .

Trước hết ta chứng minh công thức $\frac{k}{n} C_n^k = C_{n-1}^{k-1}$ với $1 \leq k \leq n$ và $n \geq 2$.

$$\text{Thật vậy, } \frac{k}{n} C_n^k = \frac{k}{n} \cdot \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} = C_{n-1}^{k-1}.$$

Áp dụng công thức trên ta có

$$\begin{aligned} 1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n &= n \left(\frac{1}{n} C_n^1 + \frac{2}{n} C_n^2 + \frac{3}{n} C_n^3 + \dots + \frac{n}{n} C_n^n \right) \\ &= n (C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \dots + C_{n-1}^{n-1}) = n 2^{n-1} \end{aligned}$$

$$\text{Theo đề } 1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n \Leftrightarrow n 2^{n-1} = 256n \Leftrightarrow 2^{n-1} = 256 \Leftrightarrow n = 9.$$

Chọn A.

Câu 52. Cho khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n$ trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức

$$a_0 + \frac{a_1}{3} + \dots + \frac{a_n}{3^n} = 4096. \text{ Tìm hệ số } a_i \text{ lớn nhất.}$$

A. 1732104.

B. 3897234.

C. 4330260.

D. 3247695.

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển $(1+3x)^n = a_0 + a_1 x^1 + \dots + a_n x^n$.

$$\text{Cho } x = \frac{1}{3} \text{ ta được } \left(1+3 \cdot \frac{1}{3}\right)^n = a_0 + \frac{a_1}{3^1} + \dots + \frac{a_n}{3^n} \Rightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{Khi đó } (1+3x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \cdot 3^k \cdot x^k.$$

$$\text{Ta có hệ số } a_k = 3^k C_{12}^k = 3^k \cdot \frac{12!}{k!(12-k)!}$$

$$\text{Hệ số } a_k \text{ lớn nhất nên } \begin{cases} a_k \geq a_{k-1} \\ a_k \geq a_{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^k \cdot \frac{12!}{k!(12-k)!} \geq 3^{k-1} \cdot \frac{12!}{(k-1)!(12-k+1)!} \\ 3^k \cdot \frac{12!}{k!(12-k)!} \geq 3^{k+1} \cdot \frac{12!}{(k+1)!(12-k-1)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{k} \geq \frac{1}{13-k} \\ \frac{1}{12-k} \geq \frac{3}{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 39-3k \geq k \\ k+1 \geq 36-3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \leq \frac{39}{4} \\ k \geq \frac{35}{4} \end{cases}$$

Vì $k \in \mathbb{N}$ nên nhận $k = 9$.

Vậy hệ số lớn nhất $a_9 = 3^9 \cdot C_{12}^9 = 4330260$.

Câu 53. Tìm hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{3n+1}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn

$$3C_{n+1}^2 + nP_2 = 4A_n^2.$$

A. $210x^6$.

B. 210.

C. $120x^6$.

D. 120.

Lời giải

Chọn B

Đk: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} 3C_{n+1}^2 + nP_2 &= 4A_n^2 \\ \Leftrightarrow 3 \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} + 2!n &= 4 \frac{n!}{(n-2)!} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{2}n(n+1) + 2n &= 4n(n-1) \\ \Leftrightarrow \frac{5}{2}n^2 - \frac{15}{2}n &= 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=0 \text{ (L)} \\ n=3 \end{cases} \end{aligned}$$

Với $n = 3$, nhị thức trở thành $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát là $C_{10}^k \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^{10-k} \cdot (x^3)^k = C_{10}^k \cdot x^{4k-10}$

Từ yêu cầu bài toán ta cần có: $4k - 10 = 6 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^6 là $C_{10}^4 = 210$.

Câu 54. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng $\frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n}$ (C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. 326592.

B. 3265922

C. 3265592

D. 32692.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình } \frac{2}{C_n^2} + \frac{14}{3C_n^3} = \frac{1}{n} \quad (1)$$

Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$

$$(1) \Leftrightarrow \frac{2 \cdot (n-2)! \cdot 2!}{n!} + \frac{14(n-3)! \cdot 3!}{3 \cdot n!} = \frac{1}{n} \Leftrightarrow \frac{4}{n(n-1)} + \frac{28}{n(n-1)(n-2)} = \frac{1}{n}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{n-1} + \frac{28}{(n-1)(n-2)} = 1 \Leftrightarrow 4(n-2) + 28 = (n-1)(n-2) \Leftrightarrow n^2 - 7n - 18 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n=9 \\ n=-2 \text{ (l)} \end{cases}$$

Với $n = 9$ ta có: $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot (2x^2)^{9-k} \cdot \left(-\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_9^k \cdot 2^{9-k} \cdot (-3)^k \cdot x^{18-3k}$

Cho $18-3k = 6 \Rightarrow k = 4 \Rightarrow$ hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển là $C_9^4 \cdot 2^5 \cdot (-3)^4 = 326592$.

Câu 55. Tìm số hạng chứa x^{26} trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn hệ thức

$$C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20} - 1.$$

A. 325.

B. 210.

C. 200.

D. 152.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết ta suy ra $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = 2^{20}$.

Mặt khác: $C_{2n+1}^k = C_{2n+1}^{2n+1-k}, \forall k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 2n+1$ nên ta có:

$$C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^n = \frac{1}{2} (C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n+1}) = \frac{1}{2} (1+1)^{2n+1} = 2^{2n}.$$

Suy ra: $2^{2n} = 2^{20} \Leftrightarrow n = 10$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{1}{x^4} + x^7\right)^{10}$ là: $T_{k+1} = C_{10}^k \left(\frac{1}{x^4}\right)^{10-k} (x^7)^k = C_{10}^k x^{11k-40}$.

Hệ số của x^{26} là C_{10}^k với k thỏa mãn: $11k - 40 = 26 \Leftrightarrow k = 6$.

Vậy hệ số của x^{26} là $C_{10}^6 = 210$.

Câu 56. Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-ton của $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^n$

bằng

A. 1972.

B. 786.

C. 1692.

D. -1792.

Lời giải

Điều kiện $n \geq 6$ và $n \in \mathbb{N}$.

$$C_{n-4}^{n-6} + nA_n^2 = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-4)!}{(n-6)!2!} + n \cdot \frac{n!}{(n-2)!} = 454 \Leftrightarrow \frac{(n-5)(n-4)}{2} + n^2(n-1) = 454$$

$$\Leftrightarrow 2n^3 - n^2 - 9n - 888 = 0 \Leftrightarrow n = 8 \text{ (Vì } n \in \mathbb{N}).$$

Khi đó ta có khai triển: $\left(\frac{2}{x} - x^3\right)^8$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_8^k \left(\frac{2}{x}\right)^{8-k} (-x^3)^k = C_8^k (-1)^k 2^{8-k} x^{4k-8}$.

