

- Câu 1.** Phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?
 A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y = 0$. B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 1 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 - z^2 - x + y - 5 = 0$
- Câu 2.** Viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(2;1;5)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - z + 5 = 0$.
 A. $2x + z - 3 = 0$. B. $2x - z + 1 = 0$. C. $4x - 2z + 3 = 0$. D. $4x - 2z - 6 = 0$.
- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại $A(2;0;0)$, $B(0;0;-6)$, $C(0;3;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .
 A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-6} = 0$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{3} = 1$ C. $3x + 2y + z - 5 = 0$. D. $3x + 2y - z - 6 = 0$.
- Câu 4.** Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.
 A. $I(1;-2;3)$, $R = 4$. B. $I(-1;2;-3)$, $R = 4$.
 C. $I(1;-2;3)$, $R = 2$. D. $I(-1;2;-3)$, $R = 2$.
- Câu 5.** Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2;-5;7)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
 A. $(-2;0;7)$. B. $(-2;-5;0)$. C. $(-2;-5;7)$. D. $(0;-5;7)$.
- Câu 6.** Cho $A(3;4;-1)$, $B(0;2;5)$, $C(2;-1;4)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) có tọa độ là
 A. $(20;9;13)$. B. $(28;18;-20)$. C. $\left(\frac{1}{28}; \frac{3}{28}; 1\right)$. D. $(14;-9;10)$.
- Câu 7.** Cho phương trình hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$, $(Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) gần bằng
 A. 27° . B. 153° . C. 116° . D. 64° .
- Câu 8.** Cho $\vec{a} = (-1;-1;0)$, $\vec{b} = (1;0;-1)$. Tính góc giữa hai vector $\vec{a}$, $\vec{b}$.
 A. 150° . B. 30° . C. 120° . D. 60° .
- Câu 9.** Cho phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -2x + 4y - 6z + 2 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?
 A. $(P) \equiv (Q)$. B. $(P) // (Q)$.
 C. (P) cắt (Q) nhưng không vuông góc. D. $(P) \perp (Q)$.
- Câu 10.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ điểm A' .
 A. $(-2;-3;4)$. B. $(3;5;-6)$. C. $(-3;5;-6)$. D. $(2;-3;4)$.
- Câu 11.** Cho $A(2;1;0)$, $B(0;4;-5)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Oy sao cho M cách đều hai điểm A và B .

- A. $(0;4;0)$. B. $(0;6;0)$. C. $(2;3;0)$. D. $(0;5;0)$.
- Câu 12.** Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 5z = 0$.
- A. $(1;3;1)$. B. $\left(\frac{3}{2}; 3; \frac{6}{5}\right)$. C. $(5;5;0)$. D. $\left(2; \frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$.
- Câu 13.** Cho điểm $I(-3;0;1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ theo thiết diện là một đường tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Viết phương trình mặt cầu (S) .
- A. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$.
C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.
- Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$ biết $A(1;0;-1)$, $B(3;4;-2)$, $C(4;-1;1)$, $D(3;0;3)$. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $\frac{\sqrt{41}}{2}$. B. $\frac{41}{2}$. C. $\frac{21}{2}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.
- Câu 15.** Cho $A(-3;-7;5)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là
- A. $(x-3)^2 + (y-7)^2 + (z+5)^2 = 9$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 14y - 10z + 74 = 0$.
C. $(x+3)^2 + (y+7)^2 + (z-5)^2 = 25$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 14y + 10z + 80 = 0$.
- Câu 16.** Cho $K(1;2;3)$ và phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng OK và vuông góc với mặt phẳng (Q) .
- A. $3x + 6y - 5z = 0$. B. $9x + 3y - 5z = 0$.
C. $9x + 3y + 5z = 0$. D. $3x - 6y - 5z = 0$.
- Câu 17.** Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 1 + m = 0$. Tìm m để (S) và (P) có điểm chung.
- A. $m < 8$. B. $m \leq 8$. C. $-6 < m < 8$. D. $-6 \leq m \leq 8$.
- Câu 18.** Cho phương trình hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z + 5 = 0$. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q) .
- A. $d = \frac{5}{3}$. B. $d = \frac{4}{3}$. C. $d = 2$. D. $d = \frac{3}{5}$.
- Câu 19.** Viết phương trình mặt phẳng (P) qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$ và cách $M(1;2;-1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.
- A. $5x - 8y + 3z = 0$; $11x - 8y - 3z = 0$. B. $x - z = 0$; $11x - 8y - 3z = 0$.
C. $x - z = 0$; $5x - 8y + 3z = 0$. D. $5x - 8y + 3z = 0$.
- Câu 20.** Cho điểm $H(3;-4;7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm H .
- A. $7x - 3z = 0$. B. $4x + 3y = 0$.
C. $2x - 3y - 18 = 0$. D. $x + 2y + z - 2 = 0$.
- Câu 21.** Cho điểm M di động trên mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và điểm N di động trên mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$. Khi đó độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.
- Câu 22.** Cho $N(0;0;c)$, $M(a;3;0)$, $S_{\triangle OMN} = 5$ và $\triangle OMN$ cân tại O . Tính $2c^2 + a^2$.
A. 31. B. 21. C. 12. D. 11.
- Câu 23.** Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$ và điểm $M(1;2;-1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M và cắt (S) tại hai điểm A, B . Tổng $MA + MB$ lớn nhất bằng
A. 8 B. $10\sqrt{2}$ C. $8 + 2\sqrt{5}$ D. 10
- Câu 24.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết $B(0;3;4)$, $D(-2;1;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (SAC) .
A. $x + y - z + 4 = 0$. B. $-x - y + z + 3 = 0$.
C. $2x + 2y - z - 4 = 0$. D. $-x + 2y + 5z - 30 = 0$.
- Câu 25.** Cho điểm $M(4;2;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ sao cho thể tích khối chóp $O.ABC$ nhỏ nhất. Khi đó, thể tích khối chóp $O.ABC$ nhỏ nhất bằng
A. 864. B. 432. C. 144. D. 288.

