



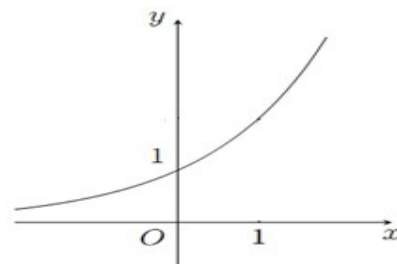
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-3$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?

- A. $y=x^3-3x+1$
B. $y=x^4-2x^2+1$
C. $y=2020^x$
D. $y=\log_{2020}(x+2020)$

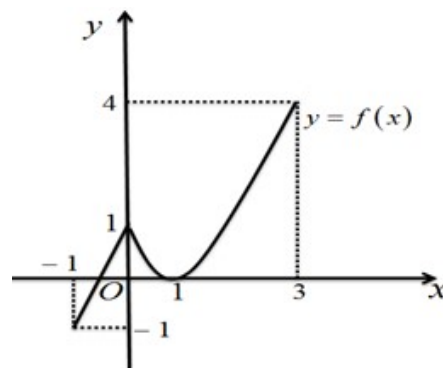


Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $y=\log_{\frac{2}{3}}x$.
B. $y=\log_{2020}x$.
C. $y=\log_{\pi}x$.
D. $y=\ln x$.

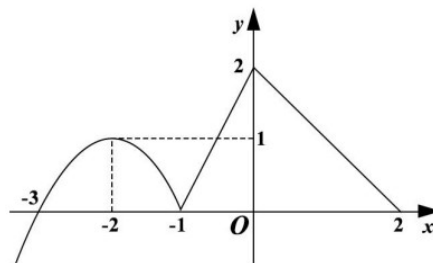
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Ta có giá trị của $M+2m$ là:

- A. $M+2m=1$
B. $M+2m=2$
C. $M+2m=3$
D. $M+2m=4$



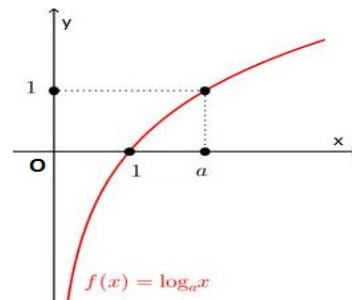
Câu 5. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.
Số nghiệm của phương trình: $2f(x)-1=0$ là:

- A. 4.
B. 1.
C. 2.
D. 3.



Câu 6. Hàm số $y = \log_a x$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $0 < a < 1$. B. $a > 1$.
C. $a \neq 0$. D. $a > 0$.



Câu 7. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$, $\forall x > 0, y > 0$ B. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$, $\forall x > 0, y > 0$
C. $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ với $0 < b, c \neq 1$ D. $\log_a x^2 = 2 \log_a |x|$, $\forall x \in \mathbb{R}$

Câu 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2020}{x + 5}$ là:

- A. $y = -5$. B. $y = 1010$. C. $y = -404$. D. $y = 2$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{2} \right)^x$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. B. Đồ thị hàm số nhận Oy làm tiệm cận đứng
C. Đồ thị hàm số luôn nằm trên Ox D. Đồ thị hàm số nhận Ox làm tiệm cận ngang.

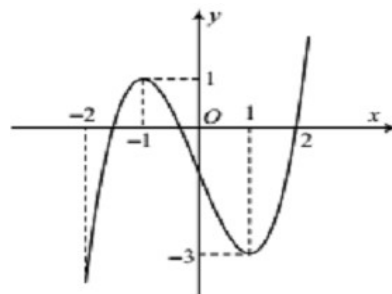
Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = e^x - \log_3 x + 1, (x > 0)$ là:

- A. $y' = e^x - \frac{1}{x \ln 3}$. B. $y' = xe^{x-1} - \frac{1}{x}$. C. $y' = xe^{x-1} - \frac{1}{x \ln 3}$. D. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.

Câu 11. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(0; 2)$.
C. $(-2; -1)$. D. $(-2; 1)$.



Câu 12. Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 e^x dx$

- A. $I = 2e + 1$ B. $I = e + 1$ C. $I = 2e - 1$ D. $I = e - 1$

Câu 13. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

- A. $F(x) = 2^x + 2020$. B. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2020$. C. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2020x$. D. $F(x) = 2^x \ln 2$.

Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lũy thừa?

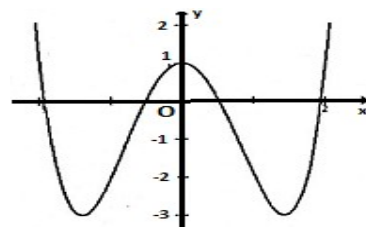
- A. $y = 2020^x$. B. $y = \sqrt[3]{x^2}$. C. $y = x^{\frac{1}{4}}$. D. $y = e^x$.

Câu 15. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^6 f(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^6 f(x) dx$ bằng?

- A. 7. B. -3. C. 6. D. 10.

Câu 16. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?

- A. $y = x^4 - 4x^2 - 1$ B. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$
 C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$ D. $y = x^4 + x^2 + 1$



Câu 17. Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $P = x^{\frac{13}{24}}$ B. $P = x^{\frac{23}{12}}$ C. $P = x^{\frac{12}{23}}$ D. $P = x^{\frac{23}{24}}$

Câu 18. Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln(9a) - \ln(7a)$ bằng ?

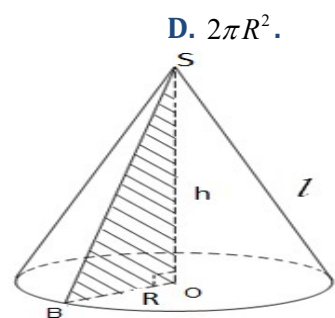
- A. $\frac{\ln(9a)}{\ln(7a)}$ B. $\ln \frac{9}{7}$ C. $\ln(2a)$ D. $\frac{\ln 9}{\ln 7}$

Câu 19. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng ?

- A. $4\pi R^2$ B. $4\pi R$ C. πR^2 D. $2\pi R^2$

Câu 20. Khối nón tròn xoay bán kính đáy R , đường sinh l , chiều cao h , có thể tích V bằng ?

- A. $V = \pi R l$ B. $V = \pi R^2 h$
 C. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ D. $V = \pi R^2 l$

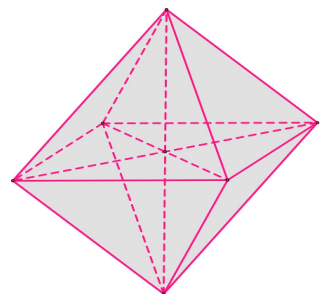


Câu 21. Khối lập phương là khối đa diện đều loại ?

- A. $\{3; 4\}$ B. $\{3; 3\}$ C. $\{3; 5\}$ D. $\{4; 3\}$

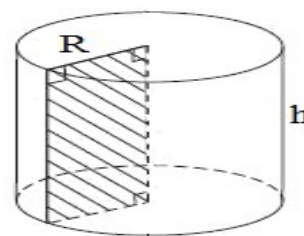
Câu 22. Khối bát diện đều có số mặt phẳng đối xứng ?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.



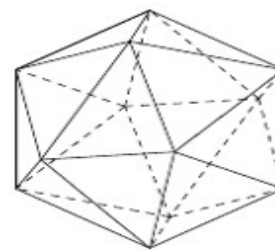
Câu 23. Mặt trụ tròn xoay bán kính đáy R , chiều cao h , có diện tích xung quanh S_{xq} bằng ?

- A. $S_{xq} = \pi R h$ B. $S_{xq} = 2\pi R h + \pi R^2$
 C. $S_{xq} = 2\pi R^2$ D. $S_{xq} = 2\pi R h$



Câu 24. Khối hai mươi mặt đều có số đỉnh là ?

- A. 20. B. 12.
 C. 30. D. 8.



Khối 20 mặt đều

Câu 25. Nghiệm của phương trình $2^{2x+1} = 32$ bằng ?

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Câu 26. Cho phương trình $\log_3(x-1) = 1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng** ?

A. $x \in (1; 3)$.

B. $x \in (0; 2)$.

C. $x \in (3; 4)$.

D. $x \in (3; 5)$.

Câu 27. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - x + 1$ là :

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x$

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + C$.

C. $F(x) = 3x^2 - 1$.

D. $F(x) = x^4 - x^2 + 1 + C$.

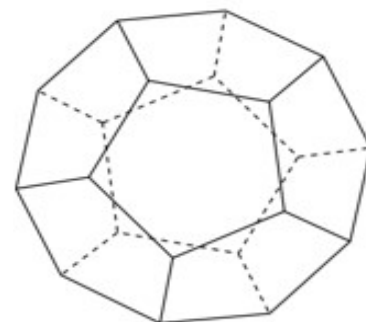
Câu 28. Khối mười hai mặt đều có số cạnh là ?

