PHẦN 6

HÌNH HỌC LỚP 12

CHƯƠNG 1. KHỐI ĐA DIỆN

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
Chủ đề 1. Lý thuyết khối đa diện	Câu 1 Câu 2				2 10%
Chủ đề 2.Khối chóp có cạnh vuông góc với đáy	Câu 3 Câu 4	Câu 5	Câu 6		4 20%
Chủ đề 3. Khối chóp đều		Câu 7 Câu 8		Câu 9	3 15%
Chủ đề 4. Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy		Câu 10 Câu 11	Câu 12		3 15%
Chủ đề 5. Khối lập phương, khối hộp chữ nhật	Câu 13 Câu 14	Câu 15 Câu 16	Câu 17		5 25%
Chủ đề 6. Khối lăng trụ		Câu 18	Câu 19	Câu 20	3 15%
Cộng	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Lý thuyết khối đa diện	1	NB	Tìm số mặt của một hình đa diện.
	2	NB	Phân chia khối đa diện.
Chủ đề 2. Khối chóp có cạnh vuông góc với đáy	3	NB	Tính thể tích khi biết chiều cao và dtích đáy của khối chóp (đáy hình vuông).
	4	NB	Tính thể tích khi biết chiều cao và dtích đáy của khối chóp (đáy tam giác đều).
	5	TH	Tính diện tích đáy và tính thể tích khối chóp khi biết các cạnh đáy và góc giữa cạnh bên và mặt đáy.

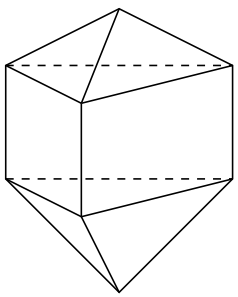
	6	VDT	Tính diện tích đáy và tính thể tích khối chóp khi biết đường cao và góc giữa mặt bên và mặt đáy.
Chủ đề 3. Khối chóp đều.	7	TH	Tính thể tích khối chóp tam giác đều khi biết cạnh đáy và đường cao.
	8	TH	Tính thể tích khối chóp tứ giác giác đều khi biết cạnh bên và cạnh đáy.
	9	VDC	Tính khoảng cách giữa cạnh bên và cạnh đáy.
Chủ đề 4. Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy.	10	TH	Tính thể tích kc có mặt bên là tam giác đều và mặt đáy là tam giác đều.
	11	TH	Tính thể tích kc có mặt bên là tam giác đều và mặt đáy là hình vuông.
	12	VDT	Tính khoảng cách từ chân đường cao đến một mặt bên khi biết đáy là hình vuông mặt bên là tam giác đều.
Chủ đề 5. Khối lập phương, khối hộp chữ nhật.	13	NB	Tính thể tích khối CN khi biết kích thước các cạnh.
	14	NB	Tính thể tích khối LP khi biết cạnh.
	15	TH	Tính thể tích khối LP khi biết độ dài đường chéo.
	16	TH	Tính thể tích khối HCN khi biết đường chéo và kích thước 2 cạnh.
	17	VDT	Tính thể tích khối HCN khi biết đường chéo và góc hợp bởi đường chéo với 2 mặt của HCN.
Chủ đề 6. Khối lăng trụ	18	TH	Thể tích khối lăng trụ đứng có đáy tam giác vuông cân khi biết cạnh đáy và cạnh bên.
	19	VDT	Tính thể tích khối lăng trụ đứng có đáy là tam giác đều khi biết cạnh bên và góc giữa đường chéo mặt bên và mặt đáy.
	20	VDC	Tính khoảng cách giữa đường chéo mặt bên và cạnh đáy của lăng trụ đứng tam giác.

C ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1.
Tìm số mặt của hình đa diện ở hình vẽ bên.

(A) 11. (B) 10. (C) 12. **D** 9.



Lời giải.
Quan sát và đếm được số mặt là 9.

Chọn đáp án D ☐

Câu 2. Có thể chia khối lập phương thành ít nhất bao nhiêu khối tứ diện?

A năm khối tứ diện. B ba khối tứ diện. C hai khối tứ diện. D bốn khối tứ diện.

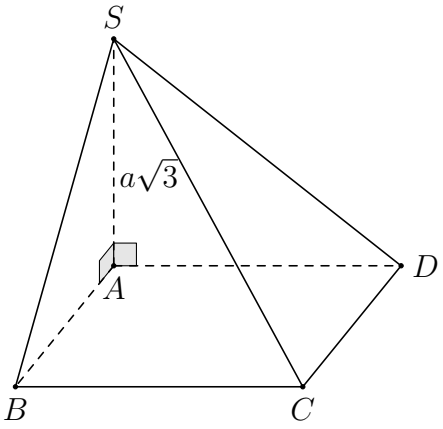
Lời giải.

Chọn đáp án A ☐

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của $S.ABCD$ là

A $a^3\sqrt{3}$. B $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải.



$V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

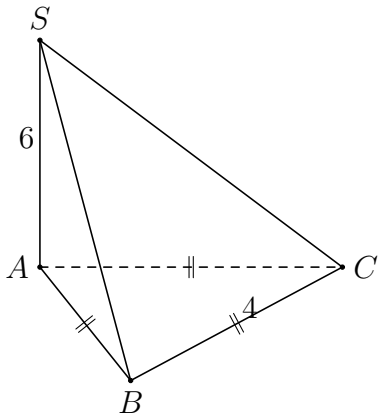
Chọn đáp án C ☐

Câu 4. Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 4, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 6$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $24\sqrt{3}$. B $8\sqrt{3}$. C $6\sqrt{3}$. D $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Ta có $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot 6 \cdot \dfrac{4^2\sqrt{3}}{4} = 8\sqrt{3}$.



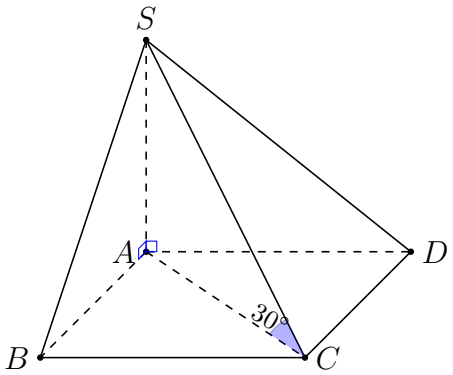
Chọn đáp án B ☐

Câu 5. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, SC tạo với đáy một góc 30°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A $a^3\sqrt{6}$. B $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$. D $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

Lời giải.

Ta có, diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$;
Chiều cao $SA = AC \cdot \tan 30^\circ = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.
Vậy thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$.



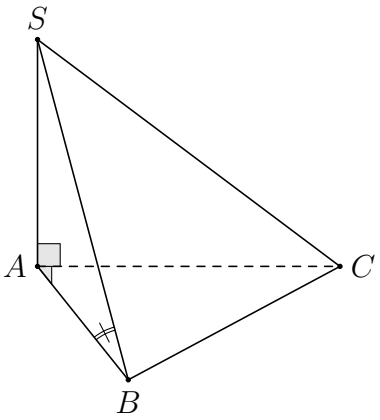
Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại B, $AB = a, SA \perp (ABC)$, mặt phẳng (SBC) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B $V = \dfrac{a^3}{3}$. C $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$..

Lời giải.

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \dfrac{a^2}{2}$
$[\widehat{(SBC),(ABC)}] = \widehat{SBA} = 60^\circ$
$\Rightarrow SA = AB.\tan\widehat{SBA} = a\sqrt{3}$
$\Rightarrow V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

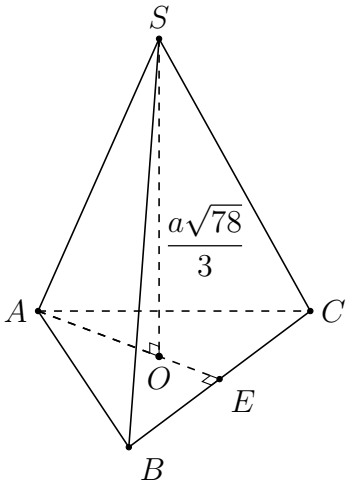


Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, độ dài đường cao của khối chóp bằng $a\dfrac{\sqrt{78}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A $V = \dfrac{\sqrt{26}a^3}{12}$. B $V = \dfrac{\sqrt{78}a^3}{12}$. C $V = \dfrac{\sqrt{26}a^3}{3}$. D $V = \dfrac{\sqrt{78}a^3}{3}$.

Lời giải.



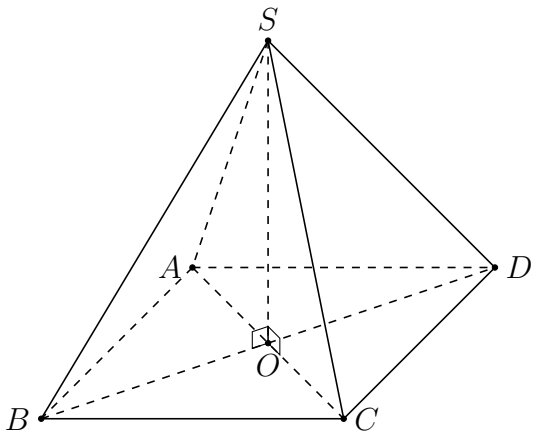
Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{78}a}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{26}a^3}{12}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 8. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V = \dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (B) $V = \dfrac{\sqrt{11}a^3}{12}$. (C) $V = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **(D)** $V = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Lời giải.



Ta có $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{4a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$, suy ra $V = \dfrac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a\sqrt{3}$, góc $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh CD. Hai mặt phẳng (SDB) và (SAM) cùng vuông góc với đáy. Biết thể tích khối chóp đó bằng $2a^3\sqrt{3}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB?

(A) $d = \dfrac{16a}{\sqrt{15}}$. (B) $d = \dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. (C) $d = \dfrac{8a}{3\sqrt{17}}$. **(D)** $d = \dfrac{3a}{\sqrt{17}}$.

Lời giải.

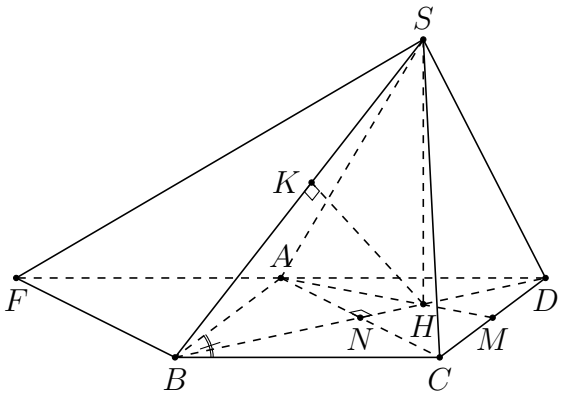
Gọi $H = AM \cap BD$. Do $(SBD), (SAM)$ cùng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD)$.

Tam giác ACD đều có AM, DN là các đường trung tuyến nên H là trọng tâm của tam giác ACD

$\Rightarrow HD = \dfrac{2}{3}ND = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}2a\sqrt{3} = 2a.$

$BH = 4a; SH = \dfrac{3V}{S_{ABCD}} = \dfrac{3 \cdot 2a^3\sqrt{3}}{2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4}(2a\sqrt{3})^2} = a.$

Dựng hình bình hành $ACBF$ ta có:



- $\mathrm{d}(SB, AC) = \mathrm{d}(AC, (SBF)) = \mathrm{d}(N, (SBF))$.
- $\dfrac{\mathrm{d}(N, (SBF))}{\mathrm{d}(H, (SBF))} = \dfrac{NB}{HB} = \dfrac{3}{4} \Rightarrow \mathrm{d}(N, (SBF)) = \dfrac{3}{4} \cdot \mathrm{d}(H, (SBF))$.
- Kẻ $HK \perp SB$ do $FB \perp BH, FB \perp SH$ nên $FB \perp HK \Rightarrow HK \perp (SBF)$ $\Rightarrow HK = \mathrm{d}(H, (SBF))$.

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2} \Rightarrow HK = \frac{SH \cdot HB}{\sqrt{SH^2 + HB^2}} = \frac{a \cdot 4a}{\sqrt{a^2 + (4a)^2}} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$$

$$\Rightarrow \mathrm{d}(SB, AC) = \frac{3}{4}HK = \frac{3a}{\sqrt{17}}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $V = a^3$. B $V = \frac{a^3}{2}$. C $V = \frac{3a^3}{2}$. D $V = 3a^3$.

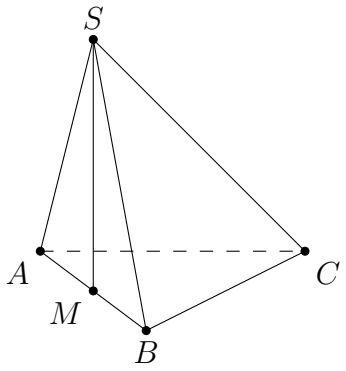
Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB. Vì tam giác SAB đều nên $SM \perp AB$.

Vậy $\begin{cases} SM \perp AB \\ (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases} \Rightarrow SM \perp (ABC)$.

Ta có $SM = SA \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $S_{\Delta ABC} = AB^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\Delta ABC} = a^3$.