Hệ số của số hạng chứa x^4 ứng với k thỏa mãn: $4k - 8 = 4 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là: $C_8^3(-1)^3 2^5 = -1792$.

Câu 57. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng.

A. 120.

B. 252.

C. 45.

D. 210.

Lời giải

$$C_n^1 + C_n^3 = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 13n \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 13n \Leftrightarrow 6 + n^2 - 3n + 2 = 78.$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 70 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -7 \\ n = 10 \end{cases}. \text{ Vì } n \text{ là số nguyên dương nên } n = 10.$$

$$\text{Ta có khai triển: } \left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^{10}.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển: } T_{k+1} = C_{10}^k x^{2(10-k)} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k = C_{10}^k x^{20-5k}.$$

$$\text{Số hạng chứa } x^5 \text{ ứng với } 20 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 3. \text{ Vậy hệ số của số hạng chứa } C_{10}^3 = 120.$$

Câu 58. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n$ bằng:

A. 18564.

B. 64152.

C. 192456.

D. 194265.

Lời giải

$$A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} + \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} + 4n + 6$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) = \frac{n(n-1)}{2} + n + 4n + 6 \Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -1 \text{ (l)} \\ n = 12 \text{ (n)} \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}.$$

$$\text{Công thức số hạng tổng quát: } T_{k+1} = C_{12}^k (x^2)^{12-k} \cdot \left(\frac{3}{x}\right)^k = C_{12}^k \cdot 3^k \cdot x^{24-3k}.$$

$$\text{Số hạng chứa } x^9 \Rightarrow 24 - 3k = 9 \Leftrightarrow k = 5.$$

$$\text{Vậy hệ số của số hạng chứa } x^9 \text{ trong khai triển là } C_{12}^5 \cdot 3^5 = 192456.$$

Câu 59. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

A. $-101376x^8$.

B. -101376 .

C. -112640 .

D. $101376x^8$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ là: $(-1)^k C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{36-4k}$.

Cho $36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7$.

Vậy số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ là $-C_{12}^7 \cdot 2^7 \cdot x^8 = -101376x^8$.

- Câu 60.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là
- A. 54912. B. 1287. C. 2574. D. 41184.

Lời giải

Điều kiện: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Ta có } 3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1) \Leftrightarrow 3 \cdot \frac{(n+1)!}{3!(n-2)!} - 3 \frac{n!}{(n-2)!} = 52(n-1)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-1)n(n+1)}{2} - 3n(n-1) = 52(n-1) \Leftrightarrow n^2 + n - 6n = 104$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 5n - 104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 13 \\ n = -8 \end{cases} \Leftrightarrow n = 13.$$

$$(x^3 + 2y^2)^{13} = \sum_0^{13} C_{13}^k (x^3)^{13-k} (2y^2)^k = \sum_0^{13} C_{13}^k 2^k x^{39-3k} y^{2k}.$$

Ta có: $39 - 3k + 2k = 34 \Leftrightarrow k = 5$. Vậy hệ số $C_{13}^5 2^5 = 41184$.

- Câu 61.** Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^n$.
- A. $a = 11520$. B. $a = 256$. C. $a = 45$. D. $a = 3360$.

Lời giải

Điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

$$\text{Có } 5C_n^1 - C_n^2 = 5 \Rightarrow 5n - \frac{n(n-1)}{2} = 5 \Leftrightarrow n^2 - 11n + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 10 \end{cases}$$

Do $n \geq 2 \Rightarrow n = 10$.

$$\text{Xét khai triển: } \left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-3k}$$

Hệ số a của x^4 trong khai triển tương ứng với $10 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số cần tìm là $a = C_{10}^2 \cdot 2^8 = 11520$.

- Câu 62.** Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3A_n^{n-2} + C_n^3 = 40$. Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$ là
- A. 1024. B. -1024. C. -1042. D. 1042.

Lời giải

Điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$.

$$\text{Ta có } 3A_n^{n-2} + C_n^3 = 40 \Leftrightarrow 3 \frac{n!}{2!} + \frac{n!}{3!(n-3)!} = 40 \Leftrightarrow n! \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{6(n-3)!} \right) = 40.$$

Vì $\frac{3}{2} + \frac{1}{6(n-3)!} > 1$ nên $n! < 40$. Lần lượt thử các giá trị $n = 3, 4$ ta có $n = 4$ thỏa mãn.

Với $n = 4$, số hạng tổng quát trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^8$ là $C_8^k (2x)^{8-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_8^k 2^{8-k} (-1)^k x^{8-2k}$.

Số hạng chứa x^6 tương ứng với $8 - 2k = 6 \Leftrightarrow k = 1$. Do đó hệ số cần tìm là $C_8^1 2^{8-1} (-1)^1 = -1024$.

Câu 63. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 + 3C_n^1 = 120$, số hạng không chứa x trong khai triển của

biểu thức $\left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^n$ bằng

A. 295245.

B. 245295.

C. 292545.

D. 259254.

Lời giải

Giải phương trình: $A_n^2 + 3C_n^1 = 120$, Đk: $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$.

$$A_n^2 + 3C_n^1 = 120 \Leftrightarrow n(n-1) + 3n = 120 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -12(l) \end{cases}$$

$$\text{Có } \left(x^4 - \frac{3}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-3)^k x^{40-5k}.$$

Số hạng không chứa x khi $40 - 5k = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{10}^8 \cdot (-3)^8 = 295245$.

Câu 64. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niuton của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$, ($x \neq 0$), biết số

nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{97}{12}$.

B. $\frac{29}{51}$.

C. $\frac{297}{512}$.

D. $\frac{279}{215}$.

Lời giải

điều kiện $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$.

$$C_n^3 + A_n^2 = 50 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 50$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 6n(n-1) - 300 = 0$$

$$\Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0 \Leftrightarrow n = 6.$$

Ta có nhị thức $\left(\frac{3}{x} + \frac{x}{2}\right)^{12}$.

$$\text{Số hạng tổng quát } C_{12}^k \left(\frac{3}{x}\right)^{12-k} \cdot \left(\frac{x}{2}\right)^k = \frac{C_{12}^k \cdot 3^{12-k}}{2^k} \cdot x^{2k-12}$$

Cho $2k - 12 = 8 \Rightarrow k = 10$.

Hệ số cần tìm là $\frac{C_{12}^{10} \cdot 3^2}{2^{10}} = \frac{297}{512}$.

