

TOÁN 10	BẤT ĐẲNG THỨC
0D4-1	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. TÍNH CHẤT CỦA BẤT ĐẲNG THỨC.....	1
DẠNG 2. BẤT ĐẲNG THỨC COSI và ỨNG DỤNG.....	2
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	7
DẠNG 1. TÍNH CHẤT CỦA BẤT ĐẲNG THỨC.....	7
DẠNG 2. BẤT ĐẲNG THỨC COSI và ỨNG DỤNG.....	8

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. TÍNH CHẤT CỦA BẤT ĐẲNG THỨC

Câu 1. Cho các bất đẳng thức $a > b$ và $c > d$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng

- A.** $a - c > b - d$. **B.** $a + c > b + d$. **C.** $ac > bd$. **D.** $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$.

Câu 2. Tìm mệnh đề đúng.

- A.** $a < b \Leftrightarrow ac < bc$. **B.** $a < b \Leftrightarrow ac > bc$.
C. $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$. **D.** $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Leftrightarrow ac < bd$.

Câu 3. Trong các tính chất sau, tính chất nào sai?

- A.** $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{d} < \frac{b}{c}$. **B.** $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a - c < b - d$.
C. $\begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$. **D.** $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow ac < bd$.

Câu 4. Nếu $a + 2c > b + 2c$ thì bất đẳng thức nào sau đây đúng?

- A.** $-3a > -3b$. **B.** $a^2 > b^2$. **C.** $2a > 2b$. **D.** $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Câu 5. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $x + |x| \geq x \Leftrightarrow |x| \geq 0$. **B.** $x^2 \leq 3x \Leftrightarrow x \leq 3$. **C.** $\frac{x+1}{x^2} \geq 0$. **D.** $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

Câu 6. Suy luận nào sau đây đúng?

- A.** $\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow ac > bd$. **B.** $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a - c > b - d$.
C. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow ac > bd$. **D.** $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$.

Câu 7. Cho a là số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|x| \geq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$. B. $|x| \leq a \Leftrightarrow x \leq a$.
 C. $|x| > a \Leftrightarrow x > a$. D. $|x| \geq a \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -a \\ x \geq a \end{cases}$.

Câu 8. Bất đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số thực a ?

- A. $6a > 3a$. B. $3a > 6a$. C. $6 - 3a > 3 - 6a$. D. $6 + a > 3 + a$.

Câu 9. (Độ Cần Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019) Cho 4 số a, b, c, d khác 0 thỏa mãn $a < b$ và $c < d$. Kết quả nào sau đây đúng nhất?

- A. $\frac{1}{b} < \frac{1}{a}$. B. $ac < bd$. C. $a - d < b - c$. D. $a - c < b - d$.

Câu 10. Cho a, b là các số thực bất kì. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$. B. $a > b > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. C. $a > b \Leftrightarrow a^3 > b^3$. D. $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$.

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\begin{cases} a < b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d$. B. $\begin{cases} a < b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c > b + d$.
 C. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow ac > bd$. D. $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c > b + d$.

Câu 12. Cho $a > b$ khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $2a < 2b$. B. $a > b - c, \forall c \in \mathbb{R}$. C. $-a < -b$. D. $ac > cb, \forall c \in \mathbb{R}$.

Câu 13. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $|a + b| \leq |a| + |b|$. B. $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a, (a > 0)$.
 C. $a > b \Leftrightarrow ac > bc, (\forall c \in \mathbb{R})$. D. $a + b \geq 2\sqrt{ab}, (a \geq 0, b \geq 0)$.

Câu 14. Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\begin{cases} 0 < x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow xy < 1$. B. $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow xy < 1$. C. $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} < 1$. D. $\begin{cases} x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow x - y < 1$.

Câu 15. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $(x + y)^2 \geq x^2 + y^2$. B. $x + y > 0$ thì $x > 0$ hoặc $y > 0$.
 C. $x \geq y \Rightarrow x^2 \geq y^2$. D. $x + y > 0$ thì $x \cdot y > 0$.

Câu 16. Cho $a > b > 0$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\frac{a}{a+1} < \frac{b}{b+1}$. B. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. C. $\frac{a^2-1}{a} > \frac{b^2-1}{b}$. D. $a^2 > b^2$.

DẠNG 2. BẤT ĐẲNG THỨC COSI và ỨNG DỤNG

Câu 17. Bất đẳng thức Côsi cho hai số a, b không âm có dạng nào trong các dạng được cho dưới đây?

- A. $\frac{a+b}{2} \geq 2\sqrt{a+b}$. B. $\frac{a-b}{2} \geq 2\sqrt{ab}$. C. $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$. D. $\frac{a+b}{2} \geq 2\sqrt{ab}$.

Câu 18. Cho ba số không âm a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$. **B.** $abc \geq 3\sqrt[3]{a+b+c}$. **C.** $a+b+c \geq 3\sqrt{abc}$. **D.** $a+b+c \geq 4\sqrt[3]{abc}$.

Câu 19. Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a+b=4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tích ab có giá trị nhỏ nhất là 2. **B.** Tích ab không có giá trị lớn nhất.
C. Tích ab có giá trị lớn nhất là 4. **D.** Tích ab có giá trị lớn nhất là 2.

Câu 20. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\begin{cases} a \geq x \\ b \geq y \end{cases} \Rightarrow a+b \geq x+y$. **B.** $a + \frac{1}{a} \geq 2 \forall a > 0$.
C. $a+b \geq 2\sqrt{ab} \forall a, b \geq 0$. **D.** $a > b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b} \forall a, b \neq 0$.

Câu 21. Cho các mệnh đề sau

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \text{ (I)}; \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3 \text{ (II)}; \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c} \text{ (III)}$$

Với mọi giá trị của a, b, c dương ta có

A. (I) đúng và (II), (III) sai. **B.** (II) đúng và (I), (III) sai.
C. (III) đúng và (I), (II) sai. **D.** (I), (II), (III) đúng.

Câu 22. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + \frac{16}{x}, x > 0$ bằng

A. 4. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 23. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x}$ với $x > 0$ là

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 24. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$.

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2 - \sqrt{2}$. **D.** 0.

Câu 25. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{4x^4 - 3x^2 + 9}{x^2}; x \neq 0$ là

A. 9. **B.** -3. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 26. Hàm số $y = \frac{4}{x} + \frac{9}{1-x}$ với $0 < x < 1$, đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{a}{b}$ (a, b nguyên dương, phân số $\frac{a}{b}$ tối giản). Khi đó $a+b$ bằng

A. 4. **B.** 139. **C.** 141. **D.** 7.

Câu 27. Cho a là số thực bất kì, $P = \frac{2a}{a^2+1}$. Bất đẳng thức nào sau đây đúng với mọi a .

A. $P > -1$. **B.** $P > 1$. **C.** $P < -1$. **D.** $P \leq 1$.

Câu 28. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x}{4} + \frac{1}{x-1}$ với $x > 1$.

A. $\frac{7}{4}$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 29. (Độ Cần Vinh Phúc-lần 1-2018-2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số

$$y = \sqrt{x^3 + 2(1 + \sqrt{x^3 + 1})} + \sqrt{x^3 + 2(1 - \sqrt{x^3 + 1})}$$

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x-1}$ với $x > 1$ là

- A. 2. B. $\frac{5}{2}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 31. Cho $x \geq 2$. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{x}$ bằng

- A. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. B. $\frac{2}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2017}{\sqrt{x-2018}}$ là

- A. 2. B. $\frac{2017}{2018}$. C. $\frac{2018}{2017}$. D. 2019.

Câu 33. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \sqrt{6-2x} + \sqrt{3+2x}$.

- A. M không tồn tại; $m = 3$. B. $M = 3$; $m = 0$.
C. $M = 3\sqrt{2}$; $m = 3$. D. $M = 3\sqrt{2}$; $m = 0$.

Câu 34. **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Cho biểu thức $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$, với $x > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức là

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 35. Cho các số thực a, b thỏa mãn $ab > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} - 1$.

- A. 3. B. -1. C. 1. D. -3.

Câu 36. **(Chuyên Lam Sơn-KSCL-lần 2-2018-2019)** Cho x, y là các số thực thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $(x+2y)^3 + 8xy \geq 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 8x^4 + \frac{1}{2}(y^4 - 2xy)$ bằng

- A. $-\frac{1}{16}$. B. -4. C. 0. D. -2.

Câu 37. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $x - 3\sqrt{x+1} = 3\sqrt{y+2} - y$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x + y$.

- A. $\max P = 9 - 3\sqrt{15}$ đạt được khi $\begin{cases} x = \frac{10 + 3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8 + 3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$.
B. $\max P = 9 + 3\sqrt{15}$ đạt được khi $\begin{cases} x = \frac{10 - 3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8 - 3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{C. } \max P = 9 + 3\sqrt{15} \text{ đạt được khi } & \begin{cases} x = \frac{10 + 3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8 + 3\sqrt{15}}{2} \end{cases} \\ \text{D. } \max P = 3 + \sqrt{15} \text{ đạt được khi } & \begin{cases} x = \frac{10 + 3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8 + 3\sqrt{15}}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

Câu 38. Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $x - 3\sqrt{x+1} = 3\sqrt{y+2} - y$. Giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = x + y$ bằng

A. $9 + 3\sqrt{5}$. B. $9 + 3\sqrt{3}$. C. $9 - 3\sqrt{5}$. D. $9 + 3\sqrt{15}$.

Câu 39. (THUẬN THÀNH SỐ 2 LẦN 1_2018-2019) Cho hai số thực $x \neq 0, y \neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện $(x+y)xy = x^2 + y^2 - xy$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{y^3}$ là

A. 9. B. 16. C. 18. D. 1.

Câu 40. Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x(3 - xy - xz) + y + 6z \leq 5xz(y + z)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x + y + 6z$ là

A. $3\sqrt{6}$. B. 9. C. $\sqrt{30}$. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 41. Cho các số thực $a, b, c > 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} + \frac{\sqrt[3]{abc}}{a+b+c}$ là

A. 2. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{5}{2}$. D. 3.

Câu 42. Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{a} + \frac{4}{b} + \frac{9}{c}$?

A. 63. B. 36. C. 35. D. 34.

Câu 43. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $a > 1, b > \frac{1}{2}, c > \frac{1}{3}$ và $\frac{1}{a} + \frac{2}{2b+1} + \frac{3}{3c+2} \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a-1)(2b-1)(3c-1)$

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{4}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$

Câu 44. Cho a, b, c, d là các số thực thay đổi thỏa mãn $a^2 + b^2 = 2$ và $c^2 + d^2 + 25 = 6c + 8d$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3c + 4d - (ac + bd)$.

A. $25 + 4\sqrt{2}$. B. $25 + 5\sqrt{2}$. C. $25 - 5\sqrt{2}$. D. $25 + \sqrt{10}$.

Câu 45. Cho $0 < x < y \leq z \leq 1$ và $3x + 2y + z \leq 4$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $S = 3x^2 + 2y^2 + z^2$.

A. 3. B. 4. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Cho ba số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Biểu thức

Câu 46.

$$P = \frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}}$$
 có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. 1. B. $\frac{3}{2}$. C. 3. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 47. Cho 4 số nguyên không âm a, b, c, d thỏa $a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 4d^2 = 36$ và $2a^2 + b^2 - 2d^2 = 6$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $Q = a^2 + b^2 + c^2 + d^2$.

- A. $\min Q = 30$. B. $\min Q = 32$. C. $\min Q = 42$. D. $\min Q = 14$.

Câu 48. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho ba số thực dương x, y, z . Biểu thức

$$P = \frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy}$$
 có giá trị nhỏ nhất bằng:

- A. $\frac{5}{2}$. B. 9. C. $\frac{11}{2}$. D. $\frac{9}{2}$.

Câu 49. (TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12) Cho $a, b, c > 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$E = \left(1 + \frac{a}{2b}\right) \left(1 + \frac{b}{2c}\right) \left(1 + \frac{c}{2a}\right)$$
 thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 2\sqrt{2})$. B. $\left(3; \frac{7}{2}\right)$. C. $(1; 3)$. D. $\left(\frac{17}{5}; \frac{7}{2}\right)$.

Câu 50. Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$F = \frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z}$$
 là:

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 51. Cho các số thực dương a, b, c, m, n, p thỏa mãn các điều kiện $2 \cdot \sqrt[2017]{m} + 2 \cdot \sqrt[2017]{n} + 3 \cdot \sqrt[2017]{p} \leq 7$ và

$$4a + 4b + 3c \geq 42. \text{ Đặt } S = \frac{2(2a)^{2018}}{m} + \frac{2(2b)^{2018}}{n} + \frac{3c^{2018}}{p}$$
 thì khẳng định đúng là:

- A. $42 < S \leq 7 \cdot 6^{2018}$. B. $S > 6^{2018}$. C. $7 \leq S \leq 7 \cdot 6^{2018}$. D. $4 \leq S \leq 42$.

Câu 52. Với $a, b, c > 0$. Biểu thức $P = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < P \leq \frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2} < P$. C. $\frac{4}{3} \leq P$. D. $\frac{3}{2} \leq P$.

Câu 53. Cho các số dương x, y, z thỏa mãn $xyz = 1$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{yz} + \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{zx} + \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{xy}$$
 là

- A. $3\sqrt[3]{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt[3]{3}}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 54. (Đề thi thử Chuyên Nguyễn Du-ĐăkLăk lần 2) Cho phương trình $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0$ có nghiệm. Giá trị nhỏ nhất $P = a^2 + b^2 + c^2$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 4. C. 2. D. $\frac{8}{3}$.

Câu 55. Người ta dùng 100m rào để rào một mảnh vườn hình chữ nhật để thả gia súc. Biết một cạnh của hình chữ nhật là bức tường (không phải rào). Tính diện tích lớn nhất của mảnh để có thể rào được?
A. $1350m^2$. B. $1250m^2$. C. $625m^2$. D. $1150m^2$.

Câu 56. Trong các hình chữ nhật có chu vi bằng 300 m, hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng
A. $22500m^2$. B. $900m^2$. C. $5625m^2$. D. $1200m^2$.

Câu 57. (NGÔ GIA TỰ_VĨNH PHÚC_LẦN 1_1819) Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích $48m^2$, hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất là
A. $16\sqrt{3}$. B. $20\sqrt{3}$. C. 16. D. 20.

Câu 58. (ĐỀ THI HỌC KÌ I LỚP 12 - QUANG TRUNG - ĐÔNG ĐA - HÀ NỘI) Một miếng bìa hình tam giác đều ABC , cạnh bằng 16. Học sinh Minh cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC ; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB). Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng bao nhiêu?
A. $16\sqrt{3}$. B. $8\sqrt{3}$. C. $32\sqrt{3}$. D. $34\sqrt{3}$.

Câu 59. Một miếng giấy hình tam giác vuông ABC (vuông tại A) có diện tích S , có M là trung điểm BC . Cắt miếng giấy theo hai đường thẳng vuông góc, đường thẳng qua M cắt cạnh AB tại E , đường thẳng qua M cắt cạnh AC tại F . Khi đó miếng giấy tam giác MEF có diện tích nhỏ nhất bằng bao nhiêu?
A. $\frac{S}{3}$. B. $\frac{3S}{5}$. C. $\frac{3S}{8}$. D. $\frac{S}{4}$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. TÍNH CHẤT CỦA BẤT ĐẲNG THỨC

Câu 1. Chọn B.

Theo tính chất bất đẳng thức, $\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Leftrightarrow a + c > b + d$.

Câu 2. Chọn C.

Ta có: $a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$

Câu 3. Chọn B.

Không có tính chất hiệu hai vế bất đẳng thức.

Ví dụ $\begin{cases} 1 < 2 \\ -5 < 1 \end{cases} \Rightarrow 1 - (-5) < 2 - 1$, Sai.

Câu 4. Chọn C.

$a + 2c > b + 2c \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow 2a > 2b$.

Câu 5. Chọn A.

Câu 6. Chọn A.

$\begin{cases} a > b > 0 \\ c > d > 0 \end{cases} \Rightarrow ac > bd$ đúng theo tính chất nhân hai bất đẳng thức dương cùng chiều.

Câu 7. Chọn D.

Câu 8. Chọn D.

Ta có $6 + a > 3 + a \Leftrightarrow 6 + a - 3 - a > 0 \Leftrightarrow 3 > 0$ với mọi số thực a nên Chọn D.

Câu 9. Chọn C

$$\text{Từ } \begin{cases} a < b \\ c < d \end{cases} \Rightarrow a + c < b + d \Rightarrow a - d < b - c.$$

Câu 10. Chọn D

Các mệnh đề A, B, C đúng.

Mệnh đề D sai. Ta có phản ví dụ: $-2 > -5$ nhưng $(-2)^2 = 4 < 25 = (-5)^2$.

Câu 11. Chọn D.

Khi cộng hai bất đẳng thức cùng chiều ta được một bất đẳng thức cùng chiều nên ta có

$$\begin{cases} a > b \\ c > d \end{cases} \Rightarrow a + c > b + d.$$

Câu 12. Chọn C

Câu A sai ví dụ $2 > 0 \Rightarrow 2.2 > 2.0$

Câu B sai với $a = 3, b = 2, c = -2$.

Câu C đúng vì $-a < -b \Leftrightarrow a > b$.

Câu D sai khi $c \leq 0$.

Câu 13. Chọn C

Các mệnh đề A, B đều đúng theo tính chất của bất đẳng thức chứa dấu giá trị tuyệt đối.

Mệnh đề D đúng theo bất đẳng thức Cô- Si cho 2 số không âm a và b .

Mệnh đề C sai khi $c < 0$ (vì khi nhân 2 vế của một bất đẳng thức với một số âm thì ta được bất đẳng thức mới đổi chiều bất đẳng thức đã cho).

Câu 14. Chọn A.

$$\text{Với } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ y < 1 \end{cases} \Rightarrow xy < x < 1 \Rightarrow \text{A đúng.}$$

$$\text{Chọn } \begin{cases} x = -3 < 1 \\ y = -1 < 1 \end{cases} \Rightarrow xy = \frac{x}{y} = 3 > 1 \Rightarrow \text{B, C sai.}$$

$$\text{Chọn } \begin{cases} x = -1 < 1 \\ y = -3 < 1 \end{cases} \Rightarrow x - y = 2 > 1 \Rightarrow \text{D sai.}$$

Câu 15. Chọn B.

Nếu $x + y > 0$ thì ít nhất một trong hai số x, y phải dương.

$$\text{Thật vậy nếu } \begin{cases} x \leq 0 \\ y \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x + y \leq 0 \text{ mâu thuẫn.}$$

Câu 16. Chọn A.

$$a > b > 0 \Leftrightarrow a + 1 > b + 1 > 1 \Leftrightarrow \frac{a}{a+1} > \frac{b}{b+1}.$$

DẠNG 2. BẤT ĐẲNG THỨC COSI và ỨNG DỤNG**Câu 17. Chọn C****Câu 18. Chọn A**

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức côsi ta có: } \frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc} \Leftrightarrow a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}.$$

Câu 19. Chọn C

$$\text{Với mọi số thực } a \text{ và } b \text{ ta luôn có: } ab \leq \frac{(a+b)^2}{4} \Leftrightarrow ab \leq 4. \text{ Dấu "}" xảy ra}$$

$$\Leftrightarrow a = b = 2.$$

Vậy tích ab lớn nhất bằng 4.

Câu 20. Chọn D.

Theo tính chất của bất đẳng thức và bất đẳng thức Côsi thì A, B, C luôn đúng.

Ta có nếu $b < a < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ là sai.

Câu 21. Chọn D.

Với mọi a, b, c dương ta luôn có:

$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a}} \Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, dấu bằng xảy ra khi $a = b$. Vậy (I) đúng.

$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3\sqrt[3]{\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a}} \Leftrightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq 3$, dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$. Vậy (II) đúng.

$(a+b+c) \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) \geq 3\sqrt[3]{abc} \cdot 3\sqrt[3]{\frac{1}{abc}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{9}{a+b+c}$, dấu bằng xảy ra khi $a = b = c$.
Vậy (III) đúng.

Câu 22. Chọn D.

Ta có: $P = x^2 + \frac{16}{x} = x^2 + \frac{8}{x} + \frac{8}{x} \stackrel{\text{Côsi}}{\geq} 3\sqrt{x^2 \cdot \frac{8}{x} \cdot \frac{8}{x}} = 12$. Vậy $P_{\min} = 12$.

Câu 23. Chọn C.

Theo bất đẳng thức Côsi ta có $2x + \frac{3}{x} \geq 2\sqrt{6}$ suy ra giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 24. Chọn B.

$A = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$ có tập xác định $D = [2; 4]$.

Ta có: $A^2 = 2 + 2\sqrt{(x-2)(4-x)} \geq 2 \Rightarrow A \geq \sqrt{2}$, dấu bằng xảy ra khi $x = 2$ hoặc $x = 4$.

Câu 25. Chọn A.

Xét hàm số $y = \frac{4x^4 - 3x^2 + 9}{x^2} = 4x^2 + \frac{9}{x^2} - 3$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si, ta có $4x^2 + \frac{9}{x^2} \geq 2\sqrt{4x^2 \cdot \frac{9}{x^2}} = 12 \Rightarrow y \geq 9$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{4x^4 - 3x^2 + 9}{x^2}$ là 9 khi $4x^2 = \frac{9}{x^2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 26. Chọn D.

Theo BĐT CAUCHY – SCHAWARS: $\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}$, trong đó các số

$b_i > 0$

Vì $0 < x < 1$ nên $x > 0$ và $1-x > 0$

Từ đó $y = \frac{4}{x} + \frac{9}{1-x} = \frac{2^2}{x} + \frac{3^2}{1-x} \geq \frac{(2+3)^2}{x+1-x} = 25$

Suy ra $y_{\min} = 25$ khi $x = \frac{2}{5} = \frac{a}{b} \Rightarrow a+b=7$.

Câu 27. Chọn D.

Với a là số thực bất kì, ta có: $(a-1)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \Leftrightarrow 1 \geq \frac{2a}{a^2 + 1}$.

Hay $P \leq 1$.

Câu 28. Chọn D

Với $x > 1 \Leftrightarrow x - 1 > 0$

$$P = \frac{x}{4} + \frac{1}{x-1} = \left(\frac{x-1}{4} + \frac{1}{x-1} \right) + \frac{1}{4}$$

Áp dụng Bất đẳng thức Cô – si cho hai số dương $\frac{x-1}{4}, \frac{1}{x-1}$ có

$$\frac{x-1}{4} + \frac{1}{x-1} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{x-1}{4} \cdot \frac{1}{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{4} + \frac{1}{x-1} \geq 1$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\frac{x-1}{4} = \frac{1}{x-1} \Leftrightarrow (x-1)^2 = 4 \Leftrightarrow x = 3$ (vì $x > 1$)

Do đó $P \geq \frac{5}{4}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $\frac{5}{4}$ (khi $x = 3$).

Câu 29. Chọn B

Hàm số xác định khi: $x^3 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$.

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{x^3 + 2(1 + \sqrt{x^3 + 1})} + \sqrt{x^3 + 2(1 - \sqrt{x^3 + 1})} = \sqrt{(\sqrt{x^3 + 1} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{x^3 + 1} - 1)^2} \\ &= |\sqrt{x^3 + 1} + 1| + |1 - \sqrt{x^3 + 1}| \geq 2 \quad \forall x \geq -1. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra khi: $(\sqrt{x^3 + 1} + 1)(1 - \sqrt{x^3 + 1}) \geq 0$

Do $\sqrt{x^3 + 1} + 1 > 0 \quad \forall x \geq -1$ nên $-\sqrt{x^3 + 1} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^3 + 1} \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 0$

Với $x = 0$ ta có: $y(0) = 2 \Rightarrow \min y = 2$ tại $x = 0$.

Câu 30.**Hướng dẫn giải**

Chọn B.

$$\text{Ta có: } f(x) = \frac{x}{2} + \frac{2}{x-1} = \frac{x-1}{2} + \frac{2}{x-1} + \frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{x-1}{2} \cdot \frac{2}{x-1}} + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} x \geq 1 \\ \frac{x-1}{2} = \frac{2}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow x = 3.$$

Vậy hàm số $f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng $\frac{5}{2}$.

Câu 31.**Hướng dẫn giải**

Chọn A.

$$\text{Ta có } f(x) \geq 0 \text{ và } [f(x)]^2 = \frac{x-2}{x^2} = \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{1}{8} - 2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{4}\right)^2 \leq \frac{1}{8} \Rightarrow 0 \leq f(x) \leq \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\frac{\sqrt{2}}{4}$ đạt được khi $x = 4$.

Câu 32. Chọn A

Tập xác định của hàm số $D = (2018; +\infty)$.

$$\text{Ta có } y = \frac{x-2017}{\sqrt{x-2018}} = \frac{x-2018+1}{\sqrt{x-2018}} = \sqrt{x-2018} + \frac{1}{\sqrt{x-2018}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có $\sqrt{x-2018} + \frac{1}{\sqrt{x-2018}} \geq 2$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{x-2018} = \frac{1}{\sqrt{x-2018}} \Leftrightarrow x-2018=1 \Leftrightarrow x=2019$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2 khi và chỉ khi $x=2019$.

Câu 33. Chọn C

Tập xác định của hàm số $D = \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Ta thấy $y > 0 \forall x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Có $y^2 = 9 + 2\sqrt{(6-2x)(3+2x)} \geq 9 \forall x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$. Suy ra $y \geq 3; \forall x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 3 \end{cases}$. Vậy $\min_{x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]} y = 3$.

Theo BĐT Cô Si ta có $2\sqrt{(6-2x)(3+2x)} \leq (6-2x) + (3+2x) = 9$ với $\forall x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Suy ra $y^2 \leq 18, \forall x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right] \Rightarrow y \leq 3\sqrt{2}, \forall x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Dấu bằng xảy ra khi $6-2x=3+2x \Leftrightarrow x=\frac{3}{4}$. Vậy $\max_{x \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]} y = 3\sqrt{2}$.

Câu 34. Chọn A.

Với $x > 1$, ta có $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1}} = \sqrt{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x-1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x-1}}} = 2$.

Vậy $\min f(x) = 2$ khi $\sqrt{x-1} = \frac{1}{\sqrt{x-1}} \Leftrightarrow x=2$.

Câu 35. Chọn D

Ta có $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{2a}{b} - \frac{2b}{a} - 1 = \left(\frac{a^2}{b^2} - \frac{2a}{b} + 1\right) + \left(\frac{b^2}{a^2} - \frac{2b}{a} + 1\right) - 3 = \left(\frac{a}{b} - 1\right)^2 + \left(\frac{b}{a} - 1\right)^2 - 3 \geq -3$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{a}{b} = 1 \\ \frac{b}{a} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b \neq 0$.

Vậy $\min P = -3$ khi $a=b \neq 0$.

Câu 36. Chọn A

Ta có $P = 8x^4 + \frac{1}{2}y^4 - xy \geq 4(xy)^2 - xy = \left(2xy - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} \geq -\frac{1}{16}$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} 16x^4 = y^4 \\ 8xy = 1 \\ (x+2y)^3 + 8xy \geq 2 \end{cases} \quad (*)$$

Dễ thấy $\begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$ là một nghiệm của (*) nên $\min P = -\frac{1}{16}$.

Câu 37. Chọn C

Điều kiện: $x \geq -1, y \geq -2$.

Ta có: $x - 3\sqrt{x+1} = 3\sqrt{y+2} - y$

$\Leftrightarrow (x+y)^2 = 9(\sqrt{x+1} + \sqrt{y+2})^2 \leq 9 \cdot 2 \cdot (x+y+3)$ (theo bất đẳng thức Bunhia – Côpxki)

$\Leftrightarrow (x+y)^2 - 18(x+y) - 54 \leq 0$

$\Rightarrow x+y \leq 9+3\sqrt{15} \Rightarrow P \leq 9+3\sqrt{15}$.

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x+y=9+3\sqrt{15} \\ \sqrt{x+1}=\sqrt{y+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8+3\sqrt{15}}{2} \end{cases} \quad (t/m).$

Vậy $\max P = 9+3\sqrt{15}$ đạt được khi $\begin{cases} x = \frac{10+3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8+3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$.

Câu 38. Chọn D

Điều kiện: $x \geq -1, y \geq -2$.

Ta có: $x - 3\sqrt{x+1} = 3\sqrt{y+2} - y$

$\Rightarrow (x+y)^2 = 9(\sqrt{x+1} + \sqrt{y+2})^2 \leq 9 \cdot 2 \cdot (x+y+3)$ (theo bất đẳng thức Bunhia – Côpxki)

$\Leftrightarrow (x+y)^2 - 18(x+y) - 54 \leq 0$

$\Rightarrow x+y \leq 9+3\sqrt{15} \Rightarrow P \leq 9+3\sqrt{15}$.

Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} x+y=9+3\sqrt{15} \\ \sqrt{x+1}=\sqrt{y+2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10+3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8+3\sqrt{15}}{2} \end{cases} \quad (t/m).$

Vậy $\max P = 9+3\sqrt{15}$ đạt được khi $\begin{cases} x = \frac{10+3\sqrt{15}}{2} \\ y = \frac{8+3\sqrt{15}}{2} \end{cases}$.

Câu 39. Chọn B

$$\text{Ta có } xy(x+y) = x^2 + y^2 - xy \Rightarrow \frac{xy(x+y)}{x^2y^2} = \frac{x^2 + y^2 - xy}{x^2y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} - \frac{1}{xy} = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 - \frac{3}{xy}.$$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}, b = \frac{1}{xy} \quad (a^2 \geq 4b) \Rightarrow a = a^2 - 3b \Rightarrow b = \frac{a^2 - a}{3}.$$

$$\text{Biến đổi } M = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^3 - \frac{3}{xy} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = a^3 - 3ab = a^3 - 3a \cdot \frac{a^2 - a}{3} = a^2.$$

$$\text{Ta có } \frac{a^2 - a}{3} = b \leq \frac{a^2}{4} \Rightarrow 3a^2 \geq 4a^2 - 4a \Leftrightarrow a^2 - 4a \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq a \leq 4 \Rightarrow M = a^2 \leq 16.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow x = y = \frac{1}{2} \Rightarrow M_{\max} = 16.$$

Câu 40. Chọn A

$$\text{Ta có: } x(3 - xy - xz) + y + 6z \leq 5xz(y + z)$$

$$\Leftrightarrow 3x + y + 6z \leq x^2y + x^2z + 5xz(y + z)$$

$$\Leftrightarrow 3x + y + 6z \leq x(y + z)(x + 5z)$$

$$\Rightarrow 2P \leq 2x(y + z)(x + 5z) \leq \left(\frac{3x + y + 5z}{3}\right)^3$$

$$\Leftrightarrow 2P \leq \frac{P^3}{27} \Leftrightarrow P^2 \geq 54 \Leftrightarrow P \geq 3\sqrt{6}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} 2x = y + z = x + 5z \\ 3x + y + 6z = 3\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{2}, y = \frac{9\sqrt{6}}{10}, z = \frac{\sqrt{6}}{10}$$

Câu 41. Chọn B

Áp dụng BĐT Cauchy ta được:

$$T = \frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} + \frac{\sqrt[3]{abc}}{a+b+c} = \left(\frac{1}{9} \cdot \frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} + \frac{\sqrt[3]{abc}}{a+b+c}\right) + \frac{8}{9} \cdot \frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}}$$

$$\geq 2\sqrt{\frac{1}{9} \cdot \frac{a+b+c}{\sqrt[3]{abc}} \cdot \frac{\sqrt[3]{abc}}{a+b+c}} + \frac{8}{9} \cdot 3 = \frac{2}{3} + \frac{8}{3} = \frac{10}{3}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow a = b = c.$$

Câu 42.**Lời giải****Chọn B**

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho hai số thực dương ta có:

$$\frac{1}{a} + 36a \geq 12 \quad (1)$$

$$\frac{4}{b} + 36b \geq 24 \quad (2)$$

$$\frac{9}{c} + 36c \geq 36 \quad (3)$$

Cộng các vế tương ứng của (1), (2), (3) ta có $P + 36(a+b+c) \geq 72 \Rightarrow P \geq 36$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{1}{a} = 36a; \frac{4}{b} = 36b; \frac{9}{c} = 36c$ và $a+b+c=1$ hay $a = \frac{1}{6}; b = \frac{1}{3}; c = \frac{1}{2}$.

Câu 43. Chọn A

Đặt $x = a - 1, y = 2b - 1, z = 3c - 1$. Khi đó bài toán trở thành “Cho $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{y+2} + \frac{3}{z+3} \geq 2$, với x, y, z dương. Tìm giá trị lớn nhất của $P = xyz$ ”.

Ta có

$$\frac{1}{x+1} \geq 1 - \frac{2}{y+2} + 1 - \frac{3}{z+3} = \frac{y}{y+2} + \frac{z}{z+3} \geq 2 \sqrt{\frac{yz}{(y+2)(z+3)}} \quad (1)$$

Tương tự

$$\frac{2}{y+2} \geq 2 \sqrt{\frac{xz}{(x+1)(z+3)}} \quad (2)$$

$$\frac{3}{z+3} \geq 2 \sqrt{\frac{xy}{(x+1)(y+2)}} \quad (3)$$

Nhân cả hai vế của (1), (2), (3) ta được:

$$\frac{6}{(x+1)(y+2)(z+3)} \geq \frac{8xyz}{(x+1)(y+2)(z+3)} \Leftrightarrow xyz \leq \frac{3}{4}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $P = (a-1)(2b-1)(3c-1)$ là $\frac{3}{4}$.

Câu 44. Chọn B

Theo đề ra ta có: $c^2 + d^2 + 25 = 6c + 8d \Leftrightarrow (c-3)^2 + (d-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ d=4 \end{cases}$.

Do vậy $P = 25 - (3a + 4b)$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$|3a + 4b| \leq \sqrt{(3^2 + 4^2)(a^2 + b^2)} = 5\sqrt{2} \longrightarrow -5\sqrt{2} \leq 3a + 4b \leq 5\sqrt{2}$$

$$\text{Hay } 5\sqrt{2} \geq -(3a + 4b) \geq -5\sqrt{2} \longrightarrow 25 + 5\sqrt{2} \geq 25 - (3a + 4b) \geq 25 - 5\sqrt{2}$$

$\longrightarrow 25 + 5\sqrt{2} \geq P \geq 25 - 5\sqrt{2}$. Vậy $\max P = 25 + 5\sqrt{2}$. Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ \frac{3}{a} = \frac{4}{b} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2 \\ b = \frac{4}{3}a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{4}{3}a < 0 \\ a^2 + \frac{16}{9}a^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{3\sqrt{2}}{5} \\ b = -\frac{4\sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Câu 45. Ta có

$$S = 3x^2 + 2y^2 + z^2 = 2\left(y - x + \frac{2}{3}\right)(y-1) + \left(z - x + \frac{2}{3}\right)(z-1) + \left(x + \frac{1}{3}\right)(3x + 2y + z - 4) + \frac{10}{3} \leq \frac{10}{3}$$

Chọn A

Câu 46.

Chứng minh được: với $a, b, c > 0$ ta có: $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c} \quad (1)$.

Dấu “=” xảy ra khi $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – Si cho hai số không âm ta có:

$$\sqrt{1+8a^3} = \sqrt{(1+2a)(1-2a+4a^2)} \leq \frac{(1+2a)+(1-2a+4a^2)}{2} = 1+2a^2.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} \geq \frac{1}{1+2a^2}.$$

Tương tự ta được:

$$P = \frac{1}{\sqrt{1+8a^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8b^3}} + \frac{1}{\sqrt{1+8c^3}} \geq \frac{1}{1+2a^2} + \frac{1}{1+2b^2} + \frac{1}{1+2c^2} \geq \frac{9}{3+2(a^2+b^2+c^2)} \text{ (theo (1)).}$$

$$\Rightarrow P \geq 1.$$

$$\text{Dấu “=” xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2a^2 = 1-2a+4a^2 \\ 1+2b^2 = 1-2b+4b^2 \\ 1+2c^2 = 1-2c+4c^2 \\ \frac{1}{1+2a^2} = \frac{1}{1+2b^2} = \frac{1}{1+2c^2} \\ a^2+b^2+c^2 = 3; a, b, c > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 1.$$

Vậy $\min P = 1 \Leftrightarrow a = b = c = 1$.

Câu 47. Chọn D

Từ $2a^2 + b^2 - 2d^2 = 6$ (*) suy ra b là số chẵn. Mặt khác do $a^2 + 2b^2 + 3c^2 + 4d^2 = 36$ (**), ta được $2b^2 \leq 36$. Do đó $b \in \{0, 2, 4\}$.

Xét $b = 4$. Từ (*) ta có $d^2 - a^2 = 5 \Rightarrow d^2 \geq 5$ và từ (**) ta có $d^2 \leq 9$. Do đó $d = 3 \Rightarrow a = b = c = 0$ (loại vì không thỏa (*)).

Xét $b = 2$. Từ (*) ta có $a^2 - d^2 = 1 \Rightarrow (a-d)(a+d) = 1 \Rightarrow \begin{cases} a-d=1 \\ a+d=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ d=0 \end{cases}$. Thay vào (*) ta

$$\text{giải được } \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=3 \\ d=0 \end{cases}. \text{ Vậy } Q = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 0^2 = 14.$$

Xét $b = 0$. Từ (*) và $0 \leq a-d \leq a+d$, ta có:

$$a^2 - d^2 = 3 \Rightarrow (a-d)(a+d) = 3 \Rightarrow \begin{cases} a-d=1 \\ a+d=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ d=1 \end{cases}.$$

$$\text{Thay vào (*) ta giải được } \begin{cases} a=2 \\ b=0 \\ c^2 = \frac{28}{3} \\ d=1 \end{cases} \text{ (mâu thuẫn vì } c \in \mathbb{N}).$$

Kết luận $Q = 14$. Chọn **D**.