Chọn đáp án A □

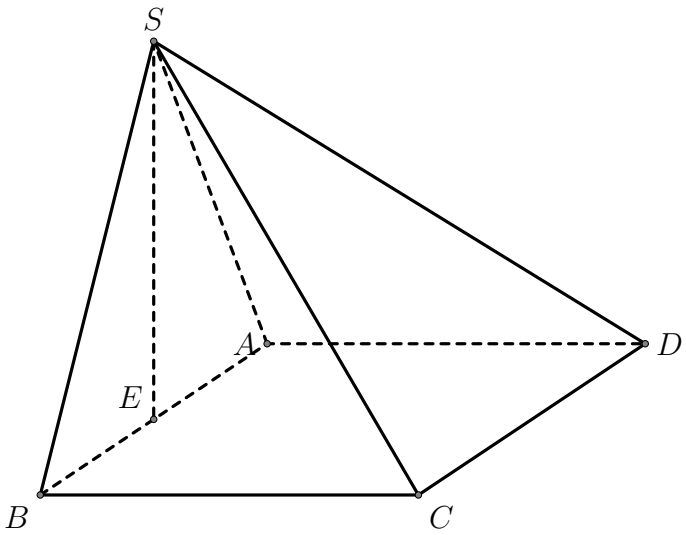
Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Ta có $SE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích là $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



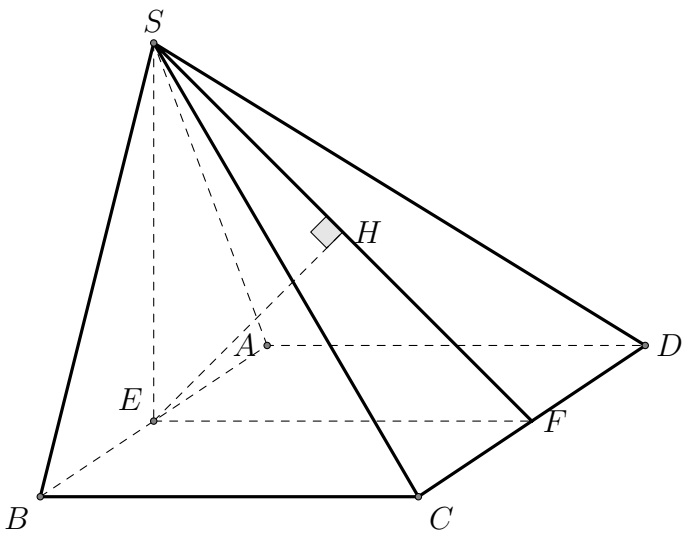
Chọn đáp án A □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ chân đường cao của khối chóp đến mặt phẳng (SCD).

A $a\frac{\sqrt{21}}{7}$. B $a\frac{\sqrt{21}}{3}$. C $a\frac{\sqrt{3}}{7}$. D $a\frac{\sqrt{7}}{3}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB thì E là chân đường cao của khối chóp.
Gọi F là trung điểm của CD thì hai mặt phẳng (SEF) và (SCD) vuông góc với nhau theo giao tuyến SF nên kẻ EH vuông góc với SF tại H thì
$EH = \mathrm{d}\,(E;(SCD))$.
Ta có $\dfrac{1}{EH^2} = \dfrac{1}{ES^2} + \dfrac{1}{EF^2} = \dfrac{4}{3a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{7}{3a^2}$.
$\Rightarrow \mathrm{d}\,(E;(SCD)) = EH = a\dfrac{\sqrt{21}}{7}$.

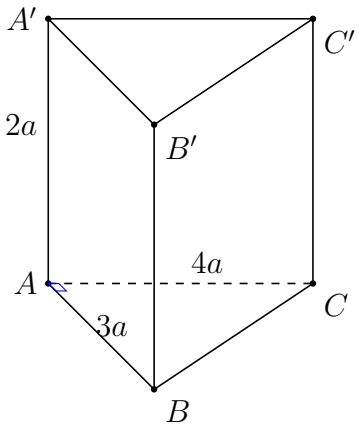


Chọn đáp án A □

Câu 13. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB = 3a$, $AC = 4a$, cạnh bên $AA' = 2a$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $12a^3$. B $4a^3$. C $3a^3$. D $6a^3$.

Lời giải.
Ta có: $S_{ABC} = 6a^2; h = AA' = 2a$.
Vậy $V = 12a^3$.



Chọn đáp án A □

Câu 14. Thể tích V của hình lập phương có cạnh bằng 2cm là

A $V = 8$ cm^3. B $V = 24$ cm^3. C $V = \dfrac{8}{3}$ cm^3. D $V = 4$ cm^3.

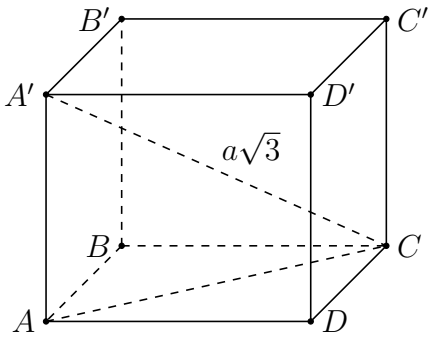
Lời giải.
Ta có: $V = a^3 = 2^3 = 8$ cm^3.
Chọn đáp án A □

Câu 15. Tính thể tích V lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $A'C = a\sqrt{3}$.

A $V = 3\sqrt{3}a^3$. B $V = \dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$. C $V = \dfrac{a^3}{3}$. D $V = a^3$.

Lời giải.

Gọi x là cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, khi đó $A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = x\sqrt{3}$.
Từ đó suy ra $x\sqrt{3} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = a$.
Vậy $V = a^3$.

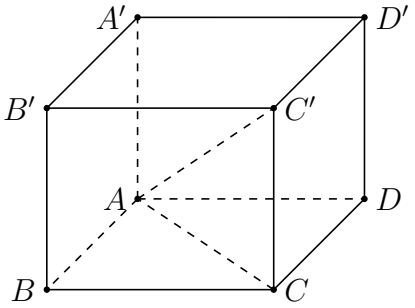


Chọn đáp án D □

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = \sqrt{2}a, AC' = 2\sqrt{3}a$. Tính theo a thể tích V của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

(A) $V = 2\sqrt{6}a^3$. (B) $V = \dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **(C)** $V = 3\sqrt{2}a^3$. (D) $V = 6a^3$.

Lời giải.
Có $AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2}$
$\Leftrightarrow \left(2\sqrt{3}a\right)^2 = a^2 + \left(\sqrt{2}a\right)^2 + AA'^2 \Rightarrow AA' = 3a$.
$V = AB \cdot AD \cdot AA' = a \cdot \sqrt{2}a \cdot 3a = 3\sqrt{2}a^3$.

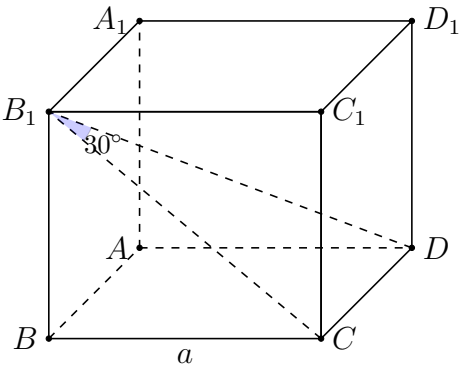


Chọn đáp án C □

Câu 17. Cho hình hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường thẳng DB_1 tạo với mặt phẳng (BCC_1B_1) góc 30^0. Tính thể tích của khối hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

(A) $a^3\sqrt{3}$. **(B)** $a^3\sqrt{2}$. (C) a^3. (D) $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.
Ta có $DC \perp (BCC_1D_1)$.
Góc giữa DB_1 với mặt phẳng (BCC_1B_1) là góc $\widehat{DB_1C} = 30°$.
Xét tam giác vuông DB_1C tại C có
$CB_1 = \dfrac{CD}{\tan 30°} = a\sqrt{3}$.
Xét tam giác vuông BB_1C tại B có
$BB_1^2 = B_1C^2 - BC^2 = 2a^2 \Rightarrow BB_1 = a\sqrt{2}$.
Ta có $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = a^3\sqrt{2}$.



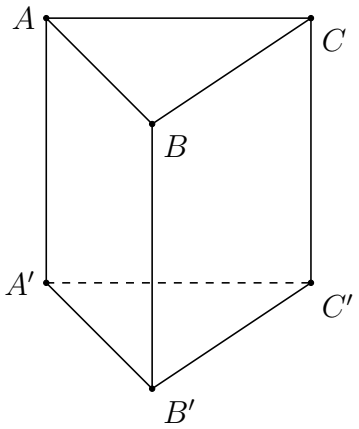
Chọn đáp án B □

Câu 18. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AA' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $BC = \sqrt{2}a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $V = a^3$. **(B)** $V = \dfrac{a^3}{2}$. (C) $V = \dfrac{a^3}{6}$. (D) $V = \dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2} \Rightarrow AB = a$.
$V = S_{ABC} \cdot AA' = \dfrac{1}{2}AB \cdot BC \cdot AA' = \dfrac{a^3}{2}$.



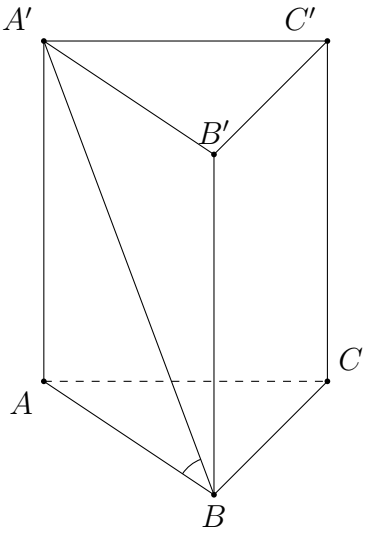
Chọn đáp án B □

Câu 19. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy tam giác cân tại A, $AB = 2a$, $BC = a\sqrt{3}$, $A'B$ tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

(A) $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{6}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{2}$. (C) $\dfrac{a^3\sqrt{13}}{4}$. (D) $3a^3\sqrt{13}$.

Lời giải.

Ta có: $A'B$ tạo với đáy 1 góc $30° \Rightarrow \widehat{ABA'} = 30°$.
Xét $\Delta BAA'$ vuông tại $A \Rightarrow AA' = AB \cdot \tan\widehat{ABA'} = 2a \cdot \tan 30° = 2a\sqrt{3}$.
Mặt khác: $P_{ABC} = \dfrac{AB + AC + BC}{2} = \dfrac{4 + \sqrt{3}}{2} \cdot a$.
$S_{ABC} = \sqrt{P \cdot (P - AB) \cdot (P - AC) \cdot (P - BC)} = \dfrac{\sqrt{39}}{4} \cdot a^2$.
Vậy: $V_{ABC.A'B'C'} = \dfrac{1}{3}S_{ABC} \cdot AA' = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{39}a^2}{4} \cdot 2\sqrt{3}a = \dfrac{\sqrt{13} \cdot a^3}{2}$.

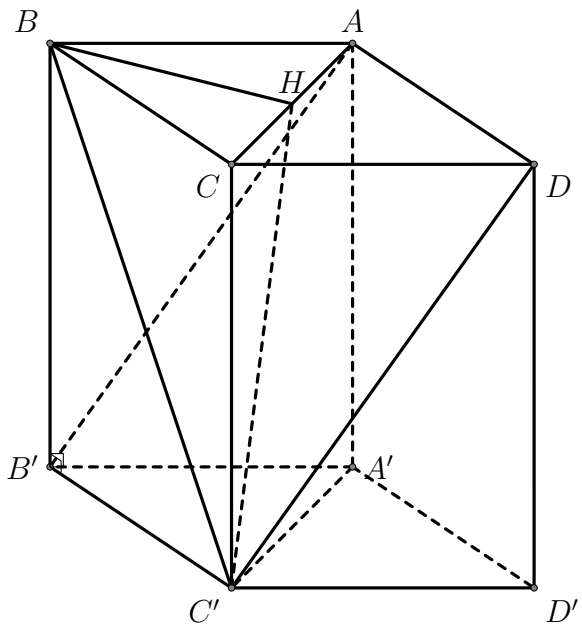


Chọn đáp án B □

Câu 20. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy ABC bằng $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng $60°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB' và BC'.

(A) $d = \dfrac{2\sqrt{2}a}{3}$. (B) $d = \dfrac{4a}{3}$. (C) $d = \dfrac{2\sqrt{3}a}{3}$. (D) $d = \dfrac{2\sqrt{6}a}{3}$.

Lời giải.



Có $S_{\triangle ABC}=\dfrac{AB\cdot BC\cdot CA}{4R}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}\Rightarrow R=\dfrac{AB}{\sqrt{3}}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\Rightarrow AB=2a.$

Dựng hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ suy ra $AB'\parallel DC'$ nên $\left(\widehat{AB',BC'}\right)=\left(\widehat{DC',BC'}\right)=60^\circ$.

