

- Câu 1:** Trong không gian Oxyz với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ cho $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm A
- A. $(-1; 0; 3)$ B. $(0; -1; 3)$ C. $(-1; 3; 0)$ D. $(-1; 3)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Từ $\overrightarrow{OA} = -\vec{i} + 3\vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (-1; 0; 3) \Rightarrow A(-1; 0; 3)$

♦ Trắc nghiệm:

- Câu 2:** Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(-1; 2; 3)$. Tọa độ hình chiếu của M trên trục Ox là:
- A. $(-1; 2; 0)$ B. $(-1; 0; 0)$ C. $(0; 0; 3)$ D. $(0; 2; 0)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Hình chiếu của điểm M trên trục Ox là $M_1(-1; 0; 0)$

- Câu 3:** Trong không gian Oxyz, cho vectơ $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{j} + 4\vec{k}$. Gọi M' là hình chiếu vuông góc của M trên mp(Oxy). Khi đó tọa độ của điểm M' trong hệ tọa độ Oxyz là
- A. $(1; -\sqrt{3}; 4)$ B. $(1; 4; -\sqrt{3})$ C. $(0; 0; 4)$ D. $(1; 4; 0)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Ta có: $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{j} + 4\vec{k} \Rightarrow M(1; 4; -\sqrt{3})$

Chiếu lên mp (Oxy) thì $M'(1; 4; 0)$

- Câu 4:** Cho ba điểm $A(3, 1, 0)$; $B(2, 1, -1)$; $C(x, y, -1)$. Tính x, y để $G\left(2, -1, -\frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC
- A. $x = 2, y = 1$ B. $x = 2, y = -1$ C. $x = -2, y = -1$ D. $x = 1, y = -5$

Hướng dẫn giải

♦ Tự luận: Ta có G là trọng tâm tam giác ABC thì
$$\begin{cases} \frac{3+2+x}{3} = 2 \\ \frac{1+1+y}{3} = -1 \\ \frac{-1-1}{3} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -5 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm:

- Câu 5:** Trong không gian Oxyz, cho hình bình hành ABCD, biết $A(1, 0, 0)$; $B(0, 0, 1)$; $C(2, 1, 1)$. Tọa độ điểm D là:

A. $(3;1;0)$

B. $(3;-1;0)$

C. $(-3;1;0)$

D. $(1;3;0)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;0;1)$, $\overrightarrow{DC} = (2-x;1-y;1-z)$

$$\text{Tứ giác ABCD là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x = -1 \\ 1-y = 0 \\ 1-z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow D(3;1;0)$$

♦ Trắc nghiệm: Tính tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB} = (-1;0;1)$. Từ các đáp án tính tọa độ véc tơ $\overrightarrow{DC}$ được véc tơ nào bằng véc tơ $\overrightarrow{AB}$ ta được đáp án.

Câu 6: Cho ba điểm $A(2,-1,1)$; $B(3,-2,-1)$. Tìm điểm N trên trục Ox cách đều A và B.

A. $(4;0;0)$

B. $(-4;0;0)$

C. $(1;4;0)$

D. $(2;0;4)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: N nằm trên trục Ox nên $N(x;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (x-2;1;-1)$; $\overrightarrow{BN} = (x-3;2;1)$

$$N \text{ cách đều A và B: } AN = BN \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + 1 + 1} = \sqrt{(x-3)^2 + 4 + 1}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8 \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow N(4;0;0)$$

♦ Trắc nghiệm: Vì điểm N nằm trên trục Ox nên $N(x;0;0)$, ta loại đáp án C và D. Từ các đáp án còn lại tính AN và BN, đáp án nào cho $NA = NB$ ta chọn.

Câu 7: Trong không gian Oxyz, điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxy), cách đều ba điểm $A(2,-3,1)$, $B(0;4;3)$, $C(-3;2;2)$ có tọa độ là:

A. $\left(\frac{17}{25}; \frac{49}{50}; 0\right)$

B. $(-3;-6;7)$

C. $(-1;-13;14)$

D. $\left(\frac{4}{7}; \frac{13}{14}; 0\right)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Vì M thuộc mặt phẳng (Oxy) $\Rightarrow M(x;y;0)$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = (x-2;y+3;-1); \overrightarrow{BM} = (x;y-4;-3); \overrightarrow{CM} = (x+3;y-2;-2)$$

$$\text{Theo giả thiết: } \begin{cases} AM = BM \\ AM = CM \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AM^2 = BM^2 \\ AM^2 = CM^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 + (y+3)^2 + 1 = x^2 + (y-4)^2 + 9 \\ (x-2)^2 + (y+3)^2 + 1 = (x+3)^2 + (y-2)^2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x + 14y = 11 \\ -10x + 10y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{25} \\ y = \frac{49}{50} \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Do M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên các đáp án chọn chỉ có thể là A, D.

Kiểm tra với $M\left(\frac{17}{25}; \frac{49}{50}; 0\right)$ ta có $MA = MB = MC$.

Câu 8: (Đề chuyên – Thái Bình – lần 3) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-3; 6; 4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Độ dài đoạn AM là:

- A. $2\sqrt{7}$ B. $\sqrt{29}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\sqrt{30}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Gọi $M(x; y; z)$. Do M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$ nên

$$\overrightarrow{MC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{BC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = \frac{2}{3}(-3) \\ 6 - y = \frac{2}{3}.3 \\ 4 - z = \frac{2}{3}.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow AM = \sqrt{29}$$

Câu 9: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$ và $C(5; -3; 4)$. Tính tích vô hướng hai vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 48$. B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -48$. C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 52$. D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -52$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

• Tìm tọa độ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$. Tính ra -52.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(-1; 5; -3)$, $N(7; -2; -5)$. Tính độ dài đoạn MN.

- A. $MN = \sqrt{13}$. B. $MN = 3\sqrt{13}$. C. $MN = \sqrt{109}$. D. $MN = 2\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có: } MN = \sqrt{8^2 + (-7)^2 + (-2)^2} = 3\sqrt{13}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(-4; 9; -9)$, $B(2; 12; -2)$ và $C(-m-2; 1-m; m+5)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại B.

- A. $m = 3$. B. $m = -3$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (-6; -7; -3)$, $\overrightarrow{BC} = (-m-4; -m-11; m+7)$.

♦ Mặt khác: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$. Nên $m = -4$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(4; 2; 3)$, $B(1; -2; -9)$ và $C(-1; 2; z)$. Xác định giá trị z để tam giác ABC cân tại A.

A. $\begin{cases} z = -15 \\ z = 9 \end{cases}$

B. $\begin{cases} z = 15 \\ z = -9 \end{cases}$

C. $\begin{cases} z = 15 \\ z = 9 \end{cases}$

D. $\begin{cases} z = -15 \\ z = -9 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có: $AB^2 = AC^2 \Leftrightarrow (z-3)^2 = 12$

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC vuông cân tại C và có các đỉnh $A \in (Oxz)$, $B(-2; 3; 1)$ và $C(-1; 1; -1)$. Tìm tọa độ điểm A.

A. $A(1; 0; -1)$.

B. $A(-1; 0; 1)$.

C. $A(-1; 0; -1)$.

D. $A(1; 0; 1)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Gọi $A(a; 0; c)$. Ta có: $\begin{cases} CA = CB \\ \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0 \end{cases}$ suy ra $a=c=1$.

♦ Trắc nghiệm: Thế vào đẳng thức 2 rồi kiểm tra đẳng thức 1.

Câu 14: Trong không gian Oxyz, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(2; 1; -1)$, $B(1; 3; 1)$ và $C(3; 1; 4)$. Xác định tọa độ điểm H là chân đường cao xuất phát từ đỉnh B của tam giác ABC.

A. $H(\frac{61}{26}; 1; \frac{19}{26})$

B. $H(-\frac{61}{26}; 1; \frac{19}{26})$

C. $H(-\frac{61}{26}; 1; -\frac{19}{26})$

D. $H(-\frac{61}{26}; -1; -\frac{19}{26})$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Ta có: A, H, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AH} = t\overrightarrow{AC}$ nên $H(2+t; 1; 5t-1)$.

Ngoài ra, $\overrightarrow{BH} \perp \overrightarrow{AC}$ nên $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ nên $t = \frac{9}{26}$. Vậy $H(\frac{61}{26}; 1; \frac{19}{26})$.

♦ Trắc nghiệm: thế đáp án vào đẳng thức trên ta được đáp án.

Câu 15: (Trích Sở GD&ĐT Bình Thuận). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u} = (-3; 1; 6)$ và $\vec{v} = (-1; -1; 3)$. Tìm tọa độ của vectơ $[\vec{u}; \vec{v}]$.

A. $[\vec{u}; \vec{v}] = (9; 3; 4)$ B. $[\vec{u}; \vec{v}] = (9; -3; 4)$ C. $[\vec{u}; \vec{v}] = (-9; 3; 4)$ D. $[\vec{u}; \vec{v}] = (9; 3; -4)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Dùng định thức cấp 2

♦ Trắc nghiệm: Máy tính

MODE 8 1 1 - 3 = 1 = 6 = SHIFT 5 1 2 1 - 1 = - 1 = 3
= AC SHIFT 5 3 X SHIFT 5 4 =

Câu 16: (THPT Kim Liên Hà Nội) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2; -1; 3)$, $B(4; 0; 1)$ và $C(-10; 5; 3)$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\vec{n}_1(1; 2; 0)$. B. $\vec{n}_2(1; 2; 2)$. C. $\vec{n}_3(1; 8; 2)$. D. $\vec{n}_4(1; -2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có: $[\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; 2; 2)$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$, $\vec{b} = (-1; 1; 2)$, $\vec{c} = (x; 3x; x + 2)$.

Ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng khi:

A. $x = -2$ B. $x = 1$ C. $x = 2$ D. $x = -1$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có: $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; -3; 3) \Rightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 18: Cho tứ diện ABCD biết $A(0; 0; 1)$, $B(2; 3; 5)$, $C(6; 2; 3)$, $D(3; 7; 2)$. Thể tích của tứ diện ABCD bằng

A. 10 B. 20 C. 30 D. 40

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có: $V = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| = 20$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(2;-1;-2), B(-1;1;2), C(-1;1;0)$. Tính độ dài đường cao xuất phát từ A?

- A. $\frac{13}{2}$ B. $2\sqrt{13}$ C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$ D. $\sqrt{13}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

$$\text{Ta có: } d(A, BC) = \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC} = \frac{[\overline{AB}, \overline{AC}]}{BC} = \sqrt{13}.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 3 điểm $A(3;3;0), B(3;0;3), C(0;3;3)$. Tìm tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- A. $(2;-1;2)$ B. $(2;2;1)$ C. $(2;2;2)$ D. $(-1;2;2)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Gọi $I(a,b,c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Ta có:

$$\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ [\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AI} = 0 \end{cases} \Rightarrow I(2;2;2).$$

♦ Trắc nghiệm: Có thể thử đáp án bằng cách tính IA, IB IC và so sánh

Câu 21: Trong không gian Oxyz cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sai?

- A. $\vec{a}$ cùng phương $\vec{b} \Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = 0$. B. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$.
C. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} \neq 0$ D. $[\vec{a}, \vec{b}] = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: $[\vec{a}, \vec{b}] = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \angle(\vec{a}, \vec{b})$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(1;0;0), B(0;0;1), C(2;1;1)$. Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{11}}{2}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 2; -1)$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{||[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]||}{2} = \frac{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-1)^2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng:

- A. 1 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; 2; -1), \overrightarrow{AD} = (-3; 1; -1)$$

$$V_{ABCD} = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{6} = 1.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; -1; 3)$, điểm D thuộc Oy và thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tọa độ của đỉnh D là:

- A. $D(0; -7; 0)$ B. $D(0; 8; 0)$
C. $D(0; -7; 0)$ hoặc $D(0; 8; 0)$. D. $D(0; 7; 0)$ hoặc $D(0; -8; 0)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có:

$$D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0).$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (0; -2; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2), \overrightarrow{AD} = (-2; y-1; 1)$$

$$V_{ABCD} = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{6} = \frac{|-4y+2|}{6}, V_{ABCD} = 5 \Leftrightarrow \frac{|-4y+2|}{6} = 5 \Rightarrow \begin{cases} y = -7 \\ y = 8 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Nhập $V_{ABCD} = \frac{|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD}|}{6} = \frac{|-4y+2|}{6}$. CALC các đáp án kết quả nào thể tích bằng 5 ta chọn.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(-1;-2;4)$, $B(-4;-2;0)$, $C(3;-2;1)$ và $D(1;1;1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh D bằng:

- A. 3 B. 1 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Ta có:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= (-3; 0; -4), \overrightarrow{AC} = (4; 0; -3) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -25; 0), \overrightarrow{AD} = (2; 3; -3) \\ V_{ABCD} &= \frac{|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD}|}{6} = \frac{25}{2}, S_{\triangle ABC} = \frac{|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]|}{2} = \frac{25}{2} \\ \Rightarrow d(D, (ABC)) &= \frac{3V_{ABCD}}{S_{\triangle ABC}} = 3.\end{aligned}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 0; -2)$, $B(3; -1; -4)$, $C(-2; 2; 0)$. Điểm D trong mặt phẳng (Oyz) có cao độ âm sao cho thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng 2 và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (Oxy) bằng 1 là:

- A. $D(0; -3; -1)$. B. $D(0; 2; -1)$. C. $D(0; 1; -1)$. D. $D(0; 3; -1)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

$$D \in Oyz \Rightarrow D(0; y; z), z < 0.$$

$$d(D, Oxy) = 1 \Leftrightarrow |z| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1(l) \\ z = -1(n) \end{cases} \Rightarrow D(0; y; -1).$$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2), \overrightarrow{AC} = (-4; 2; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 6; -2), \overrightarrow{AD} = (-2; y; -1)$$

$$V_{ABCD} = \frac{|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD}|}{6} = \frac{|6y-6|}{6}, V_{ABCD} = 2 \Leftrightarrow \frac{|6y-6|}{6} = 2 \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = -1 \end{cases}$$

Đổi chiều các đáp án ta chọn đáp án D.

Câu 27: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng:

- A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

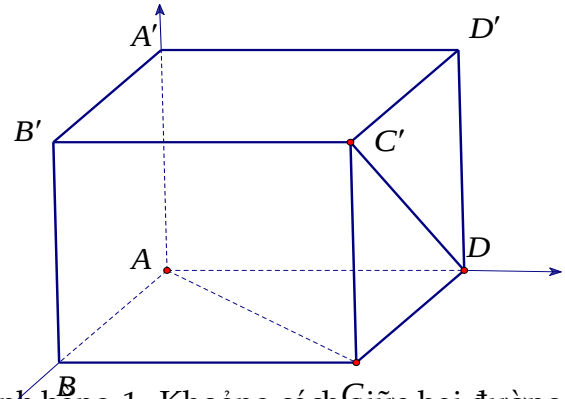
Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

$$A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1).$$

$$d(AC, DC') = \frac{|\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DC'}|}{|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{DC'}|} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$



Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'D$ bằng:

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}.$

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}.$

C. $\frac{1}{2}.$

D. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$

Hướng dẫn giải

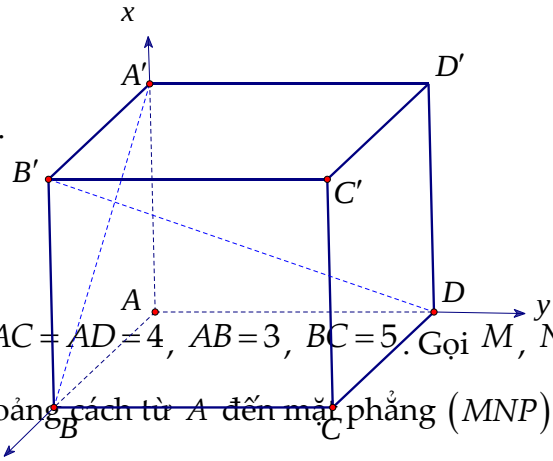
Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

$$A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), A'(0;0;1).$$

$$d(A'B, B'D) = \frac{|\overrightarrow{A'B} \cdot \overrightarrow{B'D}|}{|\overrightarrow{A'B} \times \overrightarrow{B'D}|} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$



Câu 29: Hình tứ diện $ABCD$ có $AD \perp (ABC)$ và $AC = AD = 4, AB = 3, BC = 5$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, AD . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (MNP) bằng:

A. $\frac{6}{5}$

B. $\sqrt{\frac{72}{17}}$

C. $\sqrt{2}$

D. $\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

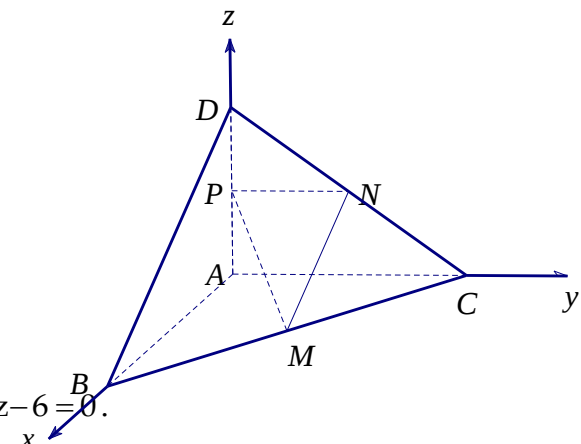
Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

$$A(0;0;0), B(3;0;0), C(0;4;0), D(0;0;4).$$

$$\text{Suy ra: } M\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right), N(0; 2; 2), P(0; 0; 2).$$

$$\overrightarrow{MN} = \left(-\frac{3}{2}; 0; 2\right), \overrightarrow{NP} = (0; -2; 0).$$

$$[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}] = (4; 0; 3). \text{ Suy ra } (MNP): 4x + 3z - 6 = 0.$$

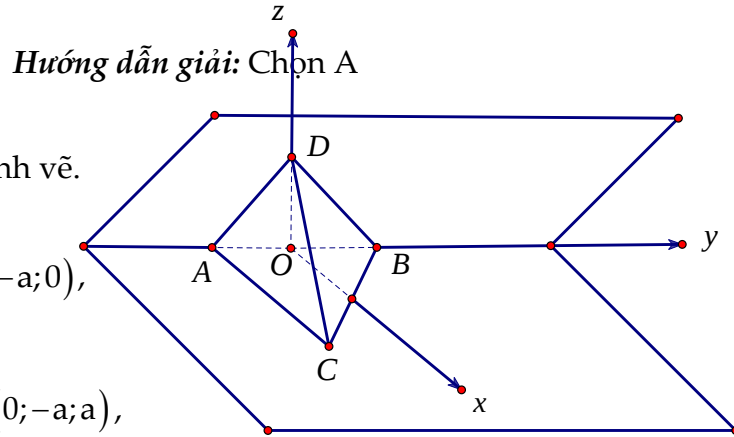


Suy ra $d(A, (MNP)) = \frac{6}{5}$.

Câu 30: Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau, $(P) \cap (Q) = \Delta$. Trên Δ lấy hai điểm A và B thỏa mãn $AB = a$. Trong mặt phẳng (P) lấy điểm C và trong mặt phẳng (Q) lấy điểm Q sao cho tam giác ABC vuông cân tại A và tam giác DAB vuông cân tại D . Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng:

- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a}{\sqrt{3}}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải



♦ Tự luận:

Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

Suy ra

$$O(0;0;0), B(0;a;0), A(0;-a;0),$$

$$C(2a;-a;0), D(0;0;a).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{BC}(2a;-2a;0), \overrightarrow{BD}(0;-a;a),$$

$$[\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}] = (-2a^2; -2a^2; -2a^2).$$

$$\text{Suy ra } (BCD): x + y + z - a = 0.$$

$$d(A, (BCD)) = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Câu 31: Cho hình chóp $O.ABC$ có các cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = a, OB = b, OC = c$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CA . Biết $(OMN) \perp (OMP)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$. B. $\frac{1}{c^2} = \frac{2}{ab}$. C. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. D. $c^2 = ab$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

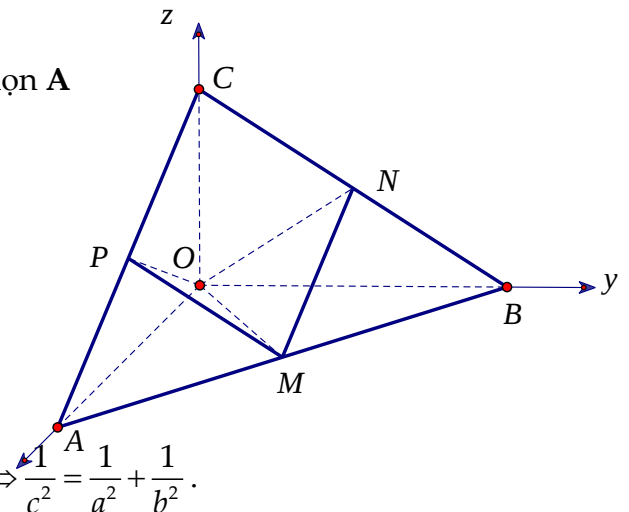
Chọn hệ trục Oxyz như hình vẽ.

Suy ra

$$O(0;0;0), A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c).$$

$$M\left(\frac{a}{2}; \frac{b}{2}; 0\right), N\left(0; \frac{b}{2}; \frac{c}{2}\right), P\left(\frac{a}{2}; 0; \frac{c}{2}\right).$$

$$(OMN) \perp (OMP) \Leftrightarrow [\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot [\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{OP}] = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{c^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}.$$



Câu 32: Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AB = AD = 2$, $CD = 2\sqrt{2}$, $ABC = DAB = 90^\circ$. Góc giữa AD và BC bằng 45° . Khoảng cách giữa AC và BD bằng:

- A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ. Suy ra

$$A(0;0;0), B(2;0;0), D(0;0;2).$$

Gọi $C(a;b;c)$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow a = 2.$$

$$(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}) = 45^\circ \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC})$$

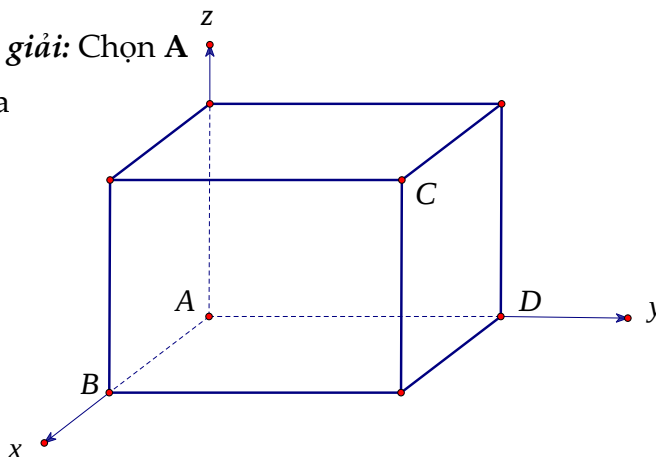
$$\Leftrightarrow \frac{|b|}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow b = \pm c.$$

TH1: $b = c$

$$\text{Suy ra } CD^2 = 4 + b^2 + (2 - b)^2 = 8 \Leftrightarrow b = 2. \text{ (vì } C \neq B).$$

$$\text{Làm tương tự bài 2 suy ra } d(AC, BD) = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$

TH2: Tương tự.



Câu 33: NB Cho 2 điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-2; 2; -3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

- A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 9$. B. $x^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 9$.
C. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3$. D. $x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦Tự luận: I là tâm cầu, khi đó do AB là đường kính nên I là trung điểm AB . $I(0;3;-1)$.

$$\overrightarrow{IA}(2;1;2) \rightarrow IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3. \text{ Nên bán kính } R = 3..$$

$$\text{Vậy phương trình mặt cầu: } x^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 9.$$

♦Trắc nghiệm:

Câu 34: NB Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và đi qua $A(1;0;4)$ có phương trình:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 53$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 53$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 53$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

Tự Luận: Dễ thấy $\overline{IA}(0; -2; 7) \rightarrow IA = \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 7^2} = \sqrt{53}$. Nên $R = \sqrt{53}$.

Vậy, phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 53$.

Trắc nghiệm: Nhận thấy chỉ có đáp án D có phương trình mặt cầu thỏa mãn tọa độ tâm $I(1; 2; -3)$. Nên đáp án là D.

Câu 35: TH Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (P) là:

A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$.

C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Tự Luận: Bán kính mặt cầu là khoảng cách từ $A(2; 1; 1)$ tới (P).

$$d(A; (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 + 2 \cdot 1 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2.$$

Vậy được phương trình mặt cầu: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$.

♦ Trắc nghiệm: Tính nhanh khoảng cách từ A tới P bằng 4, không cần viết phương trình mặt cầu, do kết quả như nhau ở 4 đáp án.

Câu 36: TH Phương trình mặt cầu tâm $I(1; -2; 3)$ và tiếp xúc với trục Oy là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 8$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Gọi M là hình chiếu của $I(1; -2; 3)$ lên Oy, ta có $M(0; -2; 0)$.

$$\overline{IM} = (-1; 0; -3) \Rightarrow R = IM = \sqrt{10} \text{ là bán kính mặt cầu cần tìm.}$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

♦ Trắc nghiệm: Có thể nhớ phương trình Oy và dùng công thức khoảng cách từ I tới OI. Tuy nhiên cách này yêu cầu thuộc công thức liên quan đến tích có hướng.

Câu 37: VD (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương_Lần 2) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; -5)$ cắt mặt phẳng (P): $2x - 2y - z + 10 = 0$ theo thiết diện là hình tròn diện tích 3π có phương trình (S) là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 18 = 0$ B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 25$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 10z + 12 = 0$ D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 16$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦Tự Luận: Diện tích thiết diện: $S = \pi r^2 = 3\pi \rightarrow r = \sqrt{3}$.

Khoảng cách từ $I(-1; 2; -5)$ tới mặt phẳng (P) : $d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 \cdot 2 - (-5) + 10|}{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + (-1)^2}} = 3$.

Vậy, bán kính mặt cầu được tính theo định lý Pitago: $R^2 = r^2 + d^2 = 3 + 3^2 = 12$.

Nhận thấy loại đáp án C,D. Viết lại đáp án A: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 12$. Thỏa mãn.

Câu 38: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \text{ và } 2 \text{ mp } (P): x + 2y + 2z + 3 = 0 \text{ và } (Q): x + 2y + 2z + 7 = 0. \text{ Mặt} \\ z = -t \end{cases}$

cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng (d) và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình

A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$. B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$. D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦Tự Luận: Do thuộc d nên tâm cầu có tọa độ dạng $I(t; -1; -t)$. Khi đó do (S) tiếp xúc với $(P), (Q)$ nên khoảng cách tới $(P), (Q)$ là như nhau.

$$d(I; (P)) = d(I; (Q)) \Leftrightarrow \frac{|t + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-t) + 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{|t + 2 \cdot (-1) + 2 \cdot (-t) + 7|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = R.$$

$$\text{Hay } |-t+1| = |-t+5| \Leftrightarrow \begin{cases} -t+1 = -t+5 \\ -t+1 = t-5 \end{cases} \rightarrow t = 3 \rightarrow I(3; -1; -3).$$

Thay vào phương trình khoảng cách $\rightarrow R = \frac{2}{3}$. Vậy PT Mặt cầu:

$$(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}.$$

♦Trắc nghiệm: nhận xét rằng cả 4 phương trình đều có $R = \frac{2}{3}$. Do đó chỉ cần tìm tâm cầu

$I(t; -1; -t)$. Tìm được $I(3; -1; -3)$ nên chọn đáp án D.

Câu 39: Biết điểm A thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$ sao cho khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 6 = 0$ lớn nhất. Khi đó tọa độ điểm A là:

- A. $(1; 0; -3)$. B. $\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ **Tự luận:** Mặt cầu có tâm $I(1; 0; -1)$, bán kính $R = 2$

$d(I, (P)) = 3 > R$ nên mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

Gọi d là đường thẳng qua I và vuông góc với (P) , $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

giao điểm của d và (S) là hai điểm có tọa độ $\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right), \left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. Vì khoảng cách từ A đến (P) lớn nhất nên $A\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

♦ **Trắc nghiệm:** Thử 4 phương án thấy điểm có tọa độ $\left(\frac{1}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$ không thuộc mặt cầu (S) nên loại.

Khoảng cách từ điểm $(1; 0; -3)$ đến (P) là: $\frac{5}{3}$.

Khoảng cách từ điểm $\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ đến (P) là: $\frac{13}{3}$.

Khoảng cách từ điểm $\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ đến (P) là: $\frac{1}{3}$.

Câu 40: Cho điểm $A(2; 1; 2)$ và mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$ mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Bán kính nhỏ nhất đó là:

- A. 2. B. 3. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ **Tự luận:** Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; 1)$, bán kính $R = 3$. Để thấy điểm A nằm trong mặt cầu nên mặt phẳng (P) cần tìm đi qua A và vuông góc với IA .

Do đó : $(P): 2x + z - 6 = 0$.

Bán kính đường tròn là : $r = \sqrt{R^2 - IA^2} = \sqrt{9 - 5} = 2$.