Câu 48. Chọn D

Vì x, y, z là các số thực dương suy ra $\frac{x}{yz}, \frac{y}{zx}, \frac{z}{xy}$ là các số dương. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

$$\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{x}{yz} \cdot \frac{y}{xz}} = \frac{2}{z} \quad (1)$$

$$\frac{x}{yz} + \frac{z}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{x}{yz} \cdot \frac{z}{xy}} = \frac{2}{y} \quad (2)$$

$$\frac{z}{xy} + \frac{y}{zx} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{z}{xy} \cdot \frac{y}{zx}} = \frac{2}{x} \quad (3)$$

Cộng các vế của (1), (2) và (3) ta được $\frac{x}{yz} + \frac{y}{zx} + \frac{z}{xy} \geq \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$

Áp dụng BĐT Cô – si ta có:

$$\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2x} + \frac{1}{2x} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{2x} \cdot \frac{1}{2x}} = \frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{y^2}{2} + \frac{1}{2y} + \frac{1}{2y} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{y^2}{2} \cdot \frac{1}{2y} \cdot \frac{1}{2y}} = \frac{3}{2} \quad (5)$$

$$\frac{z^2}{2} + \frac{1}{2z} + \frac{1}{2z} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{z^2}{2} \cdot \frac{1}{2z} \cdot \frac{1}{2z}} = \frac{3}{2} \quad (6)$$

Cộng các vế của (4), (5) và (6) ta được $\frac{1}{2}(x^2 + y^2 + z^2) + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{2}$

Suy ra $P \geq \frac{9}{2}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow x = y = z$

Câu 49. Chọn B

$$\begin{aligned} E &= \left(1 + \frac{a}{2b}\right) \left(1 + \frac{b}{2c}\right) \left(1 + \frac{c}{2a}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{a}{2b}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{b}{2c}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{c}{2a}\right) \\ &\geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2b}} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2c}} \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{c}{2a}} = \frac{27}{8}. \end{aligned}$$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức E bằng $\frac{27}{8}$.

Câu 50. Chọn B

Áp dụng hệ quả của BĐT Côsi ta có:

$$(2x + y + z) \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = (x + x + y + z) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \geq 16 \Leftrightarrow \frac{1}{2x + y + z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) \quad (1).$$

$$\text{Tương tự ta có: } \frac{1}{x + 2y + z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right) \quad (2); \quad \frac{1}{x + y + 2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right) \quad (3)$$

Cộng các BĐT (1), (2), (3) về theo vế ta có:

$$F = \frac{1}{2x + y + z} + \frac{1}{x + 2y + z} + \frac{1}{x + y + 2z} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 1.$$

Vậy $F_{\max} = 1$ đạt được khi $x = y = z = \frac{3}{4}$.

Câu 51. Chọn B

+ Theo bài ra 6 số $a, b, c, m, n, p > 0$, áp dụng BĐT Cauchy cho 2018 số dương, gồm 2017 số

$6^{2018} \cdot \sqrt[2017]{m}$ và 1 số là $\frac{(2a)^{2018}}{m}$ ta được:

$$2017 \cdot 6^{2018} \cdot \sqrt[2017]{m} + \frac{(2a)^{2018}}{m} \geq 2018 \cdot \sqrt[2018]{\left(6^{2018} \cdot \sqrt[2017]{m}\right)^{2017} \cdot \frac{(2a)^{2018}}{m}} = 2018 \cdot 6^{2017} \cdot 2a$$

$$\Rightarrow 2 \cdot 2017 \cdot 6^{2018} \cdot \sqrt[2017]{m} + \frac{2 \cdot (2a)^{2018}}{m} \geq 2018 \cdot 6^{2017} \cdot 4a$$

$$\Rightarrow \frac{2 \cdot (2a)^{2018}}{m} \geq 2018 \cdot 6^{2017} \cdot 4a - 2017 \cdot 6^{2018} \cdot 2 \cdot \sqrt[2017]{m} \quad (1)$$

+ Chứng minh tương tự ta có:

$$\frac{2 \cdot (2b)^{2018}}{n} \geq 2018 \cdot 6^{2017} \cdot 4b - 2017 \cdot 6^{2018} \cdot 2 \cdot \sqrt[2017]{n} \quad (2)$$

$$\frac{3 \cdot c^{2018}}{p} \geq 2018 \cdot 6^{2017} \cdot 3c - 2017 \cdot 6^{2018} \cdot 3 \cdot \sqrt[2017]{p} \quad (3)$$

Cộng 3 BĐT (1), (2), (3) theo vế ta có:

$$S \geq 2018 \cdot 6^{2017} (4a + 4b + 3c) - 2017 \cdot 6^{2018} (2 \cdot \sqrt[2017]{m} + 2 \cdot \sqrt[2017]{n} + 3 \cdot \sqrt[2017]{p})$$

Theo bài ra: $2 \cdot \sqrt[2017]{m} + 2 \cdot \sqrt[2017]{n} + 3 \cdot \sqrt[2017]{p} \leq 7$ và $4a + 4b + 3c \geq 42$ nên ta có:

$$S \geq 2018 \cdot 6^{2017} \cdot 42 - 2017 \cdot 6^{2018} \cdot 7 = 7 \cdot 6^{2018} > 6^{2018} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 52.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } P + 3 = \left(\frac{a}{b+c} + 1\right) + \left(\frac{b}{c+a} + 1\right) + \left(\frac{c}{a+b} + 1\right) = (a+b+c) \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b}\right).$$

Áp dụng bất đẳng thức: $\forall x, y, z > 0 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z}$; đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z$.

$$\text{Ta được } \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}, \text{ đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } a = b = c.$$

$$\text{Do đó } P + 3 \geq \frac{9}{2} \Rightarrow P \geq \frac{3}{2}; \text{ đẳng thức xảy ra khi } a = b = c.$$

Câu 53. Chọn B.

$$\text{Áp dụng BĐT Cô-si, ta có: } 1 + x^3 + y^3 \geq 3xy \Rightarrow \frac{\sqrt{1+x^3+y^3}}{xy} \geq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{xy}} = \sqrt{3z}.$$

$$\text{Tương tự, ta có: } \frac{\sqrt{1+y^3+z^3}}{yz} \geq \sqrt{3x}, \frac{\sqrt{1+z^3+x^3}}{zx} \geq \sqrt{3y}.$$

$$\text{Suy ra: } P \geq \sqrt{3x} + \sqrt{3y} + \sqrt{3z} \geq 3\sqrt{3}\sqrt{\sqrt{xyz}} = 3\sqrt{3}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra } \Leftrightarrow x = y = z = 1.$$

$$\text{Vậy min } P = 3\sqrt{3}.$$

Câu 54. Chọn A

Kiểm tra $x = 0$ không là nghiệm của phương trình. Chia cả hai vế cho $x^2 \neq 0$ ta được

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + ax + b + \frac{c}{x} = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = -ax - b - \frac{c}{x}$$

$$\Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(ax + \frac{c}{x} + b\right)^2 \stackrel{\text{Bunhiacopxki}}{\leq} (a^2 + b^2 + c^2) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2}{x^2 + \frac{1}{x^2} + 1} \stackrel{\text{Cô-si}}{\geq} \frac{4}{3}. \text{ Dấu "}" xảy ra khi } x^2 = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Câu 55. Chọn B.

Đặt cạnh của hình chữ nhật lần lượt là x, y ($x, y > 0$; y là cạnh của bức tường).

Ta có: $2x + y = 100$. (1).

$$\text{Diện tích hình chữ nhật là } S = xy = 2x \cdot \frac{y}{2} \stackrel{\text{Cosi}}{\leq} 2 \cdot \left(\frac{x + \frac{y}{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}(2x + y)^2 = \frac{1}{8}(100)^2 = 1250.$$

Vậy $S_{\max} = 1250 \text{ m}^2$. Đạt được khi $x = \frac{y}{2} \Leftrightarrow y = 2x \Rightarrow x = 25 \text{ m}; y = 50 \text{ m}$.

Câu 56. Chọn C

Giả sử hình chữ nhật có chiều dài và chiều rộng lần lượt là a, b ($0 < a, b < 150$), đơn vị: m .

Từ giả thiết, ta có $a + b = 150$.

Diện tích hình chữ nhật là $S = a.b$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô – si, ta có

$$\sqrt{a.b} \leq \frac{a+b}{2} \Leftrightarrow \sqrt{a.b} \leq 75 \Leftrightarrow ab \leq 5625 \Leftrightarrow S \leq 5625.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra } \begin{cases} a = b \\ a + b = 150 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = 75.$$

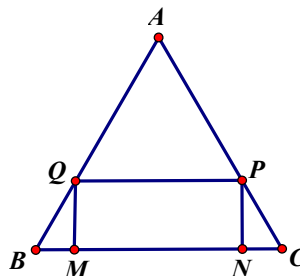
Hay $\max S = 5625 \text{ m}^2$.

Câu 57. Chọn A

Gọi hai cạnh của hình chữ nhật lần lượt là a, b với $ab = 48$.

Khi đó chu vi hình chữ nhật $P = 2.(a + b) \geq 2.2\sqrt{ab} = 16\sqrt{3}$.

Câu 58. Chọn C



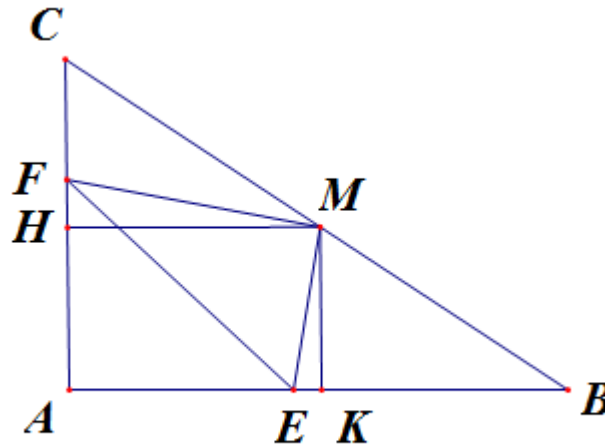
Đặt $BM = x \Rightarrow MN = 16 - 2x$ với $0 < x < 8$.

$\triangle QBM$ vuông tại $M \Rightarrow QM = BM \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}$.

$$S_{MNPQ} = MN.MQ = (16 - 2x)x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(8 - x)x \leq 2\sqrt{3} \cdot \left(\frac{8 - x + x}{2}\right)^2$$

$\Rightarrow S_{MNPQ} \leq 32\sqrt{3}$. Vậy tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng $32\sqrt{3}$ khi $x = 4$.

Câu 59. Chọn D



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AC, AB .

Khi đó ta luôn có $ME \geq MK$, $MF \geq MH$.

Vì tam giác MEF vuông tại M nên $S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2}ME.MF \geq \frac{1}{2}.MH.MK$.

Do M là trung điểm BC nên $MK = \frac{1}{2}AC$, $MH = \frac{1}{2}AB$

Vì vậy $S_{\triangle MEF} \geq \frac{1}{2}.MH.MK = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AB \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{S}{4}$.

TOÁN 10	BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH
0D4-2	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH	1
DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG.....	2
DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN	3
DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN	5
DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ.....	6
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	8
DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH	8
DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG.....	9
DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN	11
DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN	13
DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ.....	14

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH

- Câu 1.** Bất phương trình $\frac{1}{x-1} > \frac{3}{x+2}$ có điều kiện xác định là
A. $x \neq -1; x \neq 2$. **B.** $x \neq -1; x \neq -2$. **C.** $x \neq 1; x \neq -2$. **D.** $x \neq 1; x \neq 2$.
- Câu 2.** Điều kiện xác định của bất phương trình $\frac{2x}{|x+1|-3} - \frac{1}{\sqrt{2-x}} \geq 1$ là
A. $x \leq 2$. **B.** $\begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x < 2 \\ x \neq -4 \end{cases}$. **D.** $x < 2$.
- Câu 3.** Điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x^2-4} > x+2$ là
A. $x \neq \pm 2$. **B.** $x \neq 2$. **C.** $x > 2$. **D.** $x > 0$.
- Câu 4.** Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{2x-3}{2x+3} > x+1$.
A. $x \neq -\frac{3}{2}$. **B.** $x \neq \frac{3}{2}$. **C.** $x \neq -\frac{2}{3}$. **D.** $x \neq \frac{2}{3}$.
- Câu 5.** Tìm điều kiện của bất phương trình $\frac{2x-3}{\sqrt{6-3x}} < x-2$.
A. $x < 2$. **B.** $x > 2$. **C.** $x \leq 2$. **D.** $x \geq 2$.
- Câu 6.** Tập xác định của bất phương trình $\sqrt[3]{x+2} + \sqrt{x+3} + \frac{1}{x} > 2x-3$ là

- A. $[-2; +\infty)$. B. $[-3; +\infty)$. C. $[-3; +\infty) \setminus \{0\}$. D. $[-2; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 7. Điều kiện của bất phương trình $\frac{1}{x+2} > 2x$ là

- A. $x > -2$. B. $x \neq 2$. C. $x \neq -2$. D. $x < -2$.

Câu 8. Tìm điều kiện của bất phương trình $\sqrt{x+2} > \frac{12x}{x-2}$

- A. $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 \geq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x+2 > 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$.

Câu 9. Giá trị $x = 3$ thuộc tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $\frac{x^2-x+1}{x-1} \geq x+1$. B. $|2x-1| > x^2$. C. $x^2 - \sqrt{x^2+1} < 6$. D. $2x^2 - 5x + 2 < 0$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 10. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $x^2 \geq 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 0 \end{cases}$. B. $\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0$.

- C. $x+|x| \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$. D. $x^2 < 1 \Leftrightarrow |x| < 1$.

Câu 11. Bất phương trình nào sau đây không tương đương với bất phương trình $x+5 \geq 0$?

- A. $-x^2(x+5) \leq 0$. B. $\sqrt{x+5}(x+5) \geq 0$.

- C. $(x-1)^2(x+5) \geq 0$. D. $\sqrt{x+5}(x-5) \geq 0$.

Câu 12. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $x^2 \leq 3x \Leftrightarrow x \leq 3$. B. $\frac{1}{x} < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$.

- C. $\frac{x+1}{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow x+1 \geq 0$. D. $x+|x| \geq x \Leftrightarrow |x| \geq 0$.

Câu 13. Cho bất phương trình: $\frac{8}{3-x} > 1$ (1). Một học sinh giải như sau:

$$(1) \Leftrightarrow \frac{1}{3-x} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 5 \end{cases}$$

Hỏi học sinh này giải sai ở bước nào?

- A. (I). B. (II). C. (III). D. (II) và (III).

Câu 14. Cặp bất phương trình nào sau đây không tương đương

- A. $\sqrt{x-1} \geq x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} \geq x(2x+1)$. B. $2x-1 + \frac{1}{x-3} < \frac{1}{x-3}$ và $2x-1 < 0$.

- C. $x^2(x+2) < 0$ và $x+2 < 0$. D. $x^2(x+2) > 0$ và $(x+2) > 0$.

Câu 15. Cặp bất phương trình nào sau đây không tương đương:

- A. $5x-1 + \frac{1}{x-2} < \frac{1}{x-2}$ và $5x-1 < 0$. B. $5x-1 + \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-2}$ và $5x-1 > 0$.

- C. $x^2(x+3) < 0$ và $x+3 < 0$. D. $x^2(x+5) \geq 0$ và $x+5 \geq 0$.

Câu 16. Với điều kiện $x \neq 1$, bất phương trình $\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2$ tương đương với mệnh đề nào sau đây:

- A. $x-1 > 0$ hoặc $\frac{4x-3}{x-1} < 0$. B. $-2 < \frac{2x-1}{x-1} < 2$.
 C. $\frac{2x-1}{x-1} > \pm 2$. D. Tất cả các câu trên đều đúng.

Câu 17. Bất phương trình $\sqrt{2x+3} \geq x-2$ tương đương với:

- A. $2x+3 \leq (x+2)^2$ với $x \geq \frac{3}{2}$. B. $2x+3 \geq (x+2)^2$ với $x \geq 2$.
 C. $\begin{cases} 2x+3 \geq 0 \\ x-2 \leq 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 2x+3 \geq (x-2)^2 \\ x-2 > 0 \end{cases}$. D. Tất cả các câu trên đều đúng.

Câu 18. Bất phương trình $2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4}$ tương đương với:

- A. $2x < 3$. B. $x < \frac{3}{2}$ và $x \neq 2$. C. $x < \frac{3}{2}$. D. Tất cả đều đúng.

DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 20. Bất phương trình $-3x + 9 \geq 0$ có tập nghiệm là

- A. $[3; +\infty)$. B. $(-\infty; 3]$. C. $(3; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2 - 3x < x + 6$.

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 22. Cho $f(x) = 2x - 4$, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty)$. B. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2)$
 C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty)$. D. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 23. Bất phương trình $5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3$ có nghiệm là

- A. $x < 2$. B. $x > -\frac{5}{2}$. C. $\forall x$. D. $x > \frac{20}{23}$.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình $2x - 1 > 0$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 25. Nghiệm của bất phương trình $2x - 10 \geq 0$ là

- A. $x \geq 5$. B. $x = 5$. C. $x > 5$. D. $x \geq 8$.

Câu 26. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-4x + 16 \leq 0$?

- A. $S = [4; +\infty)$. B. $S = (4; +\infty)$. C. $S = (-\infty; 4]$. D. $S = (-\infty; -4]$.

Câu 27. Số nào dưới đây là nghiệm của bất phương trình $2x + 1 < 3$?

- A. $x = 2$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 28. Cho $f(x) = 2x + 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai

- A. $f(x) > 0; \forall x > -\frac{1}{2}$. B. $f(x) > 0; \forall x < \frac{1}{2}$. C. $f(x) > 0; \forall x > 2$. D. $f(x) > 0; \forall x > 0$.

Câu 29. Bất phương trình $-3x + 6 \leq 0$ có tập nghiệm là:

- A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2]$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-\infty; -2)$.

Câu 30. Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Bất phương trình $\frac{3}{x} \geq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 3. B. 2. C. Vô số. D. 4.

Câu 31. Bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} \leq 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1 nghiệm. B. vô nghiệm. C. vô số nghiệm. D. 2 nghiệm.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x - 1} < 1$ là

- A. $(-\infty; 2)$. B. $[1; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(1; 2)$.

Câu 33. Bất phương trình $\frac{2x - 5}{3} > \frac{x - 3}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{3x - 2} - 1)\sqrt{x^2 + 1} < 0$ là

- A. $\left[1; \frac{3}{2}\right)$ B. $[1; +\infty)$ C. $\left[\frac{2}{3}; 1\right)$ D. $[2; 3]$

Câu 35. (TOÁN HỌC TUỔI TRẺ - THÁNG 4 - 2018) Số nguyên dương x nhỏ nhất thỏa mãn $\sqrt{x} - \sqrt{x - 1} < \frac{1}{100}$ là

- A. 2499. B. 2500. C. 2501. D. 2502.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x - 2017} > \sqrt{2017 - x}$ là

- A. $[2017; +\infty)$. B. $(-\infty; 2017)$. C. $\{2017\}$. D. $\emptyset$.

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.
C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $3 - 2x + \sqrt{2 - x} < x + \sqrt{2 - x}$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(1; 2]$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(1; +\infty)$.

Câu 39. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x - 1}{x - 3} > 1$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $2x - \frac{x - 3}{5} \leq 4x - 1$.

- A. $S = \left[\frac{8}{11}; +\infty\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{8}{11}\right]$. C. $S = \left[\frac{4}{11}; +\infty\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{2}{11}\right]$.

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. C. $[1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x - 1} + \sqrt{5 - x} + \frac{1}{x - 3} > \frac{1}{x - 3}$ là

A. $S = [1; 5]$.

B. $S = (1; 5) \setminus \{3\}$.

C. $S = (3; 5]$.

D. $S = [1; 5] \setminus \{3\}$.

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 43. (THPT NÔNG CÔNG - THANH HÓA LẦN 1_2018-2019) Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 1 \geq 2x + 7 \\ 4x + 3 > 2x + 19 \end{cases}$$

A. $[6; +\infty)$.

B. $[8; +\infty)$.

C. $(6; +\infty)$.

D. $(8; +\infty)$.

Câu 44. Tập nghiệm của bất phương trình $\begin{cases} x + 3 < 4 + 2x \\ 5x - 3 < 4x - 1 \end{cases}$ là

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-4; -1)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-1; 2)$.

Câu 45. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 4 - x \geq 0 \\ x + 2 \geq 0 \end{cases}$ là

A. $S = (-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

B. $S = [-2; 4]$.

C. $S = [2; 4]$.

D. $S = (-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

Câu 46. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + 2 > 2x + 3 \\ 1 - x > 0 \end{cases}$ là

A. $\left(\frac{1}{5}; 1\right)$.

B. $\emptyset$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(-\infty; 1)$.

Câu 47. Hệ bất phương trình sau $\begin{cases} 2x - 1 \geq 3(x - 3) \\ \frac{2 - x}{2} < x - 3 \\ \sqrt{x - 3} \geq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm là

A. $[7; +\infty)$.

B. $\emptyset$.

C. $[7; 8]$.

D. $\left(\frac{8}{3}; 8\right)$.

Câu 48. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} < -x + 1 \\ \frac{4 - 3x}{2} < 3 - x \end{cases}$ là

A. $\left(-2; \frac{4}{5}\right)$.

B. $\left[-2; \frac{4}{5}\right]$.

C. $\left(-2; \frac{3}{5}\right)$.

D. $\left[-1; \frac{1}{3}\right]$.

Câu 49. Tổng tất cả các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x - 2 < 4x + 5 \\ x^2 < (x + 2)^2 \end{cases}$ bằng

A. 21.

B. 28.

C. 27.

D. 29.

Câu 50. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{4x + 5}{6} < x - 3 \\ 2x + 3 > \frac{7x - 4}{3} \end{cases}$ là

A. $\left(\frac{23}{2}; 13\right)$. B. $(-\infty; 13)$. C. $(13; -\infty)$. D. $\left(-\infty; \frac{23}{2}\right)$.

Câu 51. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 > x-2 \end{cases}$ là

A. $(-3; 2)$. B. $(-\infty; 3)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 52. Giá trị $x = -2$ là nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$. B. $\begin{cases} 2x-5 < 3x \\ 4x-1 > 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} 2x-4 > 3 \\ 1+2x < 5 \end{cases}$. D. $\begin{cases} 2x-3 < 3x-5 \\ 2x-3 > 1 \end{cases}$.

DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Câu 53. Bất phương trình $(m-1)x > 3$ vô nghiệm khi

A. $m \neq 1$. B. $m < 1$. C. $m = 1$. D. $m > 1$.

Câu 54. Bất phương trình $(m^2 - 3m)x + m < 2 - 2x$ vô nghiệm khi

A. $m \neq 1$. B. $m \neq 2$. C. $m = 1, m = 2$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 55. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x < m$ vô nghiệm.

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 56. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m^2 - m)x + m < 6x - 2$ vô nghiệm. Tổng các phần tử trong S bằng:

A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 57. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để bất phương trình $mx - 2 \leq x - m$ vô nghiệm.

A. 0. B. 1. C. 2. D. Vô số.

Câu 58. Bất phương trình $(m^2 + 9)x + 3 \geq m(1 - 6x)$ nghiệm đúng với mọi x khi

A. $m \neq 3$. B. $m = 3$. C. $m \neq -3$. D. $m = -3$.

Câu 59. Bất phương trình $4m^2(2x-1) \geq (4m^2 + 5m + 9)x - 12m$ nghiệm đúng với mọi x khi

A. $m = -1$. B. $m = \frac{9}{4}$. C. $m = 1$. D. $m = -\frac{9}{4}$.

Câu 60. Bất phương trình $m^2(x-1) \geq 9x + 3m$ nghiệm đúng với mọi x khi

A. $m = 1$. B. $m = -3$. C. $m = \emptyset$. D. $m = -1$.

Câu 61. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(x+m)m + x > 3x + 4$ có tập nghiệm là $(-m-2; +\infty)$.

A. $m = 2$. B. $m \neq 2$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 62. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(x-m) \geq x-1$ có tập nghiệm là $(-\infty; m+1]$.

A. $m = 1$. B. $m > 1$. C. $m < 1$. D. $m \geq 1$.

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 2x-3$ có nghiệm.

A. $m \neq 2$. B. $m > 2$. C. $m = 2$. D. $m < 2$.

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m(x-1) < 3-x$ có nghiệm.

A. $m \neq 1$. B. $m = 1$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \neq 3$.

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(m^2 + m - 6)x \geq m + 1$ có nghiệm.

A. $m \neq 2$. B. $m \neq 2$ và $m \neq 3$. C. $m \in \mathbb{R}$. D. $m \neq 3$.

- Câu 66.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m^2x - 1 < mx + m$ có nghiệm.
A. $m = 1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 0; m = 1$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 67.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $mx + 6 < 2x + 3m$ với $m < 2$. Hỏi tập hợp nào sau đây là phần bù của tập S ?
A. $(3; +\infty)$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 3)$. **D.** $(-\infty; 3]$.
- Câu 68.** Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m(2x - 1) \geq 2x + 1$ có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.
A. $m = 3$ **B.** $m = 1$ **C.** $m = -1$ **D.** $m = -2$.
- Câu 69.** Tìm giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2x - m < 3(x - 1)$ có tập nghiệm là $(4; +\infty)$.
A. $m \neq 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -1$. **D.** $m > 1$.
- Câu 70.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx + 4 > 0$ nghiệm đúng với mọi $|x| < 8$.
A. $m \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$. **B.** $m \in \left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.
C. $m \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right]$.
- Câu 71.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x - 2) - mx + x + 5 < 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2018; 2]$.
A. $m < \frac{7}{2}$. **B.** $m = \frac{7}{2}$. **C.** $m > \frac{7}{2}$. **D.** $m \in \mathbb{R}$.
- Câu 72.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $m^2(x - 2) + m + x \geq 0$ có nghiệm $x \in [-1; 2]$.
A. $m \geq -2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m \geq -1$. **D.** $m \leq -2$.
- Câu 73.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 > 0 \\ x - m < 2 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m < -\frac{3}{2}$. **B.** $m \leq -\frac{3}{2}$. **C.** $m > -\frac{3}{2}$. **D.** $m \geq -\frac{3}{2}$.
- Câu 74.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3(x - 6) < -3 \\ \frac{5x + m}{2} > 7 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > -11$. **B.** $m \geq -11$. **C.** $m < -11$. **D.** $m \leq -11$.
- Câu 75.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > 1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m < 1$. **D.** $m \neq 1$.
- Câu 76.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ (m^2 + 1)x < 4 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m > 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m < -1$. **D.** $-1 < m < 1$.
- Câu 77.** Hệ bất phương trình $\begin{cases} m(mx - 1) < 2 \\ m(mx - 2) \geq 2m + 1 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:
A. $m < \frac{1}{3}$. **B.** $0 \neq m < \frac{1}{3}$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m < 0$.
- Câu 78.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \geq 3 \\ x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m > 2$.

B. $m = 2$.

C. $m \leq 2$.

D. $m = 1$.

Câu 79. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} m^2x \geq 6-x \\ 3x-1 \leq x+5 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = \pm 1$.

D. $m \geq 1$.

Câu 80. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \frac{72}{13}$.

B. $m > \frac{72}{13}$.

C. $m < \frac{72}{13}$.

D. $m \geq \frac{72}{13}$.

Câu 81. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} mx \leq m-3 \\ (m+3)x \geq m-9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = 1$.

B. $m = -2$.

C. $m = 2$.

D. $m = -1$.

Câu 82. Tìm giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2m(x+1) \geq x+3 \\ 4mx+3 \geq 4x \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = \frac{3}{4}$.

C. $m = \frac{3}{4}; m = \frac{5}{2}$.

D. $m = -1$.

Câu 83. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+4 > x+9 \\ 1-2x \leq m-3x+1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{5}{2}$.

B. $m \geq \frac{5}{2}$.

C. $m < \frac{5}{2}$.

D. $m \leq \frac{5}{2}$.

Câu 84. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+7 \geq 8x+1 \\ m+5 < 2x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > -3$.

B. $m \geq -3$.

C. $m < -3$.

D. $m \leq -3$.

Câu 85. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \\ 2m \leq 8 + 5x \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > \frac{72}{13}$.

B. $m \geq \frac{72}{13}$.

C. $m < 1$.

D. $m < 1$.

Câu 86. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x+5 \geq x-1 \\ (x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \\ mx+1 > (m-2)x+m \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m = 3$.

B. $m \geq 3$.

C. $m < 3$.

D. $m \leq 3$.

Câu 87. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2(x-3) < 5(x-4) \\ mx+1 \leq x-1 \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

A. $m > 1$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < 1$.

D. $m \leq 1$.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. TÌM ĐIỀU KIỆN XÁC ĐỊNH CỦA BẤT PHƯƠNG TRÌNH

Câu 1. Chọn C

Điều kiện của bất phương trình là: $\begin{cases} x-1 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq -2 \end{cases}$.

Câu 2. Chọn C

Điều kiện xác định của BPT: $\begin{cases} |x+1|-3 \neq 0 \\ 2-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x \neq 2 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -4 \\ x < 2 \end{cases}$.

Câu 3. Chọn A.

Điều kiện: $x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm 2$.

Câu 4. Chọn A.

Điều kiện: $2x+3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{3}{2}$.

Câu 5. Chọn A.

Điều kiện: $6-3x > 0 \Leftrightarrow x < 2$.

Câu 6. Chọn C.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của bất phương trình là $[-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

Câu 7. Chọn C.

Điều kiện: $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$.

Câu 8. Chọn D.

Điều kiện: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$.

Câu 9. Chọn C

Thay $x=3$ vào các bất phương trình:

$$\frac{3^2-3+1}{3-1} \geq 3+1 \Leftrightarrow \frac{7}{2} \geq 4 \text{ (không thỏa)}$$

$$|2 \cdot 3 - 1| > 3^2 \Leftrightarrow 5 > 9 \text{ (không thỏa)}$$

$$3^2 - \sqrt{3^2+1} < 6 \Leftrightarrow 9 - \sqrt{10} < 6 \Leftrightarrow 3 < \sqrt{10} \Leftrightarrow 9 < 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$2 \cdot 3^2 - 5 \cdot 3 + 2 < 0 \Leftrightarrow 5 < 0 \text{ (không thỏa)}$$

Vậy $x=3$ thuộc tập nghiệm bất phương trình: $x^2 - \sqrt{x^2+1} < 6$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH TƯƠNG ĐƯƠNG

Câu 10. Chọn B

$\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0 \Leftrightarrow x-3 \geq 0$ là khẳng định sai vì tập nghiệm của $\frac{x-3}{|x-4|} \geq 0$ là $[3; +\infty) \setminus \{4\}$ còn tập nghiệm của $x-3 \geq 0$ là $[3; +\infty)$.

Câu 11. Chọn D.

Ta có $x+5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

Ta xét các bất phương trình:

☐ $-x^2(x+5) \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

☐ $\sqrt{x+5}(x+5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

☐ $(x-1)^2(x+5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$.

☐ $\sqrt{x+5}(x-5) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$.

Câu 12. Chọn D

Vì $a \geq b \Leftrightarrow a - c \geq b - c, \forall c \in \mathbb{R}$. Trong trường hợp này $c = x$.

Câu 13. Chọn B

$$(1) \stackrel{(I)}{\Leftrightarrow} \frac{1}{3-x} > \frac{1}{8}.$$

Đúng vì chia hai vế cho một số dương ($8 > 0$) ta được bất thức tương đương cùng chiều.

$$\frac{1}{3-x} > \frac{1}{8} \stackrel{(II)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \text{ (chỉ đúng khi: } 3-x > 0 \Leftrightarrow x < 3 \text{)}.$$

Với $x = 4$ thì $\frac{1}{3-4} > \frac{1}{8} \Leftrightarrow -1 > \frac{1}{8}$ (sai) nhưng $\begin{cases} 4 \neq 3 \\ 3-4 < 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 \neq 3 \\ -1 < 8 \end{cases}$ (đúng). Vậy (II) sai.

$\begin{cases} x \neq 3 \\ 3-x < 8 \end{cases} \stackrel{(III)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} x \neq 3 \\ x > 5 \end{cases}$. Đúng vì đây chỉ là bước thu gọn bất phương trình bậc nhất đơn giản.

Câu 14. Chọn D

$$x^2(x+2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty) \setminus \{0\}.$$

$$x+2x > 0 \Leftrightarrow x > -2 \Leftrightarrow x \in (-2; +\infty).$$

Vậy hai bất phương trình này không tương đương.

Câu 15. Chọn B

$$5x-1 + \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 \neq 0 \\ 5x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right) \setminus \{2\}.$$

$$5x-1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{5} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{5}; +\infty\right).$$

Vậy hai bất phương trình này không tương đương.

Câu 16. Chọn A

$$\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} > 2 \\ \frac{2x-1}{x-1} < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x-1}{x-1} - 2 > 0 \\ \frac{2x-1}{x-1} + 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-1} > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ \frac{4x-3}{x-1} < 0 \end{cases}.$$

Câu 17. Chọn C

$$\text{Ta sử dụng kiến thức sau } \sqrt{A} \geq B \Leftrightarrow \begin{cases} A \geq 0 \\ B \leq 0 \\ A \geq B^2 \\ B > 0 \end{cases}$$

Câu 18. Chọn D

$$2x + \frac{3}{2x-4} < 3 + \frac{3}{2x-4} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-4 \neq 0 \\ 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

$$2x < 3 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}.$$

Vậy A, B, C đều đúng.

DẠNG 3. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG ĐỂ GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 19. Chọn B.

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3.$$

Câu 20. Chọn B.

$$\text{Ta có: } -3x + 9 \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -9 \Leftrightarrow x \leq 3.$$

Vậy: Bất phương trình $-3x + 9 \geq 0$ có tập nghiệm là $(-\infty; 3]$.

Câu 21. Chọn A.

$$\text{Ta có } 2 - 3x < x + 6 \Leftrightarrow 4x > -4 \Leftrightarrow x > -1.$$

Câu 22. Chọn A.

Ta có

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow A \text{ đúng.}$$

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow 2x - 4 < 0 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow B \text{ sai.}$$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 4 > 0 \Leftrightarrow x > 2 \Rightarrow C \text{ sai}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow D \text{ sai.}$$

Câu 23. Chọn D.

$$5x - 1 > \frac{2x}{5} + 3 \Leftrightarrow \frac{23}{5}x > 4 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}.$$

Câu 24. Chọn D.

$$\text{Ta có } 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 25. Chọn A.

$$\text{Ta có } 2x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình $2x - 10 \geq 0$ là $x \geq 5$.

Câu 26. Chọn A.

$$\text{Ta có } -4x + 16 \leq 0 \Leftrightarrow -4x \leq -16 \Leftrightarrow x \geq 4.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $-4x + 16 \leq 0$ là $S = [4; +\infty)$.

Câu 27. Chọn C.

Thay $x = 0$ vào bất phương trình ta được: $2 \cdot 0 + 1 < 3$ mệnh đề đúng.

Câu 28. Chọn B.

$$\text{Ta có } f(x) > 0 \Leftrightarrow 2x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{2}. \text{ Vậy } f(x) > 0; \forall x < \frac{1}{2} \text{ là sai.}$$

Câu 29. Chọn A

Ta có $-3x + 6 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$. Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $S = [2; +\infty)$.

Câu 30. Chọn A.

$$+ \text{ Nếu } x > 0 \text{ thì } \frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 3. \text{ Tập nghiệm của bất phương trình là } S_1 = (0; 3].$$

$$+ \text{ Nếu } x < 0 \text{ thì } \frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 3. \text{ Tập nghiệm của bất phương trình là } S_2 = \emptyset.$$

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = S_1 \cup S_2 = (0; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Câu 31. Chọn A

$$\text{Bất phương trình } \sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x - 1} \leq 2 \quad (1).$$

Điều kiện xác định: $x \geq 1$.

Ta có: Với $x \geq 1$ thì $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = \sqrt{(x-1)^2 + 4} \geq 2$; $\sqrt{x-1} \geq 0 \Rightarrow VT(1) \geq 2, \forall x \geq 1$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 5} + \sqrt{x-1} = 2 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy bất phương trình có 1 nghiệm.

Câu 32. Chọn B

Ta có: $\sqrt{x-1} < 1 (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x-1 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x < 2$.

Bất phương trình (*) có tập nghiệm là $S = [1; 2)$.

Câu 33. Chọn C

Bất phương trình đã cho $\Leftrightarrow 2(2x-5) > 3(x-3) \Leftrightarrow 4x-10 > 3x-9 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; +\infty)$.

Câu 34. Chọn C

Điều kiện $x \geq \frac{2}{3}$.

Ta có $\sqrt{x^2+1} > 0, \forall x$ nên

$$(\sqrt{3x-2}-1)\sqrt{x^2+1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{3x-2} < 1 \Leftrightarrow 3x-2 < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp điều kiện ta được $\frac{2}{3} \leq x < 1$

Câu 35. Điều kiện: $x \geq 1$.

Ta có:

$$\sqrt{x} - \sqrt{x-1} < \frac{1}{100} \Leftrightarrow 100\sqrt{x} < 100\sqrt{x-1} + 1 \Leftrightarrow 200\sqrt{x-1} > 9999 \Leftrightarrow x > \left(\frac{9999}{200}\right)^2 + 1 \approx 2500,5$$

Vậy $x = 2501$.

Câu 36. Chọn D.

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x \geq 2017 \\ x \leq 2017 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2017$.

Thử $x = 2017$ vào bất phương trình không thỏa mãn. Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 37. Chọn D.

Do $x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4 > 2(x^2 + 3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}$$

Câu 38. Chọn B.

Điều kiện xác định: $x \leq 2$.

Bất phương trình tương đương $x > 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(1; 2]$.

Câu 39. Chọn A.

Điều kiện: $x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{x-3} > 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

Câu 40. Chọn A.

$$\text{Ta có } 2x - \frac{x-3}{5} \leq 4x-1 \Leftrightarrow 10x-x+3 \leq 20x-5 \Leftrightarrow 11x \geq 8 \Leftrightarrow x \geq \frac{8}{11}.$$

Câu 41. Chọn A.

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2+2} \leq x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x^2+2 \leq x^2-2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 42. Chọn D.

$$\sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x} > 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x \neq 3 \end{cases}.$$

DẠNG 4. SỬ DỤNG CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI TƯƠNG ĐƯƠNG GIẢI HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MỘT ẨN

Câu 43. Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} 3x+1 \geq 2x+7 \\ 4x+3 > 2x+19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ 2x > 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 6 \\ x > 8 \end{cases} \Leftrightarrow x > 8.$$

Câu 44. Chọn D

$$\begin{cases} x+3 < 4+2x \\ 5x-3 < 4x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 2.$$

Câu 45. Chọn B

$$\text{Hệ phương trình } \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 4 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 4.$$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là $S = [-2; 4]$.