A. 20.

B. 12.

C. 30.

D. 8.



Khối 12 mặt đều

Câu 29. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $R = a$ và chiều cao $h = 2a$ bằng :

A. $2a^3$

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

D. $2\pi a^3$.

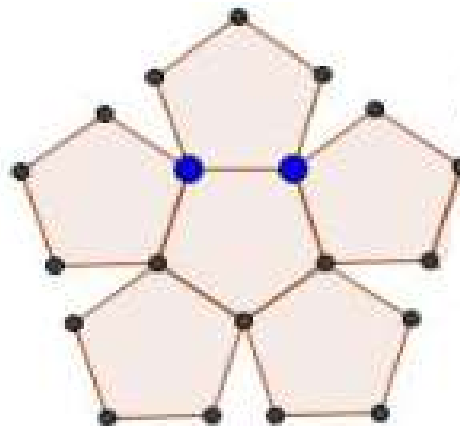
Câu 30. Để làm một sản phẩm lịch **Canh Tý 2020** để bàn như hình vẽ cần dùng $50cm^2$ giấy cho mỗi mặt (ứng với một tháng trong năm). Biết đơn giá giấy trên thị trường là 200.000 đồng / m^2 . Hỏi chi phí giấy cần dùng để làm một sản phẩm lịch trên bằng :

A. 12.000 đồng

B. 20.000 đồng.

C. 6.000.000 đồng.

D. 200.000 đồng.



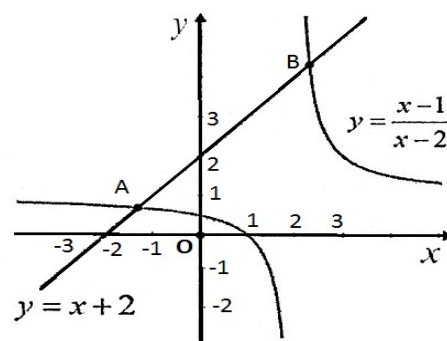
Câu 31. Tính độ dài đoạn thẳng AB trong hình vẽ :

A. $AB = 3\sqrt{3}$.

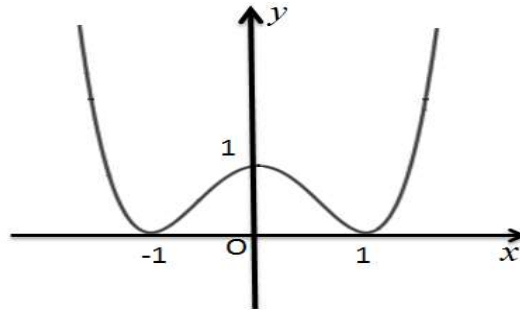
B. $AB = \sqrt{13}$.

C. $AB = \sqrt{26}$.

D. $AB = 2\sqrt{2}$.



Câu 41. Cho giới hạn $f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{2002(x^3 + 3x^2 - 4)\sqrt{x^2 + 2020}}{f(x)} \text{ là ?}$$

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2

Câu 42. Nhân dịp đi du **Xuân Canh Tý**, ba bạn **Trang, Hoàng, Tân** rủ nhau rút quẻ xem vận mệnh. Khi đó trong hộp chỉ còn các quẻ có số thứ tự từ 5 đến 15 (luôn có ít nhất ba quẻ cùng ghi một số). Mỗi bạn rút ngẫu nhiên một quẻ và yêu cầu bạn **Linh** tính xác suất để tổng các số ghi trên ba quẻ là một số chia hết cho 3. Kết quả **đúng** là ?

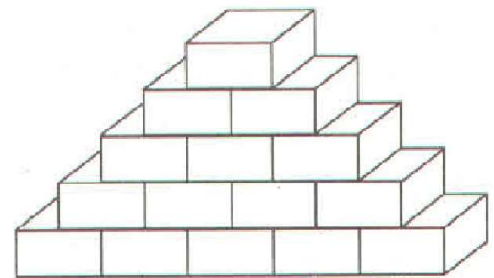
A. $\frac{112}{1331}$.

B. $\frac{60}{1331}$.

C. $\frac{203}{1331}$.

D. $\frac{443}{1331}$.

Câu 43. Bà chủ khách sạn trên đèo **Mã Pì Lèng** muốn trang trí một góc nhỏ trên ban công sân thượng cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (như hình vẽ), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có 1 viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên ?



A. 25250. B. 125250. C. 12550. D. 250500.

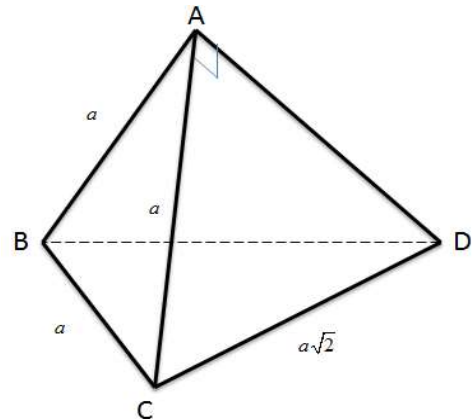
Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = a\sqrt{2}$, $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a , $\triangle ACD$ vuông tại A . Mặt phẳng (BCD) vuông góc với mặt phẳng (ABD) . Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng ?

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{6}$.

D. $4\pi a^3$.



Câu 45. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của $m \in (-2020; 2020)$ để phương trình đã cho có nghiệm là ?

A. 9.

B. 2021.

C. 2020.

D. 2019.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 13\pi]$ của phương trình $2\cos^3 x + \cos^2 x + \cos 2x = 0$. Tổng các phần tử của S bằng ?

A. $\frac{380\pi}{3}$.

B. $\frac{400\pi}{3}$.

C. $\frac{420\pi}{3}$.

D. 120π

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn (C) tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất?

A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

B. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$.

D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1;4]$ thỏa mãn $f(1) = 26$ và $f(x) = x.f'(x) - 8x^3 - 5x^2$. Tính giá trị của $f(4)$?

A. 400.

B. 2020.

C. 404.

D. 2022.

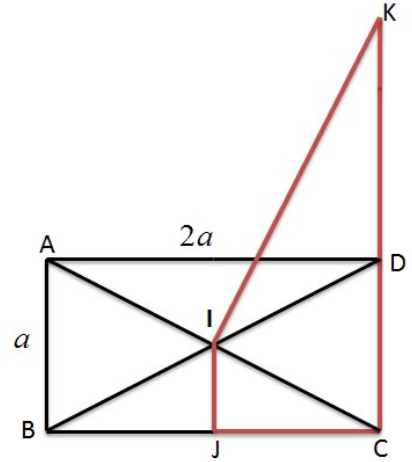
Câu 49. Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm I , biết $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi J là trung điểm của BC , đường thẳng qua I và vuông góc với AC cắt CD tại điểm K . Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho tứ giác $CKIJ$ quay xung quanh trục CK bằng?

A. $\frac{5}{6}\pi a^3$.

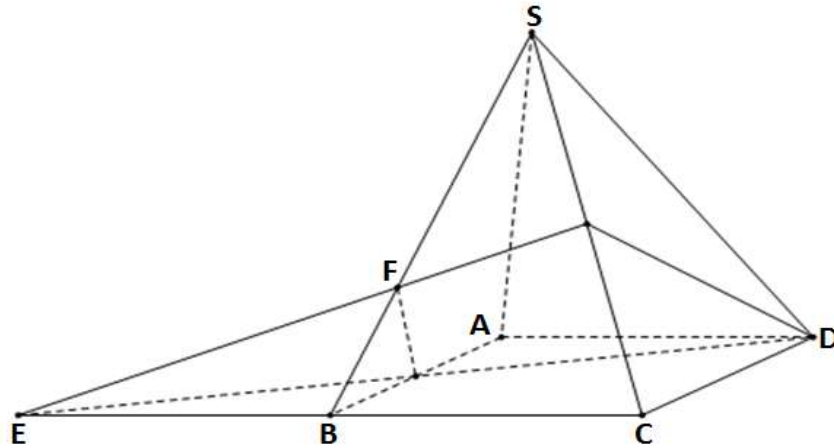
B. $\frac{7}{6}\pi a^3$.

C. $\frac{5}{2}\pi a^3$.

D. $\frac{14}{3}\pi a^3$.



Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là điểm đối xứng với C qua B và F là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{SF} = -2\overrightarrow{BF}$. Mặt phẳng (DEF) chia khối chóp $S.ABCD$ thành 2 khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?