Câu 65. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$), biết rằng

$$1.C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n = 256n \quad (C_n^k \text{ là số tổ hợp chập } k \text{ của } n \text{ phần tử}).$$

A. 489888.

B. 49888.

C. 48988.

D. 4889888.

Lời giải

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + C_n^3 x^3 + \dots + C_n^n x^n$ (1)

Đạo hàm hai vế của (1) ta được: $n(1+x)^{n-1} = C_n^1 + 2C_n^2 x + 3C_n^3 x^2 + \dots + nC_n^n x^{n-1}$ (2)

Trong công thức (2) ta cho $x=1$ ta được:

$$n2^{n-1} = C_n^1 + 2.C_n^2 + 3.C_n^3 + \dots + n.C_n^n \Leftrightarrow n.2^{n-1} = 256n \Leftrightarrow 2^{n-1} = 256 \Leftrightarrow n = 9.$$

Khi đó, $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^n = \left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-3)^k 2^{9-k} x^{18-3k}$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^9$ nếu $18-3k=0$ hay $k=6$.

Suy ra số hạng cần tìm là $C_9^6 (-3)^6 2^3 = 489888$.

Câu 66. Giả sử có khai triển $(1-2x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$. Tìm a_5 biết $a_0 + a_1 + a_2 = 71$.

A. -672.

B. 672.

C. 627.

D. -627.

Lời giải

Ta có $(1-2x)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (-2x)^k$. Vậy $a_0 = 1$; $a_1 = -2C_n^1$; $a_2 = 4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0 + a_1 + a_2 = 71$ nên ta có:

$$1 - 2C_n^1 + 4C_n^2 = 71 \Leftrightarrow 1 - 2 \frac{n!}{1!(n-1)!} + 4 \frac{n!}{2!(n-2)!} = 71 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n(n-1) = 71$$

$$\Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 70 = 0 \Leftrightarrow n^2 - 2n - 35 = 0 \Leftrightarrow n = 7 \text{ hoặc } n = -5 \text{ (loại)}.$$

Từ đó ta có $a_5 = C_7^5 (-2)^5 = -672$.

Câu 67. Với n là số nguyên dương thỏa mãn điều kiện $A_n^2 - C_n^3 = 10$, tìm hệ số a_5 của số hạng chứa x^5

trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^n$ với $x \neq 0$.

A. $a_5 = 10$.

B. $a_5 = -10x^5$.

C. $a_5 = 10x^5$.

D. $a_5 = -10$.

Lời giải

Ta có

$$A_n^2 - C_n^3 = 10 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{3!(n-3)!} = 10, \quad (n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) - \frac{1}{6}n(n-1)(n-2) = 10 \Leftrightarrow -\frac{1}{6}n^3 + \frac{3}{2}n^2 - \frac{4}{3}n - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = -2 \\ n = 6 \\ n = 5 \end{cases}$$

So điều kiện nhận $n = 6$ hay $n = 5$.

Khi $n = 6$, ta có $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{2(6-k)} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^6 C_6^k (-2)^k x^{12-5k}$.

Để có x^5 thì $12 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = \frac{7}{5}$.

Khi $n = 5$, ta có $\left(x^2 - \frac{2}{x^3}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k x^{2(5-k)} \left(\frac{-2}{x^3}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-2)^k x^{10-5k}$.

Để có x^5 thì $10 - 5k = 5 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy $a_5 = C_5^1 (-2) = -10$.

Câu 68. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$

A. 61236.

B. 63216.

C. 61326.

D. 66321.

Lời giải

Ta có: $A_n^3 + 2A_n^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!} + 2 \frac{n!}{(n-2)!} = 100 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) = 100$

$\Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow n = 5$.

Ta có: $(1+3x)^{2n} = (1+3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (3x)^k$.

Hệ số x^5 sẽ là $C_{10}^5 3^5 = 61236$.

Câu 69. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:

A. 11264.

B. 22.

C. 220.

D. 24.

Lời giải

Ta có $(3-1)^n = 3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$

$\Leftrightarrow 2^n = 2048 \Leftrightarrow 2^n = 2^{11} \Leftrightarrow n = 11$.

Xét khai triển $(x+2)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{11-k} \cdot 2^k$

Tìm hệ số của $x^{10} \Leftrightarrow$ tìm $k \in \mathbb{N} (k \leq 11)$ thỏa mãn $11-k=10 \Leftrightarrow k=1$.

Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^{11}$ là $C_{11}^1 \cdot 2 = 22$.

Câu 70. Trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ biết hệ số của x^3 là $3^4 C_n^5$. Giá trị n có thể nhận là

A. 9.

B. 12.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

Ta có $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^n C_n^k (3x^2)^{n-k} \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^n C_n^k 3^{n-k} x^{2n-3k}$.

Biết hệ số của x^3 là $3^4 C_n^5$ nên $\begin{cases} 2n-3k=3 \\ n-k=4 \\ k=5 \\ 0 \leq k \leq n, (k, n \in \mathbb{N}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=5 \\ n=9 \end{cases}$.

Vậy $n=9$.

Câu 71. Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n; (x > 0)$ biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3)$ là

A. 1303.

B. 313.

C. 495.

D. 13129.

Lời giải

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

Ta có

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^n = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{6} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{6} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = 12.$$

Xét khai triển

$$\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3}\right)^k \left(\sqrt{x^5}\right)^{12-k} \quad (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{N})$$

$$= \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{\frac{60-11k}{2}}.$$

$$\text{Để số hạng chứa } x^8 \text{ thì } \frac{60-11k}{2} = 8 \Leftrightarrow k = 4.$$

Vậy hệ số chứa x^8 trong khai triển trên là $C_{12}^4 = 495$.

Câu 72. Tìm hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$ với $x > 0$, biết n là số tự nhiên

lớn nhất thỏa mãn $A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4$.

A. 8064.

B. 3360.

C. 13440.

D. 15360.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} n \geq 6 \\ n \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} \leq 18 \cdot \frac{(n-2)!}{(n-6)!}$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) \leq 18(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) \leq 18(n-5) \Leftrightarrow n^2 - 19n + 90 \leq 0 \Leftrightarrow 9 \leq n \leq 10 \xrightarrow{n \rightarrow \max} n = 10.$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{10} \text{ là } T_{k+1} = C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k$$

$$= C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{10-k} \cdot x^{-\frac{k}{5}} = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{\frac{50-6k}{5}}.$$

$$\text{Tìm } k \text{ sao cho } \frac{50-6k}{5} = 4 \Leftrightarrow k = 5.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_{10}^5 \cdot 2^{10-5} = 8064$.

Câu 73. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2 - C_n^2 = 105$.