Câu 41: (ĐỀ SỞ GD ĐT QUẢNG NAM) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; -6; 4)$. Phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu đường kính OA ?

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 14$. B. $(x-2)^2 + (y+6)^2 + (z-4)^2 = 56$.
C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 14$. D. $(x+2)^2 + (y-6)^2 + (z+4)^2 = 56$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ **Tự luận:** Mặt cầu đường kính OA có tâm $I(1; -3; 2)$ là trung điểm OA . Bán kính

$$R = \frac{OA}{2} = \frac{\sqrt{56}}{2}$$

♦ **Trắc nghiệm:** Thử tọa độ điểm A và điểm O vào các phương trình chỉ có ý A thỏa mãn.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $A(1; 2; 3)$, $B(2; 0; -2)$ và có tâm nằm trên trục Ox . Viết phương trình của mặt cầu (S).

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 29$. B. $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 29$
C. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 29$ D. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 29$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ **Tự luận:** Giả sử $I(x; 0; 0)$ là tâm của mặt cầu. Vì mặt cầu đi qua A, B nên:

$$IA = IB$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 2^2 + 3^2 = (x-2)^2 + 2^2$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

Vậy tâm $I(-3; 0; 0)$, bán kính $R = IA = \sqrt{29}$

♦ **Trắc nghiệm:** Vì tâm mặt cầu nằm trên trục Ox nên loại A, C.

Vì mặt cầu đi qua A, B nên loại D.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 10 = 0$ và điểm $I(2; 1; 3)$. Phương trình mặt cầu (S) tâm I cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn (C) có bán kính bằng 4 là

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = 25$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 7$
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ **Tự luận:** Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (P) là: $d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 2 \cdot 3 + 10|}{3} = 3$

Bán kính mặt cầu: $R = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$.

♦ **Trắc nghiệm:** Do mặt cầu (S) có tâm I nên loại A và C.

Lấy một điểm M bất kì thuộc đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Kiểm tra $IM = 4$.

Câu 44: (ĐỀ SỞ GD ĐT THÁI BÌNH) Cho mặt phẳng $(\alpha): 4x - 2y + 3z + 1 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z = 0$. Khi đó mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai:

- A. (α) có điểm chung với (S) . B. (α) cắt (S) theo một đường tròn.
C. (α) tiếp xúc với (S) . D. (α) đi qua tâm của (S) .

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ **Tự luận:** Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; -3)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.

Ta có: $d(I, (\alpha)) = 0 < R$ nên (α) cắt (S) theo một đường tròn.

Tâm $I(1; -2; -3)$ thuộc mặt phẳng (α) .

♦ **Trắc nghiệm:** Nếu B đúng thì A và D đúng.

Nếu C đúng thì B và D sai.

Câu 45: (SỞ GD&ĐT HÀ NỘI) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

- A. $S = \sqrt{7}$. B. $S = 4$. C. $S = 2\sqrt{7}$. D. $S = 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

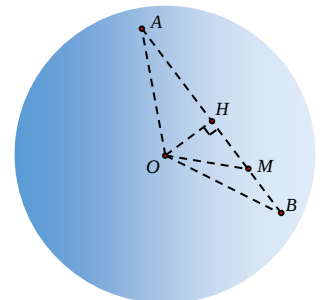
Hướng dẫn giải: Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $O(0; 0; 0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Vì $OM = 1 < R$ nên M thuộc miền trong của mặt cầu (S) . Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng với mặt cầu. Gọi H là chân đường cao hạ từ O của tam giác OAB .

Đặt $x = OH$, ta có $0 < x \leq OM = 1$, đồng thời

$HA = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{8 - x^2}$. Vậy diện tích tam giác OAB là



$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OH.AB = OH.HA = x\sqrt{8-x^2}.$$

Khảo sát hàm số $f(x) = x\sqrt{8-x^2}$ trên $(0;1]$, ta được $\max_{(0;1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $S_{\Delta OAB} = \sqrt{7}$, đạt được khi $x=1$ hay $H \equiv M$, nói cách khác là $d \perp OM$.

Câu 46: (THPT Hai Bà Trưng Lần 2 – Huế 2017) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ và điểm $M(7;-1;5)$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm M là:

- A. $x+2y+2z-15=0$. B. $6x-2y-2z-34=0$.
C. $6x+2y+3z-55=0$. D. $7x-y+5z-55=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;2) \Rightarrow \overrightarrow{IM} = (6;2;3)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(7;-1;5)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IM} = (6;2;3)$ nên có phương trình là: $6(x-7)+2(y+1)+3(z-5)=0 \Leftrightarrow 6x+2y+3z-55=0$.

Câu 47: (THPT Chuyên ĐHSPT Hà Nội Lần 3 - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-1;0)$, $B(1;1;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua A , B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính lớn nhất có phương trình là

- A. $x-2y+3z-2=0$. B. $x-2y-3z-2=0$.
C. $x+2y-3z-6=0$. D. $2x-y-1=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

Để (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính lớn nhất thì (P) phải qua tâm $I(1;-2;1)$ của (S) .

Ta có $\overrightarrow{AI} = (1;-1;1)$, $\overrightarrow{BI} = (0;-3;2) \Rightarrow \overrightarrow{n_p} = [\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{BI}] = (1;-2;-3)$.

Câu 48: (THPT Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2;4;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Tìm phương trình mặt cầu (S) có tâm I sao cho (S) cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có đường kính bằng 2.

- A. $(x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+1)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 3$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 3$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\text{Ta có: } d(I, (P)) = \frac{|2+4+1-4|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}} = \sqrt{3}.$$

Gọi R là bán kính mặt cầu, ta có: $R^2 = 3+1=4$

$$\Rightarrow (S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 4.$$

Câu 49: (Sở GD&ĐT Thanh Hóa - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $I(2; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và cắt đường thẳng d tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB vuông tại I .

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8.$ B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = \frac{80}{9}.$
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9.$ D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9.$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

+) Gọi H là trung điểm của AB , do tam giác IAB vuông cân tại I nên $IH \perp AB$ và $IA = \sqrt{2}IH$

+) d đi qua $M(2; 1; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; 1; -1)$. $\vec{IM} = (0; 2; -2)$

$$\Rightarrow [\vec{IM}; \vec{u}] = (2; -4; -4) \Rightarrow d(I, d) = \frac{|[\vec{IM}; \vec{u}]|}{|\vec{u}|} = \frac{\sqrt{16+16+4}}{\sqrt{4+4+1}} = 2.$$

Do đó $IA = \sqrt{2}IH = \sqrt{2}d(I, d) = 2\sqrt{2}$, suy ra mặt cầu có phương trình

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 8.$$

Chú ý: Có thể tính IH bằng cách tìm tọa độ điểm H .

Câu 50: (THPT Hà Huy Tập Lần 1 - Hà Tĩnh - 2017) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 1)$, mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 4 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 6y - 8z + 18 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu (S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất là:

- A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}.$ B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}.$
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{-3}.$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}.$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(3;3;4)$ và bán kính $R=4 \Rightarrow d(I,(\alpha))=2\sqrt{3} < R$. Suy ra mặt cầu (S) cắt mặt phẳng (α) theo một đường tròn.

Ta có điểm $M \in (\alpha)$, $IM = \sqrt{14} < R$ nên điểm M nằm trong mặt cầu (S) .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên $(P) \Rightarrow H(1;1;2)$

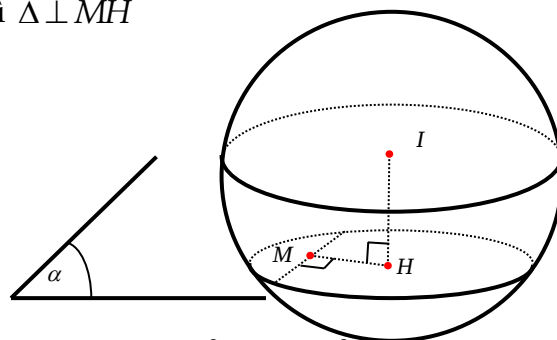
Để đường thẳng Δ đi qua M và nằm trong (α) cắt mặt cầu

(S) theo một đoạn thẳng có độ dài nhỏ nhất thì $\Delta \perp MH$

Từ đó suy ra Δ có vectơ chỉ phương

$$\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{\alpha}, \vec{MH}] = (1; -2; 1)$$

$$\text{Vậy } \Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}.$$



Câu 51: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-5)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$. Hãy tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) ?

A. $I(5;4;0), R=3$. **B.** $I(-5;4;0), R=9$. **C.** $I(5;-4;0), R=9$. **D.** $I(5;-4;0), R=3$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn câu D.

Dựa vào công thức: mặt cầu có phương trình $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm là $I(a;b;c)$ và bán kính là R .

Nên ta được tâm $I(5;-4;0)$ và bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Câu 52: (ĐỀ THI THỬ NGHIỆM BGD 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y-2z-8=0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn câu C

$$R = d_{(I,(P))} = \frac{|1-2.2-2.(-1)-8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}} = 3$$

Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Cách 2: theo công thức phương trình mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ bán kính R có dạng

$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Ta loại câu A và D.

Bán kính $R = d_{(I,(P))} = \frac{|1-2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$. Nên ta chọn câu C.

Câu 53: Mặt cầu đi qua bốn điểm $A(6;-2;3), B(0;1;6), C(2;0;-1), D(4;1;0)$ có phương trình là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 3 = 0$. B. $2x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải : Chọn câu C.

Cách 1 : gọi mặt cầu cần tìm có dạng : $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$ ($a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$)

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 36 + 4 + 9 + 12a - 4b + 6c + d = 0 \\ 0 + 1 + 36 + 2b + 12c + d = 0 \\ 4 + 0 + 1 + 4a - 2c + d = 0 \\ 16 + 1 + 0 + 8a + 2b + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a - 4b + 6c + d = -49 \\ 2b + 12c + d = -37 \\ 4a - 2c + d = -5 \\ 8a + 2b + d = -17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \\ c = -3 \\ d = -3 \end{cases}$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 3 = 0$.

Cách 2 :

Câu A : nhập vào máy tính $X^2 + Y^2 + A^2 + 4X - 2Y + 6A - 3$ bấm CALC

Nhập tọa độ $A(6;-2;3)$ vào máy hiện 92 nên loại câu A

Câu B : loại vì không phải phương trình của mặt cầu (hệ số trước x^2, y^2, z^2 không bằng nhau.

Câu C : nhập vào máy tính $X^2 + Y^2 + A^2 - 4X + 2Y - 6A - 3$ bấm CALC

Nhập tọa độ $A(6;-2;3)$ vào máy tính hiện 0.

Nhập tọa độ $B(0;1;6)$ vào máy tính hiện 0.

Nhập tọa độ $C(2;0;-1)$ vào máy tính hiện 0.

Nhập tọa độ $D(4;1;0)$ vào máy tính hiện 0.

Suy ra đáp án là C.

Câu D : nhập vào máy tính $X^2 + Y^2 + A^2 - 4X + 2Y - 6Z + 3$ bấm CALC

Nhập tọa độ $A(6;-2;3)$ vào máy tính hiện 6 nên loại câu D.

Câu 54: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 2 = 0$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) . Phương trình mặt cầu đi qua A và có tâm I là :

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 6$. **B.** $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$. **D.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 6$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải : chọn câu C

Cách 1 : Phương trình đường thẳng qua A và vuông góc với (P) là $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases}$

Tọa độ điểm I là giao điểm của d và (P)

Gọi $I(2+t; -1-2t; t) \in d$. Do $I \in (P)$ nên $2+t-2(-1-2t)+t+2=0 \Leftrightarrow t=-1$

Suy ra $I(1;1;-1)$

Phương trình mặt cầu tâm $I(1;1;-1)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{6}$ có dạng

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6.$$

Cách 2 :

Vì $I \in (P)$ nên ta thay tọa độ I của từng đáp án vào phương trình (P) để thử

Nhập $X-2Y+A+2$ CALC

Câu a : nhập $-1 = -1 = -1 =$ máy hiện 2 nên câu A sai

Câu b : nhập $-1 = 1 = -1 =$ máy hiện -2 nên câu B sai

Câu d : nhập $-1 = -1 = 1 =$ máy hiện 4 nên câu D sai

Do đó loại hết A,B,D ta chọn câu C.

Câu 55: Cho $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và 2 mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z + 3 = 0; (\beta): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Viết phương

trình mặt cầu có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$.

A. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

B. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

C. $x^2 + (y+1)^2 + z^2 = \frac{4}{9}$.

D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn: Chọn A

Cách 1:

Gọi $I(t; -1; -t) \in d$. Ta có $d_{(I, (\alpha))} = \frac{|t - 2 - 2t + 3|}{3} = \frac{|-t + 1|}{3}$ và $d_{(I, (\beta))} = \frac{|t - 2 - 2t + 7|}{3} = \frac{|-t + 5|}{3}$.

Do mặt cầu tiếp xúc với $(\alpha), (\beta)$ nên

$$d_{(I, (\alpha))} = d_{(I, (\beta))} \Leftrightarrow |-t + 1| = |-t + 5| \Leftrightarrow \begin{cases} -t + 1 = -t + 5 \\ -t + 1 = t - 5 \end{cases} \Leftrightarrow t = 3$$

Suy ra $I(3; -1; -3)$, bán kính $R = d_{(I, (\alpha))} = \frac{2}{3}$.

Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Cách 2: thử đáp án

Câu A. tìm nhanh tâm và bán kính $I(3; -1; -3), R = \frac{2}{3}$.

Ta thử $I(3; -1; -3) \in d$

Nhập vào máy tính $\frac{|X + 2Y + 2A + 3|}{\sqrt{1+4+4}} - \frac{|X + 2Y + 2A + 7|}{\sqrt{1+4+4}}$ bấm CALC $3 = -1 = -3 =$

máy hiện 0 nên câu A đúng.

Câu B: tâm $I(0; 1; 0) \notin d$ nên loại câu B

Câu C: tâm $I(0; -1; 0) \in d$

Nhập vào máy tính $\frac{|X + 2Y + 2A + 3|}{\sqrt{1+4+4}} - \frac{|X + 2Y + 2A + 7|}{\sqrt{1+4+4}}$ bấm CALC $0 = -1 = 0 =$

máy hiện $\frac{-4}{3}$ nên câu C sai.

Câu D: Tâm $I(-3; -1; 3) \in d$

Nhập vào máy tính $\frac{|X+2Y+2A+3|}{\sqrt{1+4+4}} - \frac{|X+2Y+2A+7|}{\sqrt{1+4+4}}$ bấm CALC $-3 = -1 = 3 =$

máy hiện $\frac{-4}{3}$ nên câu D sai.

Câu 56: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với a, b, c là các số thực dương thay đổi thỏa mãn $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$. Kí hiệu (S) là mặt cầu có tâm là gốc tọa độ O , tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) . Tìm bán kính lớn nhất của (S) .

- A. 3. B. $\sqrt{5}$. C. 25. D. 9.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: chọn câu A

Ta có $(ABC): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ suy ra $M(2; 1; 2) \in (ABC)$, gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên $M(2; 1; 2) \in (ABC)$. Ta có $OM = 3$ và bán kính $R = OH \leq OM$ suy ra bán kính R của mặt cầu lớn nhất khi $R = OM = 3$, xảy ra khi $H \equiv M$

Câu 57: (NB) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$, bán kính $r = 2$ có phương trình là:

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 - (y+2)^2 - (z+3)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

♦ Trắc nghiệm:

- Loại A vì dễ thấy $r^2 = 4$;

- Loại B, C vì sai công thức.

Câu 58: (NB) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xác định tọa độ tâm I và bán kính r của mặt cầu (S) . $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$

- A. $I(1; -3; 4); r = 5$. B. $I(-1; 3; -4); r = 5$
C. $I(1; -3; 4); r = 25$ D. $I(1; -3; 4); r = -5$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Từ phương trình mặt cầu ta có:
$$\begin{cases} -2a = -2 \\ -2b = 6 \\ -2c = -8 \\ d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 4 \\ d = 1 \end{cases}$$

Tọa độ tâm $I(1; -3; 4)$.

Bán kính: $r = \sqrt{1+9+16-1} = 5$

♦ Trắc nghiệm:

- Loại D vì $r < 0$;

- Loại B,C vì sai công thức.

Câu 59: (TH) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(-1; 1; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - y - 3z - 5 = 0$?

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 14$.

C. $(x+1)^2 - (y-1)^2 - (z-2)^2 = 14$.

D. $(x+1) + (y-1) + (z-2) = 14$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

- Bán kính mặt cầu là: $r = d(I, (P)) = \frac{|2(-1) - 1 - 3 \cdot 2 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}} = \sqrt{14}$

- Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 14$.

♦ Trắc nghiệm:

- Loại A vì sai bán kính;

- Loại C,D vì sai công thức.

Câu 60: (TH- Đề khảo sát tỉnh Quảng Ninh-2017) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $A(1; 2; 0); B(3; -1; 1)$. Viết phương trình mặt cầu(S) tâm A và bán kính AB.

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 14$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 14$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 14$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 14$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

- Bán kính mặt cầu là: $r = AB = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-2)^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{14}$

- Phương trình mặt cầu cần tìm có dạng: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 14$.

♦ Trắc nghiệm: Loại B,C,D vì sai công thức.

Câu 61: (VD) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Hãy viết phương trình mặt cầu (S) có tâm

$I(2; 0; 1)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$.

A. $x^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = \frac{21}{2}$

B. $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = -\frac{21}{2}$

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \frac{21}{2}$

D. $x^2 - (y-1)^2 - (z-2)^2 = \frac{21}{2}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

- Phương trình mặt phẳng (P) qua I và vuông góc với đường thẳng d có dạng:
 $x + 3y + 2z - 7 = 0$

- Tọa độ giao điểm của mp(P) với (d) là: $I' \left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}; 0 \right)$

- Bán kính của mặt cầu cần tìm là: $r = II' = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 2 \right)^2 + \left(\frac{3}{2} - 0 \right)^2 + (0 - 1)^2} = \frac{\sqrt{42}}{2}$

- Phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \frac{21}{2}$

♦ Trắc nghiệm: Loại A,B,D vì sai công thức.

Câu 62: (VD) Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}$ và 2 mặt phẳng (P) và (Q) lần

lượt có phương trình $x + 3y - z + 1 = 0$; $x + 3y - z - 5 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng (d), tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình

A. $(x-1)^2 - y^2 - (z+1)^2 = \frac{9}{11}$

B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = -\frac{81}{121}$

C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \frac{81}{121}$

D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \frac{9}{11}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Vì $I \in d$ nên $I(t; 0; -t)$

Vì mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) và (Q) nên ta có:

$$r = d(I, (P)) = d(I, (Q)) \Leftrightarrow \frac{|t+t+1|}{\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}} = \frac{|t+t-5|}{\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}} \Leftrightarrow |2t+1| = |2t-5| \Leftrightarrow t=1$$

Khi đó: $I(1; 0; -1); r = \frac{3}{\sqrt{11}}$

Phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = \frac{9}{11}$

♦ Trắc nghiệm: :

- Loại B,C vì sai bán kính.

Loại A vì sai công thức.

Câu 63: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;1), B(1;0;0), C(1;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-2=0$. Viết phương trình mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 - x + 2z + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

• Phương mặt cầu (S) có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$, ta có

$$\begin{cases} A(2;0;1) \in (S) \\ B(1;0;0) \in (S) \\ C(1;1;1) \in (S) \\ I \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2c + d = -5 & (1) \\ -2a + d = -1 & (2) \\ -2a - 2b - 2c + d = -3 & (3) \\ a + b + c = 2 & (4) \end{cases}$$

• Lấy vế trừ vế của (1) cho (2); (2) cho (3); kết hợp (4) ta được hệ

$$\begin{cases} -2a - 2c = -4 \\ 2b + 2c = 2 \\ a + b + c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow d = 1.$$

• Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

• Thay tọa độ $B(1;0;0)$ vào từng phương trình mặt cầu ở từng đáp án loại được đáp án A và đáp án B.

• Thay tọa độ $A(2;0;1)$ vào phương trình mặt cầu loại được đáp án C.

Câu 64: (Sở GD&ĐT Nam Định - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$$(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 11 \text{ và hai đường thẳng } d_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{2}, d_2: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$$

. Viết phương trình tất cả các mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) đồng thời song song với hai đường thẳng d_1, d_2 .

A. $3x - y - z - 7 = 0$.

B. $3x - y - z + 7 = 0$.

C. $3x - y - z + 7 = 0$ và $3x - y - z - 15 = 0$. D. $3x - y - z - 15 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

• d_1, d_2 lần lượt có VTCP là $\vec{u}_1 = (1; 1; 2), \vec{u}_2 = (1; 2; 1) \Rightarrow [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (-3; 1; 1)$

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 0)$ và có bán kính $R = \sqrt{11}$

• Gọi (P) là mặt phẳng song song với d_1, d_2 và tiếp xúc với (S)

$\Rightarrow \vec{n} = -[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (3; -1; -1)$ là VTPT của (P) nên (P): $3x - y - z + D = 0$

• Vì (P) tiếp xúc với (S) $\Leftrightarrow d(I, (P)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 + D|}{\sqrt{11}} = \sqrt{11} \Leftrightarrow \begin{cases} D = 7 \\ D = -15 \end{cases}$

Do đó mặt phẳng (P) $3x - y - z + 7 = 0$ (nhận)

Hoặc $3x - y - z - 15 = 0$ (loại vì chứa đường thẳng d_1)

Câu 65: (Sở GD&ĐT Bắc Giang - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $M(2; 1; 1)$ thuộc mặt cầu. Lập phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

A. (P): $x + 2y + z - 5 = 0$.

B. (P): $x + 2y - 2z - 2 = 0$.

C. (P): $x + 2y - 2z - 8 = 0$.

D. (P): $x + 2y + 2z - 6 = 0$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

(S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} I(1; -1; 3) \\ R = 3 \end{cases}$

Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{IM} = (1; 2; -2)$ và qua $M(2; 1; 1)$ có phương trình là

$1(x-2) + 2(y-1) - 2(z-1) = 0$

$\Leftrightarrow x + 2y - 2z - 2 = 0$

Câu 66: (THPT Kim Liên – Hà Nội - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z - 9 = 0$. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C). Tính bán kính r của (C).

A. $r = 6$.

B. $r = 3$.

C. $r = 8$.

D. $r = 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = 10$.

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (α) .

$$\text{Theo bài ta có } IH = d(I;(\alpha)) = \frac{|2.3 - 2.(-2) - 1 + 9|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = 6$$

$$\text{Vậy } r = \sqrt{R^2 - d^2(I;(\alpha))} = \sqrt{100 - 6^2} = 8.$$

Câu 67: (THPT Chuyên Ngoại Ngữ - Hà Nội Lần 1 - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$ và $I(1; 3; -1)$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi bằng 2π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{5}$. **B.** $(S): (x+1)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 3$. **D.** $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

Bán kính của đường tròn giao tuyến của (S) và (P) là $r = \frac{2\pi}{2\pi} = 1$.

$$d = d(I, (P)) = \frac{|2 - 3 - 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2.$$

Bán kính mặt cầu (S) là $R = \sqrt{r^2 + d^2} = \sqrt{5}$

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; -1)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$ là $(S): (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+1)^2 = 5$

Câu 68: (THPT Chuyên Đại học Vinh Lần 2 - 2017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2}$. Biết rằng mặt cầu (S) có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ và cắt mặt phẳng (Oxz) theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ của điểm I .

A. $I(5; 2; 10)$, $I(0; -3; 0)$.

B. $I(1; -2; 2)$, $I(0; -3; 0)$.

C. $I(1; -2; 2)$, $I(5; 2; 10)$.

D. $I(1; -2; 2)$, $I(-1; 2; -2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

$$\text{Mặt phẳng } (Oxz): y = 0. I \in \Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{2} \Rightarrow I(t; -3+t; 2t)$$

Gọi H là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxz) . R, r lần lượt là bán kính mặt cầu và bán kính đường tròn giao tuyến. Theo bài ta có $IH = d(I, (Oxz)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{8 - 4} = 2$

R

$$\Leftrightarrow \frac{|-3+t|}{1} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \\ t=5 \end{cases}.$$

Với $t=1 \Rightarrow I(1; -2; 2)$, với $t=5 \Rightarrow I(5; 2; 10)$.

Câu 69: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+5)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4$ Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là:

A. $I(5; 0; 4), R=4$.

B. $I(5; 0; 4), R=2$.

C. $I(-5; 0; -4), R=2$.

D. $I(-5; 0; -4), R=4$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Nhận biết phương trình chính tắc của mặt cầu.

♦ Trắc nghiệm: Nhận biết phương trình chính tắc của mặt cầu.

Câu 70: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho tứ diện ABCD biết $A(1; 1; 0); B(1; 0; 2); C(2; 0; 1); D(-1; 0; -3)$. Phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó là:

A. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$

B. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x - \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y - \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$

D. $x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

Tự Luận: Gọi phương trình tổng quát: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

Theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} -2a - 2b + d = -2 \\ -2a - 4c + d = -5 \\ -4a - 2c + d = -5 \\ 2a + 6c + d = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{-5}{14} \\ b = \frac{-31}{14} \\ c = \frac{-5}{14} \\ d = \frac{-50}{7} \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 + \frac{5}{7}x + \frac{31}{7}y + \frac{5}{7}z - \frac{50}{7} = 0. \text{ Chọn D.}$$

Trắc nghiệm: Thử các phương án thỏa tọa độ bốn điểm $A(1; 1; 0); B(1; 0; 2); C(2; 0; 1); D(-1; 0; -3)$.

Câu 71: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình $x - 2y - 2z - 2 = 0$ là:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\text{Tacó: } R = d(I, (\alpha)) = \frac{|-1 - 2 \cdot 2 - 2 - 2|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3. \text{ Do đó chọn B.}$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 72: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Ox và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có bán kính bằng 3 là:

- A. $y + 2z = 0$. B. $y - 2z = 0$. C. $x - 2y = 0$. D. $y + 2z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự Luận:

Mặt cầu (S) có: Tâm $I(1; -2; -1)$, bán kính $R = 3$.

Suy ra mặt phẳng (P) chứa trục Ox và đi qua tâm $I(1; -2; -1)$. Do đó chọn B.

Câu 73: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = -t \end{cases}$ và 2 mặt phẳng (P):

$x + 2y + 2z + 3 = 0$; (Q): $x + 2y + 2z + 7 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng (d) và tiếp xúc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình:

- A. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \frac{4}{9}$. B. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.
C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$. D. $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z+3)^2 = \frac{4}{9}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự Luận: Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) là (R): $x + 2y + 2z + 7 = 0$.

Ta có: $I = d \cap (R) \Rightarrow I(3; -1; -3)$. Từ các phương án và tọa độ I, suy ra đáp án D.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 74: (Đề rèn luyện số 8, NXB GD) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và đường thẳng d có phương trình $x - 2 = y = -z$. Hai mặt phẳng (P), (P') chứa d , tiếp xúc với (S) tại T và T' . Tìm tọa độ trung điểm H của TT' .

A. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-5}{6}\right)$. B. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-7}{6}\right)$. C. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{-5}{6}; \frac{5}{6}\right)$. D. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{-7}{6}; \frac{-7}{6}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự Luận: Mặt cầu (S) có: Tâm $I(0;1;-1)$, có hình chiếu vuông góc lên d là $K(2;0;0)$.

Do trung điểm H của TT' nằm trên IK và $\overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{IK} = 1 \Rightarrow H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{6}; \frac{-5}{6}\right)$. Chọn A.

♦ Trắc nghiệm: Mặt cầu (S) có: Tâm $I(0;1;-1)$, có hình chiếu vuông góc lên d là $K(2;0;0)$.

Do trung điểm H của TT' nằm trên IK thử các phương án chọn A.

Câu 75: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;-2;0)$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

A. $x - 2y - 4 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$. C. $2x - y + 3z = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Đề bài cho tọa độ điểm và vectơ pháp tuyến, thay vào công thức ta có ngay đáp số.

Phương trình mặt phẳng $(P): 2(x-1) - (y+2) + 3(z-0) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 3z - 4 = 0$

♦ Trắc nghiệm:

Dựa vào vectơ pháp tuyến loại ngay đáp án A.

Thay tọa độ điểm A vào các đáp án còn lại ta chọn được đáp án B.

Phân tích phương án án nhiễu

Nhiều A. Thay nhầm vectơ pháp tuyến và điểm.

Nhiều C, D thay sai công thức, hoặc tính toán sai.

Câu 76: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho phương trình của mặt phẳng (P) là: $x + 2z = 0$. Tìm khẳng định SAI.

A. (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;0;2)$. B. (P) đi qua gốc tọa độ O.
C. (P) song song với trục Oy. D. (P) chứa trục Oy.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Vì nhận biết hệ số $B = D = 0$ nên (P) chứa trục Oy. Vậy đáp án C sai.