Câu 46. Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x+2 > 2x+3 \\ 1-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 1 \end{cases} \text{ vô nghiệm.}$$

Vậy tập nghiệm bất phương trình trên là $S = \emptyset$.

Câu 47. Chọn C.

$$\begin{cases} 2x-1 \geq 3(x-3) \\ \frac{2-x}{2} < x-3 \\ \sqrt{x-3} \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 3x-9 \\ 2-x < 2x-6 \\ x-3 \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq -8 \\ -3x < -8 \\ x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x > \frac{8}{3} \\ x \geq 7 \end{cases} \Leftrightarrow 7 \leq x \leq 8.$$

Câu 48. Chọn A.

$$\text{Hệ bất phương trình } \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 < -3x+3 \\ 4-3x < 6-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{5} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < \frac{4}{5}.$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $\left(-2; \frac{4}{5}\right)$.

Câu 49. Chọn A.

$$\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x^2 < x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ -4x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > -1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = (-1; 7)$.

Suy ra các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình là 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6.

Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của hệ bất phương trình là 21.

Câu 50. Chọn A.

$\frac{4x+5}{6} < x-3 \Leftrightarrow 2x-23 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{23}{2}$. Tập nghiệm của $\frac{4x+5}{6} < x-3$ là $S_1 = \left(\frac{23}{2}; +\infty\right)$.

$2x+3 > \frac{7x-4}{3} \Leftrightarrow x-13 < 0 \Leftrightarrow x < 13$. Tập nghiệm của $2x+3 > \frac{7x-4}{3}$ là $S_2 = (-\infty; 13)$.

Hệ có tập nghiệm $S = S_1 \cap S_2 = \left(\frac{23}{2}; 13\right)$.

Câu 51. Chọn A.

Ta có: $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+1 > x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < 2$

Câu 52. Chọn A.

Ta có $\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -\frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{9}{4} < x < 2 \Rightarrow$ Tập nghiệm $S = \left(-\frac{9}{4}; 2\right)$.

Do $-2 \in \left(-\frac{9}{4}; 2\right)$ nên $x = -2$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x-3 < 1 \\ 3+4x > -6 \end{cases}$.

DẠNG 5. BẤT PHƯƠNG TRÌNH, HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA THAM SỐ

Câu 53. Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x > 3$: vô nghiệm. **Chọn C.**

Câu 54. Bất phương trình tương đương với $(m^2 - 3m + 2)x < 2 - m$.

Rõ ràng nếu $m^2 - 3m + 2 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x < 1$: vô nghiệm.

Với $m = 2$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Chọn C.

Câu 55. Rõ ràng nếu $m^2 - m \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x < 1$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m = 0$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Chọn B.

Câu 56. Bất phương trình tương đương với $(m^2 - m - 6)x < -2 - m$.

Rõ ràng nếu $m^2 - m - 6 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 3 \end{cases}$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Với $m = -2$ bất phương trình trở thành $0x < 0$: vô nghiệm.

Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $0x < -5$: vô nghiệm.

Suy ra $S = \{-2; 3\} \longrightarrow -2 + 3 = 1$. **Chọn B.**

Câu 57. Bất phương trình tương đương với $(m-1)x \leq 2-m$.

Rõ ràng nếu $m \neq 1$ bất phương trình luôn có nghiệm.

Xét $m = 1$ bất phương trình trở thành $0x \leq 1$: nghiệm đúng với mọi x .

Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 58. Bất phương trình tương đương với $(m+3)^2 x \geq m-3$.

Với $m = -3$ bất phương trình trở thành $0x \geq -6$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Chọn D.

Câu 59. Bất phương trình tương đương với $(4m^2 - 5m - 9)x \geq 4m^2 - 12m$.

Để dàng thấy nếu $4m^2 - 5m - 9 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq \frac{9}{4} \end{cases}$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng

với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Với $m = -1$ bất phương trình trở thành $0x \geq 16$: vô nghiệm.

Với $m = \frac{9}{4}$ bất phương trình trở thành $0x \geq -\frac{27}{4}$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m = \frac{9}{4}$. **Chọn B.**

Câu 60. Bất phương trình tương đương với $(m^2 - 9)x \geq m^2 + 3m$.

Để dàng thấy nếu $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$ thì bất phương trình không thể có nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

Với $m = 3$ bất phương trình trở thành $0x > 18$: vô nghiệm

Với $m = -3$ bất phương trình trở thành $0x \geq 0$: nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy giá trị cần tìm là $m = -3$. **Chọn B.**

Câu 61. Để ý rằng, bất phương trình $ax + b > 0$ (hoặc < 0 , ≥ 0 , ≤ 0)

• Vô nghiệm ($S = \emptyset$) hoặc có tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ thì chỉ xét riêng $a = 0$.

• Có tập nghiệm là một tập con của $\mathbb{R}$ thì chỉ xét $a > 0$ hoặc $a < 0$.

Bất phương trình viết lại $(m-2)x > 4-m^2$.

Xét $m-2 > 0 \Leftrightarrow m > 2$, bất phương trình

$\Leftrightarrow x > \frac{4-m^2}{m-2} = -m-2 \rightarrow S = (-m-2; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 62. Bất phương trình viết lại $(m-1)x \geq m^2 - 1$.

Xét $m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x \geq \frac{m^2-1}{m-1} = m+1 \rightarrow S = [m+1; +\infty)$.

Xét $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$, bất phương trình $\Leftrightarrow x \leq \frac{m^2-1}{m-1} = m+1 \rightarrow S = (-\infty; m+1]$.

Chọn C.

Câu 63. Bất phương trình viết lại $(m-2)x < m-3$.

• Rõ ràng $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$ thì bất phương trình có nghiệm.

• Xét $m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, bất phương trình trở thành $0x < -1$ (vô lý).

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m \neq 2$. **Chọn A.**

Câu 64. Bất phương trình viết lại $(m+1)x < m+3$.

• Rõ ràng $m+1 \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

• Xét $m+1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$, bất phương trình trở thành $0x < 2$ (luôn đúng với mọi x).

Vậy bất phương trình có nghiệm với mọi m . **Chọn C.**

Câu 65. • Rõ ràng $m^2 + m - 6 \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

$$\bullet \text{ Xét } m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \longrightarrow 0x \geq 3 \longrightarrow S = \emptyset \\ m = -3 \longrightarrow 0x \geq -2 \longrightarrow S = \mathbb{R} \end{cases}$$

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm khi $m \neq 2$. **Chọn A.**

Câu 66. Bất phương trình viết lại $(m^2 - m)x < m + 1$.

• Rõ ràng $m^2 - m \neq 0$ thì bất phương trình có nghiệm.

$$\bullet \text{ Xét } m^2 - m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \longrightarrow 0x < 1 \longrightarrow S = \mathbb{R} \\ m = 1 \longrightarrow 0x < 2 \longrightarrow S = \mathbb{R} \end{cases}$$

Hợp hai trường hợp, ta được bất phương trình có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn D.**

Câu 67. Bất phương trình tương đương với $(m - 2)x < 3m - 6$.

$$\text{Với } m < 2, \text{ bất phương trình tương đương với } x > \frac{3m - 6}{m - 2} = 3 \longrightarrow S = (3; +\infty)$$

Suy ra phần bù của S là $(-\infty; 3]$. **Chọn D.**

Câu 68. Bất phương trình tương đương với $(2m - 2)x \geq m + 1$.

• Với $m = 1$, bất phương trình trở thành $0x \geq 2$: vô nghiệm. Do đó $m = 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\bullet \text{ Với } m > 1, \text{ bất phương trình tương đương với } x \geq \frac{m + 1}{2m - 2} \longrightarrow S = \left[\frac{m + 1}{2m - 2}; +\infty \right).$$

$$\text{Do đó yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow \frac{m + 1}{2m - 2} = 1 \Leftrightarrow m = 3: \text{ thỏa mãn } m > 1.$$

$$\bullet \text{ Với } m < 1, \text{ bất phương trình tương đương với } x \leq \frac{m + 1}{2m - 2} \longrightarrow S = \left(-\infty; \frac{m + 1}{2m - 2} \right]: \text{ không thỏa}$$

mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $m = 3$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 69. Bất phương trình tương đương với $2x - m < 3x - 3 \Leftrightarrow x > 3 - m$.

$$\text{Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là } S = (3 - m; +\infty)$$

Để bất phương trình trên có tập nghiệm là $(4; +\infty)$ thì $3 - m = 4 \Leftrightarrow m = -1$. **Chọn C.**

Câu 70. Cách 1. Ta có $|x| < 8 \Leftrightarrow -8 < x < 8 \Leftrightarrow x \in (-8; 8)$.

$$\bullet \text{ TH1: } m > 0, \text{ bất phương trình } \Leftrightarrow mx > -4 \Leftrightarrow x > -\frac{4}{m} \longrightarrow S = \left(-\frac{4}{m}; +\infty \right).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow (-8; 8) \subset S \Leftrightarrow -\frac{4}{m} \leq -8 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2}.$$

Suy ra $0 < m \leq \frac{1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

• **TH2:** $m = 0$, bất phương trình trở thành $0.x + 4 > 0$: đúng với mọi x .

Do đó $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$\bullet \text{ TH3: } m < 0, \text{ bất phương trình } \Leftrightarrow mx > -4 \Leftrightarrow x < -\frac{4}{m} \longrightarrow S = \left(-\infty; -\frac{4}{m} \right).$$

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow (-8; 8) \subset S \Leftrightarrow -\frac{4}{m} \geq 8 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}.$$

Suy ra $-\frac{1}{2} \leq m < 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Kết hợp các trường hợp ta được $-\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}$ là giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Cách 2. Yêu cầu bài toán tương đương với $f(x) = mx + 4 > 0, \forall x \in (-8; 8) \Leftrightarrow$ đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-8; 8)$ nằm phía trên trục hoành $\Leftrightarrow$ hai đầu mút của đoạn thẳng đó đều nằm phía trên trục hoành

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(-8) \geq 0 \\ f(8) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8m + 4 \geq 0 \\ 8m + 4 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m \geq -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq m \leq \frac{1}{2}.$$

Câu 71. Cách 1. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2 - m + 1)x < 2m^2 - 5 \longrightarrow x < \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1}$

$$\longrightarrow S = \left(-\infty; \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1} \right) \text{ (vì } m^2 - m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \forall m \in \mathbb{R})$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-2018; 2] \subset \left(-\infty; \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1} \right) \Leftrightarrow 2 < \frac{2m^2 - 5}{m^2 - m + 1} \Leftrightarrow m > \frac{7}{2}$. **Chọn C.**

Cách 2. Ta có $(m^2 - m + 1)x < 2m^2 - 5 \Leftrightarrow (m^2 - m + 1)x - 2m^2 + 5 < 0$.

Hàm số bậc nhất $y = (m^2 - m + 1)x - 2m^2 + 5$ có hệ số $m^2 - m + 1 > 0$ nên đồng biến.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y(2) < 0 \Leftrightarrow (m^2 - m + 1) \cdot 2 - 2m^2 + 5 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{7}{2}$.

Câu 72. Bất phương trình $\Leftrightarrow (m^2 + 1)x \geq 2m^2 - m \longrightarrow x \geq \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}$

$$\longrightarrow S = \left[\frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}; +\infty \right).$$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow [-1; 2] \cap \left[\frac{2m^2 - m}{m^2 + 1}; +\infty \right) \neq \emptyset \longleftrightarrow \frac{2m^2 - m}{m^2 + 1} \leq 2 \Leftrightarrow m \geq -2$. **Chọn A.**

Câu 73. Bất phương trình $2x - 1 > 0$ có tập nghiệm $S_1 = \left(\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

Bất phương trình $x - m < 2$ có tập nghiệm $S_2 = (-\infty; m + 2)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m + 2 > \frac{1}{2} \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$. **Chọn C.**

Câu 74. Bất phương trình $3(x - 6) < -3$ có tập nghiệm $S_1 = (-\infty; 5)$.

Bất phương trình $\frac{5x + m}{2} > 7$ có tập nghiệm $S_2 = \left(\frac{14 - m}{5}; +\infty \right)$.

Hệ có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{14 - m}{5} < 5 \Leftrightarrow m > -11$. **Chọn A.**

Câu 75. Bất phương trình $x^2 - 1 \leq 0$ có tập nghiệm $S_1 = [-1; 1]$.

Bất phương trình $x - m > 0$ có tập nghiệm $S_2 = (m; +\infty)$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m < 1$. **Chọn C.**

Câu 76. Bất phương trình $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$ có tập nghiệm $S_1 = [2; +\infty)$.

Bất phương trình $(m^2 + 1)x < 4 \Leftrightarrow x < \frac{4}{m^2 + 1}$ (do $m^2 + 1 > 0$).

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{4}{m^2 + 1}\right)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{4}{m^2 + 1} > 2$

Giải bất phương trình $\frac{4}{m^2 + 1} > 2 \Leftrightarrow 4 > 2(m^2 + 1) \Leftrightarrow 2 > 2m^2 \Leftrightarrow m^2 < 1 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Chọn D.

Câu 77. Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} m^2x < m + 2 \\ m^2x \geq 4m + 1 \end{cases}$.

• Với $m = 0$, ta có hệ bất phương trình trở thành $\begin{cases} 0x < 2 \\ 0x \geq 1 \end{cases}$: hệ bất phương trình vô nghiệm.

• Với $m \neq 0$, ta có hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} x < \frac{m+2}{m^2} \\ x \geq \frac{4m+1}{m^2} \end{cases}$.

Suy ra hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $\frac{m+2}{m^2} > \frac{4m+1}{m^2} \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$.

Vậy $0 \neq m < \frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 78. Bất phương trình $2x - 1 \geq 3 \Leftrightarrow x \geq 2 \longrightarrow S_1 = [2; +\infty)$.

Bất phương trình $x - m \leq 0 \Leftrightarrow x \leq m \longrightarrow S_2 = (-\infty; m]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử $\Leftrightarrow 2 = m$. **Chọn B.**

Câu 79. Bất phương trình $m^2x \geq 6 - x \Leftrightarrow (m^2 + 1)x \geq 6 \Leftrightarrow x \geq \frac{6}{m^2 + 1}$

$\longrightarrow S_1 = \left[\frac{6}{m^2 + 1}; +\infty\right)$.

Bất phương trình $3x - 1 \leq x + 5 \Leftrightarrow x \leq 3 \longrightarrow S_2 = (-\infty; 3]$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử

$\Leftrightarrow \frac{6}{m^2 + 1} = 3 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$. **Chọn C.**

Câu 80. Bất phương trình $(x - 3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow x \leq \frac{8}{13}$

$$\longrightarrow S_1 = \left(-\infty; \frac{8}{13} \right].$$

$$\text{Bất phương trình } 2m \leq 8 + 5x \Leftrightarrow x \geq \frac{2m-8}{5} \longrightarrow S_2 = \left[\frac{2m-8}{5}; +\infty \right).$$

Để hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2$ là tập hợp có đúng một phần tử

$$\Leftrightarrow \frac{8}{13} = \frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m = \frac{72}{13}. \text{ Chọn A.}$$

Câu 81. Giả sử hệ có nghiệm duy nhất thì $\frac{m-3}{m} = \frac{m-9}{m+3} \Leftrightarrow m = 1$.

$$\text{Thử lại với } m = 1, \text{ hệ bất phương trình trở thành } \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = -2.$$

Vậy $m = 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 82. Hệ bất phương trình tương đương với $\begin{cases} (2m-1)x \geq 3-2m \\ (4m-4)x \geq -3 \end{cases}$.

Giả sử hệ bất phương trình có nghiệm duy nhất thì

$$\frac{3-2m}{2m-1} = \frac{-3}{4m-4} \Leftrightarrow 8m^2 - 26m + 15 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{3}{4} \text{ hoặc } m = \frac{5}{2}.$$

Thử lại

- Với $m = \frac{3}{4}$, hệ trở thành $\begin{cases} \left(\frac{3}{2}-1\right)x \geq 3-\frac{3}{2} \\ -x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 3: \text{ thỏa mãn.}$
- Với $m = \frac{5}{2}$, hệ trở thành $\begin{cases} 4x \geq -2 \\ 6x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}: \text{ không thỏa mãn.}$

Vậy $m = \frac{3}{4}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 83. Bất phương trình $3x + 4 > x + 9 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2} \longrightarrow S_1 = \left(\frac{5}{2}; +\infty \right).$

$$\text{Bất phương trình } 1 - 2x \leq m - 3x + 1 \Leftrightarrow x \leq m \longrightarrow S_2 = (-\infty; m].$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$. **Chọn D.**

Câu 84. Bất phương trình $2x + 7 \geq 8x + 1 \Leftrightarrow -6x \geq -6 \Leftrightarrow x \leq 1 \longrightarrow S_1 = (-\infty; 1].$

$$\text{Bất phương trình } m + 5 < 2x \Leftrightarrow x > \frac{m+5}{2} \longrightarrow S_2 = \left(\frac{m+5}{2}; +\infty \right).$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow 1 \leq \frac{m+5}{2} \Leftrightarrow m \geq -3$. **Chọn B.**

Câu 85. Bất phương trình $(x-3)^2 \geq x^2 + 7x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 \geq x^2 + 7x + 1$

$$\Leftrightarrow -6x + 9 \geq 7x + 1 \Leftrightarrow 8 \geq 13x \Leftrightarrow x \leq \frac{8}{13} \longrightarrow S_1 = \left(-\infty; \frac{8}{13} \right].$$

Bất phương trình $m \leq 3$.

$$\text{Đề hệ bất phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{8}{13} < \frac{2m-8}{5} \Leftrightarrow m > \frac{72}{13}.$$

Chọn **A.**

Câu 86. Bất phương trình $3x + 5 \geq x - 1 \Leftrightarrow 2x \geq -6 \Leftrightarrow x \geq -3 \longrightarrow S_1 = [-3; +\infty).$

$$\text{Bất phương trình } (x+2)^2 \leq (x-1)^2 + 9 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 \leq x^2 - 2x + 1 + 9$$

$$\Leftrightarrow 4x + 4 \leq -2x + 1 + 9 \Leftrightarrow 6x \leq 6 \Leftrightarrow x \leq 1 \longrightarrow S_2 = (-\infty; 1].$$

$$\text{Suy ra } S_1 \cap S_2 = [-3; 1].$$

$$\text{Bất phương trình } mx + 1 > (m-2)x + m \Leftrightarrow mx + 1 > mx - 2x + m$$

$$\Leftrightarrow 1 > -2x + m \Leftrightarrow 2x > m - 1 \Leftrightarrow x > \frac{m-1}{2} \longrightarrow S_3 = \left(\frac{m-1}{2}; +\infty\right).$$

$$\text{Đề hệ bất phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow (S_1 \cap S_2) \cap S_3 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{m-1}{2} \geq 1 \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Chọn **B.**

Câu 87. Bất phương trình

$$2(x-3) < 5(x-4) \Leftrightarrow x > \frac{14}{3} \longrightarrow S_1 = \left(\frac{14}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Bất phương trình } mx + 1 \leq x - 1 \Leftrightarrow (m-1)x \leq -2. (*)$$

• Với $m = 1$, khi đó $(*)$ trở thành $0x \leq -2$: vô nghiệm $\longrightarrow$ hệ vô nghiệm.

$\longrightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m = 1$.

$$\bullet \text{ Với } m > 1, \text{ ta có } (*) \Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{m-1} \longrightarrow S_2 = \left(-\infty; \frac{-2}{m-1}\right]$$

$$\longrightarrow \text{hệ bất phương trình vô nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \frac{-2}{m-1} \leq \frac{14}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-6}{3(m-1)} \leq \frac{14(m-1)}{3(m-1)} \Leftrightarrow -6 \leq 14(m-1) \Leftrightarrow m \geq \frac{4}{7} \text{ (do với } m > 1 \rightarrow m-1 > 0).$$

$\longrightarrow$ trong trường hợp này ta chọn $m > 1$.

$$\bullet \text{ Với } m < 1, \text{ ta có } (*) \Leftrightarrow x \geq \frac{-2}{m-1} \longrightarrow S_2 = \left[\frac{-2}{m-1}; +\infty\right).$$

Khi đó $S_1 \cap S_2$ luôn luôn khác rỗng nên $m < 1$ không thỏa mãn.

Vậy $m \geq 1$ thì hệ bất phương trình vô nghiệm.

Chọn **B.**

TOÁN 10	DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT
0D3-1	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT	1
DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH.....	3
DẠNG 3. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU.....	4
DẠNG 4. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI	7
PHẦN B. LỜI GIẢI	8
DẠNG 1. DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT	8
DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH.....	11
DẠNG 3. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU.....	16
DẠNG 4. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI	21

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT

Câu 1. Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A.** Nhị thức $f(x)$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right)$.
- B.** Nhị thức $f(x)$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\frac{b}{a}; +\infty\right)$.
- C.** Nhị thức $f(x)$ có giá trị trái dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(-\infty; \frac{b}{a}\right)$.
- D.** Nhị thức $f(x)$ có giá trị cùng dấu với hệ số a khi x lấy các giá trị trong khoảng $\left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$.

Câu 2. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

- A.** Bất phương trình $ax + b < 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$ khi $a = 0$ và $b < 0$.
- B.** Bất phương trình bậc nhất một ẩn luôn có nghiệm.
- C.** Bất phương trình $ax + b < 0$ vô nghiệm khi $a = 0$ và $b \geq 0$.
- D.** Bất phương trình $ax + b < 0$ vô nghiệm khi $a = 0$.

Câu 3. Cho nhị thức bậc nhất $f(x) = 23x - 20$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(-\infty; \frac{20}{23}\right)$.
- B.** $f(x) > 0$ với $\forall x > -\frac{5}{2}$.
- C.** $f(x) > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.
- D.** $f(x) > 0$ với $\forall x \in \left(\frac{20}{23}; +\infty\right)$.

Câu 4. Tìm m để $f(x) = (m-2)x + 2m-1$ là nhị thức bậc nhất.

- A. $m \neq 2$. B. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -\frac{1}{2} \end{cases}$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 5. Cho nhị thức $f(x) = x - 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \geq 1$. B. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \leq 1$. C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x > 1$. D. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 6. **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	-	0	+	0	+

Khi đó tập nghiệm của bất phương trình $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ là

- A. $[1; 2]$. B. $[1; 2) \cup (3; +\infty)$. C. $[1; 2) \cup [3; +\infty)$. D. $[1; 2] \cup [3; +\infty)$.

Câu 7. Hàm số có kết quả xét dấu

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f(x)$	-	0	0	-

là hàm số

- A. $f(x) = x - 3$. B. $f(x) = \frac{x}{x+3}$. C. $f(x) = x(3-x)$. D. $f(x) = x(x-3)$.

Câu 8. Bảng xét dấu sau là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

- A. $f(x) = x - 2$. B. $f(x) = 2 - 4x$. C. $f(x) = 16 - 8x$. D. $f(x) = -x - 2$.

Câu 9. Với x thuộc tập nào dưới đây thì biểu thức $f(x) = \frac{2-x}{2x+1}$ không âm?

- A. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$. B. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.
C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. D. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup [2; +\infty)$.

Câu 10. Cho biểu thức $f(x) = 1 - \frac{2-x}{3x-2}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) \leq 0$ là

- A. $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.
C. $x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right]$. D. $x \in (-\infty; 1) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

Câu 11. Cho biểu thức $f(x) = \frac{-4}{3x+1} - \frac{3}{2-x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) > 0$ là

- A. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup [2; +\infty)$.
 B. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.
 C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.
 D. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Câu 12. Cho biểu thức $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 0$ là

- A. $x \in (-12; -4) \cup (-3; 0)$.
 B. $x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$.
 C. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right] \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.
 D. $x \in \left(-\infty; -\frac{11}{5}\right) \cup \left(-\frac{1}{3}; 2\right)$.

Câu 13. Cho biểu thức $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên âm của x thỏa mãn bất phương trình $f(x) < 1$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 14. Cho a, b là các số thực dương, khi đó tập nghiệm của bất phương trình $(x-a)(ax+b) \geq 0$ là

- A. $(-\infty; a) \cup \left(\frac{b}{a}; +\infty\right)$. B. $\left[-\frac{b}{a}; a\right]$.
 C. $\left(-\infty; -\frac{b}{a}\right] \cup [a; +\infty)$. D. $(-\infty; -b) \cup (a; +\infty)$.

Câu 15. Cho biểu thức $f(x) = (x-2)(x+1)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in [-1; 2]$. B. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$.
 C. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$. D. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $(x-1)(x-3) \leq 0$

- A. $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. B. $[3; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $[1; 3]$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $(x+2)(5-x) < 0$ là

- A. $[5; +\infty)$. B. $(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$.
 C. $(-2; 5)$. D. $(-5; -2)$.

Câu 18. Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $(2-x)(x+1)(3-x) \leq 0$ là

- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x-3)(5-x) > 0$.

- A. $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$.
 C. $\left(-5; \frac{3}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \cup (5; +\infty)$.

Câu 20. Tập nghiệm của bất phương trình $(2x+8)(1-x) > 0$ có dạng $(a; b)$. Khi đó $b-a$ bằng
 A. 3. B. 5. C. 9. D. không giới hạn.

Câu 21. Tập nghiệm $S = (-4; 5)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $(x+4)(x+5) < 0$. B. $(x+4)(5x-25) < 0$.
 C. $(x+4)(5x-25) \geq 0$. D. $(x-4)(x-5) < 0$.

Câu 22. Tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình $(x+3)(x-1) \leq 0$ là

- A. 1. B. -4. C. -5. D. 4.

Câu 23. Tập nghiệm $S = [0; 5]$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $x(x-5) < 0$. B. $x(x-5) \leq 0$. C. $x(x-5) \geq 0$. D. $x(x-5) > 0$.

Câu 24. Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $x(x-2)(x+1) > 0$ là

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 5.

Câu 25. Tập nghiệm $S = (-\infty; 3) \cup (5; 7)$ là tập nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

- A. $(x+3)(x-5)(14-2x) \leq 0$. B. $(x-3)(x-5)(14-2x) > 0$.
 C. $(x-3)(x-5)(14-2x) < 0$. D. $(x+3)(x-5)(14-2x) < 0$.

Câu 26. Hỏi bất phương trình $(2-x)(x+1)(3-x) \leq 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 27. Tích của nghiệm nguyên âm lớn nhất và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0$ là

- A. -9. B. -6. C. -4. D. 8.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $2x(4-x)(3-x)(3+x) > 0$ là

- A. Một khoảng B. Hợp của hai khoảng.
 C. Hợp của ba khoảng. D. Toàn trục số.

Câu 29. Nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)} \geq 0$ là

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

DẠNG 3. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 30. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+1}{2-x} \geq 2$ là

- A. $[1; 2)$. B. $(1; 2)$. C. $[-3; 1)$. D. $[1; 2]$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2}{x-3} \geq 4$ là

- A. $\left(\frac{14}{4}; +\infty\right]$. B. $(-\infty; 3]$.
 C. $\left(3; \frac{14}{4}\right]$. D. $\left(-3; -\frac{14}{4}\right]$.

Câu 32. (Cụm liên trường Hải Phòng-L1-2019) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x-1}{x-3} \leq 1$.

- A. $[-2; 3]$. B. $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$.
 C. $(-\infty; -2]$. D. $[-2; 3]$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{2x-1} \geq \frac{1}{2x+1}$ là

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. B. $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. D. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 34. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\frac{1-2x}{4x+8} \geq 0$ là

- A. $\left[-2; \frac{1}{2}\right]$. B. $\left(-\frac{1}{2}; 2\right]$. C. $\left(-2; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 35. Bất phương trình $\frac{1}{x-2} \geq 1$ có tập nghiệm S là

- A. $S = (-\infty; 3]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (2; 3]$. D. $[2; 3]$.

Câu 36. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{x} > 1$ là

- A. $(0; 1)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$.

Câu 37. (Độ Cần Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là

- A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$. C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 38. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{(x-1)(2x-5)(x+1)}{x+4} < 0$ là $S = (a; b) \cup (c; d)$. Khi đó $a+b+c+d$ bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. 1. C. -2. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 39. Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Bất phương trình $\frac{3}{x} \geq 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 3. B. 2. C. Vô số. D. 4.

Câu 40. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x+1}$ là

- A. $(-1; 1)$. B. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 41. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x+3}{1-x} \geq 1$ là

A. $[-1; 1)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $[-3; 1)$. **D.** $[-2; 1)$.

Câu 42. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4x-3}{1-2x} \geq -1$ là

A. $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2}; 1\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 43. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1-x}{1+x} \leq 0$ là

A. $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.
C. $(-1; 1]$. **D.** $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 44. Bất phương trình $\frac{2x+7}{x-4} < 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

A. 14. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 45. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4-x}{-3x+6} \leq 0$ là

A. $(2; 4]$. **B.** $(-\infty; 2) \cup [4; +\infty)$. **C.** $[2; 4]$. **D.** $(2; 4)$.

Câu 46. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-1}{x-3} > 1$ là

A. $(3; +\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 3)$.

Câu 47. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{4x-2}{6-2x} \geq 0$.

A. $S = [2; 3)$. **B.** $S = [2; 3]$. **C.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$.

Câu 48. Bất phương trình $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \leq 2$ có tập nghiệm là

A. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup (1; +\infty)$. **B.** $S = (-\infty; -1] \cup (1; +\infty)$.
C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. **D.** $S = (-\infty; -1] \cup \left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 49. Bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3}$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -12) \cup (-4; 3) \cup (0; +\infty)$. **B.** $S = [-12; -4) \cup (-3; 0)$.
C. $S = (-\infty; -12) \cup [-4; 3] \cup (0; +\infty)$. **D.** $S = (-12; -4) \cup (-3; 0)$.

Câu 50. Bất phương trình $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2}$ có tập nghiệm S là

A. $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup [1; 3]$. **B.** $T = [-1; 0) \cup (-3; +\infty)$.
C. $T = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$. **D.** $T = (-1; 0] \cup (-3; +\infty)$.

Câu 51. Bất phương trình $\frac{x+4}{x^2-9} - \frac{2}{x+3} < \frac{4x}{3x-x^2}$ có nghiệm nguyên lớn nhất là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = -2$. D. $x = -1$.

DẠNG 4. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 52. Tập nghiệm của bất phương trình $|2x-1| \leq 1$.

- A. $S = [0; 1]$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right]$.
C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = (-\infty; 1] \cap [1; +\infty)$.

Câu 53. Tập nghiệm của bất phương trình $|3x+1| > 2$.

- A. $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. B. $S = \emptyset$.
C. $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right)$. D. $S = \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 54. Số giá trị nguyên x trong $[-2017; 2017]$ thỏa mãn bất phương trình $|2x+1| < 3x$ là

- A. 2016. B. 2017. C. 4032. D. 4034.

Câu 55. Cho bất phương trình $\left|\frac{2}{x-13}\right| > \frac{8}{9}$. Số nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 của bất phương trình là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 56. Nghiệm của bất phương trình $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$ là

- A. $0 < x \leq 1$. B. $0 \leq x \leq 1$. C. $\begin{cases} x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$. D. $x \geq 1, x < -2$.

Câu 57. Với x thuộc tập nào dưới đây thì nhị thức bậc nhất $f(x) = |2x-5|-3$ không dương?

- A. $x < 1$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = 0$. D. $1 \leq x \leq 4$.

Câu 58. Bất phương trình $|x-5| \leq 4$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 7.

Câu 59. Tập nghiệm của bất phương trình $|4-3x| \leq 8$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$. C. $\left[-\frac{4}{3}; 4\right]$. D. $\left(-\infty; -\frac{4}{3}\right] \cup [4; +\infty)$.

Câu 60. Tập hợp nghiệm của bất phương trình $|2x+1| + 2 \geq 4x$ là

- A. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left[-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. D. $\left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 61. Bất phương trình $|2x-1| > x$ có tập nghiệm là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. B. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. C. $\mathbb{R}$. D. Vô nghiệm.

Câu 62. Nghiệm của bất phương trình $|2x - 1| \geq x + 2$ là

- A. $-\frac{1}{3} \leq x \leq 3$. B. $\mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x > 3 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$. D. $\begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 63. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $|x + 1| + |x| < 3$ là

- A. 4. B. 2. C. 3. D. 1.

Câu 64. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Bất phương trình $|2 - x| + 3x - 1 \leq 6$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right]$. C. $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 65. Số nghiệm nguyên thỏa mãn bất phương trình $|x + 2| + |-2x + 1| \leq x + 1$ là

- A. 3. B. 5. C. 2. D. 0.

Câu 66. Bất phương trình $|x + 2| - |x - 1| < x - \frac{3}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $(-2; +\infty)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $\left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$. D. $\left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Câu 67. Tập nghiệm của bất phương trình $|x + 1| - |x - 2| \geq 3$ là

- A. $[-1; 2]$. B. $[2; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 68. Tập nghiệm của bất phương trình $\left|\frac{-5}{x+2}\right| < \left|\frac{10}{x-1}\right|$ là

- A. một khoảng. B. hai khoảng. C. ba khoảng. D. toàn trục số.

Câu 69. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left|\frac{2-3|x|}{1+x}\right| \leq 1$ là

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. DẤU NHỊ THỨC BẬC NHẤT

Câu 1. Chọn B.

Theo định lý về dấu của nhị thức bậc nhất.

Câu 2. Chọn D.

Xét $ax + b < 0$

khi $a = 0$ thì có dạng $0x + b < 0$

Nếu $b < 0$ thì tập nghiệm là $\mathbb{R}$

Nếu $b \geq 0$ thì bất phương trình vô nghiệm.

Câu 3. Chọn D

Ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow 23x - 20 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{20}{23}$.

Câu 4. Chọn A.

Đề d_3 là nhị thức bậc nhất thì $S = 16$ $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Câu 5. Chọn D

Ta có $f(x) < 0 \Leftrightarrow x - 1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 6. Chọn C.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	0	+
$g(x)$	-	0	0	+	+
$\frac{f(x)}{g(x)}$	-	0	+	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta có $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [1; 2) \cup [3; +\infty)$.

Câu 7. Chọn C

Từ bảng xét dấu ta thấy $f(x) = 0$ khi $x = 0$; $x = 3$ nên đáp án chỉ có thể là $f(x) = x(3 - x)$ hoặc $f(x) = x(x - 3)$.

Mặt khác $f(x) > 0$ khi $x \in (0; 3)$ nên đáp án là $f(x) = x(3 - x)$ (vì $f(x) = x(3 - x) \Leftrightarrow f(x) = -x^2 + 3x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -1 < 0$).

Chọn đáp án **C**.

Câu 8. Chọn C.

Ta thấy $f(x) = 16 - 8x$ có nghiệm $x = 2$ đồng thời hệ số $a = -8 < 0$ nên bảng xét dấu trên là của biểu thức $f(x) = 16 - 8x$.

Câu 9. Chọn B.

Ta có $f(x) = \frac{2-x}{2x+1} \geq 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$2-x$	+	0	+	-
$2x+1$	-	0	+	+
$f(x)$	-		+	-

Vậy $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 10.

Ta có $f(x) = 1 - \frac{2-x}{3x-2} = \frac{3x-2-2+x}{3x-2} = \frac{4x-4}{3x-2}$.

Phương trình $4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ và $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	1	$+\infty$	
$4x-4$	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$3x-2$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left(\frac{2}{3}; 1\right]$.

Chọn C.

Câu 11.

Ta có $f(x) = -\frac{4}{3x+1} - \frac{3}{2-x} = \frac{3}{x-2} - \frac{4}{3x+1} = \frac{5x+11}{(x-2)(3x+1)}$.

Phương trình $5x+11=0 \Leftrightarrow x = -\frac{11}{5}$; $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

và $3x+1=0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{11}{5}$	$-\frac{1}{3}$	2	$+\infty$
$5x+11$	$-$	0	$+$	$ $	$+$
$x-2$	$-$	$ $	$-$	$ $	0
$3x+1$	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\frac{11}{5}; -\frac{1}{3}\right) \cup (2; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 12.

Ta có $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} - \frac{3}{x+3} < 0 \Leftrightarrow \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)} < 0$.

Phương trình $x+12=0 \Leftrightarrow x=-12$; $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ và $x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-12	-4	-3	0	$+\infty$			
$x+12$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$		
x	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$		
$x+3$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$		
$x+4$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$		
$f(x)$	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	$\parallel$	$-$	$\parallel$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-12; -4) \cup (-3; 0)$. **Chọn A.**

Câu 13.

Ta có $1 - f(x) = 1 - \frac{(x-3)(x+2)}{x^2-1} = 1 - \frac{x^2-x-6}{x^2-1} = \frac{x+5}{(x-1)(x+1)}$.

Phương trình $x+5=0 \Leftrightarrow x=-5$; $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-1	1	$+\infty$
$x+5$		-	0	+	
$x-1$		-		-	0
$x+1$		-		-	0
$1-f(x)$		-	0	+	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $1 - f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-5; -1) \cup (1; +\infty)$.

Vậy có tất cả 3 giá trị nguyên âm của m thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn C.**

DẠNG 2. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 14. **Chọn C**

Xét $(x-a)(ax+b)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=a \\ x=-\frac{b}{a} \end{cases}$

Vì a, b là các số thực dương nên $-\frac{b}{a} < 0$, do đó $-\frac{b}{a} < a$.

Bảng xét dấu biểu thức $(x-a)(ax+b)$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	a	$+\infty$
$x-a$		-	0	+
$ax+b$		-	0	+
$(x-a)(ax+b)$		+	0	+

Từ bảng xét dấu trên suy ra $(x-a)(ax+b) \geq 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{b}{a}\right] \cup [a; +\infty)$.

Câu 15. **Chọn B**

Ta có $f(x) < 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1) < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 2$. Vậy B đúng.

Câu 16. **Chọn D**

Ta có: $(x-1)(x-3)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x-1$	-	0	+	+
$x-3$	-	-	0	+
$(x-1)(x-3)$	+	0	-	+

Dựa vào bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình là: $S = [1; 3]$.