A. -3003.

B. -5005.

C. 5005.

D. 3003.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A_n^2 - C_n^2 = 105 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} - \frac{n!}{2!(n-2)!} = 105 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1) = 105 \Leftrightarrow n^2 - n - 210 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 15 \\ n = -14 \end{cases} (L)$$

$$\text{Suy ra số hạng tổng quát trong khai triển: } T_{k+1} = C_{15}^k \cdot (x^2)^{15-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k \cdot (-1)^k \cdot x^{30-3k}.$$

$$\text{Tìm } 30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10.$$

$$\text{Vậy hệ số của số hạng không chứa } x \text{ trong khai triển là: } C_{15}^{10} \cdot (-1)^{10} = 3003.$$

Câu 74. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + \dots + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

A. 2099529.

B. -2099520.

C. -1959552.

D. 1959552.

Lời giải

$$\text{Ta có } (x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0 \cdot x^{2n+1} + C_{2n+1}^1 \cdot x^{2n} + \dots + C_{2n+1}^{2n} \cdot x + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (1)$$

$$\text{Thay } x=1 \text{ vào (1): } 2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + \dots + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (2)$$

$$\text{Thay } x=-1 \text{ vào (1): } 0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - \dots - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1} \quad (3)$$

$$\text{Phương trình (2) trừ (3) theo vế: } 2^{2n+1} = 2(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + \dots + C_{2n+1}^{2n})$$

$$\text{Theo đề ta có } 2^{2n+1} = 2 \cdot 1024 \Leftrightarrow n = 5$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển } (2-3x)^{10}:$$

$$T_{k+1} = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3x)^k = C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot (-3)^k \cdot x^k$$

$$\text{Theo giả thiết ta có } k = 5.$$

$$\text{Vậy hệ số cần tìm } C_{10}^5 \cdot 2^5 \cdot (-3)^5 = -1959552.$$

Câu 75. Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển

$$\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n \text{ là}$$

A. $-101376x^8$.

B. -101376 .

C. -112640 .

D. $101376x^8$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là: } (-1)^k C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{36-4k}.$$

$$\text{Cho } 36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^8 \text{ trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là } -C_{12}^7 \cdot 2^7 \cdot x^8 = -101376x^8.$$

Câu 76. Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^3 = \frac{4}{3}n + 2C_n^2$

A. 134

B. 144

C. 115

D. 141

Lời giải:

Điều kiện: $n \geq 3, n \in \mathbb{Z}$.

$$\text{Ta có } C_n^3 = \frac{4}{3}n + 2C_n^2 \Leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{4}{3}n + \frac{n!}{(n-2)!} \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) = 8n + 6n(n-1)$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n + 2 = 8 + 6n - 6 \Leftrightarrow n^2 - 9n = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 9 \end{cases}. \text{Đổi chiều điều kiện ta được } n = 9.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển } \left(x - \frac{2}{x}\right)^9, \text{ là: } C_9^k x^{9-k} \cdot \frac{(-2)^k}{x^k} = (-2)^k C_9^k x^{9-2k}$$

$$\text{Số hạng này chứa } x^5 \text{ ứng với } 9 - 2k = 5 \Leftrightarrow k = 2.$$

$$\text{Vậy hệ số của số hạng đó là } 4 \cdot C_9^2 = 144.$$

Câu 77. Tìm hệ số không chứa x trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn

$$C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78.$$

A. 112640.

B. 112643.

C. -112640.

D. -112643.

Lời giải

$$C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 78 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13(l) \end{cases}.$$

$$\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n = \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^3)^{12-k} (-2)^k \left(\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (-2)^k x^{36-4k}.$$

$$\text{Số hạng không chứa } x \text{ ứng với } 36 - 4k = 0 \Leftrightarrow k = 9 \text{ là } C_{12}^9 (-2)^9 = -112640.$$

Câu 78. Cho biểu thức $P = \left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} - \frac{x-1}{x - \sqrt{x}}\right)^{10}$ với $x > 0, x \neq 1$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển Niu-ton của P .

A. 200.

B. 160.

C. 210.

D. 100.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} - \frac{x-1}{x - \sqrt{x}} = \sqrt[3]{x} + 1 - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} = \sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}.$$

$$\text{Nên } P = \left(\frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} + 1} - \frac{x-1}{x - \sqrt{x}}\right)^{10} = \left(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}.$$

$$\text{Số hạng tổng quát của khai triển là: } C_{10}^k x^{\frac{10-k}{3}} \cdot \left(\frac{-1}{\sqrt{x}}\right)^k = (-1)^k C_{10}^k x^{\frac{20-5k}{6}}.$$

$$\text{Khi } k = 4 \text{ thì số hạng không chứa } x \text{ là } (-1)^4 C_{10}^4 = 210.$$

Câu 79. Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9, x \neq 0$ bằng

A. 5376.

B. -5376.

C. 672.

D. -672.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f(x) &= (x - 2x^{-2})^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2x^{-2})^k x^{9-k} = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{-2k} x^{9-k} \\ &= \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{-2k+9-k} = \sum_{k=0}^9 C_9^k (-2)^k x^{9-3k} \end{aligned}$$

Số hạng không chứa x của khai triển $f(x)$ ứng với $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$

Vậy hệ số không chứa x là $C_9^3 \cdot (-2)^3 = -672$.

Câu 80. Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}$ với $x > 0$ là:

A. $2^6 C_{14}^8$.B. $2^6 C_{14}^6$.C. $2^8 C_{14}^8$.D. $-2^8 C_{14}^8$.**Lời giải**

Số hạng tổng quát trong khai triển là: $(-1)^k C_{14}^k \cdot (\sqrt[3]{x})^{14-k} \cdot \left(\frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = (-1)^k C_{14}^k \cdot 2^k \cdot x^{\frac{56-7k}{12}}$

Cho $\frac{56-7k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $2^8 C_{14}^8$.

Câu 81. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $x^{11} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^5}\right)^{11}$ với $x > 0$.

A. 485.

B. 238.

C. 165.

D. 525.

Lời giải

$$\text{Ta có } x^{11} \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x^5}\right)^{11} = x^{11} \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{11-k}{2}} \cdot x^{-5k} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $33 - 11k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Số hạng cần tìm là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 82. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^2 = 55$, số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 13440

B. 3360

C. 80640

D. 322560

Lời giải**Chọn A**

Ta có: $C_n^1 + C_n^2 = 55$

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 55 \Leftrightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 55 \Leftrightarrow n^2 + n - 110 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 10 \\ n = -11 \end{cases} \Rightarrow n = 10$$

Với $n = 10$ thì ta có:

$$\left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^n = \left(x^3 + \frac{2}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{3k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^{10-k} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{3k} \cdot 2^{10-k} \cdot x^{2k-20} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^{10-k} \cdot x^{5k-20}$$

Để có số hạng không chứa x thì $5k - 20 = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Do đó hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{10}^4 \cdot 2^6 = 13440$.

Câu 83. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$ với $x > 0$, nếu biết rằng n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 485.

B. 525.

C. 165.

D. 238

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$

$$C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 11 \text{ (tm)} \\ n = -8 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \left(x\sqrt{x}\right)^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\frac{33-11k}{2} = 0 \Leftrightarrow k = 3$

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 84. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x > 0$, nếu biết rằng $C_n^2 - C_n^1 = 44$.