Các phương án A, B, D đưa ra để học sinh củng cố kỹ năng nhận biết các yếu tố của phương trình mặt phẳng.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 77: (Chuyên KHTN) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;-2;-1), B(1;0;2), C(0;2;1)$.

Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là:

- A. $x-2y+z+4=0$. B. $x-2y-z+4=0$. C. $x-2y-z-6=0$. D. $x-2y+z-4=0$.

Hướng dẫn giải

(Chuyên KHTN) Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;-2;-1), B(1;0;2), C(0;2;1)$.

Mặt phẳng đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là:

- A. $x-2y+z+4=0$. B. $x-2y-z+4=0$. C. $x-2y-z-6=0$. D. $x-2y+z-4=0$.

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $A(1;-2;-1)$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{BC}=(-1;2;-1)$ có phương trình là: $-(x-1)+2(y+2)-(z+1)=0 \Leftrightarrow x-2y+z-4=0$

♦ Trắc nghiệm: Mặt phẳng cần tìm nhận $\overrightarrow{BC}=(-1;2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến nên loại B, C.

Thử tọa độ điểm A vào phương án A, D thấy phương án A không thỏa mãn nên loại A.

Câu 78: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x-z+1=0$. Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là.

- A. $(3;-1;1)$ B. $(3;0;-1)$ C. $(3;-1;0)$ D. $(-3;1;1)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Hệ số của x, y, z trong phương trình mặt phẳng là tọa độ vectơ pháp tuyến. Vì vậy chọn B.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 79: Cho phương trình $(m^2-1)x+(m-1)y+(m^2+2m-3)z+2017=0$ (1) (m là tham số). Giá trị của tham số để phương trình (1) là phương trình mặt phẳng là:

- A. $m \neq 1$. B. $m \neq -1$. C. $m \neq -3$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Phương trình $(m^2-1)x+(m-1)y+(m^2+2m-3)z+2017=0$ (1) là phương trình khi vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(m^2-1, m-1, m^2+2m-3) \neq \vec{0}$. Mặt khác,

$$\vec{n}=(m^2-1, m-1, m^2+2m-3)=\vec{0} \text{ khi } \begin{cases} m^2-1=0 \\ m-1=0 \\ m^2+2m-3=0 \end{cases} \text{ hay } m=1. \text{ Do đó, } m \neq 1 \text{ (1) là một}$$

mặt phẳng.

- ♦ Trắc nghiệm: Thay các giá trị $m=1, m=3, m=-1$ vào (1) nếu thấy vế trái bằng 0 thì loại giá trị đó.

Câu 80: Chọn khẳng định đúng

- A. Mặt phẳng $x+2y+z-6=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1,2,1)$.
 B. Mặt phẳng $x+2y+z-6=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1,-2,1)$.
 C. Mặt phẳng $x+2y+z-6=0$ luôn đi qua điểm $A(1,2,6)$.
 D. Mặt phẳng $x+2y+z-6=0$ luôn đi qua điểm $B(1,0,2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

- ♦ Tự luận: Rõ ràng, mặt phẳng $x+2y+z-6=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;1)$.
 ♦ Trắc nghiệm: Để loại các phương án C và D, ta sử dụng chức năng CALC thay các giá trị x,y,z vào phương trình mặt phẳng thì thấy khác 0.

Câu 81: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, phương trình mặt phẳng trung trực đoạn thẳng AB với $A(1;-2;4), B(3;6;2)$ là:

- A. $x+4y-z-7=0$. B. $2x+4y-z-9=0$. C. $x+4y-z-3=0$. D. $2x+8y-2z-1=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

- ♦ Tự luận:

Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm $I(2;2;3)$ của đoạn thẳng AB, có vectơ pháp tuyến $\vec{IB}(1;4;-1)$. Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là:

$$1(x-2)+6(y-2)-1(z-3)=0 \Leftrightarrow x+4y-z-7=0.$$

- ♦ Trắc nghiệm:

Kiểm tra trung điểm I thuộc mp, kiểm tra vectơ pháp tuyến.

Câu 82: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, mặt phẳng (P) qua điểm $A(1;1;-1)$ và vuông góc

đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-1}$ có phương trình là:

- A. $-x-2y+z+4=0$. B. $x+2y-4=0$. C. $x+2y-z-3=0$. D. $x+2y+4=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

- ♦ Tự luận: Ta có, mặt phẳng (P) vuông góc đường thẳng d nên mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1;2;-1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;-1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x-1)+2(y-1)-1(z+1)=0 \Leftrightarrow x+2y-z-4=0$.

♦ Trắc nghiệm: Kiểm tra điểm đi qua, kiểm tra vectơ pháp tuyến cùng phương với vectơ chỉ phương đường thẳng d.

Câu 83: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1;0;-1), B(3;0;1)$. Mặt phẳng trung trực đoạn AB có phương trình là

- A. $x+z-2=0$. B. $x+y-z-2=0$. C. $x+y-2=0$. D. $x+z+1=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Mặt phẳng đi qua trung điểm $I(2;0;0)$ và có VTPT là $\vec{n}=(1;0;1)$ có phương trình là: $x+z-2=0$

♦ Trắc nghiệm:

Thử VTPT loại B,C. Thử qua điểm I loại D

Câu 84: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho $A(1;0;-1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-1-2t \end{cases}$ Mặt

phẳng (P) qua A và vuông góc d có phương trình là:

- A. $x+y-2z-3=0$. B. $x+y+2z-3=0$. C. $x+y-2z-1=0$. D. $x-y-2z-3=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;-1)$ và có VTPT là $\vec{n}=(1;1;-2)$ có phương trình là $x+y-2z-3=0$

♦ Trắc nghiệm: Thử VTPT loại B,D. Thử qua điểm A loại C.

Câu 85: (TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH) Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;3;-2)$ và song song với mặt phẳng (P): $2x-y+3z+4=0$ là

- A. $2x-y+3z+7=0$. B. $2x+y-3z+7=0$.
C. $2x+y+3z+7=0$. D. $2x-y+3z-7=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P): $2x-y+3z+4=0$ có dạng: (Q): $2x-y+3z+D=0$, ($D \neq 4$)

Mặt phẳng (Q) đi qua điểm $A(1;3;-2)$ ta có: $2.1-3+3.(-2)+D=0 \Leftrightarrow D=7 \neq 4$ (thỏa mãn)

Vậy phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z + 7 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Ta thấy 2 đáp án B, C không thỏa vì VTPT của các mặt này không cùng phương với (P)

Thay $A(1;3;-2)$ vào 2 đáp án còn lại thì chỉ có đáp án A thỏa.

Câu 86: (THPT XUÂN TRƯỜNG C – NAM ĐỊNH) Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ là:

A. $x - y + 2z = 0$. B. $x - y + z - 2 = 0$. C. $x + 2y - 3z + 16 = 0$. D. $6x + 3y + 2z - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Cách 1: (ABC) đi qua 3 điểm $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ nên có phương trình là:

$$\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$$

Cách 2: Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-1; 2; 0) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 3) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (6; 3; 2)$

Mặt phẳng (ABC) đi qua $A(1;0;0)$ và nhận $[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}] = (6; 3; 2)$ làm VTPT nên có phương trình là

$$6(x-1) + 3y + 2z = 0 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 6 = 0$$

♦ Trắc nghiệm:

Lần lượt thay tọa độ $A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;3)$ vào 4 đáp án thì chỉ có đáp án D thỏa mãn.

Câu 87: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $I(3;-1;5), M(4;2;-1), N(1;-2;3)$ là:

A. $12x + 14y - 5z + 3 = 0$. B. $12x - 14y - 5z - 25 = 0$.
C. $12x + 14y - 5z - 81 = 0$. D. $12x - 14y - 5z + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Ta có $\overrightarrow{IM} = (1; 3; -6), \overrightarrow{IN} = (-2; -1; -2), \overrightarrow{IM} \wedge \overrightarrow{IN} = (-12; 14; 5)$ nên phương trình mặt phẳng (IMN) là $12(x-3) - 14(y+1) - 5(z-5) = 0 \Leftrightarrow 12x - 14y - 5z - 25 = 0$

♦ Trắc nghiệm: Thay tọa độ ba điểm I, M, N vào các đáp án, đáp án B thỏa mãn ta chọn

Câu 88: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, gọi $H(1;2;3)$ là trực tâm của tam giác ABC với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C.

- A. $x + 2y + 3z - 14 = 0$.
 B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$.
 C. $3x + 2y + z - 10 = 0$.
 D. $3x + y + 2z - 9 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Giả sử $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c), abc \neq 0$, phương trình đoạn chắn của (ABC):

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$\text{Do } H(1;2;3) \in (ABC) \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \quad (1)$$

$$\overrightarrow{AH} = (1-a;2;3), \overrightarrow{BH} = (1;2-b;3)$$

$$\overrightarrow{BC} = (0;-b;c), \overrightarrow{AC} = (-a;0;c)$$

$$H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 3c \\ a = 3c \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1), (2) ta có $a = 14, b = 7, c = \frac{14}{3}$ suy ra phương trình

$$(ABC): \frac{x}{14} + \frac{y}{7} + \frac{3z}{14} = 1 \Leftrightarrow x + 2y + 3z - 14 = 0. \text{ Đáp án A.}$$

♦ Trắc nghiệm: Ta có bài toán tổng quát; Gọi $H(x_H; y_H; z_H)$ thì phương trình (ABC): $x_H x + y_H y + z_H z = x_H^2 + y_H^2 + z_H^2$

Thay tọa độ H vào ta chọn đáp án A.

Câu 89: Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{-5}; d_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3t \\ z = -1+t \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 là:

- A. $18x + 7y + 3z - 20 = 0$.
 B. $18x + 7y + 3z + 20 = 0$.
 C. $18x - 7y + 3z - 34 = 0$.
 D. $18x - 7y + 3z + 34 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Từ giả thiết ta có đường thẳng d_1 đi qua điểm $A(1;-1;3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_1 = (2;3;-5)$, đường thẳng d_2 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (1;3;1)$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Vì (P) chứa d_1 và song song với d_2 nên (P) đi qua điểm

$$A(1; -1; 3) \text{ và có vectơ pháp tuyến là } \vec{n} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (18; -7; 3)$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (P) là: $18x - 7y + 3z - 34 = 0$, chọn C.

♦ Trắc nghiệm:

B1: Thử tọa độ điểm A vào các phương án.

Ta thấy tọa độ điểm A không thỏa mãn phương án B, D nên loại B, D.

Tính tích vô hướng của véc tơ $\vec{u}_1 = (2; 3; -5)$ và vectơ pháp tuyến của 2 mặt phẳng trong phương án A, C thì chỉ có C thỏa mãn.

Câu 90: Trong không gian Oxyz, cho bốn điểm $A(-1; 3; 1), B(1; -1; 2), C(2; 1; 3), D(0; 1; -1)$.

Phương trình mặt phẳng chứa AB và song song với CD là:

A. $x + 2z - 4 = 0$. B. $2x + y - 1 = 0$. C. $8x + 3y - 4z + 3 = 0$. D. $x + 2y + 6z - 11 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Vì (P) chứa AB và song song với CD nên (P) đi qua điểm $A(-1; 3; 1)$ và có vectơ pháp tuyến

$$\text{là } \vec{n} = [\vec{AB}, \vec{CD}] = (16; 6; -8). \text{ Suy ra phương trình (P): } 8x + 3y - 4z + 3 = 0$$

♦ Trắc nghiệm:

B1 : Thử tọa độ điểm A, B vào các phương án.

Ta thấy tọa độ điểm A không thỏa mãn phương án A nên loại A.

B2: Kiểm tra $\vec{CD} \cdot \vec{n} = 0$ với $\vec{n}$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Ta thấy phương án B, D không thỏa mãn nên chọn C.

Câu 91: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $M(1; -1; 5)$ và $N(0; 0; 1)$. Mặt phẳng

(α) chứa M, N và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $(\alpha): 4x - z + 1 = 0$

B. $(\alpha): x - 4z + 2 = 0$

C. $(\alpha): 2x + z - 3 = 0$

D. $(\alpha): x + 4z - 1 = 0$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Hướng dẫn : Ta có $\vec{MN} = (-1; 1; -4)$, trục Oy có VTCP $\vec{j} = (0; 1; 0)$. Suy ra

$$[\vec{MN}, \vec{j}] = (4; 0; -1).$$

Mặt phẳng (α) đi qua $M(1; -1; 5)$ và nhận $[\vec{MN}, \vec{j}] = (4; 0; -1)$ làm một VTPT nên có phương trình $(\alpha): 4x - z + 1 = 0$.

- ♦ Trắc nghiệm: Sử dụng Mode-8 đưa về chế độ Vector, nhập các vectơ $\overrightarrow{MN} = (-1; 1; -4)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và tính tích có hướng để tìm nhanh vectơ pháp tuyến.

Câu 92: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(2; 1; -3)$ và cắt các trục tọa độ tại các điểm A, B, C (khác gốc tọa độ) sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC có phương trình là

- A. $3x + 6y - 2z - 18 = 0$. B. $2x + y - 3z - 14 = 0$.
C. $x + y + z = 0$. D. $3x + 6y - 2z - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

- ♦ Tự luận: Gọi $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$.

Ta có G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$\begin{cases} 2 = \frac{a}{3} \\ 1 = \frac{b}{3} \\ -3 = \frac{c}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 3 \\ c = -9 \end{cases}.$$

Do Mặt phẳng (P) là phương trình đoạn chắn nên $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

Vậy, $(P): \frac{x}{6} + \frac{y}{3} - \frac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 3x + 6y - 2z - 18 = 0$.

- ♦ Trắc nghiệm: Sử dụng phương trình mặt phẳng ở từng đáp án, tìm giao điểm của các trục tọa độ. Từ đó, tìm được trọng tâm tam giác nếu trùng với điểm G đề bài cho thì chính là mặt phẳng cần tìm.

Câu 93: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(0; 1; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và vuông góc một mặt phẳng $(Q): x + 2y - z = 0$ là:

- A. $x + 2y - z - 2 = 0$. B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0$.
C. $x + 2y - z - 7 = 0$. D. $-4x + 3y + 2z - 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

- ♦ Tự luận:

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và vuông góc mặt phẳng (Q) nên hai vectơ

$\overrightarrow{AB}(2; 2; 1)$, $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; -1)$ có giá song song hoặc chứa trong mặt phẳng (P) . Suy ra vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_{(P)} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}] = (-4; 3; 2)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $-4(x-0)+3(y-1)+2(z-0) \Leftrightarrow 4x-3y-2z+3=0$.

♦ Trắc nghiệm:

Cách 1: Giải như tự luận.

Cách 2: Thế ngược từ đáp án.

Chọn phương trình trong bốn đáp án đi qua A, B rồi kiểm tra xem vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó và mặt phẳng (Q) có vuông góc hay không? Nếu vuông góc thì đáp án đó được chọn.

Câu 94: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) qua $M(3;-1;-5)$ vuông góc với hai mặt phẳng (Q): $3x-2y+2z+7=0$, (R): $5x-4y+3z+1=0$ là:

A. $-2x-y+2z-5=0$.

B. $x+y-z-7=0$.

C. $2x+y-2z-15=0$.

D. $-x-y+z-7=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (Q) và (R) nên hai vectơ

$\vec{n}_{(Q)} = (3;-2;2)$, $\vec{n}_{(R)} = (5;-4;3)$ có giá song song hoặc nằm trong mặt phẳng (P). Suy ra vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_{(P)} = [\vec{n}_{(Q)}, \vec{n}_{(R)}] = (2;1;-2)$.

Mặt khác mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3;-1;-5)$, nên phương trình mặt phẳng (P) là:

$$2(x-3)+1(y+1)-2(z+5)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-15=0.$$

♦ Trắc nghiệm:

Cách 1: Giải giống tự luận.

Cách 2: Thế ngược loại trừ đáp án.

- Thế điểm M vào 4 phương trình ở đáp án, rồi chọn phương trình qua M.

Kiểm tra xem vectơ pháp tuyến của mặt phẳng đó có vuông góc với vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) và (R) hay không. Suy ra kết quả.

Câu 95: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai mặt phẳng (P): $x+y-z+2=0$, (Q): $x-3z+1=0$. Mặt phẳng qua $A(1;0;1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là:

A. $-3x+2y-z+4=0$.

B. $-3x+2y-z+1=0$.

C. $-3x+2y+z+2=0$.

D. $x+2y-z+4=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Mặt phẳng (P) đi qua $A(1;0;1)$ và có VTPT là $\vec{n} = \vec{n}_P \wedge \vec{n}_Q = (-3;2;-1)$

$$-3x + 2y - z + 4 = 0.$$

♦ Trắc nghiệm: Thử qua điểm A loại B và D. Thử VTPT loại C.

Câu 96: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0, (Q): x - 3z + 1 = 0$. Mặt phẳng qua $A(1; 0; 1)$ và chứa giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là:

A. $-3x - y + 7z - 4 = 0.$

B. $-3x + y + 7z - 4 = 0.$

C. $-3x - y + 7z - 1 = 0.$

D. $-3x + y + 7z - 4 = 0.$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Lấy $B(-1; -1; 0) \in (P) \cap (Q)$. Mặt phẳng đi qua A và có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge (\vec{n}_P \wedge \vec{n}_Q) = (-3; -1; 7)$ có phương trình là $-3x - y + 7z - 4 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Thử qua điểm A loại B và C. Thử qua điểm B loại D

Câu 97: Trong không gian Oxyz, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0, (R): 2x + y - z - 1 = 0$ là

A. $(P): x + 5y + 7z - 20 = 0$

B. $(P): -2x + 3y + z - 10 = 0$

C. $(P): x + 5y + 7z + 20 = 0$

D. $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_Q = (1; -3; 2)$

$(R): 2x + y - z - 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_R = (2; 1; -1)$

Vì (P) vuông góc với hai mặt phẳng $(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0, (R): 2x + y - z - 1 = 0$ nên (P) có VTPT là $\vec{n}_P = [\vec{n}_Q, \vec{n}_R] = (1; 5; 7)$

Mà (P) đi qua điểm $M(-2; 3; 1)$ nên (P) có phương trình là $(P): x + 5y + 7z - 20 = 0$

♦ Trắc nghiệm:

Thay tọa độ $M(-2; 3; 1)$ vào các phương trình mặt phẳng thì chỉ có đáp án A thỏa.

Câu 98: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(0; 2; 1)$ và đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng: $(\alpha): x + 5y + 9z - 13 = 0$ và $(\beta): 3x - y - 5z + 1 = 0$. Phương trình của (P) là:

A. $x + y + z - 3 = 0$

B. $2x + y + z - 3 = 0$

C. $x - y + z - 3 = 0.$

D.

$2x - y + z + 3 = 0.$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Cách 1:

$(\alpha): x + 5y + 9z - 13 = 0$ có VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} = (1; 5; 9)$.

$(\beta): 3x - y - 5z + 1 = 0$ có VTPT $\vec{n}_{(\beta)} = (2; 1; -1)$.

Gọi Δ là đường thẳng giao tuyến của hai mặt $(\alpha): x + 5y + 9z - 13 = 0$ và $(\beta): 3x - y - 5z + 1 = 0$

thì Δ có VTCP $\vec{u}_{\Delta} = [\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}] = (-16; 32; -16) = -16(1; -2; 1)$.

Cho $z = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 0\right) \in \Delta$.

(P) đi qua $M(0; 2; 1)$ và có VTPT là $\vec{n}_{(P)} = [\vec{u}_{\Delta}, \overrightarrow{MN}] = \left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right) = \frac{3}{2}(1; 1; 1)$ nên có phương trình là

$$x + y + z - 3 = 0$$

Cách 2:

Phương trình chùm mặt phẳng có dạng: $m(x + 5y + 9z - 13) + n(3x - y - 5z + 1) = 0$

Phương trình mp(P) đi qua $M(0; 2; 1) \Leftrightarrow m(0 + 5 \cdot 2 + 9 \cdot 1 - 13) + n(3 \cdot 0 - 2 - 5 \cdot 1 + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow m - n = 0$.

Chọn $m = 1 \Rightarrow n = 1$. Phương trình mp(P) là: $x + y + z - 3 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Thay $M(0; 2; 1)$ vào 4 phương trình ta thấy chỉ có đáp án A, B thỏa

Cho $z = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}, y = \frac{5}{2} \Rightarrow B\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; 0\right) \in \Delta$. Thay vào 2 đáp án A và B thì chỉ A thỏa.

Câu 99: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 1 = 0$. Viết phương trình (P) đi qua hai điểm $A(0; -1; 1), B(1; -2; 1)$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $\sqrt{2}\pi$.

A. $x + y + 3z - 2 = 0, x + y + z = 0$.

B. $x + y - 3z + 4 = 0, x + y - z + 2 = 0$.

C. $x + y + 1 = 0, x + y + 4z - 3 = 0$.

D. $x + y + 3z - 2 = 0, x + y - 5z + 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -1; 0)$ bán kính $R = 1$

Bán kính đường tròn giao tuyến $r = \frac{1}{\sqrt{2}}, \overrightarrow{AB} = (1; -1; 0)$

Gọi $\vec{n}_p = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$, phương trình mặt phẳng (P): $ax + b(y+1) + c(z-1) = 0$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}_p = 0 \\ d_{(P)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ \frac{|a-c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ c = 0 \\ c = 4a \end{cases}$$

Chọn $a = 1$ suy ra phương trình mặt phẳng là $x + y + 1 = 0, x + y + 4z - 3 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Bước 1, thay tọa độ A, B vào các đáp án đều thỏa mãn nên không loại bỏ đáp án nào

Bước 2, tính khoảng cách từ tâm mặt cầu đến bốn đáp án, đáp án nào cho khoảng cách bằng r ta chọn được đáp án C.

Câu 100: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; -1; 3)$ vuông góc với mặt phẳng (Q): $x - 2y + 2z + 1 = 0$ và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

A. $38x + y - 18z + 17 = 0$.

B. $38x - y - 18z + 17 = 0$.

C. $38x + y + 18z - 91 = 0$.

D. $4x + y - z = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Gọi vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (a; b; c), a^2 + b^2 + c^2 \neq 0$

(Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = (1; -2; 2)$

$(P) \perp (Q) \Leftrightarrow \vec{n} \cdot \vec{n}_Q = 0 \Leftrightarrow a - 2b + 2c = 0$ (1), phương trình (P): $a(x-1) + b(y+1) + c(z-3) = 0$

$$d_{(O;(P))} = \frac{|a-b+3c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \quad (2)$$

$$\text{Chọn } c = 1, \text{ từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} a = \frac{-19}{9} \\ b = \frac{-1}{18} \end{cases}. \text{ Phương trình (P): } 38x + y - 18z + 17 = 0$$

♦ Trắc nghiệm:

Thay tọa độ điểm A vào các đáp án, không loại được đáp án nào

Tính tích vô hướng của $\vec{n}_Q$ với các vector pháp tuyến của mặt phẳng ở các đáp án suy ra loại B, C

Tính khoảng cách từ điểm O đến các mặt phẳng ở đáp án A, D ta chọn được A.

Câu 101: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(-1; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng (P) đi qua M, song song với đường thẳng d đồng thời khoảng cách giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{3}$ có phương trình là:

A. $3x + 2y - 12z - 1 = 0$.

B. $3x - 2y + z + 7 = 0$.

C. $x + y + 5z + 1 = 0$.

D. $x + y - 5z - 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Theo giả thiết ta có đường thẳng d đi qua điểm $A(-1;1;-2)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2;3;1)$.

Giả sử $\vec{n} = (a;b;c) \neq \vec{0}$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).

(P) đi qua M nên (P) có dạng: $a(x+1) + b(y-2) + cz = 0$.

Vì (P) // d nên $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 2a + 3b + c = 0 \Leftrightarrow c = -2a - 3b$ (1)

Vì (P) cách d một khoảng bằng $\sqrt{3}$ nên $d(A, (P)) = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{|-b-2c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \sqrt{3}$ (2)

Thay (1) vào (2) ta được: $a^2 + 4ab - 5b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = -5b \end{cases}$

TH1: Với $a = b$, chọn $a = 1 \Rightarrow b = 1, c = -5 \Rightarrow (P): x + y - 5z - 1 = 0$

TH2: Với $a = -5b$, chọn $b = 1 \Rightarrow a = -5, c = 7 \Rightarrow (P): 5x - y - 7z + 7 = 0$

♦ Trắc nghiệm:

B1 : Thử tọa độ điểm M vào các phương án, ta thấy phương án C không thỏa mãn nên loại C.

B2 : Gọi $\vec{u}, \vec{n}$ lần lượt là vector chỉ phương của đường thẳng d và vector pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) nên ta kiểm tra $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$. Ta thấy phương án B không thỏa mãn nên loại B.

B3 : Chọn điểm $A(-1;1;-2) \in d$. Kiểm tra $d(A, (P)) = \sqrt{3}$. Ta thấy phương án A không thỏa mãn. Vậy chọn D.

Câu 102: Trong không gian Oxyz, cho tứ diện ABCD có $A(2;9;5), B(-3;10;13), C(1;-1;0), D(4;4;1)$

. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ D đến mặt phẳng (P). Phương trình mặt phẳng (P)

A. $\begin{cases} 2x - 2y + z - 27 = 0 \\ 3x - y + 2z - 7 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x + 2y + z - 27 = 0 \\ 39x - 29y + 28z + 43 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x - 3y + z + 20 = 0 \\ 3x - y + 2z - 7 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 3x - y + 2z - 7 = 0 \\ 39x - 29y + 28z + 43 = 0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

TH 1: C và D nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P) .

Vì khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (P) nên (P) song song với CD. Suy ra (P) đi qua điểm $A(2;9;5)$ và có vectơ pháp tuyến

$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}] = (-39; 29; -28)$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) là:
 $39x - 29y + 28z + 43 = 0$.

TH 2: C và D nằm khác phía đối với mặt phẳng (P) .

Vì khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (P) bằng khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (P) nên (P) qua A, B và đi qua I là trung điểm của CD.

Ta có tọa độ điểm $I\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Suy ra (P) đi qua điểm $A(2;9;5)$ và có vectơ pháp tuyến
 $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}]$. Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $3x - y + 2z - 7 = 0$.

♦ Trắc nghiệm: Thử tọa độ các điểm A, B vào các phương án.

Ta thấy tọa độ A không thỏa mãn phương trình $2x - 2y + z - 27 = 0$. Vì vậy loại phương án A.

Tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình $3x - y + 2z - 7 = 0$. Vì vậy đáp án có thể là C hoặc D.

Thay tọa độ điểm B vào các phương trình ở đáp án C và D đều thỏa mãn.

Tính khoảng cách từ điểm C, D đến mp $x - 3y + z + 20 = 0$, ta được $d(C, (P)) \neq d(D, (P))$.

Vậy loại phương án C.

Suy ra đáp án là D.

Câu 103: Mặt phẳng nào sau đây tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$ và song song và cách mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$ một khoảng lớn nhất?

A. $x - 2y + 2z + 6 = 0$

B. $x - 2y + 2z - 12 = 0$

C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$

D. $x - 2y + 2z - 10 = 0$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Hướng dẫn: (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R = 3$.

(Q) song song với (P) nên $(Q): x - 2y + 2z + m = 0, m \neq -6$.

(Q) tiếp xúc (S) khi và chỉ khi:

$$d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{|1 - 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + m|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = 3 \Leftrightarrow \frac{|m + 3|}{3} = 3 \Leftrightarrow |m + 3| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 6 \\ m = -12 \end{cases}$$

Ta chọn B vì khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0, (Q): x - 2y + 2z - 12 = 0$ lớn hơn khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0, (Q): x - 2y + 2z + 6 = 0$.

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng công thức khoảng cách, tính khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng nếu không bằng bán kính $R = 3$ thì loại.

Câu 104: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) tâm $I(1;1;1)$, bán kính $R = 5$. Phương trình mặt phẳng song song với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 8 = 0$ và (S) cắt theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π là:

A. $x - 2y + 2z + 8 = 0$

B. $x - 2y + 2z + 4 = 0$

C. $x + 2y + 2z + 8 = 0$

D. $x + 2y + 2z + 4 = 0$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Hướng dẫn: Phương trình mặt cầu là $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$

Bán kính đường tròn là $r = \frac{8\pi}{2\pi} = 4$

Phương trình mặt phẳng có dạng $(P): x - 2y + 2z + D = 0$

$$\text{Suy ra } \frac{|1 - 2 + 2 + D|}{3} = \sqrt{5^2 - 4^2} \Leftrightarrow |1 + D| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} D = 8 \\ D = -10 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng công thức khoảng cách, tính khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng nếu không bằng bán kính $R = 5$ thì loại. Chú ý, loại mặt phẳng trùng với mặt phẳng ban đầu đề cho.

Câu 105: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x + 2y - z + 17 = 0$. Phương trình mặt phẳng (β) song song với (α) và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng $p = 6\pi$.

A. $2x + 2y - z - 7 = 0$. B. $2x + 2y - z - 6 = 0$. C. $2x + 2y - z - 5 = 0$. D. $2x + 2y - z - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Do $(\beta) // (\alpha)$ nên (β) có phương trình $2x + 2y - z + D = 0$ ($D \neq 17$).