Câu 17. Chọn B.

$$\text{Ta có } (x+2)(5-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > 5 \end{cases}.$$

Câu 18. Chọn C.

$$\text{Ta có: } 2-x=0 \Leftrightarrow x=2.$$

$$x+1=0 \Leftrightarrow x=-1.$$

$$3-x=0 \Leftrightarrow x=3.$$

Bảng xét dấu về trái

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$		
VT	-	0	+	0	-	0	+

Suy ra $x \in (-\infty; -1] \cup [2; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên dương của bất phương trình trên là 2.

Câu 19. Chọn A.

$$\text{Ta có } (2x-3)(5-x) > 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 13x - 15 > 0.$$

Xét tam thức $f(x) = -2x^2 + 13x - 15$ có hai nghiệm $x_1 = \frac{3}{2}$, $x_2 = 5$, hệ số $a = -2$, nên $f(x)$ luôn dương với mọi x thuộc khoảng $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$. Vậy bất phương trình $(2x-3)(5-x) > 0$ có tập nghiệm là khoảng $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$.

Câu 20.

$$\text{Đặt } f(x) = (2x+8)(1-x)$$

$$\text{Phương trình } 2x+8=0 \Leftrightarrow x=-4 \text{ và } 1-x=0 \Leftrightarrow x=1.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$	
$2x+8$	$-$	0	$+$	$+$	
$1-x$	$+$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow -4 < x < 1 \Leftrightarrow x \in (-4; 1)$.

Khi đó $b=1$, $a=-4 \Rightarrow b-a=5$. **Chọn B.**

Câu 21.

$$\text{Phương trình } x+4=0 \Leftrightarrow x=-4 \text{ và } x+5=0 \Leftrightarrow x=-5.$$

$$\text{Phương trình } x-4=0 \Leftrightarrow x=4 \text{ và } 5x-25=0 \Leftrightarrow x-5=0 \Leftrightarrow x=5.$$

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-5	-4	4	5	$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x+4$		$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x-4$		$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x-5$		$-$	$-$	$-$	$-$	0
$(x+4)(x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$(x+4)(x-5)$		$+$	$+$	0	$-$	0
$(x-4)(x-5)$		$+$	$+$	$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta thấy tập nghiệm $S = (-4; 5)$ là nghiệm của bất phương trình $(x+4)(5x-25) < 0$. Chọn **B**.

Câu 22.

Đặt $f(x) = (x+3)(x-1)$

Phương trình $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x+3$		$-$	0	$+$
$x-1$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$+$	0	$+$

Từ bảng xét dấu ta có $(x+3)(x-1) \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow x \in [-3; 1]$.

Suy ra các nghiệm nguyên của bất phương trình là $-3, -2, -1, 0, 1$.

Suy ra tổng các nghiệm nguyên của bất phương trình bằng -5 .

Chọn **C**.

Câu 23.

Đặt $f(x) = x(x-5)$.

Phương trình $x=0$ và $x-5=0 \Leftrightarrow x=5$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	5	$+\infty$
x		$-$	0	$+$
$x-5$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $x \in [0; 5] \Leftrightarrow f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x(x-5) \leq 0$. Chọn **B**.

Câu 24.

Đặt $f(x) = x(x-2)(x+1)$.

Phương trình $x=0$; $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
x	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là 3. **Chọn B.**

Câu 25.

Phương trình $x+3=0 \Leftrightarrow x=-3$; $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$.

Và $x-5=0 \Leftrightarrow x=5$; $14-2x=0 \Leftrightarrow x=7$. Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	3	5	7	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-5$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$14-2x$	$+$	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$(x+3)(x-5)(14-2x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$
$(x-3)(x-5)(14-2x)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$-$

Từ bảng xét dấu ta thấy tập nghiệm $S = (-\infty; 3) \cup (5; 7)$ là tập nghiệm của bất phương trình $(x-3)(x-5)(14-2x) > 0$. **Chọn B.**

Câu 26.

Đặt $f(x) = (2-x)(x+1)(3-x)$

Phương trình $2-x=0 \Leftrightarrow x=2$; $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$ và $3-x=0 \Leftrightarrow x=3$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	2	3	$+\infty$
$2-x$	$+$	$+$	0	$-$	$-$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$3-x$	$+$	$+$	$+$	$-$	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1] \cup [2; 3]$.

Vậy bất phương trình đã cho có 2 nghiệm nguyên dương. **Chọn D.**

Câu 27.

Bất phương trình $(3x-6)(x-2)(x+2)(x-1) > 0 \Leftrightarrow 3(x-2)^2(x+2)(x-1) > 0$

Vì $(x-2)^2 > 0, \forall x \neq 2$ nên bất phương trình trở thành $\begin{cases} x \neq 2 \\ (x+2)(x-1) > 0 \end{cases}$

Đặt $f(x) = (x+2)(x-1)$. Phương trình $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$ và $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

Kết hợp với điều kiện $x \neq 2$, ta được $\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (1; 2) \cup (2; +\infty)$.

Do đó, nghiệm nguyên âm lớn nhất của bất phương trình là -3 và nghiệm nguyên dương nhỏ nhất của bất phương trình là 3 . Vậy tích cần tính là $(-3).3 = -9$. **Chọn A.**

Câu 28.

Đặt $f(x) = 2x(4-x)(3-x)(3+x)$.

Phương trình $2x=0 \Leftrightarrow x=0$; $4-x=0 \Leftrightarrow x=4$;

Và $3-x=0 \Leftrightarrow x=3$; $3+x=0 \Leftrightarrow x=-3$.

Ta có bảng xét dấu

x	$-\infty$	-3	0	3	4	$+\infty$
$x+3$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$2x$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$3-x$	$-$	$-$	$+$	0	$+$	$+$
$4-x$	$-$	$-$	$+$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0

Từ bảng xét dấu ta có $f(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ 0 < x < 3 \\ x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (0; 3) \cup (4; +\infty)$.

Suy ra tập nghiệm bất phương trình là hợp của ba khoảng.

Chọn C.

Câu 29.

Bất phương trình $(x-1)\sqrt{x(x+2)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x(x+2) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x(x+2) \geq 0 \end{cases}$.

Đặt $f(x) = x(x+2)$.

Phương trình $x=0$ và $x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
x	$-$	$ $	$-$	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$ $
$f(x)$	$+$	0	$-$	0

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -2 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 1$, ta được tập nghiệm $S = [1; +\infty)$.

Vậy nghiệm nguyên nhỏ nhất thỏa mãn bất phương trình là $x = 1$. **Chọn C.**

DẠNG 3. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 30. Chọn A

Điều kiện: $x \neq 2$.

$$\frac{x+1}{2-x} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2-x} - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+1-4+2x}{2-x} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x-3}{2-x} \geq 0 \Leftrightarrow 1 \leq x < 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[1; 2)$.

Câu 31. Chọn C

Điều kiện $x \neq 3$.

$$\text{Ta có: } \frac{2}{x-3} \geq 4 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-4x+14}{x-3} \geq 0$$

Lập bảng xét dấu ta được có: $x \in \left(3; \frac{14}{4}\right]$.

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \in \left(3; \frac{14}{4}\right]$.

Câu 32. Chọn D

Điều kiện: $x \neq 3$.

$$\frac{2x-1}{x-3} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{2x-1-(x-3)}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+2}{x-3} \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x < 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $[-2; 3)$.

Câu 33. Chọn D

Điều kiện: $x \neq \pm \frac{1}{2}$.

$$\text{Bpt} \Leftrightarrow \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{2x+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{(2x-1)(2x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{-1}{2} \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

Kết hợp đk ta có tập nghiệm của bpt là $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 34. Chọn C

$$\frac{1-2x}{4x+8} \geq 0 \Leftrightarrow -2 < x \leq \frac{1}{2}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 35. Chọn C

$$\frac{1}{x-2} \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ 1 \geq x-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ 3 \geq x \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 3.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = (2; 3]$.

Câu 36. Chọn A

$$\frac{1}{x} > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 1 > x \\ x < 0 \\ 1 < x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (0; 1) \\ x \in \emptyset \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 1) \text{ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là } S = (0; 1)$$

Câu 37. Chọn C

Bất phương trình tương đương với

$$\frac{x-2}{x+1} - \frac{x+1}{x-2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x+3}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{1-2x}{(x+1)(x-2)} \geq 0$$

Ta có: $1-2x=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$; $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$; $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$1-2x$	+	+	0	-	-
$x+1$	-	0	+	+	+
$x-2$	-	-	-	0	+
VT	+	-	0	+	-

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình: $S = (-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$.

Câu 38. Chọn A

$$\text{Ta có } \frac{(x-1)(2x-5)(x+1)}{x+4} < 0 \Leftrightarrow \frac{(x^2-1)(2x^2+3x-20)}{(x+4)^2} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-4	-1	1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
x^2-1	+	+	0	-	0	+	
$2x^2+3x-20$	+	0	-	-	-	0	+
VT	+	-	+	-	+		

Dựa vào bảng xét dấu BPT có tập nghiệm là $S = (-4; -1) \cup \left(1; \frac{5}{2}\right)$.

$$\text{Vậy } a+b+c+d = -4-1+1+\frac{5}{2} = -\frac{3}{2}.$$

Câu 39. Chọn A.

+ Nếu $x > 0$ thì $\frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_1 = (0; 3]$.

+ Nếu $x < 0$ thì $\frac{3}{x} \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 3$. Tập nghiệm của bất phương trình là $S_2 = \emptyset$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = S_1 \cup S_2 = (0; 3]$.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là 3.

Câu 40. Chọn B.

$$\frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{(x-1)(x+1)} \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < -1 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 41. Chọn A.

$$\text{Ta có: } \frac{x+3}{1-x} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{2x+2}{1-x} \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x < 1.$$

Câu 42. Chọn D.

$$\text{Ta có } \frac{4x-3}{1-2x} \geq -1 \Leftrightarrow \frac{2x-2}{1-2x} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ (2x-2)(1-2x) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x \leq 1.$$

Câu 43. Chọn A.

Đặt $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$		-		+ 0 -

Dựa vào bảng xét dấu $f(x)$ ta suy ra nghiệm của bất phương trình $f(x) \leq 0$ là $x < -1$ hoặc $x \geq 1$.

Câu 44. Chọn B.

$$\frac{2x+7}{x-4} < 1 \Leftrightarrow \frac{x+11}{x-4} < 0 \Leftrightarrow -11 < x < 4.$$

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên dương lần lượt là $\{1; 2; 3\}$.

Câu 45. Chọn A.

Điều kiện $-3x+6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Xét $4-x=0 \Leftrightarrow x=4$.

Và $-3x+6=0 \Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$4-x$		+		+ 0 -
$-3x+6$		+	0	- -
Vế trái		+		- 0 +

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (2; 4]$.

Câu 46. Chọn A.

Điều kiện: $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

$$\text{Ta có: } \frac{x-1}{x-3} > 1 \Leftrightarrow \frac{x-1}{x-3} - \frac{x-3}{x-3} > 0 \Leftrightarrow \frac{2}{x-3} > 0 \Leftrightarrow x-3 > 0 \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (3; +\infty)$.

Câu 47. Chọn A.

Điều kiện: $6 - 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Đặt $f(x) = \frac{4x-2}{6-2x}$. Ta có bảng xét dấu của $f(x)$ như sau

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$4x-2$	—	0	+	+
$6-2x$	+		0	—
$f(x)$	—	0	+	

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình là $S = [2; 3)$.

Câu 48.

Bất phương trình $\frac{2x}{x+1} - \frac{1}{x-1} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{1-3x}{(x-1)(x+1)} \leq 0$.

Đặt $f(x) = \frac{1-3x}{(x-1)(x+1)}$. Ta có $1-3x=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$; $\begin{cases} x-1=0 \Leftrightarrow x=1 \\ x+1=0 \Leftrightarrow x=-1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$1-3x$	+		0	—	
$x-1$	—		—		0
$x+1$	—	0	+		+
$f(x)$	+		—	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x \leq \frac{1}{3} \\ x > 1 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(-1; \frac{1}{3}\right] \cup (1; +\infty)$. **Chọn A.**

Câu 49.

Bất phương trình $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+4} < \frac{3}{x+3} \Leftrightarrow \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)} < 0$.

Đặt $f(x) = \frac{x+12}{x(x+3)(x+4)}$. Ta có $x+12=0 \Leftrightarrow x=-12$; $\begin{cases} x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \\ x+4=0 \Leftrightarrow x=-4 \end{cases}$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-12	-4	-3	0	$+\infty$
$x+12$		$-$	0	$+$	$ $	$+$
x		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$
$x+3$		$-$	$ $	$-$	0	$+$
$x+4$		$-$	$ $	$-$	0	$+$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -12 < x < -4 \\ -3 < x < 0 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-12; -4) \cup (-3; 0)$. **Chọn D.**

Câu 50.

Bất phương trình $\frac{1}{x+1} < \frac{1}{(x-1)^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x-1)^2} < 0$.

$$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2 - (x+1)}{(x+1)(x-1)^2} < 0 \Leftrightarrow \frac{x(x-3)}{(x+1)(x-1)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \frac{x(x-3)}{x+1} < 0 \end{cases} \quad (\text{vì } (x-1)^2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}).$$

Đặt $f(x) = \frac{x(x-3)}{x+1}$. Ta có $x-3=0 \Leftrightarrow x=3$ và $x+1=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	0	3	$+\infty$		
x	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$-$
$x-3$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$x+1$	$-$	0	$+$	$ $	$+$	$ $	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	0	$-$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 0 < x < 3 \end{cases}$.

Kết hợp với điều kiện $x \neq 1$, ta được tập nghiệm $S = (-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (1; 3)$.

Chọn C.

Câu 51.

Bất phương trình tương đương với

$$\frac{x(x+4)}{x(x-3)(x+3)} - \frac{2x(x-3)}{x(x-3)(x+3)} < -\frac{4x(x+3)}{x(x-3)(x+3)} \Leftrightarrow \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)} < 0.$$

Đặt $f(x) = \frac{3x+22}{(x-3)(x+3)}$. Ta có $3x+22=0 \Leftrightarrow x = -\frac{22}{3}$; $\begin{cases} x-3=0 \Leftrightarrow x=3 \\ x+3=0 \Leftrightarrow x=-3 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	$-\frac{22}{3}$	-3	3	$+\infty$
$3x+22$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x-3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$x+3$	$-$	0	$-$	$+$	$+$
$f(x)$	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{22}{3}\right) \cup (-3; 3)$.

Vậy nghiệm nguyên lớn nhất thỏa mãn bất phương trình là $x = 2$. **Chọn A.**

DẠNG 4. GIẢI BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 52. Chọn A.

Ta có $|2x-1| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 2x \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [0; 1]$.

Câu 53. Chọn A.

Ta có $|3x+1| > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1 > 2 \\ 3x+1 < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x < -1 \end{cases}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Câu 54. Chọn B.

$|2x+1| < 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ -3x < 2x-1 < 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x > \frac{1}{5} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{5}$.

Mà $x \in [-2017; 2017] \Rightarrow x \in \left[\frac{1}{5}; 2017\right]$

Vậy có 2017 giá trị nguyên x thỏa mãn đề bài.

Câu 55. Chọn C.

$\left|\frac{2}{x-13}\right| > \frac{8}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x-13} < -\frac{8}{9} \\ \frac{2}{x-13} > \frac{8}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8x-86}{9(x-13)} < 0 \\ \frac{122-8x}{9(x-13)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{43}{4} < x < 13 \\ 13 < x < \frac{61}{4} \end{cases}$

Nghiệm nguyên nhỏ hơn 13 của bất phương trình là 11; 12.

Vậy bất phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên nhỏ hơn 13.

Câu 56. Chọn C.

Bất phương trình: $\frac{|x+2|-x}{x} \leq 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ \frac{2-2x}{x} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x < 0, x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x < 0, x \geq 1 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ \frac{-4x-2}{x} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x \leq -\frac{1}{2}, x > 0 \end{cases}$$

Câu 57. Chọn D.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow |2x-5|-3 \leq 0 \Leftrightarrow |2x-5| \leq 3 \Leftrightarrow -3 \leq 2x-5 \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 4$.

Câu 58. Chọn C.

Ta có: $|x-5| \leq 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x-5 \geq -4 \\ x-5 \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 9$

Trên $[1;9]$, phương trình $|x-5| \leq 4$ có 9 nghiệm nguyên.

Câu 59. Chọn C

$$|4-3x| \leq 8 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-3x \leq 8 \\ 4-3x \geq -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{4}{3} \\ x \leq 4 \end{cases} \Rightarrow S = \left[-\frac{4}{3}; 4\right].$$

Câu 60. Chọn C

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 2x+1+2 \geq 4x \\ 2x+1 < 0 \\ -2x-1+2 \geq 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{3}{2} \\ x < -\frac{1}{2} \\ x \leq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2} \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$$

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 61. Chọn A

$$|2x-1| > x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > x \\ 2x-1 < -x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty).$$

Câu 62. Chọn D

$$|2x-1| \geq x+2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-1 \geq x+2 \\ 2x-1 < 0 \\ -2x+1 \geq x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x \geq 3 \\ x < \frac{1}{2} \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

Câu 63. Chọn B

□ Với $x < -1$, $|x+1|+|x| < 3 \Leftrightarrow -x-1-x < 3 \Leftrightarrow x > -2$. BPT không có nghiệm nguyên.

□ Với $-1 \leq x \leq 0$, $|x+1|+|x| < 3 \Leftrightarrow x+1-x < 3 \Leftrightarrow 1 < 3$ (luôn đúng).

BPT có hai nghiệm nguyên $x = -1$ và $x = 0$.

□ Với $x > 0$, $|x+1| + |x| < 3 \Leftrightarrow x+1+x < 3 \Leftrightarrow x < 1$. BPT không có nghiệm nguyên.

Vậy BPT đã cho có hai nghiệm nguyên.

Câu 64. Chọn B

$$\text{Ta có : } |2-x| + 3x - 1 \leq 6 \Leftrightarrow |2-x| \leq 7-3x \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x \leq 7-3x \\ 2-x \geq -7+3x \\ 7-3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq 5 \\ -4x \geq -9 \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{5}{2} \\ x \leq \frac{9}{4} \\ x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{4}$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm là: $\left(-\infty; \frac{9}{4}\right]$.

Câu 65.

Xét bất phương trình $|x+2| + |-2x+1| \leq x+1$ (*).

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x+2$		-	0	+
$-2x+1$	+	+	0	-

TH1. Với $x < -2$, khi đó (*) $\Leftrightarrow (-x-2) + (-2x+1) \leq x+1 \Leftrightarrow -2 \leq 4x \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x < -2$, ta được tập nghiệm $S_1 = \emptyset$.

TH2. Với $-2 \leq x < \frac{1}{2}$, khi đó (*) $\Leftrightarrow x+2-2x+1 \leq x+1 \Leftrightarrow 2x \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Kết hợp với điều kiện $-2 \leq x < \frac{1}{2}$, ta được tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

TH3. Với $x \geq \frac{1}{2}$, khi đó (*) $\Leftrightarrow x+2-(-2x+1) \leq x+1 \Leftrightarrow 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 0$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq \frac{1}{2}$, ta được tập nghiệm $S_3 = \emptyset$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \emptyset$. **Chọn D.**

Câu 66.

. Xét bất phương trình $|x+2| - |x-1| \leq x - \frac{3}{2}$ (*).

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x+2$	$-$	0	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$ $	$-$	0

TH1. Với $x < -2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x-2+x-1 < x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x > -\frac{3}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x < -2$, ta được tập nghiệm $S_1 = \emptyset$.

TH2. Với $-2 \leq x < 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+2+x-1 < x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x < -\frac{5}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $-2 \leq x < 1$, ta được tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

TH3. Với $x \geq 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+2-x+1 < x-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x > \frac{9}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 1$, ta được tập nghiệm $S_3 = \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = \left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$. **Chọn D.**

Câu 67.

Xét bất phương trình $|x+1|-|x-2| \geq 3$ $(*)$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$ $	$-$	0

TH1. Với $x < -1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x-1+x-2 \geq 3 \Leftrightarrow -3 \geq 3$ (vô lý) suy ra $S_1 = \emptyset$.

TH2. Với $-1 \leq x < 2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+1+x-2 \geq 3 \Leftrightarrow 2x \geq 4 \Leftrightarrow x \geq 2$.

Kết hợp với điều kiện $-1 \leq x < 2$, ta được tập nghiệm $S_2 = \emptyset$.

TH3. Với $x \geq 2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow x+1-x+2 \geq 3 \Leftrightarrow 3 \geq 3$ (luôn đúng).

Kết hợp với điều kiện $x \geq 2$, ta được tập nghiệm $S_3 = [2; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = [2; +\infty)$. **Chọn B.**

Câu 68.

Điều kiện: $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 1 \end{cases}$.

Bất phương trình $\left|\frac{-5}{x+2}\right| < \left|\frac{10}{x-1}\right| \Leftrightarrow \frac{1}{|x+2|} < \frac{2}{|x-1|} \Leftrightarrow |x-1| - 2|x+2| < 0$ $(*)$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	$ $	$-$	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$	$ $

TH1. Với $x < -2$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x+1+2(x+2) < 0 \Leftrightarrow x < -5$.

Kết hợp với điều kiện $x < -2$, ta được tập nghiệm $S_1 = (-\infty; -5)$.

TH2. Với $-2 < x < 1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -x+1-2(x+2) < 0 \Leftrightarrow 3x > -3 \Leftrightarrow x > -1$.

Kết hợp với điều kiện $-2 < x < 1$, ta được tập nghiệm $S_2 = (-1; 1)$.

TH3. Với $x > 1$ khi đó $(*) \Leftrightarrow x-1-2(x+2) < 0 \Leftrightarrow x > -5$.

Kết hợp với điều kiện $x > 1$, ta được tập nghiệm $S_3 = (1; +\infty)$.

Vậy tập nghiệm bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 \cup S_3 = (-\infty; -5) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$.

Chọn C.

Câu 69.

Điều kiện: $x+1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$.

TH1. Với $x \geq 0$, ta có $\left| \frac{2-3|x|}{1+x} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{2-3x}{x+1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2-3x}{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{3}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0$, ta được tập nghiệm $S_1 = \left[\frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right]$.

TH2. Với $x < 0$, ta có $\left| \frac{2-3|x|}{1+x} \right| \leq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{2+3x}{x+1} \right| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq \frac{2+3x}{x+1} \leq 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \leq x \leq -\frac{1}{2}$.

Kết hợp với điều kiện $x < 0$, ta được tập nghiệm $S_2 = \left[-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2} \right]$.

Do đó, tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 = \left[\frac{1}{4}; \frac{3}{2} \right] \cup \left[-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2} \right]$.

Vậy số nghiệm nguyên x cần tìm là 1 ($x=1$). **Chọn A.**

TOÁN 10	HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN
0D4-4	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. TÌM NGHIỆM BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.....	1
DẠNG 2. TÌM MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.....	5
DẠNG 3. TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT.....	8
DẠNG 4. ÁP DỤNG BÀI TOÁN THỰC TẾ.....	10
PHẦN B. LỜI GIẢI.....	11
DẠNG 1. TÌM NGHIỆM BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.....	11
DẠNG 2. TÌM MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN.....	16
DẠNG 3. TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT.....	21
DẠNG 4. ÁP DỤNG BÀI TOÁN THỰC TẾ.....	25

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. TÌM NGHIỆM BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) **không được gọi là miền nghiệm của nó.**

B. Biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 1 < 0$ trên hệ trục Oxy là đường thẳng $2x - 3y + 1 = 0$.

C. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) **được gọi là miền nghiệm của nó.**

D. Nghiệm của bất phương trình $ax + by \leq c$ (các hệ số a, b, c là những số thực, a và b không đồng thời bằng 0) **là tập rỗng.**

Câu 2. Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$.

B. $(1; 1)$.

C. $(4; 2)$.

D. $(1; -1)$.

Câu 3. Câu nào sau đây **đúng**?

Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$.

B. $(-4; 2)$.

C. $(-2; 2)$.

D. $(-5; 3)$.

Câu 4. Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(-3; -4)$. B. $(-2; -5)$. C. $(-1; -6)$. D. $(0; 0)$.

Câu 5. Câu nào sau đây đúng?

Miền nghiệm của bất phương trình $4(x-1)+5(y-3) > 2x-9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(-1; 1)$. D. $(2; 5)$.

Câu 6. Miền nghiệm của bất phương trình $3x+2(y+3) > 4(x+1)-y+3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(3; 0)$. B. $(3; 1)$. C. $(1; 1)$. D. $(0; 0)$.

Câu 7. Miền nghiệm của bất phương trình $5(x+2)-9 < 2x-2y+7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

A. $(-2; 1)$. B. $(2; 3)$. C. $(2; -1)$. D. $(0; 0)$.

Câu 8. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x+y < 1$?

A. $(-2; 1)$. B. $(3; -7)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; 0)$.

Câu 9. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x-4y+5 \geq 0$?

A. $(-5; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(1; -3)$. D. $(0; 0)$.

Câu 10. Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x-5y+3z \leq 0$. B. $3x^2+2x-4 > 0$. C. $2x^2+5y > 3$. D. $2x+3y < 5$.

Câu 11. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3 > 0$?

A. $Q(-1; -3)$. B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $N(1; 1)$. D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 12. Miền nghiệm của bất phương trình $-3x+y+2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$. B. $B(2; 1)$. C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$. D. $D(3; 1)$.

Câu 13. Miền nghiệm của bất phương trình $x+3+2(2y+5) < 2(1-x)$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; -2)$. B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$. C. $C(0; -3)$. D. $D(-4; 0)$.

Câu 14. Miền nghiệm của bất phương trình $2x+y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$. B. $B(2; 2)$. C. $C(3; 3)$. D. $D(-1; -1)$.

Câu 15. Miền nghiệm của bất phương trình $(1+\sqrt{3})x-(1-\sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; -1)$. B. $B(-1; -1)$. C. $C(-1; 1)$. D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

Câu 16. Miền nghiệm của bất phương trình $x-2+2(y-1) > 2x+4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 5)$. C. $C(4; 3)$. D. $D(0; 4)$.

Câu 17. Miền nghiệm của bất phương trình $2x-\sqrt{2}y+\sqrt{2}-2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$. D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

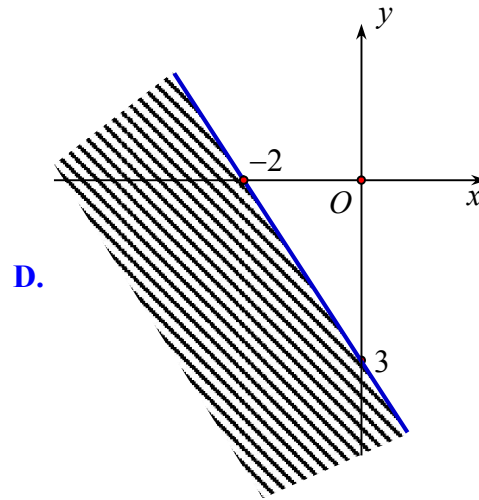
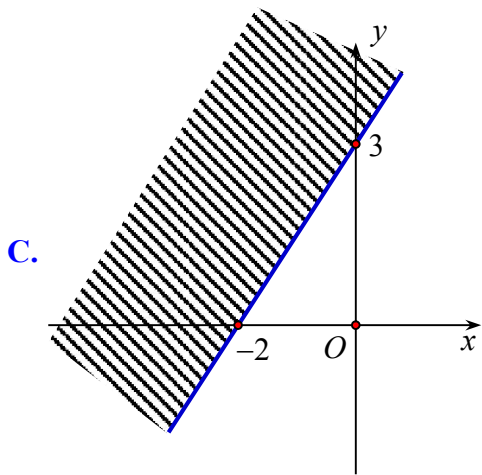
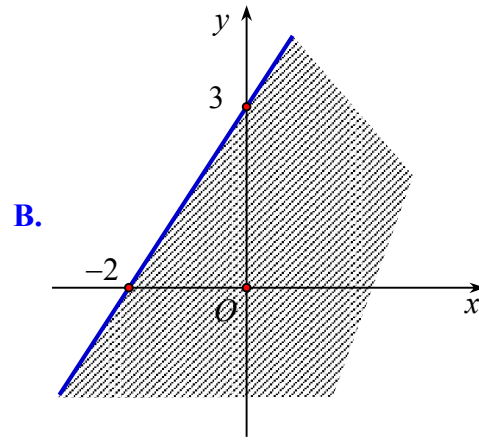
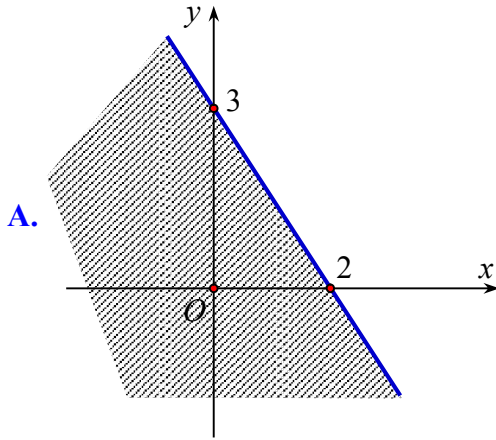
Câu 18. Cho bất phương trình $2x+4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1;1) \in S$. B. $(1;10) \in S$. C. $(1;-1) \in S$. D. $(1;5) \in S$.

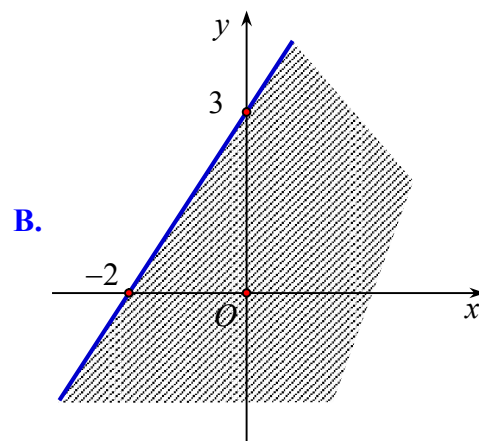
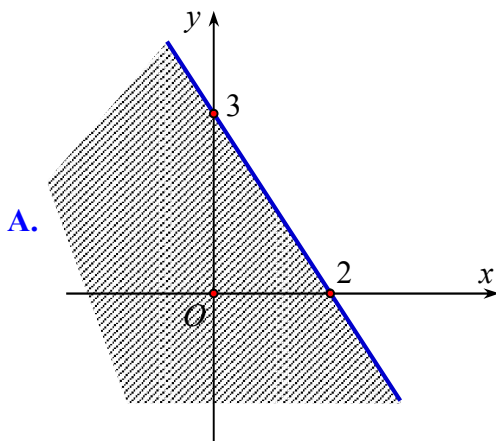
Câu 19. Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(2;2) \in S$. B. $(1;3) \in S$. C. $(-2;2) \in S$. D. $(-2;4) \in S$.

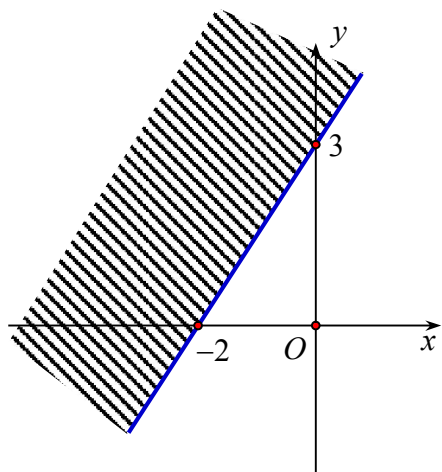
Câu 20. Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



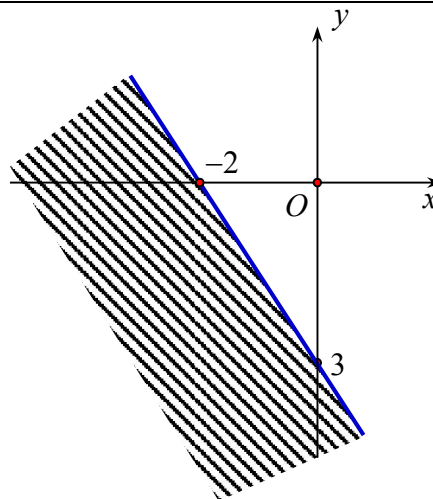
Câu 21. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là



C.

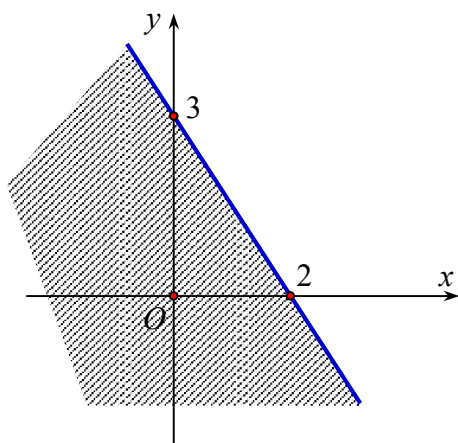


D.

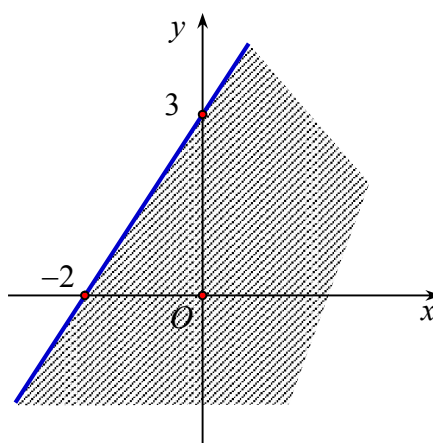


Câu 22. Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là

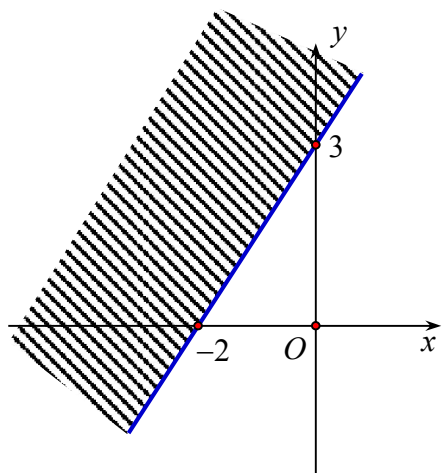
A.



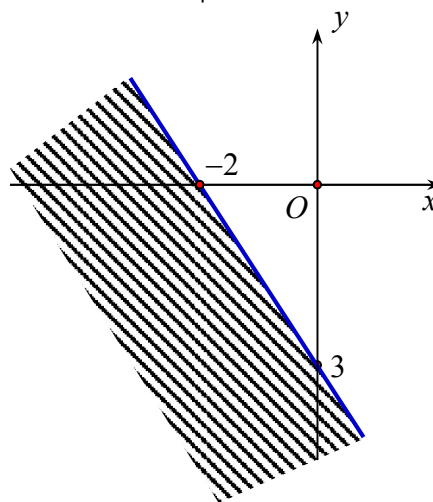
B.



C.



D.



Câu 23. Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; 1) \in S$.

B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$.

C. $(1; -2) \notin S$.

D. $(1; 0) \notin S$.

Câu 24. Cặp số $(x; y) = (2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $4x > 3y$.

B. $x - 3y + 7 < 0$.

C. $2x - 3y - 1 > 0$.

D. $x - y < 0$.

Câu 25. Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$. **B.** $(x_0; y_0) = (5; 1)$. **C.** $(x_0; y_0) = (-4; 0)$. **D.** $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

DẠNG 2. TÌM MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 26. Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$ là

A. $(0; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(-1; -1)$.

Câu 27. Câu nào sau đây đúng?

Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(2; 1)$. **B.** $(0; 0)$. **C.** $(1; 1)$. **D.** $(3; 4)$.

Câu 28. Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 1 > 0 \\ 5x - y + 4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1; 4)$. **B.** $(-2; 4)$. **C.** $(0; 0)$. **D.** $(-3; 4)$.

Câu 29. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$?

A. $(0; 0)$. **B.** $(1; 0)$. **C.** $(0; -2)$. **D.** $(0; 2)$.

Câu 30. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(5; 3)$. **B.** $(0; 0)$. **C.** $(1; -1)$. **D.** $(-2; 2)$.

Câu 31. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$ là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(2; 1)$. **D.** $(8; 4)$.

Câu 32. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; 1) \in S$. **B.** $(-1; -1) \in S$. **C.** $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. **D.** $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Câu 33. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 6 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 4 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm:

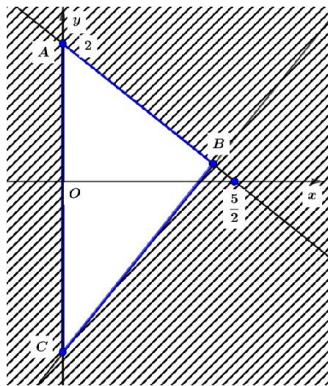
A. (2;1).

B. (6;4).

C. (0;0).

D. (1;2).

Câu 34. Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



A.
$$\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

Câu 35. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; -1) \in S$.B. $(1; -\sqrt{3}) \in S$.C. $(-1; \sqrt{5}) \notin S$.D. $(-4; \sqrt{3}) \in S$.

Câu 36. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 > 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(-1; 2) \in S$.B. $(\sqrt{2}; 0) \notin S$.C. $(1; -\sqrt{3}) \in S$.D. $(\sqrt{3}; 0) \in S$.

Câu 37. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; -2) \in S$.B. $(2; 1) \in S$.C. $(5; -6) \in S$.D. $S = \emptyset$.

Câu 38. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.B. $S = \{(x; y) \mid 4x - 3y = 2\}$.

C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Câu 39. Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm của bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

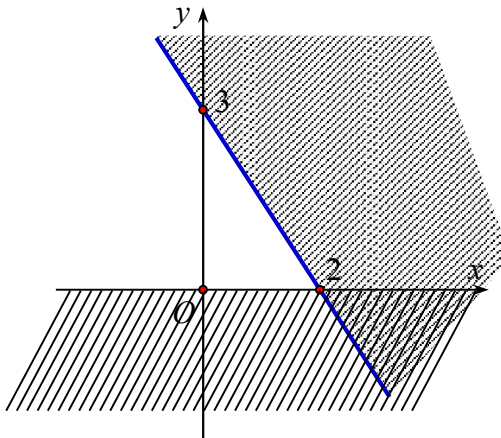
A. $S_1 \subset S_2$.