A. 165.

B. 238.

C. 485.

D. 525.

Lời giải

$$\text{ĐK: } \begin{cases} n \geq 2 \\ n \in \mathbb{N} \end{cases} (*)$$

$$\text{Ta có } C_n^2 - C_n^1 = 44 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 44 \Leftrightarrow n = 11 \text{ hoặc } n = -8.$$

Với $n = 11$, số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt{x} + \frac{1}{x^4}\right)^{11}$ là

$$C_{11}^k \left(x\sqrt{x}\right)^{11-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = C_{11}^k x^{\frac{33-11k}{2}}$$

Theo giả thiết, ta có $\frac{33-11k}{2} = 0$ hay $k = 3$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3 = 165$.

Câu 85. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$ là:

A. $-C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

B. $C_{16}^0 \cdot 2^{16}$.

C. $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

D. $C_{16}^{16} \cdot 2^0$.

Lời giải

Với điều kiện $n \geq 3, n \in \mathbb{N}$, ta có

$$\begin{aligned} C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2 &\Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} + 2n = (n+1)n \Leftrightarrow (n-1)(n-2) + 12 = 6(n+1) \\ &\Leftrightarrow n^2 - 9n + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \text{ (loại)} \\ n = 8 \text{ (thỏa)} \end{cases} \end{aligned}$$

Với $n = 8$, ta có số hạng thứ $k + 1$ trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{16}$ là

$$C_{16}^k (2x)^{16-k} \left(-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^k = C_{16}^k 2^{16-k} (-3)^k x^{16-\frac{4}{3}k}.$$

Theo đề bài ta cần tìm k sao cho $16 - \frac{4}{3}k = 0 \Leftrightarrow k = 12$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$.

Câu 86. Với số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^2 - n = 27$, trong khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^n$ số hạng không chứa x là

A. 84.

B. 672.

C. 8.

D. 5376.

Lời giải

$$C_n^2 - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!} - n = 27 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} - n = 27$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 54 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 9 \text{ (TM)} \\ n = -6 \text{ (L)} \end{cases}$$

Xét khai triển $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^9$ có số hạng tổng quát

$$T_{k+1} = C_9^k x^{9-k} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k \cdot 2^k x^{9-3k}$$

Số hạng không chứa x nên $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy số hạng không chứa x là: $T_4 = C_9^3 \cdot 2^3 = 672$.

Câu 87. Cho khai triển $(1 - 3x + 2x^2)^{2017} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2 .

A. 9136578

B. 16269122.

C. 8132544.

D. 18302258.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } A = (1 - 3x + 2x^2)^{2017} = [(1 - 3x) + 2x^2]^{2017}$$

$$\Rightarrow A = C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017} + C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2) + C_{2017}^2 (1 - 3x)^{2015} (2x^2)^2 + \dots + C_{2017}^{2017} (2x^2)^{2017}.$$

Trong khai triển trên chỉ có hai số hạng $C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017}$, $C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2)$ xuất hiện biểu thức chứa x^2

$$\bullet C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017} = C_{2017}^0 \left[C_{2017}^0 - C_{2017}^1 (3x) + C_{2017}^2 (3x)^2 - C_{2017}^3 (3x)^3 + \dots - C_{2017}^{2017} (3x)^{2017} \right]$$

$$\Rightarrow \text{Hệ số chứa } x^2 \text{ trong số hạng } C_{2017}^0 (1 - 3x)^{2017} \text{ là: } C_{2017}^0 C_{2017}^2 (3)^2$$

$$\bullet C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2) = C_{2017}^1 (2x^2) \left[C_{2016}^0 - C_{2016}^1 (3x) + C_{2016}^2 (3x)^2 + \dots + C_{2016}^{2016} (3x)^{2016} \right]$$

$$\Rightarrow \text{Hệ số chứa } x^2 \text{ trong số hạng } C_{2017}^1 (1 - 3x)^{2016} (2x^2) \text{ là: } 2C_{2017}^1 C_{2016}^0.$$

$$\text{Vậy hệ số } a_2 = C_{2017}^0 C_{2017}^2 (3)^2 + 2C_{2017}^1 C_{2016}^0 = 18302258$$

Câu 88. Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10}$ thành đa thức.

A. 204120.

B. -262440.

C. -4320.

D. -62640.

Lời giải

$$f(x) = (1 - 3x + 2x^3)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (1 - 3x)^{10-k} \cdot (2x^3)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i (-3x)^i \cdot (2x^3)^k.$$

$$= \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i (-3)^i \cdot 2^k \cdot x^{i+3k} \quad (i, k \in \mathbb{N}, 0 \leq k \leq 10, 0 \leq i \leq 10-k).$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $i + 3k = 7$.

i	1	2	3	4	5	6	7
k	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
	T/m	Không t/m	Không t/m	T/m	Không t/m	Không t/m	T/m

Vậy hệ số của x^7 là: $C_{10}^2 \cdot C_8^1 \cdot (-3) \cdot 2^2 + C_{10}^1 \cdot C_9^4 \cdot (-3)^4 \cdot 2 + C_{10}^0 \cdot C_{10}^7 \cdot (-3)^7 = -62640$.**Câu 89.** Cho khai triển $(3 - 2x + x^2)^9 = a_0 x^{18} + a_1 x^{17} + a_2 x^{16} + \dots + a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700.

B. 489888.

C. -804816.

D. -174960.

Lời giải

Ta có: $(3 - 2x + x^2)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{18-2k} \cdot (3 - 2x)^k = \sum_{k=0}^9 C_9^k x^{18-2k} \sum_{i=0}^k C_k^i 3^{k-i} (-2x)^i \quad (0 \leq i \leq k \leq 9)$

Giá trị a_{15} ứng với: $18 - 2k + i = 3 \Rightarrow \begin{cases} i = 1 \\ k = 8 \end{cases} \vee \begin{cases} i = 3 \\ k = 9 \end{cases}$.

Vậy: $a_{15} = C_9^8 \cdot C_8^1 \cdot 3^7 \cdot (-2)^1 + C_9^9 \cdot C_9^3 \cdot 3^6 \cdot (-2)^3 = -804816$.

Câu 90. Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9, x \neq 0$.

A. -2940.

B. 3210.

C. 2940.

D. -3210.

Lời giải

Ta có

$$\left(\frac{1}{x} - x + 2x^2\right)^9 = \left[\frac{1}{x} + x(2x - 1)\right]^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \cdot x^k \cdot (2x - 1)^k = \sum_{k=0}^9 \sum_{i=0}^k C_k^i C_9^k (-1)^{k-i} 2^i x^{2k+i-9}.$$

Theo yêu cầu bài toán ta có $2k + i - 9 = 3 \Leftrightarrow 2k + i = 12; 0 \leq i \leq k \leq 9; i, k \in \mathbb{N}$ Ta có các cặp $(i; k)$ thỏa mãn là: $(0; 6), (2; 5), (4; 4)$.

Từ đó hệ số của x^3 là: $C_9^6 C_9^0 (-1)^{6-0} \cdot 2^0 + C_9^5 C_9^2 (-1)^{5-2} \cdot 2^2 + C_9^4 C_9^4 (-1)^{4-4} \cdot 2^4 = -2940$.