A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{7}{5}$.

D. $\frac{12}{7}$.

----- HẾT -----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -3$.

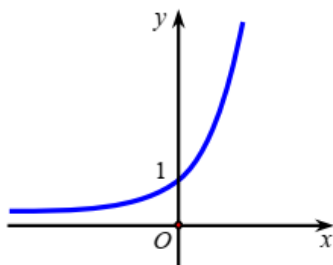
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 2. Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

C. $y = 2020^x$.

D.

$y = \log_{2020}(x + 2020)$.

Lời giải

Chọn C

Do đồ thị hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên loại các phương án **A**, **B**.

Mà đồ thị luôn nằm phía trên trục Ox nên loại phương án **D**.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{2}{3}} x$.

B. $y = \log_{2020} x$.

C. $y = \log_{\pi} x$.

D. $y = \ln x$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \log_{\frac{2}{3}} x$ có $a = \frac{2}{3} \Rightarrow 0 < a < 1 \Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Xét hàm số $y = \log_{2020} x$ có $a = 2020 > 1 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Xét hàm số $y = \log_{\pi} x$ có $a = \pi > 1 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Xét hàm số $y = \ln x$ có $a = e > 1 \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

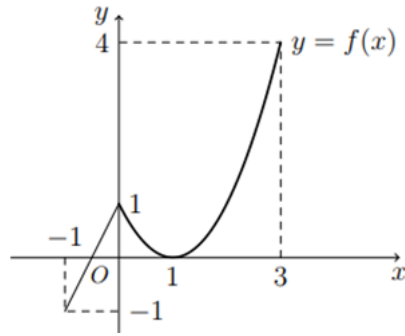
Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$. Ta có giá trị của $M + 2m$ là:

A. $M + 2m = 1$.

B. $M + 2m = 2$.

C. $M + 2m = 3$.

D. $M + 2m = 4$.



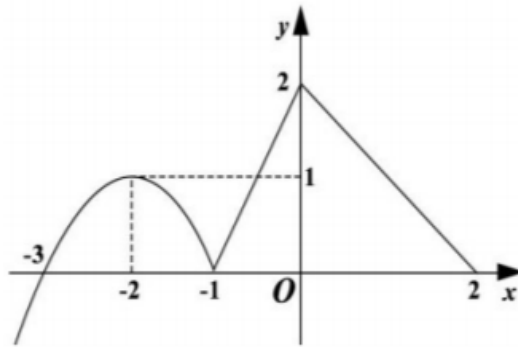
Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[-1; 3]$ là -1 tại điểm $x = -1$ và đạt giá trị lớn nhất trên $[-1; 3]$ là 4 tại điểm $x = 3$. Do đó $m = -1, M = 4$.

Giá trị $M + 2m = 4 + 2 \cdot (-1) = 2$.

Câu 5. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là



A. 4.

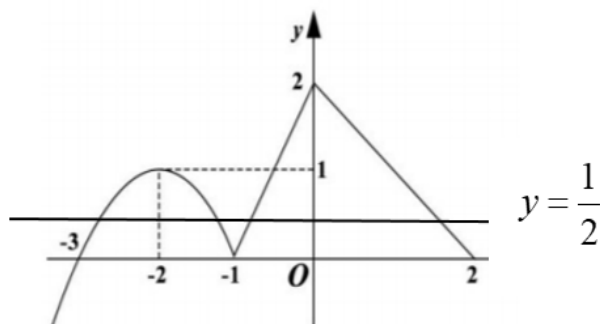
B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$;

Số nghiệm của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$.

Đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \log_a x$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

A. $0 < a < 1$.

B. $a > 1$.

C. $a \neq 0$.

D. $a > 0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y = \log_a x$ là hàm đồng biến trên $(0; +\infty) \Rightarrow a > 1$.

Câu 7. Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y, \forall x > 0, y > 0$. B. $\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

C. $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$, với $0 < b, c \neq 1$.

D. $\log_a x^2 = 2 \log_a |x|, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$ có chứa a, b, c là cơ số của lôgarit nên điều kiện là a, b, c là các số dương khác 1.

Câu 8. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 2020}{x + 5}$ là:

A. $y = -5$.

B. $y = 1010$.

C. $y = -404$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 2020}{x + 5} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 2020}{x + 5} = 2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{2} \right)^x$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số nhận Oy làm tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số luôn nằm trên Ox

D. Đồ thị hàm số nhận Ox làm tiệm cận ngang

Lời giải

Chọn B

Đồ thị của hàm số mũ không nhận Oy làm tiệm cận đứng.

Câu 10. Đạo hàm của hàm số $y = e^x - \log_3 x + 1, (x > 0)$ là:

A. $y' = e^x - \frac{1}{x \ln 3}$.

B. $y' = xe^{x-1} - \frac{1}{x}$.

C. $y' = xe^{x-1} - \frac{1}{x \ln 3}$.

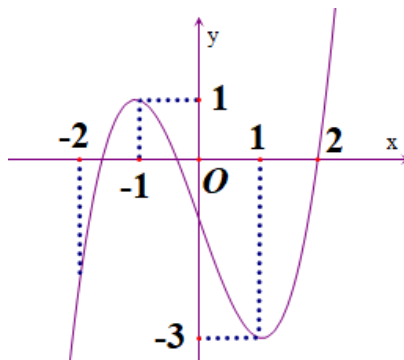
D. $y' = e^x - \frac{1}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = (e^x - \log_3 x + 1)' = e^x - \frac{1}{x \ln 3}$.

Câu 11. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 2)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-2; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 12. Tính tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 e^x dx$

A. $I = 2e + 1$.

B. $I = e + 1$.

C. $I = 2e - 1$.

D. $I = e - 1$.

Lời giải

Chọn C

$$I = \int_0^1 (x+1)^2 e^x dx$$

Đặt $u = (x+1)^2$ suy ra $du = 2(x+1)dx$

$dv = e^x dx$, chọn $v = e^x$

$$\text{Do đó } I = (x+1)^2 e^x \Big|_0^1 - 2 \int_0^1 (x+1) e^x dx = (4e - 1) - 2I_1. \quad (1)$$

$$\text{Tính } I_1 = \int_0^1 (x+1) e^x dx$$

Đặt $u = x+1$ suy ra $du = dx$

$dv = e^x dx$, chọn $v = e^x$

$$\text{Do đó } I_1 = (x+1) e^x \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = [(x+1) e^x - e^x] \Big|_0^1 = (2e - e) - (1 - 1) = e. \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta được $I = 2e - 1$.

Câu 13. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

A. $F(x) = 2^x + 2020$.

B. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2020$.

C. $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2020x$.

D. $F(x) = 2^x \ln 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. Cho $C = 2020$ ta được một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là

$$F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 2020.$$

Câu 14. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số lũy thừa?

- A.** $y = 2020^x$. **B.** $y = \sqrt[3]{x^2}$. **C.** $y = x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y = e^x$.

Lời giải

Chọn C

Ta có theo định nghĩa hàm số lũy thừa là hàm số có dạng $y = x^\alpha; \alpha \in \mathbb{R}$.

Câu 15. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_1^6 f(x) dx = 5$. Khi đó $\int_0^6 f(x) dx$ bằng?

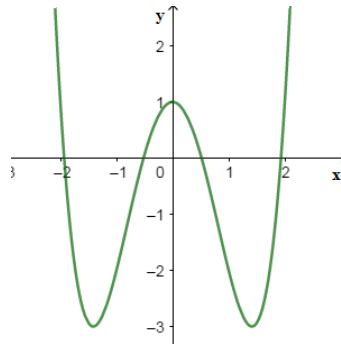
- A.** 7. **B.** -3. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^6 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^6 f(x) dx = 2 + 5 = 7.$$

Câu 16. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A.** $y = x^4 - 4x^2 - 1$. **B.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.
C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị một hàm số bậc bốn trùng phương có dạng: $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

Mà $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$ chứng tỏ $a > 0$. Do đó ta loại phương án **B**.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$ nên $c = 1$. Do đó ta loại phương án **A**.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên a, b trái dấu. Vậy ta chọn phương án **C**.

Câu 17. Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.** $P = x^{\frac{13}{24}}$. **B.** $P = x^{\frac{23}{12}}$. **C.** $P = x^{\frac{12}{23}}$. **D.** $P = x^{\frac{23}{24}}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Với } x > 0, \text{ ta có: } P = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x^3}}} = \sqrt{x^3 \sqrt{x^2 \cdot x^{\frac{3}{4}}}} = \sqrt{x^3 \sqrt{x^{\frac{11}{4}}}} = \sqrt{x^3 x^{\frac{11}{8}}} = \sqrt{x^{\frac{23}{2}}} = \sqrt{x^{\frac{23}{12}}} = x^{\frac{23}{24}}.$$

Câu 18. Cho a là số thực dương tùy ý, $\ln(9a) - \ln(7a)$ bằng?