B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

Câu 40. Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Câu 41. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 0)$.

B. $B(-2; 3)$.

C. $C(0; -1)$.

D. $D(-1; 0)$.

Câu 42. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$.

B. $B(0; 2)$.

C. $C(-1; 3)$.

D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Câu 43. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. Không có.

B. $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$.

C. $C(-3; 1)$.

D. $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$.

Câu 44. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 4)$.

B. $B(4; 3)$.

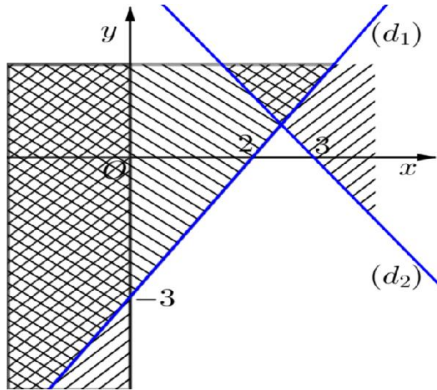
C. $C(7; 4)$.

D. $D(4; 4)$.

Câu 45. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(-1; 0)$. B. $B(1; 0)$. C. $C(-3; 4)$. D. $D(0; 3)$.

Câu 46. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 2(x - 1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

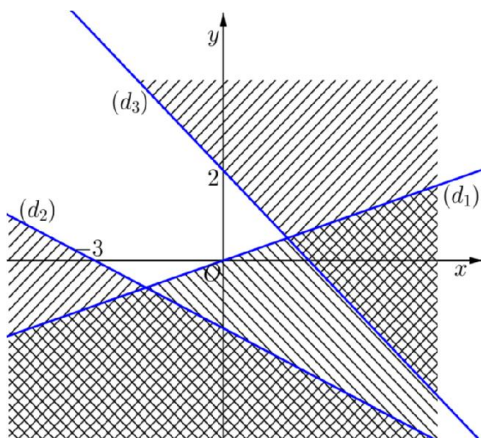


- A. $A(2; -2)$. B. $B(3; 0)$. C. $C(1; -1)$. D. $D(2; -3)$.

Câu 47. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(3; 2)$. B. $B(6; 3)$. C. $C(6; 4)$. D. $D(5; 4)$.

Câu 48. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?



- A. $A(0; 1)$. B. $B(-1; 1)$. C. $C(-3; 0)$. D. $D(-3; 1)$.

DẠNG 3. TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Câu 49. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 50. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là

A. $\min F = -3$ khi $x = 1, y = -2$.

B. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

C. $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

D. $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Câu 51. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B(\frac{25}{8}; \frac{9}{8})$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.

B. Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.

C. Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.

D. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Câu 52. Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$ là

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Câu 53. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = x - 2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$ là

A. -10.

B. 12.

C. -8.

D. -6.

Câu 54. Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x; y)$ có tọa độ là

A. (4;1).

B. (3;1).

C. (2;1).

D. (1;1).

Câu 55. Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$, đạt giá trị lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

A. $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

DẠNG 4. ÁP DỤNG BÀI TOÁN THỰC TẾ

Câu 56. Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Đội A pha chế được a lít nước cam và b lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số $a - b$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -6.

Câu 57. Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

- A.** Trồng $600m^2$ đậu; $200m^2$ cà. **B.** Trồng $500m^2$ đậu; $300m^2$ cà.
C. Trồng $400m^2$ đậu; $200m^2$ cà. **D.** Trồng $200m^2$ đậu; $600m^2$ cà.

Câu 58. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

- A.** 4 xe A và 5 xe B. **B.** 5 xe A và 6 xe B.
C. 5 xe A và 4 xe B. **D.** 6 xe A và 4 xe B.

Câu 59. (KSNLGV - THUẬN THÀNH 2 - BẮC NINH NĂM 2018 - 2019) Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

- A.** $x^2 + y^2 = 1,3$.
B. $x^2 + y^2 = 2,6$.
C. $x^2 + y^2 = 1,09$.
D. $x^2 + y^2 = 0,58$.

Câu 60. (THPT NÔNG CÔNG - THANH HÓA LẦN 1_2018-2019) Có hai cái giỏ đựng trứng gồm giỏ A và giỏ B, các quả trứng trong mỗi đều có hai loại là trứng lành và trứng hỏng. Tổng số trứng trong hai giỏ là 20 quả và số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B. Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, biết xác suất để lấy được hai quả

trứng lành là $\frac{55}{84}$. Tìm số trứng lành trong giỏ **A.**

- A.** 6. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 61. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 gam hương liệu, 9 lít nước và 210 gam đường để pha chế nước ngọt loại I và nước ngọt loại II. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại I cần 10 gam đường, 1 lít nước và 4 gam hương liệu. Để pha chế 1 lít nước ngọt loại II cần 30 gam đường, 1 lít nước và 1 gam hương liệu. Mỗi lít nước ngọt loại I được 80 điểm thưởng, mỗi lít nước ngọt loại II được 60 điểm thưởng. Hỏi số điểm thưởng cao nhất có thể của mỗi đội trong cuộc thi là bao nhiêu?

A. 540. B. 600. C. 640. D. 720.

Câu 62. Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

A. 32 triệu đồng. B. 35 triệu đồng. C. 14 triệu đồng. D. 30 triệu đồng.

Câu 63. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn?

A. $x = 0,3$ và $y = 1,1$. B. $x = 0,3$ và $y = 0,7$. C. $x = 0,6$ và $y = 0,7$. D. $x = 1,6$ và $y = 0,2$.

PHẦN B. LỜI GIẢI

DẠNG 1. TÌM NGHIỆM BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 1. Chọn C

Câu 2. Chọn C.

Ta có: $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 4 < 2 - 2x \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Dễ thấy tại điểm $(4; 2)$ ta có: $4 + 2 \cdot 2 = 8 > 4$.

Câu 3. Chọn A.

Ta có: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 + 4y - 8 < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0$

Dễ thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 + 4 = 4 > 0$.

Câu 4. Chọn D.

Ta có: $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 3 + 4y + 10 < 2 - 2x \Leftrightarrow 3x + 4y + 8 < 0$.

Dễ thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 8 > 0$ (mâu thuẫn).

Câu 5. Chọn D.

Ta có: $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9 \Leftrightarrow 4x - 4 + 5y - 15 > 2x - 9 \Leftrightarrow 2x + 5y - 10 > 0$.

Dễ thấy tại điểm $(2; 5)$ ta có: $2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 - 10 > 0$ (đúng).

Câu 6. Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(1; 1)$ thỏa bất phương trình.

Câu 7. Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2; 3)$ không thỏa bất phương trình.

Câu 8. Chọn C.

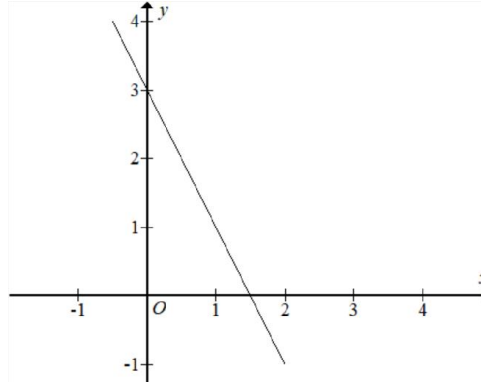
Nhận xét: chỉ có cặp số $(0; 1)$ không thỏa bất phương trình.

Câu 9. Chọn B.

Ta thay cặp số $(-2; 1)$ vào bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$ được $-2 - 4 + 5 \geq 0$ (sai) do đó cặp số $(-2; 1)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$.

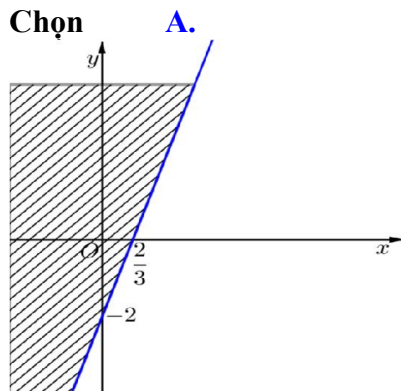
Câu 10. Chọn D.

Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 11. Chọn B.

Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $2x + y - 3 = 0$ và không chứa gốc tọa độ.

Từ đó ta có điểm $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$.

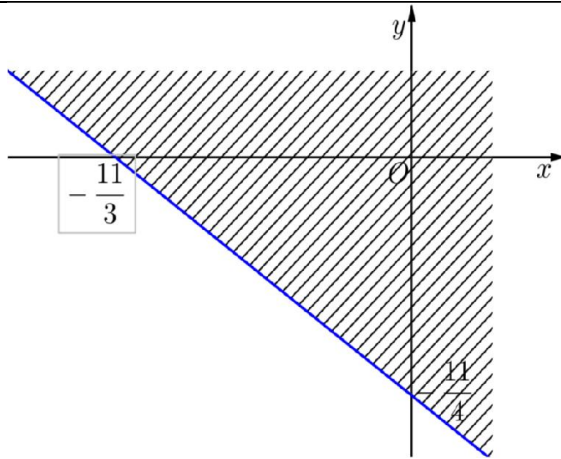
Câu 12.**Hướng dẫn giải**

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 13.**Hướng dẫn giải****Chọn B.**



Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.

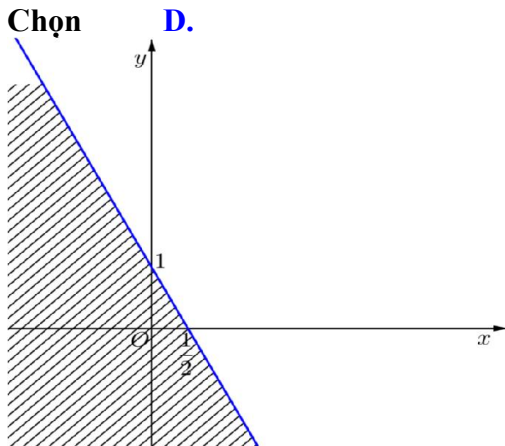
Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 14.

Hướng dẫn giải



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x + y = 1$.

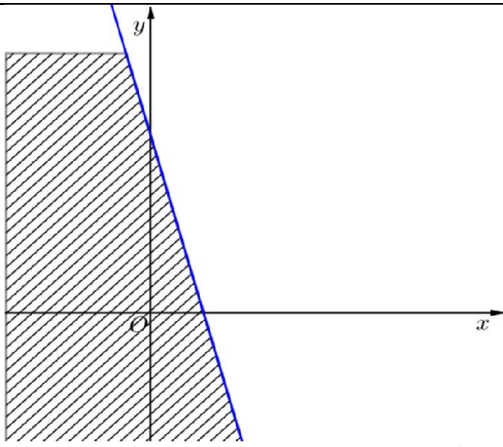
Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 15.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

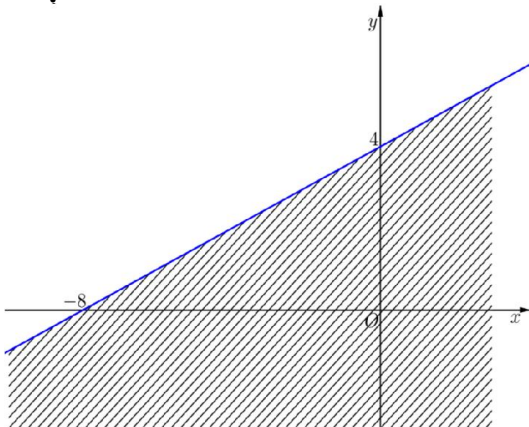
Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 16.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành $-x + 2y - 8 > 0$.

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

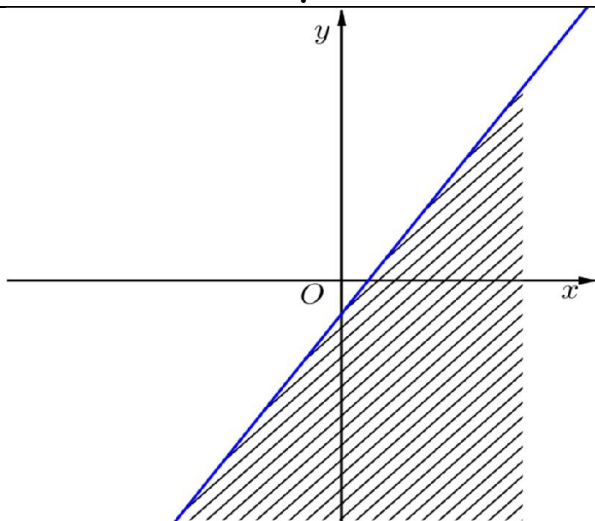
Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 17.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 18. Chọn C.

Ta thấy $(1; -1)$ thỏa mãn hệ phương trình do đó $(1; -1)$ là một cặp nghiệm của hệ phương trình.

Câu 19. Chọn A.

Ta thấy $(2; 2) \in S$ vì $2 - 2 \cdot 2 + 5 > 0$.

Câu 20.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 21.

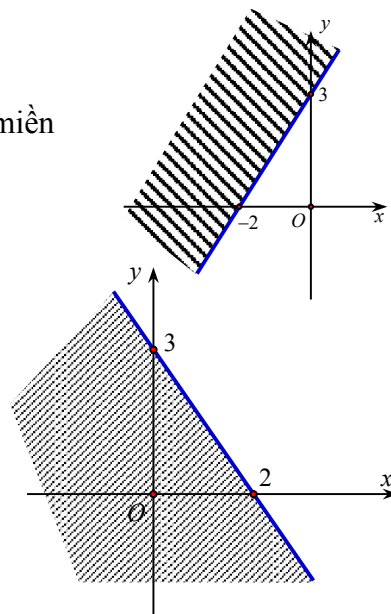
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

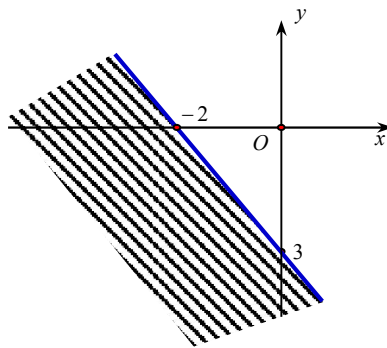
Câu 22.



Hướng dẫn giải

Chọn **D**.Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 23. Chọn **B**.

Ta thấy $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$ vì $-2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \sqrt{3} \cdot 0 + \sqrt{2} = 0$.

Câu 24. Chọn **D**.Ta có $2 - 3 = -1 < 0$ nên Chọn **D**.Câu 25. Chọn **B**.Thế các cặp số $(x_0; y_0)$ vào bất phương trình:

$$(x_0; y_0) = (-2; 2) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3(-2) - 3 \cdot 2 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (5; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 5 - 3 \cdot 1 \geq 4 \text{ (đúng)}$$

$$(x_0; y_0) = (-4; 0) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot (-4) - 3 \cdot 0 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (2; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 - 3 \cdot 1 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

DẠNG 2. TÌM MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Câu 26. Chọn **C**.Ta thay cặp số $(-1; 1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.Câu 27. Chọn **A**.Nhận xét: chỉ có điểm $(2; 1)$ thỏa mãn hệ.Câu 28. Chọn **C**.Nhận xét: chỉ có điểm $(0; 0)$ không thỏa mãn hệ.Câu 29. Chọn **C**.Nhận xét: chỉ có điểm $(0; -2)$ thỏa mãn hệ.Câu 30. Chọn **A**.Nhận xét: chỉ có điểm $(5; 3)$ thỏa mãn hệ.Câu 31. Chọn **D**.Nhận xét: chỉ có cặp số $(8; 4)$ thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.Câu 32. Chọn **C**.

Thế đáp án, chỉ có $x = 1; y = -\frac{1}{2}$ thỏa mãn hệ bất phương trình $\Rightarrow$ chọn C

Câu 33. Chọn **A**.

Nhận xét: Miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền mặt phẳng chứa tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ.

Thế $x = 6; y = 4$ vào từng bất phương trình trong hệ, ta lần lượt có các mệnh đề đúng: $22 \geq 6; 6 \geq 1; 8 \geq 2; 4 \leq 4$. Vậy ta chọn đáp án B.

Đáp án A có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 3.

Đáp án C, D có tọa độ không thỏa bất phương trình thứ 1 và 3.

Câu 34. Chọn D.

Cạnh AC có phương trình $x = 0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình: $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$$

Câu 35. Chọn C.

Ta thấy $(-1; \sqrt{5}) \notin S$ vì $-1 < 0$.

Câu 36. Chọn D.

Ta thấy $(\sqrt{3}; 0) \in S$ vì
$$\begin{cases} \sqrt{3} > 0 \\ \sqrt{3} + \sqrt{3} \cdot 0 + 1 > 0 \end{cases}$$

Câu 37.

Hướng dẫn giải

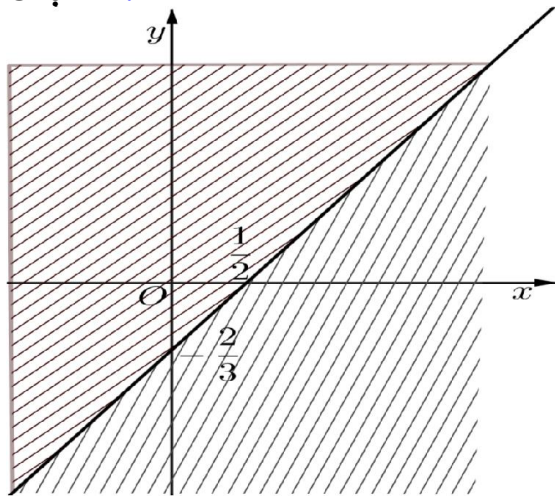
Chọn D.

Vì không có điểm nào thỏa hệ bất phương trình.

Câu 38.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$$

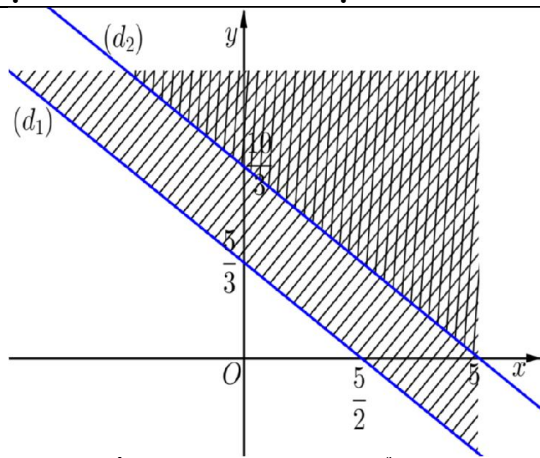
$$(d_2): 4x - 3y = 2$$

Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 39.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y = 5$$

$$(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Say khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 40.

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng

$$(d_2): 3x + 2y = 6.$$

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 41.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

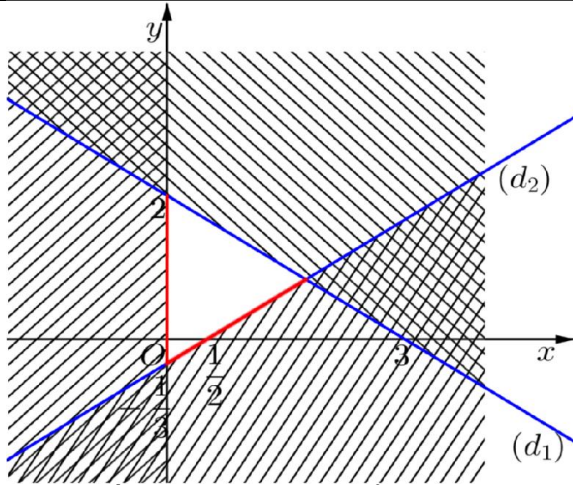
$$(d_3): y - x = 3$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 42.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

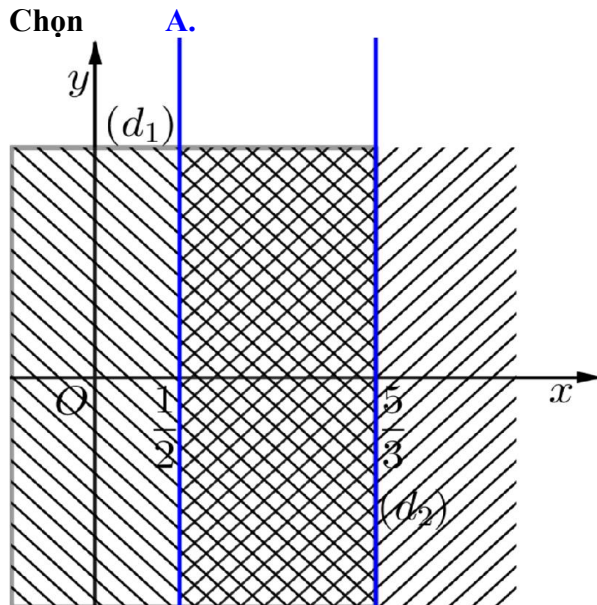
$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 43.

Hướng dẫn giải



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

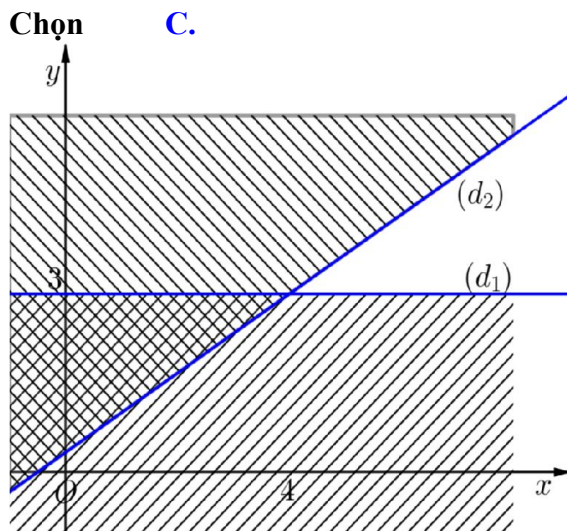
$$(d_1): 2x - 1 = 0$$

$$(d_2): -3x + 5 = 0$$

Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.

Câu 44.

Hướng dẫn giải



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

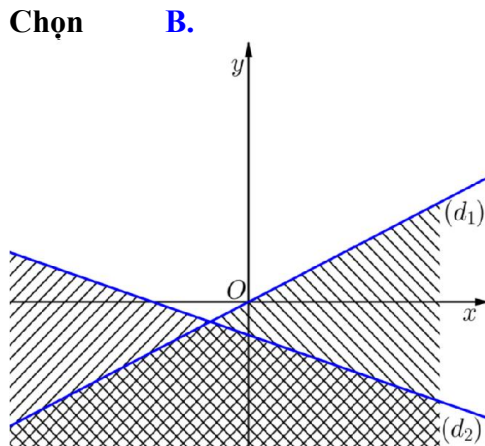
$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$

Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 45.

Hướng dẫn giải



Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 46.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**
Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

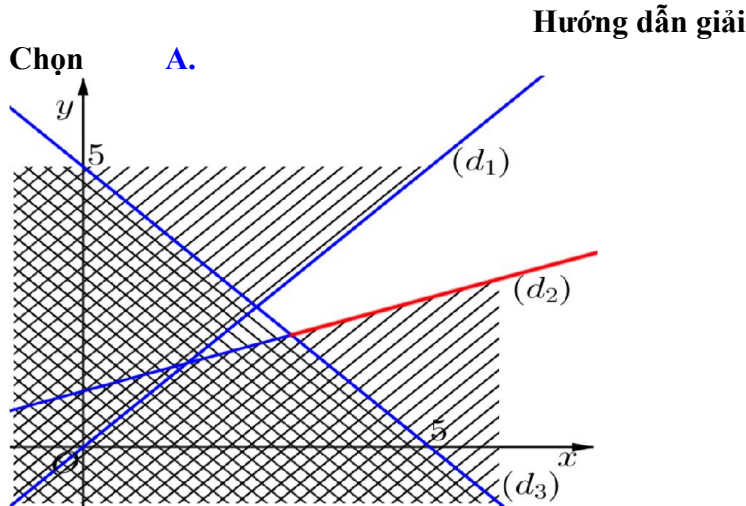
$$(d_1): 3x - 2y - 6 = 0$$

$$(d_2): 4x + 3y - 12 = 0$$

$$(d_3): x = 0$$

Ta thấy $(2; -1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(2; -1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 47.



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 0$$

$$(d_2): x - 3y = -3$$

$$(d_3): x + y = 5$$

Ta thấy $(5; 3)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(5; 3)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 48.

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 3y = 0$$

$$(d_2): x + 2y = -3$$

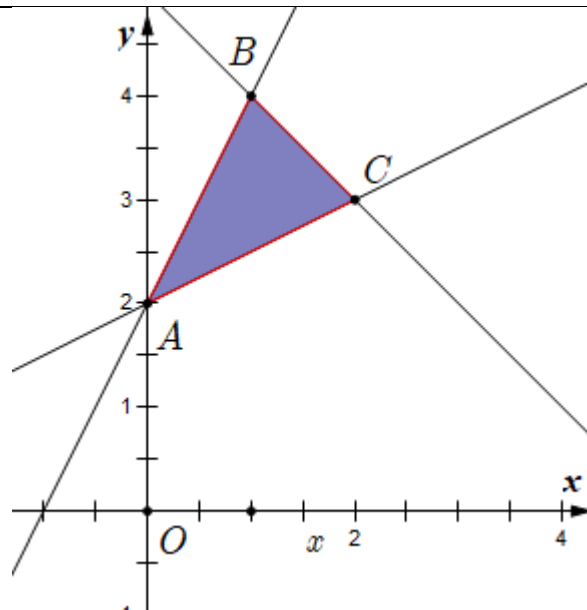
$$(d_3): x + y = 2$$

Ta thấy $(-1; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(-1; 0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

DẠNG 3. TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Câu 49. Chọn A.

$$\text{Miền nghiệm của hệ } \begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases} \text{ là miền trong của tam giác } ABC \text{ kể cả biên (như hình)}$$



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

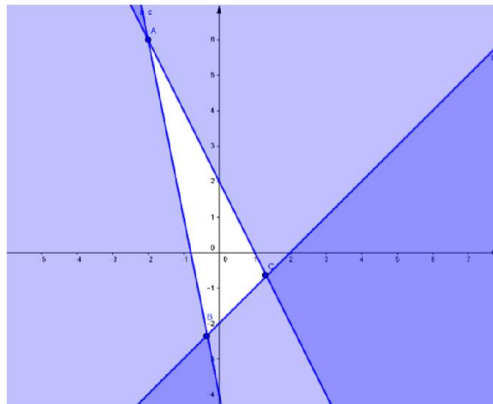
Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 50. Chọn C.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ chỉ đạt được tại các điểm

$$A(-2; 6), C\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right), B\left(-\frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right).$$

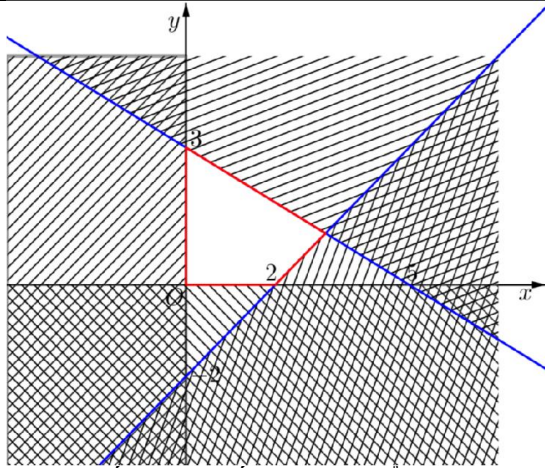
Ta có: $F(A) = 8; F(B) = -2; F(C) = -2$.

Vậy $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

Câu 51.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$

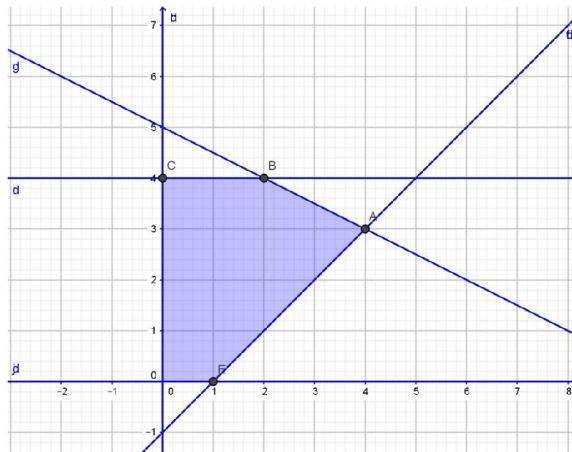
Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

Câu 52. Chọn C.

Vẽ đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 4$.



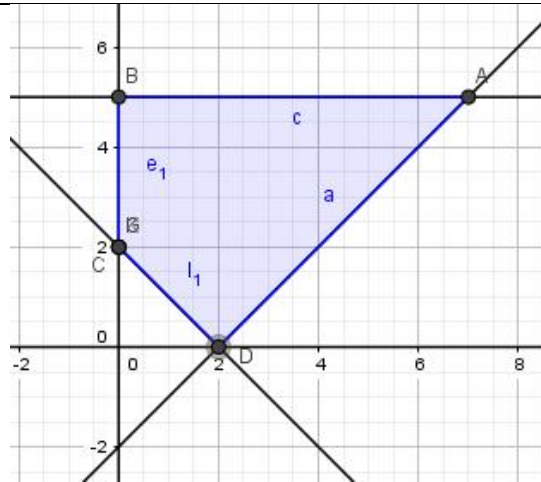
Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4;3)$, $B(2;4)$, $C(0;4)$, $E(1;0)$.

Ta có: $F(4;3) = 10$, $F(2;4) = 10$, $F(0;4) = 8$, $F(1;0) = 1$, $F(0;0) = 0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ bằng 10.

Câu 53. Chọn A.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới đây:.



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

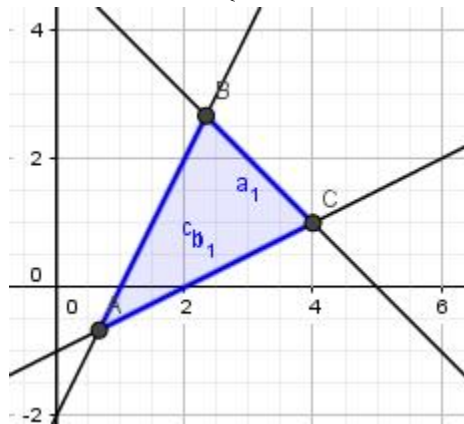
Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3$; $F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4$, $F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy min $F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

Câu 54. Chọn A.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

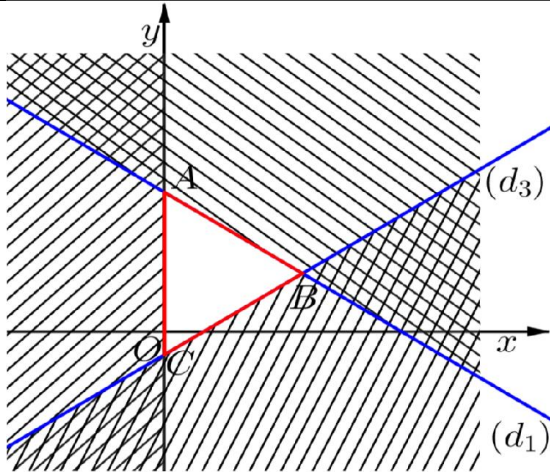
Chỉ $C(4; 1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy min $F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

Câu 55.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên), với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

$$\text{Vậy ta có } a = 2 - 0 = 2, b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}.$$

DẠNG 4. ÁP DỤNG BÀI TOÁN THỰC TẾ

Câu 56. Chọn C

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và nước táo mà mỗi đội cần pha chế ($x \geq 0; y \geq 0$).

Để pha chế x lít nước cam cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

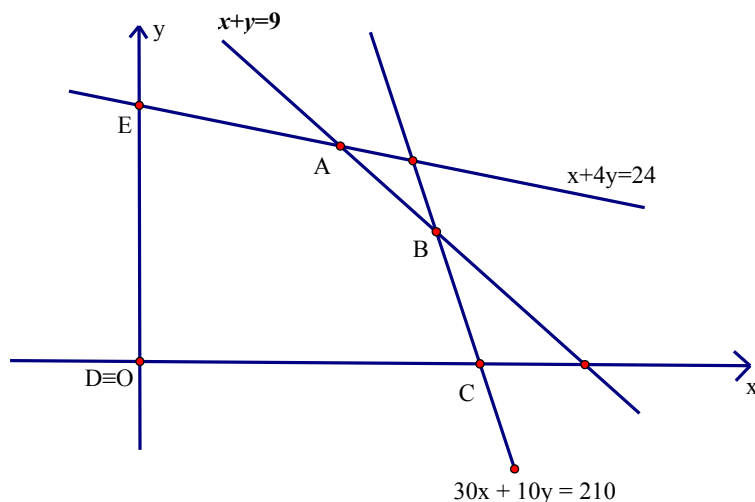
Để pha chế y lít nước táo cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Theo bài ra ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm đạt được khi pha x lít nước cam và y lít nước táo là $M(x, y) = 60x + 80y$. Bài toán trở thành tìm x, y để $M(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCDE$.

Tọa độ các điểm: $A(4;5)$, $B(6;3)$, $C(7;0)$, $D(0;0)$, $E(0;6)$.

$M(x, y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của miền nghiệm nên thay tọa độ các điểm vào biểu thức $M(x, y)$ ta được:

$$M(4;5) = 640; M(6;3) = 600, M(7;0) = 420, M(0;0) = 0, M(0;6) = 480.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $M(x, y)$ bằng 640 khi $x = 4; y = 5 \Rightarrow a = 4; b = 5 \Rightarrow a - b = -1$.

Câu 57. Chọn A

Giả sử diện tích trồng đậu là x (trăm m^2); suy ra diện tích trồng cà là $8 - x$ (trăm m^2)

Ta có thu nhập thu được là $S(x) = [3x + 4(8 - x)] \cdot 10000 = 10000(-x + 32)$ đồng.

Tổng số công là $20x + 30(8 - x) = -10x + 240$

Theo giả thiết có $-10x + 240 \leq 180 \Leftrightarrow x \geq 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$.

Do đó trồng $600m^2$ đậu, $200m^2$ cà.

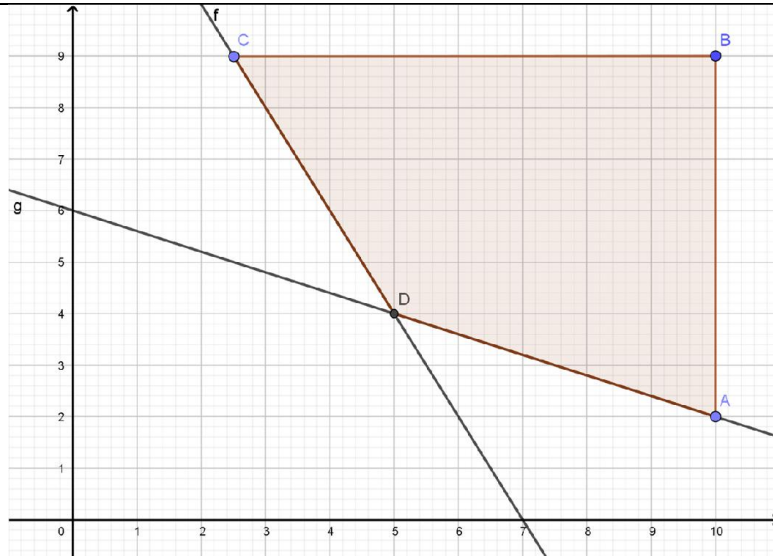
Câu 58. Chọn D

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$ (người).

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$ (tấn).

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kể cả miền trong của tứ giác (như hình vẽ trên).

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10; 2); B(10; 9); C\left(\frac{5}{2}; 9\right); D(5; 4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$ (triệu đồng).

Câu 59. Chọn A

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

Vì gia đình đó cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $800x + 600y \geq 900$ và $200x + 400y \geq 400$

$\Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9$ và $x + 2y \geq 2$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là miền nghiệm của tứ giác $ABCD$ (kể cả biên)

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt

lợn là $T = 160x + 110y$

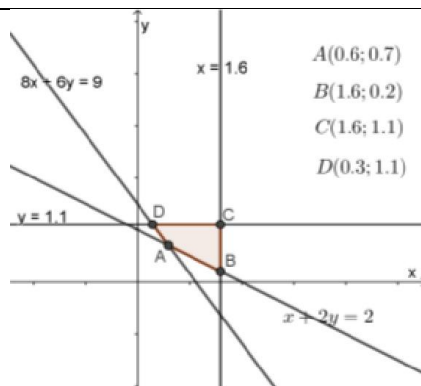
Biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$

Tại A: $T = 160.0,6 + 110.0,7 = 173$ (nghìn)

Tại B: $T = 160.1,6 + 110.0,2 = 278$ (nghìn)

Tại C: $T = 160.1,6 + 110.1,1 = 377$ (nghìn)

Tại D: $T = 160.0,3 + 110.1,1 = 169$ (nghìn)



Vậy T đạt GTNN khi $x = 0,3$; $y = 1,1 \Rightarrow x^2 + y^2 = 0,3^2 + 1,1^2 = 1,3$.

Câu 60. Chọn C

Gọi a là số trứng lành, b là số trứng hỏng trong giỏ **A.**

Gọi x là số trứng lành, y là số trứng hỏng trong giỏ **B.**

Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, xác suất để lấy được hai quả trứng lành: $\frac{a}{a+b} \cdot \frac{x}{x+y} = \frac{55}{84}$.

$$\text{Do đó: } \begin{cases} (a \cdot x) : 55 \\ (a+b)(x+y) : 84 \\ a+b+x+y = 20 \\ (a+b)(x+y) \leq \left(\frac{a+b+x+y}{2}\right)^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = 14 \\ x+y = 6 \\ (a \cdot x) : 55 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 11 \\ x = 5 \end{cases}$$

Suy ra: Giỏ A có 11 quả trứng lành.