- **Trường hợp 1.** $\widehat{BC'D}=120^\circ$. Xét tam giác BDC' có $\sin 60^\circ=\dfrac{BH}{BC'}\Rightarrow BC'=2a=BC$ (loại).
- **Trường hợp 2.** $\widehat{BC'D}=60^\circ$, suy ra $BC'=2BH=2a\sqrt{3}\Rightarrow BB'=2\sqrt{2}a>BC$.
  $d=\mathrm{d}\left(AB',BC'\right)=\mathrm{d}\left(AB',(BC'D)\right)=\mathrm{d}\left(A,(BC'D)\right)=\mathrm{d}\left(C,(BC'D)\right)$.
  $=\dfrac{3V_{C'.BCD}}{S_{\triangle BC'D}}=\dfrac{3\cdot\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}}{3\sqrt{3}a^2}=\dfrac{2\sqrt{2}a}{3}.$

Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. C	4. B	5. C	6. A	7. A	8. D	9. D	10. A
11. A	12. A	13. A	14. A	15. D	16. C	17. B	18. B	19. B	20. A

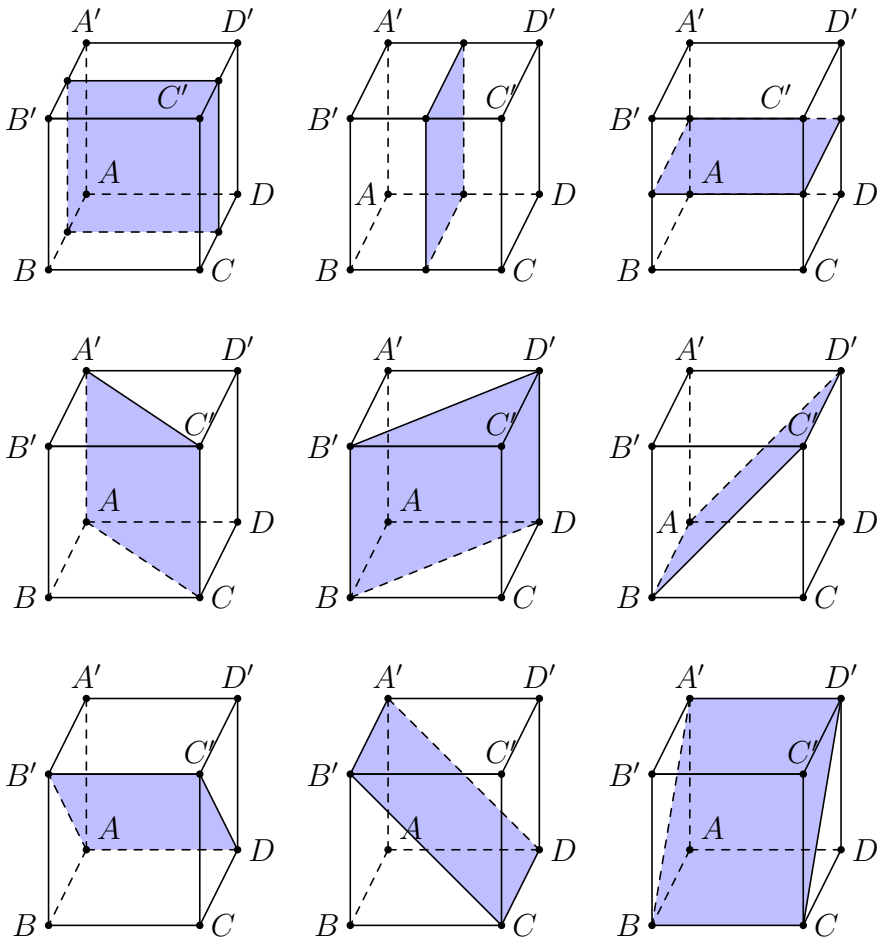
Đề số 2

Câu 1. Trong các mặt của khối đa diện, số cạnh cùng một mặt tối thiểu là
(A) 5. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

Lời giải.
Mỗi mặt của một đa diện là một đa giác. Vậy số cạnh tối thiểu của một mặt là 3.
Chọn đáp án C □

Câu 2. Hình lập phương có mấy mặt phẳng đối xứng?
(A) 6. (B) 7. (C) 8. (D) 9.

Lời giải.
Hình lập phương có 9 mặt phẳng đối xứng là



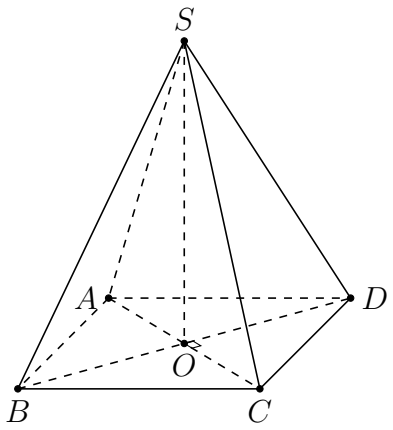
Chọn đáp án (D) □

Câu 3. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bằng a, cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

(A) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{2}$. (B) $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{6}$. (C) $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{2}$. **(D)** $V=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Lời giải.

Xét khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD.



Ta có $SO\perp(ABCD)$ (do $S.ABCD$ là hình chóp đều).

Lại có $OB=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Mặt khác, $SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD}=a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}\cdot SO=\dfrac{1}{3}\cdot a^2\cdot\dfrac{a\sqrt{14}}{2}=\dfrac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là?

(A) a^3. **(B)** $2a^3$. (C) $3a^3$. (D) $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 3a = 2a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và góc giữa SC và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích khối chóp $SABC$ bằng

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. B $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D $\dfrac{a^3}{12}$.

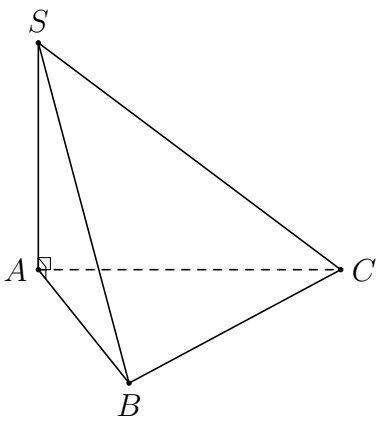
Lời giải.

Do $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC).

Theo giả thiết suy ra $\widehat{SCA} = 45°$. Khi đó tam giác SAC vuông cân hay $SA = a$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích khối chóp $SABC$ là $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.



Chọn đáp án C □

Câu 6. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và SC tạo với mặt phẳng đáy một góc $45°$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A $2a^3$. B $\sqrt{2}a^3$. C $\dfrac{2a^3}{3}$. D $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

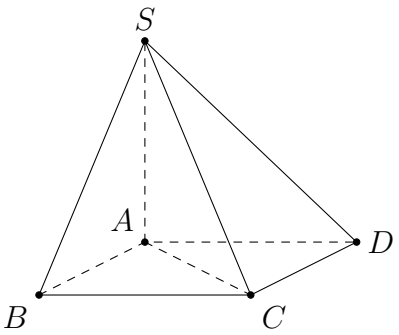
Lời giải.

Vì $SC \cap (ABCD) = C$ và $SA \perp (ABCD)$ tại A nên AC là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$, do đó góc tạo bởi SC và $(ABCD)$ bằng góc tạo bởi SC và AC, chính là $\widehat{SCA}$. Suy ra $\widehat{SCA} = 45°$.

Tam giác SAC vuông tại A nên

$$SA = AC \cdot \tan 45° = AC = a\sqrt{2}.$$

Thể tích cần tìm $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án D □

Câu 7. Cho hình chóp tam giác đều $SABC$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $2a$. Thể tích của khối chóp $SABC$ bằng

A $V = \dfrac{a^3\sqrt{13}}{12}$. B $V = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$. C $V = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{16}$. D $V = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{4}$.

Lời giải.

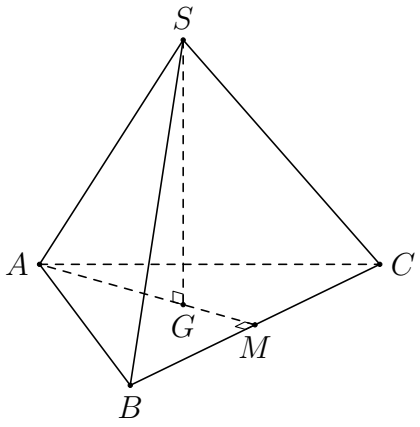
Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, M là trung điểm của BC.

Ta có $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AG = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác $SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \dfrac{a\sqrt{33}}{3}$.

Thể tích khối chóp $SABC$ bằng $V = \dfrac{1}{3}SG \cdot S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{11}}{12}$.



Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho hình chóp đều $SABCD$ biết cạnh đáy bằng $2a$, $SA = a\sqrt{6}$. Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng

A $\dfrac{8a^3}{3}$. **B** $8a^3$. **C** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D** $\dfrac{2a^3}{3}$.

Lời giải.

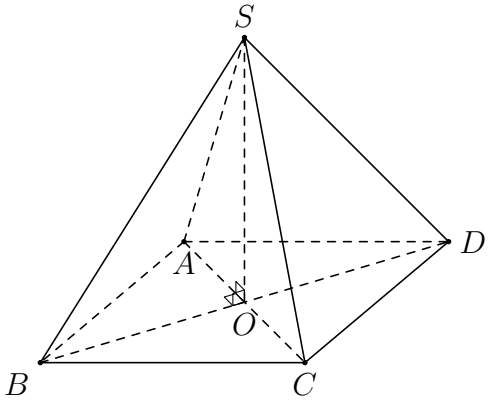
Diện tích hình vuông $ABCD$ bằng $S = 4a^2$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Do $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = a\sqrt{2}$.

Suy ra $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 2a$.

Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng $V = \dfrac{1}{3}SO \cdot S = \dfrac{8a^3}{3}$.



Chọn đáp án A □

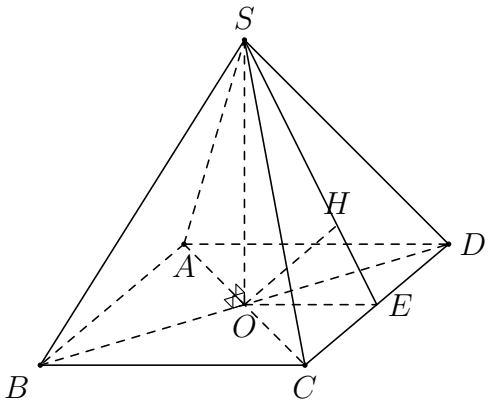
Câu 9. Cho hình chóp tứ giác đều $SABCD$ có cạnh đáy bằng a và thể tích khối chóp $V_{SABC} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$.

Khoảng cách giữa AB và SD bằng

A $\dfrac{a}{4}$. **B** a. **C** $\dfrac{a}{2}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{84}}{12}$.

Lời giải.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Khi đó $SO \perp (ABCD)$ và $S_{ABCD} = a^2$.



Gọi E là trung điểm của CD. Suy ra $OE = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Trong mặt phẳng (SOE) dựng $OH \perp SE (H \in SE)$.

Ta có $\begin{cases} SO \perp DC \\ OE \perp DC \end{cases} \Rightarrow DC \perp (SEO) \Rightarrow DC \perp OH$.

Từ đây suy ra $OH \perp (SCD)$.

Ta có $V_{SABCD} = \dfrac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SO = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác vuông SOE có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OE^2} = \frac{12}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{a^2} \Rightarrow OH = \frac{a}{4}.$$

Do $AB \parallel DC \Rightarrow AB \parallel (SDC)$.

Vậy $\mathrm{d}(AB, SD) = \mathrm{d}(AB, (SDC)) = \mathrm{d}(A, (SDC)) = 2 \cdot OH = \dfrac{a}{2}$.

Chọn đáp án (C) □

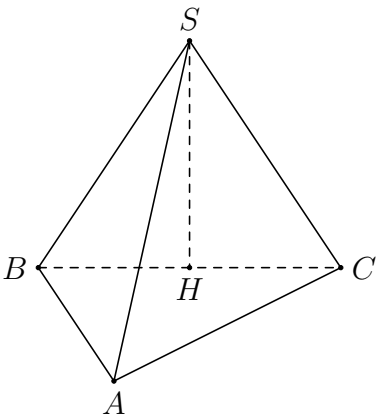
Câu 10. Cho hình $SABC$ có đáy ABC đều cạnh $2a$. Mặt bên SBC đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $SABC$ bằng

(A) a^3. (B) $\dfrac{a^3}{3}$. (C) $\dfrac{2a^3}{3}$. (D) $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải.

Theo giả thiết suy ra $SB = SC = BC = 2a$.

Gọi H là trung điểm của BC. Suy ra $SH = a\sqrt{3}$.



Ta có $\begin{cases} BC = (SBC) \cap (ABC) \\ SH \perp BC \\ SH \subset (SBC) \\ (SBC) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Diện tích tam giác ABC bằng $S_{ABC} = a^2\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $SABC$ bằng $V = \dfrac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = a^3$.

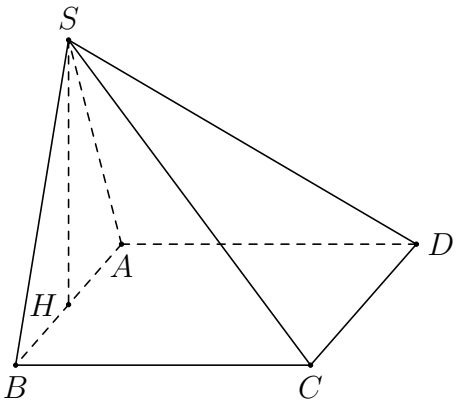
Chọn đáp án (A) □

Câu 11. CHo hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $SABC$ bằng

(A) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. (C) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. (D) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của đoạn AB. Do tam giác SAB đều nên $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Ta có $\begin{cases} AB = (SAB) \cap (ABCD) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \\ (SAB) \perp (ABCDD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$

Diện tích hình vuông $ABCD$ là $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích khối chóp $SABC$ là

$$V_{SABC} = \frac{1}{2}V_{SABCD} = \frac{1}{6}SH \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

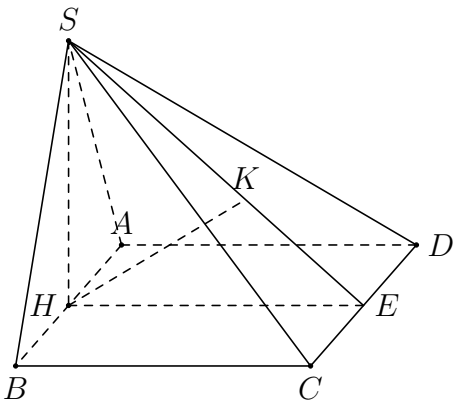
Chọn đáp án D □

Câu 12. CHo hình chóp $SABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng SCD bằng

A $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. B $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. C $\dfrac{a\sqrt{3}}{7}$. D $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của đoạn AB. Do tam giác SAB đều nên $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Ta có $\begin{cases} AB = (SAB) \cap (ABCD) \\ SH \perp AB \\ SH \subset (SAB) \\ (SAB) \perp (ABCDD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD).$

Gọi E là trung điểm của đoạn CD. Suy ra $HE = a$.

Trong mặt phẳng SHE dựng $HK \perp SE (H \in SE)$. Dễ dàng suy ra $HK \perp (SCD)$.