A. $\frac{\ln(9a)}{\ln(7a)}$.

B. $\ln \frac{9}{7}$.

C. $\ln(2a)$.

D. $\frac{\ln 9}{\ln 7}$.

Lời giải

Chọn B

Với a là số dương, ta có: $\ln(9a) - \ln(7a) = \ln \frac{9a}{7a} = \ln \frac{9}{7}$.

Câu 19. Diện tích mặt cầu bán kính R bằng?

A. $4\pi R^2$.

B. $4\pi R$.

C. πR^2 .

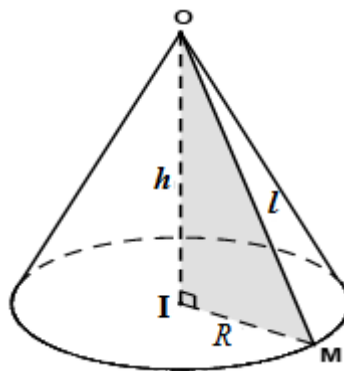
D. $2\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Diện tích mặt cầu bán kính R bằng: $S = 4\pi R^2$.

Câu 20. Cho khối nón tròn xoay bán kính đáy R , đường sinh l , đường cao h có thể tích V bằng bao nhiêu?



A. $V = \pi Rl$.

B. $V = \pi R^2 h$.

C. $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$.

D. $V = \pi R^2 l$.

Lời giải

Chọn C

Với khối nón tròn xoay bán kính đáy R , đường sinh l , đường cao h có thể tích $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$.

Câu 21. Khối lập phương là khối đa diện đều loại?

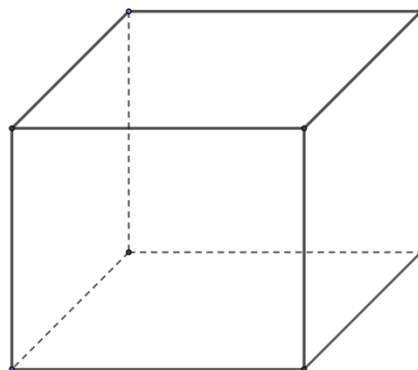
A. $\{3; 4\}$.

B. $\{3; 3\}$.

C. $\{3; 5\}$.

D. $\{4; 3\}$.

Lời giải



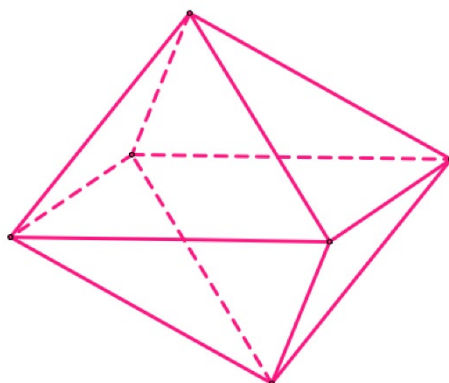
Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ là khối đa diện lồi có

- Mỗi mặt là một đa giác đều có p cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng q mặt.

Do đó khối lập phương là khối đa diện đều loại $\{4;3\}$.

Câu 22. Khối bát diện đều có số mặt phẳng đối xứng?



A. 3.

B. 4.

C. 9.

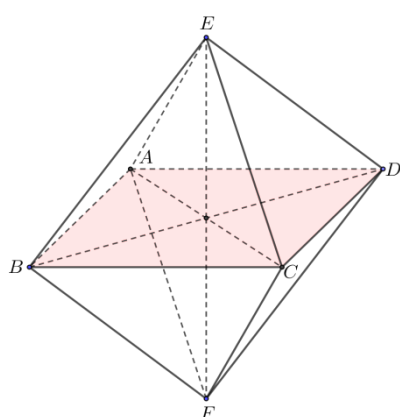
D. 6.

Lời giải

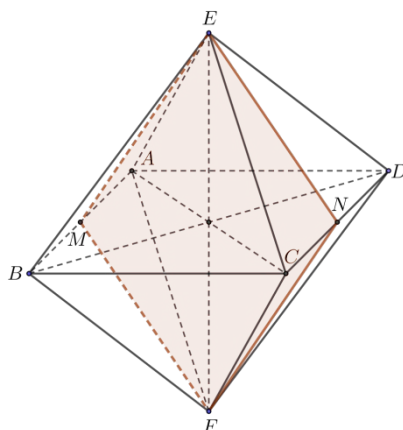
Chọn C

Các mặt phẳng đối xứng của bát diện đều

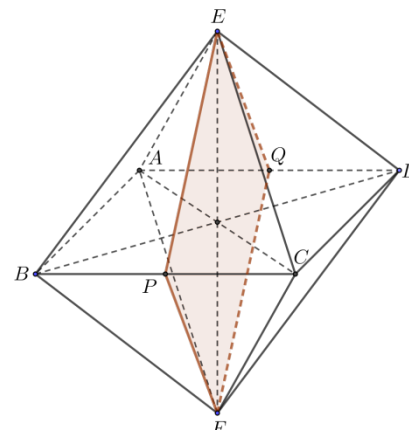
+ Xem $(ABCD)$ là mặt phẳng đáy và hai đỉnh E, F ta có ba mặt phẳng đối xứng sau



$(ABCD)$



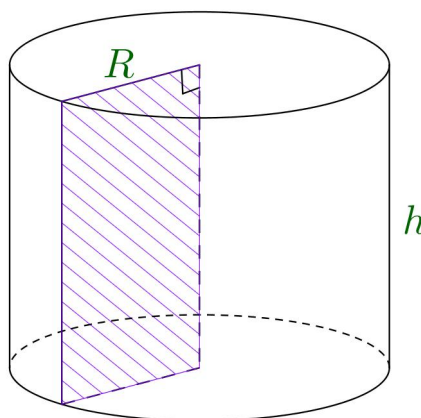
$(EMFN)$



$(EPFQ)$

+ Tương tự, xem $(AECF)$ là mặt phẳng đáy và hai đỉnh B, D ta cũng có ba mặt phẳng đối xứng và xem $(BEDF)$ là mặt phẳng đáy và hai đỉnh A, C ta cũng có ba mặt phẳng đối xứng. Vậy có tất cả 9 mặt phẳng đối xứng.

Câu 23. Mặt trụ tròn xoay bán kính đáy R , chiều cao h , có diện tích xung quanh S_{xq} bằng



A. $S_{xq} = \pi Rh$.

B. $S_{xq} = 2\pi Rh + \pi R^2$.

C. $S_{xq} = 2\pi R^2$.

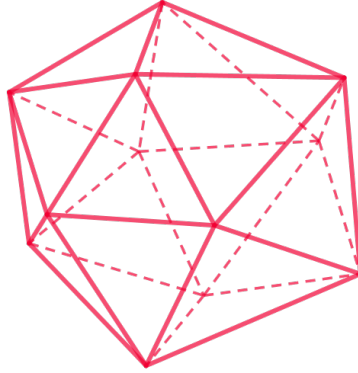
D. $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích xung quanh hình trụ bằng chu vi đường tròn đáy nhân với chiều cao: $S_{xq} = 2\pi Rh$.

Câu 24. Khối hai mươi mặt đều có số đỉnh là



A. 20.

B. 12.

C. 30.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

Câu 25. Nghiệm của phương trình $2^{2x+1} = 32$ bằng

A. $x = 2$.

B. $x = 3$.

C. $x = \frac{3}{2}$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{2x+1} = 32 \Leftrightarrow 2^{2x+1} = 2^5 \Leftrightarrow 2x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 26. Cho phương trình $\log_3(x-1) = 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $x \in (1; 3)$.

B. $x \in (0; 2)$.

C. $x \in (2; 4)$.

D. $x \in (3; 5)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình: $\log_3(x-1) = 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4. \text{ Vậy } x \in (3; 5).$$

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x + 1$ là

A. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x$.

B. $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + C$.

C. $F(x) = 3x^2 - 1$.

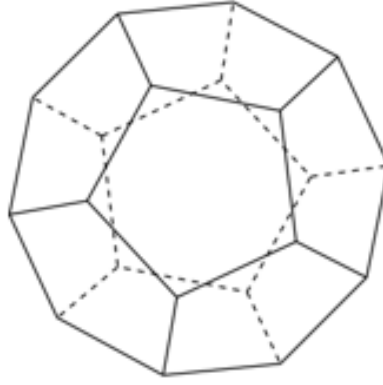
D. $F(x) = x^4 - x^2 + 1 + C$.

