

Đề chính thức

Mã đề thi: 485

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:....

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \ln 2017 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017)$.

- A. $S = \frac{4035}{2018}$. B. $S = 2017$. C. $S = \frac{2016}{2017}$. D. $S = \frac{2017}{2018}$.

Câu 2: Cho các số thực a, b với $ab > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| + \ln|b|^{-1}$. B. $\log a^4 = 4 \log|a|$.
C. $\log(ab) = \log|a| + \log|b|$. D. $\log(ab) = \log a + \log b$.

Câu 3: Cho số phức $z = 7 - i\sqrt{5}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $\sqrt{5}$. B. Phần thực bằng -7 và phần ảo bằng $\sqrt{5}$.
C. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $i\sqrt{5}$. D. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $-\sqrt{5}$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy) và đi qua 3 điểm $M(1; 2; -4)$, $N(1; -3; 1)$, $P(2; 2; 3)$?

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 21 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 21 = 0$.

Câu 5: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$.

- A. $S = \frac{12}{37}$. B. $S = \frac{37}{12}$. C. $S = \frac{9}{4}$. D. $S = \frac{19}{6}$.

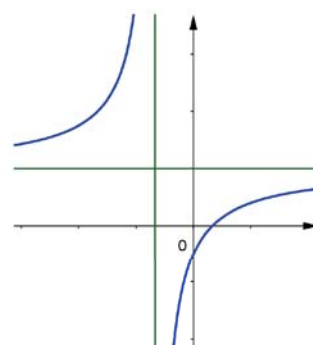
Câu 6: Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x - 2017$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Trên khoảng $(-\infty; -2)$ hàm số đã cho đồng biến.
D. Trên khoảng $(2; +\infty)$ hàm số đã cho đồng biến.

Câu 7: Hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - bc \neq 0$)

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $ad > 0$ và $bd > 0$. B. $ad > 0$ và $ab < 0$.
C. $bd < 0$ và $ab > 0$. D. $ad < 0$ và $ab < 0$.



Câu 8: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+2}$?

- A. $y = -2$. B. $x = -2$. C. $y = -1$. D. $x = -1$.

Câu 9: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017 - \ln \frac{\cos x}{1 + \sin x}$.

- A. $y' = -\frac{1}{\sin x}$. B. $y' = \frac{1}{\cos x}$. C. $y' = 2017 + \frac{1}{\sin x}$. D. $y' = 2017 - \frac{1}{\cos x}$.

Câu 10: Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_3^2(a^2b) = \log_3 a^4 + 2\log_3 a^2 \log_3 b + \log_3 b^2$.
B. $\log_3^2(a^2b) = 4\log_3^2 a^{-1} - \log_3 a^{-2} \log_3 b^2 + \log_3^2 b$.
C. $\log_3^2(a^2b) = 4\log_3 a^2 - 4\log_3 a^{-1} \log_3 b^{-1} + \log_3 b^2$.
D. $\log_3^2(a^2b) = \log_3 a^4 + \log_3 b^2$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

- A. $d = \frac{4}{3}$. B. $d = \frac{7}{3}$. C. $d = \frac{10}{3}$. D. $d = -\frac{4}{3}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{27} f(x) dx = 81$. Tính $I = \int_0^3 f(9x) dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 81$. C. $I = 27$. D. $I = 9$.

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{-x}$.

- A. $y' = -3^{-x} \cdot \ln 3$. B. $y' = 3^{-x} \cdot \ln 3$. C. $y' = -x \cdot 3^{-x-1}$. D. $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

Câu 14: Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$, $z_2 = 2 - (m+1)i$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để $z_1 \cdot z_2$ là số thực.

- A. $m = 2$ hoặc $m = -3$. B. $m = 2$ hoặc $m = -1$.
C. $m = 1$ hoặc $m = -2$. B. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Câu 15: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{4-x} - x + 1 \geq 0$.

- A. $S = (-\infty; 1]$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $(-\infty; 3]$. D. $[3; +\infty)$.

Câu 16: Số phức z thỏa $\frac{\bar{z}}{4-3i} + (2-3i) = 5-2i$. Môđun của z bằng:

- A. $|z| = 5\sqrt{10}$. B. $|z| = 10\sqrt{2}$. C. $|z| = 250$. D. $|z| = \sqrt{10}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x+1}{x-3}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $(7x-11) \cdot f'(x) = 10$.

- A. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$; $y = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$. B. $y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$; $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$.
C. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{9}{5}$; $y = -\frac{5}{2}x + \frac{9}{2}$. D. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{9}{5}$; $y = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$.

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y = (3x - x^2)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- A. $\mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$. B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. C. $(0; 3)$. D. $[0; 3]$.

Câu 19: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^5 x \sin x$?

- A. $\int f(x) dx = -\frac{1}{6} \cos^6 x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{6} \sin^6 x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \cos^6 x + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} \cos^4 x + C$.

- Câu 20:** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $OA' = a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{13}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 21:** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$
- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{8\sqrt{3} + 20}$. B. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{7}$.
C. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{3}$. D. $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(3; 1; -1)$, $B(2; -1; 4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của (P) ?
- A. $x - 13y - 5z + 5 = 0$. B. $x - 13y + 5z + 5 = 0$.
C. $x + 13y - 5z + 5 = 0$. D. $x - 13y - 5z + 12 = 0$.
- Câu 23:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = -\pi$, $\int_0^{2\pi} f'(x)dx = 6\pi$. Tính $f(2\pi)$.
- A. $f(2\pi) = 6\pi$. B. $f(2\pi) = 7\pi$. C. $f(2\pi) = 5\pi$. D. $f(2\pi) = 0$.
- Câu 24:** Biết rằng nghịch đảo của số phức z bằng số phức liên hợp của nó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $|z| = \pm 1$. B. z là một số thuần ảo.
C. $|z| = -1$. D. $|z| = 1$.
- Câu 25:** Trong không gian cho tam giác vuông OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay tương ứng.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 6; 1)$ và $M'(a; b; c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz) . Tính $S = 7a - 2b + 2017c - 1$.
- A. $S = 2017$. B. $S = 2042$. C. $S = 0$. D. $S = 2018$.
- Câu 27:** Tìm nghịch đảo $\frac{1}{z}$ của số phức $z = 5 + i\sqrt{3}$.
- A. $\frac{1}{z} = 5 - i\sqrt{3}$. B. $\frac{1}{z} = \frac{5}{22} - \frac{\sqrt{3}}{22}i$. C. $\frac{1}{z} = \frac{5}{28} - \frac{\sqrt{3}}{28}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{5}{28} + \frac{\sqrt{3}}{28}i$.
- Câu 28:** Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 16} + 2 - x}{x^2 - 3x - 10}$.
- A. $y = -2$; $y = 5$. B. $x = -2$.
C. $x = -2$; $x = 5$. D. $x = 2$, $x = -5$.