Xét tam giác vuông SHE có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}.$$

Do $AB \parallel (SCD)$ nên $\mathrm{d}(A, (SCD)) = HK = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

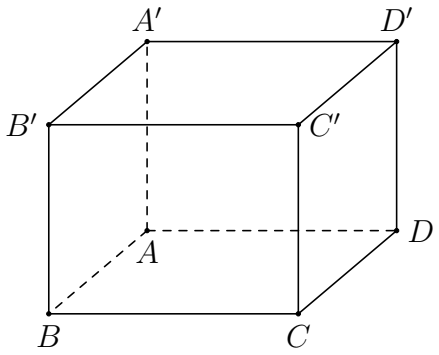
Chọn đáp án D □

Câu 13. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $A'D' = a\sqrt{2}$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $a^3\sqrt{6}$. B $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C $a^3\sqrt{3}$. D $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot A'D' = a^3\sqrt{6}$.



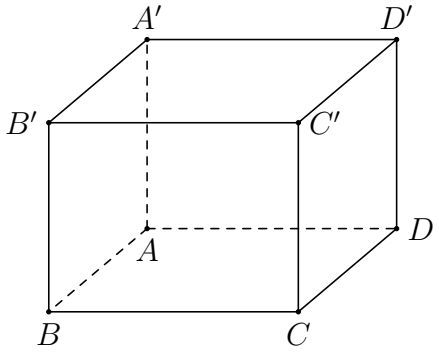
Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'$ bằng

A $8a^3$. **B** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C** $4a^3$. **D** $2a^3$.

Lời giải.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB^3 = 8a^3$.



Chọn đáp án A □

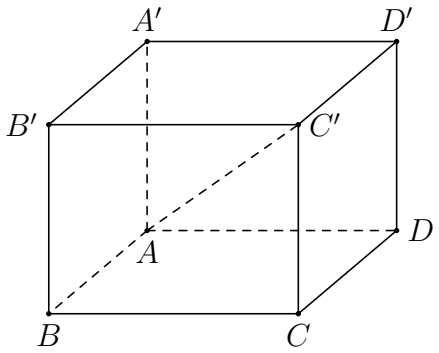
Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC' = 3a$. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $a^3\sqrt{3}$. **B** $3a^3\sqrt{3}$. **C** $27a^3$. **D** $9a^3$.

Lời giải.

Ta có $AC'^2 = 3AB^2 \Rightarrow AB = a\sqrt{3}$.

Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB^3 = 3a^3\sqrt{3}$.



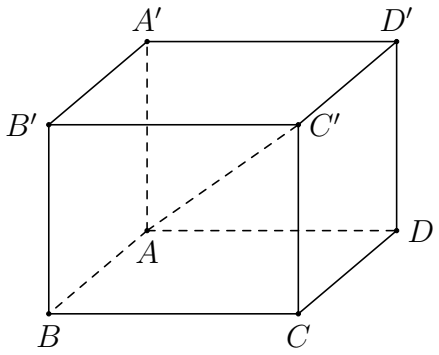
Chọn đáp án B □

Câu 16. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a$, $AB = a\sqrt{3}$, $AC' = a\sqrt{5}$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $a^3\sqrt{3}$. **B** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C** $a^3\sqrt{15}$. **D** $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.

Ta có $AC'^2 = AB^2 + AA'^2 + AD^2 \Rightarrow AD = a$.
Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot AD = a^3\sqrt{3}$.

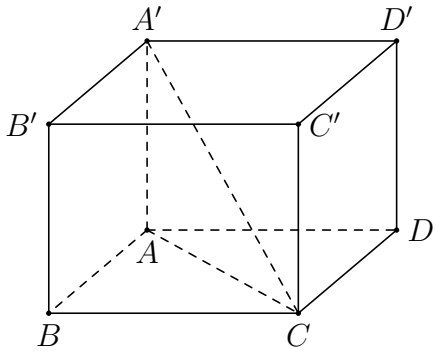


Chọn đáp án A □

Câu 17. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $A'D' = a\sqrt{3}$, đường thẳng $A'C$ tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc $45°$. Thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A $2a^3\sqrt{3}$. B $\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. C $a^3\sqrt{3}$. D $a^3\sqrt{2}$.

Lời giải.
Ta có $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a$.
Do $AA' \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $ABCD$. Do đó $\widehat{A'CA} = 45°$. Suy ra tam giác $A'CA$ vuông cân tại A. Do đó $AA' = 2a$.
Ta có $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA' \cdot AB \cdot AD = 2a^3\sqrt{3}$.

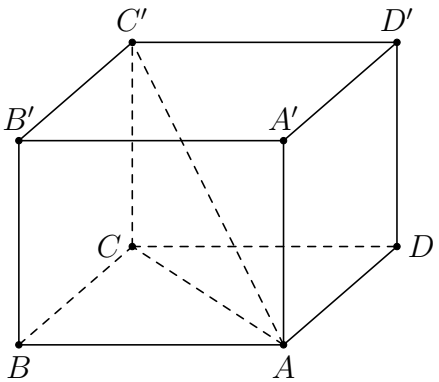


Chọn đáp án A □

Câu 18. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD} = 120°$ và $AC' = a\sqrt{5}$. Thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải.
Vì $ABCD$ là hình thoi có $\widehat{BAD} = 120°$ nên $\triangle ABC$ là tam giác đều, suy ra $AC = a$.
Khi đó $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
Lại có $CC' = \sqrt{C'A^2 - CA^2} = 2a$.
Suy ra $V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC' \cdot S_{ABCD} = a^3\sqrt{3}$.



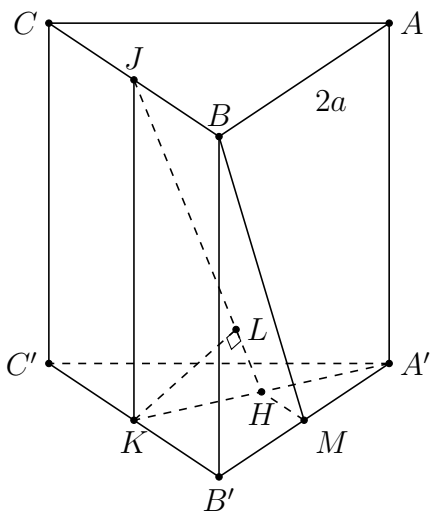
Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, $AB = 2a$, M là trung điểm của $A'B'$ khoảng cách từ C' đến mặt phẳng (MBC) bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$a^3. B $\dfrac{\sqrt{2}}{6}$a^3. C $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$a^3. D $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$a^3.

Lời giải.

Gọi J, K, H theo thứ tự là trung điểm của $BC, B'C', KA'$. Ta có $MH \parallel BC \Rightarrow (MBC) \equiv (MHJB)$.
Mà $B'C' \parallel (MBC) \Rightarrow d\,(C', (MBC)) = d\,(K, (MBC))$.
Lại có $MH \perp KA', MH \perp JK \Rightarrow MH \perp (JKH)$
$\Rightarrow (JKH) \perp (MHJB)$.
Gọi L là hình chiếu của K trên $JH \Rightarrow d(K, (MBC)) = KL$.
Tam giác JKH vuông tại K có đường cao KL, ta có
$KL = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}, KH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó $\dfrac{1}{KL^2} = \dfrac{1}{KH^2} + \dfrac{1}{KJ^2}$
$\Rightarrow KJ = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$ là độ dài đường cao của lăng trụ.
Vậy $V_{ABC.ABC'} = KJ \cdot S_{ABC} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}a^3$.

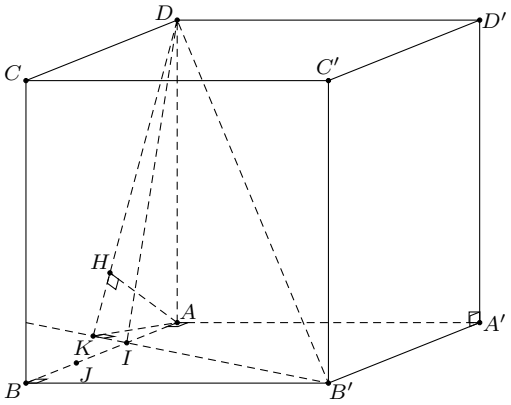


Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI = \dfrac{a}{3}$. Tính khoảng cách từ điểm C đến $(B'DI)$.

A $\dfrac{a}{\sqrt{3}}$. B $\dfrac{3a}{\sqrt{14}}$. C $\dfrac{a}{\sqrt{14}}$. D $\dfrac{2a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải.
Gọi O là giao điểm của CB và DI.
Ta có $\dfrac{\mathrm{d}\,(C, (B'DI))}{\mathrm{d}\,(B, (B'DI))} = \dfrac{CO}{BO} = \dfrac{DC}{BI} = \dfrac{3}{2}$
$\Rightarrow \mathrm{d}\,(C, (B'DI)) = \dfrac{3}{2}\mathrm{d}\,(B, (B'DI))$.
Do đó $\dfrac{\mathrm{d}\,(B, (B'DI))}{\mathrm{d}\,(A, (B'DI))} = \dfrac{BI}{AI} = 2$
$\Rightarrow \mathrm{d}\,(B, (B'DI)) = 2\mathrm{d}\,(A, (B'DI))$.
Ta có $S_{\Delta AIB'} = \dfrac{S_{ABCD}}{6} = \dfrac{a^2}{6}$
$\Rightarrow AK = \dfrac{2S_{\Delta AIB'}}{IB'} = \dfrac{a}{\sqrt{13}}$.
Mà $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AK^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{13}{a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{14}{a^2}$
$\Rightarrow \mathrm{d}\,(A, (B'DI)) = AH = \dfrac{a}{\sqrt{14}}$
$\Rightarrow \mathrm{d}\,(C, (B'DI)) = 3\mathrm{d}\,(A, (B'DI)) = \dfrac{3a}{\sqrt{14}}$.



Chọn đáp án B □

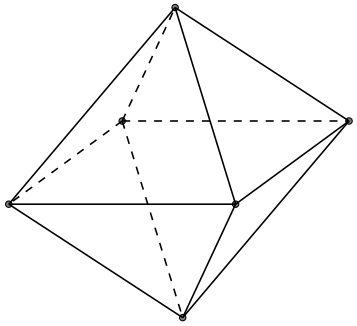
BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. D	4. B	5. C	6. D	7. B	8. A	9. C	10. A
11. D	12. D	13. A	14. A	15. B	16. A	17. A	18. D	19. C	20. B

Đề số 3

Câu 1.

Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ bên) có bao nhiêu mặt?



A 8. **B** 9. **C** 6. **D** 4.

Lời giải.
Hình bát diện đều có tám mặt.
Chọn đáp án A □

Câu 2. Khẳng định nào sau đây đúng? Cắt khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bởi mp$(A'BC)$ ta được

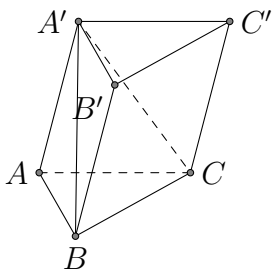
A Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

B Hai khối chóp tứ giác.

C Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

D Hai khối chóp tam giác.

Lời giải.
Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ thành một khối chóp tam giác $A'.ABC$ và một khối chóp tứ giác $A'.BCC'B'$.



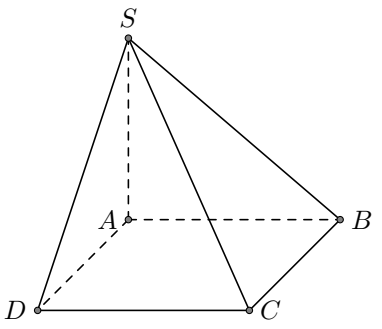
Chọn đáp án C □

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng bao nhiêu?

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B** $a^3\sqrt{3}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D** $a^2\sqrt{3}$.

Lời giải.
Chiều cao hình chóp là $SA = a\sqrt{3}$.
Diện tích hình vuông $ABCD$ cạnh a là $S_{ABCD} = a^2$.
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$



Chọn đáp án A □

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 4, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 6$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

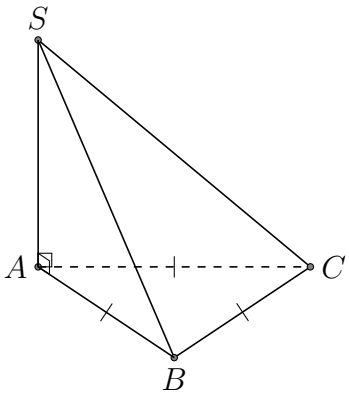
A $24\sqrt{3}$. **B** $8\sqrt{3}$. **C** $6\sqrt{3}$. **D** $4\sqrt{3}$.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên SA là đường cao của hình chóp $S.ABC$.

Vì $\triangle ABC$ đều cạnh bằng 4 nên $S_{ABC} = \dfrac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Vậy thể tích $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA.S_{ABC} = 8\sqrt{3}$.



Chọn đáp án B □

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B với $AC = a$. Biết $SA \perp (ABC)$ và SB tạo với đáy một góc bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

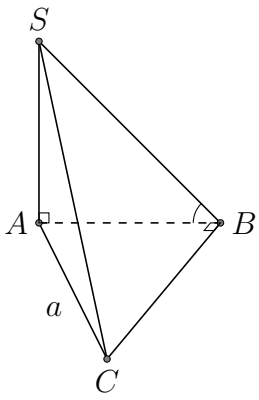
A $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{48}$. **B** $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$. C $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{8}$. D $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Lời giải.

Ta có $2BA^2 = a^2 \Rightarrow BC = \dfrac{a}{\sqrt{2}} = BA \Rightarrow S_{ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \dfrac{a^2}{4}$.

$(SB, (ABC)) = \widehat{SBA} = 60° \Rightarrow SA = AB \cdot \tan 60° = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABC} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{24}$.



Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC). Biết góc tạo với hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **C** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.

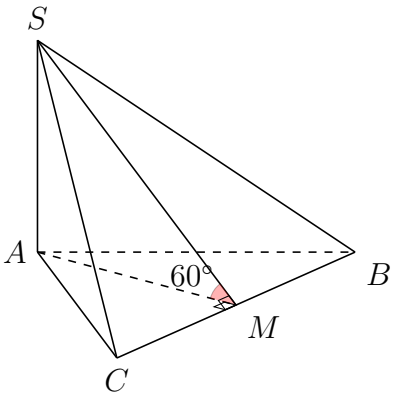
Gọi M là trung điểm BC.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp SA \end{cases}$ nên $BC \perp (SAM)$, suy ra $BC \perp SM$.