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	D	C	A	A	D	C	B	B	B	D	C	A	B	A	D	B	C	B	C	B	A	A	C

LỜI GIẢI CHI TIẾT

- Câu 1.** Phương trình nào sau đây là phương trình của một mặt cầu?
A. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y = 0$. B. $x^2 + 2y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 3 = 0$. D. $x^2 + y^2 - z^2 - x + y - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+2)^2 = 5.$$

- Câu 2.** Viết phương trình mặt phẳng đi qua $M(2;1;5)$ và song song với mặt phẳng $(Q): 2x - z + 5 = 0$.
A. $2x + z - 3 = 0$. B. $2x - z + 1 = 0$. C. $4x - 2z + 3 = 0$. D. $4x - 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$(P) // (Q) \Rightarrow (P): 2x - z + D = 0.$$

$$M \in (P) \Rightarrow 2 \cdot 2 - 5 + D = 0 \Leftrightarrow D = 1.$$

- Câu 3.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) cắt các trục tọa độ tại $A(2;0;0)$, $B(0;0;-6)$, $C(0;3;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) .

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-6} = 0$ B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{3} = 1$ C. $3x + 2y + z - 5 = 0$. D. $3x + 2y - z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn D.

$$(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-6} = 1 \Leftrightarrow 3x + 2y - z + 6 = 0.$$

Câu 4. Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$.

A. $I(1; -2; 3), R = 4$.

B. $I(-1; 2; -3), R = 4$.

C. $I(1; -2; 3), R = 2$.

D. $I(-1; 2; -3), R = 2$.

Lời giải

Chọn C.

(S) có $I(1; -2; 3)$ và $R = 2$.

Câu 5. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; -5; 7)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(-2; 0; 7)$.

B. $(-2; -5; 0)$.

C. $(-2; -5; 7)$.

D. $(0; -5; 7)$.

Lời giải

Chọn A.

Hình chiếu vuông góc của điểm $M(-2; -5; 7)$ lên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $H(-2; 0; 7)$.

Câu 6. Cho $A(3; 4; -1), B(0; 2; 5), C(2; -1; 4)$. Một vector pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) có tọa độ là

A. $(20; 9; 13)$.

B. $(28; 18; -20)$.

C. $\left(\frac{1}{28}; \frac{3}{28}; 1\right)$.

D. $(14; -9; 10)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; -2; 6), \overrightarrow{AC} = (-1; -5; 5)$

$$\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (20; 9; 13)$$

Câu 7. Cho phương trình hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0, (Q): 2x + y - 2z + 3 = 0$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) gần bằng

A. 27° .

B. 153° .

C. 116° .

D. 64° .

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\vec{n}_P = (1; -2; 2), \vec{n}_Q = (2; 1; -2)$.

$$\cos(\widehat{((P), (Q))}) = \frac{|\vec{n}_P \cdot \vec{n}_Q|}{|\vec{n}_P| |\vec{n}_Q|} = \frac{|1 \cdot 2 + (-2) \cdot 1 + 2 \cdot (-2)|}{\sqrt{1+4+4} \sqrt{4+1+4}} = \frac{4}{9} \Rightarrow \widehat{((P), (Q))} = 63,6^\circ.$$

Câu 8. Cho $\vec{a} = (-1; -1; 0), \vec{b} = (1; 0; -1)$. Tính góc giữa hai vector $\vec{a}, \vec{b}$.