Câu 61. Chọn C

Gọi số lít nước ngọt loại I là x và số lít nước ngọt loại II là y . Khi đó ta có hệ điều kiện về vật liệu

$$\text{ban đầu mà mỗi đội được cung cấp: } \begin{cases} 10x + 30y \leq 210 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y \leq 210 \\ 4x + y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ x, y \geq 0 \end{cases} (*)$$

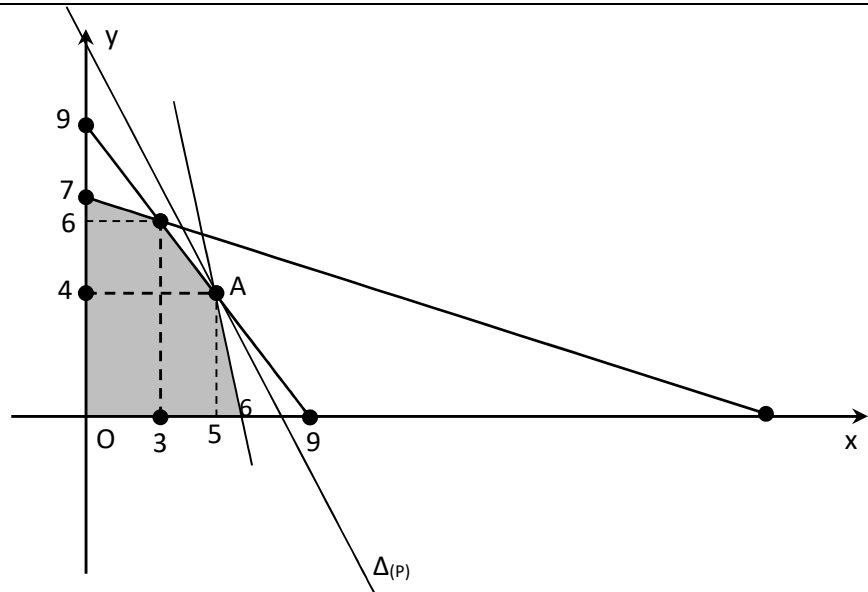
Điểm thường đạt được: $P = 80x + 60y$

Bài toán đưa về tìm giá trị lớn nhất của biểu thức P trong miền D được cho bởi hệ điều kiện (*)

Biến đổi biểu thức $P = 80x + 60y \Leftrightarrow 80x + 60y - P = 0$ đây là họ đường thẳng $\Delta_{(P)}$ trong hệ tọa độ

Oxy

Miền D được xác định trong hình vẽ bên dưới:



Giá trị lớn nhất của P ứng với đường thẳng $\Delta_{(P)}$ đi qua điểm $A(5; 4)$, suy ra:

$$80.5 + 60.4 - P = 0 \rightarrow P = 640 = P_{\max}.$$

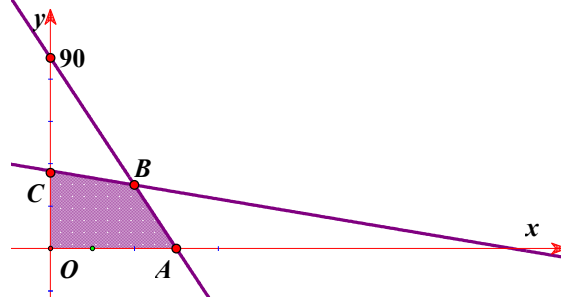
Câu 62. Chọn A.

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 63. Chọn A.

Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$.

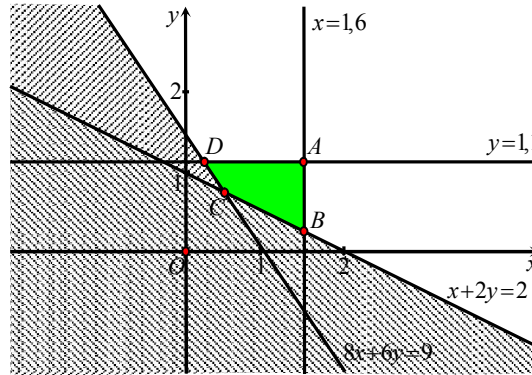
Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \ (d_1)$.

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2 \ (d_2)$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \text{ sao cho } T = 160.x + 110.y$$

nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6;1,1)$; $B(1,6;0,2)$; $C(0,6;0,7)$; $D(0,3;1,1)$.

Nhận xét: $T(A) = 377$ nghìn, $T(B) = 278$ nghìn, $T(C) = 173$ nghìn, $T(D) = 169$ nghìn.

Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn thì $x = 0,6$ và $y = 0,7$.

TOÁN 10	DẤU TAM THỨC BẬC HAI
0D4-5	

Contents

PHẦN A. CÂU HỎI.....	2
DẠNG 1. TAM THỨC BẬC HAI	2
Dạng 1. Xét dấu tam thức bậc hai	2
Dạng 2. Giải bất phương trình bậc hai và một số bài toán liên quan	3
DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH	4
DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU	5
DẠNG 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN	6
DẠNG 5. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ	7
Dạng 1. Tìm m để phương trình có n nghiệm	7
Dạng 2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước	9
Dạng 3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước.....	11
Dạng 4. Tìm m để hệ BPT bậc hai thỏa mãn điều kiện cho trước	13
DẠNG 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN	14
DẠNG 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN	15
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO	18
DẠNG 1. TAM THỨC BẬC HAI	18
Dạng 1. Xét dấu tam thức bậc hai	18
Dạng 2. Giải bất phương trình bậc hai và một số bài toán liên quan	18
DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH	20
DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU	22
DẠNG 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN	24
DẠNG 5. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ	25
Dạng 1. Tìm m để phương trình có n nghiệm	25
Dạng 2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước	29
Dạng 3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước.....	33
Dạng 4. Tìm m để hệ BPT bậc hai thỏa mãn điều kiện cho trước	39
DẠNG 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN	42
DẠNG 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN	45

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. TAM THỨC BẬC HAI

Dạng 1. Xét dấu tam thức bậc hai

Câu 1. Cho tam thức $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$. Ta có $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a \leq 0 \\ \Delta < 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \geq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.

Câu 2. Cho tam thức bậc hai $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $f(x) < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. B. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Tam thức nào dưới đây luôn dương với mọi giá trị của x ?

- A. $x^2 - 10x + 2$. B. $x^2 - 2x - 10$. C. $x^2 - 2x + 10$. D. $-x^2 + 2x + 10$.

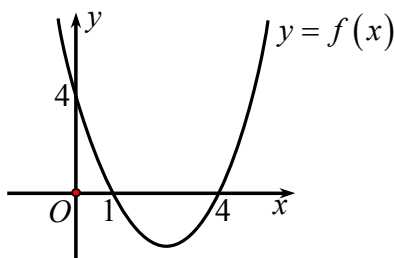
Câu 4. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai. B. $f(x) = 2x - 4$ là tam thức bậc hai.
C. $f(x) = 3x^3 + 2x - 1$ là tam thức bậc hai. D. $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ là tam thức bậc hai.

Câu 5. Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) và $\Delta = b^2 - 4ac$. Cho biết dấu của Δ khi $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- A. $\Delta < 0$. B. $\Delta = 0$. C. $\Delta > 0$. D. $\Delta \geq 0$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, tìm dấu của a và Δ .



- A. $a > 0$, $\Delta > 0$. B. $a < 0$, $\Delta > 0$. C. $a > 0$, $\Delta = 0$. D. $a < 0$, $\Delta = 0$.

Câu 7. Cho tam thức $f(x) = x^2 - 8x + 16$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. phương trình $f(x) = 0$ vô nghiệm. B. $f(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. D. $f(x) < 0$ khi $x < 4$.

Câu 8. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 + 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; +\infty)$. B. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.
C. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1)$. D. $f(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (0; 1)$.

Câu 9. Cho tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

B. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn trái dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

C. Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a , với mọi $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

D. Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số b , với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Dạng 2. Giải bất phương trình bậc hai và một số bài toán liên quan

Câu 10. Cho tam thức bậc hai $f(x) = -x^2 - 4x + 5$. Tìm tất cả giá trị của x để $f(x) \geq 0$.

A. $x \in (-\infty; -1] \cup [5; +\infty)$.

B. $x \in [-1; 5]$.

C. $x \in [-5; 1]$.

D. $x \in (-5; 1)$.

Câu 11. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 8x + 7 \geq 0$. Trong các tập hợp sau, tập nào **không** là tập con của S ?

A. $(-\infty; 0]$.

B. $[6; +\infty)$.

C. $[8; +\infty)$.

D. $(-\infty; -1]$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 - 14x + 20 < 0$ là

A. $S = (-\infty; 2] \cup [5; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$.

C. $S = (2; 5)$.

D. $S = [2; 5]$.

Câu 13. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 25 < 0$ là

A. $S = (-5; 5)$.

B. $x > \pm 5$.

C. $-5 < x < 5$.

D. $S = (-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$.

Câu 14. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là

A. $(1; 2)$.

B. $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(2; +\infty)$.

Câu 15. (THPT NÔNG CÔNG - THANH HÓA LẦN 1_2018-2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - x - 6 \leq 0$.

A. $S = (-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$.

B. $[-2; 3]$.

C. $[-3; 2]$.

D. $(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$.

Câu 16. Bất phương trình $-x^2 + 2x + 3 > 0$ có tập nghiệm là

A. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $(-1; 3)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-3; 1)$.

Câu 17. (ĐỀ THI THỬ ĐỒNG ĐẬU-VĨNH PHÚC LẦN 01 - 2018 - 2019) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ là:

A. $(1; 3)$.

B. $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

C. $[-1; 3]$.

D. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 18. Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2 + x + 12 \geq 0$ là

A. $(-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$.

B. $\emptyset$.

C. $(-\infty; -4] \cup [3; +\infty)$.

D. $[-3; 4]$.

Câu 19. Hàm số $y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-3}+x-2}$ có tập xác định là

- A. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$.
 C. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{\frac{7}{4}\right\}$. D. $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup \left(\sqrt{3}; \frac{7}{4}\right)$.

Câu 20. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$.

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [2; +\infty)$. B. $[2; +\infty)$. C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Câu 21. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4 > 0$.

- A. $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-2; 2)$.
 C. $S = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. D. $S = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $x^2 - 4x + 4 > 0$.

- A. $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $S = \mathbb{R}$. C. $S = (2; +\infty)$. D. $S = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 23. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2x^2 - 3x - 15 \leq 0$ là

- A. 6. B. 5. C. 8. D. 7.

Câu 24. Tập nghiệm của bất phương trình: $x^2 + 9 > 6x$ là

- A. $(3; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. C. $\mathbb{R}$. D. $(-\infty; 3)$.

Câu 25. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $-2x^2 - 3x + 2 > 0$.

- A. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty)$. B. $S = (-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
 C. $S = \left(-2; \frac{1}{2}\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{2}; 2\right)$.

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26. Bất phương trình $(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ có tập nghiệm S là:

- A. $S = (-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$. B. $S = [6; +\infty)$.
 C. $(6; +\infty)$. D. $S = [6; +\infty) \cup \{1\}$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $x^4 - 5x^2 + 4 < 0$ là

- A. $(1; 4)$. B. $(-2; -1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 28. Giải bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2 + 2)$.

- A. $x \leq 1$. B. $1 \leq x \leq 4$. C. $x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. D. $x \geq 4$.

Câu 29. Biểu thức $(3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$ âm khi và chỉ khi

- A. $x \in \left(-\infty; \frac{5}{4}\right)$. B. $x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$.
 C. $x \in \left(\frac{1}{3}; \frac{5}{4}\right) \cup (3; +\infty)$. D. $x \in \left(\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 30. Biểu thức $(4-x^2)(x^2+2x-3)(x^2+5x+9)$ âm khi

- A. $x \in (1; 2)$. B. $x \in (-3; -2) \cup (1; 2)$.
C. $x \geq 4$. D. $x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0$ là

- A. $x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$. B. $x \in (-4; -1) \cup (2; +\infty)$.
C. $x \in [-1; +\infty)$. D. $x \in (-\infty; -4] \cup [-1; 2]$.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 32. Cho biểu thức $f(x) = \frac{4x-12}{x^2-4x}$. Tập hợp tất cả các giá trị của x thỏa mãn $f(x)$ không dương là

- A. $x \in (0; 3] \cup (4; +\infty)$. B. $x \in (-\infty; 0] \cup [3; 4)$.
C. $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$. D. $x \in (-\infty; 0) \cup (3; 4)$.

Câu 33. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-3x-4}{x-1} \leq 0$.

- A. $T = (-\infty; -1] \cup [1; 4]$. B. $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.
C. $T = (-\infty; -1) \cup (1; 4]$. D. $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4)$.

Câu 34. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \leq 0$ là.

- A. $S = [-2; 2] \cup [3; 4]$. B. $S = (-2; 2] \cup [3; 4]$.
C. $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$. D. $S = [-2; 2] \cup (3; 4)$.

Câu 35. (ĐỘI CÁN VINH PHÚC LẦN 1 2018-2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2}$ là.

- A. $\left(-1; \frac{1}{2}\right] \cup (2; +\infty)$.
B. $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.
C. $(-\infty; -1) \cup \left[\frac{1}{2}; 2\right)$.
D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 36. Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\frac{x^2+x+3}{x^2-4} \geq 1$. Khi đó $S \cap (-2; 2)$ là tập nào sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 2)$. C. $\emptyset$. D. $(-2; -1]$.

Câu 37. Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{2x^2-3x+4}{x^2+3} > 2$ là

- A. $\left(\frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}; \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{3}{4} - \frac{\sqrt{23}}{4}\right) \cup \left(\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{23}}{4}; +\infty\right)$.

C. $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của x thỏa mãn $\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2}$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 39. Tập nghiệm S của bất phương trình $\frac{-2x^2+7x+7}{x^2-3x-10} \leq -1$ là

A. Hai khoảng. **B.** Một khoảng và một đoạn.
C. Hai khoảng và một đoạn. **D.** Ba khoảng.

DẠNG 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 40. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases}$ có dạng $S = (a; b)$. Khi đó tổng $a+b$ bằng?

A. -1. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 41. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 1 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$ là

A. $S = (2; 3)$. **B.** $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$.
C. $S = [2; 3]$. **D.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 42. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases}$ là

A. $[2; 5]$. **B.** $[1; 6]$. **C.** $(2; 5]$. **D.** $[1; 2] \cup [5; 6]$.

Câu 43. (Độ Cẩn Vĩnh Phúc-lần 1-2018-2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x} + \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}}$?

A. $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$. **B.** $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$.
C. $D = (-5; 5)$. **D.** $D = [-5; 0] \cup [2; 5]$.

Câu 44. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ (x-1)(x^2 + 5x + 4) \geq 0 \end{cases}$ có số nghiệm nguyên là

A. 2. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 45. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ -6x + 12 > 0 \end{cases}$ là

A. $(1; 2)$. **B.** $(1; 4)$. **C.** $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 46. Tập nghiệm của bất phương trình $x^2 + 2x + \frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3 + \frac{1}{\sqrt{x+4}}$ là

A. $(-3; 1)$. **B.** $(-4; -3)$.
C. $(1; +\infty) \cup (-\infty; -3)$. **D.** $(1; +\infty) \cup (-4; -3)$.

Câu 47. Tìm tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ (x+2)(x-5) < 0 \end{cases}$.

- A. $(1; 3)$. B. $(-2; 5)$. C. $(-2; 1) \cup (3; 5)$. D. $(3; 5)$.

Câu 48. Giải hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 \\ 2x+1 < 3 \end{cases}$.

- A. $-5 < x < 1$. B. $x < 1$. C. $x > -5$. D. $x < -5$.

Câu 49. Tập xác định của hàm số: $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{5-x^2-2\sqrt{4-x^2}}$ có dạng $[a; b]$. Tìm $a+b$.

- A. 3. B. -1. C. 0. D. -3.

DẠNG 5. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 50. (ĐỀ THI THỬ ĐỒNG ĐẬU-VĨNH PHÚC LẦN 01 - 2018 - 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm

- A. $-4 \leq m \leq 4$. B. $m \leq -4$ hay $m \geq 4$.
C. $m \leq -2$ hay $m \geq 2$. D. $-2 \leq m \leq 2$.

Câu 51. Tìm m để phương trình $-x^2 + 2(m-1)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt

- A. $(-1; 2)$ B. $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$ C. $[-1; 2]$ D. $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$

Câu 52. Giá trị nào của m thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ (1) có hai nghiệm phân biệt?

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right)$. D. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$.

Câu 53. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm.

- A. $0 < m < 16$. B. $-4 < m < 4$. C. $0 < m < 4$. D. $0 \leq m \leq 16$.

Câu 54. Phương trình $x^2 - (m+1)x + 1 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m > 1$. B. $-3 < m < 1$.
C. $m \leq -3$ hoặc $m \geq 1$. D. $-3 \leq m \leq 1$.

Câu 55. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình sau vô nghiệm $m = -\frac{1}{2}$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 3$. C. $m = 2$ D. $m > -\frac{3}{5}$.

Câu 56. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 = 0 \text{ vô nghiệm?}$$

- A. $m < 0$. B. $m > 2$. C. $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq 2 \\ 1 < m < 3 \end{cases}$.

Câu 57. Phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $0 < m < 4$. B. $\begin{cases} m < 0 \\ m > 4 \end{cases}$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $0 \leq m < 4$.

Câu 58. Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m - 2)x + 3 = 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi

- A. $m \geq 0$. B. $m = \pm 2$. C. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -4 \end{cases}$.

Câu 59. Cho tam thức bậc hai $f(x) = x^2 - bx + 3$. Với giá trị nào của b thì tam thức $f(x)$ có nghiệm?

- A. $b \in [-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3}]$. B. $b \in (-2\sqrt{3}; 2\sqrt{3})$.
C. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$. D. $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}) \cup (2\sqrt{3}; +\infty)$.

Câu 60. Phương trình $x^2 + 2(m + 2)x - 2m - 1 = 0$ (m là tham số) có nghiệm khi

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$. B. $-5 \leq m \leq -1$. C. $\begin{cases} m < -5 \\ m > -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Câu 61. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$2x^2 + 2(m + 2)x + 3 + 4m + m^2 = 0 \text{ có nghiệm?}$$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 62. Tìm các giá trị của m để phương trình $(m - 5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \neq 5$. B. $-\frac{10}{3} \leq m \leq 1$. C. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ m \geq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \leq -\frac{10}{3} \\ 1 \leq m \neq 5 \end{cases}$.

Câu 63. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m - 1)x^2 - 2(m + 3)x - m + 2 = 0$ có nghiệm.

- A. $m \in \emptyset$. B. $m \in \mathbb{R}$. C. $-1 < m < 3$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 64. Các giá trị m để tam thức $f(x) = x^2 - (m + 2)x + 8m + 1$ đổi dấu 2 lần là

- A. $m \leq 0$ hoặc $m \geq 28$. B. $m < 0$ hoặc $m > 28$.
C. $0 < m < 28$. D. $m > 0$.

Câu 65. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^2 + (m + 1)x + m - \frac{1}{3} = 0$ có nghiệm?

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m > 1$. C. $-\frac{3}{4} < m < 1$. D. $m > -\frac{3}{4}$.

Câu 66. Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình

$$(m - 1)x^2 + (3m - 2)x + 3 - 2m = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt?}$$

- A. $m \in \mathbb{R}$. B. $m \neq 1$. C. $-1 < m < 6$. D. $-1 < m < 2$.

Câu 67. Phương trình $(m - 1)x^2 - 2x + m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- A. $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. B. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2})$.
C. $m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. D. $m \in [-\sqrt{2}; \sqrt{2}] \setminus \{1\}$.

Câu 68. Giá trị nào của $m = 0$ thì phương trình $(m-3)x^2 + (m+3)x - (m+1) = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\}$. B. $m \in \left(-\frac{3}{5}; 1\right]$.

C. $m \in \left(-\frac{3}{5}; +\infty\right)$. D. $m \in \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Dạng 2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 69. Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $mx^2 + 2x + m^2 + 2m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. B. $m < 0$. C. $m \neq -1$. D. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$.

Câu 70. Xác định m để phương trình $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1.

A. $\frac{1}{7} < m < \frac{1}{6}$. B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6}$. C. $m > \frac{1}{7}$. D. $m > 0$.

Câu 71. Với giá trị nào của m thì phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + x_1x_2 < 1$?

A. $1 < m < 3$. B. $1 < m < 2$. C. $m > 2$. D. $m > 3$.

Câu 72. Cho phương trình $(m-5)x^2 + 2(m-1)x + m = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì (1) có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < 2 < x_2$?

A. $m \geq 5$. B. $m < \frac{8}{3}$. C. $\frac{8}{3} < m < 5$. D. $\frac{8}{3} \leq m \leq 5$.

Câu 73. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m-2)x + m^2 - 4m = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

A. $0 < m < 4$. B. $m < 0$ hoặc $m > 4$. C. $m > 2$. D. $m < 2$.

Câu 74. Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ có một nghiệm lớn hơn 1 và một nghiệm nhỏ hơn 1?

A. $0 < m < 1$. B. $m > 1$. C. $m \in \emptyset$. D. $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 1 \end{cases}$.

Câu 75. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + m + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 \leq 16$.

A. Không có giá trị của m . B. $m \geq 2$.
C. $m \leq -1$. D. $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 76. Xác định m để phương trình $(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m + 12] = 0$ có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1.

A. $-\frac{7}{2} < m < -3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$. B. $m < -\frac{7}{2}$.
C. $-\frac{7}{2} < m < -1$ và $m \neq -\frac{16}{9}$. D. $-\frac{7}{2} < m < 3$ và $m \neq -\frac{19}{6}$.

Câu 77. Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

A. $m > 6$. B. $m < 6$. C. $6 > m > 0$. D. $m > 0$.

- Câu 78.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.
- A. $2 < m < 6$. B. $m < -3$ hoặc $2 < m < 6$.
 C. $m < 0$ hoặc $-3 < m < 6$. D. $-3 < m < 6$.
- Câu 79.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt.
- A. $m < 6$. B. $\frac{5}{9} < m < 1$ hoặc $m > 6$.
 C. $m > 1$. D. $1 < m < 6$.
- Câu 80.** Phương trình $x^2 - (3m-2)x + 2m^2 - 5m - 2 = 0$ có hai nghiệm không âm khi
- A. $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. B. $m \in \left[\frac{5+\sqrt{41}}{4}; +\infty\right)$.
 C. $m \in \left[\frac{2}{3}; \frac{5+\sqrt{41}}{4}\right]$. D. $m \in \left(-\infty; \frac{5-\sqrt{41}}{4}\right]$.
- Câu 81.** Phương trình $2x^2 - (m^2 - m + 1)x + 2m^2 - 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu khi và chỉ khi
- A. $m < -1$ hoặc $m > \frac{5}{2}$. B. $-1 < m < \frac{5}{2}$.
 C. $m \leq -1$ hoặc $m \geq \frac{5}{2}$. D. $-1 \leq m \leq \frac{5}{2}$.
- Câu 82.** Phương trình $(m^2 - 3m + 2)x^2 - 2m^2x - 5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi
- A. $m \in (1; 2)$. B. $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
 C. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases}$. D. $m \in \emptyset$.
- Câu 83.** Giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0$ có hai nghiệm trái dấu trong đó nghiệm âm có trị tuyệt đối lớn hơn là
- A. $0 < m < 2$. B. $0 < m < 1$. C. $1 < m < 2$. D. $\begin{cases} m > 1 \\ m < 0 \end{cases}$.
- Câu 84.** Tìm giá trị thực của tham số m để phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 3$?
- A. $m < 2 \vee m > 6$. B. $-2 < m \neq -1 < 2 \vee m > 6$.
 C. $2 < m < 6$. D. $-2 < m < 6$.
- Câu 85.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - (m-1)x + m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1$.
- A. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (7; +\infty)$. B. $m \in (-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{11}{10}\right)$.
 C. $m \in (-\infty; -2) \cup (-2; -1)$. D. $m \in (7; +\infty)$.

Dạng 3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

- Câu 86.** Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x + m$. Với giá trị nào của tham số m thì $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
A. $m \geq 1$. **B.** $m > 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $m < 2$.
- Câu 87.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $x^2 - (m+2)x + 8m + 1 \leq 0$ vô nghiệm.
A. $m \in [0; 28]$. **B.** $m \in (-\infty; 0) \cup (28; +\infty)$.
C. $m \in (-\infty; 0] \cup [28; +\infty)$. **D.** $m \in (0; 28)$.
- Câu 88.** Tam thức $f(x) = x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4$ không âm với mọi giá trị của x khi
A. $m < 3$. **B.** $m \geq 3$. **C.** $m \leq -3$. **D.** $m \leq 3$.
- Câu 89.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để với mọi $x \in \mathbb{R}$ biểu thức $f(x) = x^2 + (m+2)x + 8m + 1$ luôn nhận giá trị dương.
A. 27. **B.** 28. **C.** Vô số. **D.** 26.
- Câu 90.** Tìm các giá trị của m để biểu thức $f(x) = x^2 + (m+1)x + 2m + 7 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
A. $m \in [2; 6]$. **B.** $m \in (-3; 9)$. **C.** $m \in (-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. **D.** $m \in (-9; 3)$.
- Câu 91.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình: $(m+1)x^2 - 2(m+1)x + 4 \geq 0$ (1) có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$?
A. $m > -1$. **B.** $-1 \leq m \leq 3$. **C.** $-1 < m \leq 3$. **D.** $-1 < m < 3$.
- Câu 92.** Bất phương trình $(m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0$ vô nghiệm. Điều kiện cần và đủ của tham số m là
A. $\frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$. **B.** $1 \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$.
C. $m \neq 1$. **D.** $m \geq -1$.
- Câu 93.** **Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để tam thức bậc hai $f(x)$ sau đây thỏa mãn $f(x) = -x^2 + 2x + m - 2018 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.
A. $m > 2019$. **B.** $m < 2019$. **C.** $m > 2017$. **D.** $m < 2017$.
- Câu 94.** Tìm m để $f(x) = mx^2 - 2(m-1)x + 4m$ luôn luôn âm
A. $\left(-1; \frac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty; -1) \cup \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.
- Câu 95.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
A. $m \in \emptyset$. **B.** $m \in (-2; 2)$.
C. $m \in (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. **D.** $m \in [-2; 2]$.
- Câu 96.** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2(m-1)x + 4m + 8 \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.
A. $\begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m \geq 7 \\ m \leq -1 \end{cases}$. **C.** $-1 \leq m \leq 7$. **D.** $-1 < m < 7$.

- Câu 97.** Bất phương trình $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm khi
A. $m < 4$. **B.** $m > 4$. **C.** $m \leq 4$. **D.** $m \geq 4$.
- Câu 98.** (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019) Bất phương trình $mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 < 0$ vô nghiệm khi
A. $m \geq \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{4}$. **C.** $m > \frac{1}{5}$. **D.** $m > \frac{1}{25}$.
- Câu 99.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm.
A. $m \in \emptyset$. **B.** $m < -1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m \leq 0$.
- Câu 100.** Gọi S là tập các giá trị của m để bất phương trình $x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0$ có tập nghiệm là $[a; b]$ sao cho $b - a = 4$. Tổng tất cả các phần tử của S là
A. -5 . **B.** 1 . **C.** 5 . **D.** 8 .
- Câu 101.** Tìm các giá trị của tham số m để $x^2 - 2x - m \geq 0, \forall x > 0$.
A. $m \leq 0$. **B.** $m < -1$. **C.** $m \leq -1$. **D.** $m < 0$.
- Câu 102.** Tìm tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{(m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.
A. $[-1; 6]$. **B.** $(-1; 6)$. **C.** $(-\infty; -1) \cup (6; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.
- Câu 103.** Cho bất phương trình $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \leq 0$ (1). Gọi S là tập hợp các số nguyên dương m để bất phương trình đúng với mọi $\forall x < -4$. Khi đó số phần tử của S là
A. 2 . **B.** 3 . **C.** 1 . **D.** 0 .
- Câu 104.** Có bao nhiêu giá trị m nguyên để hàm số $y = 1 - \sqrt{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?
A. 3 . **B.** 2 . **C.** 0 . **D.** 1 .
- Câu 105.** Để bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm thì m thỏa mãn điều kiện nào sau đây?
A. $m \leq \frac{1}{5}$. **B.** $m > \frac{1}{20}$. **C.** $m \leq \frac{1}{20}$. **D.** $m > \frac{1}{5}$.
- Câu 106.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.
A. 4 . **B.** 6 . **C.** 3 . **D.** 5 .
- Câu 107.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $(m+1)x^2 + mx + m < 0$ đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$.
A. $m > \frac{4}{3}$. **B.** $m > -1$. **C.** $m < -\frac{4}{3}$. **D.** $m < -1$.
- Câu 108.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm:
A. $m > 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \leq 0$. **D.** $m \geq 0$.
- Câu 109.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm.
A. $m \geq \frac{1}{4}$. **B.** $m \in \mathbb{R}$. **C.** $m > \frac{1}{4}$. **D.** $m < \frac{1}{4}$.
- Câu 110.** Bất phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi

- A. $m \in [1; +\infty)$. B. $m \in (2; +\infty)$. C. $m \in (1; +\infty)$. D. $m \in (-2; 7)$.

Câu 111. Cho hàm số $f(x) = -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để $f(x) > 0$, $\forall x \in (0; 1)$.

- A. $m > 1$. B. $m < \frac{1}{2}$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq \frac{1}{2}$.

Dạng 4. Tìm m để hệ BPT bậc hai thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 112. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+5)(3-x) > 0 \\ x-3m+2 < 0 \end{cases}$ vô nghiệm khi

- A. $m \leq -1$. B. $m \geq -1$. C. $m > -1$. D. $m < -1$.

Câu 113. Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 < 0 \\ x^2 - (2m+1)x + m(m+1) \leq 0 \end{cases}$ vô nghiệm.

- A. $\frac{1}{2} \leq m \leq 2$. B. $\begin{cases} m \leq -\frac{1}{2} \\ m \geq 2 \end{cases}$. C. $\frac{1}{2} < m < 1$. D. $\begin{cases} m < -\frac{1}{2} \\ m > 2 \end{cases}$.

Câu 114. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $\begin{cases} m \geq 5 \\ m < -1 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m > 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m > 5 \\ m < -1 \end{cases}$.

Câu 115. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 \\ x < m-1 \end{cases}$ vô nghiệm khi

- A. $m \leq -2$. B. $m > -2$. C. $m < -1$. D. $m = 0$.

Câu 116. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 \\ x - m > 0 \end{cases}$ có nghiệm khi

- A. $m > 1$. B. $m < 1$. C. $m \neq 1$. D. $m = 1$.

Câu 117. Hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + m < 0 & (1) \\ 3x^2 - x - 4 \leq 0 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $m > -\frac{8}{3}$. B. $m < 2$. C. $m \geq 2$. D. $m \geq -\frac{8}{3}$.

Câu 118. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 1 \leq 0 & (1) \\ x - m > 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi:

- A. $m > 1$. B. $m = 1$. C. $m < 1$. D. $m \neq 1$.

Câu 119. Hệ bất phương trình $\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 & (1) \\ x < m-1 & (2) \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $m < 5$. B. $m > -2$. C. $m = 5$. D. $m > 5$.

Câu 120. Tìm m để $-9 < \frac{3x^2 + mx - 6}{x^2 - x + 1} < 6$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

- A. $-3 < m < 6$. B. $-3 \leq m \leq 6$. C. $m < -3$. D. $m > 6$.

Câu 121. Xác định m để với mọi x ta có $-1 \leq \frac{x^2 + 5x + m}{2x^2 - 3x + 2} < 7$.

- A. $-\frac{5}{3} \leq m < 1$. B. $1 < m \leq \frac{5}{3}$. C. $m \leq -\frac{5}{3}$. D. $m < 1$.

Câu 122. Hệ bất phương trình $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^2 - 2mx + 1 \leq 0 \end{cases}$ có nghiệm khi và chỉ khi:

- A. $m > 1$. B. $m = 1$. C. $m < 1$. D. $m \neq 1$.

Câu 123. Tìm m để hệ $\begin{cases} x^2 - 2x + 1 - m \leq 0 & (1) \\ x^2 - (2m+1)x + m^2 + m \leq 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $0 < m < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. B. $0 \leq m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.
C. $0 \leq m < \frac{3+\sqrt{5}}{2}$. D. $0 < m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 124. Tìm m sao cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 3x - 4 \leq 0 & (1) \\ (m-1)x - 2 \geq 0 & (2) \end{cases}$ có nghiệm.

- A. $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$. B. $m \geq \frac{3}{2}$. C. $m \in \emptyset$. D. $m \geq -1$.

Câu 125. Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 + 10x + 16 \leq 0 & (1) \\ mx \geq 3m + 1 & (2) \end{cases}$ vô nghiệm.

- A. $m > -\frac{1}{5}$. B. $m > \frac{1}{4}$. C. $m > -\frac{1}{11}$. D. $m > \frac{1}{32}$.

Câu 126. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x^2 - 2(a+1)x + a^2 + 1 \leq 0 & (2) \\ x^2 - 6x + 5 \leq 0 & (1) \end{cases}$. Để hệ bất phương trình có nghiệm, giá trị

thích hợp của tham số a là:

- A. $0 \leq a \leq 2$. B. $0 \leq a \leq 4$. C. $2 \leq a \leq 4$. D. $0 \leq a \leq 8$.

DẠNG 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 127. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Tập nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 + |x - 2| \leq 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

- A. Vô số. B. 4. C. 2. D. 3.

Câu 128. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $|x^2 - 4x| < 0$.

- A. $\emptyset$. B. $\{\emptyset\}$. C. $(0; 4)$. D. $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 129. Tìm m để $\left|4x - 2m - \frac{1}{2}\right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ với mọi số thực x

- A. $-2 < m < 3$. B. $m > \frac{3}{2}$. C. $m > 3$. D. $m < \frac{3}{2}$.

Câu 130. Gọi $S = [a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left|\frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4}\right| \leq 2$

. Tính tổng $a + b$.

- A. 0. B. 1. C. -1. D. 4

Câu 131. Tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x - m| + x^2 + 2 > 2mx$ thỏa mãn với mọi x là

- A. $m \in \emptyset$. B. $m > -\sqrt{2}$. C. $m < \sqrt{2}$. D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 132. Cho bất phương trình: $x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$. Để bất phương trình có nghiệm, các giá trị thích hợp của tham số m là

- A. $-1 < m < \frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2} < m < 1$. C. $-1 < m < -\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2} < m < 1$.

DẠNG 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 133. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1$.

- A. $S = \emptyset$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$. C. $[1; +\infty)$. D. $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 134. Bất phương trình $\sqrt{2x - 1} \leq 2x - 3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 7)$?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 6.

Câu 135. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\sqrt{x^2 - 2x - 15} > 2x + 5$.

- A. $S = (-\infty; -3]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = (-\infty; 3]$. D. $S = (-\infty; -3)$.

Câu 136. Bất phương trình $(16 - x^2)\sqrt{x - 3} \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$. B. $[3; 4]$. C. $[4; +\infty)$. D. $\{3\} \cup [4; +\infty)$.

Câu 137. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x$.

- A. $T = (-\infty; 1)$. B. $T = (-\infty; 1]$. C. $T = (1; +\infty)$. D. $T = [1; +\infty)$.

Câu 138. Tập nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 \\ \sqrt{x^2+3} + 3x < 1 \end{cases}$ là

- A. $S = \left[-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right]$. B. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right]$. C. $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$. D. $S = \left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{8}\right)$.

Câu 139. Nghiệm của bất phương trình $\frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \leq 0$ là:

A. $x \leq \frac{1}{3}$. B. $-2 < x < \frac{1}{3}$. C. $\begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \neq -2 \end{cases}$. D. $-2 < x \leq \frac{1}{3}$.

Câu 140. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x-3} < 2x-1$ là

A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 3\right]$. C. $S = \left[3; \frac{13}{2}\right]$. D. $S = [3; +\infty)$.

Câu 141. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình

$\sqrt{x^2 - 6x + 1} - x + 2 \geq 0$ là

A. $\left(-\infty; \frac{3-\sqrt{7}}{2}\right] \cup [3; +\infty)$. B. $\left(-\infty; \frac{3-\sqrt{7}}{2}\right)$.
C. $\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}; 3\right)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 142. (NGÔ GIA TỰ LẦN 1_2018-2019) Bất phương trình $\sqrt{2x-1} \leq 3x-2$ có tổng năm nghiệm nguyên nhỏ nhất là

A. 10. B. 20. C. 15. D. 5.

Câu 143. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x+2} \leq x$ là

A. $[2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1]$. C. $[-2; 2]$. D. $[-1; 2]$.

Câu 144. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2(x^2+1)} \leq x+1$ là:

A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 145. Tập nghiệm S của bất phương trình $(x-1)\sqrt{x+1} \geq 0$ là

A. $S = [-1; +\infty)$. B. $S = \{-1\} \cup (1; +\infty)$. C. $S = \{-1\} \cup [1; +\infty)$. D. $S = (1; +\infty)$.

Câu 146. Tập nghiệm của bất phương trình $(x^2 - 5x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$ là

A. $\begin{cases} x \geq 5 \\ x = 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}$. D. $x \in \left\{\frac{-1}{2}; 0; 2; 5\right\}$.

Câu 147. Tổng các giá trị nguyên dương của m để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\frac{m}{72}x^2 + 1} < \sqrt{x}$ có chứa đúng hai số nguyên là

A. 5. B. 29. C. 18. D. 63.

Câu 148. Tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 2x - 2$ có dạng $S = (-\infty; a] \cup [b; c]$. Tính tổng $P = a + b + c$?