Ta có $\begin{cases} SM \perp BC \\ AM \perp BC \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \end{cases} \Rightarrow \widehat{SMA} = 60°$.

$SA = AM \cdot \tan 60° = \dfrac{3a}{2}$.

Vậy $V_{SABC} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{3a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.



Chọn đáp án C □

Câu 7. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ theo a.

A $V=\dfrac{\sqrt{26}a^3}{12}$. **B** $V=\dfrac{\sqrt{78}a^3}{12}$. **C** $V=\dfrac{\sqrt{26}a^3}{3}$. **D** $V=\dfrac{\sqrt{78}a^3}{3}$.

Lời giải.

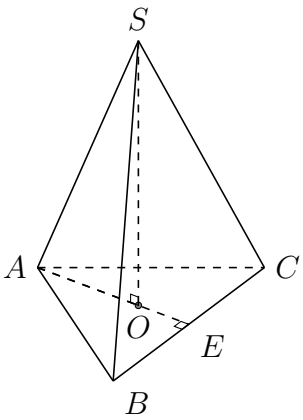
Gọi O là tâm của tam giác ABC, E là trung điểm của BC.

Do $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SO\perp(ABC)$.

Ta có $AE=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AO=\dfrac{2}{3}AE=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác SAO vuông tại O: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{9a^2-\dfrac{a^2}{3}}=\dfrac{\sqrt{78}}{3}a$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}\cdot SO\cdot S_{ABC}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{\sqrt{78}a}{3}\cdot\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{26}a^3}{12}$.



Chọn đáp án A ☐

Câu 8. Cho khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Tính thể tích khối chóp.

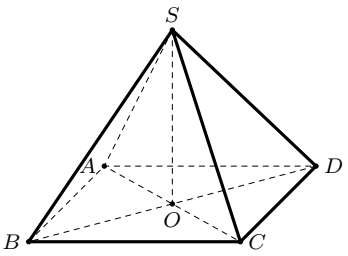
A $\dfrac{1}{3}a^3$. **B** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **C** $\dfrac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **D** $\dfrac{\sqrt{2}}{3}a^3$.

Lời giải.

Gọi $O=AC\cap BD$. Vì $S.ABCD$ là chóp đều nên $SO\perp(ABCD)$.

ΔSOC vuông tại $O\Rightarrow SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}\times SO\times AB^2=\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$.



Chọn đáp án B ☐

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\sqrt{3}a^3$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều cạnh a nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Biết đáy $ABCD$ là một hình bình hành, tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD.

A $2a\sqrt{3}$. **B** a. **C** $6a$. **D** $a\sqrt{3}$.

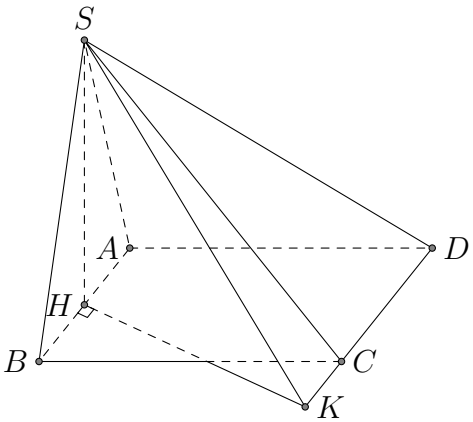
Lời giải.

Gọi H là trung điểm cạnh $AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại K
$\Rightarrow KH\perp(SAB)$.

Ta có $AB\parallel CD$ do đó
$\mathrm{d}(CD,SA)=\mathrm{d}\,(CD,(SAB))=\mathrm{d}\,(K,(SAB))=KH$.

Theo đề bài
$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot KH\cdot AB\cdot SH\Rightarrow KH=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{a\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}}=6a$.



Chọn đáp án C ☐

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A $V=a^3$. **B** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **C** $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **D** $V=3a^3$.

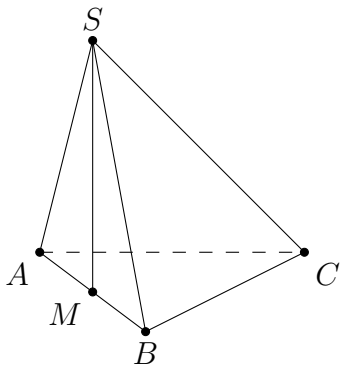
Lời giải.

Gọi M là trung điểm AB. Vì tam giác SAB đều nên $SM \perp AB$.

Vậy $\begin{cases} SM \perp AB \\ (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \end{cases} \Rightarrow SM \perp (ABC)$.

Ta có $SM = SA \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$, $S_{\Delta ABC} = AB^2 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{\Delta ABC} = a^3$.



Chọn đáp án A ☐

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

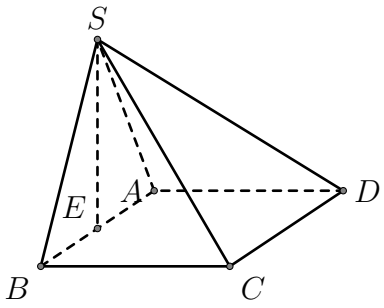
A $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Gọi E là trung điểm của AB. Theo giả thiết $SE \perp (ABCD)$.

Ta có $SE = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra thể tích là $V = \dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.



Chọn đáp án A ☐

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ tâm O có tất cả các cạnh bằng nhau và có thể tích $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. Tính khoảng cách từ O đến mặt bên (SCD).

A d $= \dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. B d $= \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. C d $= \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. D d $= \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.

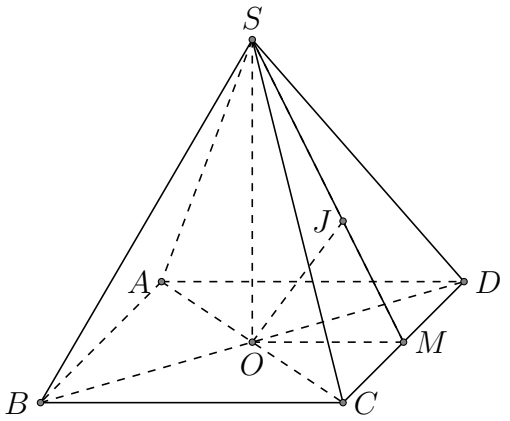
Gọi độ dài của cạnh đáy là x với $x > 0$. Khi đó Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD}$.

Vì $\triangle SBD$ vuông cân tại S nên $SO = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{x\sqrt{2}}{2}$

và $S_{ABCD} = x^2$. Suy ra $V = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{x\sqrt{2}}{2} \cdot x^2 = \dfrac{x^3\sqrt{2}}{6}$.

Theo giả thiết $V = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$ do đó $x = a\sqrt{3}$.

Mặt khác gọi J là hình chiếu vuông góc của O lên (SCD)
$\Rightarrow OJ = \text{d}\,[O, (SCD)]$.



Ta có $OJ \cdot SM = SO \cdot OM \Rightarrow OJ = \dfrac{SO \cdot OM}{SM} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $\text{d}\,[O, (SCD)] = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án B ☐

Câu 13. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a, AD = b, AA' = c$. Thể tích của khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ bằng bao nhiêu?

A abc. **B** $\frac{1}{2}abc$. **C** $\frac{1}{3}abc$. **D** $3abc$.

Lời giải.
Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = abc$.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Một khối lập phương có độ dài cạnh bằng 5, thể tích khối lập phương đã cho bằng

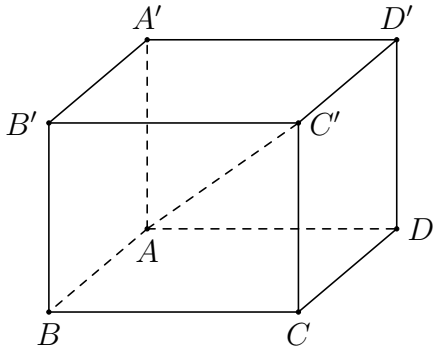
A 243. **B** 25. **C** 81. **D** 125.

Lời giải.
Khối lập phương có cạnh bằng a có thể tích bằng a^3.
Nên thể tích khối lập phương đã cho là $5^3 = 125$.
Chọn đáp án D □

Câu 15. Tính thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết độ dài cạnh AC' là $a\sqrt{3}$.

A $V = a^3$. **B** $V = \frac{a^3}{3}$. **C** $V = 3a^3$. **D** $V = \sqrt{3}.a^3$.

Lời giải.

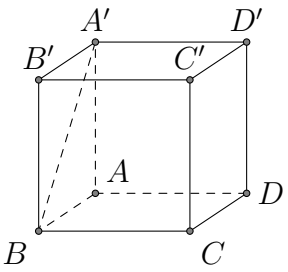


Gọi độ dài một cạnh của hình lập phương là x với $x > 0$. Khi đó $AC' = x\sqrt{3}$. Suy ra $x = a$.
Thể tích khối lập phương có độ dài cạnh là a là $V = a \cdot a \cdot a = a^3$.
Chọn đáp án A □

Câu 16. Tính thể tích của khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $AD = 2AB = 2a$, $A'B = 2a$.

A $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D** $V = 2a^3\sqrt{3}$.

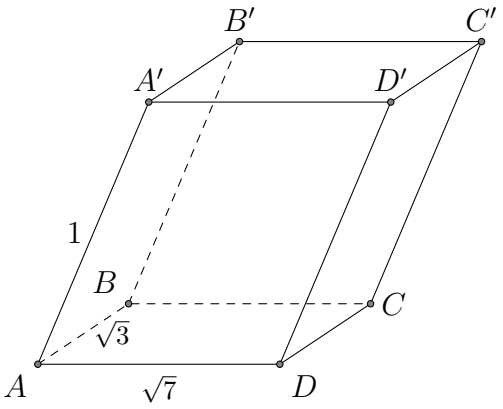
Lời giải.
Xét tam giác $AA'B$ vuông tại A.
suy ra $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.
$V = AA'.S_{ABCD} = a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = 2a^3\sqrt{3}$.



Chọn đáp án D □

Câu 17.

Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=\sqrt{3}; AD=\sqrt{7}$. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(ADD'A')$ cùng tạo với đáy góc 45°, cạnh bên của hình hộp bằng 1 (hình vẽ). Thể tích của khối hộp là



(A) 5. (B) $\sqrt{7}$. (C) $7\sqrt{7}$. (D) $3\sqrt{3}$.

Lời giải.

Goi H là hình chiếu vuông góc của A' trên $(ABCD)$, M và K lần lượt là hình chiếu của H trên AD và AB, dễ thấy $\widehat{A'MH}$ và $\widehat{A'KH}$ lần lượt là góc giữa $(ADD'A')$, $(ABB'A')$ với đáy.

$\Rightarrow \widehat{A'MH}=\widehat{A'KH}=45^\circ$.

Đặt $A'H=x\,(x>0) \Rightarrow HM=HK=x \Rightarrow A'M=x\sqrt{2}$.

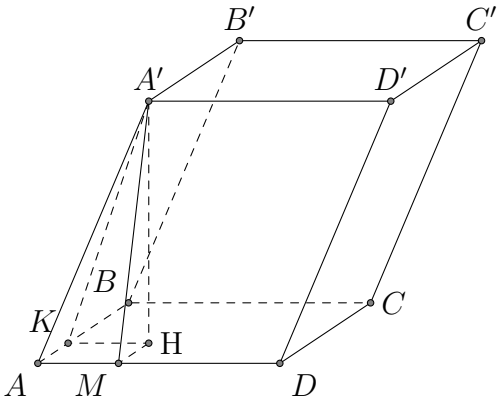
Trong tam giác vuông $A'AM$ có

$AM=\sqrt{\mathrm{AA'}^2-A'M^2} \Leftrightarrow x^2=1-2x^2$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'H=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Thể tích của khối hộp là

$V=AB\cdot AD\cdot A'H=\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{7}$.



Chọn đáp án (B) □

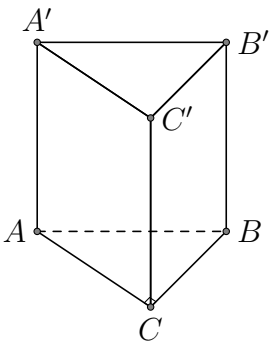
Câu 18. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $BC=2a$, $CC'=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $V=2a^3\sqrt{3}$. (B) $V=a^3\sqrt{3}$. (C) $V=a^3\sqrt{2}$. (D) $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Ta có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}BC^2=2a^2$.

Vậy $V=S_{ABC}\cdot CC'=2a^2\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=a^3\sqrt{3}$.



