SỞ GIÁC DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG THPT TRƯNG VƯƠNG

ĐỀ THI THỬ KỲ THI THI THPT QUỐC GIA 2016
MÔN TOÁN – Thời gian: 180 phút

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x - \sqrt{5 - x^2}$ tại điểm *M* có hoành độ bằng $x = 2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức *z* thỏa mãn $2z - i.\overline{z} = 3$. Tìm z.

b) Giải phương trình: $2^{x+1} + 4.2^{-x} = 6$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^1 x\ln(x+1)dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt cầu (S) bán kính bằng $\sqrt{3}$, có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - y + z - 3 = 0$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính: $P = \dfrac{\cos 2x + 3\sin^2 x}{\sin 2x - 3}$ biết $\tan x = 2$.

b) Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 6 viên bi trắng và 4 viên bi vàng. Người ta chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ cả ba màu.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật. *E* là điểm trên cạnh *AD* sao cho *BE* vuông góc với *AC* tại *H* và *AB* > *AE*. Hai mặt phẳng (*SAC*) và (*SBE*) cùng vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*). Góc hợp bởi *SB* và mặt phẳng (*SAC*) bằng 30^0. Cho $AH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$, $BE = a\sqrt{5}$. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD*.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* vuông tại *A* có $H(0;2)$ là chân đường cao vẽ từ *A* và $K(3;10)$ là điểm nằm trên trung tuyến vẽ từ *A*. Tìm tọa độ các điểm *A*, *B*, *C* biết đường thẳng chứa đường phân giác trong góc *A* có phương trình $3x - y + 6 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^6 + 3x^2 - 4 = y^3 + 3y^2 + 6y \\ 2y - (x+1)\sqrt{x^2 + y + 8} + 7 = x \end{cases}$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho *x*, *y* là 2 số thực thỏa mãn $\left(x^2 + y^2 + 1\right)^2 + 3x^2y^2 + 1 = 4x^2 + 5y^2$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{x^2 + 2y^2 - 3x^2y^2}{x^2 + y^2 + 1}$.

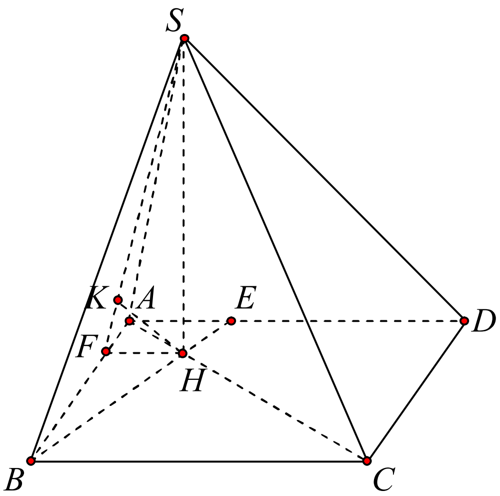
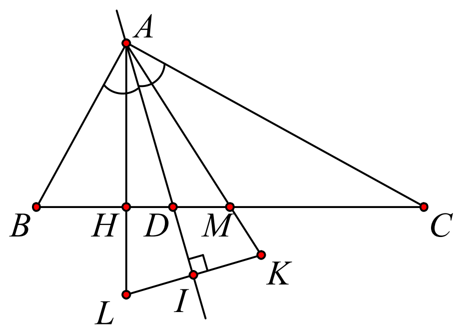
------------**HẾT**------------

Họ và tên thí sinh: ……………………………………; Số báo danh: ……………………………..

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Điểm
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.	**1,0đ**
	TXĐ: $D=\mathbb{R}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$	0,25
	$y'=-3x^2+6x=-3x(x-2)$ $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$	0,25
	Lập bảng biến thiên. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$, $(2,+\infty)$, đồng biến trên $(0,2)$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT}=-1$; đạt cực đại tại $x=2$, $y_{CD}=3$	0,25
	Vẽ đồ thị	0,25
2	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x-\sqrt{5-x^2}$ tại điểm M có hoành độ bằng x = 2.	**1,0đ**
	Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Ta có $x_0=2 \Rightarrow y_0=1 \Rightarrow M(2;1)$	0,25
	$y'=1+\dfrac{x}{\sqrt{5-x^2}}$. Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là $k=3$	0,5
	Phương trình tiếp tuyến: $y=3(x-2)+1=3x+5$	0,25
3	a) Cho số phức z thỏa mãn $2z-i.\overline{z}=3$. Tìm z.	**0,5đ**
	$z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $2z-i.\overline{z}=3 \Leftrightarrow 2a-b+(2b-a)i=3$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a-b=3 \\ 2b-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$. Vậy $z=2+i$	0,25
	b) Giải phương trình: $2^{x+1}+4.2^{-x}=6$	**0,5đ**
	Đặt $t=2^x\ (t>0)$, phương trình $\Leftrightarrow t^2-3t+2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$	0,25