- Câu 29:** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sin x + \sqrt{2}\cos 2x$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.
- A. $2\sqrt{2}$. B. $4\sqrt{2}$. C. $4 - \sqrt{2}$. D. $\sqrt{2}$.
- Câu 30:** Tính diện tích toàn phần S_{tp} của một hình trụ có bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{3}$.
- A. $S_{tp} = (1 + \sqrt{3})\pi r^2$. B. $S_{tp} = 2(1 + \sqrt{3})\pi r^2$.
C. $S_{tp} = 2(1 + \sqrt{3})\pi r^3$. D. $S_{tp} = (1 + 2\sqrt{3})\pi r^3$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$, $D(d; d; d)$. Tìm d để $|\overline{DB} - 2\overline{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- A. $d = 3$. B. $d = 4$. C. $d = 1$. D. $d = 2$.
- Câu 32:** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Hãy tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó.
- A. $V = 8\pi a^3\sqrt{2}$. B. $V = \frac{8\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{4\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 33:** Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t) = \frac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Hỏi sau 10 ngày, đám vi trùng có bao nhiêu con (làm tròn số đến hàng đơn vị)?
- A. 322542 con. B. 332542 con. C. 302542 con. D. 312542 con.
- Câu 34:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(4; 9; 1)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.
- A. $9x + 4y + 1945z - 2017 = 0$. B. $-9x + 4y - 36z + 36 = 0$.
C. $9x + 4y + 36z - 108 = 0$. D. $9x - 4y + z - 18 = 0$.
- Câu 35:** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
- A. $-3 < m \leq 2$. B. $-3 < m < 2$. C. $m \leq 2$. D. $2 \leq m < 3$.
- Câu 36:** Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{2}{3}x^6 - \frac{6}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 2017$.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.
- Câu 37:** Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng $T = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.
- A. $T = 2016$. B. $T = 2017$. C. $T = \frac{2016}{2017}$. D. $T = 1008$.
- Câu 38:** Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.
- A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 39: Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=12$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức $w=(8-6i)z+2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r=122$. B. $r=120$. C. $r=24\sqrt{7}$. D. $r=12$.

Câu 40: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$; $A'O$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Cạnh bên AA' hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V=a^3\sqrt{3}$.

Câu 41: Tìm tất cả các điểm cực tiểu của hàm số $y=\sin 2x$.

- A. $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$). B. $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$).
C. $x=\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$ ($k\in\mathbb{Z}$). D. $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi$ ($k\in\mathbb{Z}$).

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A' , B' , C' , D' theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SA , SB , SC , SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

- A. $\frac{1}{4}$. B. $\frac{1}{16}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{2}$.

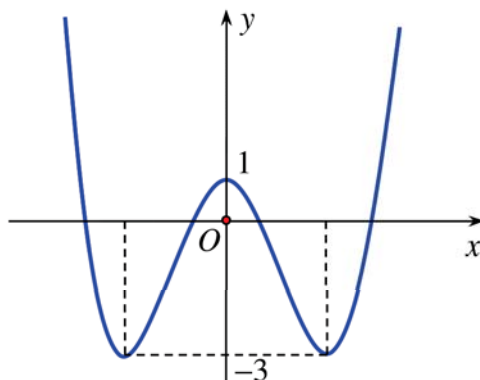
Câu 43: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng?

- A. 47 tháng. B. 46 tháng. C. 45 tháng. D. 44 tháng.

Câu 44: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{2}{e}}(\log_3|x-3|)\geq 0$.

- A. $S=[0;2]\cup[4;6]$. B. $S=[0;6]$. C. $S=[0;2)\cup(4;6]$. D.
 $S=(-\infty;0]\cup[6;+\infty)$.

Câu 45: Hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số trùng phương $y=f(x)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $|f(x)|=\log_2 m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau.



- A. $\frac{1}{8}<m<2$. B. $m=1$. C. $-3<m<1$. D. $m=1$, $m=8$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1;1;1)$, $B(5;1;-2)$, $C(7;9;1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A .

- A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$. B. $2\sqrt{74}$. C. $3\sqrt{74}$. D. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Câu 47: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (\tan x + \cot x)^2$.

A. $\int f(x) dx = -2 \cot(2x + 2017\pi) + C.$

B. $\int f(x) dx = \tan x - \cot x + 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = \tan x + \cot x + 2x + C.$

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cot 2x + C.$

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 - 2x^2 - mx + 2$ và $y = x^2 - m$ cắt nhau tại một điểm duy nhất.

A. $m = -3.$

B. $m < -3.$

C. $m \leq 3.$

D. $m \leq -3.$

Câu 49: Giả sử hàm số $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x(1-x)e^{-x}$.

Tính $S = a + 2b + 2015c$.

A. $S = 2015.$

B. $S = 2018.$

C. $S = -2017.$

D. $S = 2017.$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại I , J . Tính tỉ số thể tích của hai khối tứ diện $SAIJ$ và $SABC$.

A. $\frac{2}{9}.$

B. $\frac{2}{3}.$

C. $\frac{4}{9}.$

D. $\frac{8}{27}.$

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	D	A	A	B	B	B	A	B	B	A	D	A	A	C	A	A	C	A	B	C	A	C	D	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	A	B	D	B	D	C	A	C	D	B	B	D	D	C	C	C	D	D	A	D	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \ln 2017 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017)$.