Lời giải

Chọn B

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 - x + 1$ là $F(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + x + C$.

Câu 28. Khối mười hai mặt đều có số cạnh là



A. 20.

B. 12.

C. 30.

D. 8.

Lời giải

Chọn C

Khối mười hai mặt đều là khối đa diện đều loại $\{5;3\}$. Do đó có số mặt là 12, số đỉnh là 20 và số cạnh là $20 + 12 - 2 = 30$.

Câu 29. Thể tích của khối trụ có bán kính đáy $R = a$ và chiều cao $h = 2a$ bằng:

A. $2a^3$.

B. $4\pi a^3$.

C. $\frac{2}{3}\pi a^3$.

D. $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ là: $V = Bh = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

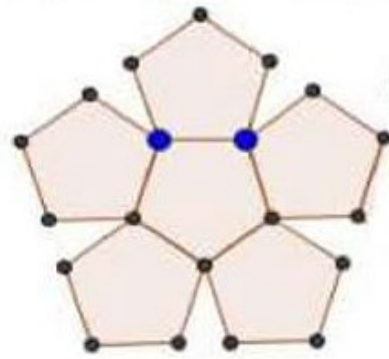
Câu 30. Để làm làm một sản phẩm lịch **Canh Tý 2020** như hình vẽ cần dùng 50 cm^2 giấy cho mỗi mặt (ứng cho mỗi tháng trong năm). Biết đơn giá giấy trên thị trường là $200.000 \text{ đồng}/\text{m}^2$. Hỏi chi phí giấy cần dùng để làm một sản phẩm lịch trên bằng bao nhiêu?

A. 12.000 đồng.

B. 20.000 đồng.

C. 6.000.000 đồng.

D. 200.000 đồng.



Lời giải

Chọn A

Số tiền cần dùng để làm sản phẩm lịch **Canh Tý 2020** trên là:

$$T = \frac{50}{10000} \cdot 200000 \cdot 12 = 12000 \text{ đồng.}$$

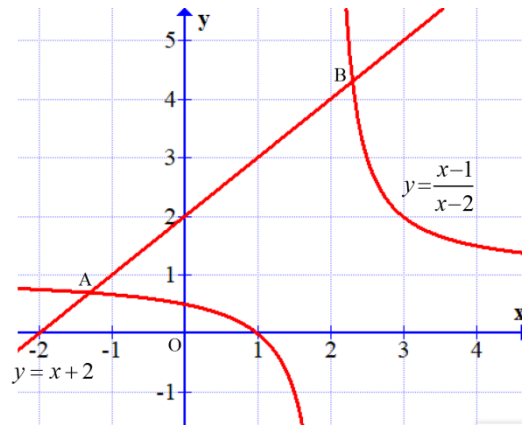
Câu 31. Tính độ dài đoạn thẳng AB trong hình vẽ

A. $AB = 3\sqrt{3}$.

B. $AB = \sqrt{13}$.

C. $AB = \sqrt{26}$.

D. $AB = 2\sqrt{2}$.



Lời giải

Chọn C

Từ hình vẽ ta thấy A và B chính là hai giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ với đường thẳng $y = x + 2$.

Ta có hoành độ hai điểm A và B là nghiệm của phương trình: $\frac{x-1}{x-2} = x + 2$, ĐK: $x \neq 2$

$$\Leftrightarrow x-1 = x^2 - 4 \Leftrightarrow x^2 - x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{5-\sqrt{13}}{2}\right), B\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}; \frac{5+\sqrt{13}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (\sqrt{13}; \sqrt{13}) \Rightarrow AB = \sqrt{26}.$$

Vậy độ dài đoạn thẳng AB bằng $\sqrt{26}$.

Câu 32. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq -2$. Tổng các phần tử của S bằng

A. -2.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+2) \geq -2 \Leftrightarrow 0 < x+2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 < x \leq 2 \text{ mà } x \in \mathbb{Z} \text{ nên } x \in \{-1; 0; 1; 2\}.$$

Do đó, tập hợp tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là: $S = \{-1; 0; 1; 2\}$.

Vậy tổng các phần tử của S bằng 2.

Câu 33. Thể tích của khối lập phương cạnh 5cm bằng

A. 20cm^3 .

B. 125cm^3 .

C. 25cm^3 .

D. 30cm^3 .

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối lập phương là: $V = 5^3 = 125\text{cm}^3$.

Câu 34. Tích phân $I = \int_0^2 \frac{x+4}{x^2+3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2$. Khi đó $b^2 - a$ bằng

A. $b^2 - a = 1$.

B. $b^2 - a = -1$.

C. $b^2 - a = 0$.

D. $b^2 - a = -4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^2 \frac{x+4}{x^2+3x+2} dx = \int_0^2 \frac{x+4}{(x+1)(x+2)} dx$

$$= \int_0^2 \left(\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x+2} \right) dx$$

$$= \left(3 \ln|x+1| - 2 \ln|x+2| \right) \Big|_0^2$$

$$= 3 \ln 3 - 2 \ln 4 - (-2 \ln 2)$$

$$= 3 \ln 3 - 2 \ln 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-2 \end{cases}. \text{ Do đó: } b^2 - a = 1.$$

Câu 35. Hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a , $AA' = a\sqrt{6}$. Hình chiếu vuông góc H của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ trùng với trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Côsin của góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$.

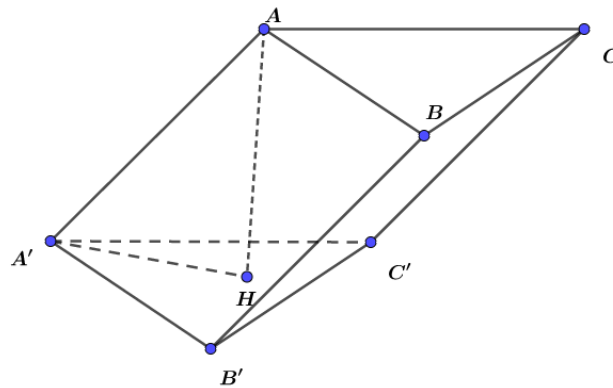
B. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{15}}{15}$.

Lời giải

Chọn B



Do H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ nên góc tạo bởi cạnh bên và mặt đáy là $\widehat{AA'H}$.

Ta có H là trọng tâm tam giác đều $A'B'C'$ cạnh a nên $A'H = \frac{2}{3}a \frac{\sqrt{3}}{2} = a \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy nên $\cos \widehat{AA'H} = \frac{A'H}{AA'} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{a\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$.

Câu 36. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_8 (x-3)^3 = 2$ bằng bao nhiêu?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$

$\log_2 x + \log_8 (x-3)^3 = 2 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 (x-3)^3 = 2 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_2 (x-3) = 2$

$\Leftrightarrow \log_2 x(x-3) = 2 \Leftrightarrow x(x-3) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$. Kết hợp điều kiện thì nghiệm phương trình là $x = 4$, nên tổng các nghiệm của phương trình là 4.

Câu 37. Bất phương trình $3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x - 5 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x} + 2 \leq 0$ có tập nghiệm $S = [a; b]$. Khi đó giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

A. $\frac{13}{9}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} BPT &\Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^x - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - 5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{2}{3} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \left(\frac{2}{3}\right)^0 \quad \begin{matrix} 0 < a = \frac{2}{3} < 1 \\ \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1. \end{matrix} \end{aligned}$$

Câu 38. Ecoli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn Ecoli lại tăng gấp đôi. Ban đầu chỉ có 40 vi khuẩn Ecoli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu số lượng vi khuẩn Ecoli là 671088640?

A. 48 giờ.

B. 24 giờ.

C. 8 giờ.

D. 12 giờ.

Lời giải

Chọn C

Cứ sau 20 (phút) thì số lượng vi khuẩn Ecoli lại tăng gấp đôi và ban đầu chỉ có 40 vi khuẩn Ecoli trong đường ruột nên

- Sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn Ecoli là: $80 = 40 \cdot 2^1$.

- Sau 20.2 phút thì số lượng vi khuẩn Ecoli là: $160 = 40 \cdot 2^2$.

- Sau 20.3 phút thì số lượng vi khuẩn Ecoli là: $320 = 40 \cdot 2^3$.

.....

- Sau 20.n phút thì số lượng vi khuẩn Ecoli là: $S = 40 \cdot 2^n$.