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 3)$, bán kính $R = 5$. Đường tròn có chu vi 6π nên có bán kính $r = 3$.

Khoảng cách từ I tới (β) là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

$$\text{Do đó } \frac{|2.1 + 2(-2) - 3 + D|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = 4 \Leftrightarrow |-5 + D| = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} D = -7 \\ D = 17 \end{cases}$$

Vậy (β) có phương trình $2x + 2y - z - 7 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 106: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $A(2; 0; 0)$, $M(1; 1; 1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ ($b > 0, c > 0$). Phương trình mặt phẳng (ABC) sao cho diện tích tam giác ABC nhỏ nhất là:

A. $-3x - 2y - z + 6 = 0$.

B. $2x + y + z - 4 = 0$.

C. $y - z = 0$.

D. $-x + z + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Phương trình mp (P) có dạng: $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. Vì $M \in (P)$ nên $\frac{1}{2} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow b + c = \frac{bc}{2}$.

Ta có $\overline{AB}(-2; b; 0)$, $\overline{AC}(-2; 0; c)$. Khi đó, diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{b^2 + c^2 + (b+c)^2}$.

Vì $b^2 + c^2 \geq 2bc$; $(b+c)^2 \geq 4bc$ nên $S \geq \sqrt{6bc}$. Mà $bc = 2(b+c) \geq 4\sqrt{bc} \Rightarrow bc \geq 16$. Do đó $S \geq \sqrt{96}$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow b = c = 4$. Vậy phương trình (ABC) là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + z - 2 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 107: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho $A(0; 2; 0)$, $B(0; 0; -2)$, $C(1; 1; 1)$, $D(-1; 1; 0)$. Mặt phẳng (P) qua A và B thỏa mãn $d(C; (P)) = d(D; (P))$ có phương trình là

A. $x + 2y - 2z - 4 = 0$.

B. $-x + 2y - 2z - 4 = 0$.

C. $x + 2y + 2z - 4 = 0$.

D. $x - 2y - 2z - 4 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Gọi (P) có dạng $ax + by + cz + 1 = 0$ (Trường hợp $d = 0$ loại)

$$\text{Ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 2b + 1 = 0 \\ -2c + 1 = 0 \\ |a + b + c + 1| = |-a + b + 1| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Thử qua điểm A và B loại phương án C và D. Thử khoảng cách loại phương án B.

Câu 108: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 3 = 0$ và $A(0;0;3), B(1;0;2), C(-7;0;-1)$. Mặt phẳng (Q) qua A và vuông góc mp (P) và cắt BC tại điểm I sao cho I là trung điểm BC có phương trình là.

A. $5x + 10y - 6z + 18 = 0$.

B. $-x - 2y - 6z + 18 = 0$.

C. $x - 2y - z + 3 = 0$.

D. $2x + 2y + z + 3 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Ta có I là trung điểm BC nên $I\left(-3;0;\frac{1}{2}\right)$

Vậy mp (Q) qua điểm A và có VTPT là $\vec{n} = \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{n_p} = (5;10;-6)$ suy ra đáp án A.

♦ Trắc nghiệm:

Kiểm tra qua điểm A loại phương án D

kiểm tra vuông góc mp (P) loại phương án C

Kiểm tra cắt BC tại trung điểm loại B

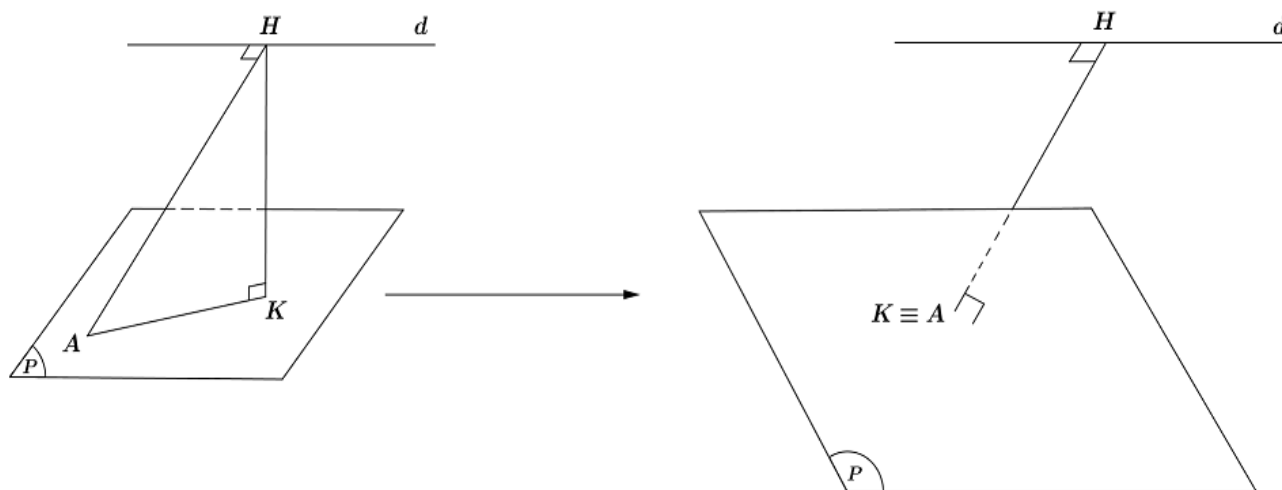
Câu 109: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A , song song với d và khoảng cách từ d tới (P) là lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $-x + 2y + 3z + 10 = 0$. **B.** $-x + 2y + 3z - 3 = 0$. **C.** $y + z + 3 = 0$. **D.** $x - y + z - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d

Gọi K là hình chiếu vuông góc của H lên $(P) \Rightarrow d(d; (P)) = d(H; (P)) = HK$.

Ta có $HA \geq HK \Rightarrow HK$ lớn nhất khi $K \equiv A$.

Ta tìm tọa độ điểm H .

$$\text{Phương trình đường thẳng } d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 1+t \end{cases}$$

$$H \in d \Rightarrow H(1+t; 1-t; 1+t); \overrightarrow{AH} = (t-1; 2-t; t+3)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_d = (1; -1; 1) \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t-1-2+t+t+3=0 \Leftrightarrow t=0 \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (-1; 2; 3)$$

$$\text{Vậy phương trình mặt phẳng } (P): -1(x-2)+2(y+1)+3(z+2)=0 \Leftrightarrow -x+2y+3z+10=0$$

Kiểm tra sự vuông góc với các đáp án A,B,C,D ta thấy chỉ có đáp án D thỏa.

♦ Trắc nghiệm: Dùng cách đáp án kiểm tra thỏa giả thiết.

Câu 110: Trong không gian $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x+y-3z+1=0$, $(Q): 2x+3y+z-1=0$, $(R): x+2y+4z-2=0$. Mặt phẳng (T) chứa giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) và tạo với mặt phẳng (R) một góc α . Biết $\cos \alpha = \frac{23}{\sqrt{679}}$ có phương trình là:

A. $(T): x-y-17z+7=0$ hoặc $(T): 53x+85y+65z+43=0$.

B. $(T): x-y-17z-7=0$ hoặc $(T): 53x+85y+65z-43=0$.

C. $(T): x-y-17z+7=0$ hoặc $(T): 53x+85y+65z-43=0$.

D. $(T): x-y-17z-7=0$ hoặc $(T): 53x+85y+65z+43=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

$$\text{Xét hệ phương trình: } \begin{cases} x+y-3z+1=0 \\ 2x+3y+z-1=0 \end{cases}$$

* Cho $z=1 \Rightarrow x=6, y=-4 \Rightarrow A(6; -4; 1) \in (P) \cap (Q)$.

* Cho $z=0 \Rightarrow x=-4, y=3 \Rightarrow B(-4; 3; 0) \in (P) \cap (Q)$.

Ta có: $\vec{n} = (1; 2; 4)$ là VTPT của (R)

Vì (T) đi qua A nên phương trình của (T) có dạng:

$$a(x-6)+b(y+4)+c(z-1)=0 \quad (a^2+b^2+c^2 \neq 0)$$

Do $B \in (T)$ nên ta có: $c = -10a+7b$. Suy ra $\vec{v} = (a; b; -10a+7b)$ là VTPT của (T)

$$\text{Nên theo giả thiết ta có: } \cos \varphi = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{v}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{|-39a+30b|}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{a^2+b^2+(7b-10a)^2}}$$

$$\text{Suy ra } \cos \varphi = \frac{23}{\sqrt{679}} \Leftrightarrow \frac{|-39a+30b|}{\sqrt{21} \cdot \sqrt{a^2+b^2+(7b-10a)^2}} = \frac{23}{\sqrt{679}}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{97} |39a-30b| = 23 \sqrt{3(101a^2+50b^2-140ab)}$$

$$\Leftrightarrow 3.97(13a-10b)^2 = 23^2(101a^2 - 140ab + 50b^2)$$

$$\Leftrightarrow 85a^2 + 32ab - 53b^2 = 0 \Leftrightarrow a = -b, a = \frac{53}{85}b$$

• $a = -b$ ta chọn $b = -1 \Rightarrow a = 1, c = -17$. Phương trình (T): $x - y - 17z + 7 = 0$

• $a = \frac{53}{85}b$ ta chọn $b = 85 \Rightarrow a = 53, c = 65$. Phương trình (T): $53x + 85y + 65z - 43 = 0$.

♦ Trắc nghiệm: Dùng cách đáp án kiểm tra thỏa giả thiết.

Câu 111: Trong không gian Oxyz, viết phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A(1;-1;2) và B(-3;2;1) có phương trình là.

A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -3 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Đường thẳng d đi qua hai điểm A(1;-1;2) và B(-3;2;1) có vector chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (-4; 3; -1)$ hay $\vec{u} = (4; -3; 1)$

Phương trình đường thẳng d : $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

♦ Trắc nghiệm: loại trừ B,D vì không thấy điểm đi qua là A(1;-1;2), B(-3;2;1)

Còn đáp án A, C, ta thay tọa độ điểm B(-3;2;1) và đường thẳng

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = -1 - 3t \\ z = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 1 + 4t \\ 2 = -1 - 3t \\ 1 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \\ t = -1 \end{cases} \text{ suy ra điểm B thuộc đường thẳng nên chọn A.}$$

Câu 112: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d : $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$. Vectơ nào dưới đây

là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_1 = (0; 0; 2)$ B. $\vec{u}_1 = (0; 1; 2)$ C. $\vec{u}_1 = (1; 0; -1)$ D. $\vec{u}_1 = (0; 2; -2)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Từ phương trình tham số nhận thấy $\vec{u}_1 = (0; 1; -1)$ hay $2\vec{u}_1 = (0; 2; -2)$

♦ Trắc nghiệm: Từ phương trình tham số nhận thấy $\vec{u}_1 = (0; 1; -1)$ nên loại đáp án A, B, C chọn đáp án D.

Câu 113: Cho đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình chính tắc là:

A. $x - 1 = \frac{y - 4}{2} = -\frac{z + 7}{2}$

B. $x - 1 = \frac{y - 4}{2} = \frac{z + 7}{2}$

C. $\frac{x - 1}{4} = y + 4 = \frac{z + 7}{2}$

D. $x - 1 = y - 4 = z + 7$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 2; -2)$. Đó cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng $(\Delta) \perp (\alpha)$. Kết hợp với giả thiết đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ suy ra phương trình chính tắc của (Δ) là: $\frac{x - 1}{1} = \frac{y - 4}{2} = \frac{z + 7}{-2}$

♦ Trắc nghiệm: Vì đường thẳng đi qua $A(1; 4; -7)$ nên loại đáp án C.

VTPT của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = (1; 2; -2)$. Đó cũng là vectơ chỉ phương của đường thẳng $(\Delta) \perp (\alpha)$ nên chọn đáp án A.

Câu 114: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d $\frac{x - 1}{m} = \frac{y + 2}{2m - 1} = \frac{z + 3}{2}$ và mặt phẳng (P): $x + 3y - 2z + 1 = 0$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d vuông góc với (P).

A. $m = 1$

B. $m = -1$

C. $m = 0$

D. $m = 2$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

VTCP của đường thẳng d là $\vec{u} = (m; 2m - 1; 2)$

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 3; -2)$ vì

$$d \perp (P) \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{n} \Rightarrow \vec{u} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow 1 \cdot m + 3 \cdot (2m - 1) + (-2) \cdot 2 = 0$$

$$\Rightarrow m = 1$$

♦ Trắc nghiệm: Vì $m \neq 0, m \neq \frac{1}{2}$ nên loại đáp án C.

Thay $m = 1$ vào $\vec{u} = (1; 1; 2)$ suy ra $\vec{u} \cdot \vec{n} = 1.1 + 1.3 + (-2).2 = 0$ suy ra $d \perp (P)$ chọn đáp án A.

Câu 115: (CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN-ĐÀ NĂNG) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm

$M(2; 1; 0)$ và đường thẳng Δ có phương trình $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua M , cắt và vuông góc với đường thẳng Δ .

A. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{1}$.

B. $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{1}$.

C. $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y-1}{5} = \frac{z}{1}$.

D. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Gọi $H = d \cap \Delta$ mà $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = -t \end{cases}$ suy ra $H(1 + 2t; -1 + t; -t)$

Vì $d \perp \Delta \Rightarrow \overrightarrow{MH} \perp \vec{u}_{\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{MH} \cdot \vec{u}_{\Delta} = 0$, mà $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1)$, $\overrightarrow{MH} = (2t - 1; t - 2; -t)$

$2(2t - 1) + 1(t - 2) + (-1)(-t) = 0$ sử dụng shift solve tìm được $t = \frac{2}{3}$ suy ra tọa độ

$H\left(\frac{7}{3}; \frac{-1}{3}; \frac{-2}{3}\right)$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(2; 1; 0)$ và có vector chỉ phương là $\overrightarrow{MH} = \left(\frac{1}{3}; \frac{-4}{3}; \frac{-2}{3}\right)$ hay

$\vec{u} = (1; -4; -2)$ có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z}{-2}$

♦ Trắc nghiệm: Nhận thấy tất cả cá phương trình đều đi qua điểm A.

Tiếp đến tính vuông góc của hai đường thẳng d và Δ

Vì $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1)$ $\vec{u}_{dA} = (1; 4; 1)$ suy ra $\vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{u}_{dA} = 2.1 + 1.4 + (-1).1 = 5 \neq 0$ ta loại A

Vì $\vec{u}_{\Delta} = (2; 1; -1)$ $\vec{u}_{dB} = (2; -4; 1)$ suy ra $\vec{u}_{\Delta} \cdot \vec{u}_{dB} = 2.2 + 1.(-4) + (-1).1 = -1 \neq 0$ ta loại B

Còn C và D. xét tính cắt nhau

phương án C, $d: \frac{x-2}{-4} = \frac{y-1}{5} = \frac{z}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 4t \\ y = 1 + 5t \\ z = t \end{cases} \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t' \\ y = -1 + t' \\ z = -t' \end{cases}$

Để xét tính cắt nhau của hai đường thẳng ta xét hệ pt có nghiệm hay không

$$\begin{cases} 1+2t'=2-4t \\ -1+t'=1+5t \\ -t'=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t'+4t=1 \\ t'-5t=2 \\ -t'=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t'=\frac{13}{14} \\ t=-\frac{3}{14} \\ -t'=t \text{ sai} \end{cases} \text{ Nhận thấy hệ trên vô nghiệm nên loại B, chọn}$$

D

Câu 116: Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng (P):

$2x+y+z+1=0$. Phương trình đường thẳng qua giao điểm của đường thẳng d với (P), nằm trên mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=-2-t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=0 \\ z=1-2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=-3-t \\ y=4 \\ z=1+2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=4-2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Gọi t là đường thẳng cần tìm

Gọi $H = d \cap (P)$ $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+t \end{cases}$ suy ra $H(1+2t; 2-t; 3+t)$ thay tọa

độ H vào (P) $2(1+2t) + (2-t) + (3+t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -2$ (sử dụng shift solve)

Suy ra $H(-3; 4; 1)$

Vì đường thẳng t nằm trong (P) nên nhận $\vec{n} = (2; 1; 1)$ làm VTPT của đường thẳng t

Vì đường thẳng t vuông góc với d nên nhận $\vec{u}_d = (2; -1; 1)$ làm VTPT của đt t.

$$\vec{u}_t = [\vec{n}, \vec{u}_d] = (2; 0; -4) \text{ hay } (-1; 0; 2) \text{ là VTCP của t, phương trình cần tìm t: } \begin{cases} x=-3-t \\ y=4 \\ z=1+2t \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Gọi t là đường thẳng cần tìm. $\vec{u}_t = [\vec{n}, \vec{u}_d] = (2; 0; -4) \text{ hay } (-1; 0; 2)$ là VTCP của t

Loại đáp án B, C.

Thấy điểm $H(-2; -2; 3)$ không thuộc (P) nên loại đáp án A,

Câu 117: (Chuyên Bến tre -2017) Trong không gian Oxyz, phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1;-4)$, $B(3;2;-1)$.

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 - 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A:

♦ Tự luận:

• véc tơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{AB} = (2;1;3)$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 118: Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2;-1;3)$ và có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(3;1;-1)$.

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{3}$ D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

•

♦ Trắc nghiệm:.

Câu 119: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;-1;3)$, $B(4;3;-1)$ và $C(3;-3;2)$. Viết phương trình đường thẳng qua A và song song BC.

A. $\begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 3 - 2t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 5t \\ z = 3 - 4t \end{cases}$ C. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{-5} = \frac{z-3}{4}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

véc tơ chỉ phương của đường thẳng là $\overrightarrow{BC} = (-1;-6;3)$

♦ Trắc nghiệm:

•

Câu 120: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;2;-4)$, $B(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua B, cắt d và cách A một khoảng lớn nhất.

$$\text{A. } \frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-3} \quad \text{C. } \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{3} \quad \text{B. } \begin{cases} x=1-3t \\ y=2-2t \\ z=-3 \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x=1+t \\ y=2 \\ z=-3+6t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Giả sử d cắt Δ tại M $\Rightarrow M(2t; 1+t; 3t)$

Ta có: $\overrightarrow{BM} = (2t-1; t-1; 3t+3)$

$$\overrightarrow{AB} = (0; 0; 1)$$

Gọi H là hình chiếu của A trên Δ . Khi đó: $d(A; \Delta) = AH \leq AB$

$\Rightarrow d(A; \Delta)_{\max} = AB$ khi $B \equiv H \Leftrightarrow BM \perp AB$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow 3t+3=0 \Rightarrow t=-1 \Rightarrow M(-2; 0; -3)$$

Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases} x=1-3t \\ y=2-2t \\ z=-3 \end{cases}$

Câu 121: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho 2 đường thẳng $d_1: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+7}{2} = \frac{z}{1}$

và $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{-5}$. PTĐT d cắt và vuông góc với d_1, d_2 có dạng: $x-a = y + \frac{29}{13} = z-c$

. Tổng $a+c$ có giá trị bằng.

$$\text{A. } \frac{11}{13} \quad \text{B. } \frac{33}{13} \quad \text{C. } \frac{55}{13} \quad \text{D. } \frac{77}{13}$$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Ta có $\overrightarrow{u_d} = -\frac{1}{13} \cdot [\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{n_2}] = (1; 1; 1)$

Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và d_1 , ta tìm được phương trình mặt phẳng (P) là:

$$x+4y-5z+23=0$$

Gọi N là giao điểm của (P) và $d_2 \Rightarrow N = (46/39; -29/13; 119/39)$

Đường thẳng d cần tìm đi qua N và có vector chỉ phương $\overrightarrow{u_d} \Rightarrow$ PTĐT d là:

$$x - \frac{46}{39} = y + \frac{29}{13} = z - \frac{119}{39}$$

$$\Rightarrow a = 46/39, c = 119/39 \Rightarrow a+c = 55/13$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 122: Viết phương trình đường vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-2}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 4 + 2t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$ B. $\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = 3 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ C. $\frac{x-4}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+3}{-2}$ D. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Giả sử $H \in d_1$, $K \in d_2$ lần lượt là chân đường vuông góc chung

Khi đó $H(1+3k; -1+2k; 2-2k), K(4+2t; 4+2t; -3-t)$

Vì $\overrightarrow{HK} \perp \overrightarrow{u_{d_1}}; \overrightarrow{HK} \perp \overrightarrow{u_{d_2}}$ ta tìm được $\begin{cases} t = -1 \Rightarrow H(4; 1; 0) \\ k = 1 \Rightarrow K(2; 2; -2) \end{cases}$

Vậy phương trình đt phải tìm là $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$

Câu 123: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi

qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_d}$ là

A. $M(-2; 2; 1), \overrightarrow{a_d} = 1; 3; 1$. B. $M(1; 2; 1), \overrightarrow{a_d} = -2; 3; 1$.
C. $M(2; -2; -1), \overrightarrow{a_d} = 1; 3; 1$. D. $M(1; 2; 1), \overrightarrow{a_d} = 2; -3; 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = t - 2 \\ y = 2 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases} \Rightarrow M(-2; 3; 1) \in d$ và có VTCP $\vec{u} = 1; 3; 1$

Câu 124: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -3)$ và $B(3; -1; 1)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm A, B là :

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải:

Chọn D

♦ TỰ LUẬN:

Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có VTCP: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = 2; -3; 4$.

$$\text{PTTS của } d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - 3t \\ z = -3 + 4t \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Nhận thấy d có VTCP là: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = 2; -3; 4$. Ta loại hai đáp án A, B

Còn lại hai đáp án C, D chỉ có D thỏa vì đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; -3)$.

Câu 125: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -3)$ và vuông góc với mặt phẳng $\alpha: 2x - 3y + 5z + 4 = 0$. Phương trình chính tắc của Δ là:

A. $\frac{x+2}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$.

C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$.

D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+3}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

♦ TỰ LUẬN:

$$\Delta \perp \alpha \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{\alpha} = 2; -3; 5$$

$$\Delta \begin{cases} \text{qua } M(2; 0; -3) \\ \vec{u}_{\Delta} = 2; -3; 5 \end{cases} \Rightarrow \Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$$

♦ Trắc nghiệm: $\Delta \perp \alpha \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = \vec{n}_{\alpha} = 2; -3; 5$. Ta loại được hai đáp án A, D . Còn lại hai đáp án B, C chỉ có C thỏa vì đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2; 0; -3)$

Câu 126: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: 2x + y + 2z - 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $B(2; -1; 5)$ song song với P và vuông góc với Δ là

A. $\frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$.

B. $\frac{x+2}{-5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{4}$.

C. $\frac{x+5}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-4}{5}$.

D. $\frac{x-5}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

♦ Tự luận:

Vì d song song với P và vuông góc với Δ nên d có VTCP là: $\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{u}_\Delta] = -5; 2; 4$

$$d: \begin{cases} B(2; -1; 5) \in d \\ VTCP: \vec{u}_d = -5; 2; 4 \end{cases} \Rightarrow PTCT: \frac{x-2}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-5}{4}$$

♦ Trắc nghiệm: Vì d song song với P và vuông góc với Δ nên d có VTCP là:

$\vec{u}_d \perp \vec{n}_P; \vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta$ nên ta lấy VTCP của các đường thẳng phía dưới đáp án lần lượt nhân vô hướng với $\vec{n}_P$ và $\vec{u}_\Delta$ xem có bằng 0 hay không. Như vậy ta loại được hai đáp án C, D còn lại hai đáp án A, B chọn A vì đường thẳng d đi qua $B(2; -1; 5)$

Câu 127: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(0; 1; 1)$, vuông

góc với đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-1 \end{cases}$ và cắt đường thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình

của Δ là:

A. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2-t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=-4 \\ y=3 \\ z=1+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=0 \\ y=1+t \\ z=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$d_2: \begin{cases} x=2t \\ y=1+t \\ z=t \end{cases}, \text{ Gọi } B = \Delta \cap d_2 \Rightarrow B(2t; 1+t; t)$$

$$\vec{u}_\Delta = \vec{MB} = 2t; t; t-1$$

$$\text{Do } \Delta \perp d_1 \Rightarrow \vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \Leftrightarrow 2t; t; t-1 \cdot 1; -1; 0 = 0 \Leftrightarrow t=0$$

$$\Rightarrow \vec{u}_\Delta = 0; 0; -1$$

$$\Delta: \begin{cases} M(0; 1; 1) \\ \vec{u}_\Delta = 0; 0; -1 \end{cases} \Rightarrow \Delta: \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=1-t \end{cases}$$

Câu 128: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 1), B(2; 0; 1)$ và mặt phẳng

$P: x+y+2z+2=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng P sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất

A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$.

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi H là hình chiếu của B lên đường thẳng d. Ta có: $d \perp BH; d = BH \leq AB$. Vậy

$$d \perp BH \Leftrightarrow BH = AB \Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow AB \perp d$$

Đường thẳng d song song với P và vuông góc với AB nên có VTCP :

$$\vec{u}_d = [\vec{n}_P; \vec{AB}] = 1; 1; -1$$

$$\text{PTCT của } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$$

Câu 129: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{3}$. Đường

thẳng d đi qua điểm M và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d$ có tọa độ là:

A. $M(2; -1; 3), \vec{a}_d = (-2; 1; 3)$.

B. $M(2; -1; -3), \vec{a}_d = (2; -1; 3)$.

C. $M(-2; 1; 3), \vec{a}_d = (2; -1; 3)$.

D. $M(2; -1; 3), \vec{a}_d = (2; -1; -3)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải Chọn C

Cách 1: d đi qua điểm $M(-2; 1; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a}_d = (2; -1; 3)$

Câu 130: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 2)$?

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - 2t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải Chọn D

Cách 1: Phương trình tham số của đường thẳng d qua điểm $M(-2; 3; 1)$ và có vectơ chỉ

$$\text{phương } \vec{a} = (1; -2; 2) \text{ là } \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

Cách 2: dựa vào vectơ chỉ phương và điểm M suy ra đáp án

Câu 131: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; -2; 5)$ và $B(3; 1; 1)$?

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-4}$.

B. $\frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{5}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-4}$.

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-5}{1}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải Chọn A

Cách 1: Δ đi qua hai điểm A và B nên có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (2; 3; -4)$

Vậy phương trình chính tắc của Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-5}{-4}$

Cách 2: thay tọa độ A, B vào phương trình suy ra đáp án

Câu 132: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 3; 2), B(2; 0; 5), C(0; -2; 1)$

. Phương trình đường trung tuyến AM của tam giác ABC là.

A. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z+1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải Chọn C

Cách 1: M là trung điểm $BC \Rightarrow M(1; -1; 3)$

AM đi qua điểm $A(-1; 3; 2)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AM} = (2; -4; 1)$

Vậy phương trình chính tắc của AM là $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z-2}{1}$

Cách 2: thay tọa độ A, M suy ra đáp án

Câu 133: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$ và

$d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ vuông góc với

d_1 và cắt d_2 là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$.

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z+3}{-5}$.

C. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{5}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+5}{-3}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải Chọn A

Cách 1: Gọi Δ là đường thẳng cần tìm

Gọi $B = \Delta \cap d$

$B \in d \Rightarrow B(-3+2t; 1-t; -1+4t)$

$\overrightarrow{AB} = (1+2t; 3-t; -5+4t)$

d có vectơ chỉ phương $\vec{a_d} = (2; -1; 4)$

$$\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{a_d}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \vec{a_d} = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 1$$

Δ đi qua điểm $A(-4; -2; 4)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (3; 2; -1)$

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

Cách 2: thay tọa độ A vào 4 phương trình suy ra đáp án A

Câu 134: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. Phương trình

chính tắc của đường thẳng đi qua điểm $A(-4; -2; 4)$, cắt và vuông góc với d là:

A. $\frac{x-3}{-4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{4}$

B. $\frac{x-4}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+4}{-1}$

C. $\frac{x-4}{-3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+4}{1}$

D. $\frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải Chọn D

Cách 1: Gọi $A = d \cap (P)$

$$A \in d \Rightarrow A(1-t; -3+2t; 3+t)$$

$$A \in (P) \Rightarrow t = 1 \Rightarrow A(0; -1; 4)$$

(P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n_p} = (2; 1; -2)$

d có vectơ chỉ phương $\vec{a_d} = (-1; 2; 1)$

Gọi vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a_\Delta}$

Ta có :

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \subset (P) \Rightarrow \vec{a_\Delta} \perp \vec{n_p} \\ d \perp \Delta \Rightarrow \vec{a_d} \perp \vec{a_\Delta} \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{a_\Delta} = [\vec{n_p}, \vec{a_d}] = (5; 0; 5)$$

Δ đi qua điểm $A(0; -1; 4)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{a_\Delta} = (5; 0; 5)$

Vậy phương trình tham số của Δ là
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 4 + t \end{cases}$$

Cách 2: Thay tọa độ A vào suy ra

Câu 135: Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (Δ) có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$$
, Khi

đó đường thẳng (Δ) có phương trình chính tắc là.