Câu 91. Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng

A. -6432.

B. -4032.

C. -1632.

D. -5418.

Lời giải

$$(x^2 - 3x + 2)^6 = (x - 1)^6 (x - 2)^6$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $(x - 1)^6$ là $C_6^k x^k (-1)^{6-k}$ với $k = 0; 1; 2; \dots; 6$.Số hạng tổng quát trong khai triển $(x - 2)^6$ là $C_6^i x^i (-2)^{6-i}$ với $i = 0; 1; 2; \dots; 6$.

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } (x^2 - 3x + 2)^6 = (x - 1)^6 (x - 2)^6 \text{ là } C_6^k x^k (-1)^{6-k} \cdot C_6^i x^i (-2)^{6-i}$$

$$= C_6^k C_6^i x^{i+k} (-1)^{12-i-k} \cdot (2)^{6-i}$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $i+k=7$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$$i=1 \Rightarrow k=6 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^6 C_6^1 (-1)^5 \cdot (2)^5 = -192$$

$$i=2 \Rightarrow k=5 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^5 C_6^2 (-1)^5 \cdot (2)^4 = -1440$$

$$i=3 \Rightarrow k=4 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^4 C_6^3 (-1)^5 \cdot (2)^3 = -2400$$

$$i=4 \Rightarrow k=3 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^3 C_6^4 (-1)^5 \cdot (2)^2 = -1200$$

$$i=5 \Rightarrow k=2 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^2 C_6^5 (-1)^5 \cdot (2)^1 = -180$$

$$i=6 \Rightarrow k=1 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^1 C_6^6 (-1)^5 \cdot (2)^0 = -6$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng -5418

Cách 2.

$$(x^2 - 3x + 2)^6 = (x^2 + (-3x + 2))^6$$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_6^k \cdot (x^2)^{6-k} (-3x + 2)^k$ với $k=0; 1; 2; \dots; 6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $(-3x + 2)^k$ là $C_k^i \cdot 2^{k-i} (-3x)^i$ với $0 \leq i \leq k$.

$$\begin{aligned} \text{Số hạng tổng quát trong khai triển } (x^2 - 3x + 2)^6 &\text{ là } C_6^k \cdot (x^2)^{6-k} C_k^i \cdot 2^{k-i} (-3x)^i \\ &= C_6^k C_k^i \cdot 2^{k-i} (-3)^i \cdot (x^{12-2k+i}) \end{aligned}$$

Số hạng chứa x^7 ứng với $12 - 2k + i = 7 \Leftrightarrow 2k - i = 5$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$$k=3 \Rightarrow i=1 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^3 C_3^1 2^2 (-3)^1 = -720$$

$$k=4 \Rightarrow i=3 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^4 C_4^3 (-3)^3 \cdot (2)^1 = -3240$$

$$k=5 \Rightarrow i=5 \Rightarrow \text{hệ số là } C_6^5 C_5^5 (2)^0 \cdot (-3)^5 = -1458$$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng -5418 .

Câu 92. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $(1 + x + x^2 + x^3)^{10}$.

A. 582.

B. 1902.

C. 7752.

D. 252.

Lời giải

$$\text{Ta có: } (1 + x + x^2 + x^3)^{10} = (1 + x^2)^{10} (1 + x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{2k} \cdot \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i \cdot x^i = \sum_{k=0}^{10} \sum_{i=0}^{10} C_{10}^k \cdot C_{10}^i \cdot x^{2k+i}$$

Hệ số của số hạng chứa x^5 nên $2k + i = 5$.

Trường hợp 1: $k=0, i=5$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^0 \cdot C_{10}^5$.

Trường hợp 2: $k=1, i=3$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^1 \cdot C_{10}^3$.

Trường hợp 3: $k=2, i=1$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^2 \cdot C_{10}^1$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^0 \cdot C_{10}^5 + C_{10}^1 \cdot C_{10}^3 + C_{10}^2 \cdot C_{10}^1 = 1902$.

Câu 93. Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $3C_n^0 + 4C_n^1 + 5C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$. Tổng tất cả các hệ số của các số hạng trong khai triển $(1 + x - x^2 + x^3)^n$ là

A. 4^{10} .

B. 4^9 .

C. 2^{10} .

D. 2^9 .

Lời giải

$$3C_n^0 + 4C_n^1 + 5C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$$

$$\Leftrightarrow (0+3)C_n^0 + (1+3)C_n^1 + (2+3)C_n^2 + \dots + (n+3)C_n^n = 3840$$

$$\Leftrightarrow (C_n^1 + 2C_n^2 + \dots + nC_n^n) + 3(C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n) = 3840$$

$$\Leftrightarrow n.2^{n-1} + 3.2^n = 3840 \Leftrightarrow n = 9$$

$$\text{Cho } x = 1 \Rightarrow (1 + x - x^2 + x^3)^9 = (1 + 1 - 1^2 + 1^3)^9 = 2^9.$$

Câu 94. Giả sử $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{110}x^{110}$ với $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{110}$ là

các hệ số. Giá trị của tổng $T = C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 - C_{11}^3 a_8 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0$ bằng

A. $T = -11$.

B. $T = 11$.

C. $T = 0$.

D. $T = 1$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } A = (1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{10})^{11} \Leftrightarrow (1 - x)^{11} A = (1 - x^{11})^{11}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (-x)^k}_{P} \cdot \underbrace{\sum_{i=0}^{110} a_i x^i}_{Q} = \underbrace{\sum_{m=0}^{11} C_{11}^m (-x^{11})^m}_{Q}.$$

$$\text{Hệ số của } x^{11} \text{ trong } P \text{ là: } C_{11}^0 a_{11} - C_{11}^1 a_{10} + C_{11}^2 a_9 - C_{11}^3 a_8 + \dots + C_{11}^{10} a_1 - C_{11}^{11} a_0 = T$$

$$\text{Hệ số của } x^{11} \text{ trong } Q \text{ là: } -C_{11}^1$$

$$\text{Vậy } T = -C_{11}^1 = -11.$$

Câu 95. Sau khi khai triển và rút gọn thì $P(x) = (1 + x)^{12} + \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$ có tất cả bao nhiêu số hạng

A. 27.

B. 28.

C. 30.

D. 25

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } A = (1 + x)^{12}; B = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18}$$

$$\text{Ta có khai triển } A = (1 + x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^k \text{ có 13 số hạng.}$$

$$\text{Và khai triển } B = \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{18} = \sum_{l=0}^{18} C_{18}^l x^{36-3l} \text{ có 19 số hạng.}$$

Ta đi tìm các số hạng có cùng lũy thừa, mà giản ước được trong khai triển $P(x)$, ta phải có :

$$36 - 3l = k \Leftrightarrow k + 3l = 36 \quad (1)$$

Phương trình cho ta 5 cặp nghiệm thỏa mãn $(k; l) = \{(0; 12), (3; 11), (6; 10), (9; 9), (12; 8)\}$ tương ứng với 5 số hạng.