A. 150° .

B. 30° .

C. 120° .

D. 60° .

Lời giải

Chọn C.

$$\cos(\widehat{(\vec{a}, \vec{b})}) = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-1 \cdot 1 + (-1) \cdot 0 + 0 \cdot (-1)}{\sqrt{1+1+0} \sqrt{1+0+1}} = \frac{-1}{2} \Rightarrow \widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 120^\circ.$$

Câu 9. Cho phương trình mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): -2x + 4y - 6z + 2 = 0$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(P) \equiv (Q)$. B. $(P) // (Q)$.
C. (P) cắt (Q) nhưng không vuông góc. D. $(P) \perp (Q)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\frac{1}{2} = \frac{-2}{4} = \frac{3}{-6} \neq \frac{1}{2}$ nên $(P) // (Q)$.

Câu 10. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ biết $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Tính tọa độ điểm A' .

- A. $(-2;-3;4)$. B. $(3;5;-6)$. C. $(-3;5;-6)$. D. $(2;-3;4)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; -1; 0)$, $\overrightarrow{BC} = (x_C - 2; y_C - 1; z_C - 2)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = -2 \end{cases} \Rightarrow C(2; 0; 2).$$

Ta có $\overrightarrow{CC'} = (2; 5; -7)$, $\overrightarrow{AA'} = (x_{A'} - 1; y_{A'} - 0; z_{A'} - 1)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AA'} \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = 3 \\ y_{A'} = 5 \\ z_{A'} = -6 \end{cases} \Rightarrow A'(3; 5; -6).$$

Câu 11. Cho $A(2;1;0)$, $B(0;4;-5)$. Tìm tọa độ điểm M nằm trên trục Oy sao cho M cách đều hai điểm A và B .

- A. $(0;4;0)$. B. $(0;6;0)$. C. $(2;3;0)$. D. $(0;5;0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $M(0; b; 0) \in Oy$.

M cách đều hai điểm A và $B \Rightarrow MA^2 = MB^2 \Rightarrow 4 + (b-1)^2 + 0 = 0 + (b-4)^2 + 25 \Rightarrow b = 6$.

Câu 12. Tìm tọa độ H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;-1)$ lên mặt phẳng $(\alpha): 2x + y - 5z = 0$.

- A. $(1;3;1)$. B. $(\frac{3}{2}; 3; \frac{6}{5})$. C. $(5;5;0)$. D. $(2; \frac{7}{2}; \frac{3}{2})$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi d là đường thẳng đi qua A và vuông góc với (α) .

$$\text{Suy ra: } (d): \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 4 + t \\ z = -1 - 5t \end{cases}.$$

Khi đó H chính là giao điểm của d và (α) .

$$H(3+2t; 4+t; -1-5t) \in (\alpha) \Rightarrow 2(3+2t) + (4+t) - 5(-1-5t) = 0 \Rightarrow t = -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Vậy } H\left(2; \frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 13. Cho điểm $I(-3; 0; 1)$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 1 = 0$ theo thiết diện là một đường tròn. Diện tích của hình tròn này bằng π . Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.

B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25$.

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$.

D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|1 \cdot (-3) + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{1+4+4}} = 2.$$

Diện tích của hình tròn thiết diện bằng π có bán kính là $r \Rightarrow \pi = \pi r^2 \Rightarrow r = 1$

$$\text{Bán kính mặt cầu } (S) \text{ là } R = \sqrt{d^2 + r^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}.$$

$$\text{Vậy } (S): (x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5.$$

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$ biết $A(1; 0; -1)$, $B(3; 4; -2)$, $C(4; -1; 1)$, $D(3; 0; 3)$. Tìm bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{\sqrt{41}}{2}$.