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{1}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Hướng dẫn giải

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn D.

Đường thẳng Δ có điểm đi qua là $M(1; 2; 3)$ và một vector chỉ phương $\vec{u} = (1; -2; 1)$

Phương trình chính tắc là
$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$$

Câu 136: Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ là.

A. $d: \begin{cases} x = x_0 + bt \\ y = y_0 + ct \\ z = z_0 + at \end{cases}$. B. $d: \begin{cases} x = x_0 + ct \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + at \end{cases}$. C. $d: \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. D. $d: \begin{cases} x = x_0 + bt \\ y = y_0 - ct \\ z = z_0 + at \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn C.

Câu 137: Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ là.

A. $d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{b}$.

B. $d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.

C. $d: \frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{-b} = \frac{z-z_0}{c}$.

D. $d: \frac{x-x_0}{-a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.

Hướng dẫn giải

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn B.

Câu 138: Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

A. $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = -3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$

Hướng dẫn giải

HƯỚNG DẪN GIẢI

Chọn D.

Cùng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1)$

Câu 139: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng d qua hai điểm $M(2; 0; 5)$ và $N(1; 1; 3)$. Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $\vec{u} = (-1; 1; -2)$

B. $\vec{u} = (2; 0; 5)$

C. $\vec{u} = (1; 1; 3)$

D. $\vec{u} = (3; 1; 8)$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{MN} = (-1; 1; -2)$

Câu 140: Trong không gian Oxyz cho $M(2; -3; 1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$. Đường thẳng d qua điểm M , vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 - t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vectơ chỉ phương $\vec{u} = \vec{n}_\alpha = (1; 3; -1)$, điểm đi qua $M(2; -3; 1)$

Câu 141: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho hai mp $(P): x - 2y + z - 2 = 0$ và $(Q): 2x + y - z + 1 = 0$. Phương trình đường d là giao tuyến của (P) và (Q) có dạng:

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3t \\ z = 1 - 5t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - t \\ z = 5 \end{cases}$

C. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{5}$

D. $\frac{x}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{5}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_P = (1; -2; 1)$

Vectơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q = (2; 1; -1)$

Vectơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; 3; 5)$, điểm đi qua $M(0; -1; 0)$

Câu 142: (Đề sưu tầm và biên tập) Trong không gian với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d và cắt trục Ox.

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$.

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+3}{3}$.

Hướng dẫn giải

(Đề sưu tầm và biên tập)

Chọn A.

Gọi B là giao điểm của đường thẳng Δ và trục Ox. Khi đó $B(b; 0; 0)$.

Vì Δ vuông góc với đường thẳng d nên $\overrightarrow{AB} \perp \vec{u}_d$ (với $\overrightarrow{AB} = (b-1; -2; -3)$, $\vec{u}_d = (2; 1; -2)$)

Suy ra $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow b = -1$. Do đó $\overrightarrow{AB} = (-2; -2; -3)$.

Chọn VTCP cho đường thẳng Δ là $\vec{u}_\Delta = (2; 2; 3)$. Phương trình Δ là $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{3}$.

Câu 143: Cho Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai mặt phẳng $(Q): x + y - z + 1 = 0$ và $(P): (2m-1)x + 3y - (m+1)z + 9 - 3m = 0$. Giá trị nào của tham số m để hai mặt phẳng (P) và (Q) song song?

A. $m = 1$.

B. $m \neq 1$.

C. $\forall m \in \mathbb{R}$.

D. Không tồn tại số m.

Hướng dẫn giải

Đáp án: D

Cách 1: Ta có mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}_{(P)} = (2m-1; 3; -m-1)$ và mặt phẳng (Q) có vectơ pháp tuyến là

$\vec{n}_{(Q)} = (1; 1; -1) \Rightarrow [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (m-2; m-2; 2m-4)$

Theo giả thuyết: (P) song song (Q) suy ra $\vec{n}_{(P)}$ cùng phương với $\vec{n}_{(Q)} \Leftrightarrow [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m-2=0 \\ m-2=0 \\ 2m-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=2$$

Thử lại, ta có $(P): 3x + 3y - 3z + 3 = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 1 = 0$

Suy ra (P) trùng với (Q) . Vậy không tồn tại số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2: Theo giả thuyết (P) song song (Q) nên

$$\frac{2m-1}{1} = \frac{3}{1} = \frac{-m-1}{-1} \neq \frac{9-3m}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m \neq 2 \end{cases} \text{ vô lí}$$

Vậy không tồn tại số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 144: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $P: 3x + 4y - 2z - 1 = 0$ và

$Q: x + 2y + 2z - 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt phẳng (Q) theo giao tuyến là một đường thẳng d . Khi đó một vectơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $\vec{u}_d = 6; -4; 1$. B. $\vec{u}_d = 6; 4; 1$. C. $\vec{u}_d = 3; 4; 1$. D. $\vec{u}_d = 3; -4; 1$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

Cách 1: d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên d có có

$$\text{phương trình thỏa mãn } \begin{cases} 3x + 4y - 2z - 1 = 0 \\ x + 2y + 2z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = -4t \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ suy ra } d \text{ có vectơ chỉ phương}$$

là $\vec{u} = (6; -4; 1)$.

Cách 2: Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = (3; 4; -2)$ và mặt phẳng (Q) có $\vec{n}_{(Q)} = (1; 2; 2)$

d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) nên d có vectơ chỉ phương là

$$\vec{u}_{(d)} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (12; -8; 2)$$

Cùng phương với $\vec{u} = (6; -4; 1)$.

Câu 145: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$ và

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 + t \end{cases} \text{ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?}$$

A. Δ cắt d và Δ vuông góc với d . B. Δ và d chéo nhau, Δ vuông góc với d .
C. Δ cắt d và Δ không vuông góc với d . D. Δ và d chéo nhưng không vuông góc

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

Δ đi qua điểm $A(1;1;-1)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (1;-2;2)$ và d đi qua điểm $A(1;-1;1)$

có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (2;2;1)$

Ta có $\vec{u}_\Delta \cdot \vec{u}_d = 1.2 - 2.2 + 2.1 = 0 \Leftrightarrow \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d$ suy ra Δ vuông góc với d

Mặt khác $[\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d] = (-6; 3; 6), \vec{AB} = (0; -2; 2) \Rightarrow [\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d] \cdot \vec{AB} = -6.0 + 3.(-2) + 6.2 = 6 \neq 0$

Suy ra Δ và d chéo nhau.

Câu 146: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+m}{2} = \frac{z-n}{1}$ và

$d: \begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = 3 - 6t \\ z = 6 - 3t \end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $K = m^2 + n^2$, biết hai đường thẳng Δ và d trùng nhau

A. $K = 30$.

B. $K = 45$.

C. $K = 55$.

D. $K = 73$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

Cách 1: Δ đi qua điểm $A(1;m;n)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta = (-2;2;1)$ và d đi qua điểm $B(1;3;6)$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d = (6;-6;-3)$. Ta có $[\vec{u}_\Delta; \vec{u}_d] = (0;0;0)$ suy ra $\vec{u}_\Delta$ cùng phương với $\vec{u}_d$. Vậy đường thẳng Δ và d trùng nhau khi và chỉ khi $A(1;m;n)$ nằm trên d

Do đó $d: \begin{cases} 1 = 1 + 6t \\ m = 3 - 6t \\ n = 6 - 3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ m = 3 \\ n = 6 \end{cases}$. Suy ra $K = m^2 + n^2 = 6^2 + 3^2 = 45$.

Cách 2: Vì $\frac{-2}{6} = \frac{2}{-6} = \frac{1}{-3}$ nên $\vec{u}_\Delta$ cùng phương với $\vec{u}_d$

Vậy đường thẳng Δ và d trùng nhau khi và chỉ khi $A(1;m;n)$ nằm trên Δ

Do đó $\frac{1-1}{-2} = \frac{3-m}{2} = \frac{6-n}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = 6 \end{cases}$

Suy ra $K = m^2 + n^2 = 6^2 + 3^2 = 45$.

Câu 147: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình hai mặt cầu có dạng $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z - 2 = 0$ và $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 6z - 30 = 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. (S) cắt (S') .

B. (S) tiếp xúc trong với (S') .

C. (S) tiếp xúc ngoài với (S') .

D. (S) không có điểm chung (S') .

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

(S) có tâm $I(2;3;1)$, bán kính $R = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2 + 2} = 4$ và (S') có tâm $I'(3;1;3)$, bán kính $R' = \sqrt{3^2 + 1^2 + 3^2 + 30} = 7$.

Ta có $\overrightarrow{II'} = (1; -2; 2) \Rightarrow II' = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = 3$. Suy ra $II' = R' - R$

Vậy (S) tiếp xúc trong với (S') .

Câu 148: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình hai mặt cầu có dạng $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ và $(S'): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 8y - 4z + m + 15 = 0$. Tìm m để (S) không có điểm chung với (S') .

- A. $-8 < m < 8$. B. $m < -8$. C. $m > 8$. D. $m < -8$ hoặc $m > 8$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: C

Cách 1: (S) có tâm $I(1;2;0)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 + 0^2 - 1} = 2$ và (S') có tâm $I'(2;4;2)$, bán kính $R' = \sqrt{2^2 + 4^2 + 2^2 - (m + 15)} = \sqrt{9 - m}, (m < 9)$.

Ta có $\overrightarrow{II'} = (1;2;2) \Rightarrow II' = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$. Suy ra (S) không có điểm chung với (S') khi và chỉ khi $II' > R + R' \Leftrightarrow 3 > 2 + \sqrt{9 - m} \Leftrightarrow \sqrt{9 - m} < 1 \Leftrightarrow 9 - m < 1 \Leftrightarrow m > 8$.

Cách 2: Chọn $m = 0$, ta có $R' = 3 \Rightarrow R + R' > II'$ loại đáp án A và D

Chọn $m = -9$, ta có $R' = 3\sqrt{2} \Rightarrow R + R' > II'$ loại đáp án B

Vậy ta chọn đáp án C.

Câu 149: Trong gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = R, (R > 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 6 = 0$. Tìm R để mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 3.

- A. $\sqrt{13}$. B. 13. C. $2\sqrt{3}$. D. 12.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

(S) có tâm $I(0;0;0)$, bán kính $R = \sqrt{k}$. Ta có $d(I; (P)) = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 6|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 2$.

Theo giả thuyết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng $r = 3$

$$\text{nên } R = \sqrt{\left(d(I;(P))\right)^2 + r^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \Rightarrow \sqrt{k} = \sqrt{13} \Rightarrow k = 13.$$

Câu 150: Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + 2t, \\ y = t, \\ z = 1 - t \end{cases}$ và d' là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): 3y - z - 7 = 0$;

$(Q): 3x + 3y - 2z - 17 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** d, d' chéo nhau và vuông góc với nhau. **B.** d, d' cắt nhau và vuông góc với nhau.
C. d, d' song song với nhau. **D.** d, d' chéo và không vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

• (P) có vtpt $\vec{n}_P = (0; 3; -1)$ và (Q) có vtpt $\vec{n}_Q = (3; 3; -2)$ nên d' có một vtcp là $\vec{u}_{d'} = -\frac{1}{3}[\vec{n}_P; \vec{n}_Q] = (1; 1; 3)$.

- Ta có vtcp của d là $\vec{u}_d = (2; 1; -1)$ và $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} = 0$ nên $d \perp d'$.
 • Từ phương trình (P) và (Q) , cho $y = 0$, suy ra $x = 1$ và $z = 7$.

Đường thẳng d' có ptts là $\begin{cases} x = 1 + u \\ y = u \\ z = -7 + 3u \end{cases}$

• Xét hệ phương trình $\begin{cases} 3 + 2t = 1 + u \\ t = u \\ 1 - t = -7 + 3u \end{cases}$. Dễ dàng thấy rằng hệ này vô nghiệm.

- Vậy d và d' chéo nhau và vuông góc với nhau.

♦ Trắc nghiệm:

- Sử dụng MTCT với MODE 8, tính $\vec{u}_{d'}$ và tích $[\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] \cdot \overrightarrow{AB} \neq 0$ với $A \in d, B \in d'$.
 • Sử dụng MTCT tính tích vô hướng $\vec{u}_d \cdot \vec{u}_{d'} = 0$.

Câu 151: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 0; -1), B(0; 3; -1), C(-3; 0; -1), D(0; -3; -1)$ và $E(0; -3; 3)$. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu của D lên EA, EB, EC . Biết rằng có duy nhất một mặt cầu đi qua 7 điểm A, B, C, D, M, N, P . Tìm một giao điểm của mặt cầu đó và đường

thẳng có phương trình $\begin{cases} x = 4 + 2s, \\ y = 2 + s, \\ z = -2 + s. \end{cases}$

- A.** $(2; 1; -3)$. **B.** $(6; 3; -1)$. **C.** $(4; 2; -2)$. **D.** $(8; 4; 0)$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

• Nhận thấy $DABC$ là hình vuông và $DE \perp (DABC)$. Gọi I là tâm hình vuông $DABC$ và K là trung điểm DA .

• Ta có IK vuông góc (MDA) tại K và $KD = KA = KM$ nên $ID = IA = IM$, suy ra D, A, M, B, C thuộc mặt cầu tâm I bán kính ID . Tương tự, N, P cũng thuộc mặt cầu này.

• Ta có $I(0;0;-1)$ và bán kính $ID = 3$ nên mặt cầu có pt $x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 9$ và giao điểm cần tìm là $(0;0;-4)$ và $(2;1;-3)$.

♦ Trắc nghiệm:

• Trước hết nhận ra được mặt cầu cần tìm có tâm I và bán kính như trên.

• Thử 4 phương án vào phương trình và chọn A.

Câu 152: Cho hai mặt phẳng $(P_m): x + 4mz - 3m = 0$ và $(Q_m): (1-m)x - my = 0$, với m là tham số. Biết rằng khi m thay đổi, (P_m) và (Q_m) luôn cắt nhau theo một giao tuyến d_m nằm trên một mặt phẳng cố định. Xác định mặt phẳng đó.

A. $x + y + 4z - 3 = 0$. B. $x - 5y + 4z - 3 = 0$. C. $2x + y - z - 1 = 0$. D. $2x - y + z + 1 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

• Ta có $(x + 4mz - 3m) - ((1-m)x - my) = m(x + y + 4z - 3)$.

• Do đó, với mọi m , giao tuyến của (P_m) và (Q_m) luôn nằm trên một mặt phẳng cố định là

$$x + y + 4z - 3 = 0.$$

♦ Trắc nghiệm:

• Thử với $m = 2$, ta có $(P_2): x + 8z - 6 = 0$ và $(Q_2): -x - 2y = 0$. Trừ 2pt cho nhau, suy ra A đúng.

Câu 153: Cho hai mặt phẳng $(P): ax + 2y - az + 1 = 0$ và $(Q): 3x - (b+1)y + 2z - b = 0$. Tìm hệ thức liên hệ giữa a và b để (P) và (Q) vuông góc với nhau.

A. $a - 2b - 2 = 0$. B. $2a - b = 0$. C. $\frac{a}{3} = \frac{2}{-(b+1)} = \frac{-a}{2} \neq \frac{1}{-b}$. D. $\frac{a}{3} \neq \frac{2}{-(b+1)} \neq \frac{-a}{2} \neq \frac{1}{-b}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

• vtpt của (P) là $(a; 2; -a)$ và vtpt của (Q) là $(3; -b-1; 2)$.

• Dùng tích vô hướng, suy ra điều kiện $a - 2b - 2 = 0$.

♦ Trắc nghiệm: Thử với $a = 1, b = 1$.

Câu 154: (Thi thử lần 1 – THPT Đoàn Thượng – Hải Dương) Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = -1 \end{cases}$

mặt phẳng $(P): mx - 4y + 2z - 2 = 0$. Tìm giá trị của m để đường thẳng d nằm trên mặt phẳng (P) .

- A. $m = 10$. B. $m = 9$. C. $m = -8$. D. $m = 8$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

• Điều kiện 1: d có vtcp $\vec{a}(1;2;0)$ và (P) có vtpt $\vec{n}(m;-4;2)$. $d \subset (P)$ thì trước hết $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow m = 8$.

• Điều kiện 2: d qua $A(0;-1;-1) \in (P): 8x - 4y + 2z - 2 = 0$.

♦ Trắc nghiệm:

• Từ tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \Leftrightarrow m = 8$.

Câu 155: (Trích đề thi thử – Lào Cai) Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z + 1 = 0$ và đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 0 \\ z = m + 2t \end{cases}$. Biết có hai giá trị thực của tham số m để d cắt (S) tại hai điểm phân biệt

A, B và các mặt phẳng tiếp diện của (S) tại A và tại B luôn vuông góc với nhau. Tích của hai giá trị đó bằng

- A. 16. B. 12. C. 14. D. 10.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

♦ Tự luận:

• Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R = 2$. Đường thẳng d qua $M(-1;0;m)$ và vtcp $\vec{u} = (1;0;1)$.

• Nhận thấy rằng $IA = IB$ và $\vec{IA} \cdot \vec{IB} = 0$ nên ΔIAB vuông cân tại I , suy ra $d(I; d) = \frac{IA\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

• Mà $d(I; d) = \frac{|\vec{IM} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|} = \frac{|4 + m|}{\sqrt{2}}$. Suy ra $m = -6$ hoặc $m = -2$ và tích cần tìm là 12.

♦ Trắc nghiệm: Giải theo tự luận.

Câu 156: Trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$.

Chọn khẳng định đúng?

A. d_1, d_2 chéo nhau.

B. d_1, d_2 cắt nhau.

C. d_1, d_2 vuông góc với nhau.

D. d_1, d_2 chéo nhau và vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Đáp án: D

♦ Tự luận:

d_1 qua điểm $A(0; -1; 0)$; Vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; 2; 1)$

d_2 qua điểm $B(0; 1; 1)$; Vectơ chỉ phương $\vec{b} = (1; -2; 3)$

$\vec{AB} = (0; 2; 1)$, $[\vec{a}, \vec{b}] = (8; -2; -4)$

Ta có $[\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{AB} = -4 - 4 = -8 \neq 0$. Vậy d_1, d_2 chéo nhau.

Ta lại có $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow d_1 \perp d_2$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 157: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; 1; -\frac{1}{2})$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-3}$. Vị trí tương đối giữa đường thẳng AB và d là?

A. chéo nhau.

B. Cắt nhau tại $I(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$.

C. Song song với nhau.

D. Cắt nhau tại $I(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{4})$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

♦ Tự luận:

Ta có: $\vec{AB} = (-1; 1; \frac{1}{2})$ suy ra phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = -1 + \frac{1}{2}t \end{cases}$

Thay x, y, z từ phương trình của AB vào phương trình của d , ta được

$$\frac{1-t}{2} = \frac{t-2}{2} = \frac{\frac{1}{2}t}{-3} \Leftrightarrow t = \frac{3}{2} \Rightarrow AB \cap d = I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{4}\right)$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 158: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ và mặt phẳng

$P: 2x + 2y - z - 5 = 0$. Khi đó d cắt P tại điểm $I(a; b; c)$. Tìm giá trị $M = a + b + c$?

- A. $M = -5$. B. $M = 2$. C. $M = 3$. D. $M = 4$

Hướng dẫn giải

Đáp án: D

♦ Tự luận:

Tọa độ giao điểm I của d và mặt phẳng P là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \\ 2x + 2y - z - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = 1 \Leftrightarrow I(2; 1; 1). \text{ Suy ra } M = 2 + 1 + 1 = 4.$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 159: Cho mặt cầu S có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z + 4 = 0$ và mặt phẳng

$P: 2x + 2y - z + m = 0$. S và P có giao nhau khi?

- A. $m > 3$ và $m < -9$. B. $-9 \leq m \leq 3$. C. $2 \leq m \leq 5$. D. $m > 5$ và $m < 2$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

♦ Tự luận:

Ta có: S có tâm $I(1; 1; 1)$; bán kính $R = 2$

$$d(I; P) = \frac{|2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 + m|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + m|}{3}$$

$$\text{Để } S \text{ và } P \text{ giao nhau thì } d(I; P) \leq R \Leftrightarrow \frac{|3 + m|}{3} \leq 2 \Leftrightarrow |3 + m| \leq 6$$

$$\Leftrightarrow -6 \leq 3 + m \leq 6 \Leftrightarrow -9 \leq m \leq 3$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 160: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 0)$ và hai mặt phẳng P và Q lần lượt có phương trình: $P: 2x + y - z - 3 = 0$ và $Q: 4x + 2y - 2z + 2 = 0$. Chọn mệnh đề đúng?

- A. P qua A và song song với Q . B. P không qua A và song song với Q
C. P qua A và không song song với Q . D. P không qua A , không song song với Q .

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

Ta xét từng mệnh đề một

Xét mệnh đề A ta thấy khi thay $A(1;1;0)$ vào P ta được: $2.1+1-0+3=0$ thỏa mãn

Mặt khác ta có: $\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{-3}{2} \Rightarrow P // Q$. Vậy mệnh đề A đúng. Ta không cần xét đến các mệnh đề còn lại.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 161: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: 2x+3y+z-11=0$ và mặt cầu $S: x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$. Mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. P và S tiếp xúc nhau. B. P và S cắt nhau theo một đường tròn
C. P và S không cắt nhau. D. P đi qua tâm của S .

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

$S: x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-8=0$ có tâm $I(1;-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{4}$

Ta có $d(I;P) = \frac{|2.1+3.(-2)+1.1-11|}{\sqrt{2^2+3^2+1^2}} = \frac{14}{\sqrt{14}} = R$. Vậy P và S tiếp xúc nhau.

Câu 162: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;0;-2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$. Lập phương trình mặt cầu tâm A , cắt Δ tại hai điểm B và C sao cho $BC=8$?

- A. $x^2+y^2+z^2=25$. B. $x^2+y^2+z+2^2=25$.
C. $x+2^2+y-3^2+z+1^2=25$ D. $x+2^2+y^2+z^2=25$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

♦ Tự luận:

• Ta có Δ qua $M(-2;2;-3)$ có VTCP $\vec{a} = (2;3;2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-2;2;-1) \Rightarrow [\overrightarrow{AM}, \vec{a}] = (-7;-2;10)$

$\Rightarrow d(A; \Delta) = \frac{||[\overrightarrow{AM}, \vec{a}]||}{||\vec{a}||} = \frac{\sqrt{49+4+100}}{\sqrt{4+9+4}} = \sqrt{\frac{153}{17}} = 3$

Kẻ $BH \perp \Delta$, ta có $BH = \frac{BC}{2} = 4$

Xét $\triangle AHB$ có $R^2 = 16+9=25$

Vậy phương trình mặt cầu $S : x^2 + y^2 + z + 2^2 = 25$.

♦ Trắc nghiệm:

Câu 163: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $\alpha : m-1 x + 2y - 3z - 7 = 0$ song song với mặt phẳng $\beta : -6x + n+1 y + 6z + 3 = 0$. Khi đó tính giá trị của m và n ?

A. $m = 4; n = -5$ B. $m = 5; n = -4$ C. $m = 4; n = 5$ D. $m = -4; n = -5$

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

Ta có $(\alpha) // (\beta)$ khi $\frac{m-1}{-6} = \frac{2}{n+1} = \frac{-3}{6} \neq \frac{-7}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=3 \\ n+1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=4 \\ n=-5 \end{cases}$.

♦ Trắc nghiệm: Có thể thay giá trị cụ thể vào để thử chọn.

Câu 164: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng có phương trình $\alpha : m^2x - y + m^2 - 2z + 2 = 0$ và $\beta : 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$. Điều kiện của m để α vuông góc với β là?

A. $|m| = 2$ B. $|m| = 1$ C. $|m| = \sqrt{2}$ D. $|m| = \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

Để (α) vuông góc với (β) thì $2m^2 - m^2 - 2(m^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 4 \Leftrightarrow |m| = 2$

♦ Trắc nghiệm: Sử dụng máy tính nhập biểu thức $2X^2 - X^2 - 2(X^2 - 2) = 0$, sau đó dùng CALC để thử chọn các đáp án.

Câu 165: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng có phương trình lần lượt là:

$d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$, $d_2 : \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d_1 và cắt d_2 có phương trình là?

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ B. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{5}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{-5}$

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: Đường thẳng d_1 vectơ chỉ phương $\vec{u}_1(2; -1; 1)$.

Gọi $M(1-t; 1+2t; -1+t)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và d_2 .

Khi đó ta có $\overrightarrow{AM}(-t; -1+2t; -4+t)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 .

Vì d_1 vuông góc với d_2 ta có $\vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = 0 \Leftrightarrow 2(-t) + (-1)(-1+2t) + 1(-4+t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Do đó $\overrightarrow{AM}(1; -3; -5)$ là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$

♦ Trắc nghiệm: Vì tất cả các đường thẳng trong phương án đều đi qua điểm A do đó ta chỉ cần kiểm tra điều kiện vuông góc. Tích vô hướng của hai vec tơ chỉ phương bằng 0 là chọn.

Để thấy $2.1 + (-1)(-3) + 1(-5) = 0$ nên phương án đúng là A.

Câu 166: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$ và

$d_2: \begin{cases} x = -1-t \\ y = 0 \\ z = 3+2t \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. d_1 vuông góc và không cắt với d_2 B. d_1 cắt và không vuông góc với d_2
C. d_1 cắt và vuông góc với d_2 . D. d_1 chéo và vuông góc với d_2 .

Hướng dẫn giải

Đáp án: C

♦ Tự luận: Đường thẳng d_1 đi qua $M_1(1; 0; -1)$ có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_1(2; 1; 1)$

Đường thẳng d_2 đi qua $M_2(-1; 0; 3)$ có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_2(-1; 0; 2)$

Ta có: $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$; $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2; -5; 1)$ và $\overrightarrow{M_1M_2}(-2; 0; 4)$

Suy ra $[\vec{u}_1, \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} = 2 \cdot (-2) + (-5) \cdot 0 + 1 \cdot 4 = 0$.

Vậy d_1 cắt và vuông góc với d_2 .

♦ Trắc nghiệm: Nhận thấy phương án A và phương án D là hai phát biểu tương đương nên loại.

Mặt khác $\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2 = 0$ nên phương án đúng là phương án C.

Câu 167: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$. Viết phương trình mặt phẳng P chứa trục Ox và cắt S theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2?

- A. $3y - 2z = 0$ B. $2y - 3z = 0$. C. $2y + 3z = 0$. D. $3y + 2z = 0$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3)$ và bán kính bằng 2.

Vì đường tròn giao tuyến cũng có bán kính bằng 2 nên mặt phẳng (P) đi qua tâm I của mặt cầu. Do mặt phẳng (P) chứa trục Ox nên có phương trình dạng $By + Cz = 0$

Ta có $I(1;2;3) \in (P) \Rightarrow 2B + 3C = 0$; chọn $B = 3$ thì $C = -2$.

Vậy phương trình mặt phẳng $(P): 3y - 2z = 0$.

♦ Trắc nghiệm: Phát hiện được mặt phẳng (P) cần tìm đi qua tâm của mặt cầu (S) . Do đó chỉ cần thử chọn mặt phẳng nào đi qua $I(1;2;3)$ thì thỏa mãn.

Câu 168: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(-1;2;1)$ và mặt phẳng $P: 2x - y + 2z - 7 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng P ?

A. $S: x+1^2 + y-2^2 + z-1^2 = 3$. B. $S: x-1^2 + y+2^2 + z+1^2 = 9$.

C. $S: x-1^2 + y+2^2 + z+1^2 = 3$. D. $S: x+1^2 + y-2^2 + z-1^2 = 9$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: D

♦ Tự luận: Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên có bán kính

$$R = d_{(I;(P))} = \frac{|2 \cdot (-1) - 2 + 2 \cdot 1 - 7|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Câu 169: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $S: x-1^2 + y-1^2 + z+2^2 = 4$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc cắt mặt cầu S theo ba giao tuyến là các đường tròn C_1, C_2, C_3 . Tính tổng diện tích của ba hình tròn C_1, C_2, C_3 ?

A. 4π B. 12π C. 11π D. 3π

Hướng dẫn giải

Đáp án: C

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính bằng $R = 2$.

Gọi $r_1; r_2; r_3$ lần lượt là bán kính đường tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$ và $h_1; h_2; h_3$ lần lượt là khoảng cách từ tâm I đến ba mặt phẳng chứa ba đường tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$.

Khi đó ta có $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = R^2 - h_1^2 + R^2 - h_2^2 + R^2 - h_3^2 = 3R^2 - (h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)$.

Vì ba mặt phẳng đi qua A đôi một vuông góc nên $h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 = IA^2 = 1$

Vậy tổng diện tích của ba hình tròn $(C_1), (C_2), (C_3)$ là

$$\pi(r_1^2 + r_2^2 + r_3^2) = \pi(3R^2 - IA^2) = \pi(3 \cdot 4 - 1) = 11\pi$$

Câu 170: Cho hai mặt phẳng có phương trình: $2x - my + 3z - 6 = 0$ và $mx - 2y + (m+1)z - 10 = 0$. Với $m=2$ thì hai mặt phẳng này?