Vậy sau khi khai triển và rút gọn $P(x)$ ta có $13 + 19 - 5 = 27$ số hạng.

Câu 96. Cho đa thức $P(x) = (x - 2)^{2017} + (3 - 2x)^{2018} = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$. Khi đó

$S = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2018.

D. 2017.

Lời giải

$$\text{Ta có } P(x) = a_{2018}x^{2018} + a_{2017}x^{2017} + \dots + a_1x + a_0$$

$$\text{Cho } x = 1 \Rightarrow P(1) = a_{2018} + a_{2017} + \dots + a_1 + a_0 = (1 - 2)^{2017} + (3 - 2.1)^{2018} = 0.$$

Câu 97. Sau khi khai triển và rút gọn biểu thức $f(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} + \left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ thì $f(x)$ có bao nhiêu số hạng?

A. 30.

B. 32.

C. 29.

D. 35.

Lời giải

$$\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{3}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^k x^{24-3k}$$

$$\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k (2x^3)^{21-k} \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k 2^{21-k} x^{63-5k}$$

Ta cho k chạy từ 0 đến 12 thì các số mũ của x không bằng nhau.

Với khai triển $\left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}$ ta có 13 số hạng; Với khai triển $\left(2x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^{21}$ ta có 22 số hạng. Vậy tổng số hạng là: 35.

Câu 98. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = (x+1)^6 + (x+1)^7 + \dots + (x+1)^{12}$.

A. 1716.

B. 1715.

C. 1287.

D. 1711.

Lời giải

Xét nhị thức $(x+1)^n = (1+x)^n$ có số hạng tổng quát là $C_n^k x^k$. Ta có:

Hệ số của x^5 trong $(1+x)^6$ là C_6^5 .

Hệ số của x^5 trong $(1+x)^7$ là C_7^5

Hệ số của x^5 trong $(1+x)^{12}$ là C_{12}^5 .

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)$ là $C_6^5 + C_7^5 + \dots + C_{12}^5 = 1715$.

Câu 99. Cho đa thức: $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8 .

A. 720.

B. 700.

C. 715.

D. 730.

Lời giải

Ta có $(1+x)^8 = C_8^0 + C_8^1x + \dots + C_8^8x^8$ suy ra hệ số chứa x^8 là C_8^8 .

Lại có $(1+x)^9 = C_9^0 + C_9^1x + \dots + C_9^8x^8 + C_9^9x^9$ suy ra hệ số của x^8 là C_9^8 .

Tương tự trong khai triển $(1+x)^{10}$ có hệ số của x^8 là C_{10}^8 .

$(1+x)^{11}$ có hệ số của x^8 là C_{11}^8 .

$(1+x)^{12}$ có hệ số của x^8 là C_{12}^8 .

Suy ra hệ số của x^8 trong $P(x)$ là $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Câu 100. Cho đa thức $P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức $P(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tính tổng các hệ số a_i , $i = 0; 1; 2; \dots; 12$.

A. 5.

B. 7936.

C. 0.

D. 7920.

Lời giải

Ta có

$$P(x) = (1+x)^8 + (1+x)^9 + (1+x)^{10} + (1+x)^{11} + (1+x)^{12}.$$

Áp dụng khai triển

$$(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + \dots + C_n^n x^n.$$

Cho $x=1$, ta có $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$.

Do đó ta có tổng hệ số của $P(x)$ là:

$$S = 2^8 + 2^9 + 2^{10} + 2^{11} + 2^{12} = 2^8 (1+2+4+8+16) = 31 \cdot 2^8 = 7936.$$

- Câu 101.** Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1+2x)(3+x)^{11}$.
- A. 4620. B. 1380. C. 9405. D. 2890.

Lời giải

$$\begin{aligned}(1+2x)(3+x)^{11} &= (3+x)^{11} + 2x(3+x)^{11} \\&= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k + 2x \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k \\&= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 3^{11-k} \cdot x^k + \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k \cdot 2 \cdot 3^{11-k} \cdot x^{k+1}\end{aligned}$$

Suy ra hệ số của x^9 khi triển khai nhị thức trên là: $C_{11}^9 \cdot 3^2 + C_{11}^8 \cdot 2 \cdot 3^3 = 9045$.

- Câu 102.** Cho khai triển $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0 x + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_{14} x^{14}$. Tìm giá trị của a_6 .
- A. 482496. B. 529536. C. 278016. D. 453504.

Lời giải

$$\begin{aligned}\text{Ta có: } (1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 &= \left(\sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot 2^k \cdot x^k \right) \cdot (16x^4 + 32x^3 + 40x^2 + 24x + 9) \\ \text{Do đó } a_6 &= C_{10}^2 \cdot 2^2 \cdot 16 + C_{10}^3 \cdot 2^3 \cdot 32 + C_{10}^4 \cdot 2^4 \cdot 40 + C_{10}^5 \cdot 2^5 \cdot 24 + C_{10}^6 \cdot 2^6 \cdot 9 = 482496.\end{aligned}$$

- Câu 103.** Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4$ thành đa thức là

- A. $\frac{1}{2} C_{14}^6$. B. $\frac{1}{4} C_{14}^6$. C. C_{14}^6 . D. $4C_{14}^8$.

Lời giải

$$\text{Xét khai triển } (2x+1)^6 = (1+2x)^6 = \sum_{k=0}^n C_6^k 1^{6-k} (2x)^k = \sum_{k=0}^n C_6^k 2^k x^k$$

$$\left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4 = \left(x + \frac{1}{2} \right)^8 = \left(\frac{1}{2} + x \right)^8 = \sum_{j=0}^8 C_8^j \left(\frac{1}{2} \right)^{8-j} x^j$$

$$\text{Vậy } (2x+1)^6 \left(x^2 + x + \frac{1}{4} \right)^4 = \sum_{k=0}^n C_6^k 2^k x^k \cdot \sum_{j=0}^8 C_8^j \left(\frac{1}{2} \right)^{8-j} x^j = \sum_{k=0}^n C_6^k 2^k \cdot \sum_{j=0}^8 C_8^j \left(\frac{1}{2} \right)^{8-j} x^{j+k}$$

Số hạng của khai triển chứa x^6 khi $j+k=6$

Xét bảng:

k	0	1	2	3
j	6	5	4	3
$C_6^k 2^k \cdot C_8^j \left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^0 2^0 \cdot C_8^6 \left(\frac{1}{2}\right)^2$	$C_6^1 2^1 \cdot C_8^5 \left(\frac{1}{2}\right)^3$	$C_6^2 2^2 \cdot C_8^4 \left(\frac{1}{2}\right)^4$	$C_6^3 2^3 \cdot C_8^3 \left(\frac{1}{2}\right)^5$
k	4	5	6	
j	2	1	0	
$C_6^k 2^k \cdot C_8^j \left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^4 2^4 \cdot C_8^2 \left(\frac{1}{2}\right)^6$	$C_6^5 2^5 \cdot C_8^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5$	$C_6^6 2^6 \cdot C_8^0 \left(\frac{1}{2}\right)^2$	

Vậy hệ số x^6 trong khai triển $(2x+1)^6 \left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là $\frac{3003}{4} = \frac{1}{4} C_{14}^6$.