- A. $S = \frac{4035}{2018}$. B. $S = 2017$. C. $S = \frac{2016}{2017}$. **D. $S = \frac{2017}{2018}$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$f(x) = \ln 2017 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right), f'(x) = \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Ta có:

$$f'(1) = 1 - \frac{1}{2}$$

$$f'(2) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$f'(3) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

.....

$$f'(2017) = \frac{1}{2017} - \frac{1}{2018}$$

$$S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2017) = 1 - \frac{1}{2018} = \frac{2017}{2018}.$$

Câu 2: Cho các số thực a, b với $ab > 0$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln|a| + \ln|b|^{-1}$. B. $\log a^4 = 4\log|a|$.
C. $\log(ab) = \log|a| + \log|b|$. **D. $\log(ab) = \log a + \log b$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì $ab > 0$ nên a, b cùng dấu do đó đẳng thức D không đúng khi $a < 0, b < 0$

Câu 3: Cho số phức $z = 7 - i\sqrt{5}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $\sqrt{5}$. B. Phần thực bằng -7 và phần ảo bằng $\sqrt{5}$.
C. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $i\sqrt{5}$. **D. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng $-\sqrt{5}$.**

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $z = 7 - i\sqrt{5} \Rightarrow \bar{z} = 7 + i\sqrt{5}$ nên phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$ lần lượt là 7 và $\sqrt{5}$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm thuộc mặt phẳng (Oxy) và đi qua 3 điểm $M(1;2;-4)$, $N(1;-3;1)$, $P(2;2;3)$?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$.

B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 16$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z - 21 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 21 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: Giả sử mặt cầu (S) có phương trình dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$
 $(a^2 + b^2 + c^2 - d > 0)$

Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c) \in mp(Oxy) \Rightarrow c = 0$ (1)

$$\text{Vì } M, N, P \in (S) \text{ nên } \begin{cases} 1^2 + 2^2 + (-4)^2 - 2a \cdot 1 - 2b \cdot 2 - 2c \cdot (-4) + d = 0 \\ 1^2 + (-3)^2 + 1^2 - 2a \cdot 1 - 2b \cdot (-3) - 2c \cdot 1 + d = 0 \\ 2^2 + 2^2 + 3^2 - 2a \cdot 2 - 2b \cdot 2 - 2c \cdot 3 + d = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow a = -2; b = 1; c = 0; d = -21$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$.

Cách 2: Giả sử mặt cầu (S) có tâm I , bán kính R

Vì $I \in (Oxy)$ nên $I(a, b, 0)$

Ta có: $\begin{cases} IM = IN \\ IM = IP \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a-1)^2 + (b-2)^2 + 16 = (a-1)^2 + (b+3)^2 + 1 \\ (a-1)^2 + (b-2)^2 + 16 = (a-2)^2 + (b-2)^2 + 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$

Suy ra $I(-2;1)$, bán kính $R = \sqrt{26}$

Phương trình mặt cầu: $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y - 21 = 0$

Câu 5: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong $y = x^3 - x$ và $y = x - x^2$.

A. $S = \frac{12}{37}$.

B. $S = \frac{37}{12}$.

C. $S = \frac{9}{4}$.

D. $S = \frac{19}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là:

$$S = \int_{-2}^0 |x^3 + x^2 - 2x| dx + \int_0^1 |x^3 + x^2 - 2x| dx$$

$$S = \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx - \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx$$

$$S = \frac{37}{12}$$

Câu 6: Cho hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x - 2017$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- C. Trên khoảng $(-\infty; -2)$ hàm số đã cho đồng biến.
- D. Trên khoảng $(2; +\infty)$ hàm số đã cho đồng biến.

Hướng dẫn giải

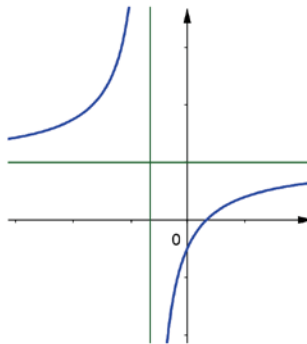
Chọn B.

+ TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = 6x^2 + 12x + 6 = 6(x+1)^2 \geq 0; \forall x \in \mathbb{R}$ (Dấu "=" chỉ xảy ra tại $x = -1$)

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad - cb \neq 0$).



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $ad > 0$ và $bd > 0$.
- B. $ad > 0$ và $ab < 0$.
- C. $bd < 0$ và $ab > 0$.
- D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

+ Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow \frac{b}{d} < 0 \Rightarrow b.d < 0 \Rightarrow$ **Loại A.**

+ Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ dương $\Rightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab < 0 \Rightarrow$ **Loại C.**

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a.c > 0$ (1)

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} < 0 \Rightarrow c.d > 0$ (2)

+ Từ (1) và (2) $\Rightarrow a.d > 0 \Rightarrow$ **Loại D.**

Câu 8: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1-2x}{x+2}$?

- A. $y = -2$.
- B. $x = -2$.
- C. $y = -1$.
- D. $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ nên đường thẳng $y = -2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 9: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2017 - \ln \frac{\cos x}{1 + \sin x}$.

A. $y' = -\frac{1}{\sin x}$. B. $y' = \frac{1}{\cos x}$. C. $y' = 2017 + \frac{1}{\sin x}$. D. $y' = 2017 - \frac{1}{\cos x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$+ y' = -\frac{\left(\frac{\cos x}{1+\sin x}\right)'}{\frac{\cos x}{1+\sin x}} = -\frac{-\sin x(1+\sin x) - \cos^2 x}{(1+\sin x)^2} \cdot \frac{1+\sin x}{\cos x} = -\frac{-\sin x - 1}{(1+\sin x)^2} \cdot \frac{1+\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cos x}.$$

Câu 10: Với các số thực dương a, b bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log_3^2(a^2b) = \log_3 a^4 + 2\log_3 a^2 \log_3 b + \log_3 b^2$.
 B. $\log_3^2(a^2b) = 4\log_3^2 a^{-1} - \log_3 a^{-2} \log_3 b^2 + \log_3^2 b$.
 C. $\log_3^2(a^2b) = 4\log_3 a^2 - 4\log_3 a^{-1} \log_3 b^{-1} + \log_3 b^2$.
 D. $\log_3^2(a^2b) = \log_3 a^4 + \log_3 b^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có:

$$\log_3^2(a^2b) = (\log_3 a^2 + \log_3 b)^2 = (2\log_3 a + \log_3 b)^2 = 4\log_3^2 a + 4\log_3 a \cdot \log_3 b + \log_3^2 b \\ = 4\log_3^2 a^{-1} - \log_3 a^{-2} \cdot \log_3 b^2 + \log_3^2 b.$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách d từ M đến (P) .