A. song song với nhau.

B. trùng nhau.

C. cắt nhau nhưng không vuông góc

D. vuông góc với nhau.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: Với $m=2$ thì 2 mặt phẳng có phương trình $2x - 2y + 3z - 6 = 0$ và $2x - 2y + 3z - 10 = 0$. Xét tỉ lệ $\frac{2}{2} = \frac{-2}{-2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-6}{-10} \Rightarrow$ Hai mặt phẳng song song.

Câu 171: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + my + 3z - 5 = 0$ và $(Q): nx - 6y - 6z + 2 = 0$. Tìm các giá trị của m và n để $(P) // (Q)$?

A. $m=3; n=-4$.

B. $m=-3; n=4$.

C. $m=3; n=4$.

D. $m=1; n=-2$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: Điều kiện hai mặt phẳng song song:

$$\frac{2}{n} = \frac{m}{-6} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{n} = -\frac{1}{2} \\ \frac{m}{-6} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = -4 \\ m = 3 \end{cases}$$

Câu 172: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = 5 + t \end{cases}$ $d_2: \begin{cases} x = 1 + 3t' \\ y = -2 + 2t' \\ z = -1 + 2t' \end{cases}$

. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. d_1 và d_2 chéo nhau.

B. d_1 và d_2 cắt nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 song song với

nhau.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: d_1 có vtcp $\vec{u}_1 = 2; 3; 1$; d_2 có vtcp $\vec{u}_2 = 3; 2; 2 \Rightarrow \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương $\Rightarrow$ hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau

$$\begin{cases} 1+2t=1+3t' \\ -1+3t=-2+2t' \\ 5+t=-1+2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2t-3t'=0 \\ 3t-2t'=-1 \\ t-2t'=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{3}{5} \\ t'=-\frac{2}{5} \\ t-2t'=-6 \end{cases}$$

HPT vô nghiệm nên d_1 không cắt $d_2 \Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau

♦ Trắc nghiệm: d_1 có vtcp $\vec{u}_1 = 2; 3; 1$ và đi qua $M_1(1; -1; 5)$; d_2 có vtcp $\vec{u}_2 = 3; 2; 2$ và đi qua $M_2(1; -2; -1) \Rightarrow \vec{u}_1$ và $\vec{u}_2$ không cùng phương $\Rightarrow$ hai đường thẳng cắt nhau hoặc chéo nhau

Tính $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2}$

Bấm mode 8:

+Nhập $\vec{u}_1 = 2; 3; 1$ gán vào vectơ A: $\rightarrow 1 \rightarrow 1 \rightarrow 1$ Nhập tọa độ

+Nhập $\vec{u}_2 = 3; 2; 2$ gán vào vectơ B: $\rightarrow SHILF5 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ Nhập tọa độ

+ Nhập $\overrightarrow{M_1M_2} = 0; -1; -6$ gán vào vectơ c: $\rightarrow SHILF5 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ Nhập tọa độ $\rightarrow AC$

+ Tính $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2}$:

$\rightarrow (\rightarrow SHILF5 \rightarrow 3 \rightarrow x \rightarrow SHILF5 \rightarrow 4 \rightarrow) \rightarrow SHILF5 \rightarrow 7 \rightarrow SHILF5 \rightarrow 5 =$

Kết quả $[\vec{u}_1; \vec{u}_2] \cdot \overrightarrow{M_1M_2} \neq 0 \Rightarrow d_1$ và d_2 chéo nhau.

Câu 173: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d : \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = n + 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ và mặt phẳng

$P : 2x + y - z + 3 = 0$. Xác định giá trị của m, n sao cho $d \subset (P)$?

- A. $\begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n \neq -6 \end{cases}$ C. $\begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n \in \mathbb{R} \end{cases}$ D. $\begin{cases} m \in \mathbb{R} \\ n = -3 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: Đường thẳng d có vtcp $\vec{u} = m; 3; -2$; đi qua $M(2; n; 1)$; mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = 2; 1; -1$

Cách 1: $d \subset (P) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \perp \vec{n} \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ 4 + n - 1 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$

Cách 2: Điểm $M(2 + mt; n + 3t; 1 - 2t) \in d$ mà $d \subset P \Rightarrow M \in P$

$\Rightarrow$ Phương trình $2(2 + mt) + (n + 3t) - (1 - 2t) + 3 = 0 \Leftrightarrow (2m + 5)t + 6 + n = 0$ thoả mãn với $\forall t \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 5 = 0 \\ 6 + n = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Dựa vào đáp án ta chọn các giá trị của m, n thay vào điều kiện $\begin{cases} \vec{a} \perp \vec{n} \\ M \in (P) \end{cases}$ để chọn đáp án đúng .

Câu 174: Mặt phẳng nào sau đây tiếp xúc với mặt cầu $S : x^2 + y^2 + (z - 2)^2 = 9$?

A. $4x + 3y - 7 = 0$. B. $4x + 3y + 7 = 0$. C. $4x + 3z - 7 = 0$. D. $4x + 3z + 7 = 0$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận: Mặt cầu S có tâm $I(-2; 0; 2); R = 3 \Rightarrow d_{(I, (P_1))} = 3 = R$. Vậy S tiếp xúc với P_1

♦ Trắc nghiệm: Mặt cầu S có tâm $I(-2; 0; 2); R = 3$.

$$\text{Nhập biểu thức } d_{(I, (P_1))} = \frac{|A \cdot (-2) + B \cdot 0 + C \cdot 2 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Bấm CALC thay hệ số A, B, C, D trong các đáp án, đáp án nào bằng R là đúng

Câu 175: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng $P : x - y + 2z - 6 = 0$ và mặt cầu:

$S : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 7 = 0$, biết mặt phẳng P cắt mặt cầu S theo giao tuyến là đường tròn C . Tính bán kính r của đường tròn C ?

A. $r = \sqrt{3}$. B. $r = 3$. C. $r = \sqrt{6}$. D. $r = 6$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

♦ Tự luận:

Mặt cầu S có tâm $I_1(1; 1; 0); R = 3 \Rightarrow d_{(I_1, (P))} = \sqrt{6} < R$

mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có bán kính $r = \sqrt{R^2 - d_{(I_1, (P))}^2} = \sqrt{3}$

♦ Trắc nghiệm: Mặt cầu S có tâm $I_1(1; 1; 0); R = 3 \Rightarrow r \leq R$ Vậy loại đáp án D.

Câu 176: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm I thuộc đường thẳng

$\Delta : \frac{x}{1} = \frac{y + 3}{1} = \frac{z}{2}$. Biết rằng mặt cầu (S) có bán kính bằng $2\sqrt{2}$ và cắt mặt phẳng (Oxz)

theo một đường tròn có bán kính bằng 2. Tìm tọa độ của I ?

A. $I(5; 2; 10), I(0; -3; 0)$. B. $I(1; -2; 2), I(0; -3; 0)$.
C. $I(1; -2; 2), I(5; 2; 10)$. D. $I(1; -2; 2), I(-1; 2; -2)$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: C

♦ Tự luận: Do tâm $I \in \Delta \Rightarrow I(t; -3+t; 2t) \Rightarrow d_{(I; (Oxz))} = \sqrt{2\sqrt{2}^2 - 2^2} = 2$

$$\Rightarrow d_{(I; (Oxz))} = \frac{|-3+t|}{1} = 2 \Rightarrow \begin{cases} t=5 \\ t=1 \end{cases} \Rightarrow I_1(5; 2; 10); I_2(1; -2; 2)$$

♦ Trắc nghiệm: Ta có $d_{(I; (Oxz))} = \sqrt{2\sqrt{2}^2 - 2^2} = 2 \Rightarrow |y_I| = 2$

Vậy loại A, B. Thay tọa độ các điểm I vào PT đường thẳng Δ , Đáp án D có $I_2(-1; 2; -2) \notin \Delta$

Câu 177: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz cho 2 đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+mt \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$ $d': \begin{cases} x=1-t' \\ y=2+2t' \\ z=3-2t' \end{cases}$

đường thẳng d cắt d' khi:

A. $m=0$.

B. $m=-1$

C. $m=1$

D. $m=2$

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} 1+mt=1-t' \\ t=2+2t' \\ -1+2t=3-2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mt=t' \\ t-2t'=2 \\ 2t+2t'=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mt=t' \\ t=2 \\ t'=0 \end{cases} \Rightarrow m=0$$

Câu 178: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): x+3y+z+2=0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases} \text{ . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

A. $d \subset (P)$.

B. $d \perp (P)$

C. d cắt (P)

D. $d // (P)$

Hướng dẫn giải

Đáp án: D

$$\text{Ta có: } \vec{n}_{(P)} = (1; 3; 1), \quad \vec{u}_d(1; -1; 2) \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{u}_d = 0 \\ M(1; 2; 1) \in d, M \notin (P) \end{cases} \text{ suy ra } d // (P)$$

Câu 179: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz cho mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x=2+mt \\ y=n+3t \\ z=1-2t \end{cases} \text{ . Với giá trị nào của } m, n \text{ thì } d \text{ nằm trong } (P)$$

A. $\begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ n = 6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = \frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Đáp án: D

Đường thẳng d đi qua $A(2; n; 1)$, VTCP: $\vec{u}_d(m; 3; -2)$ mặt phẳng (P) có VTPT: $\vec{n}_{(P)} = (2; 1; -1)$

Để d nằm trong (P) thì $\begin{cases} \vec{u}_d \cdot \vec{n}_P = 0 \\ A \in P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m + 3 + 2 = 0 \\ 4 + n - 1 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{2} \\ n = -6 \end{cases}$.

Câu 180: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 3$ và mặt phẳng $(P): 3x + (m-4)y - 3mz + 2m - 8 = 0$. Với giá trị nào của m thì mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

A. $m = -1$.

B. $m = 1$

C. $m = 0$

D. $m = 2$

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -3; -1)$, $R = \sqrt{3}$, mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) khi

$d(I, P) = R \Leftrightarrow \frac{|3 - 3(m-4) + 3m + 2m - 8|}{\sqrt{9 + (m-4)^2 + 9m^2}} = \sqrt{3} \xrightarrow{\text{CASIO}} m = 1$.

Câu 181: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai mặt phẳng $(\alpha): m^2x - y + (m^2 - 2)z + 2 = 0$, $(\beta): 2x + m^2y - 2z + 1 = 0$. Mặt phẳng $(\alpha) \perp (\beta)$ khi:

A. $|m| = 2$

B. $|m| = 1$

C. $|m| = \sqrt{2}$

D. $|m| = \sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Đáp án: A

Mặt phẳng $(\alpha) \perp (\beta)$ khi $\vec{n}_{(\alpha)} \cdot \vec{n}_{(\beta)} = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - m^2 - 2(m^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow |m| = 2$.

Câu 182: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ tìm bán kính R của mặt cầu (S) biết rằng mặt phẳng (Oxy) và mặt phẳng $(P): z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là hai đường tròn có bán kính lần lượt là 2 và 8?

A. $R = 9$.

B. $R = 2\sqrt{65}$

C. $R = 3\sqrt{35}$.

D. $R = 4\sqrt{61}$.

Hướng dẫn giải

Đáp án: B

Gọi $I(0;0;m) \in Oz$. Ta có:

$$\begin{cases} R = \sqrt{d^2 I_1, Oxy + r_{Oxy}^2} \\ R = \sqrt{d^2 I_2, P + r_P^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{|m|^2 + 4} \\ R = \sqrt{|m-2|^2 + 64} \end{cases} \Rightarrow m^2 + 4 = |m-2|^2 + 64 \Rightarrow m = 16 \Rightarrow R = 2\sqrt{65}$$

Câu 183: Trong không gian với hệ tọa độ d cho đường thẳng $\vec{a}_d = (0;1;1)$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d .

- A. $M(2;-1;3)$. B. $N(2;-1;-3)$. C. $P(-2;1;3)$. D. $M(2;-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: d đi qua điểm $M(-2;1;3)$

Câu 184: Cho điểm $M(-2;5;0)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oy là điểm

- A. $M'(2;5;0)$. B. $M'(0;-5;0)$. C. $M'(0;5;0)$. D. $M'(-2;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Với $M(a;b;c) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của M lên trục Oy là $M_1(0;b;0)$

Câu 185: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1), B(2;-1;2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

- A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: $M \in Ox \Rightarrow M(a;0;0)$

M cách đều hai điểm A, B nên $MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + 1^2 = (2-a)^2 + 2^2 + 1^2$

$$\Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Câu 186: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3;-2;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Điểm

M thuộc đường thẳng d sao cho M cách A một khoảng bằng $\sqrt{17}$. Tọa độ điểm M là

- A. $(5;1;2)$ và $(6;9;2)$. B. $(5;1;2), (-1;-8;-4)$. C. $(5;-1;2), (1;-5;6)$. D. $(5;1;2)$ và $(1;-5;6)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận:

Cách 1: $M(5+2t;1+3t;2-2t) \in d; \overline{AM}(2+2m;3+3m;-2-2m)$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{17} \Leftrightarrow 17(1+m)^2 = 17 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(5;1;2) \\ M(1;-5;6) \end{cases}$$

Cách 2: Kiểm tra các điểm thuộc đường thẳng d có 2 cặp điểm trong đáp án B và C thuộc đường thẳng d . Dùng công thức tính độ dài AM suy ra đáp án C thỏa mãn.

Câu 187: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 1)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2}. \text{ Tìm tọa độ điểm } M' \text{ đối xứng với } M \text{ qua } d.$$

- A. $M'(3; -3; 0)$. B. $M'(1; -3; 2)$. C. $M'(0; -3; 3)$. D. $M'(-1; -2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Phương pháp tự luận (Chuyên vinh lần 1)

Ta có phương trình mặt phẳng (P) đi qua M vuông góc với d là:

$$2(x-2) - 1(y+3) + 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 9 = 0$$

Gọi I là giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) , khi đó tọa độ I là nghiệm

$$\text{của hệ } \begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{2} \\ 2x - y + 2z - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow I(1; -3; 2)$$

Gọi M' đối xứng với M qua d thì I là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(0; -3; 3)$.

♦ Phương pháp trắc nghiệm

Tìm tọa độ trung điểm của MM'

Kiểm tra xem có thuộc đường thẳng d không

Nếu không thuộc ta loại, nếu thuộc kiểm tra thêm $\overrightarrow{MM'} \cdot \vec{u}_d = 0$ thì điểm đó thỏa mãn.

Câu 188: Cho Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(0; 1; 2)$ trên mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$.

- A. $(-1; 0; 1)$. B. $(-2; 0; 2)$. C. $(-1; 1; 0)$. D. $(-2; 2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A **Chuyên Thái Bình lần 3**

Cách 1: Kiểm tra các đáp án:

Ta có: $M(-1; 0; 1) \in (P)$. (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1; 1; 1)$

$\overrightarrow{AM}(-1; -1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\vec{n} \Rightarrow AM \perp (P)$. Do đó $M(-1; 0; 1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P) .

Cách 2: Phương pháp tự luận:

Gọi Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) . Ta có $(\Delta): \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của Δ và (P) là $M(-1; 0; 1)$. Do đó $M(-1; 0; 1)$ là hình chiếu vuông góc của A trên (P) .

Câu 189: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(4;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Xác

định tọa độ hình chiếu vuông góc H của M lên đường thẳng d .

A. $H(3;2;-1)$. **B.** $H(2;3;-1)$. **C.** $H(-4;1;3)$. **D.** $H(-1;2;1)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B **Lương thế Vinh Hà Nội lần 1**

- **Phương pháp:** Hai vectơ vuông góc với nhau thì tích vô hướng của chúng bằng 0.

Nếu H là hình chiếu vuông góc của điểm M (không nằm trên đường thẳng d) lên đường thẳng d thì vectơ chỉ phương của đường thẳng d vuông góc với $\overrightarrow{MH}$.

- **Cách giải:**

Từ phương trình tham số của đường thẳng d có vectơ chỉ phương d là $\vec{u}(3;1;-2)$

Vì H nằm trên đường thẳng d nên $H(-1+3t; 2+t; 1-2t)$. Khi đó $\overrightarrow{MH}(-5+3t; 1+t; -2t)$

Vì H là hình chiếu vuông góc của M lên d nên $\overrightarrow{MH} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 3(-5+3t) + 1+t - 2(-2t) = 0$

$\Leftrightarrow 14t - 14 = 0 \Leftrightarrow t = 1$. Khi đó $H(2;3;-1)$

Câu 190: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$ và hai điểm

$A(1;-1;2)$, $B(2;-1;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABM vuông tại M .

A. $M(1;-1;0)$
 $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{-2}{3}\right)$ **B.** $M(1;-1;0)$
 $M\left(\frac{-7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{2}{3}\right)$ **C.** $M(-1;-1;0)$
 $M\left(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{-2}{3}\right)$ **D.** $M(1;1;1)$
 $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{-2}{3}\right)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Thay lần lượt tọa độ điểm $A(1;1;5)$; $B(1;-2;2)$; $C(1;2;3)$ vào phương trình mặt cầu (S) thấy tọa độ A, B thỏa mãn còn C thì không thỏa mãn, chọn A

♦ Trắc nghiệm:

Câu 191: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và hai điểm $A(0;1;-2)$, $B(2;-1;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng d sao cho tam giác ABM có diện tích nhỏ nhất. Tìm tung độ điểm M .

- A. $y_M = 4$. B. $y_M = -1$. C. $y_M = 0$. D. $y_M = 2$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn $AM(1;-1;0)$, $M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{-2}{3}\right)$.

$$M \in d \Rightarrow M(1+2t; -1-t; t)$$

$$\Delta ABM \text{ vuông tại } M \Rightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow 6t^2 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \text{ hoặc } t = \frac{2}{3}$$

$$\text{Vậy có hai điểm } M \text{ thỏa mãn } M(1;-1;0), M\left(\frac{7}{3}; \frac{-5}{3}; \frac{-2}{3}\right).$$

Câu 192: Trong không gian $Oxyz$ cho $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và điểm $A(1;-1;2)$. Tìm điểm H thuộc đường thẳng d sao cho độ dài AH ngắn nhất.

- A. $H(0;-1;-2)$. B. $H(0;1;2)$. C. $H(0;1;-2)$. D. $H(0;-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$M \in d \Rightarrow M(1+t; 2-t; 1+2t)$$

$$S_{\Delta ABM} = \frac{1}{2} \cdot \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \right] \right| = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(3t+7)^2 + (3t+5)^2 + (-4)^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18t^2 + 72t + 90} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{18(t+2)^2 + 18}$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \sqrt{18(t+2)^2 + 18} \text{ bé nhất} \Leftrightarrow t = -2$$

Vậy $M(-1;4;-3)$ nên tung độ điểm M bằng $y_M = 4$.

Câu 193: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1;3;-2)$, $B(-3;7;-18)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0$. C. $S = -5$. D. $S = 5$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

$H \in d$, độ dài AH ngắn nhất khi H là hình chiếu của A lên d .

Ta có $H(2t; 1+t; 2-t)$ và $\overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow t = 0$. Suy ra $H(0;1;2)$.

Câu 194: Trong không gian $Oxyz$ cho $(P): x + y + z - 3 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-8}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $M(1;-1;10)$. Tìm tọa độ điểm N thuộc (P) sao cho MN song song với đường thẳng d .

- A. $N(2;2;-1)$. B. $N(2;-2;3)$. C. $N(-2;-2;7)$. D. $N(3;1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Đặt $f(x; y) = 2x - y + z + 1$. Ta có $f(A).f(B) = (-6).(-30) = 180 > 0$ nên hai điểm A, B nằm cùng phía so với mặt phẳng (P) .

Gọi H là hình chiếu của A lên mặt phẳng (P) .

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (P) . Khi đó hai điểm A', B nằm khác phía so với mặt phẳng (P) .

Ta tìm được $H(1; 2; -1) \Rightarrow A'(3; 1; 0)$.

Ta có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Suy ra $MA + MB$ nhỏ nhất khi $MA + MB = MA' + MB = A'B \Leftrightarrow A', B, M$ thẳng hàng hay M là giao điểm của $A'B$ và (P) .

Ta có $(P): 2x - y + z + 1 = 0$. và $A'B: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - t \\ z = 3t \end{cases}$ Suy ra $M(2; 2; -3)$

Vậy $S = a + b + c = 1$.

Câu 195: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; -1; 0), B(2; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 4 = 0$. Tìm M thuộc (P) sao cho $AM = \sqrt{61}$ và MB vuông góc với AB .

- A. $\begin{bmatrix} M(6; 5; 0) \\ M(2; 5; 6) \end{bmatrix}$ B. $\begin{bmatrix} M(6; 5; 0) \\ M(-2; -5; 6) \end{bmatrix}$ C. $\begin{bmatrix} M(6; 5; 0) \\ M(-2; 5; -6) \end{bmatrix}$ D. $\begin{bmatrix} M(-6; -5; 0) \\ M(2; 5; 6) \end{bmatrix}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

Đường thẳng MN đi qua M và song song với đường thẳng d nên phương trình

$$MN: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = -3t \end{cases}$$

N thuộc MN nên $N(1 - t; -1 + t; -3t)$

Mà N thuộc (P) nên $1 - t - 1 + t - 3t - 3 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow N(2; -2; 3)$.

Câu 196: Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, $SA \perp (ABCD)$.

Cho biết $A(1; 1; 0), B(-2; 3; 1), C(3; 0; 2)$. Gọi $S(a; b; c)$ (điều kiện $a > 0$) là điểm thỏa mãn điều kiện thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng 30. Tính $P = a + b + c$.

- A. $P = 14$. B. $P = 10$. C. $P = -10$. D. $P = 16$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} = (-3; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (2; -1; 2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (5; 8; -1) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 2.S_{ABC} = 3\sqrt{10}$$

$$\text{Do } SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} . S_{ABCD} . SA = 30 \Rightarrow SA = 3\sqrt{10} \quad (1).$$

Đường thẳng SA đi qua A và có VTCP $\vec{u} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (5; 8; -1)$ nên có pt
$$\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 1 + 8t \\ z = -t \end{cases}$$

Ta có $S(1+5t; 1+8t; -t) \Rightarrow SA = \sqrt{(-5t)^2 + (-8t)^2 + (t)^2} = 3\sqrt{10t^2} = 3\sqrt{10}$ (theo (1)) $\Leftrightarrow t = \pm 1$

Suy ra $S(-4; -7; 1)$ (loại do không thỏa điều kiện $a > 0$)

$S(6; 9; -1)$ (nhận)

Vậy $P = a + b + c = 14$.

Câu 197: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(3; 5; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 7 = 0$. Tọa độ điểm $H \in (P)$ sao cho $AH \perp (P)$ là

A. $H(-1; -1; 2)$. B. $H(1; -2; 1)$. C. $H(1; 2; 1)$. D. $H(-1; 2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Phương trình đường thẳng $AH \begin{cases} \text{qua } A(3; 5; 0) \\ \vec{u} = (2; 3; -1) \end{cases}$ là $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 5 + 3t, t \in \mathbb{R} \\ z = -t \end{cases}$.

Suy ra $M(3+2t; 5+3t; -t)$. Vì $M \in (P) \Rightarrow t = -1 \Rightarrow M(1; 2; 1)$.

Câu 198: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC với các điểm $A(2; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là

A. $H\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 1\right)$. B. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. D. $H\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Phương trình mp $(ABC): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow x + y + 2z - 2 = 0$.

Giả sử $H(x; y; z) \Rightarrow \vec{AH} = (x-2; y; z), \vec{BH} = (x; y-2; z)$.

Ta có $\begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \\ H \in (ABC) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2y + z = 0 \\ 2x - z = 0 \\ x + y + 2z - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3} \\ z = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Câu 199: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(0; 1; 2), B(2; -2; 1), C(-2; 0; 1)$. Tọa độ điểm $M \in (P): 2x + 2y + z - 3 = 0$ thỏa mãn $MA = MB = MC$ là

A. $M(1; 1; -1)$. B. $M(0; 1; 1)$. C. $M(2; 3; -7)$. D. $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Gọi (Q) là mặt phẳng trung trực của AB $\Rightarrow pt(Q): 2x - 3y - z - 2 = 0$.

Gọi (R) là mặt phẳng trung trực của AB $\Rightarrow pt(R): -2x - y - z = 0$.

$$\text{Gọi } \Delta = (Q) \cap (R) \Rightarrow M \in \Delta. \text{ Ta có pt } \Delta \begin{cases} x = \frac{1}{4} + t \\ y = -\frac{1}{2} + 2t \\ z = -4t \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{1}{4} + t; -\frac{1}{2} + 2t; -4t\right).$$

$$\text{Vì } M \in (P) \Rightarrow t = \frac{7}{4} \Rightarrow M(2; 3; -7).$$

Câu 200: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x - 2y - z - 5 = 0$ và hai điểm

$A(3; -1; -3), B(5; 1; 1)$. Tọa độ điểm $C \in (P)$ sao cho $(ABC) \perp (P)$ và $S_{\Delta ABC} = \sqrt{3}$ là

A. $(5; 0; 0)$ và $(3; 0; -2)$. **B.** $(5; 0; 0)$ và $(3; 0; 2)$.

C. $(5; 0; 0)$ và $(-3; 0; 2)$. **D.** $(-5; 0; 0)$ và $(3; 0; -2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

$$\text{Ta có } \vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (1; 1; -1) \Rightarrow pt(P): x + y - z - 5 = 0.$$

Vì $C \in (P) \cap (ABC)$ nên tọa độ điểm C thỏa mãn

$$\begin{cases} x - 2y - z - 5 = 0 \\ x + y - z - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ z = x - 5 \end{cases} \Rightarrow C(t; 0; t - 5).$$

$$\text{Do đó } \vec{AC} = (t - 3; 1; t - 2), \vec{AB} = (2; 2; 4) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \frac{1}{2} \sqrt{3(2t - 8)^2} = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = 3 \end{cases}.$$

Câu 201: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + y - z + 3 = 0$ và hai điểm

$A(-1; 0; 4), B(2; 0; 7)$. Tọa độ điểm $C \in (P)$ sao cho tam giác ABC và $\angle ACB = 120^\circ$ là

A. $(1; 1; 5)$ và $\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$. **B.** $(1; 1; -5)$ và $\left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$.

C. $(-1; -1; 5)$ và $\left(\frac{4}{3}; \frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$. **D.** $(1; -1; -5)$ và $\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; \frac{14}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Vì $\angle ACB = 120^\circ$ nên tam giác ABC cân tại C. Vì $C \in (P) \Rightarrow C(x; z - x - 3; z)$.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } AB \Rightarrow I\left(\frac{1}{2}; 0; \frac{11}{2}\right) \Rightarrow \vec{IC} = \left(x - \frac{1}{2}; z - x - 3; z - \frac{11}{2}\right), \vec{AB} = (3; 0; 3).$$

Trong tam giác ABC có $IC = \frac{1}{2}AB \cdot \tan 30^\circ = \sqrt{\frac{3}{2}} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (z - x - 3)^2 + \left(z - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$ (1).

Mặt khác $CI \perp AB \Rightarrow 3\left(x - \frac{1}{2}\right) + 3\left(z - \frac{11}{2}\right) = 0 \Rightarrow x + z - 6 = 0$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $x = 1, z = 5$ hoặc $x = \frac{4}{3}, z = \frac{14}{3}$.

Câu 202: Trong không gian với hệ trục cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ và hai điểm $A(1; 2; 1), B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất là

- A. $M\left(-\frac{5}{9}; -\frac{14}{9}; \frac{17}{9}\right)$. B. $M\left(\frac{5}{9}; -\frac{14}{9}; -\frac{17}{9}\right)$. C. $M\left(\frac{5}{9}; \frac{14}{9}; \frac{17}{9}\right)$. D. $M\left(-\frac{5}{9}; -\frac{14}{9}; -\frac{17}{9}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Xét điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Ta có $MA^2 + 2MB^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2$.

Vì IA, IB cố định nên $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên mặt phẳng (P) .

Làm tương tự câu 1, ta được $M\left(\frac{5}{9}; \frac{14}{9}; \frac{17}{9}\right)$.

Câu 203: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

Điểm nào trong các điểm sau $A(1; 1; 5); B(1; -2; 2); C(1; 2; 3)$ thuộc mặt cầu?

- A. A và B. B. Chỉ A. C. Chỉ B. D. B và C.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

Gọi $M(x; y; z)$.

$M \in (S) \Rightarrow x - 2y - 2z + 4 = 0$ (1)

$MB \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \Leftrightarrow x + y + 3z - 11 = 0$ (2)

$AM = \sqrt{61} \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 61$ (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra: $M(6; 5; 0), M(-2; -5; 6)$.

Câu 204: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại hai điểm $A(1; 1; 1), B(-\frac{7}{9}; \frac{1}{9}; -\frac{7}{9})$.
B. Đường thẳng (d) không cắt mặt cầu (S) .
C. Đường thẳng (d) cắt mặt cầu (S) tại $A(1; 1; 1)$.