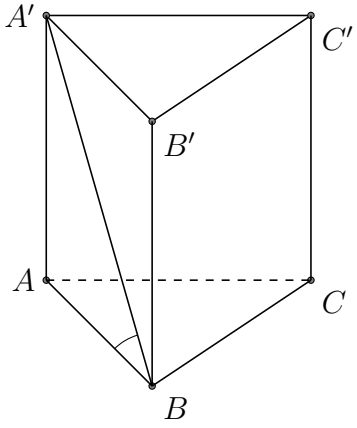
Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45°. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

(A) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. (C) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. (D) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải.
Ta có $AA' \perp (ABC)$
$\Rightarrow [A'B,(ABC)] = (A'B,AB) = \widehat{A'BA} = 45^\circ$.
Ta có $AA' = AB \cdot \tan 45^\circ = a$.
Thể tích của khối lăng trụ là

$$V = AA' \cdot S_{ABC} = a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$$



Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách giữa AB' và CC' là
A $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C $\frac{a}{2}$. D $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

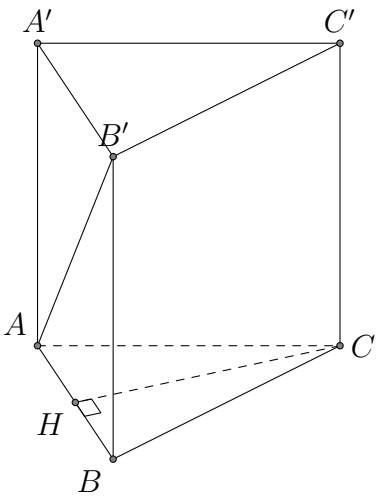
Lời giải.
Vì $CC' \parallel BB'$ nên $CC' \parallel (ABB'A')$. Do đó:

$$\mathrm{d}(AB';CC') = \mathrm{d}(CC';(ABB'A')) = d(C;(ABB'A')).$$

Gọi H là trung điểm AB, suy ra $CH \perp (ABB'A'))$, nên:

$$\mathrm{d}(C;(ABB'A')) = CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $\mathrm{d}(AB';CC') = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Chọn đáp án B □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. A	4. B	5. B	6. C	7. A	8. B	9. C	10. A
11. A	12. B	13. A	14. D	15. A	16. D	17. B	18. B	19. C	20. B

CHƯƠNG 2. MẶT TRÒN XOAY

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Mặt nón tròn xoay	Câu 1 Câu 2	Câu 3 Câu 4	Câu 5	Câu 6	6 30%
② Mặt cầu	Câu 7 Câu 8	Câu 9 Câu 10 Câu 11 Câu 12	Câu 13	Câu 14	8 40%
③ Mặt trụ tròn xoay	Câu 15 Câu 16	Câu 17 Câu 18	Câu 19 Câu 20		6 30%
CỘNG	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Mặt nón tròn xoay	1	NB	Diện tích xung quanh của hình nón.
	2	NB	Thể tích khối nón tròn xoay.
	3	TH	Thể tích khối nón.
	4	TH	Tính độ dài đường cao.
	5	VDT	Diện tích xung quanh của hình nón.
	6	VDC	Tìm giá trị lớn nhất của thể tích khối nón.
Chủ đề 2. Mặt cầu	7	NB	Tính thể tích khối cầu.
	8	NB	Số mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước.
	9	TH	Trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác.
	10	TH	Đa diện nội tiếp được một mặt cầu.
	11	TH	Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó.
	12	TH	Đa diện nội tiếp được trong mặt cầu.
	13	VDT	Xác định tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
	14	VDC	Bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp.
Chủ đề 3. Mặt trụ tròn xoay	15	NB	Diện tích toàn phần của khối trụ.

	16	NB	Thể tích khối trụ.
	17	TH	Diện tích xung quanh của hình trụ.
	18	TH	Thể tích khối trụ.
	19	VDT	Tính thể tích khối trụ.
	20	VDT	Tính thể tích khối trụ.

ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Cho khối cầu có đường kính bằng a. Tính thể tích của khối cầu đó

(A) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$. (B) $\dfrac{\pi a^3}{2}$. (C) $\dfrac{\pi a^3}{6}$. (D) $4\pi a^3$.

Lời giải.

Vì khối cầu có đường kính bằng a nên bán kính $R = \dfrac{a}{2}$.

Áp dụng công thức: $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{a}{2}\right)^3 = \dfrac{\pi a^3}{6}$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Gọi S_{xq}, r, l lần lượt là diện tích xung quanh, bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón. Công thức nào sau đây đúng?

(A) $S_{xq} = \pi rl$. (B) $S_{xq} = 2\pi rl$. (C) $S_{xq} = 2\pi r(r+l)$. (D) $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 l$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Có bao nhiêu mặt cầu chứa một đường tròn cho trước.

(A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

Lời giải.

Vì một mặt phẳng cắt một mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn nên có vô số mặt cầu chứa 1 đường tròn cho trước.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Gọi S_{tp}, r, h lần lượt là diện tích toàn phần, bán kính đáy và chiều cao của khối trụ. Công thức nào sau đây đúng?

(A) $S_{tp} = \pi r(r+h)$. (B) $S_{tp} = \pi r(r+2h)$. (C) $S_{tp} = 2\pi r(r+h)$. (D) $S_{tp} = \pi r(2r+h)$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = S_{xq} + 2 \cdot S_{\text{đáy}} = 2\pi r(r+h)$

Chọn đáp án C □

Câu 5. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng a, khoảng cách giữa hai đáy bằng $a\sqrt{2}$. Tính thể tích của khối trụ đó.

(A) $\pi a^3\sqrt{2}$. (B) $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. (C) $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. (D) πa^3.

Lời giải.

Khoảng cách giữa hai đáy bằng $a\sqrt{2}$ nên chiều cao $h = a\sqrt{2}$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi\dfrac{a^2}{4}\left(a\sqrt{2}\right) = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 6. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 4 và chiều cao bằng 5. Tính thể tích của khối nón đó.

A $\frac{80\pi}{3}$. **B** 80π. **C** $\frac{100\pi}{3}$. **D** 100π.

Lời giải.

Áp dụng công thức $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 5 = \frac{80\pi}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5 cm. Thiết diện qua trục của hình trụ có chu vi bằng 26cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A $15\pi cm^2$. **B** $30\pi cm^2$. **C** $40\pi cm^2$. **D** $75\pi cm^2$.

Lời giải.

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có chu vi bằng 26 cm, một kích thước là đường kính của đường tròn đáy bằng 10cm, một kích thước là đường sinh của hình trụ có độ dài bằng: $26 : 2 - 10 = 3$ cm.

Do đó diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi \cdot 5 \cdot 3 = 30\pi cm^2$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng a. Thiết diện qua trục của khối trụ là hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đó.

A πa^3. **B** $2\pi a^3$. **C** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Vì thiết diện qua trục của khối trụ là hình vuông nên chiều cao của khối trụ bằng đường kính đáy nên chiều cao của khối trụ là a.

Do đó thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi a^2 a = \pi a^3$.

Chọn đáp án B □

Câu 9. Cho khối nón có đường kính đáy bằng $2a\sqrt{3}$ và góc ở đỉnh bằng $120°$. Tính thể tích của khối nón đó.

A $\frac{\pi a^3}{3}$. **B** $\frac{\pi a^3}{2}$. **C** $\frac{\pi a^3}{4}$. **D** $\frac{a^3}{3}$.

Lời giải.

Vì đường kính đáy bằng $2a\sqrt{3}$ nên bán kính đáy là $R = a\sqrt{3}$.

Góc ở đỉnh bằng $120°$ nên chiều cao của khối nón là $h = \frac{a\sqrt{3}}{\tan 60°} = a$.

Vậy thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a = \frac{\pi a^3}{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 10. Cho hình nón có đường kính đáy bằng 4 và đường sinh hợp với đáy một góc bằng $30°$. Tính chiều cao hình nón.

A $\frac{4}{\sqrt{3}}$. **B** $\frac{2}{\sqrt{3}}$. **C** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D** $2\sqrt{3}$.

Lời giải.

Đường kính đáy bằng 4 nên bán kính đáy là $R = 2$.

Chiều cao của hình nón là $h = 2\tan 30° = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a\sqrt{3}$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A $\frac{3\pi a^2}{2}$. **B** $6\pi a^2$. **C** $12\pi a^2$. **D** $16\pi a^2$.

Lời giải.
Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$.
Trục d của đường tròn ngoại tiếp đáy là đường thẳng đi qua G và vuông góc với đáy.
Đường trung trực của SA cắt d tại O. Suy ra O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
Gọi M là trung điểm của BC. Có $AM = a\sqrt{3} \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$. Và $MN = AG = \dfrac{2}{3}AM = a$.
Gọi N là trung điểm của SA. Suy ra $SN = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
Do đó $R = SM = \sqrt{SN^2 + NM^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Nên $S_{mc} = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$.
Chọn đáp án B □

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

A a. B $\dfrac{a}{2}$. C $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. D $a\sqrt{3}$.

Lời giải.
Gọi I là trung điểm của SC.
Dễ dàng chỉ ra được $IS = IA = IC = ID = IS = \dfrac{SC}{2}$.
Do đó $R = \dfrac{SC}{2} = \dfrac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{2} = \dfrac{\sqrt{a^2 + 2a^2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Chọn đáp án C □

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật đó.

A $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. B $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. C $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. D $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.
Có $A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = a\sqrt{14}$.
Bán kính $R = \dfrac{A'C}{2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.
Chọn đáp án B □

Câu 14. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương cạnh a

A $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. B $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. C $a\sqrt{2}$. D $a\sqrt{3}$.

Lời giải.
Có $A'C = \sqrt{AA'^2 + AC^2} = \sqrt{AA'^2 + AB^2 + AD^2} = a\sqrt{3}$.
Bán kính $R = \dfrac{A'C}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho hình vuông $ABCD$ quay quanh cạnh AB tạo ra khối trụ có chu vi của đường tròn đáy bằng $4\pi a$. Tính thể tích của khối trụ đó.

A $4\pi a^3$. B $2\pi a^3$. C $8\pi a^3$. D $\dfrac{8\pi a^3}{3}$.

Lời giải.
Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB ta được khối lăng trụ có chiều cao là BC, bán kính đường tròn đáy là DC.
Chu vi đường tròn đáy là $2\pi \cdot DC = 4\pi a$. Do đó $DC = 2a$ và $BC = 2a$.
Thể tích của khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi(2a)^2 \cdot 2a = 8\pi a^3$
Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho tam giác ABC đều cạnh a, H là trung điểm của BC. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AH.

(A) $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. (C) πa^2. **(D)** $\dfrac{\pi a^2}{2}$.

Lời giải.

Khi quay $\triangle ABC$ quanh AH ta được khối nón có chiều cao là AH, bán kính đường tròn đáy là HB.

Chiều cao $h = AH = a\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Bán kính đường tròn đáy $R = BH = \dfrac{a}{2}$.

Độ dài đường sinh $l = AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{\dfrac{3a^2}{4} + \dfrac{a^2}{4}} = a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi Rl = \pi \cdot \dfrac{a}{2} \cdot a = \dfrac{\pi a^2}{2}$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với đáy và $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90°$. Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là điểm nào dưới đây?

(A) Trung điểm của cạnh SA. (B) Trung điểm của cạnh SB.

(C) Trung điểm của cạnh SC. (D) Giao điểm của AC và BD.

Lời giải.

Gọi I là trung điểm của SC.

Vì $\triangle SAC$ vuông tại A nên $IS = IA = IC = \dfrac{SC}{2}$.

Vì $DC \perp DA; DC \perp SA \Rightarrow DC \perp (SAD) \Rightarrow DC \perp SD$.

$\triangle SDC$ vuông ở D nên $DI = \dfrac{SC}{2}$.

Chứng minh tương tự $BI = \dfrac{SC}{2}$.

Vậy $IS = IA = IC = IB = ID = \dfrac{SC}{2}$ nên tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là trung điểm của cạnh SC.

Chọn đáp án (C) □

Câu 18. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a.Tính thể tích của khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

(A) $\dfrac{\pi a^3}{9}$. **(B)** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. (C) πa^3. (D) $3\pi a^3$.

Lời giải.

Khối trụ ngoại tiếp hình lăng trụ trên có chiều cao $h = AA' = a$ và bán kính đáy là bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ nên $R = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích của khối trụ $V = \pi R^2 h = \pi \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 \cdot a = \dfrac{\pi a^3}{3}$

Chọn đáp án (B) □

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = a$. Hình chiếu vuông góc của S trên đáy là điểm H thuộc cạnh AC sao cho $HA = 3HC$. Góc giữa cạnh bên SB và đáy bằng $45°$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

(A) $\dfrac{a\sqrt{10}}{20}$. **(B)** $\dfrac{2a\sqrt{7}}{7}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. (D) $\dfrac{a\sqrt{29}}{6}$.

Lời giải.

Gọi M là trung điểm của AC.

Vì $\triangle ABC$ vuông cân tại B nên $BA = BC = a$, $AC = a\sqrt{2}$.

Vì $HA = 3HC$ nên $HC = \dfrac{1}{4}AC = \dfrac{1}{4}a\sqrt{2}$ và $BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{8}} = a\sqrt{\dfrac{7}{8}}$.

Góc giữa cạnh bên SB và đáy là $\widehat{SBH} = 45^\circ$ nên $\triangle SHB$ vuông cân tại H. Do đó $HS = HB = \dfrac{a\sqrt{7}}{\sqrt{8}}$.

Trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$ là đường thẳng d đi qua M và vuông góc với đáy. Trung trực của cạnh bên SA cắt d tại I. I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
Tính được $AC = AS = a\sqrt{2}$, $SC = a$ và I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC nên $R = IA = IS = IC = \dfrac{SA \cdot SC \cdot AC}{4S_{SAC}} = \dfrac{2a}{\sqrt{7}}$.

Chọn đáp án B □

Câu 20. Trong các khối nón có độ dài đường sinh bằng l, tính thể tích V của khối nón có thể tích lớn nhất.

A $V = \dfrac{2\pi l^3\sqrt{3}}{9}$. **B** $V = \dfrac{2\pi l^3\sqrt{3}}{27}$. C $V = \dfrac{\pi l^3\sqrt{3}}{12}$. D $V = \dfrac{\pi l^3}{6}$.

Lời giải.

Ta có $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h$.

Vì $R^2 = l^2 - h^2$ nên $V = \dfrac{1}{3}\pi\left(l^2 - h^2\right)h = \dfrac{1}{3}\pi\left(l^2 h - h^3\right)$.

Có $V' = \dfrac{1}{3}\pi\left(l^2 - 3h^2\right) = 0 \Leftrightarrow h^2 = \dfrac{l^2}{3} \Rightarrow h = \dfrac{l}{\sqrt{3}}$.

Lập bảng biến thiên ta thấy $MaxV = \dfrac{2\pi l^3\sqrt{3}}{27}$ khi $h = \dfrac{l}{\sqrt{3}}$.