A. $d = \frac{4}{3}$. B. $d = \frac{7}{3}$. C. $d = \frac{10}{3}$. D. $d = -\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$d = \frac{|2 \cdot 1 - 2(-2) - 13 + 3|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1}} = \frac{4}{3}$$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^{27} f(x) dx = 81$. Tính $I = \int_0^3 f(9x) dx$.

A. $I = 3$. B. $I = 81$. C. $I = 27$. D. $I = 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $t = 9x \Rightarrow dt = 9 \cdot dx$

Đổi cận:

x	0	3
t	0	27

$$I = \int_0^3 f(9x) dx = \int_0^{27} f(t) \frac{dt}{9} = \frac{1}{9} \int_0^{27} f(t) dt = 9.$$

Câu 13: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{-x}$.

A. $y' = -3^{-x} \cdot \ln 3$. B. $y' = 3^{-x} \cdot \ln 3$. C. $y' = -x \cdot 3^{-x-1}$. D. $y' = 3^x \cdot \ln 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$y = 3^{-x} \Rightarrow y' = -3^{-x} \cdot \ln 3$$

Câu 14: Cho hai số phức $z_1 = m + 3i$, $z_2 = 2 - (m + 1)i$, với $m \in \mathbb{R}$. Tìm các giá trị của m để $z_1 \cdot z_2$ là số thực.

A. $m = 2$ hoặc $m = -3$.

B. $m = 2$ hoặc $m = -1$.

C. $m = 1$ hoặc $m = -2$.

B. $m = -2$ hoặc $m = -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$z_1 \cdot z_2 = (m + 3i)[2 - (m + 1)i] = 5m + 3 - (m^2 + m - 6)i$$

Theo yêu cầu bài toán :

$$m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -3 \end{cases}$$

Câu 15: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $2^{4-x} - x + 1 \geq 0$.

A. $S = (-\infty; 1]$.

B. $S = (-\infty; 3)$.

C. $(-\infty; 3]$.

D. $[3; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Xét hàm số $f(x) = 2^{4-x} - x + 1$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = -2^{4-x} \cdot \ln 2 - 1 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Mà $f(3) = 0$ nên $f(x) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 3$. Vậy nghiệm $S = (-\infty; 3]$.

Câu 16: Số phức z thỏa $\frac{\bar{z}}{4-3i} + (2-3i) = 5-2i$. Môđun của z bằng:

A. $|z| = 5\sqrt{10}$.

B. $|z| = 10\sqrt{2}$.

C. $|z| = 250$.

D. $|z| = \sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \frac{\bar{z}}{4-3i} + (2-3i) = 5-2i \Leftrightarrow \bar{z} + (2-3i)(4-3i) = (5-2i)(4-3i) \Leftrightarrow \bar{z} = 15-5i.$$

$$\text{Vậy } |z| = |15+5i| = 5\sqrt{10}.$$

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{3x+1}{x-3}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) , biết hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $(7x-11) \cdot f'(x) = 10$.

A. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{1}{5}$; $y = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$.

B. $y = -\frac{2}{5}x - \frac{1}{5}$; $y = \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$.

C. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{9}{5}$; $y = -\frac{5}{2}x + \frac{9}{2}$.

D. $y = -\frac{2}{5}x + \frac{9}{5}$; $y = -\frac{5}{2}x - \frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{-10}{(x-3)^2}.$$

Gọi A là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến và đồ thị hàm số. Hoành độ điểm A thỏa mãn phương trình:

$$(7x-11).f'(x)=10 \Leftrightarrow (7x-11)\frac{-10}{(x-3)^2}=10 \Rightarrow -7x+11=x^2-6x+9$$

$$\Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$$

Với $x=1 \Rightarrow f(1)=-2, f'(1)=\frac{-5}{2}$. Ta được PTTT là: $y=\frac{-5}{2}x+\frac{1}{2}$

Với $x=-2 \Rightarrow f(-2)=1, f'(-2)=\frac{-2}{5}$. Ta được PTTT là: $y=\frac{-2}{5}x+\frac{1}{5}$

Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm: $y=-\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}; y=-\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}$

Câu 18: Tập xác định của hàm số $y=(3x-x^2)^{\frac{\pi}{2}}$ là

A. $\mathbb{R} \setminus \{0;3\}$.

B. $\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

C. $(0;3)$.

D. $[0;3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện $3x-x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 3$. Vậy $D=(0;3)$

Câu 19: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos^5 x \sin x$?

A. $\int f(x)dx = -\frac{1}{6}\cos^6 x + C$.

B. $\int f(x)dx = -\frac{1}{6}\sin^6 x + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{6}\cos^6 x + C$.

D. $\int f(x)dx = -\frac{1}{4}\cos^4 x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\int f(x)dx = \int \cos^5 x \sin x dx = -\int \cos^5 x d(\cos x) = -\frac{1}{6}\cos^6 x + C$.

Câu 20: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC , biết $OA'=a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $a^3\sqrt{3}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{13}$.

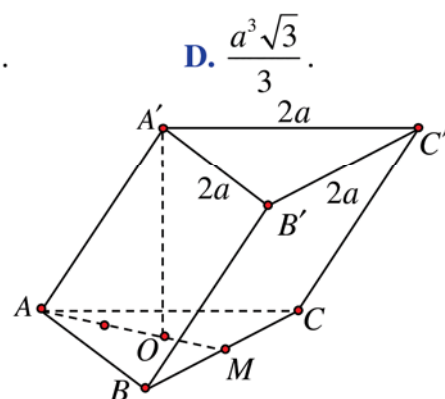
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}(\text{đvdt})$.

$V_{ABC.A'B'C'} = OA'.S_{\Delta ABC} = a^3\sqrt{3}(\text{đvtt})$



- Câu 21:** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$
- A. $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{8\sqrt{3} + 20}$. B. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{7}$. C. $|\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{3}$. D. $|\vec{a} + \vec{b}| = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có:

$$\begin{aligned} |\vec{a} + \vec{b}|^2 &= (\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2 \\ &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) \\ &= 4 + 16 + 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) = 12 \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{3}$$

- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(3;1;-1)$, $B(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z - 1 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của (P) ?