Theo giả thiết ta có phương trình:

$$40 \cdot 2^n = 671088640 \Leftrightarrow n = 24 \Rightarrow t = 20 \cdot 24 = 480 \text{ (phút) hay } 8 \text{ (giờ)}.$$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = AD = a$, $BC = 2a$. Cạnh bên SB vuông góc với đáy và $SB = a\sqrt{7}$, M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và SC .

A. $d = \frac{a\sqrt{14}}{3}$.

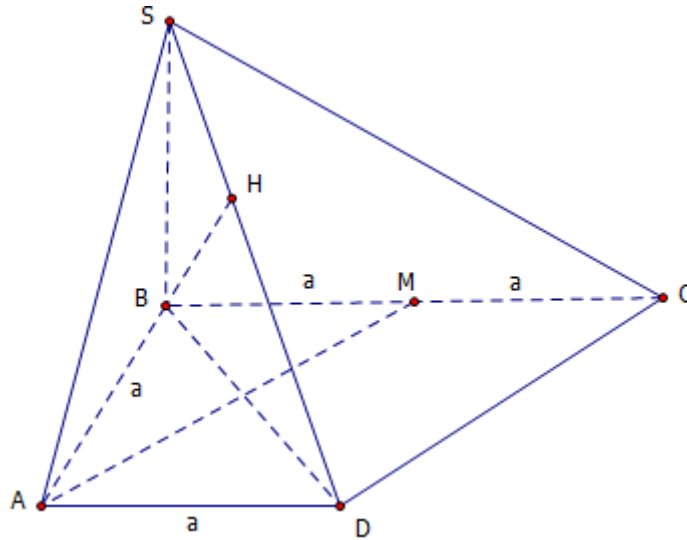
B. $d = \frac{3a\sqrt{14}}{2}$.

C. $d = \frac{a\sqrt{14}}{6}$.

D. $d = \frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Theo giả thiết $AMCD$ là hình bình hành ($AD \parallel CM$, $AD = CM = a$). Khi đó,

$$\begin{cases} AM \parallel CD \\ CD \subset (SCD) \Rightarrow AM \parallel (SCD) \Rightarrow d(AM, SC) = d(M, (SCD)). \\ AM \not\subset (SCD) \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \frac{d(B, (SCD))}{d(M, (SCD))} = \frac{BC}{MC} = 2 \Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{d(B, (SCD))}{2}.$$

Vì $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = AD = a$, $BC = 2a$ nên $BD = DC = a\sqrt{2}$.

Do đó BD vuông góc với DC . Trong tam giác SBD vuông tại B kẻ đường cao BH .

Suy ra $d(B, (SCD)) = BH$.

$$\text{Ta có } \frac{1}{BH^2} = \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{BD^2} = \frac{1}{(a\sqrt{7})^2} + \frac{1}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{9}{14a^2} \Rightarrow BH^2 = \frac{14a^2}{9} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{14}}{3}$$

$$\Rightarrow d(M, (SCD)) = \frac{a\sqrt{14}}{6}. \text{ Vậy } d = \frac{a\sqrt{14}}{6}.$$

Câu 40. Số giá trị nguyên dương của m để bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$ có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên là:

A. 62.

B. 33.

C. 32.

D. 31.

Lời giải

Chọn C

Ta có: bất phương trình $(2^{x+2} - \sqrt{2})(2^x - m) < 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} - \sqrt{2} > 0 \\ 2^x - m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} > \sqrt{2} \\ 2^x < m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 > \frac{1}{2} \\ x < \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ x < \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < x < \log_2 m.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} - \sqrt{2} < 0 \\ 2^x - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{x+2} < \sqrt{2} \\ 2^x > m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 < \frac{1}{2} \\ x > \log_2 m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x > \log_2 m \end{cases} \quad (*)$$

(Vì $m \geq 1 \Rightarrow \log_2 m \geq 0$ nên $(*)$ vô nghiệm).

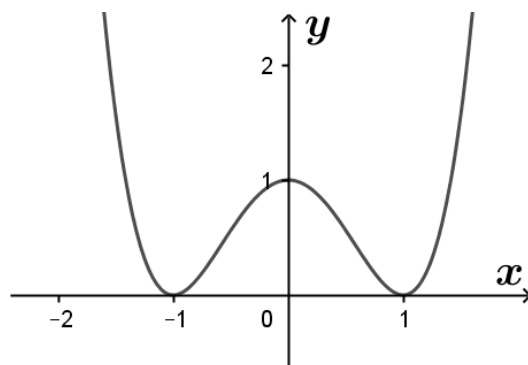
Bất phương trình đã cho có tập nghiệm chứa không quá 6 số nguyên

$$\Leftrightarrow \log_2 m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq 2^5 \Leftrightarrow m \leq 32$$

Mà m nguyên dương nên $m \in \{1; 2; 3; \dots; 32\}$.

Vậy có 32 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$g(x) = \frac{2002(x^3 + 3x^2 - 4)\sqrt{x^2 + 2020}}{f(x)} \text{ là}$$

A. 3

B. 5

C. 4

D. 2

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có $f(x) = a(x+1)^2(x-1)^2$ mà đồ thị hàm số $f(x)$ qua $M(0;1) \Rightarrow a = 1$.

Vậy $f(x) = (x+1)^2(x-1)^2$.

$$\text{Khi đó: } g(x) = \frac{2002(x^3 + 3x^2 - 4)\sqrt{x^2 + 2020}}{(x+1)^2(x-1)^2} \Rightarrow g(x) = \frac{2002(x-1)(x+2)^2\sqrt{x^2 + 2020}}{(x+1)^2(x-1)^2}.$$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

$$- \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2002(x+2)^2\sqrt{x^2 + 2020}}{(x+1)^2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2002\left(1 + \frac{2}{x}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{2020}{x^2}}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = -2002.$$

Suy ra đường thẳng $y = -2002$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$- \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2002(x+2)^2\sqrt{x^2 + 2020}}{(x+1)^2(x-1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2002\left(1 + \frac{2}{x}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{2020}{x^2}}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{x}\right)} = 2002.$$

Suy ra đường thẳng $y = 2002$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$- \lim_{x \rightarrow -1} g(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2002(x+2)^2\sqrt{x^2 + 2020}}{(x+1)^2(x-1)} = -\infty$$

$$\text{Vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2002(x+2)^2 \sqrt{x^2+2020}}{(x-1)} = -1001\sqrt{2021} < 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1} (x+1)^2 = 0 \\ x \rightarrow -1 \Rightarrow (x+1)^2 > 0 \end{cases}$$

Suy ra đường thẳng $x = -1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

$$- \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2002(x+2)^2 \sqrt{x^2+2020}}{(x+1)^2 (x-1)} = +\infty$$

$$\text{(vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2002(x+2)^2 \sqrt{x^2+2020}}{(x+1)^2} = \frac{9009}{2} \sqrt{2021} > 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0 \\ x \rightarrow 1^+ \Rightarrow x-1 > 0 \end{cases})$$

Suy ra đường thẳng $x = 1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x)$ là 4.

Câu 42. Nhân dịp đi du **Xuân Canh Tý**, ba bạn **Trang, Hoàng, Tân** rủ nhau rút quẻ xem vận mệnh. Khi đó trong hộp chỉ có các quẻ có số thứ tự 5 đến 15 (luôn có ít nhất ba quẻ ghi cùng một số). Mỗi bạn rút ngẫu nhiên một quẻ và yêu cầu bạn **Linh** tính xác suất để tổng các số ghi trên ba quẻ là một số chia hết cho 3. Kết quả đúng là?

A. $\frac{112}{1331}$.

B. $\frac{60}{1331}$.

C. $\frac{203}{1331}$.

D. $\frac{443}{1331}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 11^3 = 1331$. Ta chia các số đã cho thành ba nhóm.

Nhóm I: Chia 3 dư 0 có các số: 6; 9; 12; 15.

Nhóm II: Chia 3 dư 1 có các số: 7; 10; 13.

Nhóm III: Chia 3 dư 2 có các số: 5; 8; 11; 14.

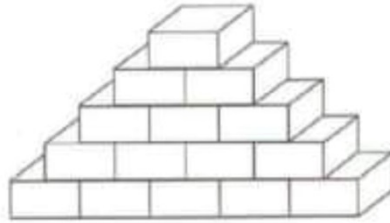
Gọi A là biến cố: “tổng các số ghi trên ba quẻ là một số chia hết cho 3”. Ta có:

TH1: rút 3 số cùng thuộc một nhóm có $4^3 + 3^3 + 4^3$ cách.