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

- Câu 149. (Chuyên Lam Sơn-KSCL-lần 2-2018-2019)** Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}}$ là $[a; b]$. Khi đó giá trị biểu thức $P = 3a - 2b$ bằng
- A. 2. B. 4. C. -2. D. 1.
- Câu 150. (ĐỀ THI THỬ ĐỒNG ĐẬU-VĨNH PHÚC LẦN 01 - 2018 - 2019)** Biết tập nghiệm của bất phương trình $x - \sqrt{2x+7} \leq 4$ là $[a; b]$. Tính giá trị của biểu thức $P = 2a + b$.
- A. $P = 2$. B. $P = 17$. C. $P = 11$. D. $P = -1$.
- Câu 151. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019)** Giải bất phương trình $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2$ ta được tập nghiệm T là:
- A. $T = (-\infty; 3)$. B. $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3]$.
 C. $T = \left[-\frac{3}{2}; 3\right)$. D. $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3)$.
- Câu 152.** Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4}$. Tập nào sau đây là phần bù của S ?
- A. $(-\infty; 0) \cup [10; +\infty)$. B. $(-\infty; 2] \cup (10; +\infty)$.
 C. $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$. D. $(0; 10)$.
- Câu 153.** Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc $[-5; 5]$ của bất phương trình: $\sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} \right) \leq x\sqrt{x^2-9}$?
- A. 5. B. 0. C. 2. D. 12.
- Câu 154.** Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ có nghiệm là
- A. $-5 < x \leq -3$. B. $3 < x \leq 5$. C. $2 < x \leq 3$. D. $-3 \leq x \leq -2$.
- Câu 155.** Tập nghiệm của bất phương trình $2x^2 + 4x + 3\sqrt{3-2x-x^2} > 1$ là
- A. $(-3; 1]$. B. $(-3; 1)$. C. $[-3; 1)$. D. $[-3; 1]$.
- Câu 156.** Để bất phương trình $\sqrt{(x+5)(3-x)} \leq x^2 + 2x + a$ nghiệm đúng $\forall x \in [-5; 3]$, tham số a phải thỏa mãn điều kiện:
- A. $a \geq 3$. B. $a \geq 4$. C. $a \geq 5$. D. $a \geq 6$.
- Câu 157.** Cho bất phương trình $4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2 - 2x + m - 3$. Xác định m để bất phương trình nghiệm với $\forall x \in [-1; 3]$.
- A. $0 \leq m \leq 12$. B. $m \leq 12$. C. $m \geq 0$. D. $m \geq 12$.
- Câu 158.** Cho bất phương trình $x^2 - 6x + \sqrt{-x^2 + 6x - 8} + m - 1 \geq 0$. Xác định m để bất phương trình nghiệm đúng với $\forall x \in [2; 4]$.
- A. $m \geq \frac{35}{4}$. B. $m \leq 9$. C. $m \leq \frac{35}{4}$. D. $m \geq 9$.
- Câu 159. (THPT NGUYỄN TRÃI-THANH HOÁ - Lần 1.Năm 2018&2019)** Bất phương trình $mx - \sqrt{x-3} \leq m$ có nghiệm khi

A. $m \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$.

B. $m \geq 0$.

C. $m < \frac{\sqrt{2}}{4}$.

D. $m \geq \frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 160. Có bao nhiêu số nguyên m không nhỏ hơn -2018 để bất phương trình $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2 - x) \leq 0$ có nghiệm $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$

A. 2018.

B. 2019.

C. 2017.

D. 2020.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. TAM THỨC BẬC HAI

Dạng 1. Xét dấu tam thức bậc hai

Câu 1. Chọn A

Áp dụng định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có: $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$

Câu 2. Chọn C

Ta có $f(x) = -2(x^2 - 4x + 4) = -2(x - 2)^2 \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vậy: $f(x) \leq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 3. Chọn C.

Tam thức luôn dương với mọi giá trị của x phải có $\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases}$ nên Chọn **C**.

Câu 4. Chọn A.

* Theo định nghĩa tam thức bậc hai thì $f(x) = 3x^2 + 2x - 5$ là tam thức bậc hai.

Câu 5. Chọn A.

* Theo định lý về dấu của tam thức bậc hai thì $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi $\Delta < 0$.

Câu 6. Chọn A.

* Đồ thị hàm số là một Parabol quay lên nên $a > 0$ và đồ thị hàm số cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt nên $\Delta > 0$.

Câu 7. Chọn C

Ta có $f(x) = x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$. Suy ra $f(x) \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Chọn A

Ta có $f(x) = x^2 + 1 \geq 1 > 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 9. Chọn C

Dạng 2. Giải bất phương trình bậc hai và một số bài toán liên quan

Câu 10. Chọn C.

Ta có $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = -5$.

Mà hệ số $a = -1 < 0$ nên: $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-5; 1]$.

Câu 11. Chọn B

Ta có $x^2 - 8x + 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 7 \end{cases}$.

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$.

Do đó $[6; +\infty) \not\subset S$.

Câu 12. Chọn C

Bất phương trình $0 \leq x \leq 10 \Leftrightarrow 2 < x < 5$.

Vậy $S = (2; 5)$.

Câu 13. Chọn A

Bất phương trình $x^2 - 25 < 0 \Leftrightarrow -5 < x < 5$.

Vậy $S = (-5; 5)$.

Câu 14. Chọn A

Ta có $x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $x^2 - 3x + 2 < 0$ là $(1; 2)$. Chọn đáp án **A**.

Câu 15. Chọn B

Ta có: $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Tập nghiệm bất phương trình là: $S = [-2; 3]$.

Câu 16. Chọn B

Ta có: $-x^2 + 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

Câu 17. Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x + 3}$ xác định khi $-x^2 + 2x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; 3]$.

Câu 18. Chọn D

Ta có $-x^2 + x + 12 \geq 0 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[-3; 4]$.

Câu 19. Chọn B

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} \sqrt{x^2 - 3} + x - 2 \neq 0 \\ x^2 - 3 \geq 0 \end{cases}$

Ta có $x^2 - 3 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \sqrt{3} \\ x \leq -\sqrt{3} \end{cases}$.

Xét $\sqrt{x^2 - 3} + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 3} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x^2 - 3 = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = \frac{7}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{7}{4}$

Do đó tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}; +\infty) \setminus \left\{ \frac{7}{4} \right\}$.

Câu 20. Chọn A.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases}$.

Câu 21. Chọn A.

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$x^2 - 4$	$+$	0	$-$	0	$+$

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Câu 22. Chọn A.

* Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
-----	-----------	-----	-----------

$x^2 - 4x + 4$	+	0	+
----------------	---	---	---

* Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 23. Chọn A.

Xét $f(x) = 2x^2 - 3x - 15$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{129}}{4}.$$

Ta có bảng xét dấu:

x		$\frac{3 - \sqrt{129}}{4}$		$\frac{3 + \sqrt{129}}{4}$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left[\frac{3 - \sqrt{129}}{4}, \frac{3 + \sqrt{129}}{4} \right]$.

Do đó bất phương trình có 6 nghiệm nguyên là $-2, -1, 0, 1, 2, 3$.

Câu 24. Chọn B.

$$x^2 + 9 > 6x \Leftrightarrow (x-3)^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 3.$$

Câu 25. Chọn C.

$$\text{Ta có } -2x^2 - 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < \frac{1}{2}.$$

DẠNG 2. BẤT PHƯƠNG TRÌNH TÍCH

Câu 26. Chọn D

$$(x-1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-1)(x-6) \geq 0$$

$$\text{Ta có: } \Leftrightarrow (x-1)^2(x-6) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x \geq 6 \end{cases}.$$

Câu 27. Chọn D

$$\text{Ta có } x^4 - 5x^2 + 4 = (x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } f(x) = x^4 - 5x^2 + 4.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-2	-1	1	2	$+\infty$			
x^2-1	+		+ 0	- 0	+		+		
x^2-4	+	0	-		-		- 0	+	
$f(x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy tập nghiệm của bất phương trình $f(x) < 0$ là $(-2; -1) \cup (1; 2)$.

Câu 28. Bất phương trình $x(x+5) \leq 2(x^2+2) \Leftrightarrow x^2+5x \leq 2x^2+4 \Leftrightarrow x^2-5x+4 \geq 0$

$$\text{Xét phương trình } x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}.$$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	1	4	$+\infty$		
x^2-5x+4		$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $x^2 - 5x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$. **Chọn C.**

Câu 29. Đặt $f(x) = (3x^2 - 10x + 3)(4x - 5)$

$$\text{Phương trình } 3x^2 - 10x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases} \text{ và } 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}.$$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$	
$3x^2-10x+3$	$+$	0	$-$	$+$	0	$+$
$4x-5$	$-$	$+$	0	$-$	$+$	0
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{5}{4}; 3\right)$. **Chọn B.**

Câu 30. Đặt $f(x) = (4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9)$

$$\text{Phương trình } 4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Phương trình } x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Ta có $x^2 + 5x + 9 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} > 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 9 = 0 \Leftrightarrow x \in \emptyset$. Lập bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-3	-2	1	2	$+\infty$
$4 - x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$
$x^2 + 2x - 3$		$+$	0	$-$	0	$+$
$x^2 + 5x + 9$		$+$	$+$	$+$	$+$	$+$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

$$\text{Dựa vào bảng xét dấu ta thấy } (4 - x^2)(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 5x + 9) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -3 \\ -2 < x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -3) \cup (-2; 1) \cup (2; +\infty). \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 31. Bất phương trình $x^3 + 3x^2 - 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x^2 + 5x + 4) \geq 0$.

$$\text{Phương trình } x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = -1 \end{cases} \text{ và } x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2.$$

Lập bảng xét dấu

x	$-\infty$	-4	-1	2	$+\infty$			
$x^2 + 5x + 4$		$+$	0	$-$	0	$+$		
$x - 2$		$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$(x - 2)(x^2 + 5x + 4)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy rằng $(x - 2)(x^2 + 5x + 4) \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn **A**.

DẠNG 3. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA ẨN Ở MẪU

Câu 32. Chọn C.

Ta có: $\frac{4x-12}{x^2-4x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ 3 \leq x < 4 \end{cases}$ hay $x \in (-\infty; 0) \cup [3; 4)$.

Câu 33. Chọn B

$$\frac{x^2 - 3x - 4}{x - 1} \leq 0 \quad (1).$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$		
x^2-3x-4	+	0	-	-	0	+	
$x-1$	-	-	0	+	+	+	
VT (1)	-	0	+		-	0	+

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = (-\infty; -1] \cup (1; 4]$.

Câu 34. Chọn C

$$\text{Xét } f(x) = \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 4}$$

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

$$x^2 - 7x + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

$$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	-2	2	3	4	$+\infty$			
$x^2-7x+12$	+		+		+	0	-	0	+
x^2-4	+	0	-	0	+		+		+
$f(x)$	+		-		+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = (-2; 2) \cup [3; 4]$.

Câu 35. Chọn C

$$\frac{x-2}{x+1} \geq \frac{x+1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{(x-2)^2 - (x+1)^2}{(x+1)(x-2)} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{-6x+3}{x^2-x-2} \geq 0 \quad (1).$$

Ta có bảng xét dấu sau:

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$+\infty$		
VT (1)	+		-	0	+		-

$$(1) \Leftrightarrow x < -1 \vee \frac{1}{2} \leq x < 2.$$

Câu 36. Chọn C.

$$\text{Xét } \frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 4} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x + 7}{x^2 - 4} \geq 0.$$

Bất phương trình có tập nghiệm $S = [-7; -2) \cup (2; +\infty)$.

$$\text{Vậy } S \cap (-2; 2) = \emptyset.$$

Câu 37. Chọn D.

Do $x^2 + 3 > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình đã cho tương đương với

$$\frac{2x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3} > 2 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x + 4 > 2(x^2 + 3) \Leftrightarrow 3x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3}.$$

Câu 38. Điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 4 \neq 0 \\ x + 2 \neq 0 \\ 2x - x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}$. Bất phương trình:

$$\frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} < \frac{2x}{2x-x^2} \Leftrightarrow \frac{x+3}{x^2-4} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-2x} < 0 \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x^2-4} < 0.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	$-\frac{9}{2}$	-2	2	$+\infty$		
$2x+9$	-	0	+		+		+
x^2-4	+		+		-		+
$f(x)$	-	0	+		-		+

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $\frac{2x+9}{x^2-4} < 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{9}{2}\right) \cup (-2; 2)$.

Vậy có chỉ có duy nhất một giá trị nguyên dương của x ($x=1$) thỏa mãn yêu cầu.

Chọn C.

Câu 39. Điều kiện: $x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-5) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$.

Bất phương trình

$$\frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 7x + 7}{x^2 - 3x - 10} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 4x - 3}{x^2 - 3x - 10} \leq 0 \quad (*).$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	-2	1	3	5	$+\infty$			
$-x^2+4x-3$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$
$x^2-3x-10$	$+$	$\parallel$	$-$	$ $	$-$	$ $	$-$	$\parallel$	$+$

$$f(x) \quad | \quad - \quad || \quad + \quad 0 \quad - \quad 0 \quad + \quad || \quad -$$

Dựa vào bảng xét dấu, bất phương trình (*) $\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup [1; 3] \cup (5; +\infty)$.

Chọn **C**.

DẠNG 4. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 40. Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < (x+2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-2 < 4x+5 \\ x^2 < x^2+4x+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7 \\ x > -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S = (-1; 7)$. Suy ra $a+b=6$.

Câu 41. Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x - \frac{1}{2} \geq \frac{x}{4} + 1 \\ x^2 - 4x + 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x \geq \frac{3}{2} \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ 1 \leq x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x \leq 3.$$

Vậy tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = [2; 3]$.

Câu 42. Chọn C

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ x^2 - 8x + 12 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ 2 < x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < x \leq 5.$$

Câu 43. Chọn A

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \\ -5 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ -5 < x \leq 0 \\ 2 \leq x < 5 \end{cases}$$

Tập xác định: $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$.

Câu 44. Chọn A

x	$-\infty$	-4	-1	1	$+\infty$		
$x-1$	$-$	-5	$-$	-2	$-$	0	$+$
x^2+5x+4	$+$	0	$-$	0	$+$	4	$+$
$(x-1)(x^2+5x+4)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ (x-1)(x^2+5x+4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ -4 \leq x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x \leq -1 \\ 1 \leq x < 2 \end{cases} \text{ do } x \text{ là số nguyên} \Leftrightarrow x = \{-1; 1\}$$

Câu 45. Chọn A.

$$\begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0 \\ -6x + 12 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-3) < 0 \\ -6x > -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x < 3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 2.$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình là $S = (1; 2)$.

Câu 46. Chọn D.

$$x^2 + 2x + \frac{1}{\sqrt{x+4}} > 3 + \frac{1}{\sqrt{x+4}} \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ x^2+2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x < -3 \\ x > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 < x < -3 \\ x > 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-4; 3) \cup (1; +\infty)$.

Câu 47. Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ (x+2)(x-5) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 > 0 \\ x^2 - 3x - 10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \\ -2 < x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 1 \\ 3 < x < 5 \end{cases}.$$

Câu 48. Chọn A.

$$\begin{cases} (x+5)(6-x) > 0 & (1) \\ 2x+1 < 3 & (2) \end{cases}$$

Giải bất phương trình (1):

Bảng xét dấu cho biểu thức $f(x) = (x+5)(6-x)$:

x	$-\infty$	-5	6	$+\infty$
$x+5$		$-$	0	$+$
$6-x$	$+$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$-$

Dựa vào bảng xét dấu suy ra bất phương trình (1) có tập nghiệm $S_1 = (-5; 6)$.

Giải bất phương trình (2): $x < 1 \Rightarrow$ bất phương trình (2) có tập nghiệm $S_2 = (-\infty; 1)$.

Vậy tập nghiệm của hệ đã cho là $S = S_1 \cap S_2 = (-5; 1)$.

Câu 49. Chọn A.

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 & (1) \\ x+2\sqrt{x-1} \geq 0 & (2) \\ 4-x^2 \geq 0 & (3) \\ 5-x^2-2\sqrt{4-x^2} \geq 0 & (4) \end{cases}$$

$$+ (1) \Leftrightarrow x \geq 1. \quad (5)$$

+ Với $x \geq 1$ thì (2) luôn đúng.

$$+ (3) \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 2. \quad (6)$$

$$+ \text{Xét } (4) \Leftrightarrow 1 + (4-x^2) - 2\sqrt{4-x^2} \geq 0, \text{ với điều kiện } -2 \leq x \leq 2.$$

$$\text{Đặt } \sqrt{4-x^2} = t \geq 0, \text{ ta được } 1+t^2-2t \geq 0 \Leftrightarrow (t-1)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng).}$$

+ Kết hợp (5) và (6) ta được tập xác định của hàm số là $[1; 2]$.

+ Suy ra $a = 1; b = 2$.

+ Vậy $a+b=3$.

DẠNG 5. BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ

Dạng 1. Tìm m để phương trình có n nghiệm

Câu 50. Chọn B

Phương trình $x^2 + mx + 4 = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq -4$ hay $m \geq 4$

Câu 51. Chọn B

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m-1)^2 - (-1) \cdot (m-3) > 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$$

Vậy $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

Câu 52. Chọn B.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-3 \neq 0 \\ \Delta = (m+3)^2 + 4(m-3)(m+1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} x < -\frac{3}{5} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\} \\ x > 1 \end{cases} \end{cases}$$

Câu 53. Chọn A.

Phương trình $x^2 - mx + 4m = 0$ vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m^2 - 16m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 16$.

Câu 54. Phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $\Delta_x < 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 4 < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \Leftrightarrow (m-1)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 1. \text{ Chọn B.}$$

Câu 55. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2m^2 + 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = 4m^2 - 2(2m^2 + 1) = -2 < 0 \end{cases}, \forall m \in \mathbb{R}.$

Vậy phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 56. Xét phương trình $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m-6 = 0$ (*).

TH1. Với $m-2 = 0 \Leftrightarrow m = 2$, khi đó (*) $\Leftrightarrow 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Suy ra với $m = 2$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x = -2$.

Do đó $m = 2$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2. Với $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (2m-3)^2 - (m-2)(5m-6) < 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 12m + 9 - (5m^2 - 16m + 12) < 0$$

$$\Leftrightarrow -m^2 + 4m - 3 < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$$

Do đó, với $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m > 3 \\ m < 1 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 57. Xét phương trình $mx^2 - 2mx + 4 = 0$ (*).

TH1. Với $m = 0$, khi đó phương trình (*) $\Leftrightarrow 4 = 0$ (vô lý).

Suy ra với $m = 0$ thì phương trình (*) vô nghiệm.

TH2. Với $m \neq 0$, khi đó để phương trình (*) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow m(m-4) < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4$$

Kết hợp hai TH, ta được $0 < m < 4$ là giá trị cần tìm. **Chọn D.**

Câu 58. Xét phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 2(m-2)x + 3 = 0$ (*).

TH1. Với $m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases}$.

• Khi $m = 2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3 = 0$ (vô lý).

• Khi $m = -2 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow -8x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{8}$.

Suy ra với $m = 2$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

TH2. Với $m^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq -2 \end{cases}$, khi đó để phương trình $(*)$ vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x < 0$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 - 3(m^2 - 4) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 4 - 3m^2 + 12 < 0 \Leftrightarrow -2m^2 - 4m + 16 < 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 > 0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$$

Suy ra với $\begin{cases} m > 2 \\ m < -4 \end{cases}$ thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Kết hợp hai **TH**, ta được $\begin{cases} m \geq 2 \\ m < -4 \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 59. Để phương trình $f(x) = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow (-b)^2 - 4.3 \geq 0$

$$\Leftrightarrow b^2 - 12 \geq 0 \Leftrightarrow b^2 - (2\sqrt{3})^2 \geq 0 \Leftrightarrow (b - 2\sqrt{3})(b + 2\sqrt{3}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b \geq 2\sqrt{3} \\ b \leq -2\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy $b \in (-\infty; -2\sqrt{3}] \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 60. Xét phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$, có $\Delta'_x = (m+2)^2 + 2m + 1$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 + 2m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 5 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (m+1)(m+5) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -5 \end{cases} \text{ là giá trị cần tìm. Chọn D.}$$

Câu 61. Xét $2x^2 + 2(m+2)x + 3 + 4m + m^2 = 0$, có $\Delta'_x = (m+2)^2 - 2(m^2 + 4m + 3)$.

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 2m^2 - 8m - 6 \geq 0 \Leftrightarrow -m^2 - 4m - 2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 2 \leq 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 \leq 2 \Leftrightarrow -2 - \sqrt{2} \leq m \leq -2 + \sqrt{2}.$$

Kết hợp với $m \in \mathbb{Z}$, ta được $m = \{-3; -2; -1\}$ là các giá trị cần tìm. **Chọn A.**

Câu 62. Xét phương trình $(m-5)x^2 - 4mx + m - 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m-5=0 \Leftrightarrow m=5$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -20x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{20}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình $(*)$ có nghiệm duy nhất $x = \frac{3}{20}$.

TH2. Với $m-5 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 5$, khi đó để phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (-2m)^2 - (m-5)(m-2) \geq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - (m^2 - 7m + 10) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 3m^2 + 7m - 10 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)(3m+10) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Do đó, với $\begin{cases} 5 \neq m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$ thì phương trình (*) có nghiệm.

Kết hợp hai TH, ta được $\begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -\frac{10}{3} \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn C.**

Câu 63. Xét phương trình $(m-1)x^2 - 2(m+3)x - m + 2 = 0$ (*).

TH1. Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$, khi đó $(*) \Leftrightarrow -2.4x - 1 + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$.

Suy ra với $m=1$ thì phương trình (*) có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{8}$.

TH2. Với $m-1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 1$, khi đó để phương trình (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'_x \geq 0$

$$\Leftrightarrow (m+3)^2 - (m-1)(2-m) \geq 0 \Leftrightarrow m^2 + 6m + 9 - (-m^2 + 3m - 2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2 + 3m + 11 \geq 0 \Leftrightarrow 2\left(m + \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{79}{8} \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{ suy ra } \Delta'_x \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Do đó, với $m \neq 1$ thì phương trình (*) luôn có hai nghiệm phân biệt.

Kết hợp hai TH, ta được $m \in \mathbb{R}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 64. Tam thức $f(x)$ đổi dấu hai lần $\Leftrightarrow f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\text{Phương trình } f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \neq 0 \\ \Delta_x = (m+2)^2 - 4(8m+1) > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m + 4 - 32m - 4 > 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m > 0 \Leftrightarrow m(m-28) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 28 \\ m < 0 \end{cases}.$$

Vậy $m < 0$ hoặc $m > 28$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 65. Xét $x^2 + (m+1)x + m - \frac{1}{3} = 0$, có $\Delta_x = (m+1)^2 - 4\left(m - \frac{1}{3}\right) = m^2 - 2m + \frac{7}{3}$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta'_m = 1 - \frac{7}{3} = -\frac{4}{3} < 0 \end{cases} \text{ suy ra } m^2 - 2m + \frac{7}{3} > 0, \forall m \in \mathbb{R} \Rightarrow \Delta_x > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

Vậy phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$. **Chọn A.**

Câu 66. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m-1 \neq 0 \\ \Delta_x = (3m-2)^2 - 4(m-1)(3-2m) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 9m^2 - 12m + 4 - 4(-2m^2 + 5m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 17m^2 - 32m + 16 > 0 \end{cases} \quad (*)$$

Ta có $\begin{cases} a = 17 > 0 \\ \Delta'_m = 16^2 - 17 \cdot 16 = -16 < 0 \end{cases}$ suy ra $17m^2 - 32m + 16 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Do đó, hệ bất phương trình (*) $\Leftrightarrow m \neq 1$. **Chọn B.**

Câu 67. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 1 \neq 0 \\ \Delta'_x = (-1)^2 - (m - 1)(m + 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 - m^2 + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m^2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ -\sqrt{2} < m < \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}.$$

Vậy phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}) \setminus \{1\}$. **Chọn C.**

Câu 68. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} a = m - 3 \neq 0 \\ \Delta_x = (m + 3)^2 + 4(m - 3)(m + 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ m^2 + 6m + 9 + 4(m^2 - 2m - 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ 5m^2 - 2m - 3 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ (m - 1)(5m + 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 3 \\ \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{3}{5} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right) \cup (1; +\infty) \setminus \{3\} \text{ là giá trị cần tìm.}$$

Chọn A.

Dạng 2. Tìm m để phương trình bậc 2 có nghiệm thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 69. **Chọn A.**

Dễ thấy $m = 0$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Với $m \neq 0$, phương trình đã cho là phương trình bậc hai.

Phương trình có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi $\frac{a}{c} = \frac{m^2 + 2m + 1}{m} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 70. **Chọn A**

Ta có: $mx^3 - x^2 + 2x - 8m = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(mx^2 + (2m - 1)x + 4m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ f(x) = mx^2 + (2m - 1)x + 4m = 0 \end{cases} \quad (*)$$

Để phương trình ban đầu có ba nghiệm phân biệt lớn hơn 1 thì phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn 1 và khác 2.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 2 khi

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ f(2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -12m^2 - 4m + 1 > 0 \\ 4m + 2(2m - 1) + 4m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \\ m \neq \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -\frac{1}{2} < m < \frac{1}{6} \end{cases} \quad (1).$$

Khi đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 2.

Theo định lí Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{1-2m}{2} \\ x_1 + x_2 = 4 \end{cases}$$

Để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì $1 < x_1 < x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - 1) + (x_2 - 1) > 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 - 2 > 0 \\ x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{2} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{2} + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2m}{2} - 2 > 0 \\ 4 - \frac{1-2m}{2} + 1 > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-4m}{2} > 0 \\ \frac{7m-1}{2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < \\ m > \frac{1}{7} \Leftrightarrow \frac{1}{7} < m < \frac{1}{4} \end{cases} (2).$$

Câu 71. Chọn A.

Phương trình $(m-1)x^2 - 2(m-2)x + m-3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m-1 \neq 0 \\ \Delta' \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ (m-2)^2 - (m-1)(m-3) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \neq 1.$$

Theo định lí Vi-ét ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2m-4}{m-1}, x_1 x_2 = \frac{m-3}{m-1}.$

Theo đề ta có: $x_1 + x_2 + x_1 x_2 < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-4}{m-1} + \frac{m-3}{m-1} < 1 \Leftrightarrow \frac{2m-6}{m-1} < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 3.$

Vậy $1 < m < 3$ là giá trị cần tìm.

Câu 72. Chọn C.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m-5 \neq 0 \\ (m-1)^2 - m(m-5) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 5 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases} (*)$.

Khi đó theo định lý Viète, ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2(m-1)}{m-5} \\ x_1 x_2 = \frac{m}{m-5} \end{cases}$$

Với $x_1 < 2 < x_2 \Rightarrow (x_1 - 2)(x_2 - 2) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{m-5} + \frac{4(m-1)}{m-5} + 4 < 0$
 $\Leftrightarrow \frac{9m-24}{m-5} < 0 \Leftrightarrow \frac{8}{3} < m < 5.$ Kiểm tra điều kiện (*) ta được $\frac{8}{3} < m < 5.$

Câu 73. Chọn A.

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi $m^2 - 4m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 4.$

Câu 74. Chọn B.

Với $m-1 \neq 0$ ta xét phương trình: $(m-1)x^2 - 2mx + m = 0$ (1).

Ta có: $\Delta' = b'^2 - ac = m^2 - m(m-1) = m.$

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > 0.$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) và $x_1 > 1, x_2 < 1.$

Ta có: $(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0 (*)$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{m-1} \\ x_1 + x_2 = \frac{2m}{m-1} \end{cases}$, thay vào (*) ta có:

$$\frac{m}{m-1} - \frac{2m}{m-1} + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{m-1} < 0 \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy với $m > 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 75. Chọn D.

Phương trình có nghiệm khi $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 2 \\ m \leq -1 \end{cases} (1)$.

Theo định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$x_1^3 + x_2^3 \leq 16 \Leftrightarrow 8m^3 - 6m(m+2) \leq 16 \Leftrightarrow 8m^3 - 6m^2 - 12m - 16 \leq 0 \Leftrightarrow (m-2)(8m^2 + 10m + 8) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - 2 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2.$$

Kiểm tra điều kiện (1), ta được $m \leq -1$ hoặc $m = 2$.

Câu 76. Chọn A.

$$(x-1)[x^2 + 2(m+3)x + 4m+12] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 + 2(m+3)x + 4m+12 = 0 (*) \end{cases}$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt lớn hơn -1 khi và chỉ khi khi phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn -1 và khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ x_1 + 1 + x_2 + 1 > 0 \\ (x_1 + 1)(x_2 + 1) > 0 \\ 1 + 2(m+3) + 4m + 12 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 > 0 \\ -2m - 4 > 0 \\ 2m + 7 > 0 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} < m < -3 \\ m \neq -\frac{19}{6} \end{cases}.$$

Câu 77.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(m+3) > 0 \\ x_1 + x_2 = m > 0 \\ x_1 x_2 = m + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4m - 12 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 6. \text{ Chọn A.}$$

Câu 78.

Lời giải

$$\text{. Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \neq 0 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \frac{2m}{m-2} > 0 \\ \frac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{cases}.$$

Chọn B.

Câu 79.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (9m-5) > 0 \\ -2(m+1) < 0 \\ 9m-5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 7m + 6 > 0 \\ m > \frac{5}{9} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ \frac{5}{9} < m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn } \mathbf{B}.$$

Câu 80.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm không âm khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \Delta \geq 0 \\ S \geq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3m-2)^2 - 4(2m^2 - 5m - 2) \geq 0 \\ 3m-2 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2 \geq 0 \\ m^2 + 8m + 12 \geq 0 \\ 2m^2 - 5m - 2 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{5 + \sqrt{41}}{4}.$$

Chọn $\mathbf{B}$.

Câu 81.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow 2 \cdot (2m^2 - 3m - 5) < 0 \Leftrightarrow -1 < m < \frac{5}{2}. \text{ Chọn } \mathbf{B}.$$

Câu 82.

Lời giải

Phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu khi và chỉ khi

$$ac < 0 \Leftrightarrow (m^2 - 3m + 2) \cdot (-5) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}. \text{ Chọn } \mathbf{B}.$$

Câu 83.

Lời giải

Phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 + 2x - 2m = 0$

$$\Leftrightarrow (x-m)^2 + 2(x-m) = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x-m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m \\ x_2 = m-2 \end{cases}.$$

$$\text{Để phương trình đã cho có hai nghiệm trái dấu} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \neq x_2 \\ x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < 2 \quad (\text{I}).$$

$$\text{Với } m \in (0; 2) \text{ suy ra } \begin{cases} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{cases}, \text{ theo bài ra, ta có } |x_2| > |x_1| \Leftrightarrow |x_2|^2 > |x_1|^2 \Leftrightarrow x_2^2 - x_1^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow (x_2 - x_1)(x_2 + x_1) > 0 \Leftrightarrow (m-2-m)(m-2+m) > 0 \Leftrightarrow 2m-2 < 0 \Leftrightarrow m < 1.$$

Kết hợp với (I), ta được $0 < m < 1$ là giá trị cần tìm. Chọn $\mathbf{B}$.

Câu 84.

Lời giải

Xét phương trình $(m+1)x^2 - 2mx + m - 2 = 0 \quad (*)$, có $\Delta' = m+2$.

Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ P \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 \neq 0 \\ m+2 > 0 \\ m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq \{-1; 2\} \\ m > -2 \end{cases} \quad (I).$$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình (*) suy ra $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2m}{m+1} \\ x_1 x_2 = \frac{m-2}{m+1} \end{cases}$.

$$\text{Theo bài ra, ta có } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{2m}{m-2} < 3 \Leftrightarrow \frac{m-6}{m-2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}.$$

Kết hợp với (I), ta được $\begin{cases} m > 6 \\ m \in (-2; -1) \cup (-1; 2) \end{cases}$ là giá trị cần tìm. **Chọn B.**

Câu 85.

Lời giải

$$\text{Đặt } f(x) = x^2 - (m-1)x + m + 2.$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 0 khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ f(0) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 6m - 7 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 7 \\ m < -1 \\ m \neq -2 \end{cases} \quad (*)$$

Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình đã cho. Theo Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = m + 2 \end{cases}$.

$$\begin{aligned} \text{Yêu cầu bài toán } \frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2} > 1 &\Leftrightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1^2 \cdot x_2^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{(x_1 x_2)^2} > 1 \\ &\Leftrightarrow \frac{(m-1)^2 - 2(m+2)}{(m+2)^2} > 1 \Leftrightarrow \frac{8m+7}{(m+2)^2} < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -2 \\ m < -\frac{7}{8} \end{cases} \xrightarrow{(*)} -2 \neq m < -1. \text{ Chọn C.} \end{aligned}$$

Dạng 3. Tìm m để BPT thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 86. Chọn A.

$$\text{Ta có } f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' = 1 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 87. Chọn D

$$\text{Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi } (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \quad 0 < m < 28.$$

Câu 88. Chọn D

$$\text{Yêu cầu bài toán } \Leftrightarrow f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 2(m-1)x + m^2 - 3m + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m-1)^2 - (m^2 - 3m + 4) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \leq 3.$$

Vậy $m \leq 3$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 89. Chọn A

$$f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ \Delta = (m+2)^2 - 4(8m+1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 28m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 28$$

Vậy có 27 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 90. Chọn B

$$\text{Ta có : } f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ (m+1)^2 - 4(2m+7) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 6m - 27 < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 9.$$

Câu 91.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m+1=0 \Leftrightarrow m=-1$ Bất phương trình (1) trở thành $4 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (Luôn đúng) (*)

TH2: $m+1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$ Bất phương trình (1) có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 > 0 \\ \Delta' = m^2 - 2m - 3 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3 (**)$$

Từ (*) và (**) ta suy ra: $-1 \leq m \leq 3$.

Câu 92. Chọn A

$$\text{Đặt } f(x) = (m+1)x^2 - 2mx - (m-3)$$

$$\text{Bất phương trình } (m+1)x^2 - 2mx - (m-3) < 0 \text{ vô nghiệm} \Leftrightarrow f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{TH1: Với } m = -1 \text{ thì } f(x) = 2x + 4$$

Khi đó $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$ không thỏa mãn nên loại $m = -1$

$$\text{TH2: Với } m \neq -1, f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$$

$$a > 0 \Leftrightarrow m > -1$$

$$\Delta' = m^2 + (m+1)(m-3) = 2m^2 - 2m - 3$$

$$\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2} \text{ suy ra } \frac{1-\sqrt{7}}{2} \leq m \leq \frac{1+\sqrt{7}}{2}$$

Câu 93. Chọn D.

Vì tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a = -1 < 0$ nên $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 - (-1)(m-2018) < 0 \Leftrightarrow m - 2017 < 0 \Leftrightarrow m < 2017.$$

Câu 94. Chọn C

$$\text{TH1: } m = 0: f(x) = 2x \text{ đổi dấu (loại } m = 0)$$

$$\text{TH2: } m \neq 0; \text{ Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m < -1 \vee m > \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m < -1$$

Vậy $m < -1$.

Câu 95. Chọn D

$$\text{Ta có } -x^2 + 2x - 5 = -(x-1)^2 - 4 < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Nên } \frac{-x^2 + 2x - 5}{x^2 - mx + 1} \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - mx + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = m^2 - 4 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow m \in [-2; 2].$$

Câu 96. Chọn C

$$\text{BPT nghiệm đúng } \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ m^2 - 6m - 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 7.$$

Câu 97. Chọn D

Ta có BPT $x^2 + 4x + m < 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 + 4x + m \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 4 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 4.$$

Câu 98. Chọn A

Trường hợp 1. $m = 0$. Khi đó bất phương trình trở thành: $-2x + 7 < 0 \Leftrightarrow x > \frac{7}{2}$.

Trường hợp này không thỏa mãn yêu cầu bài toán, loại.

Trường hợp 2. $m \neq 0$. Bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi:

$$mx^2 - 2(m+1)x + m + 7 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ 1 - 5m \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{1}{5}$$

Câu 99. Chọn D

$$mx^2 - 2mx - 1 \geq 0 \quad (1)$$

+) $m = 0$ thì bất phương trình (1) trở thành: $-1 > 0$ (vô lý). Vậy $m = 0$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

$$+) m \neq 0, \text{ bất phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi } \begin{cases} a = m < 0 \\ \Delta' = (-m)^2 - m(-1) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 < m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 0.$$

Vậy bất phương trình $mx^2 - 2mx - 1 \geq 0$ vô nghiệm khi $-1 < m \leq 0$.

Câu 100. Chọn C

$$\text{Có } x^2 - 2mx + 5m - 8 \leq 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 \leq m^2 - 5m + 8 \Leftrightarrow |x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8}$$

$$|x - m| \leq \sqrt{m^2 - 5m + 8} \Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 5m + 8} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 5m + 8}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của BPT là } \left[m - \sqrt{m^2 - 5m + 8}; m + \sqrt{m^2 - 5m + 8} \right].$$

$$\text{Theo bài ra ta có } b - a = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{m^2 - 5m + 8} = 4 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 4 \end{cases}$$

Tổng tất cả các phần tử của S là 5.

Câu 101. Chọn C

Ta có $x^2 - 2x - m \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x \geq m$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = 1 > 0$, hoành độ đỉnh của parabol

$x_l = \frac{-b}{2a} = 1$. Do đó có bảng biến thiên

x	0	1	$+\infty$
y	0	-1	$+\infty$

Dựa vào bbt ta có $x^2 - 2x \geq m, \forall x > 0$ khi và chỉ khi $m \leq -1$.

Câu 102. Chọn A

Hàm số xác định $\Leftrightarrow (m+10)x^2 - 2(m-2)x + 1 \geq 0$ (*).

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi (*) đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+) $m = -10$: (*) trở thành: $24x + 1 \geq 0$ không đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra $m = -10$ loại.

+) $m \neq -10$: (*) đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = (m-2)^2 - (m+10) \leq 0 \\ m+10 > 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 5m - 6 \leq 0 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq m \leq 6 \\ m > -10 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 6$.

Vậy với $-1 \leq m \leq 6$ thì hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Câu 103.