- A. $x - 13y - 5z + 5 = 0$. B. $x - 13y + 5z + 5 = 0$.
C. $x + 13y - 5z + 5 = 0$. D. $x - 13y - 5z + 12 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\overrightarrow{AB} = (-1; -2; 5); \quad \vec{n}_Q = (2; -1; 3).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{n}_P \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n}_P \perp \vec{n}_Q \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_P = [\overrightarrow{AB}; \vec{n}_Q] = (-1; 13; 5).$$

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(3;1;-1)$ và có $\vec{n}_P = (-1; 13; 5)$ có phương trình:

$$-1(x-3) + 13(y-1) + 5(z+1) = 0 \Leftrightarrow x - 13y - 5z + 5 = 0.$$

- Câu 23:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0) = -\pi$, $\int_0^{2\pi} f'(x) dx = 6\pi$. Tính

$$f(2\pi).$$

- A. $f(2\pi) = 6\pi$. B. $f(2\pi) = 7\pi$. C. $f(2\pi) = 5\pi$. D. $f(2\pi) = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Ta có } \int_0^{2\pi} f'(x) dx = 6\pi \Leftrightarrow f(x) \Big|_0^{2\pi} = 6\pi \Leftrightarrow f(2\pi) - f(0) = 6\pi \Leftrightarrow f(2\pi) = 6\pi - \pi = 5\pi.$$

- Câu 24:** Biết rằng nghịch đảo của số phức z bằng số phức liên hợp của nó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|z| = \pm 1$. B. z là một số thuần ảo.
C. $|z| = -1$. D. $|z| = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $\frac{1}{z} = \bar{z} \Leftrightarrow z \cdot \bar{z} = 1 \Leftrightarrow |z|^2 = 1 \Leftrightarrow |z| = 1$.

Câu 25: Trong không gian cho tam giác vuông OIM vuông tại I , góc $\widehat{IOM} = 30^\circ$ và cạnh $IM = a$. Khi quay tam giác OIM quanh cạnh góc vuông OI thì đường gấp khúc OIM tạo thành một hình nón tròn xoay. Tính thể tích V của khối nón tròn xoay tương ứng.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\pi a^3\sqrt{3}$. D. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\tan \widehat{IOM} = \frac{MI}{OI} \Rightarrow OI = \frac{MI}{\tan \widehat{IOM}} = \frac{a}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi \cdot MI^2 \cdot OI = \frac{1}{3}\pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2; 6; 1)$ và $M'(a; b; c)$ đối xứng nhau qua mặt phẳng (Oyz) . Tính $S = 7a - 2b + 2017c - 1$.

- A. $S = 2017$. B. $S = 2042$. C. $S = 0$. D. $S = 2018$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Gọi d là đường thẳng qua $M(-2; 6; 1)$ và vuông góc với (Oyz) suy ra phương trình d là:

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 6 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{điểm } H \text{ là hình chiếu của } M(-2; 6; 1) \text{ lên } d \Rightarrow H(0; 6; 1) \Rightarrow M'(2; 6; 1)$$

$\Rightarrow S = 2018$.

Cách 2: Với $M(x_0; y_0; z_0)$ thì điểm đối xứng của nó qua (Oyz) là $M'(-x_0; y_0; z_0)$

Từ đề bài suy ra: $M'(2; 6; 1)$ Vậy $S = 2018$

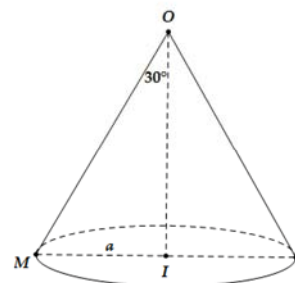
Câu 27: Tìm nghịch đảo $\frac{1}{z}$ của số phức $z = 5 + i\sqrt{3}$.

- A. $\frac{1}{z} = 5 - i\sqrt{3}$. B. $\frac{1}{z} = \frac{5}{22} - \frac{\sqrt{3}}{22}i$. C.
 $\frac{1}{z} = \frac{5}{28} - \frac{\sqrt{3}}{28}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{5}{28} + \frac{\sqrt{3}}{28}i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{5 + i\sqrt{3}} = \frac{5}{28} - \frac{\sqrt{3}}{28}i$$



Câu 28: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 16} + 2 - x}{x^2 - 3x - 10}$$

- A. $y = -2; y = 5$. B. $x = -2$. C. $x = -2; x = 5$. D. $x = 2, x = -5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-2, 5\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 16} + 2 - x}{x^2 - 3x - 10} = +\infty, \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 16} + 2 - x}{x^2 - 3x - 10} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 16} + 2 - x}{x^2 - 3x - 10} = +\infty, \lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 16} + 2 - x}{x^2 - 3x - 10} = -\infty$$

nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x = -2; x = 5$

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 4\sin x + \sqrt{2}\cos 2x$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $4 - \sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y' = 4\cos x - 2\sqrt{2}\sin 2x = 4\cos x(1 - \sqrt{2}\sin x)$$

$$\text{Xét trên đoạn } \left[0; \frac{3\pi}{4}\right]. \text{ Ta có } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ 1 - \sqrt{2}\sin x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(0) = \sqrt{2}; y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 - \sqrt{2}; y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}; y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên } \left[0; \frac{3\pi}{4}\right] \text{ là } 2\sqrt{2}.$$

Câu 30: Tính diện tích toàn phần S_{tp} của một hình trụ có bán kính r và chiều cao $h = r\sqrt{3}$.

A. $S_{tp} = (1 + \sqrt{3})\pi r^2$.

B. $S_{tp} = 2(1 + \sqrt{3})\pi r^2$.

C. $S_{tp} = 2(1 + \sqrt{3})\pi r^3$.

D. $S_{tp} = (1 + 2\sqrt{3})\pi r^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_d = 2\pi rl + 2\pi r^2 = 2\pi(\sqrt{3} + 1)r^2.$$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 5; 1)$, $B(-2; -6; 2)$, $C(1; 2; -1)$, $D(d; d; d)$. Tìm d để $|\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $d = 3$.