D. Đường thẳng (d) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $B(-\frac{7}{9}; \frac{1}{9}; -\frac{7}{9})$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Điểm chung của đường thẳng và mặt cầu là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=1+2t \\ (x+1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=9 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \Rightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=-\frac{8}{9} \end{cases} \Rightarrow A(1;1;1); B(-\frac{7}{9}; \frac{1}{9}; -\frac{7}{9})$$

♦ Trắc nghiệm: Thay tọa độ của $A(1;1;1); B(-\frac{7}{9}; \frac{1}{9}; -\frac{7}{9})$ vào phương trình mặt cầu thấy thỏa mãn nên chọn A.

Câu 205: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, mặt phẳng (P): $-4(x+1)+2(y-3)+2z=0$ tiếp xúc với mặt cầu (S): $(x-3)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=24$ tại điểm M , tọa độ điểm M là:

A. $M_1(-1;3;0)$. B. $M_2(1;3;0)$. C. $M_3(1;3;1)$. D. $M_4(1;3;2)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Đường thẳng qua tâm mặt cầu có phương trình: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=1+2t \end{cases}$ giao của đường

thẳng và mặt phẳng (P): $-4(x+1)+2(y-3)+2z=0$ là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=1-t \\ z=-2-2t \\ -4(x+1)+2(y-3)+2z=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=-1 \\ y=3 \\ z=0 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: thay tọa độ từng điểm thấy $M_1; M_4$ nằm trên mặt cầu, và chỉ M_1 nằm trên mặt phẳng.

Câu 206: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=17$ và mặt phẳng (P): $2x+3y-2z-1=0$. M là điểm trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ M đến P đạt giá trị lớn nhất. Tọa độ điểm M là:

A. $M(3;4;-1)$. B. $M(1;3;0)$. C. $M(1;3;1)$. D. $M(-1;-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Gọi $M_0(x_0; y_0; z_0)$ là điểm nằm trên mặt cầu khi đó $(x_0-1)^2+(y_0-1)^2+(z_0-1)^2=17$

$$d(M_0; P) = \frac{|2x_0+3y_0-2z_0-1|}{\sqrt{17}} = \frac{|2(x_0-1)+3(y_0-1)-2(z_0-1)+2|}{\sqrt{17}} \leq \frac{|2(x_0-1)+3(y_0-1)-2(z_0-1)|+2}{\sqrt{17}}$$

$$d(M_0; P) \leq \frac{|2(x_0-1)+3(y_0-1)-2(z_0-1)|+2}{\sqrt{17}} \leq \frac{\sqrt{17[(x_0-1)^2+(y_0-1)^2+(z_0-1)^2]}+2}{\sqrt{17}} = \frac{19}{\sqrt{17}}$$

$$d(M_0; P)_{\max} = \frac{19}{\sqrt{17}} \text{ đạt được khi } \begin{cases} 2(x_0 - 1) + 3(y_0 - 1) - 2(z_0 - 1) \geq 0 \\ \frac{x_0 - 1}{2} = \frac{y_0 - 1}{3} = \frac{z_0 - 1}{-2} \\ (x_0 - 1)^2 + (y_0 - 1)^2 + (z_0 - 1)^2 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 4 \\ z_0 = -1 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: Đường thẳng đi qua tâm mặt cầu vuông góc với mặt phẳng P cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt là $M(3; 4; -1)$ và $M(-1; -2; 3)$. Tính khoảng cách lần lượt từ hai điểm đó đến mặt phẳng thấy $M(3; 4; -1)$ có khoảng cách lớn nhất, chọn $M(3; 4; -1)$.

Câu 207: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(x; y; z)$ thuộc mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z - 7 = 0$. Tọa độ điểm M để biểu thức $T = 2x + 3y + 6z$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $M\left(\frac{15}{7}; \frac{26}{7}; \frac{38}{7}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; -\frac{10}{7}\right)$. C. $M(1; 2; 6)$. D. $M(-1; 2; 6)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: $T = 2x + 3y + 6z = 2(x - 1) + 3(y - 2) + 6(z - 2) + 20$

$$|T - 20| = |2(x - 1) + 3(y - 2) + 6(z - 2)| \leq \sqrt{49[(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2]} = 28$$

$$|T - 20| \leq 28 \Leftrightarrow -8 \leq T \leq 48$$

Vậy

$$T_{\max} = 48 \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 16 \\ \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z - 2}{6} = t \\ 2x + 3y + 6z = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{15}{7} \\ y = \frac{26}{7} \\ z = \frac{38}{7} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{15}{7}; \frac{26}{7}; \frac{38}{7}\right)$$

♦ Trắc nghiệm: Thay lần lượt tọa độ các điểm trong các phương án vào pt mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = 16$ thấy $M\left(\frac{15}{7}; \frac{26}{7}; \frac{38}{7}\right)$, $M\left(-\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; -\frac{10}{7}\right)$, $M(1; 2; 6)$ thỏa mãn, tính giá trị $T = 2x + 3y + 6z$ tại bộ ba giá trị trên thấy $T_{(A)} = 48$ nhận giá trị lớn nhất nên chọn A.

Câu 208: Trong không gian với hệ trục tọa độ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z - 2 = 0$ và các điểm $A(0; 1; 1); B(1; 0; -3); C(-1; -2; -3)$. Tìm tọa độ điểm D trên mặt cầu (S) sao cho tứ diện $ABCD$ có thể tích lớn nhất?

A. $D\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$. B. $D(1; 0; 1)$. C. $D\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)$. D. $D(1; -1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Gọi $M(x; y; z)$ là điểm nằm trên mặt cầu khi đó $(S): (x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 4$

$$mf(ABC): 2x - 2y + z + 1 = 0$$

$V_{ABCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot d(D; (ABC))$ nên V_{ABCD} đạt giá trị lớn nhất khi $d(D; (ABC))$ lớn nhất.

Đường thẳng đi qua tâm mặt cầu và vuông góc với mặt (ABC) là $(d): \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Giao điểm của (d) với mặt cầu là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2t \\ z = -1 + t \\ (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow D_1\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right) \vee D_2\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$$

Tính khoảng cách từ $D_1\left(-\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right) \vee D_2\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ đến $mf(ABC)$ thấy $D_2\left(\frac{7}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ thỏa mãn. Chọn A

♦ Trắc nghiệm: Thay lần lượt các điểm trong các phương án vào pt mặt cầu thấy phương án A, B, C thỏa mãn, tính khoảng cách từ các điểm trong các phương án A, B, C thấy phương án A thỏa mãn khoảng cách đến $mf(ABC)$ lớn nhất, chọn A.

Câu 209: Trong không gian tọa độ Oxyz, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là:

A. $H(1; 1; 1)$. B. $H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$. C. $H\left(\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. D. $H\left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải. Chọn B

♦ **Tự luận:**

- Từ giả thiết suy ra phương trình mặt phẳng $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$ (PT mp theo đoạn chắn).

Gọi $H(x_H; y_H; z_H)$ thuộc $(ABC) \Rightarrow x_H + y_H + z_H = 1$ (1)

- Do H là trực tâm tam giác ABC nên $AH \perp BC, CH \perp AB$ nên: $\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \end{cases} (*)$.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = (x_H - 1; y_H; z_H), \overrightarrow{BC} = (0; -1; 1)$

$\overrightarrow{CH} = (x_H; y_H; z_H - 1), \overrightarrow{AB} = (-1; 1; 0)$

$$\text{Do đó hệ } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} (x_H - 1) \cdot 0 + y_H \cdot (-1) + z_H \cdot 1 = 0 \\ x_H \cdot (-1) + y_H \cdot 1 + (z_H - 1) \cdot 0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -y_H + z_H = 0 \\ -x_H + y_H = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x_H = y_H = z_H = 1/3$$

♦ **Trắc nghiệm:** dễ thấy ABC là tam giác đều $\Rightarrow$ trực tâm cũng chính là trọng tâm $\Rightarrow H\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$

Câu 210: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm $A(1; -1; 0), B(0; 2; 0), C(2; 1; 3)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$

A. $(3; 2; -3)$. B. $(3; -2; 3)$. C. $(3; -2; -3)$. D. $(3; 2; 3)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

$$\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x_A - x_B + x_C = 3 \\ y_M = y_A - y_B + y_C = -2 \\ z_M = z_A - z_B + z_C = 3 \end{cases}$$

Câu 211: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(1;0;0), B(1;1;0), C(0;1;1)$. Khi đó tọa độ điểm D để ABCD là hình bình hành:

- A. $D(1;1;1)$. B. $D(2;0;0)$. C. $D(0;2;1)$. D. $D(0;0;1)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải. Chọn D.

♦ **Tự luận:** $\overrightarrow{AB} = (0;1;0), \overrightarrow{DC} = (-x_D; 1-y_D; 1-z_D)$

Tứ giác ABCD là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow D(0;0;1)$.

♦ **Trắc nghiệm:** Vì ABCD là hình bình hành nên trung điểm của AC cũng chính là trung điểm của BD. Nên lấy tọa độ điểm $A+C = \text{Tọa độ } B+D \Rightarrow D = (A+C)-B = (1;1;1)-(1;1;0) = (0;0;1)$.

Câu 212: Trong không gian Oxyz, cho $A(1;2;3)$ và $B(-3;4;5)$. Tọa độ điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k=2$ là:

- A. $M(5;0;1)$. B. $M(-7;6;7)$. C. $M(-5;10;13)$. D. $M(-1;8;11)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ghi nhớ lý thuyết: Điểm M chia đoạn AB theo tỉ số k khi

$$\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A - x_M = k(x_B - x_M) \\ y_A - y_M = k(y_B - y_M) \\ z_A - z_M = k(z_B - z_M) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{kx_B - x_A}{k-1} \\ y_M = \frac{ky_B - y_A}{k-1} \\ z_M = \frac{kz_B - z_A}{k-1} \end{cases} \quad \text{Áp dụng vào bài ta được: } \begin{cases} x_M = \frac{2x_B - x_A}{2-1} = 2 \cdot (-3) - 1 = -7 \\ y_M = \frac{2y_B - y_A}{2-1} = 2 \cdot 4 - 2 = 6 \\ z_M = \frac{2z_B - z_A}{2-1} = 2 \cdot 5 - 3 = 7 \end{cases}$$

♦ Trắc nghiệm: M chia đoạn AB theo tỉ số 2 thì B là trung điểm của AM.

Câu 213: [Chuyên SP – lần 2] Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(-1;2;3), B(3;-1;2)$. Điểm M thỏa mãn $MA \cdot \overrightarrow{MA} = 4MB \cdot \overrightarrow{MB}$ có tọa độ là.

- A. $M\left(\frac{5}{3}; 0; \frac{7}{3}\right)$. B. $M(7; -4; 1)$. C. $M\left(1; \frac{1}{2}; \frac{5}{4}\right)$. D. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có $MA \cdot \overrightarrow{MA} = 4MB \cdot \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{MA} = \frac{4MB}{MA} \cdot \overrightarrow{MB}$. Khi đó $\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}$ cùng phương.

Mà $MA \cdot \overrightarrow{MA} = 4MB \cdot \overrightarrow{MB} \Leftrightarrow (MA \cdot \overrightarrow{MA})^2 = (4MB \cdot \overrightarrow{MB})^2 \Leftrightarrow MA^4 = (2MB)^4 \Leftrightarrow MA = 2MB$.

Do $MA = 2MB$ và $\overrightarrow{MA}; \overrightarrow{MB}$ cùng phương nên $\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB}$. Gọi $M(x; y; z)$. Ta có

$$\overrightarrow{MA} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x = 2(3-x) \\ 2-y = 2(-1-y) \\ 3-z = 2(2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -4 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(7; -4; 1).$$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 214: [Group toán 3K – lần 27] Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho ba mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + 2z + 3 = 0$ và $(R): x + y + 1 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) , (Q) . Biết rằng d' là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (R) , cắt cả hai đường thẳng d và Δ lần lượt tại A , B . Đường thẳng d' đi qua điểm nào sau đây?

A. $H(9; 0; -6)$. B. $L(7; 1; -6)$ C. $P(6; 3; -5)$. D. $K(5; -4; -5)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Ý tưởng: Viết phương trình d' dưới dạng tổng quát là giao của hai mặt phẳng: $mp1(\overrightarrow{n_{(R)}})$, $d) = (\alpha)$ và $mp2(\overrightarrow{n_{(R)}}, \Delta) = (\beta)$. Sau đó thử các đáp án.

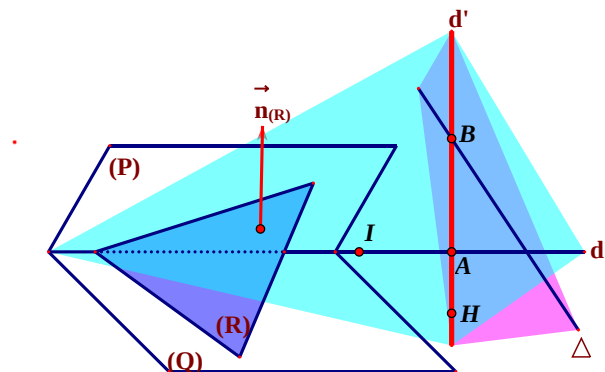
Lời giải:

$$\overrightarrow{n_{(P)}} = (2; -1; 1), \overrightarrow{n_{(Q)}} = (1; -1; 2), \overrightarrow{n_{(R)}} = (1; 1; 0)$$

$$\overrightarrow{u_d} = [\overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{n_{(Q)}}] = (-1; -3; -1) = -(1; 3; 1)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = [\overrightarrow{n_{(R)}}, \overrightarrow{u_d}] = (1; -1; 2)$$

Chọn A $(2; 5; 0)$ thuộc $d = (\alpha) \cap (\beta)$.



Khi đó (α) qua A và có vtpt $\vec{n}_{(\alpha)} \Rightarrow (\alpha): x - y + 2z + 3 = 0$

Tương tự phương trình $(\beta): x - y + z - 3 = 0$.

Phương trình d': $\begin{cases} (\alpha): x - y + 2z + 3 = 0 \\ (\beta): x - y + z - 3 = 0 \end{cases}$ Thay tọa độ các điểm H, L, P, K chỉ có H thỏa mãn.

Câu 215: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;0;0)$ và $A'(1;0;3)$. Tọa độ trung điểm M của AB' là:

A. $M\left(0;0;\frac{3}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2};1;3\right)$.

C. $M\left(\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right)$. D. $M(1;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Sử dụng quy tắc giống ta được tọa độ điểm

$B'(0;2;3)$. Vậy $M\left(\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 216: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;0;0)$ và $A'(1;0;3)$. Tìm tọa độ điểm G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

A. $G'\left(0;\frac{2}{3};3\right)$. B. $G'\left(0;\frac{2}{3};1\right)$. C. $G'(0;2;9)$. D. $G'\left(0;1;\frac{9}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Sử dụng quy tắc giống ta được tọa độ điểm $B'(0;2;3)$, $C'(-1;0;3)$. Vậy $G'\left(0;\frac{2}{3};3\right)$.

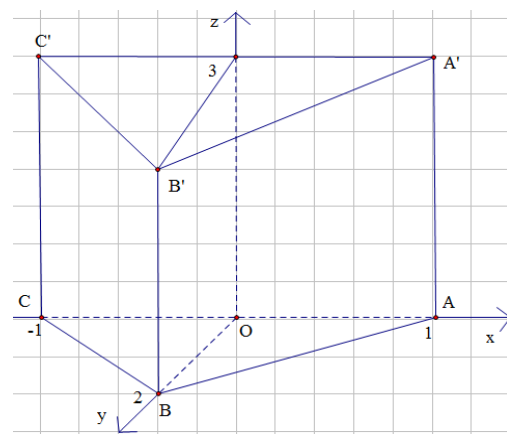
Câu 217: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;0;0)$ và $A'(1;0;3)$. Tìm tọa độ điểm D thuộc cạnh AA' sao cho diện tích $\triangle DB'C'$ bằng 3.

A. $D(1;0;1)$. B. $D(1;0;5)$. C. $D(1;0;2)$. D. $D\left(1;0;\frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Do $D \in AA'$ nên $D(1;0;t)$, $0 < t < 3 \Rightarrow [\vec{B'D}, \vec{B'C'}] = (6-2t; 3-t; -4)$



$$S_{\triangle DB'C'} = 3 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow D(1; 0; 1)$$

Câu 218: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho lăng trụ đứng $OAB.O'A'B'$ biết $A(2; 0; 0)$, $B(0; 4; 0)$ và $O'(0; 0; 4)$. Gọi I là trung điểm của BB' . Điểm M trên cạnh AB , N trên cạnh $O'A'$ sao cho $MN \perp OI$ và $MN = 2\sqrt{5}$. Tìm tọa độ trung điểm của MN .

A. $(1; 1; 0)$. B. $(1; 1; 2)$.

C. $(1; 2; 1)$. D. $(1; 2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

$$A'(2; 0; 4), B'(0; 4; 4) \Rightarrow I(0; 4; 2)$$

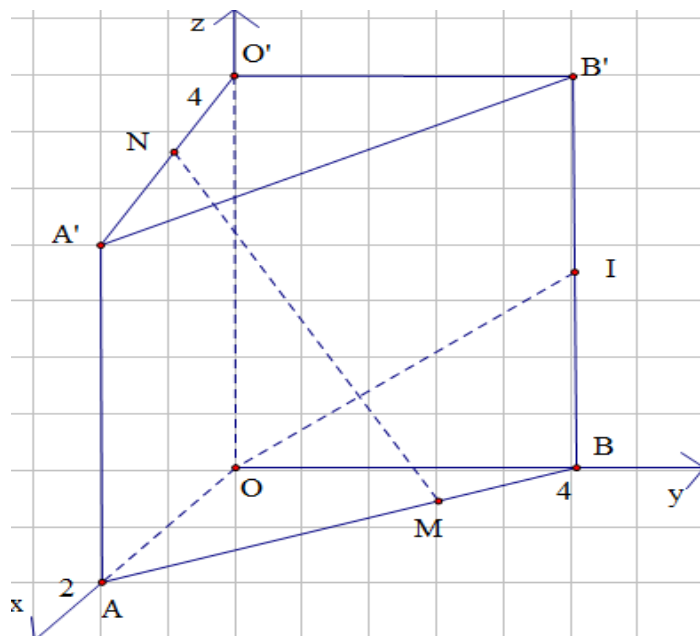
$$\text{Ta có phương trình } AB: \begin{cases} x = 2 + a \\ y = -2a \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(2 + a; -2a; 0)$$

$$N(t; 0; 4), 0 < t < 2$$

$$\text{Từ gt: } MN \perp OI \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{OI} = 0 \Leftrightarrow a = -1 \Rightarrow M(1; 2; 0)$$

$$\text{Gt: } MN = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow MN^2 = 20 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow N(1; 0; 4)$$

Vậy tọa độ trung điểm của MN là $(1; 1; 2)$.



Câu 219: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(1; 0; -1)$ và tạo với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 6 = 0$ góc lớn nhất.

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\bullet \max(\Delta, (\alpha)) = 90^\circ \Leftrightarrow \Delta \perp (\alpha) \Leftrightarrow \overrightarrow{u_\Delta} = \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (2; -1; 3)$$

Câu 220: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(4; -2; 1)$, song song với mặt phẳng $(\alpha): 3x - 4y + z - 12 = 0$ và cách $A(-2; 5; 0)$ một khoảng lớn nhất.

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 - t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = 4 - t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 4 + t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \end{cases} \end{array}$$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Δ đi qua $M(4; -2; 1)$ và $\vec{u}_\Delta = \frac{1}{3}[\vec{MA}, \vec{n}_{(\alpha)}] = (1; 1; -1)$.

Câu 221: Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $A(1; 1; 1)$ vuông góc với đường thẳng

$$\Delta': \begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \text{ và cách điểm } B(2; 0; 1) \text{ một khoảng lớn nhất.}$$

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 + t \end{cases} \end{array}$$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Ta có $\vec{AB} = (1; -1; 0), \vec{n}_\alpha = (1; 1; 2)$.

Δ đi qua $A(1; 1; 1)$ và có $\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_\alpha, \vec{AB}] = (2; 2; -2)$.

Câu 222: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(1; 1; 2)$ và

vuông góc với $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$ đồng thời tạo với trục Oz góc lớn nhất.

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 \\ z = 2 + t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases} \end{array}$$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận: Δ qua $A(1; 1; 2)$ và $\vec{u}_\Delta = [\vec{u}_d; \vec{k}] = (1; -2; 0)$.

Câu 223: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz viết phương trình đường thẳng Δ qua $A(1; 1; 2)$, nằm trong $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$, đồng thời tạo với trục Oz góc nhỏ nhất.

$$\begin{array}{llll} \text{A.} \begin{cases} x = 5 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases} & \text{B.} \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases} & \text{C.} \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + 5t \\ z = 2 + t \end{cases} & \text{D.} \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 2 + 5t \end{cases} \end{array}$$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Δ' qua $A(1;1;2)$ và song song với Oz có phương trình là $\Delta': \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=2+t \end{cases}$.

Lấy $M(1;1;3) \in \Delta'$. Hình chiếu của M lên (α) là $H\left(\frac{7}{6}; \frac{4}{3}; \frac{17}{6}\right)$.

(Δ, Oz) nhỏ nhất $\Delta \equiv AH \Rightarrow \vec{u}_{\Delta} = 6\vec{AH} = (1; 2; 5)$.

Câu 224: Cho $A(1;4;2), B(-1;2;4), d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng qua A , cắt d sao cho $d(B, d)$ là nhỏ nhất.

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=4-t \\ z=2-3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+4t \\ z=-3+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=15+t \\ y=18+4t \\ z=-19-2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+15t \\ y=4+18t \\ z=2-19t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Gọi Δ là đường thẳng bất kì qua A và cắt d tại $M(1-t; -2+t; 2t)$.

Khi đó $d(B; \Delta) = \frac{|\overrightarrow{[AM, AB]}|}{|\overrightarrow{AM}|} = \frac{\sqrt{56t^2 - 304t + 416}}{\sqrt{6t^2 - 20t + 40}} = \sqrt{\frac{28t^2 - 152t + 208}{3t^2 - 10t + 20}}$.

Xét $u(t) = \frac{28t^2 - 152t + 208}{3t^2 - 10t + 20}$. $\min u(t) = u\left(\frac{30}{11}\right) = \frac{4}{35}$, $\max u(t) = u(-2) = 48$.

Vậy $d(B, \Delta)$ đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow t = \frac{30}{11} \Rightarrow M\left(\frac{-19}{11}; \frac{8}{11}; \frac{60}{11}\right)$.

Δ đi qua A và $\vec{u}_{\Delta} = \overrightarrow{AM}$.

Câu 225: Cho $A(1;4;2), B(-1;2;4), d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình đường thẳng qua A , cắt d sao cho $d(B, d)$ là lớn nhất.

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=4-t \\ z=2-3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+4t \\ z=-3+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=15+t \\ y=18+4t \\ z=-19-2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1+15t \\ y=4+18t \\ z=2-19t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: Vậy $d(B, \Delta)$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow M(3; -4; -4)$.

Δ đi qua $A(1;4;2)$ và $\vec{u}_{\Delta} = \overrightarrow{AM} = \frac{-1}{2}(-2; 8; 6) = (1; -4; -3)$.

Câu 226: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;5;0), B(3;3;6)$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$. Gọi d là đường thẳng qua B và cắt Δ tại điểm C sao cho $S_{\Delta ABC}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = -2t \\ z = 2 - 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3t \\ z = 2 - 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -3 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = -4t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận: Ta có $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$. $C \in \Delta \Rightarrow C(-1 + 2t; 1 - t; 2t)$.

$\overrightarrow{AC} = (-2 + 2t; -4 - t; 2t), \overrightarrow{AB} = (2; -2; 6) \Rightarrow [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}] = (-24 - 2t; 12 - 8t; 12 - 2t)$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \sqrt{18t^2 - 26t + 216} = \sqrt{18(t-1)^2 + 198}$.

Do đó $S_{\Delta ABC}$ nhỏ nhất khi $t=1$ hay $C(1;0;2)$.

Vậy Δ qua $C(1;0;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_{\Delta}} = \overrightarrow{BC} = (-2; -3; -4)$.

Câu 227: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (Oxz) và cắt mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ theo đường tròn có chu vi lớn nhất.

Phương trình của (P) là:

A. $x - 2y + 1 = 0$. B. $y - 2 = 0$. C. $y + 1 = 0$. D. $y + 2 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

♦ Tự luận: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo đường tròn có chu vi lớn nhất nên (P) đi qua tâm $I(1; -2; 0)$.

Phương trình mặt phẳng (P) song song Oxz có dạng $Ay + B = 0$.

(P) qua I nên suy ra phương trình: $y + 2 = 0$

♦ Trắc nghiệm: +) $P // Oxz$ nên loại D

+) mặt phẳng (P) qua I nên thay tọa độ I vào các pt loại được B, C.

Câu 228: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi mặt phẳng (α) là mặt phẳng chứa trục Oy và cách điểm M một khoảng lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (α) là:

A. $x+3z=0$.

B. $x+2z=0$.

C. $x-3z=0$.

D. $x=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận: gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (α) và trục Oy.

Ta có $K(0;2;0)$. $d(M,(\alpha)) = MH \leq MK$.

Vậy khoảng cách từ M đến (α) lớn nhất khi (α) qua K và vuông góc với MK.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): x+3z=0$

♦ Trắc nghiệm: tính trực tiếp khoảng cách từ M đến mỗi mặt phẳng, kiểm tra được khoảng cách từ M đến $(\alpha): x+3z=0$ là lớn nhất.

Câu 229: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$, điểm $A(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là hình tròn (C) có diện tích nhỏ nhất là:

A. $x+2y+3z-6=0$. B. $x+2y+z-2=0$. C. $3x+2y+2z-4=0$. D. $x-2y+3z-6=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$, $R=3$

Có $IA < R$ nên A nằm bên trong (S) .

Ta có $d(I,(P)) = \sqrt{R^2 - r^2}$

Diện tích hình tròn nhỏ nhất $\Leftrightarrow r$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I,(P)) \max = IA$

$\Rightarrow (P)$ qua A, có vtpt $\overrightarrow{IA} \Rightarrow (P): x+2y+z-2=0$

♦ Trắc nghiệm:

Câu 230: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(2;1;3), B(3;0;2); C(0;-2;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và cách C một khoảng lớn nhất?

A. $3x+2y+z-11=0$. B. $3x+y+2z-13=0$. C. $2x-y+3z-12=0$ D. $x+y-3=0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của C lên mp (P) và đoạn AB.

Ta có $CH = d(C ; (P)) \leq CK \Rightarrow d(C ; (P)) \max$ khi $H \equiv K$. Khi đó (P) qua A, B và vuông góc (ABC)

$$\Rightarrow \vec{n}_P = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-9; -6; -3) \Rightarrow (P): 3x + 2y + z - 11 = 0$$

♦ Trắc nghiệm: Kiểm tra thấy A, B thuộc cả 4 mp nêu trên.

Tính khoảng cách từ C đến các mặt phẳng chọn được đáp án A

Câu 231: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Mặt phẳng (P) qua M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích khối tứ diện nhỏ nhất có phương trình là:

A. $6x + 3y + 2z = 0$. B. $6x + 3y + 2z - 18 = 0$ C. $x + 2y + 3z - 14 = 0$ D. $x + y + z - 6 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

♦ Tự luận:

Mặt phẳng (P) cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C nên $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ với $a, b, c > 0$

$$\Rightarrow (P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

$$(P) \text{ qua } M \text{ nên } \frac{1}{a} + \frac{2}{b} + \frac{3}{c} = 1 \Rightarrow 1 \geq 3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}} \Rightarrow abc \geq 162$$

$$V_{OABC} = \frac{1}{6}abc \geq 27 \Rightarrow V_{OABC} \min \text{ khi } \frac{1}{a} = \frac{2}{b} = \frac{3}{c}. \text{ Suy ra } a = 3, b = 6, c = 9$$

$$\text{Vậy pt } (P): 6x + 3y + 2z - 18 = 0$$

♦ Trắc nghiệm: Kiểm tra thấy M thuộc 3 mp ở các đáp án B, C, D.

Cho các mặt phẳng giao với Ox, Oy, Oz tìm giao điểm A, B, C rồi tính thể tích và so sánh.