Lời giải

Chọn C

Cách 1:

Đặt $f(x) = (m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11$

TH1: $m-2=0 \Leftrightarrow m=2$

(1) $\Leftrightarrow -4x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{9}{4}$ không thỏa đề

TH2: $m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

$\Delta' = (4-3m)^2 - (m-2)(10m-11) = -m^2 + 7m - 6$

Bảng xét dấu Δ'

m	$-\infty$	1	6	$-\infty$	
Δ'	-	0	+	0	-

* Nếu $m > 6$ thì $f(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}$ không thỏa đề

* Nếu $m \leq 1$ thì $f(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}$ thỏa đề

* Nếu $2 < m < 6$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
$f(x)$	+	0	-	0	+

Khi đó $f(x) \leq 0 \forall x \in (x_1, x_2)$ không thỏa đề

* Nếu $1 < m < 2$ thì $f(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)

Bảng xét dấu $f(x)$

x	$-\infty$	x_1	x_2	$-\infty$	
$f(x)$	-	0	+	0	-

Khi đó $f(x) \leq 0 \quad \forall x < -4 \Leftrightarrow -4 \leq x_1 < x_2$

$$\Leftrightarrow 0 \leq x_1 + 4 < x_2 + 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + 4 + x_2 + 4 > 0 \\ (x_1 + 4)(x_2 + 4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + 8 > 0 \\ x_1 x_2 + 4(x_1 + x_2) + 16 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2(3m-4)}{m-2} + 8 > 0 \\ \frac{10m-11}{m-2} + \frac{8(3m-4)}{m-2} + 16 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{14m-24}{m-2} > 0 \\ \frac{50m-75}{m-2} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14m-24 < 0 \\ 50m-75 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{12}{7} \\ m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

So sánh điều kiện suy ra $1 < m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Cách 2:

Ta có $(m-2)x^2 + 2(4-3m)x + 10m - 11 \leq 0$ (1)

$$\Leftrightarrow m(x^2 - 6x + 10) - 2x^2 + 8x - 11 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10} \quad (\text{vì } x^2 - 6x + 10 > 0; \forall x < -4).$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{2x^2 - 8x + 11}{x^2 - 6x + 10}$ với $x < -4$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(4x-8)(x^2-6x+10) - (2x-6)(2x^2-8x+11)}{(x^2-6x+10)^2} = \frac{-4x^2 + 18x - 14}{(x^2-6x+10)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} (l) \\ x = 1 (l) \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-4
$f'(x)$		-
$f(x)$	2	$\frac{3}{2}$

Bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x < -4 \Leftrightarrow m \leq f(x), \forall x < -4 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$.

Vậy $m \leq \frac{3}{2}$. Khi đó $S = \{1\}$.

Câu 104. Chọn B

Hàm số có tập xác định là $\mathbb{R} \Leftrightarrow (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2 - 2m \geq 0$ (1) nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 1: $m = -1 \Rightarrow$ bpt (1) $\Leftrightarrow 4x + 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$ không nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m \neq -1 \Rightarrow$ bpt (1) nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ (m-1)^2 - (m+1)(2-2m) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 3m^2 - 2m - 1 \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ -\frac{1}{3} \leq m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$$

Vì m nguyên nên $m \in \{0; 1\}$.

Câu 105. Chọn B.

Bất phương trình $5x^2 - x + m \leq 0$ vô nghiệm

$$\Leftrightarrow 5x^2 - x + m > 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 20m < 0 \\ 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{20}.$$

Câu 106. Chọn D.

Hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2mx - 2m + 3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ khi $x^2 - 2mx - 2m + 3 \geq 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \leq 0 \\ a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m - 3 \leq 0 \\ 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3; -2; -1; 0; 1\}.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 107. Chọn C.

- Với $m = -1$ ta có: $x > -1$ không thỏa mãn.

- Với $m \neq -1$ ta có:

$$(m+1)x^2 + mx + m < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m+1 < 0 \\ m^2 - 4(m+1)m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ \begin{cases} m < -\frac{4}{3} \\ m > 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m < -\frac{4}{3}.$$

Câu 108. Chọn D.

$-x^2 + 2x - m - 1 > 0$ vô nghiệm $\Leftrightarrow -x^2 + 2x - m - 1 \leq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 0 \\ -m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 0.$$

Câu 109. Chọn A.

Bất phương trình $-x^2 + x - m > 0$ vô nghiệm khi và chỉ khi $-x^2 + x - m \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } -x^2 + x - m \leq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta \leq 0 \Leftrightarrow 1 - 4m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{4}.$$

Câu 110. Chọn A.

$$(m-1)x^2 - 2(m-1)x + m + 3 \geq 0 \text{ với mọi } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=0 \\ m+3 \geq 0 \\ m-1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m > 1 \\ -4(m-1) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 1.$$

Câu 111. Chọn D.

Ta có $f(x) > 0, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow -x^2 - 2(m-1)x + 2m - 1 > 0, \forall x \in (0; 1)$.

$$\Leftrightarrow -2m(x-1) > x^2 - 2x + 1, \forall x \in (0; 1) \quad (*).$$

Vì $x \in (0;1) \Rightarrow x-1 < 0$ nên $(*) \Leftrightarrow -2m < \frac{x^2 - 2x + 1}{x-1} = x-1 = g(x), \forall x \in (0;1).$

$$\Leftrightarrow -2m \leq g(0) = -1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$$

Dạng 4. Tìm m để hệ BPT bậc hai thỏa mãn điều kiện cho trước

Câu 112. Chọn A

Ta có:
$$\begin{cases} (x+5)(3-x) > 0 \\ x-3m+2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5 < x < 3 \\ x < 3m-2 \end{cases}$$

Để hệ vô nghiệm thì $3m-2 \leq -5 \Leftrightarrow 3m \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -1.$

Câu 113. Chọn B.

Xét hệ bất phương trình (I)
$$\begin{cases} 2x^2 - 5x + 2 < 0 \quad (1) \\ x^2 - (2m+1)x + m(m+1) \leq 0 \quad (2) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow (2x-1)(x-2) < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2 \Leftrightarrow S_1 = \left(\frac{1}{2}; 2\right).$$

$$(2) \Leftrightarrow (x-m)[x-(m+1)] \leq 0 \Leftrightarrow m \leq x \leq m+1 \Leftrightarrow S_2 = [m; m+1].$$

$$\text{Hệ (I) vô nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -\frac{1}{2} \\ m \geq 2 \end{cases}$$

Câu 114. Chọn D

Ta có:
$$\begin{cases} x^2 - 4x > 5 \\ x^2 - (m-1)x - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < -1 \end{cases} (*)$$

+) Nếu $m = -1$ thì $(**) \Leftrightarrow x = -1$. Kết hợp (*) suy ra hệ bpt vô nghiệm $\Rightarrow m = -1$ loại.

+) Nếu $m > -1$ thì $(**) \Leftrightarrow -1 < x < m$. Kết hợp với (*) suy ra hệ bpt có nghiệm $\Leftrightarrow m > 5$.

+) Nếu $m < -1$ thì $(**) \Leftrightarrow m < x < -1$. Kết hợp với (*) suy ra với $m < -1$ thì hệ bpt luôn có nghiệm.

$$\text{Vậy hệ bpt có nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 5 \\ m < -1 \end{cases}$$

Câu 115. Chọn A.

$$\begin{cases} (x+3)(4-x) > 0 \\ x < m-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 4 \\ x < m-1 \end{cases}$$

Do đó hệ bất phương trình đã cho vô nghiệm khi $m-1 \leq -3 \Leftrightarrow m \leq -2.$

Câu 116. Chọn B.

$$\text{Ta có } x^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1.$$

$$x-3 > 0 \Leftrightarrow x > m.$$

Do đó hệ có nghiệm khi $m < 1.$

Câu 117. Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq \frac{4}{3}$. Suy ra $S_1 = \left[-1; \frac{4}{3}\right]$

$$\text{Bất phương trình (2)} \Leftrightarrow x < -\frac{m}{2}. \text{ Suy ra } S_2 = \left(-\infty; -\frac{m}{2}\right).$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 = \emptyset \Leftrightarrow -\frac{m}{2} \leq -1 \Leftrightarrow m \geq 2$.

Chọn C.

Câu 118. Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$. Suy ra $S_1 = [-1; 1]$.

Bất phương trình (2) $\Leftrightarrow x > m$. Suy ra $S_2 = (m; +\infty)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m < 1$.

Chọn C.

Câu 119. Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -3 < x < 4$. Suy ra $S_1 = (-3; 4)$.

Bất phương trình có $S_2 = (-\infty; m-1)$.

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi

$S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow m-1 > -3 \Leftrightarrow m > -2$. **Chọn B.**

Câu 120. Bất phương trình đã cho tương đương với

$$-9(x^2 - x + 1) < 3x^2 + mx - 6 < 6(x^2 - x + 1) \quad (\text{do } x^2 - x + 1 > 0 \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 + (m-9)x + 3 > 0 & (1) \\ 3x^2 - (m+6)x + 12 > 0 & (2) \end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ (1) và (2) nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} < 0 \\ \Delta_{(2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-9)^2 - 144 < 0 \\ (m+6)^2 - 144 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 6.$$

Câu 121. Bất phương trình tương đương

$$\begin{cases} \frac{3x^2 + 2x + 2 + m}{2x^2 - 3x + 2} \geq 0 \\ \frac{13x^2 - 26x + 14 - m}{2x^2 - 3x + 2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 + 2x + 2 + m \geq 0 & (1) \\ 13x^2 - 26x + 14 - m > 0 & (2) \end{cases}$$

Yêu cầu $\Leftrightarrow$ (1) và (2) nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} \leq 0 \\ \Delta_{(2)} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^2 - 4 \cdot 3(2+m) \leq 0 \\ 26^2 - 4 \cdot 13(14-m) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{-5}{3} \\ m < 1 \end{cases}. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 122. Bất phương trình $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$. Suy ra $S_1 = (1; +\infty)$.

$$\text{Bất phương trình } x^2 - 2mx + 1 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 \leq m^2 - 1 \Leftrightarrow (x-m)^2 \leq m^2 - 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{m^2 - 1} \leq x - m \leq \sqrt{m^2 - 1} \quad (\text{điều kiện: } m^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ m \leq -1 \end{cases})$$

$$\Leftrightarrow m - \sqrt{m^2 - 1} \leq x \leq m + \sqrt{m^2 - 1}. \text{ Suy ra } S_2 = [m - \sqrt{m^2 - 1}; m + \sqrt{m^2 - 1}].$$

$$\text{Để hệ có nghiệm } \Leftrightarrow m + \sqrt{m^2 - 1} > 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2-1} > 1-m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m < 0 \\ m^2-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq -1 \vee m \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m \geq 0 \\ m^2-1 > (1-m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m > 1 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện, ta được $m > 1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. **Chọn A.**

Câu 123. Điều kiện để (1) có nghiệm là $\Delta' = m \geq 0$.

Khi đó (1) có tập nghiệm $S_1 = [1-\sqrt{m}; 1+\sqrt{m}]$.

Ta thấy (2) có tập nghiệm $S_2 = [m; m+1]$.

$$\text{Hệ có nghiệm} \Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1+\sqrt{m} \\ 1-\sqrt{m} \leq m+1 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}. \text{ **Chọn B.}**$$

Câu 124. Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 4$. Suy ra $S_1 = [-1; 4]$.

Giải bất phương trình (2)

Với $m-1=0 \Leftrightarrow m=1$ thì bất phương trình (2) trở thành $0x \geq 2$: vô nghiệm.

Với $m-1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ thì bất phương trình (2) tương đương với $x \geq \frac{2}{m-1}$.

Suy ra $S_2 = \left[\frac{2}{m-1}; +\infty \right)$. Hệ bất phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{m-1} \leq 4 \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{2}$.

Với $m-1 < 0 \Leftrightarrow m < 1$ thì bất phương trình (2) tương đương với $x \leq \frac{2}{m-1}$.

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{2}{m-1} \right]$.

Hệ bất phương trình có nghiệm khi $\frac{2}{m-1} \geq -1 \Leftrightarrow m \leq -1$ (không thỏa)

Để hệ bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m \geq \frac{3}{2}$. **Chọn B.**

Câu 125. Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow -8 \leq x \leq -2$. Suy ra $S_1 = [-8; -2]$.

Giải bất phương trình (2)

Với $m=0$ thì bất phương trình (2) trở thành $0x \geq 1$: vô nghiệm.

Với $m > 0$ thì bất phương trình (2) tương đương với $x \geq \frac{3m+1}{m}$.

Suy ra $S_2 = \left[\frac{3m+1}{m}; +\infty \right)$.

Hệ bất phương trình vô nghiệm khi $\frac{3m+1}{m} > -2 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{5}$.

Với $m < 0$ thì bất phương trình (2) tương đương với $x \leq \frac{3m+1}{m}$.

Suy ra $S_2 = \left(-\infty; \frac{3m+1}{m} \right]$. Hệ bất phương trình vô nghiệm khi

$$\frac{3m+1}{m} < -8 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{11}$$

Để hệ bất phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi $m > -\frac{1}{11}$. **Chọn C.**

Câu 126. Bất phương trình (1) $\Leftrightarrow 1 \leq x \leq 5$. Suy ra $S_1 = [1; 5]$.

Ta thấy (2) có tập nghiệm $S_2 = [a+1-\sqrt{2a}; a+1+\sqrt{2a}]$.

Hệ có nghiệm $\Leftrightarrow S_1 \cap S_2 \neq \emptyset \Leftrightarrow \begin{cases} a+1+\sqrt{2a} \geq 1 \\ a+1-\sqrt{2a} \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq a \leq 2$. **Chọn A.**

DẠNG 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA DẤU GIÁ TRỊ TUYỆT ĐỐI và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 127. Chọn C

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 1 + |x-2| \leq 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 + 2 - x \leq 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3x + 1 + x - 2 \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 1 \leq 0 \\ x \geq 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x < 2 \\ 2 \leq x \leq 1 + \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 1 + \sqrt{2}. \text{ Với } x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1; 2\}. \end{aligned}$$

Câu 128. Chọn A.

Do $|x^2 - 4x| \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên bất phương trình $|x^2 - 4x| < 0$ vô nghiệm.

Câu 129. Chọn B

Cách 1: Ta có:

$$\left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m \Leftrightarrow \left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| + (x-1)^2 > \frac{3}{2} - m.$$

$$\text{Do } \left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| + (x-1)^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

nên bất phương trình đúng với mọi số thực $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \frac{3}{2} - m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}$.

Cách 2: Ta có $\left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $\left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$ với mọi số thực $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m < 0 \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta' = 1^2 + \left(\frac{1}{2} - m \right) < 0 \Leftrightarrow m > \frac{3}{2}.$$

Cách 3: Tự luận

$$\left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| > -x^2 + 2x + \frac{1}{2} - m$$

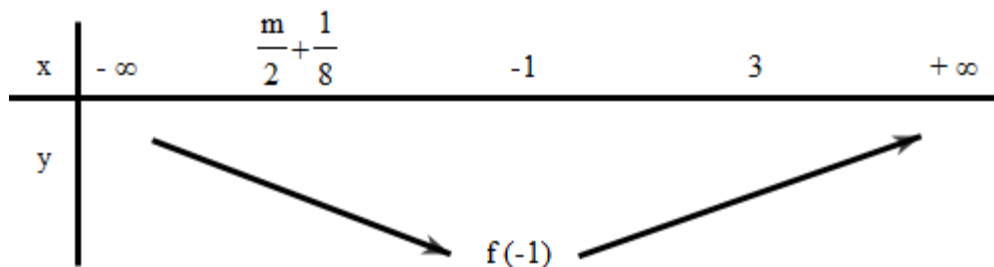
$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + m - \frac{1}{2} + \left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right| > 0.$$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - 2x + m - \frac{1}{2} + \left| 4x - 2m - \frac{1}{2} \right|$.

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - m - 1 & \text{khi } x \geq \frac{m}{2} + \frac{1}{8} \\ x^2 - 6x + 3m & \text{khi } x < \frac{m}{2} + \frac{1}{8} \end{cases}$$

TH1: $\frac{m}{2} + \frac{1}{8} \leq -1 \Rightarrow m \leq -\frac{9}{4}$.

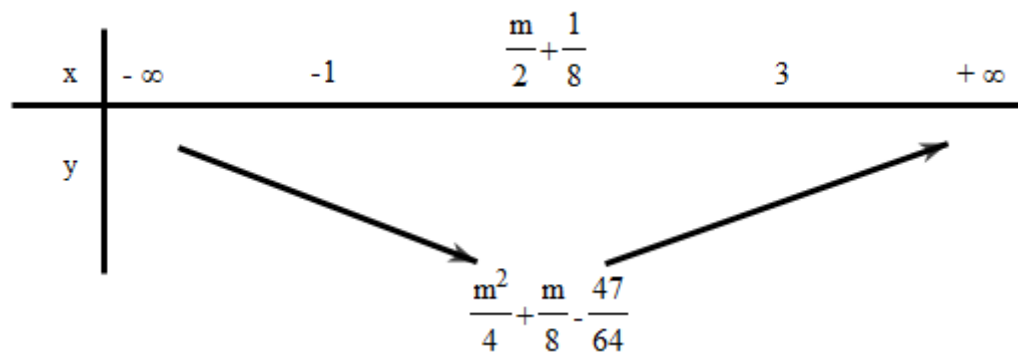
BBT:



Để $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(-1) = -2 - m > 0 \Leftrightarrow m < -2$.

TH2: $-1 < \frac{m}{2} + \frac{1}{8} \leq 3 \Rightarrow -\frac{9}{4} < m \leq \frac{23}{4}$.

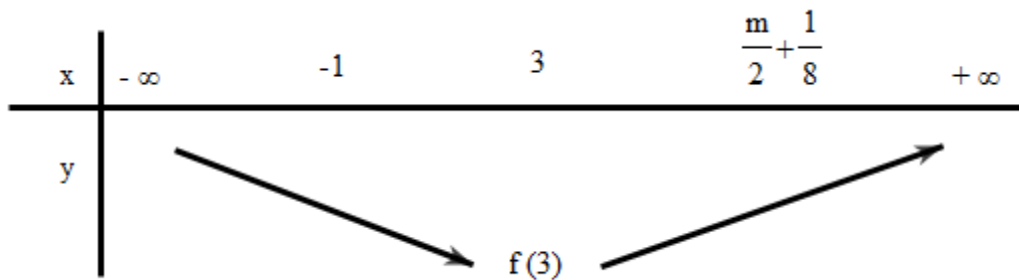
BBT:



Để $f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f\left(\frac{m}{2} + \frac{1}{8}\right) = \frac{m^2}{4} + \frac{m}{8} - \frac{47}{64} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{4} - \sqrt{3} \\ m > -\frac{1}{4} + \sqrt{3} \end{cases}$.

TH3: $\frac{m}{2} + \frac{1}{8} > 3 \Rightarrow m > \frac{23}{4}$.

BBT:



$$\text{Để } f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow f(3) = -9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > 3.$$

$$\Rightarrow \text{Kết hợp 3 trường hợp ta có } m \in \left(-\infty; -\frac{1}{4} - \sqrt{3}\right) \cup \left(-\frac{1}{4} + \sqrt{3}; +\infty\right).$$

Câu 130. Chọn C

Từ yêu cầu của đề ta có nhận xét là $\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right|$ xác định với mọi x nên suy ra:

$$x^2 - mx + 4 \neq 0 \quad \forall x \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4$$

$$\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2 \quad \forall x \Leftrightarrow |x^2 + x + 4| \leq 2|x^2 - mx + 4| \quad \forall x \Leftrightarrow (x^2 + x + 4)^2 \leq 4(x^2 - mx + 4)^2 \quad \forall x$$

$$\Leftrightarrow (2x^2 - (2m+1)x + 4)(3x^2 - (2m-1)x + 12) \geq 0 \quad \forall x \quad (1)$$

$$\text{Ta có tam thức } (3x^2 - (2m-1)x + 12) \text{ có } \Delta = (2m-1)^2 - 144 < 0 \quad \forall m \in (-4; 4)$$

$$\Rightarrow \forall m \in (-4; 4) \text{ thì } (3x^2 - (2m-1)x + 12) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Như vậy } (1) \Leftrightarrow 2x^2 - (2m+1)x + 4 \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \Delta = (2m+1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 \leq 0 \Rightarrow 4m^2 + 4m - 28 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{29}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{29}}{2}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện } m \in (-4; 4) \Rightarrow a = \frac{-1 - \sqrt{29}}{2}; b = \frac{-1 + \sqrt{29}}{2} \Rightarrow a + b = -1.$$

Câu 131. Chọn D

$$\text{Ta có bpt } 2|x-m| + x^2 + 2 > 2mx \Leftrightarrow 2|x-m| + |x-m|^2 + 2 - m^2 > 0$$

Đặt $t = |x-m| \geq 0$. Bất phương trình đã cho có nghiệm với mọi x

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 2 - m^2 > 0, \quad \forall t \geq 0.$$

$$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 2 > m^2, \quad \forall t \geq 0 \Leftrightarrow m^2 < \min_{[0; +\infty)} (t^2 + 2t + 2)$$

$$\Leftrightarrow m^2 < 2 \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}.$$

Câu 132. Chọn D.

$$\text{Phương trình đã cho tương đương: } (x+m)^2 + 2|x+m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0, \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = |x+m|, \quad t \geq 0.$$

$$\text{Bất phương trình (1) trở thành: } t^2 + 2t + 2m^2 - 3m + 1 < 0, \quad (2).$$

$$\text{Ta có: } \Delta' = -2m^2 + 3m.$$

Nếu $\Delta' \leq 0$ thì vế trái (2) luôn lớn hơn hoặc bằng 0, nên loại trường hợp này.

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{3}{2}$, (*), thì tam thức bậc 2 ở vế trái có 2 nghiệm phân biệt

$$t_1 = -1 - \sqrt{-2m^2 + 3m}, t_2 = -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m}.$$

Khi đó bất phương trình (2) $\Leftrightarrow t_1 < t < t_2$, mà điều kiện $t \geq 0$.

Vậy để bất phương trình có nghiệm thì $t_2 > 0 \Leftrightarrow -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{-2m^2 + 3m} > 1$

$$\Leftrightarrow -2m^2 + 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

So với điều kiện (*), suy ra $\frac{1}{2} < m < 1$.

DẠNG 7. BẤT PHƯƠNG TRÌNH CHỨA CĂN và MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 133. Chọn A.

$$\text{Ta có } \sqrt{x^2 + 2} \leq x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 0 \\ x^2 + 2 \leq x^2 - 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ 2x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 1 \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy bất phương trình vô nghiệm.

Câu 134. Chọn A

$$\sqrt{2x-1} \leq 2x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 0 \\ 2x-3 \geq 0 \\ 2x-1 \leq (2x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ 4x^2 - 14x + 10 \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 1 \vee x \geq \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

$$\text{Kết hợp điều kiện: } \begin{cases} x \in (0; 7) \\ x \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ suy ra } x \in \{3; 4; 5; 6\}$$

Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên thuộc khoảng $(0; 7)$.

Câu 135. Chọn A

$$\text{Ta có: } \sqrt{x^2 - 2x - 15} > 2x + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 15 \geq 0 \\ 2x + 5 < 0 \\ 2x + 5 \geq 0 \\ x^2 - 2x - 15 > (2x + 5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq 5 \end{cases} \\ x < -\frac{5}{2} \\ x \geq -\frac{5}{2} \\ 3x^2 + 22x + 40 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -3 \\ x \geq -\frac{5}{2} \\ -4 < x < -\frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -3.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S = (-\infty; -3]$.

Câu 136. Chọn D

Khi $x = 3$ thì $0 \leq 0$ suy ra $x = 3$ là nghiệm.

Khi $x > 3$ thì $16 - x^2 \leq 0 \Rightarrow x \geq 4$.

Vậy tập nghiệm $S = \{3\} \cup [4; +\infty)$.

Câu 137. Chọn D

$$\sqrt{x^2 + 2017} \leq \sqrt{2018}x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2017 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x^2 + 2017 \leq 2018x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \geq 0 \\ x^2 - 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $T = [1; +\infty)$.

Câu 138. Chọn C

$$\begin{aligned} \text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x - 3 \neq 0 \\ 2x - 1 \neq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{3}{2} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x+3}{2x-3} - \frac{x}{2x-1} \leq 0 \\ \sqrt{x^2+3} + 3x < 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+3)(2x-1) - x(2x-3)}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0 \\ 1-3x \geq 0 \\ x^2+3 < (1-3x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8x-3}{(2x-3)(2x-1)} \leq 0 \\ x \leq \frac{1}{3} \\ 4x^2 - 3x - 1 > 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2} \right] \\ x \leq \frac{3}{8} \\ x \leq \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x < -\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Tập nghiệm của hệ bất phương trình: $S = \left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$.

Câu 139. Chọn D

$$\frac{3x-1}{\sqrt{x+2}} \leq 0 \quad (1)$$

Điều kiện: $x > -2$.

$$(1) \Leftrightarrow 3x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3}.$$

Kết hợp điều kiện $x > -2$.

$$\Rightarrow -2 < x \leq \frac{1}{3}.$$

Câu 140. Chọn D

$$\text{Bất phương trình } CD: 4x + 3y - 24 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 \geq 0 \\ 2x - 1 > 0 \\ x - 3 < (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x > \frac{1}{2} \\ 4x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 3.$$

Vậy $S = [3; +\infty)$.

Câu 141. Chọn A

Ta có:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 1} - x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 < 0 \\ 2x^2 - 6x + 1 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \\ 2x^2 - 6x + 1 \geq (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \\ x \geq \frac{3 + \sqrt{7}}{2} \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3 - \sqrt{7}}{2} \\ x \geq 3 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của bpt đã cho là $S = \left(-\infty; \frac{3 - \sqrt{7}}{2}\right] \cup [3; +\infty)$.

Câu 142. Chọn C

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \\ 2x - 1 \leq (3x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x \geq \frac{1}{2} \\ 9x^2 - 14x + 5 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{9} \\ x \geq 1 \end{cases}.$$

nhất $x \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

Câu 143. Chọn A.

$$\text{BPT} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x + 2 \leq x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 0 \\ x \geq 2 \vee x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow [2; +\infty)$$

Câu 144. Chọn B

$$\text{Ta có } \sqrt{2(x^2 + 1)} \leq x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ 2(x^2 + 1) \geq 0 \\ 2(x^2 + 1) \leq (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ x^2 - 2x + 1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ (x - 1)^2 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$$

Vậy bất phương trình đã cho có một nghiệm nguyên

Câu 145. Chọn C

$$\text{ĐKXD: } x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1 \quad (1)$$

Lập bảng xét dấu ta dễ dàng suy ra kết quả.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = \{-1\} \cup [1; +\infty)$. Chọn **C**.

Cách 2: Xét 2 trường hợp $x = 1$ và x khác 1.

Câu 146. Chọn A

$$\text{TH1: } 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{TH2: } 2x^2 - 3x - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < \frac{-1}{2} \end{cases}. \text{ Khi đó bất phương trình trở thành: } x^2 - 5x \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 0 \end{cases}.$$

$$\text{Kết hợp điều kiện ta có } \begin{cases} x \geq 5 \\ x < \frac{-1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: } \begin{cases} x \geq 5 \\ x = 2 \\ x \leq \frac{-1}{2} \end{cases}.$$

Câu 147. Chọn B

Đk: $x \geq 0$.

$$\text{Với } m \text{ nguyên dương, ta có } \sqrt{\frac{m}{72}x^2 + 1} < \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{m}{72}x^2 - x + 1 < 0. (*)$$

Bất phương trình (*) có nghiệm khi và chỉ khi $\Delta = 1 - \frac{m}{18} > 0 \Leftrightarrow m < 18$. Suy ra $0 < m < 18$.

Gọi x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm dương của phương trình $\frac{m}{72}x^2 - x + 1 = 0$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{72}{m} \\ x_1 x_2 = \frac{72}{m} \end{cases} \text{ và tập nghiệm của bất phương trình (*) là } S = (x_1; x_2).$$

Đk cần: Giả sử tập S có đúng hai nghiệm nguyên $\Rightarrow 1 < x_2 - x_1 \leq 3 \Rightarrow 1 < (x_2 - x_1)^2 \leq 9$.

$$\text{Ta có } (x_2 - x_1)^2 = (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = \left(\frac{72}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{72}{m}\right).$$

$$\text{Suy ra } 1 < \left(\frac{72}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{72}{m}\right) \leq 9 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{72}{m} > 2 + \sqrt{5} \\ \frac{72}{m} \leq 2 + \sqrt{13} \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[\frac{72}{2 + \sqrt{13}}; \frac{72}{2 + \sqrt{5}}\right).$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} m \in \left[\frac{72}{2 + \sqrt{13}}; \frac{72}{2 + \sqrt{5}}\right) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow m \in \{13; 14; 15; 16\}.$$

Đk đủ: Với $m \in \{13; 14; 15; 16\}$, ta thay từng giá trị của m vào bất phương trình (*), ta thấy chỉ có $m \in \{14; 15\}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy, các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn là $m \in \{14; 15\}$.

Do đó tổng của các giá trị nguyên dương của m bằng 29.

Câu 148. Chọn A

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có } \sqrt{x^2 + 2x - 3} \geq 2x - 2 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 \leq 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq 0 \end{cases} \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq (2x - 2)^2 \end{cases} \\
 + \begin{cases} 2x - 2 \leq 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 1 \\ x \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \leq -3 \end{cases} \\
 + \begin{cases} 2x - 2 > 0 \\ x^2 + 2x - 3 \geq (2x - 2)^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 3x^2 - 10x + 7 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ 1 \leq x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \leq \frac{7}{3} \\
 \text{Hợp các trường hợp trên ta được } &\begin{cases} x \leq -3 \\ 1 \leq x \leq \frac{7}{3} \end{cases} \\
 \text{Tập nghiệm của bất phương là } S = (-\infty; -3] \cup \left[1; \frac{7}{3}\right] &\Rightarrow a + b + c = \frac{1}{3}.
 \end{aligned}$$

Câu 149. Chọn C

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$.

$$\begin{aligned}
 \sqrt{2x+4} - 2\sqrt{2-x} &\geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}} \Leftrightarrow \frac{6x-4}{\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}} \geq \frac{6x-4}{5\sqrt{x^2+1}} \\
 \Leftrightarrow (6x-4) &\left(\frac{1}{\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}} - \frac{1}{5\sqrt{x^2+1}} \right) \geq 0 \\
 \Leftrightarrow (6x-4) &\left(\frac{5\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})}{5\sqrt{x^2+1}(\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})} \right) \geq 0 \quad (1)
 \end{aligned}$$

Xét $f(x) = 5\sqrt{x^2+1}$ với $x \in [-2; 2]$ có $\min f(x) = 5$.

Xét $g(x) = \sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x}$ với $x \in [-2; 2]$ có $\max g(x) = \frac{8\sqrt{3}}{3}$

Khi đó $\frac{5\sqrt{x^2+1} - (\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})}{5\sqrt{x^2+1}(\sqrt{2x+4} + 2\sqrt{2-x})} > 0, \forall x \in [-2; 2]$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow 6x - 4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{2}{3}$,

Kết hợp với điều kiện $S = \left[\frac{2}{3}; 2\right]$, tức $\begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow P = 3a - 2b = -2$.

Câu 150. Chọn A

$$x - \sqrt{2x+7} \leq 4 \Leftrightarrow x - 4 \leq \sqrt{2x+7}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+7 \geq 0 \\ x-4 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} \leq x < 4 \\ x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{2} \leq x < 4 \\ 4 \leq x \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{7}{2} \leq x \leq 9$$

Suy ra $a = -\frac{7}{2}; b = 9$. Nên $P = 2a + b = 2$.

Câu 151. Chọn D**Cách 1:**

+) Xét bất phương trình $4(x+1)^2 < (2x+10)(1-\sqrt{3+2x})^2$ (1).

+) Điều kiện xác định $x \geq -\frac{3}{2}$, (*).

+) Với điều kiện (*) ta có: (1) $\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot (1+\sqrt{3+2x})^2 < (2x+10) \cdot 4(x+1)^2$.

$$\Leftrightarrow 4(x+1)^2 \cdot [4+2x+2\sqrt{3+2x}-2x-10] < 0.$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 (2\sqrt{3+2x}-6) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ 3+2x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x < 3 \end{cases}.$$

+) Kết hợp điều kiện (*) ta được $\begin{cases} x \neq -1 \\ -\frac{3}{2} \leq x < 3 \end{cases}$.

$\Rightarrow$ Tập nghiệm của bất phương trình (1) là $T = \left[-\frac{3}{2}; -1\right) \cup (-1; 3)$.

Cách 2:

+) Thay $x = -1$ vào bất phương trình ta được $0 < 0$ (vô lý) $\Rightarrow$ loại A, C.

+) Thay $x = 3$ vào bất phương trình ta được $64 < 64$ (vô lý) $\Rightarrow$ loại B.

$\Rightarrow$ **Chọn đáp án D**

Câu 152. Chọn C.

Điều kiện xác định: $x \geq 2$.

$$\text{Ta có } \sqrt{5x-1} - \sqrt{x-1} > \sqrt{2x-4} \Leftrightarrow \sqrt{5x-1} > \sqrt{x-1} + \sqrt{2x-4}$$

$$\Leftrightarrow 5x-1 > x-1+2x-4+2\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{2x-4} \Leftrightarrow x+2 > \sqrt{2x^2-6x+4} \Leftrightarrow x^2+4x+4 > 2x^2-6x+4$$

$$\Leftrightarrow x^2-10x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 10 \Rightarrow S = [2; 10)$$

Vậy phần bù của S là $(-\infty; 2) \cup [10; +\infty)$.

Câu 153. Chọn A.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2-9 \geq 0 \\ x+5 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3 \\ x \leq -3 \\ x \neq -5 \end{cases}$$

$$\text{Với điều kiện trên, } \sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} \right) \leq x\sqrt{x^2-9} \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9} \left(\frac{3x-1}{x+5} - x \right) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{x^2-9} \frac{(x+1)^2}{x+5} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-9} \frac{(x+1)^2}{x+5} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-9=0 \\ x^2-9>0 \\ \frac{(x+1)^2}{x+5} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee x<-3 \\ x+5>0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee x<-3 \\ x>-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee -5<x<-3 \end{cases}$$

$$\text{So với điều kiện ta được } \begin{cases} x=\pm 3 \\ x>3 \vee -5<x<-3 \end{cases}$$

Vì x nguyên và thuộc $[-5; 5]$ nên $x \in \{\pm 3; \pm 4; 5\}$ suy ra tổng các nghiệm bằng 5.

Câu 154. Chọn B.

Ta có bất phương trình $\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x$ tương đương với

$$\begin{cases} -x^2+6x-5 \geq 0 \\ 8-2x < 0 \\ 8-2x \geq 0 \\ -x^2+6x-5 > (8-2x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \\ x \leq 4 \\ 5x^2-38x+69 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 5 \\ x > 4 \\ x \leq 4 \\ 3 < x < \frac{23}{5} \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x \leq 5.$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $3 < x \leq 5$.

Câu 155. Chọn D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3-2x-x^2} \geq 0 \Rightarrow x^2+2x=3-t^2.$$

$$\text{Bất phương trình cho trở thành: } -2t^2+3t+5 > 0 \Leftrightarrow -1 < t < \frac{5}{2}.$$

$$\text{Suy ra } 0 \leq \sqrt{3-2x-x^2} < \frac{5}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq 3-2x-x^2 \\ 3-2x-x^2 < \frac{25}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 1 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 1.$$

Câu 156. Chọn C.

$$t = \sqrt{(x+5)(3-x)}, t \in [0; 4] \Rightarrow x^2+2x=15-t^2$$

$$\text{Ta có bpt: } t \leq 15-t^2+a \Leftrightarrow t^2+t-15 \leq a \quad (1), \forall t \in [0; 4]$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = t^2+t-15, \forall t \in [0; 4], \text{ ta tìm được } \max_{[0;4]} f(t) = 5$$

$$\text{Bài toán thỏa mãn khi và chỉ khi } \max_{[0;4]} f(t) \leq a$$

$$\text{Vậy } a \geq 5$$

Câu 157. Chọn D.

$$\text{Với mọi } x \in [-1; 3], \text{ đặt } t = \sqrt{(x+1)(3-x)} \leq \frac{x+1+3-x}{2} \Rightarrow t \in [0; 2].$$

$$\text{Khi đó bất phương trình } 4\sqrt{(x+1)(3-x)} \leq x^2-2x+m-3 \text{ trở thành}$$

$$4t \leq -t^2+m \Leftrightarrow t^2+4t \leq m. \text{ Với } t \in [0; 2] \Rightarrow 0 \leq t^2+4t \leq 12, \text{ suy ra } m \geq 12.$$

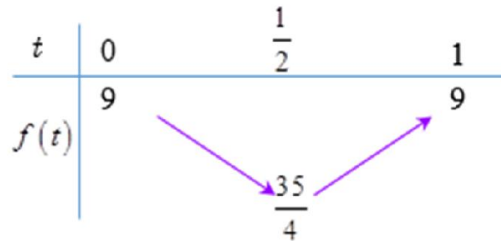
Câu 158. Chọn D.

Điều kiện $-x^2 + 6x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow x \in [2; 4]$.

Đặt $t = \sqrt{-x^2 + 6x - 8}$ ($0 \leq t \leq 1$) suy ra $x^2 - 6x = -8 - t^2$.

Ta có bất phương trình $-8 - t^2 + t + m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq t^2 - t + 9$ (*).

Xét $f(t) = t^2 - t + 9$ trên $[0; 1]$ ta có bảng biến thiên như sau:



Để bất phương trình đã cho nghiệm đúng $\forall x \in [2; 4]$ thì bất phương trình (*) nghiệm đúng với mọi $t \in [0; 1] \Leftrightarrow m \geq 9$.

Câu 159. Chọn A

Điều kiện xác định: $x \geq 3$

Ta có: $mx - \sqrt{x-3} \leq m \Leftrightarrow m(x-1) \leq \sqrt{x-3} \Leftrightarrow m \leq \frac{\sqrt{x-3}}{x-1}$ do $x-1 > 0$ với $\forall x \geq 3$

Xét hàm số: $y = \frac{\sqrt{x-3}}{x-1}$ trên $[3; +\infty)$

$$y' = \frac{5-x}{2(x-1)^2 \sqrt{x-3}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

BBT:

x	3	5	$+\infty$
y'	+	0	-
y	0	$\frac{\sqrt{2}}{4}$	0

Từ BBT ta có điều kiện có nghiệm của bất phương trình đã cho là: $m \leq \frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 160. Chọn A

Ta có: $m(\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1) + x(2-x) \leq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{x^2 - 2x}{\sqrt{x^2 - 2x + 2} + 1}$

Đặt $\sqrt{x^2 - 2x + 2} = t, (t \geq 1)$. Khi đó $m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1}$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 2t + 2}{(t+1)^2} > 0, \forall t \geq 1$.

Với $x \in [0; 1 + \sqrt{3}]$ thì $t \in [1; 2]$. Do đó:

$$f(1) = -\frac{1}{2}; f(2) = \frac{2}{3} \Rightarrow \min_{[1; 2]} f(t) = -\frac{1}{2}.$$

$$m \leq \frac{t^2 - 2}{t + 1} \Leftrightarrow m \leq \min_{[1; 3]} f(x) \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}.$$

Vậy $m \in \{-2018; -2017; \dots; -1\}$