B. $d = 4$.

C. $d = 1$.

D. $d = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\overrightarrow{DB} = (-2 - d; -6 - d; 2 - d)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-1; -3; -2)$$

$$\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{AC} = (-d; -d; 6 - d)$$

$$|\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-d)^2 + (-d)^2 + (6-d)^2} = \sqrt{3d^2 - 12d + 36} = \sqrt{3(d-2)^2 + 24} \geq \sqrt{24}$$

$$|\overrightarrow{DB} - 2\overrightarrow{AC}| \text{ nhỏ nhất} \Leftrightarrow (3d^2 - 12d + 36) \text{ đạt giá trị nhỏ nhất} \Leftrightarrow d = 2.$$

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$. Hãy tính theo a thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đó.

A. $V = 8\pi a^3 \sqrt{2}$. **B.** $V = \frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \frac{4\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ACBD$.

$$OA = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}.$$

$S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều $\Rightarrow SO \perp (ABCD)$ nên SO là trục đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$.

Trong (SAO) kẻ đường trung trực Mt của đoạn thẳng SA cắt SO tại I . (M là trung điểm của SA)

$$\left. \begin{array}{l} I \in SO \Rightarrow IA = IB = IC = ID \\ I \in Mt \Rightarrow IS = IA \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow IA = IB = IC = ID = IS$$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

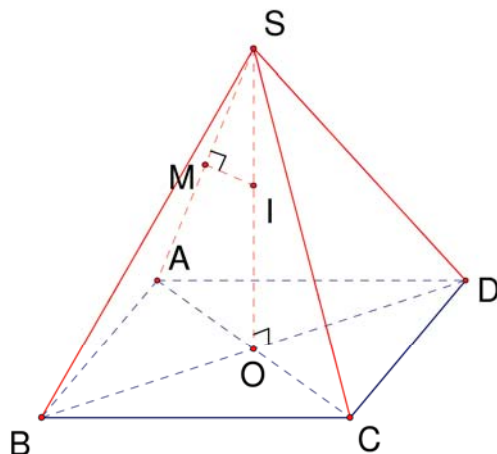
Tứ giác $MIOA$ có $\widehat{M} = \widehat{O} = 90^\circ \Rightarrow$ Tứ giác $MIOA$ nội tiếp được đường tròn.

$$MA \cap IO = S \Rightarrow SM.SA = SI.SO$$

$$\Rightarrow SI = \frac{SM.SA}{SO} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{(2a)^2}{2 \cdot \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{2})^2}} = a\sqrt{2}$$

Bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là $R = SI = a\sqrt{2}$.

$$V \text{ của khối cầu ngoại tiếp hình chóp } S.ABCD : V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi a^3 2\sqrt{2} = \frac{8\pi a^3 \sqrt{2}}{3}.$$



Câu 33: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng $N(t)$, biết rằng $N'(t) = \frac{7000}{t+2}$ và lúc đầu đám vi trùng có 300000 con. Hỏi sau 10 ngày, đám vi trùng có bao nhiêu con (làm tròn số đến hàng đơn vị)?

A. 322542 con. **B.** 332542 con. **C.** 302542 con. **D.** 312542 con.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$N(t) = \int N'(t) dt = \int \frac{7000}{t+2} dt = 7000 \ln|t+2| + C.$$

$$N(0) = 7000 \ln 2 + C \Rightarrow 7000 \ln 2 + C = 300000 \Rightarrow C = 300000 - 7000 \ln 2.$$

$$N(10) = 7000 \ln(10+2) + C = 7000 \ln(10+2) + 300000 - 7000 \ln 2 \approx 312542,3163.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng đi qua điểm $M(4;9;1)$ và cắt các tia Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

A. $9x + 4y + 1945z - 2017 = 0$.

B. $-9x + 4y - 36z + 36 = 0$.

C. $9x + 4y + 36z - 108 = 0$.

D. $9x - 4y + z - 18 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$. ($a, b, c > 0$)

Suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm có dạng $(\alpha): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$

Mp (α) đi qua $M(4;9;1)$ nên $\frac{4}{a} + \frac{9}{b} + \frac{1}{c} = 1$

$$V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} abc$$

Do $a, b, c > 0$. Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 3 số dương $\frac{4}{a}, \frac{9}{b}, \frac{1}{c}$ ta được

$$\frac{4}{a} + \frac{9}{b} + \frac{1}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{4 \cdot 9 \cdot 1}{a \cdot b \cdot c}} \Leftrightarrow \frac{4}{a} + \frac{9}{b} + \frac{1}{c} \geq \frac{3\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{abc}}$$

$$\Leftrightarrow 1 \geq \frac{3\sqrt[3]{36}}{\sqrt[3]{abc}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{abc} \geq 3\sqrt[3]{36} \Leftrightarrow abc \geq 972$$

$$\Rightarrow V_{OABC} \geq 162$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \frac{4}{a} = \frac{9}{b} = \frac{1}{c} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 12 \\ b = 27 \\ c = 3 \end{cases}$$

Suy ra ptmp (α) cần tìm là $\frac{x}{12} + \frac{y}{27} + \frac{z}{3} = 1 \Leftrightarrow 9x + 4y + 36z - 108 = 0$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. $-3 < m \leq 2$.

B. $-3 < m < 2$.

C. $m \leq 2$.

D. $2 \leq m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

$$y' = \frac{-m^2 + 9}{(x-m)^2}$$

Hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' = \frac{-m^2 + 9}{(x-m)^2} > 0, \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m^2 + 9 > 0 \\ m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ m \notin (2; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m \leq 2.$$

Câu 36: Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{2}{3}x^6 - \frac{6}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 2017$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có:

$$y' = 4x^5 - 6x^4 + 2x^2 = x^2(4x^3 - 6x^2 + 2) = 4x^2(x-1)^2\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$	
y'		-	0	+	0	+	0	+	
y	$+\infty$								$+\infty$

Nhìn BTT suy ra hàm số có một điểm cực trị (điểm cực tiểu)

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$. Tính tổng $T = f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2}{2017}\right) + \dots + f\left(\frac{2016}{2017}\right)$.