Chọn đáp án B □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. C	5. B	6. A	7. B	8. B	9. A	10. B
11. B	12. C	13. B	14. B	15. C	16. D	17. C	18. B	19. B	20. B

Đề số 2

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy là $4a$, đường sinh là $5a$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A $20\pi a^2$. B $40\pi a^2$. C $24\pi a^2$. D $12\pi a^2$.

Lời giải.

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 4a \cdot 5a = 20\pi a^2$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Cho hình nón có bán kính đáy là $3a$, chiều cao là $4a$. Tính thể tích của khối nón.

A $12\pi a^3$. B $16\pi a^3$. C $15\pi a^3$. D $12\pi a^3$.

Lời giải.

Công thức tính thể tích của hình nón là: $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi \cdot (3a)^2 \cdot (4a) = 12\pi a^3$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 4 và độ dài đường sinh bằng 5. Tính thể tích của khối nón đó.

A 12π. **B** 16π. C 36π. D 48π.

Lời giải.

Chiều cao của hình nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.
Thể tích của hình nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 4^2 \cdot 3 = 16\pi$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Một hình nón có diện tích đáy bằng $4\pi cm^2$, diện tích xung quanh bằng $8\pi cm^2$. Khi đó đường cao của hình nón đó có độ dài bằng bao nhiêu?
(A) $2\sqrt{3}$ cm. (B) $2\sqrt{5}$ cm. (C) 2 cm. (D) 3 cm.

Lời giải.
Diện tích đáy của hình nón là $S_{\text{đáy}} = \pi r^2 = 4\pi \Rightarrow r = 2$.
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 8\pi \Rightarrow l = 4$.
Độ dài chiều cao của hình nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ đều cạnh a, H là trung điểm của BC. Tính diện tích xung quanh của hình nón nhận đươc khi quay $\triangle ABC$ xung quanh trục AH.
(A) $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. (B) $\dfrac{\pi a^2}{2}$. (C) $\dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{4}$. (D) πa^2.

Lời giải.
Khi quay $\triangle ABC$ xung quanh trục AH ta được hình nón đỉnh A, đáy là đường tròn bán kính BH, chiều cao AH, đường sinh AB.
Có $r = BH = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$ và $l = AB = a$.
Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = \dfrac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 6. Cho hình nón (N_1) đỉnh O, chiều cao là h. Một hình nón (N_2) có đỉnh là tâm của đáy và đáy là một thiết diện song song với đáy của hình nón (N_1). Chiều cao x của khối nón (N_2) là bao nhiêu để thể tích của nó lớn nhất, biết $0 < x < h$.
(A) $x = \dfrac{h}{3}$. (B) $x = \dfrac{h}{2}$. (C) $x = \dfrac{2h}{3}$. (D) $x = \dfrac{h\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải.
Gọi R là bán kính đường tròn đáy của hình nón (N_1).
Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón (N_2).
Ta có thể tích khối nón (N_2) là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 x$.
Theo định lý Talet ta có $\dfrac{r}{R} = \dfrac{h}{h-x} \Rightarrow r = \dfrac{(h-x)R}{h}$.
Nên $V = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{(h-x)^2 \cdot R^2}{h^2} x$.
Có $V' = \dfrac{1}{3}\pi \dfrac{R^2}{h^2}(h^2 - 4hx + 3x^2)$.
Lập bảng biến thiên ta thấy V lớn nhất khi $x = \dfrac{h}{3}$.
Chọn đáp án (A) □

Câu 7. Cho khối cầu có bán kính bằng r. Tính thể tích của khối cầu đó
(A) $4\pi r^3$. (B) $\dfrac{4}{3}\pi r^3$. (C) $\dfrac{4}{3}\pi r^2$. (D) $4\pi r^2$.

Lời giải.
Vì khối cầu có bán kính bằng r nên $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3$.
Chọn đáp án (B) □

Câu 8. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

(A) Có vô số mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước.

(B) Chỉ có 1 mặt cầu đi qua một đường tròn cho trước.

(C) Có vô số mặt phẳng cắt mặt cầu theo những đường tròn bằng nhau.

(D) Có vô số mặt phẳng cắt mặt cầu theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Lời giải.

Vì một mặt phẳng cắt một mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn nên có vô số mặt cầu chứa 1 đường tròn cho trước.

Chọn đáp án (B) □

Câu 9. Cho ba điểm phân biệt A, B, C không thẳng hàng. Tìm tập hợp các tâm O của mặt cầu đi qua ba điểm A, B, C.

(A) Đường trung trực của AB.

(B) Trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

(C) Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB.

(D) Đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Lời giải.

Vì mặt cầu (O) đi qua ba điểm A, B, C nên $OA = OB = OC$.

Do đó O thuộc trục của đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 10. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

(A) Bất kỳ một hình tứ diện nào cũng có mặt cầu ngoại tiếp.

(B) Bất kỳ một hình chóp đều nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

(C) Bất kỳ một hình hộp nào cũng có một mật cầu ngoại tiếp.

(D) Bất kỳ một hình hộp chữ nhật nào cũng có một mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích các mặt $ABCD, ABB'A', ADD'A'$ lần lượt bằng $20cm^2, 28cm^2, 35cm^2$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp .

(A) $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$ cm. (B) $6\sqrt{10}$ cm. (C) $3\sqrt{10}$ cm. (D) 30 cm.

Lời giải.

Gía sử $AB = a, AD = b, AA' = c$.

Ta có $ab = 20$, $ac = 28$, $bc = 35$ nên $a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $c = 7$ cm.

Do đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là $\dfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 12. Cho tứ diện đều $ABCD$. Mệnh đề nào sau đây sai?

(A) Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đường cao của tứ diện vẽ từ A.

(B) Tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đoạn thẳng nối điểm A và trọng tâm $\triangle BCD$.

(C) Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện thuộc đoạn nối trung điểm của AB và CD.

(D) Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện là trung điểm của đoạn nối đỉnh A và chân đường cao vẽ từ A đến mặt phẳng (BCD).

Lời giải.

Vì tâm của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện nằm trên trục của đường tròn ngoại tiếp đáy.

Mà $ABCD$ là tứ diện đều nên trục của đường tròn ngoại tiếp đáy là đường thẳng nối điểm A và trọng tâm $\triangle BCD$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a = 3$, SA vuông góc với đáy và $SA = 2a$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A $32\pi\sqrt{3}$. **B** $16\pi\sqrt{3}$. **C** $\dfrac{8a^3\pi}{3\sqrt{3}}$. **D** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải.

Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Trục d của đường tròn ngoại tiếp đáy là đường thẳng đi qua G và vuông góc với đáy.

Đường trung trực của SA cắt d tại O. Suy ra O là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Gọi M là trung điểm của BC. Có $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Và $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi N là trung điểm của SA. Suy ra $AN = a$.

Do đó $R = OA = \sqrt{AG^2 + AN^2} = \dfrac{2a}{\sqrt{3}}$. Nên $V_{kc} = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{32\pi a^3}{9\sqrt{3}} = 32\pi\sqrt{3}$.

Chọn đáp án A □

Câu 14. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên.

A $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B** $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C** $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.

Gọi O là giao của 2 đường chéo AC, BD.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên SO là trục của đường tròn ngoại tiếp đáy.

Đường trung trực của SA cắt SO tại I. Suy ra I là tâm của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Gọi M là trung điểm của SA. Suy ra $SM = \dfrac{a}{2}$.

Có $AO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ và $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vì $\triangle SIM \backsim \triangle SAO$ nên $\dfrac{SI}{SA} = \dfrac{SM}{SO} \Rightarrow R = SI = \dfrac{SM \cdot SA}{SO} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Chọn đáp án B □

Câu 15. Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy là h, độ dài đường sinh là l và bán kính của đường tròn đáy là r. Công thức tính diện tích toàn phần của khối trụ là:

A $\pi r(l + r)$. **B** $\pi r(2l + r)$. **C** $2\pi r(l + r)$. **D** $2\pi r(l + 2r)$.

Lời giải.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Diện tích 2 đáy là $S_{2\text{đáy}} = 2\pi r^2$.

Diện tích toàn phần là $S_{tp} = 2\pi r(l + r)$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Cho một khối trụ có khoảng cách giữa hai đáy bằng 10, bán kính đường tròn đáy bằng 2. Tính thể tích của khối trụ.

A 200π. **B** 20π. **C** 10π. **D** 40π.

Lời giải.

Áp dụng công thức $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 2^2 \cdot 10 = 40\pi$.

Chọn đáp án D □

Câu 17. Cho một khối trụ có độ dài đường sinh bằng 10, thể tích của khối trụ bằng 90π. Tính diện tích xung quanh của khối trụ.

A 81π. **B** 180π. **C** 60π. **D** $60\pi\sqrt{3}$.

Lời giải.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi rh = \pi r \cdot 10 = 90\pi \Rightarrow r = 3$.

Diện tích xung quanh của khối trụ là $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 3 \cdot 10 = 60\pi$

Chọn đáp án C □

Câu 18. Cắt một khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ có AB và CD thuộc hai đáy của khối trụ. Biết $AB = 4a$, $AC = 5a$. Tính thể tích của khối trụ.

A $16\pi a^3$. B $8\pi a^3$. C $4\pi a^3$. D $12\pi a^3$.

Lời giải.

Có $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = 3a$.

Khối trụ có bán kính $r = \dfrac{AB}{2} = 2a$, chiều cao $h = AD = 3a$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = 12\pi$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2AD$. Quay hình chữ nhật $ABCD$ lần lượt quanh AD và AB ta được hai hình trụ tròn xoay có thể tích là $V_1; V_2$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A $V_1 = V_2$. B $V_2 = 2V_1$. C $V_1 = 2V_2$. D $\dfrac{a\sqrt{29}}{6}$.

Lời giải.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh AD ta được hình trụ tròn xoay có chiều cao AD, bán kính đường tròn đáy là AB.

Nên $V_1 = \pi(AB)^2 \cdot AD = 4AD^3$.

Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh AB ta được hình trụ tròn xoay có chiều cao AB, bán kính đường tròn đáy là AD.

Nên $V_2 = \pi(AD)^2 \cdot AB = 2AD^3$.

Do đó $V_1 = 2V_2$.

Chọn đáp án C □

Câu 20. Cho hình trụ có bán kính r. AB, CD lần lượt là 2 dây cung song song với nhau, nằm trên hai đường tròn đáy và cùng có độ dài bằng $r\sqrt{2}$. Mặt phẳng $(ABCD)$ không song song và không chứa trục của hình trụ, góc giữa $(ABCD)$ với đáy bằng $30°$. Tính thể tích khối trụ.

A $\dfrac{\pi r^3\sqrt{6}}{3}$. B $\dfrac{\pi r^3\sqrt{6}}{2}$. C $\dfrac{\pi r^3\sqrt{3}}{6}$. D $\dfrac{\pi r^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.

Gọi O và O' là tâm 2 đường tròn đáy. Hạ $OH \perp AB$.

Tính được $OH = \dfrac{r\sqrt{2}}{2}$.

Vì mặt phẳng $(ABCD)$ không song song với trục và không chứa trục của hình trụ. Nên mặt phẳng $(ABCD)$ cắt OO' tại trung điểm M của OO'.

Góc giữa $(ABCD)$ với đáy chính là góc $\widehat{MHO} = 30°$.

Có $\tan 30° = \dfrac{MO}{OH} \Rightarrow MO = \dfrac{r\sqrt{6}}{6}$. Nên $OO' = \dfrac{r\sqrt{6}}{3}$.

Do đó $V = \dfrac{\pi r^3\sqrt{6}}{3}$.

Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. B	4. A	5. B	6. A	7. B	8. B	9. B	10. C
11. A	12. B	13. A	14. B	15. C	16. D	17. C	18. D	19. C	20. A

Đề số 3

Câu 1. Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

(A) $S_{xq} = \pi rh$. (B) $S_{xq} = 2\pi rl$. (C) $S_{xq} = \pi rl$. (D) $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải.

Chọn đáp án (C) □

Câu 2. Tính thể tích khối nón có bán kính đáy bằng 3cm và độ dài đường sinh bằng 5cm.

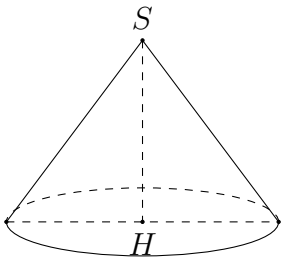
(A) 12π (cm^3). (B) 15π (cm^3). (C) 36π (cm^3). (D) 45π (cm^3).

Lời giải.

Ta có $SH = \sqrt{5^2 - 3^2 = 4}$.

Vậy thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 9 = 12\pi \text{cm}^3$$



Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Nếu tăng bán kính đáy của một hình nón lên 4 lần và giảm chiều cao của hình nón đó đi 8 lần thì thể tích của khối nón tăng hay giảm bao nhiêu lần?

(A) Tăng 16 lần. (B) Tăng 2 lần. (C) Giảm 16 lần. (D) Giảm 2 lần.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3}\pi r^2 h \\ V_2 &= \frac{1}{3}\pi (4r)^2 \cdot \frac{h}{8} = \frac{2}{3}\pi r^2 h = 2V_1. \end{aligned}$$

Vậy thể tích khối nón tăng lên 2 lần.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Một khối nón có độ dài đường cao bằng đường kính của đường tròn đáy và có thể tích bằng $18a^3$. Tính chiều cao của khối nón?

(A) $\dfrac{6a}{\sqrt{\pi}}$. (B) $\dfrac{a}{\sqrt[3]{\pi}}$. (C) $\dfrac{2a}{\sqrt[3]{\pi}}$. (D) $\dfrac{6a}{\sqrt[3]{\pi}}$.

Lời giải.

Gọi h là chiều cao của khối nón thì bán kính đáy bằng $\dfrac{h}{2}$.

Ta có

$$V = \frac{1}{3}\pi \left(\frac{h}{2}\right)^2 \cdot h = 18a^3 \Rightarrow h = \frac{6a}{\sqrt[3]{\pi}}.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 5. Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, ba đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. (B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. (D) $\sqrt{3}\pi a^2$.