TH2: rút 3 số từ ba nhóm (mỗi số thuộc một nhóm) có $4.3.4.3!$ cách.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm: } P(A) = \frac{4^3 + 3^3 + 4^3 + 4.3.4.3!}{1331} = \frac{443}{1331}.$$

Câu 43. Bà chủ khách sạn trên đèo **Mã Pi Lèng** muốn trang trí một góc nhỏ trên ban công sân thượng cho đẹp nên quyết định thuê nhân công xây một bức tường gạch với xi măng (như hình vẽ), biết hàng dưới cùng có 500 viên, mỗi hàng tiếp theo đều có ít hơn hàng trước 1 viên và hàng trên cùng có một viên. Hỏi số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường trên là bao nhiêu viên?



A. 25250.

B. 125250.

C. 12550.

D. 250500.

Lời giải

Chọn B

Theo bài ra ta có số viên gạch từ hàng dưới cùng đến hàng trên cùng lập thành một cấp số cộng với số hạng đầu $u_1 = 500$, công sai $d = -1$ nên công thức số hạng tổng quát là:

$$u_n = 500 + (n-1)(-1)$$

Hay $u_n = 501 - n$. Vì hàng trên cùng một viên nên giải phương trình $501 - n = 1 \Leftrightarrow n = 500$.

Vậy có tất cả 500 hàng gạch và hàng trên cùng là $u_{500} = 1$.

Do đó số gạch cần dùng để hoàn thành bức tường là:

$$S_{500} = 500 + 499 + 498 + \dots + 1 = \frac{500(500+1)}{2} = 125250.$$

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có $CD = a\sqrt{2}$, $\triangle ABC$ là tam giác đều cạnh a , $\triangle ACD$ vuông tại A . Mặt phẳng (BCD) vuông góc với mặt phẳng (ABD) . Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng?

A. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{\pi a^3}{6}$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

Gọi M , N , K lần lượt là trung điểm của AD , CD , BD

$\triangle ACD$ vuông tại $A \Rightarrow AD = \sqrt{CD^2 - AC^2} = a$
 $\Rightarrow \triangle ABD$ cân tại $A \Rightarrow AK \perp BD$.

Mặt khác $(ABD) \perp (BCD) \Rightarrow AK \perp (BCD)$
 $\Rightarrow AK \perp CD$ (1).

$\triangle ACD$ cân tại $A \Rightarrow AN \perp CD$ (2).

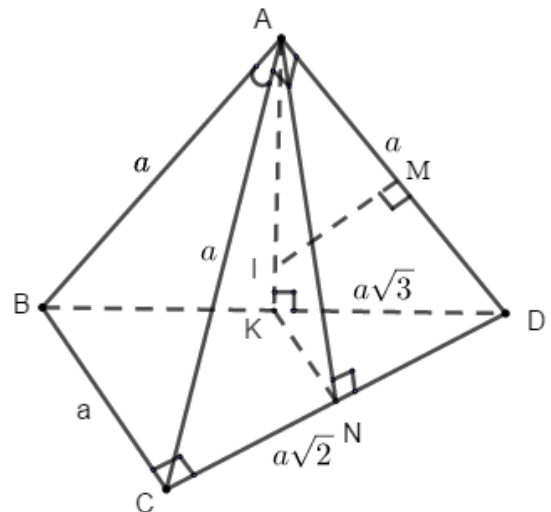
Từ (1) và (2) $\Rightarrow CD \perp KN$

Mà $BC \parallel KN$ (tính chất đường trung bình)
 $\Rightarrow CD \perp BC$

Suy ra K là tâm đường tròn ngoại tiếp $\triangle BCD$.

Đường trung trực của AD trong mặt phẳng (ABD) cắt AK tại $I \Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

$$BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = a\sqrt{3}, AK = \sqrt{AD^2 - KD^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$$



$$\Delta AKD \sim \Delta AMI \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AI}{AD} = \frac{AM}{AK} \Rightarrow R = AI = \frac{AM \cdot AD}{AK} = \frac{a \cdot a}{2 \frac{a}{2}} = a.$$

$$\text{Thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện } ABCD: V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4\pi a^3}{3}.$$

Câu 45. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của $m \in (-2020; 2020)$ để phương trình đã cho có nghiệm là?

A. 9.

B. 2021.

C. 2020.

D. 2019.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện của phương trình: $x > m$.

$$\text{Ta có } 5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^{5^x + m} = x - m \Leftrightarrow 5^{5^x + m} + m = x.$$

$$\text{Đặt } 5^x + m = t \text{ (1)}, \text{ phương trình trên trở thành } 5^t + m = x \text{ (2)}.$$

$$\text{Trừ tương ứng vế với vế của (1) cho (2), ta được: } 5^x - 5^t = t - x \Leftrightarrow 5^x + x = 5^t + t.$$

$$\text{Đặt } f(x) = 5^x + x \Rightarrow f'(x) = 5^x \cdot \ln 5 + 1 > 0 \quad \forall x, \text{ vậy } f(x) \text{ là hàm đơn điệu trên tập xác định.}$$

$$\text{Từ đây suy ra } 5^x + x = 5^t + t \Leftrightarrow f(x) = f(t) \Leftrightarrow x = t, \text{ thế vào phương trình (1), ta được:}$$

$$5^x + m = x \Leftrightarrow x - 5^x = m.$$

$$\text{Xét hàm } g(x) = x - 5^x \text{ có } g'(x) = 1 - 5^x \cdot \ln 5 \Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 5^x \cdot \ln 5 = 0 \Leftrightarrow x = \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right).$$

Ta có bảng biến thiên của hàm $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right)$	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-
$g(x)$	$-\infty$	$\log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right) - \frac{1}{\ln 5}$	$-\infty$

$$\text{Vậy phương trình } g(x) = m \text{ có nghiệm } \Leftrightarrow m \leq \log_5\left(\frac{1}{\ln 5}\right) - \frac{1}{\ln 5} \approx -0,92.$$

$$\text{Lại có } m \in (-2020; 2020) \text{ và } m \in \mathbb{Z}, \text{ từ đây suy ra } m \in \mathbb{Z} \text{ và } -2019 \leq m \leq -1.$$

Vậy có 2019 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 46. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc đoạn $[0; 13\pi]$ của phương trình

$$2\cos^3 x + \cos^2 x + \cos 2x = 0. \text{ Tổng các phần tử của } S \text{ bằng:}$$

A. $\frac{380\pi}{3}.$

B. $\frac{400\pi}{3}.$

C. $\frac{420\pi}{3}.$

D. $120\pi.$

Lời giải

Chọn B

$$2\cos^3 x + \cos^2 x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow 2\cos^3 x + 3\cos^2 x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\cos x + 1)^2 (2\cos x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 = 0 \\ 2\cos x - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

+) Với $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = (2k+1)\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$.

Hơn nữa, ta lấy $x \in [0; 13\pi]$ nên có: $x = (2k+1)\pi$, với $k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 6$.

$$+) \text{ Với } \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + m2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + l2\pi \end{cases} \quad (m, l \in \mathbb{Z}).$$

Tương tự, do lấy $x \in [0; 13\pi]$ nên ta có: $x = \frac{\pi}{3} + m2\pi$, với $m \in \mathbb{Z}, 0 \leq m \leq 6$

và $x = -\frac{\pi}{3} + l2\pi$, với $l \in \mathbb{Z}, 1 \leq l \leq 6$.

Do đó,

$$S = \{(2k+1)\pi \mid k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 6\} \cup \left\{ \frac{\pi}{3} + m2\pi \mid m \in \mathbb{Z}, 0 \leq m \leq 6 \right\} \cup \left\{ -\frac{\pi}{3} + l2\pi \mid l \in \mathbb{Z}, 1 \leq l \leq 6 \right\}$$

Vậy, tổng các phần tử của S là:

$$\begin{aligned} T &= \sum_{k=0}^6 (2k+1)\pi + \sum_{m=0}^6 \left(\frac{\pi}{3} + 2m\pi \right) + \sum_{l=1}^6 \left(-\frac{\pi}{3} + 2l\pi \right) \\ &= \pi \sum_{k=0}^6 (2k+1) + \sum_{m=0}^6 \frac{\pi}{3} + \pi \sum_{m=0}^6 2m + \sum_{l=1}^6 \left(-\frac{\pi}{3} \right) + \pi \sum_{l=1}^6 2l \\ &= \pi \frac{7(1+13)}{2} + \frac{7\pi}{3} + \pi \frac{7(0+12)}{2} + \left(-\frac{6\pi}{3} \right) + \pi \frac{6(2+12)}{2} \\ &= \frac{400\pi}{3}. \end{aligned}$$

Câu 47. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ cắt đường tròn (C) tâm $I(1; 1)$, bán kính bằng 1 tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất?

A. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{3}$.

B. $m = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$.

C. $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$.

D. $m = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$y' = 3x^2 - 3m.$$

Hàm số có hai điểm cực trị khi $m > 0$ (1).

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx + 2$ có phương trình $y = -2mx + 2 \Leftrightarrow 2mx + y - 2 = 0$.

$$\text{Diện tích tam giác } IAB \text{ là } S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \sin \widehat{AIB} = \frac{1}{2} \sin \widehat{AIB} \leq \frac{1}{2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\widehat{AIB} = 90^\circ$ tức là $\triangle IAB$ vuông tại I .

$$\text{Khi đó } d(I, AB) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{|2mx_I + y_I - 2|}{\sqrt{(2m)^2 + 1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\Leftrightarrow 2|2m-1| = \sqrt{2} \cdot \sqrt{4m^2+1} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2+\sqrt{3}}{2} \\ m = \frac{2-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta được $m = \frac{2 \pm \sqrt{3}}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 4]$ thỏa mãn $f(1) = 26$ và $f(x) = x \cdot f'(x) - 8x^3 - 5x^2$. Tính giá trị của $f(4)$?

A. 400.

B. 2020.

C. 404.

D. 2022.

Lời giải

Chọn C

Trên $[1; 4]$, ta có $f(x) = x \cdot f'(x) - 8x^3 - 5x^2 \Leftrightarrow \frac{x \cdot f'(x) - f(x)}{x^2} = 8x + 5$.

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\frac{f(x)}{x} = 4x^2 + 5x + C$ hay $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + Cx$ (với C là hằng số).

Vì $f(1) = 26$ nên $C = 17$. Do đó $f(x) = 4x^3 + 5x^2 + 17x$.

Vậy $f(4) = 404$.

Câu 49. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm I , biết $AB = a$, $AD = 2a$. Gọi J là trung điểm BC , đường thẳng đi qua I và vuông góc với AC cắt CD tại điểm K . Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi cho tứ giác $CKIJ$ quay xung quanh trục CK bằng

A. $\frac{5}{6} \pi a^3$

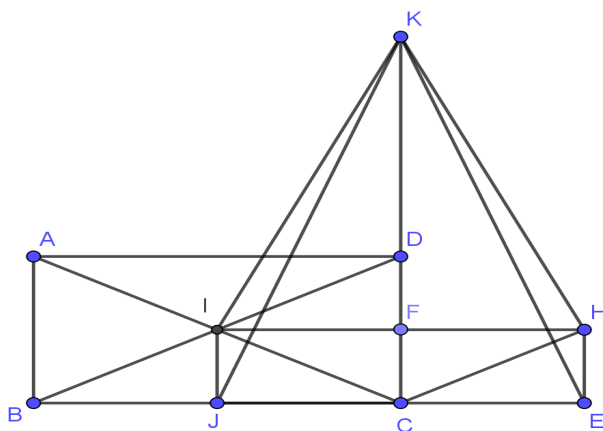
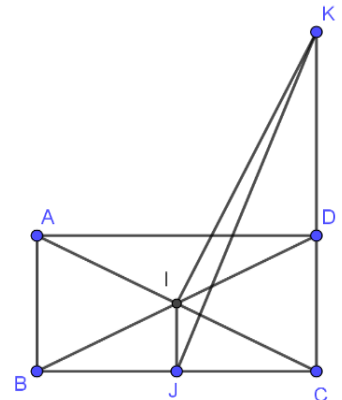
B. $\frac{7}{6} \pi a^3$.

C. $\frac{5}{2} \pi a^3$.

D. $\frac{14}{3} \pi a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H , E lần lượt là điểm đối xứng của I , J qua CD .

Gọi F là hình chiếu vuông góc của I lên BC .

Khi cho tứ giác $CKIJ$ quay xung quanh trục CK tạo thành hai khối tròn xoay.

+) Khối I là khối nón đỉnh là K đáy là đường tròn đường kính IH và có tâm là F có thể tích là V_1 .

Ta có $\triangle ACD \sim \triangle KCI$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{AC}{KC} = \frac{CD}{CI} \Rightarrow CK = \frac{AC \cdot IC}{DC} = \frac{5a}{2}.$$

$$\Rightarrow KF = 2a.$$

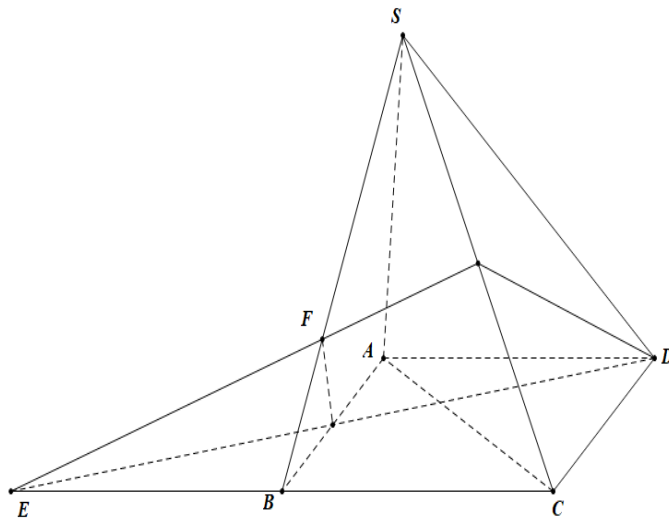
$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \pi (IF)^2 \cdot KF = \frac{1}{3} \pi (a)^2 \cdot 2a = \frac{2\pi a^3}{3}.$$

+) Khối II là khối trụ có đáy một là hình tròn đường kính IH và có tâm là F , đáy hai là hình tròn đường kính JE và có tâm là C có thể tích là V_2 .

$$\Rightarrow V_2 = \pi (IF)^2 CF = \pi a^2 \frac{a}{2} = \frac{\pi a^3}{2}.$$

$$\text{Vậy } V = V_1 + V_2 = \frac{2\pi a^3}{3} + \frac{\pi a^3}{2} = \frac{7\pi a^3}{6}.$$

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là điểm đối xứng với C qua B và F là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{SF} = -2\overrightarrow{BF}$. Mặt phẳng (DEF) chia khối chóp $S.ABCD$ thành 2 khối đa diện, trong đó khối đa diện chứa đỉnh S có thể tích V_1 , khối đa diện còn lại có thể tích V_2 (tham khảo hình vẽ). Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$?



A. $\frac{3}{5}$.

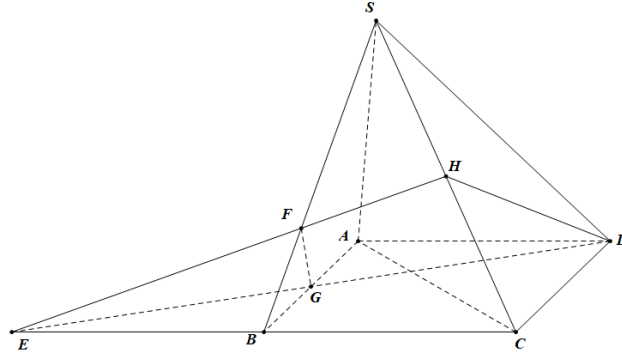
B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{7}{5}$.

D. $\frac{12}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi G là giao điểm của ED và AB , H là giao điểm của EF và SC .

Vì B là trung điểm của EC và $\overrightarrow{SF} = -2\overrightarrow{BF}$ nên F là trọng tâm $\triangle SEC$ suy ra H là trung điểm của SC , từ đó suy ra $V_{A.HCD} = \frac{1}{2}V_{A.SCD} = \frac{1}{4}V_{S.ABCD}$.

Ta có $EC = 2AD$ và $EC \parallel AD$ do đó $V_{E.HCD} = 2V_{A.HCD} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD}$.

$$\frac{V_{E.FBG}}{V_{E.HCD}} = \frac{EB}{EC} \cdot \frac{EG}{ED} \cdot \frac{EF}{EH} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{E.FBG} = \frac{1}{6}V_{E.HCD} = \frac{1}{12}V_{S.ABCD}.$$

$$V_2 = V_{E.HCD} - V_{E.FBG} = \frac{1}{2}V_{S.ABCD} - \frac{1}{12}V_{S.ABCD} = \frac{5}{12}V_{S.ABCD}.$$

$$V_1 = V_{S.ABCD} - \frac{5}{12}V_{S.ABCD} = \frac{7}{12}V_{S.ABCD}$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{5}.$$

----- HẾT -----