A. $T = 2016$.

B. $T = 2017$.

C. $T = \frac{2016}{2017}$.

D. $T = 1008$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Vì } f(1-x) = \frac{4^{1-x}}{4^{1-x} + 2} = \frac{4}{4 + 2 \cdot 4^x} = \frac{2}{4^x + 2} \text{ nên } f(x) + f(1-x) = 1$$

$$\text{Vậy ta có } f\left(\frac{1}{2017}\right) + f\left(\frac{2016}{2017}\right) = 1, f\left(\frac{2}{2017}\right) + f\left(\frac{2015}{2017}\right) = 1, \dots, f\left(\frac{1008}{2017}\right) + f\left(\frac{1009}{2017}\right) = 1$$

Vậy $T = 1008$.

Câu 38: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy góc 60° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$.

B. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

C. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

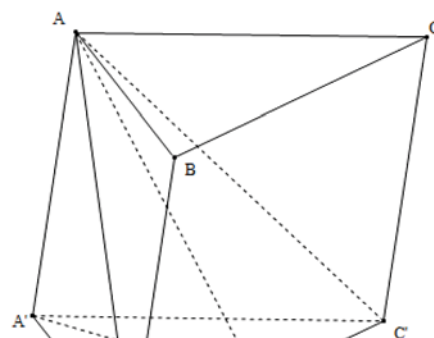
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi H là trung điểm của cạnh $B'C'$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AA' \\ BC \perp A'H \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AHA') \Rightarrow BC \perp AH$$



$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (ABC) \cap (A'BC) = BC \\ A'H \perp BC \\ AH \perp BC \end{cases}$$

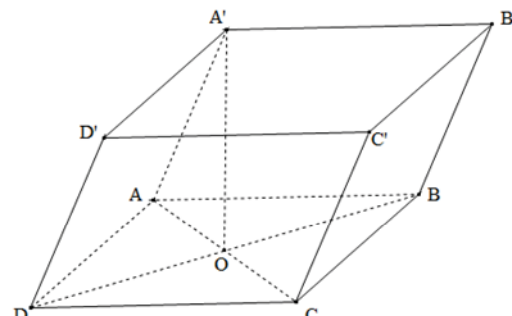
$\Rightarrow$ Góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $\widehat{AHA'} = 60^\circ$

Ta có $A'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, xét tam giác AHA' vuông tại A' có

$$\tan 60^\circ = \frac{AA'}{A'H} \Rightarrow AA' = A'H \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$$

Vậy thể tích khối lăng trụ là

$$V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$$



Câu 39: Cho các số phức z thỏa mãn $|z|=12$. Biết rằng tập $w = (8-6i)z + 2i$ là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 122$. B. $r = 120$. C. $r = 24\sqrt{7}$. D. $r = 12$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z = a + bi$ ($a; b \in \mathbb{R}$)

Theo giả thiết $|z|=12 \Leftrightarrow a^2 + b^2 = 144$ (1)

Giải sử $w = x + yi$ ($x; y \in \mathbb{R}$) được biểu diễn bởi điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng (Oxy)

Ta có :

$$\begin{aligned} w = (8-6i)z + 2i &\Rightarrow z = \frac{w-2i}{8-6i} = \frac{x+(y-2)i}{8-6i} \\ \Rightarrow |z| = \frac{|x+(y-2)i|}{|8-6i|} = 12 &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x^2+(y-2)^2}}{10} = 12 \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2 = 120^2 \end{aligned}$$

Vậy tập hợp các điểm M biểu diễn số phức w là đường tròn (C) tâm $I(0;2)$ bk $R=120$

Câu 40: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$; $A'O$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Cạnh bên AA' hợp với mặt đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $BD^2 = AB^2 + AD^2 \Rightarrow DB = 2a$

$\Rightarrow AC = 2a \Rightarrow AO = a$

Vì góc giữa AA' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°

nên $\widehat{AA'O} = 45^\circ$

Vậy ta có $A'O = a$

$$V = A'O \cdot S_{ABCD} = a \cdot a \cdot a\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$$

Câu 41: Tìm tất cả các điểm cực tiểu của hàm số $y = \sin 2x$.

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

C. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$.

D. $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

+ $y' = 2\cos 2x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + l\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2} \ (l \in \mathbb{Z})$.

+ $y'' = -4\sin 2x$.

$y''\left(\frac{\pi}{4} + l\frac{\pi}{2}\right) = -4\sin\left(\frac{\pi}{2} + l\pi\right) = \begin{cases} -4 & \text{khi } l = 2k \\ 4 & \text{khi } l = 2k + 1 \end{cases} \ (k \in \mathbb{Z})$.

Vậy $x = \frac{3\pi}{4} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$ là các điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{4}$.

B. $\frac{1}{16}$.

C. $\frac{1}{8}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

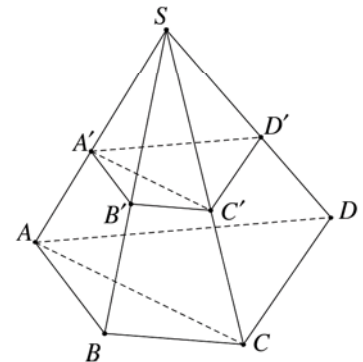
Chọn C.

+ Ta có: $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{8}$

và $\frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SC'}{SC} \cdot \frac{SD'}{SD} = \frac{1}{8}$

+ $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} = \frac{1}{8}(V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}$

Vậy $\frac{V_{S.A'B'C'D'}}{V_{S.ABCD}} = \frac{1}{8}$.



Câu 43: Một người gửi ngân hàng 100 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,5% một tháng (kể từ tháng thứ 2, tiền lãi được tính theo phần trăm tổng tiền có được của tháng trước đó và tiền lãi của tháng sau đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng?

A. 47 tháng.

B. 46 tháng.

C. 45 tháng.

D. 44 tháng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

- Số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi có sau n tháng là $S = 100(1 + 0,005)^n = 100.1,005^n$ (triệu đồng) $\Rightarrow 1,005^n = \frac{S}{100} \Rightarrow n = \log_{1,005} \frac{S}{100}$.

- Để có số tiền $S = 125$ (triệu đồng) thì phải sau thời gian

$n = \log_{1,005} \frac{S}{100} = \log_{1,005} \frac{125}{100} \approx 44,74$ (tháng)

- Vậy: sau ít nhất 45 tháng người đó có nhiều hơn 125 triệu đồng.

Câu 44: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{2}{e}}(\log_3|x-3|) \geq 0$.