4	Tính tích phân: $I=\int_0^1 x\ln(x+1)dx$.	**1,0đ**
	Đặt $u=\ln(x+1)\Rightarrow du=\dfrac{dx}{x+1}; dv=xdx\Rightarrow v=\dfrac{x^2-1}{2}$	0,25
	$I=\dfrac{(x^2-1)\ln(x+1}{2}\Big\|_0^1-\int_0^1\dfrac{x-1}{2}dx$	0,25
	$=-\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x^2}{2}-x\right)\Big\|_0^1=\dfrac{1}{4}$	0,5
5	Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, viết phương trình mặt cầu (S) bán kính bằng $\sqrt{3}$, có tâm thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-y+z-3=0$.	**1,0đ**
	Tọa độ tâm *I* của mặt cầu (S) là $I(1+t;2t;-1-2t)\in\Delta$	0,25
	Khoảng cách từ *I* đến (*P*) bằng bán kính $\Rightarrow \|t+1\|=1\Leftrightarrow t=0\vee t=-2$	0,25
	$t=0\Rightarrow I(1;0;-1)\Rightarrow$ phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3$	0,25
	$t=-2\Rightarrow I(-1;-4;3)\Rightarrow$ phương trình mặt cầu: $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=3$	0,25
6	a) Tính: $P=\dfrac{\cos 2x+3\sin^2 x}{\sin 2x-3}$ biết $\tan x=2$.	**0,5đ**
	$P=\dfrac{\cos^2 x+2\sin^2 x}{2\sin x\cos x-3\cos^2 x-3\sin^2 x}$	0,25
	$=\dfrac{1+2\tan^2 x}{2\tan x-3-3\tan^2 x}=-\dfrac{9}{11}$	0,25
	b) Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 6 viên bi trắng và 4 viên bi vàng. Người ta chọn ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất để 3 viên bi lấy ra có đủ cả ba màu.	**0,5đ**
	Số phần tử của không gian mẫu: $C_{15}^3=455$ Số kết quả thuận lợi cho biến cố "Ba viên bi lấy ra đủ cả ba màu": 6.5.4 = 120	0,25
	Xác suất cần tính là: $\dfrac{120}{455}=\dfrac{24}{91}$	0,25

7	Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật. *E* là điểm trên cạnh *AD* sao cho *BE* vuông góc với *AC* tại *H* và *AB* > *AE*. Hai mặt phẳng (*SAC*) và (*SBE*) cùng vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*). Góc hợp bởi *SB* và mặt phẳng (*SAC*) bằng 30^0. Cho $AH=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$, $BE=a\sqrt{5}$. Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD*.	**1,0đ**
	• $\begin{cases}(SAC)\perp(ABCD)\\(SBE)\perp(ABCD)\\(SBE)\cap(SAC)=SH\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$ • $\begin{cases}BE\perp SH(SH\perp(ABCD))\\BE\perp AC\end{cases}\Rightarrow BE\perp(SAC)$ $\Rightarrow SH$ là hình chiếu của *SA* trên (*SAC*) $\Rightarrow \widehat{\left(SB,(SAC)\right)}=\widehat{\left(SB,SH\right)}=\widehat{BSH}=30^0$  	0,25
	• Đặt $AB=x>0$ Ta có $AE=\sqrt{BE^2-AB^2}=\sqrt{5a^2-x^2}$ Lại có: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AE^2}\Leftrightarrow\frac{5}{4a^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{5a^2-x^2}\Leftrightarrow x^4-5a^2x^2+4a^2=0$ $\Leftrightarrow x^2=a^2$ hoặc $x^2=4a^2\Leftrightarrow x=a$ hoặc $x=2a$ Loại $x=a$ vì khi đó $AE=2a>a=AB$. Vậy $AB=2a$	0,25
	• $BH=\sqrt{AB^2-AH^2}=\frac{4a}{\sqrt{5}}$ • $\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{BC^2}\Leftrightarrow\frac{5}{16a^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{BC^2}\Leftrightarrow\frac{1}{BC^2}-\frac{1}{64a^2}\Rightarrow BC=4a$	0,25
	• Tam giác *SBH* vuông tại $H\Rightarrow$ $SH=BH.\cot\widehat{BSH}=\frac{4a}{\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3}=\frac{4a\sqrt{15}}{5}$ • $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\frac{32a^3\sqrt{15}}{15}$	0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho tam giác *ABC* vuông tại *A* có $H(0;2)$ là chân đường cao vẽ từ *A* và $K(3;10)$ là điểm nằm trên trung tuyến vẽ từ *A*. Tìm tọa độ các điểm *A*, *B*, *C* biết đường thẳng chứa đường phân giác trong góc *A* có phương trình $3x-y+6=0$.	**1,0đ**
	Ta có: $\widehat{MAC}=\widehat{MCA}=\widehat{BAH}$ $\Rightarrow\widehat{HAD}=\widehat{MAD}$ $\Rightarrow AD$ là tia phân giác góc $\widehat{HAM}$ Gọi *L* là điểm đối xứng của *K* qua *AD* $\Rightarrow K\in AH$ Tọa độ $L(0;1)$  	0,25