Câu 104. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ bằng

- A. 1752 B. -1272 C. 1272 D. -1752

Lời giải

Chọn B

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6$ là $C_6^4 2^4 (-1)^2 = 240$.

Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $(x-3)^8$ là $C_8^5 (-3)^3 = -1512$.

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (x-3)^8$ là $240 - 1512 = -1272$.

Câu 105. Hệ số của x^5 trong khai triển $x(3x-1)^6 + (2x-1)^8$ bằng

- A. -3007 B. -577 C. 3007 D. 577

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned}
 x(3x-1)^6 + (2x-1)^8 &= x \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot (3x)^k (-1)^{6-k} + \sum_{m=0}^8 C_8^m \cdot (2x)^m (-1)^{8-m} \\
 &= \sum_{k=0}^6 C_6^k \cdot 3^k (-1)^{6-k} x^{k+1} + \sum_{m=0}^8 C_8^m \cdot 2^m (-1)^{8-m} x^m.
 \end{aligned}$$

Hệ số x^5 ứng với $k=4$; $m=5$.

Hệ số cần tìm là $C_6^4 \cdot 3^4 (-1)^2 + C_8^5 \cdot 2^5 (-1)^3 = -577$.

Câu 106. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. -13548 B. 13668 C. -13668 D. 13548

Lời giải

Chọn A

Hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức $(x-2)^6$ là $C_6^4 2^2 = 60$.

Hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức $(3x-1)^8$ là $C_8^5 (-3)^5 = -13608$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng $-13608 + 60 = -13548$.

Câu 107. Hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức $x(2x-1)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. 13848 B. 13368 C. -13848 D. -13368

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(2x-1)^6 + (3x-1)^8 &= x \cdot \sum_{k=0}^6 C_6^k (2x)^{6-k} (-1)^k + \sum_{m=0}^8 C_8^m (3x)^{8-m} (-1)^m \\ &= \sum_{k=0}^6 C_6^k (2)^{6-k} (-1)^k \cdot x^{7-k} + \sum_{m=0}^8 C_8^m (3)^{8-m} (-1)^m \cdot x^{8-m} \end{aligned}$$

Để có số hạng của x^5 trong khai triển thì $k=2; m=3$

Do đó hệ số của x^5 trong khai triển bằng: $C_6^2 \cdot 2^4 + C_8^3 \cdot (3)^5 (-1)^3 = -13368$.

Câu 108. Hệ số của x^5 trong khai triển $x(x-2)^6 + (3x-1)^8$ bằng

- A. -13548. B. 13548. C. -13668. D. 13668.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát trong khai triển trên có dạng:

$$x \cdot C_6^k \cdot x^k (-2)^{6-k} + C_8^m \cdot (3x)^m \cdot (-1)^{8-m} = C_6^k \cdot x^{k+1} (-2)^{6-k} + C_8^m \cdot 3^m \cdot (-1)^{8-k} \cdot x^m.$$

Để tìm hệ số của x^5 ta cần tìm k, m sao cho $\begin{cases} k+1=5 \\ m=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=5 \end{cases}$.

Hệ số của x^5 cần tìm bằng: $C_6^4 \cdot (-2)^2 + C_8^5 \cdot 3^5 \cdot (-1)^3 = -13548$.

Câu 109. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển đa thức $f(x) = x(1-x)^5 + x^2(1+2x)^{10}$.

- A. 965. B. 263. C. 632. D. 956.

Lời giải

Chọn A

Hệ số của x^5 là

$$C_5^4 \cdot 1^1 \cdot (-1)^4 + C_{10}^3 \cdot 1^7 \cdot 2^3 = 965.$$

Câu 110. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

- A. 3240. B. 3320. C. 80. D. 259200.

Lời giải

Khải triển $P(x)$ có số hạng tổng quát $xC_5^k (-2x)^k + x^2 C_{10}^m (3x)^m = (-2)^k C_5^k x^{k+1} + 3^m C_{10}^m x^{m+2}$
($k \in \mathbb{N}, k \leq 5, m \in \mathbb{N}, m \leq 10$)

Hệ số của x^5 ứng với k, m thỏa hệ $\begin{cases} k+1=5 \\ m+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=3 \end{cases}$.

Vậy hệ số cần tìm là $(-2)^4 C_5^4 + 3^3 C_{10}^3 = 3320$.

Câu 111. Khai triển đa thức $P(x) = (1+2x)^{12} = a_0 + a_1x + \dots + a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_k ($0 \leq k \leq 12$) lớn nhất trong khai triển trên.

- A. $C_{12}^8 2^8$. B. $C_{12}^9 2^9$. C. $C_{12}^{10} 2^{10}$. D. $1 + C_{12}^8 2^8$.

Lời giải

Chọn A

Khai triển nhị thức Niu-ton của $(1+2x)^{12}$, ta có

$$(1+2x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (2x)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^k.$$

Suy ra $a_k = C_{12}^k 2^k$.

Hệ số a_k lớn nhất khi $\begin{cases} a_k \geq a_{k+1} \\ a_k \geq a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^k C_{12}^k \geq 2^{k+1} C_{12}^{k+1} \\ 2^k C_{12}^k \geq 2^{k-1} C_{12}^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{12-k} \geq \frac{2}{k+1} \\ \frac{2}{k} \geq \frac{1}{12-k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{23}{3} \leq k \leq \frac{26}{3}.$

$\xrightarrow[k \in \mathbb{N}]{0 \leq k \leq 12} k = 8$. Vậy hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8$.

Câu 112. Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P(x) = (1 + 2x^2)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270.

B. 162720.

C. 126270.

D. 126720.

Lời giải

Chọn D

Khai triển: $P(x) = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 2^k x^{2k} = \sum_{k=0}^{12} a_k x^{2k}$ với $a_k = C_{12}^k 2^k$.

$$a_{k+1} > a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} > C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} > \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k < \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \leq 7.$$

Như vậy $a_0 < a_1 < a_2 < \dots < a_8$.

$$a_{k+1} < a_k \Leftrightarrow C_{12}^{k+1} 2^{k+1} < C_{12}^k 2^k \Leftrightarrow \frac{2}{k+1} < \frac{1}{12-k} \Leftrightarrow k > \frac{23}{3} \Leftrightarrow k \geq 8.$$

Như vậy $a_8 > a_9 > a_{10} > \dots > a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 2^8 = 126720$.