A. $S = [0; 2] \cup [4; 6]$.

B. $S = [0; 6]$.

C. $S = [0; 2) \cup (4; 6]$.

D. $S = (-\infty; 0] \cup [6; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

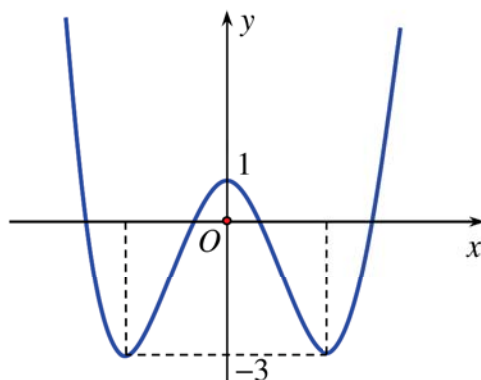
$$\log_{\frac{2}{e}}(\log_3|x-3|) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} |x-3| > 0 \\ 0 < \log_3|x-3| \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x-3| > 0 \\ |x-3| > 1 \\ |x-3| \leq 3 \end{cases}$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |x-3| > 1 \\ |x-3| \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4 \\ x < 2 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x < 2 \\ 4 < x \leq 6 \end{cases}$$

Vậy: $S = [0; 2) \cup (4; 6]$.

Câu 45: Hình vẽ dưới đây là đồ thị hàm số trùng phương $y = f(x)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $|f(x)| = \log_2 m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau.



A. $\frac{1}{8} < m < 2$.

B. $m = 1$.

C. $-3 < m < 1$.

D. $m = 1 \vee m = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

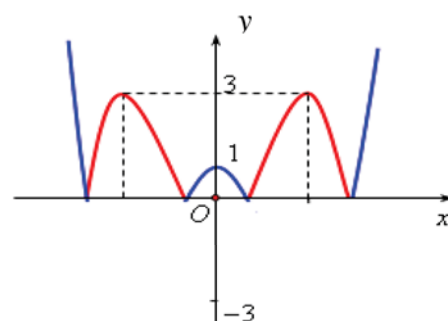
Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$. Suy ra đồ thị hàm số

$$y = |f(x)|.$$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ ta suy ra phương trình

$|f(x)| = \log_2 m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau

$$\text{khi và chỉ khi } \begin{cases} \log_2 m = 0 \\ \log_2 m = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = 8 \end{cases}.$$



Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1;1;1)$, $B(5;1;-2)$, $C(7;9;1)$. Tính độ dài đường phân giác trong AD của góc A .

A. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

B. $2\sqrt{74}$.

C. $3\sqrt{74}$.

D. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tính cạnh $AB = 5$, $AC = 10$

Gọi $D(x; y; z)$ là chân đường phân giác trong của góc A .

Ta có: $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB}$

Trong đó: $\begin{cases} \overrightarrow{DC} = (7-x; 9-y; 1-z) \\ \overrightarrow{DB} = (5-x; 1-y; -2-z) \end{cases}$

Ta có:

$$\begin{cases} 7-x = -2(5-x) \\ 9-y = -2(1-y) \\ 1-z = -2(-2-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = -1 \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{17}{3}; \frac{11}{3}; -1\right)$$

Độ dài $DA = \sqrt{\left(\frac{17}{3}-1\right)^2 + \left(\frac{11}{3}-1\right)^2 + (-1-1)^2} = \frac{2\sqrt{74}}{3}$.

Câu 47: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = (\tan x + \cot x)^2$.

A. $\int f(x) dx = -2 \cot(2x + 2017\pi) + C$.

B. $\int f(x) dx = \tan x - \cot x + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = \tan x + \cot x + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cot 2x + C$.

Hướng dẫn giải**Chọn A.**

$$f(x) = \tan^2 x + 2 + \cot^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x}$$

$$\Rightarrow \int f(x) dx = \int \left[\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sin^2 x} \right] dx$$

$$= \tan x - \cot x + C = \frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\frac{1}{2} \sin x \cos x} + C = -2 \cot 2x + C$$

So sánh với giả thiết cho A: $-2 \cot(2x + 2017\pi) + C = -2 \cot 2x + C$.

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hai hàm số $y = x^3 - 2x^2 - mx + 2$ và $y = x^2 - m$ cắt nhau tại một điểm duy nhất.

A. $m = -3$.

B. $m < -3$.

C. $m \leq 3$.

D. $m \leq -3$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

• PT hoành độ giao điểm $x^3 - 3x^2 - mx + m + 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x - m - 2) = 0$ (1)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2x - m - 2 = 0 \end{cases} \text{ (2)}$$

• Hai đồ thị cắt nhau tại một điểm duy nhất $\Leftrightarrow$ PT(1) có một nghiệm $\Leftrightarrow$ PT (2) vô nghiệm hoặc có nghiệm duy nhất $x = 1$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \Delta' = 1 + m + 2 < 0 \\ \Delta' = m + 3 = 0 \\ 1 - 2 - m - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -3 \\ m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq -3$$

Câu 49: Giả sử hàm số $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = x(1-x)e^{-x}$. Tính $S = a + 2b + 2015c$.

A. $S = 2015$.

B. $S = 2018$.

C. $S = -2017$.

D. $S \neq 2017$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có

$$f'(x) = g(x) \Rightarrow (2ax + b)e^{-x} - (ax^2 + bx + c)e^{-x} = (x - x^2)e^{-x}$$

$$\Leftrightarrow [-ax^2 + (2a - b)x + b - c]e^{-x} = (x - x^2)e^{-x}$$

$$\text{ĐK: } \begin{cases} -a = -1 \\ 2a - b = 1 \\ b - c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy $S = a + 2b + 2015c = 2018$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC . Mặt phẳng (α) qua AG và song song với BC cắt SB , SC lần lượt tại I , J . Tính tỉ số thể tích của hai khối tứ diện $SAIJ$ và $SABC$.

A. $\frac{2}{9}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{4}{9}$.

D. $\frac{8}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\text{Tỷ số thể tích } \frac{V_{SAIJ}}{V_{SABC}} = \frac{SI}{SB} \cdot \frac{SJ}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$$

$$(\text{vì } IJ \parallel BC \Rightarrow \frac{SI}{SB} = \frac{SJ}{SC} = \frac{2}{3} \text{ do tính chất trọng tâm})$$

----- HẾT -----