	Phương trình $AH: x=0 \Rightarrow A(0;6)$ Phương trình $AK: 4x-3y+18=0$; Phương trình $BC: y=2 \Rightarrow M(-3;2)$	0,25
	Phương trình đường tròn tâm M, bán kính MA: $(x+3)^2+(y-2)^2=25$	0,25
	Vậy $B(2;2), C(-8;2)$ hoặc $B(-8;2), C(2;2)$	0,25
9	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^6+3x^2-4=y^3+3y^2+6y & (1) \\ 2y-(x+1)\sqrt{x^2+y+8}+7=x & (2) \end{cases}$.	**1,0đ**
	• Điều kiện: $x^2+y+8\ge 0$ • $(1) \Leftrightarrow (x^2)^3+3x^2=(y+1)^3+3(y+1) \Leftrightarrow f(x^2)=f(y+1)$ với $f(t)=t^3+3t$. • Ta có: $f'(t)=3t^2+3>0, \forall t\in\mathbb{R} \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó : $f(x^2)=f(y+1) \Rightarrow x^2=y+1 \Leftrightarrow y=x^2-1$	0,25
	• Với $y=x^2-1$, (2) trở thành: $2(x^2-1)-(x+1)\sqrt{2x^2+7}-x+7=0$ $\Leftrightarrow 2x^2+7-(x+1)\sqrt{2x^2+7}-x-2=0$ (*) Đặt $t=\sqrt{x^2+7}$ $(t\ge\sqrt{7})$, (*) trở thành: $\Leftrightarrow t^2-(x+1)t-x-2=0$ (**) • Ta có $\Delta=(x+3)^2$ nên (**) có hai nghiệm $t=x+2$ hoặc $t=-1$ (loại)	0,25
	$t=x+2 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+2}=x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -2 \\ 2x^2+7=x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$	0,25
	• Với $x=1 \Rightarrow y=0$ (nhận) • Với $x=3 \Rightarrow y=8$ (nhận) Kết luận: hệ có hai nghiệm $(x;y)$ là $(1;0),(3;8)$	0,25
10	Cho x, y là 2 số thực thỏa mãn $\left(x^2+y^2+1\right)^2+3x^2y^2+1=4x^2+5y^2$ (1). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x^2+2y^2-3x^2y^2}{x^2+y^2+1}$.	**1,0đ**
	$(1) \Leftrightarrow \left(x^2+y^2\right)^2-\left(x^2+y^2\right)+2=x^2+2y^2-3x^2y^2$ $\Rightarrow P=\dfrac{\left(x^2+y^2\right)^2-\left(x^2+y^2\right)+2}{x^2+y^2+1}$	0,25
	$(1) \Leftrightarrow \left(x^2+y^2\right)^2-3\left(x^2+y^2\right)+2=-\left(x^2+3x^2y^2\right)=-x^2\left(1+3y^2\right)\le 0$ $\Rightarrow 1\le x^2+y^2\le 2$	0,25
	Đặt $t=x^2+y^2; P=f(t)=\dfrac{t^2-t+2}{t+1}, t\in[1;2]$ $f'(t)=1-\dfrac{4}{(t+1)^2}\ge 0, \forall t\in[1;2] \Rightarrow f$ đồng biến trên $[1;2]$.	0,25
	GTNN của P là $f(1)=1$ khi $(x;y)=(0;\pm 1)$. GTLN của P là $f(2)=\dfrac{4}{3}$ khi $(x;y)=\left(0;\pm\sqrt{2}\right)$.	0,25