B. $\frac{41}{2}$.

C. $\frac{21}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ là $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$.

$$A, B, C, D \text{ lần lượt thuộc } (S) \text{ nên ta có hệ phương trình } \begin{cases} -2a + 2c + d = -2 \\ -6a - 8b + 4c + d = -29 \\ -8a + 2b - 2c + d = -18 \\ -6a - 6c + d = -18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \\ c = \frac{1}{2} \\ d = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Bán kính của } (S) \text{ là } R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \frac{\sqrt{41}}{2}.$$

Câu 15. Cho $A(-3; -7; 5)$. Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y-7)^2 + (z+5)^2 = 9$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 14y - 10z + 74 = 0$.

C. $(x+3)^2 + (y+7)^2 + (z-5)^2 = 25$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 14y + 10z + 80 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$(Oyz): x = 0, d(A, (Oyz)) = 3 = R.$$

Mặt cầu tâm A tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là:

$$(x+3)^2 + (y+7)^2 + (z-5)^2 = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 14y - 10z + 74 = 0.$$

Câu 16. Cho $K(1; 2; 3)$ và phương trình mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng OK và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

A. $3x + 6y - 5z = 0$.

B. $9x + 3y - 5z = 0$.

C. $9x + 3y + 5z = 0$.

D. $3x - 6y - 5z = 0$.

Lời giải

Chọn A.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OK} = (1; 2; 3) \text{ và } \vec{n}_Q = (2; -1; 0).$$

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ sẽ đi qua } O \text{ và có } \vec{n}_P = [\overrightarrow{OK}, \vec{n}_Q] = (3; 6; -5).$$

$$\text{Vậy } (P): 3x + 6y - 5z = 0.$$

Câu 17. Cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 6z + 1 + m = 0$. Tìm m để (S) và (P) có điểm chung.

A. $m < 8$.

B. $m \leq 8$.

C. $-6 < m < 8$.

D. $-6 \leq m \leq 8$.

Lời giải

Chọn D.

$$(S) \text{ có tâm } I(2; 1; -1) \text{ và bán kính } R = 1.$$

Để (S) và (P) có điểm chung thì

$$d(I, (P)) \leq R \Rightarrow \frac{|3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 + 6(-1) + 1 + m|}{\sqrt{9 + 4 + 36}} \leq 1 \Rightarrow |m - 1| \leq 7 \Rightarrow -6 \leq m \leq 8.$$

Câu 18. Cho phương trình hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ và $(Q): 2x + 2y - z + 5 = 0$. Tính khoảng cách d giữa (P) và (Q) .

A. $d = \frac{5}{3}$.

B. $d = \frac{4}{3}$.

C. $d = 2$.

D. $d = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Ta có } A(0; 0; 1) \in (P).$$

$$\text{Vì } (P) // (Q) \text{ nên } d((P), (Q)) = d(A, (Q)) = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 1 + 5|}{\sqrt{4 + 4 + 1}} = \frac{4}{3}.$$

Câu 19. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua O , vuông góc với mặt phẳng $(Q): x + y + z = 0$ và cách $M(1; 2; -1)$ một khoảng bằng $\sqrt{2}$.

A. $5x - 8y + 3z = 0; 11x - 8y - 3z = 0$.

B. $x - z = 0; 11x - 8y - 3z = 0$.

C. $x - z = 0; 5x - 8y + 3z = 0$.

D. $5x - 8y + 3z = 0$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz = 0$ đi qua O .

$$DO (P) \perp (Q) \Rightarrow A + B + C = 0 \Rightarrow -C = A + B.$$

$$\text{Ta có } d(M, (P)) = \frac{|A + 2B - C|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|A + 2B + (A + B)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + (A + B)^2}} = \frac{|2A + 3B|}{\sqrt{A^2 + B^2 + (A + B)^2}} = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow 4A^2 + 9B^2 + 12AB = 2(A^2 + B^2 + A^2 + 2AB + B^2)$$

$$\Rightarrow 5B^2 + 8AB = 0 \Rightarrow B(5B + 8A) = 0 \Rightarrow \begin{cases} B = 0 \\ A = 5, B = -8 \end{cases}$$

$$\text{Với } B = 0 \text{ thì } A = -C (P): Ax + Cz = 0 \Rightarrow -Cx + Cz = 0 \Rightarrow x - z = 0.$$

$$\text{Với } A = 5, B = -8 \text{ thì } C = 3 \Rightarrow (P): 5x - 8y + 3z = 0.$$

Câu 20. Cho điểm $H(3; -4; 7)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và điểm H .