Câu 232: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 1; 1), B(2; 0; 2), C(-1; -1; 0), D(0; 3; 4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm phẳng B', C', D' sao cho $\frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} = 4$. Viết phương trình mặt phẳng $(B'C'D')$ biết tứ diện $AB'C'D'$ có thể tích nhỏ nhất:

A. $16x + 40y - 44z + 39 = 0$.

B. $16x + 40y + 44z - 39 = 0$

C. $16x - 40y - 44z + 39 = 0$.

D. $16x - 40y - 44z - 39 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 4 &= \frac{AB}{AB'} + \frac{AC}{AC'} + \frac{AD}{AD'} \geq 3\sqrt[3]{\frac{AB \cdot AC \cdot AD}{AB' \cdot AC' \cdot AD'}} \Rightarrow \frac{AB' \cdot AC' \cdot AD'}{AB \cdot AC \cdot AD} \geq \frac{27}{64} \\ \Rightarrow \frac{V_{AB'C'D'}}{V_{ABCD}} &= \frac{AB' \cdot AC' \cdot AD'}{AB \cdot AC \cdot AD} \geq \frac{27}{64} \Rightarrow V_{AB'C'D'} \geq \frac{27}{64} V_{ABCD} \end{aligned}$$

$$V_{AB'C'D'} \text{ nhỏ nhất khi và chỉ khi } \frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{AD'}{AD} = \frac{3}{4} \Rightarrow \overline{AB'} = \frac{3}{4} \overline{AB} \Rightarrow B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$$

Lúc đó mặt phẳng $(B'C'D')$ song song với mặt phẳng (BCD) và đi qua $B' \left(\frac{7}{4}; \frac{1}{4}; \frac{7}{4} \right)$

$$\Rightarrow (B'C'D'): 16x + 40y - 44z + 39 = 0$$

♦ Trắc nghiệm: Kiểm tra thấy A, B thuộc cả 4 mp nêu trên.

Tính khoảng cách từ C đến các mặt phẳng chọn được đáp án A

Câu 233: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) chứa hai điểm $M(1;1;1), N(-1;-2;-1)$ và tạo với đường thẳng Δ một góc lớn nhất:

A. $16x + 10y - 11z - 15 = 0$.

B. $16x + 10y - 11z + 5 = 0$

C. $x - y + z - 1 = 0$.

D. $7x + 4y + 18z - 29 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

♦ Tự luận:

Giả sử $(\alpha): ax + by + cz + d = 0$. Gọi $\varphi = (\Delta, (\alpha))$. Vì M, N thuộc (α) nên

$$\begin{cases} a + b + c + d = 0 \\ -a + 2b - c + d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -\frac{3}{2}b \\ c = -a + \frac{1}{2}b \end{cases}$$

$$\text{Ta được } (\alpha): 2ax + 2by + (b - 2a)z - 3b = 0$$

$$\text{Có } \sin \varphi = \frac{|\vec{n}_\alpha \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}_\alpha| \cdot |\vec{u}|} = \frac{|4a + 2b - b + 2a|}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{4a^2 + 4b^2 + (b - 2a)^2}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{\frac{b^2 + 12ab + 36b^2}{5b^2 - 4ab + 8b^2}}$$

$$\text{Nếu } a = 0 \text{ thì } \sin \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Nếu } a \neq 0, \text{ đặt } t = \frac{b}{a}, t \in \mathbb{R}. \text{ Xét hàm số } f(t) = \frac{t^2 + 12t + 36}{5t^2 - 4t + 8} \text{ ta tìm được}$$

$$\max f(t) = f\left(\frac{5}{8}\right) = \frac{53}{9}$$

Do đó $\varphi_{\max} \Leftrightarrow (\sin \varphi)_{\max} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \frac{5}{8}$. Chọn $b = 5, a = 8$.

Vậy pt mp $(\alpha): 16x + 10y - 11z - 15 = 0$

♦ Trắc nghiệm:

Kiểm tra M, N thuộc mặt phẳng (α) nên loại được đáp án B, D.

Tính góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) để loại đáp án C.

Câu 234: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng qua M và cắt các trục tọa độ lần lượt tại A, B, C . Viết phương trình mặt phẳng (P) biết biểu thức

$\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $x - 2y + z - 8 = 0$. **B.** $2x + y - 3z + 9 = 0$ **C.** $x - 2y + 3z - 14 = 0$ **D.** $2x - 4y + z - 10 = 0$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

♦ Tự luận:

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O lên mặt phẳng (P) .

Khi đó OABC là góc tam diện vuông nên có $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} = \frac{1}{OH^2}$

Mà $OH \leq OM \Rightarrow \frac{1}{OH^2} \geq \frac{1}{OM^2}$

Do đó $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $H \equiv M \Rightarrow (P)$ đi qua M và vuông góc OM.

Nên $(P): x - 2y + 3z - 14 = 0$

♦ Trắc nghiệm:

Vì M thuộc (P) nên thay tọa độ M vào các đáp án. Loại được đáp án D.

Tìm giao điểm của (P) với các trục tọa độ, từ đó tính $\frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ rút ra kết quả nhỏ nhất.

Câu 235: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 5; 0), B(3; 3; 6)$ và đường thẳng

$\Delta: \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$. Một điểm M thay đổi trên đường thẳng sao cho chu vi tam giác MAB nhỏ

nhất. Khi đó tọa độ điểm M và chu vi tam giác là:

A. $M(1; 0; 2); P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$ **B.** $M(1; 2; 2); P = 2(\sqrt{11} + \sqrt{29})$
C. $M(1; 0; 2); P = \sqrt{11} + \sqrt{29}$ **D.** $M(1; 2; 2); P = \sqrt{11} + \sqrt{29}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giải: Gọi $M(-1+2t; 1-t; 2t)$, khi đó: $AM + BM = \sqrt{9t^2 + 20} + \sqrt{(3t-6)^2 + 20}$. Rõ ràng Chu vi P nhỏ nhất khi $AM+BM$ nhỏ nhất.

Cách 1: Dùng MTCT với chức năng Mode 7, nhập hàm $f(x) = \sqrt{9x^2 + 20} + \sqrt{(3x-6)^2 + 20}$, start -4, end 4, step 0,5 ta tìm được P min khi $t=1$. Từ đó chọn được A.

Cách 2: Áp dụng bất đẳng thức cơ bản ta có:

$$\sqrt{(3t)^2 + (2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(-3t+6)^2 + (2\sqrt{5})^2} \geq \sqrt{(3t+6-3t)^2 + (2\sqrt{5}+2\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{29}, \quad \text{dấu}$$

bằng xảy ra khi $\frac{3t}{6-3t} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} \Leftrightarrow t=1$. Từ đó chọn được A.

Câu 236: Cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(7; -2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{2}$. Gọi I là điểm trên d sao cho $AI + BI$ nhỏ nhất. Tìm tổng các tọa độ của I .

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 14.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giải: Gọi $I(-2+3t; 3-2t; 1+2t)$, khi đó $AI + BI = \sqrt{17t^2 - 14t + 6} + \sqrt{17t^2 - 82t + 110}$. Dùng MTCT với chức năng Mode 7, nhập hàm $f(x) = \sqrt{17x^2 - 14x + 6} + \sqrt{17x^2 - 82x + 110}$, start -4, end 4, step 0,5 ta thấy min tại $t=1$, để chắc chắn ta có thể thực hiện lại start -3, end 3, step 0,25, thì min vẫn đạt tại $t=1$. Từ đó ta tìm được $I(1; 1; 3)$ do đó chọn đáp án A.

Câu 237: Cho $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$ và các điểm $A(3; 0; 0), B(0; -6; 0), C(0; 0; 6)$. M là điểm thuộc d sao cho $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}|$ nhỏ nhất. Khi đó MA^2 bằng:

A. 2.

B. 3

C. 4

D. 5

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Dùng hình học. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , khi đó $G(1; -2; 2)$ và $|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3MG$. Do đó biểu thức nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của G lên đường thẳng d . Đây là bài toán tìm hình chiếu cơ bản, ta dễ dàng tìm được $M(1; 0; 0)$ do đó chọn được đáp án A.

Cách 2: Dùng đại số, gọi $M(1+2t; t; t)$, khi đó

$$|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3\sqrt{4t^2 + (t-2)^2 + (t+2)^2} = 3\sqrt{6t^2 + 4} \geq 6, \quad \text{dấu bằng xảy ra}$$

khi $t=0$. Ta tìm được $M(1; 0; 0)$. Từ đó chọn được đáp án A.

Câu 238: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 1 - t \\ z = 5 + 2t \end{cases}$ và

ba điểm $A(1;1;2), B(-1;1;1), C(3;1;0)$. M là điểm thuộc d sao cho biểu thức $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng các tọa độ của M là:

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, khi đó tọa độ $G(1;1;1)$ và biểu thức :

$P = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$, P nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của G lên

d. Ta dễ dàng tìm được $M(\frac{5}{14}; \frac{31}{14}; \frac{52}{7})$. Khi đó tổng các tọa độ: 10, ta chọn đáp án A.

Cách 2: Gọi trực tiếp tọa độ của M theo ẩn t, tìm được biểu thức P là hàm bậc hai của t, từ đó tìm được giá trị nhỏ nhất của nó.

Câu 239: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}$ và

ba điểm $A(6;0;0), B(0;3;0), C(0;0;4)$. M là điểm thuộc d sao cho biểu thức $P = MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng bình phương các tọa độ của M là:

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Cách 1: Gọi G là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ta dễ dàng tìm được $G(1;1;2)$.

Khi đó $P = 6MG^2 + GA^2 + 2GB^2 + 3GC^2$, P nhỏ nhất khi M là hình chiếu vuông góc của G lên d.

Ta dễ dàng tìm được: $M(2;1;1)$, tổng bình phương các tọa độ: 6, chọn đáp án A.

Cách 2: Gọi trực tiếp tọa độ của M theo ẩn t, tìm được biểu thức P là hàm bậc hai của t, từ đó tìm được giá trị nhỏ nhất của nó.

Câu 240: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$ và

hai điểm $A(1;4;2), B(-1;2;4)$. M là điểm thuộc d sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Khi đó hoành độ của M là:

- A. $-\frac{12}{7}$. B. $\frac{12}{7}$. C. $\frac{11}{7}$. D. $-\frac{11}{7}$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giải: Ta có $S_{MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M / AB) = \frac{1}{2} AB \cdot MN$ do AB cố định nên diện tích nhỏ nhất khi khoảng cách từ M đến AB là nhỏ nhất. Khi đó MN là đoạn vuông góc chung của AB và d. Ta dễ dàng tìm được $M(-\frac{12}{7}; \frac{5}{7}; \frac{38}{7})$

Câu 241: Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất, biết $A(1;0;0)$, $B(1;2;0)$.

- A. $M(1;1;2)$. B. $M(0;1;3)$. C. $M(2;0;2)$. D. $M(\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2})$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

Ta có $(1+0+0-4)(1+2+0-4) = 3 > 0 \Rightarrow A, B$ cùng phía so với (P)

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $(P) \Rightarrow M = A'B \cap (P)$.

Gọi d là đường thẳng qua A vuông góc với (P) tại H.

$$\Rightarrow \text{Pt tham số của d là: } \begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$$

$$\Rightarrow H \text{ thỏa mãn phương trình: } (1+t) + t + t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow H(2;1;1).$$

$$\Rightarrow A'(3;2;2) \Rightarrow \overline{A'B}(-2;0;-2) \Rightarrow \text{Pt tham số của } A'B \text{ là: } \begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2 \\ z = -2t \end{cases}$$

$$\Rightarrow M \text{ thỏa mãn phương trình: } (1-2t) + 2 - 2t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{4} \Rightarrow M(\frac{1}{2}; 2; \frac{1}{2})$$

Câu 242: Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất, biết $A(1;0;0)$, $B(1;2;4)$.

- A. $M(1;1;2)$. B. $M(0;2;2)$. C. $M(1;0;3)$. D. $M(2;1;1)$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giải: Ta có $(1+0+0-4)(1+2+4-4) = -9 < 0 \Rightarrow A, B$ khác phía so với $(P) \Rightarrow M = AB \cap (P)$

$$\overrightarrow{AB}(0;2;4) \Rightarrow \text{pt tham số của } AB \text{ là: } \begin{cases} x=1 \\ y=2t \\ z=4t \end{cases} \Rightarrow M \text{ thỏa mãn phương trình:}$$

$$1+(2t)+(4t)-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow M(1;1;2).$$

Câu 243: Cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|MA-MB|$ lớn nhất, biết $A(1;1;1)$, $B(1;1;0)$.

A. $M(1;2;1)$. B. $M(0;2;2)$. C. $M(1;1;2)$. D. $M(3;1;0)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn C

Giải: Ta có $(1+1+1-4)(1+1+0-4)=2>0 \Rightarrow A, B$ cùng phía so với (P)

Ta có $|MA-MB| \leq AB \Rightarrow |MA-MB|$ lớn nhất khi $M = AB \cap (P)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB}(0;0;-1) \Rightarrow \text{Pt tham số của } AB \text{ là: } \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ x=1-t \end{cases}$$

$$\Rightarrow M \text{ thỏa mãn phương trình: } 1+1+(1-t)-4=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow M(1;1;2)$$

Câu 244: Cho mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|MA-MB|$ lớn nhất, biết $A(1;1;1)$, $B(0;1;5)$.

A. $M\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right)$. B. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$. C. $M\left(\frac{5}{3}; 0; \frac{7}{3}\right)$. D. $M(1;1;2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

Giải: Ta có $(1+1+1-4)(0+1+5-4)=-2<0 \Rightarrow A, B$ khác phía so với (P)

Gọi A' là điểm đối xứng A qua (P) , d là đường thẳng qua A vuông góc với (P) tại H

$$\Rightarrow \text{pt tham số của } d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases} \Rightarrow \text{Tọa độ } H \text{ thỏa mãn:}$$

$$(1+t)+(1+t)+(1+t)-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right) \Rightarrow A'\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

Ta có $|MA'-MB| \leq A'B \Rightarrow |MA'-MB|$ lớn nhất khi $M = A'B \cap (P)$.

$$\Rightarrow \overrightarrow{A'B}\left(\frac{-5}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{10}{3}\right) = \frac{-1}{3}(5;2;-10) \Rightarrow \text{Pt tham số của } A'B \text{ là: } \begin{cases} x=5t \\ y=1+2t \\ x=4-10t \end{cases}$$

$$\Rightarrow M \text{ thỏa mãn phương trình: } 5t+(1+2t)+(4-10t)-4=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3} \Rightarrow M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

Câu 245: Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất, biết $A(1; 2; 1)$, $B(0; 1; 2)$.

- A. $M\left(\frac{5}{9}; \frac{14}{9}; \frac{17}{9}\right)$. B. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{1}{3}; 2\right)$. C. $M(1; 1; 2)$. D. $M\left(\frac{4}{9}; \frac{11}{9}; \frac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giải: Xét điểm I tùy ý, ta có $MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 = \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA}$

$$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB}$$

$$\text{Suy ra } MA^2 + 2MB^2 = \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB})$$

$$\Rightarrow MA^2 + 2MB^2 = 3\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + 2\overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB})$$

$$\Rightarrow MA^2 + 2MB^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB})$$

Giả sử $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$, ta có tọa độ của I là:

$$I \begin{cases} x = \frac{x_A + 2x_B}{1+2} = \frac{1+2 \cdot 0}{3} = \frac{1}{3} \\ y = \frac{y_A + 2y_B}{1+2} = \frac{2+2 \cdot 1}{3} = \frac{4}{3} \\ z = \frac{z_A + 2z_B}{1+2} = \frac{1+2 \cdot 2}{3} = \frac{5}{3} \end{cases} \text{ Hay } I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$$

Vậy, với $I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$, ta có $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ nên $MA^2 + 2MB^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2$.

Do I cố định nên IA^2, IB^2 không đổi. Vậy $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P) .

- Đường thẳng (d) qua $I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$ và vuông góc với (P) nhận vectơ pháp tuyến

$\vec{n} = (1; 1; 1)$ của (P)

$$\text{làm vectơ chỉ phương nên có p/trình } (d): \begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{4}{3} + t \\ z = \frac{5}{3} + t \end{cases}$$

- Tọa độ giao điểm H của $(d) \cap (P)$ là: $H\left(\frac{5}{9}; \frac{14}{9}; \frac{17}{9}\right)$.

- H là hình chiếu của I trên (P) .

- Vậy M là hình chiếu của I trên (P) nên $M \equiv H$

Kết luận: $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất khi $M\left(\frac{5}{9}; \frac{14}{9}; \frac{17}{9}\right)$

Câu 246: Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất, biết $A(1; 2; 1)$, $B(0; 1; 4)$.

- A. $M\left(\frac{1}{9}; \frac{10}{9}; \frac{25}{9}\right)$. B. $M\left(0; \frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $M\left(1; \frac{4}{3}; \frac{5}{3}\right)$. D. $M(1; 1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Giải: Xét điểm I tùy ý, ta có $MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 = \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA}$

$$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 = \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB}$$

$$\text{Suy ra } MA^2 + 2MB^2 = \overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{IB})$$

$$\Rightarrow MA^2 + 2MB^2 = 3\overrightarrow{MI}^2 + \overrightarrow{IA}^2 + 2\overrightarrow{IB}^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB})$$

$$\Rightarrow MA^2 + 2MB^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB})$$

Giả sử $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} = -2\overrightarrow{IB}$, ta có tọa độ của I là:

$$I \begin{cases} x = \frac{x_A + 2x_B}{1+2} = \frac{1+2 \cdot 0}{3} = \frac{1}{3} \\ y = \frac{y_A + 2y_B}{1+2} = \frac{2+2 \cdot 1}{3} = \frac{4}{3} \\ z = \frac{z_A + 2z_B}{1+2} = \frac{1+2 \cdot 4}{3} = 3 \end{cases} \text{ Hay } I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 3\right)$$

Vậy, với $I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 3\right)$, ta có $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$ nên $MA^2 + 2MB^2 = 3MI^2 + IA^2 + 2IB^2$.

Do I cố định nên IA^2, IB^2 không đổi. Vậy $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P) .

- Đường thẳng (d) qua $I\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{3}; 3\right)$ và vuông góc với (P) nhận vectơ pháp tuyến

$$\vec{n} = (1; 1; 1) \text{ của } (P) \text{ làm vectơ chỉ phương nên có p/trình } (d): \begin{cases} x = \frac{1}{3} + t \\ y = \frac{4}{3} + t \\ z = 3 + t \end{cases}$$

- Tọa độ giao điểm H của $(d) \cap (P)$ là: $H\left(\frac{1}{9}; \frac{10}{9}; \frac{25}{9}\right)$.

- H là hình chiếu của I trên (P) .

- Vậy M là hình chiếu của I trên (P) nên $M \equiv H$

Kết luận: $MA^2 + 2MB^2$ nhỏ nhất khi $M\left(\frac{1}{9}; \frac{10}{9}; \frac{25}{9}\right)$

Câu 247: Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất, biết $A(1;1;1)$, $B(1;2;0)$, $C(0;0;3)$.

- A. $M(1;1;2)$. B. $M\left(1; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$. D. $M\left(\frac{3}{3}; 1; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Bằng cách phân tích } \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} &= \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \\ &= 6\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} \end{aligned}$$

Đến đây chỉ việc tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow$

$$|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}| = 6|\overrightarrow{MI}|$$

$$\text{Chú ý: } \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{1}{6}(\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{OC})$$

$$\text{Suy ra tọa độ của } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{1}{6}(x_A + 3x_B + 2x_C) = \frac{2}{3} \\ y_I = \frac{1}{6}(y_A + 3y_B + 2y_C) = \frac{7}{6} \\ z_I = \frac{1}{6}(z_A + 3z_B + 2z_C) = \frac{7}{6} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{2}{3}; \frac{7}{6}; \frac{7}{6}\right)$$

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P) .

$$\text{Gọi } d \text{ là đường qua } I \text{ vuông góc với } (P) \Rightarrow \text{pt tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x = \frac{2}{3} + t \\ y = \frac{7}{6} + t \\ z = \frac{7}{6} + t \end{cases}$$

$$\text{Khi đó tọa độ } M \text{ thỏa mãn: } \left(\frac{2}{3} + t\right) + \left(\frac{7}{6} + t\right) + \left(\frac{7}{6} + t\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3} \Rightarrow M\left(1; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$$

Câu 248: Cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Tìm điểm $M \in (P)$ sao cho $|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}|$ nhỏ nhất, biết $A(1;2;1)$, $B(1;2;0)$, $C(0;0;3)$.

- A. $M(1;1;2)$. B. $M\left(\frac{17}{12}; \frac{7}{12}; 1\right)$. C. $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{5}; 3\right)$. D. $M\left(\frac{7}{6}; \frac{17}{12}; \frac{17}{12}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn D

Bằng cách phân tích $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})$

$$= 8\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC}$$

Đến đây chỉ việc tìm tọa độ điểm I sao cho $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow$

$$|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = 8|MI|$$

Chú ý: $\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OI} = \frac{1}{8}(\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB} + 4\overrightarrow{OC})$

$$\text{Suy ra tọa độ của } I \text{ là } \begin{cases} x_I = \frac{1}{8}(x_A + 3x_B + 4x_C) = \frac{1}{4} \\ y_I = \frac{1}{8}(y_A + 3y_B + 4y_C) = \frac{1}{2} \\ z_I = \frac{1}{8}(z_A + 3z_B + 4z_C) = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

$\Rightarrow M$ là hình chiếu của I trên (P) .

$$\text{Gọi } d \text{ là đường qua } I \text{ vuông góc với } (P) \Rightarrow \text{pt tham số của } d \text{ là: } \begin{cases} x = \frac{1}{4} + t \\ y = \frac{1}{2} + t \\ z = \frac{1}{2} + t \end{cases}$$

Khi đó tọa độ M thỏa mãn: $\left(\frac{1}{4} + t\right) + \left(\frac{1}{2} + t\right) + \left(\frac{1}{2} + t\right) - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{11}{12} \Rightarrow$

$$M\left(\frac{7}{6}; \frac{17}{12}; \frac{17}{12}\right)$$

Câu 249: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho hai đường chéo nhau $d_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-11}{-1}$,

$d_2: \frac{x+4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$. Tìm điểm I không thuộc d_1 và d_2 sao cho $d(I, d_1) + d(I, d_2)$ nhỏ nhất.

A. $I(5; 2; 5)$.

B. $I(7; 3; 9)$

C. $I(7; -2; -11)$. D.

$I(-7; 2; 11)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

♦ Tự luận:

hai đường thẳng d_1 và d_2 chéo nhau $d_1: \frac{x-5}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-11}{-1}$, $d_2: \frac{x+4}{-7} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-4}{3}$. Tìm

điểm I không thuộc sao cho $d(I, d_1) + d(I, d_2)$ nhỏ nhất.

Gọi N, M lần lượt là hình chiếu của I lên d_1 và d_2 , khi đó

$$d(I, d_1) + d(I, d_2) = IN + IM \geq NM$$

$$\Rightarrow \min(d(I, d_1) + d(I, d_2)) = NM$$

NM nhỏ nhất khi NM là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2

$$d_1 : \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 + 2t' \\ z = 11 - t' \end{cases} \Rightarrow N(5 + t'; -1 + 2t'; 11 - t')$$

$$d_2 : \begin{cases} x = -4 - 7t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 3t \end{cases} \Rightarrow M(-4 - 7t; 3 + 2t; 4 + 3t)$$

$$\overrightarrow{NM} = (-9 - 7t - t'; 4 + 2t - 2t'; -7 + 3t + t')$$

$$\vec{a} = [\vec{a}_{d_1}, \vec{a}_{d_2}] = (8; 4; 16)$$

Vì $\overrightarrow{NM}$ cùng phương $\vec{a}$ nên

$$\overrightarrow{NM} = k\vec{a} = (-9 - 7t - t'; 4 + 2t - 2t'; -7 + 3t + t') = k(8; 4; 16)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t' = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow M(-4; 3; 12), N(-18; 7; 10)$$

$$\Leftrightarrow I(-7; 2; 11)$$

Câu 250: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho $A(-1; 3; 4), B(2; 1; 2)$. Tìm điểm M sao cho biểu thức $P = |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(\frac{1}{2}; 2; 3\right)$ B. $M\left(\frac{3}{2}; -1; -1\right)$ C. $M\left(-\frac{3}{2}; 1; 1\right)$ D.

$M(-3; 2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

♦ Tự luận:

Ta có: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}|$ nhỏ nhất khi M là trung điểm của AB

Câu 251: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho tam giác ABC với $A(2; 0; -3); B(-1; -2; 4); C(2; -1; 2)$. Tìm điểm E sao cho biểu thức $P = |\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{EC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $D(1; 1; 1)$ B. $D(1; -1; 1)$ C. $D(-1; -2; -1)$ D.

$D(0; 2; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

♦ Tự luận:

Ta có: $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}|$ nhỏ nhất khi D là trọng tâm tam giác ABC

Câu 252: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho 4 điểm $A(0;1;5); B(2;0;0); C(0;0;6); D(2;4;-3)$.

Tìm điểm E sao cho biểu thức $P = |\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} - \overrightarrow{CE} - \overrightarrow{DE}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $E\left(1; \frac{5}{4}; 2\right)$ B. $E\left(0; -3; \frac{1}{2}\right)$ C. $E(-1; -3; 0)$ D.

$E(2; 0; -1)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

♦ Tự luận:

Ta có: nhỏ nhất khi có tổng bằng 0

Câu 253: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 100$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 9 = 0$. Tìm I trên mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ I đến (P) lớn nhất.

A. B. $I = \left(\frac{-11}{3}; \frac{14}{3}; \frac{13}{3}\right)$ C. $I = \left(\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right)$ D. $I = \left(-\frac{29}{3}; \frac{26}{3}; \frac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

♦ Tự luận:

$I(3; -2; 1)$ là tâm mặt cầu ta có: $d(I; (P)) = 6 < R$ vậy (P) cắt (S)

Ta nhận xét được khoảng cách từ điểm M thuộc (S) đến (P) lớn nhất khi $M \in d$ với d đi qua I và vuông góc với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu tại 2 điểm thử lại bằng cách sử dụng khoảng cách từ điểm đến mặt tìm được điểm M cần tìm.

$$d: \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 - 2t; I(3 + 2t; -2 - 2t; 1 - t) \\ z = 1 - t \end{cases}$$

d cắt (S) tại I vậy tọa độ I thỏa phương trình của d và mặt cầu (S)

$$(2t)^2 + (-2t)^2 + (-t)^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{10}{3} \\ t = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Tìm ra hai điểm M. Thử lại ta có $M\left(\frac{29}{3}; -\frac{26}{3}; -\frac{7}{3}\right)$

Câu 254: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho tam giác ABC với $A(2;3;4); B(-2;-3;0); C(2;3;0)$. Gọi I là tâm mặt cầu đi qua 3 điểm ABC của tam giác. Tìm I để mặt cầu có bán kính nhỏ nhất.

A. $I(0; 0; 2)$ B. $I(2; 3; 2)$ C. $I(0; 0; 0)$ D. $I(-2; 3; 2)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Nhận xét thấy mặt cầu có bán kính nhỏ nhất khi mặt phẳng ABC chứa tâm I. Mà tam giác ABC là tam giác vuông tại C. Nên I là trung điểm của AB

Câu 255: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C', với $A(0;0;0); B(0;1;0); C\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}; 0\right); A'(0;0;2)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc cạnh AA' sao cho diện tích tam giác MC'D đạt giá trị lớn nhất, với D là trung điểm của BB'.

- A. $M(0;0;0)$ B. $M(0;0;2)$ C. $M(0;0;1)$. D. $I\left(0;0;\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn A

Nhận xét: $M \in AA' \Rightarrow M(0;0;t)$ với $t \in [0;2]$.

$$S_{\Delta MC'D} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DM} \right] \right| = \frac{1}{4} \sqrt{4t^2 - 12t + 15}$$

Tìm max với $t \in [0;2]$. tìm được $t=0$. khi đó, $M(0;0;0)$

Câu 256: Trong không gian với hệ trục Oxyz, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ và điểm $A(3;0;0); B(4;2;1)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = MA + 2MB$.

- A. $\max P = 2\sqrt{2}$ B. $\max P = 4\sqrt{2}$ C. $\max P = \sqrt{2}$ D. $\max P = 3\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Hướng dẫn giải: Chọn B

$$(S): (x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{tâm } I(-1; 4; 0) \\ R = 2\sqrt{2} \end{array} \right.$$

$$R = 2\sqrt{2}$$

và điểm $A(3;0;0); B(4;2;1)$

$M \in (S)$ nên M thỏa $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 8$ hay $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 8y + 9 = 0$.

MA+2MB nhỏ nhất.

$$\begin{aligned} AM &= \sqrt{(x-3)^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 9} \\ &= \sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 9 + 3(x^2 + y^2 + z^2) - 3(x^2 + y^2 + z^2)} \\ &= \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 6x + 9 - 3(-2x + 8y - 9)} \\ &= \sqrt{4x^2 + 4y^2 + 4z^2 - 24y + 36} = 2\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 - 6y + 9} \\ &= 2\sqrt{x^2 + (y-3)^2 + z^2} = 2CM \end{aligned}$$

Với $C(0;3;0)$

Ta thấy $IC < R$; $IB > R$. Nên $MA + 2MB$ nhỏ nhất khi $2(MC + MB)$ nhỏ nhất là M, C, B thẳng hàng

$$= 2BB' = 4\sqrt{2}$$