A. $7x - 3z = 0$.

B. $4x + 3y = 0$.

C. $2x - 3y - 18 = 0$.

D. $x + 2y + z - 2 = 0$.

Lời giải

Chọn B.

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ đi qua điểm } O \text{ và có } \vec{n}_p = [\vec{k}; \overrightarrow{OH}] = (4; 3; 0)$$

$$\text{Suy ra } (P): 4x + 3y = 0.$$

Câu 21. Cho điểm M di động trên mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và điểm N di động trên mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 14 = 0$. Khi đó độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng MN bằng bao nhiêu?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C.

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 9$$

Vậy (S) có tâm $I(1; -2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

$$\text{Ta có } d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) - 14|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 4.$$

$$\text{Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng } MN \text{ bằng } d(I, (P)) - R = 4 - 3 = 1.$$

Câu 22. Cho $N(0; 0; c)$, $M(a; 3; 0)$, $S_{\triangle OMN} = 5$ và $\triangle OMN$ cân tại O . Tính $2c^2 + a^2$.

A. 31.

B. 21.

C. 12.

D. 11.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\overrightarrow{ON} = (0; 0; c)$, $\overrightarrow{OM} = (a; 3; 0) \Rightarrow [\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OM}] = (-3c; ac; 0)$.

$$S_{\Delta OMN} = 5 = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OM}]| \Rightarrow |[\overrightarrow{ON}, \overrightarrow{OM}]| = 10 \Rightarrow 9c^2 + a^2c^2 = 100 \quad (1).$$

$$\Delta OMN \text{ cân tại } O \Rightarrow OM^2 = ON^2 \Rightarrow c^2 = a^2 + 9 \quad (2).$$

$$\text{Thế (2) vào (1) ta được: } 9c^2 + (c^2 - 9)c^2 = 100 \Rightarrow c^4 = 100 \Rightarrow c^2 = 10$$

$$\Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow 2c^2 + a^2 = 21$$

Câu 23. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z = 0$ và điểm $M(1; 2; -1)$. Một đường thẳng thay đổi qua M và cắt (S) tại hai điểm A, B . Tổng $MA + MB$ lớn nhất bằng

A. 8.

B. $10\sqrt{2}$.

C. $8 + 2\sqrt{5}$.

D. 10.

Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; -2; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Vì $IM = 5 > R$ nên M nằm ngoài mặt cầu (S) .

Từ M vẽ đường thẳng MC tiếp xúc với (S) tại C .

$$\text{Khi đó } MA \cdot MB = MC^2 = 16.$$

$$\text{Ta có } MA + MB \geq 2\sqrt{MA \cdot MB} = 2\sqrt{16} = 8.$$

Câu 24. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ biết $B(0; 3; 4)$, $D(-2; 1; 6)$. Viết phương trình mặt phẳng (SAC) .

A. $x + y - z + 4 = 0$.

B. $-x - y + z + 3 = 0$.

C. $2x + 2y - z - 4 = 0$.

D. $-x + 2y + 5z - 30 = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Gọi H là tâm của hình vuông $ABCD$, khi đó $H(-1; 2; 5)$ (do H là trung điểm BD).

$$\overrightarrow{BD} = \vec{n}_{(SAC)} = (-2; -2; 2).$$

$$\text{Khi đó } (SAC): -2(x+1) - 2(y-2) + 2(z-5) = 0 \Leftrightarrow x + y - z + 4 = 0.$$

Câu 25. Cho điểm $M(4; 2; 4)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$ sao cho thể tích khối chóp $O.ABC$ nhỏ nhất. Khi đó, thể tích khối chóp $O.ABC$ nhỏ nhất bằng

A. 864.

B. 432.

C. 144.

D. 288.

Lời giải

Chọn C.

$$\text{Phương trình } (P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ (với } a, b, c > 0).$$

$$\text{Do } M \in (P) \Rightarrow \frac{4}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} = 1.$$

$$V_{O.ABC} = \frac{1}{6} abc \text{ mà } 1 = \frac{4}{a} + \frac{2}{b} + \frac{4}{c} \geq 3\sqrt{\frac{32}{abc}} \Rightarrow 1 \geq \frac{864}{abc} \Rightarrow abc \geq 864 \Rightarrow \frac{1}{6} abc \geq 144.$$

$$\text{Vậy } V_{O.ABC} \text{ nhỏ nhất bằng 144 khi } \frac{4}{a} = \frac{2}{b} = \frac{4}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 6 \\ c = 12 \end{cases}$$