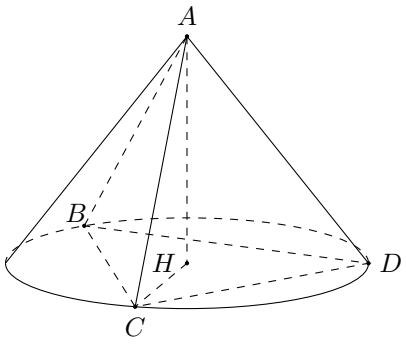
Lời giải.

Khối nón đã cho có đường sinh $l = a$ là cạnh của tứ diện đều, và bán kính đáy bằng bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đều cạnh a:

$$r = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy diện tích xung quanh của khối nón là

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2.$$



Chọn đáp án C □

Câu 6. Tìm thể tích lớn nhất của một hình nón có diện tích toàn phần bằng diện tích hình tròn bán kính bằng a cho trước.

A $\frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}$. B $\frac{\pi a^3}{3\sqrt{2}}$. C $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$. D $\frac{\pi a^3}{6}$.

Lời giải.

Gọi R, l lần lượt là bán kính đáy và đường sinh của hình nón. Theo đề ta có

$$\pi R^2 + \pi Rl = \pi a^2 \Leftrightarrow R^2 + Rl = a^2 \Rightarrow l = \frac{a^2}{R} - R.$$

Lúc đó thể tích hình nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{l^2 - R^2} = \frac{1}{3}\pi R^2 \sqrt{\frac{a^4}{R^2} - 2a^2} = \frac{1}{3}\pi aR\sqrt{a^2 - 2R^2}.$$

Ta có $V = \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \pi a \cdot (R\sqrt{2})\sqrt{a^2 - 2R^2} \le \frac{1}{3\sqrt{2}}\pi a \frac{(R\sqrt{2})^2 + a^2 - 2R^2}{2} = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}$.

Suy ra $V_{max} = \frac{\pi a^3}{6\sqrt{2}}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$R\sqrt{2} = \sqrt{a^2 - 2R^2} \Leftrightarrow 2R^2 = a^2 - 2R^2 \Leftrightarrow R = \frac{a}{2}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 7. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R = 4$ bằng

A $V = 64\pi$. B $V = 48\pi$. C $V = 36\pi$. D $V = \frac{256\pi}{3}$.

Lời giải.

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$.

Chọn đáp án D □

Câu 8. Số mặt cầu chứa một đường tròn cho trước là

A 0. B 1. C 2. D vô số.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khi đó, trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A đường thẳng đi qua S và trung điểm của cạnh AB.

(B) đường thẳng đi qua S và trung điểm của cạnh BC.
(C) đường thẳng đi qua S và trung điểm của cạnh CA.
(D) đường thẳng đi qua S và trọng tâm của tam giác ABC.

Lời giải.
Gọi I là trung điểm của AB.
Do tam giác ABC vuông tại C nên I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. (1)
Ta có

$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (ABC) = AB \\ SI \subset (SAB) \\ SI \perp (AB) \end{cases} \Rightarrow SI \perp (ABC). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra SI là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
Chọn đáp án (A) □

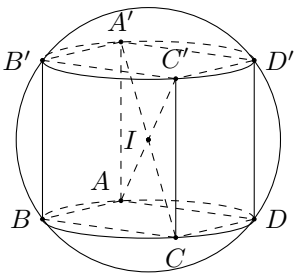
Câu 10. Trong các đa diện sau đây, đa diện nào không luôn luôn nội tiếp được trong mặt cầu
(A) Hình chóp tam giác (tứ diện). (B) Hình chóp đều ngũ giác.
(C) Hình chóp tứ giác. (D) Hình hộp chữ nhật.

Lời giải.
Hình chóp nội tiếp được một mặt cầu khi và chỉ khi đáy của nó là đa giác nội tiếp một đường tròn. Như vậy, những hình chóp tứ giác có đáy không phải là tứ giác nội tiếp (chẳng hạn hình chóp có đáy là hình bình hành nhưng không phải là hình chữ nhật) thì không thể nội tiếp được trong một mặt cầu.

Chọn đáp án (C) □

Câu 11. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$.
(A) $\dfrac{a\sqrt{14}}{3}$. (B) $\dfrac{a\sqrt{14}}{6}$. (C) $\dfrac{a\sqrt{14}}{2}$. (D) $a\sqrt{14}$.

Lời giải.
Ta có $AC' = \sqrt{AB^2 + AD^2 + AA'^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (3a)^2} = a\sqrt{14}$.
Suy ra bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là $R = \dfrac{AC'}{2} = \dfrac{a\sqrt{14}}{2}$.



Chọn đáp án (C) □

Câu 12. Chọn phát biểu đúng về điều kiện cần và đủ để một khối đa diện có mặt cầu ngoại tiếp.
(A) Một hình chóp có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi nó là hình chóp đều.
(B) Một lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi đáy của lăng trụ phải là đa giác nội tiếp.
(C) Một lăng trụ có mặt cầu ngoại tiếp khi và chỉ khi nó phải là lăng trụ đứng và đáy là một đa giác nội tiếp.
(D) Hình chóp luôn luôn có mặt cầu ngoại tiếp.

Lời giải.
Chọn đáp án (C) □

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) vuông góc với nhau. Biết ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác BCD vuông cân tại D. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Khi đó I cách A một khoảng bằng

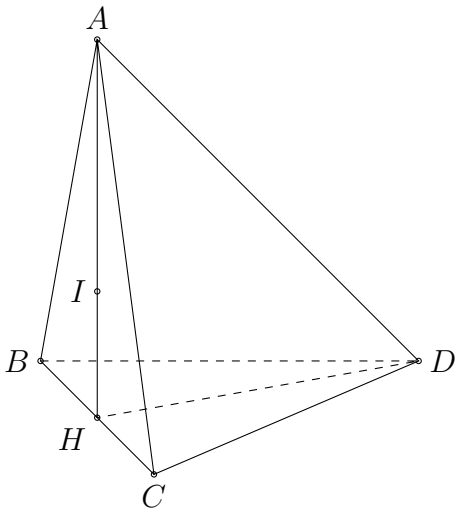
A $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Gọi H là trung điểm của BC.

Do $\triangle BCD$ vuông cân tại D nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle BCD$. (1)

Mặt khác $\begin{cases}(ABC)\perp(BCD)\\(ABC)\cap(BCD)=BC\\AH\subset(ABC)\\AH\perp BC\end{cases}\Rightarrow AH\perp(BCD)$ (2)



Từ (1) và (2) suy ra AH là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD. Do đó, nếu gọi I là trọng tâm tam giác đều ABC thì $IA=IB=IC=ID$ nên I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$. Khi đó ta có

$$IA=\frac{2}{3}AH=\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án A □

Câu 14. Ba tia Ox, Oy, Oz đôi một vuông góc, C là một điểm cố định trên Oz sao cho $OC=1$. A, B là hai điểm thay đổi trên Ox, Oy sao cho $OA+OB=OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$.

A $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$. **B** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **D** $\sqrt{6}$.

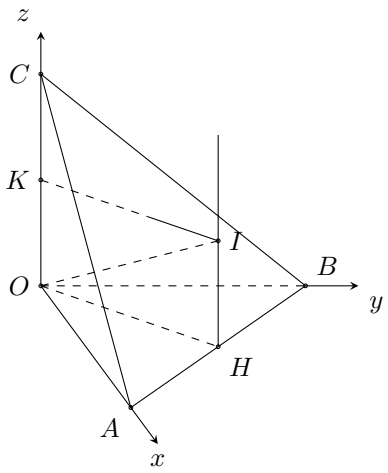
Lời giải.

Đặt $OB=b$, $OA=a$. ($a+b=1$, $a,b\in(0;1)$).

Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB, OC.

Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

$$R=OI=\sqrt{IH^2+OH^2}.$$



Ta có

$$\begin{aligned}R^2=\frac{1}{4}+\frac{a^2+b^2}{4} &= \frac{1}{4}+\frac{1}{8}\cdot 2\cdot(a^2+b^2)\\ &\geq \frac{1}{4}+\frac{1}{8}(a+b)^2=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}.\end{aligned}$$

Suy ra $R\geq\dfrac{\sqrt{6}}{4}$; $R_{\min}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}a=b\\a+b=1\end{cases}\Leftrightarrow a=b=\dfrac{1}{2}$.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Tính diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy bằng 2cm và chiều cao 5cm.

A 20π. **B** 8π. **C** 28π. **D** 14π.

Lời giải.
Ta có $S_{\text{tp}} = 2\pi r(r+h) = 2\pi \cdot 2 \cdot (2+5) = 28\pi$.

Chọn đáp án C □

Câu 16. Thể tích khối trụ có đường kính đáy và chiều cao đều bằng 1 là
A π. B $\frac{\pi}{4}$. C $\frac{\pi}{2}$. D 2π.

Lời giải.
Ta có $V = \pi R^2 h = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1 = \frac{\pi}{4}$.

Chọn đáp án B □

Câu 17. Diện tích xung quanh (S_{xq}) và thể tích (V) của hình trụ có mối quan hệ
A $S_{\text{xq}} = \frac{V}{2R}$. B $S_{\text{xq}} = VR$. C $S_{\text{xq}} = \frac{V}{R}$. D $S_{\text{xq}} = 2\frac{V}{R}$.

Lời giải.
Ta có $S_{\text{xq}} = 2\pi Rh = 2\frac{\pi R^2}{R}h = \frac{2\pi R^2 h}{R} = \frac{2V}{R}$.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Khi chiều cao của khối trụ tăng lên 4 lần, để thể tích của khối trụ không đổi thì ta cần
A giảm bán kính đáy đi 4 lần. B giảm bán kính đáy đi 16 lần.
C giảm bán kính đáy đi 2 lần. D tăng bán kính đáy $\sqrt{2}$ lần.

Lời giải.

$$V_1 = \pi R_1^2 h$$

$$V_2 = \pi R_2^2 \cdot 4h$$

Suy ra

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow R_1^2 = 4R_2^2 \Leftrightarrow R_1 = 2R_2.$$

Vậy ta cần phải giảm bán kính đáy đi 2 lần.
Chọn đáp án C □

Câu 19. Một hình trụ có diện tích xung quanh bằng S, diện tích đáy bằng diện tích một mặt cầu có bán kính a. Tính thể tích V của khối trụ.
A $V = \frac{1}{2}Sa$. B $V = \frac{1}{3}Sa$. C $V = \frac{1}{4}Sa$. D $V = Sa$.

Lời giải.
Gọi R và h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ.
Khi đó, theo giả thiết ta có:

$$\begin{cases} 2\pi Rh = S & (1) \\ \pi R^2 = 4\pi a^2 & (2) \end{cases}$$

Ta cần tính $V = \pi R^2 h = 2\pi Rh \cdot \frac{R}{2} = \frac{SR}{2}$.
Mặt khác, từ (2) ta có $R = 2a$. Do đó

$$V = \frac{S \cdot 2a}{2} = Sa.$$

Chọn đáp án D □

Câu 20. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A $V = 4\pi a^3$. B $V = 6\pi a^3$. C $V = 5\pi a^3$. D $V = \pi a^3$.

Lời giải.

Gọi chiều cao của khối trụ là h.

Ta có chu vi của thiết diện

$$P = 2(h + 2R) \Rightarrow h = \frac{P - 4R}{2} = \frac{12a - 4a}{2} = 4a.$$

Thể tích của khối trụ là

$$V = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot 4a = 4\pi a^3.$$

Chọn đáp án A □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. B	4. D	5. C	6. A	7. D	8. D	9. A	10. C
11. C	12. C	13. A	14. A	15. C	16. B	17. D	18. C	19. D	20. A

CHƯƠNG 3. PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A KHUNG MA TRẬN

CHỦ ĐỀ CHUẨN KTKN	CẤP ĐỘ TƯ DUY				CỘNG
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
① Hệ trục tọa độ	Câu 1 Câu 2	Câu 3	Câu 4		4 20%
② Phương trình mặt cầu	Câu 5	Câu 6 Câu 7			3 15%
③ Phương trình mặt phẳng	Câu 8 Câu 9	Câu 10 Câu 11 Câu 12	Câu 13		6 30%
④ Phương trình đường thẳng	Câu 14	Câu 15 Câu 16		Câu 17	4 20%
⑤ Vị trí tương đối, khoảng cách, góc			Câu 18 Câu 19	Câu 20	3 15%
CỘNG	6 30%	8 40%	4 20%	2 10%	20 100%

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

CHỦ ĐỀ	CÂU	MỨC ĐỘ	MÔ TẢ
Chủ đề 1. Hệ trục tọa độ	1	NB	Tìm tọa độ véc-tơ.
	2	NB	Tìm tọa độ điểm.
	3	TH	Tính tích có hướng của hai véc-tơ cho trước tọa độ.
	4	VDT	Tìm tọa độ điểm thỏa điều kiện cho trước.
Chủ đề 2. Phương trình mặt cầu	5	NB	Nhận biết phương trình mặt cầu.
	6	TH	Viết phương trình mặt cầu.
	7	TH	Vị trí tương đối của điểm và mặt cầu.
Chủ đề 3. Phương trình mặt phẳng	8	NB	Nhận dạng phương trình mặt phẳng chứa trục tọa độ.
	9	NB	Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng.
	10	TH	Viết phương trình mặt phẳng.

	11	TH	Viết phương trình mặt phẳng.
	12	TH	Vị trí tương đối của hai mặt phẳng.
	13	VDT	Viết phương trình mặt phẳng.
Chủ đề 4. Phương trình đường thẳng	14	NB	Viết phương trình đường thẳng.
	15	TH	Viết phương trình đường thẳng.
	16	TH	Viết phương trình đường thẳng.
	17	VDC	Hình chiếu của điểm, đường thẳng lên mặt phẳng.
Chủ đề 5. Vị trí tương đối, khoảng cách, góc	18	VDT	Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng.
	19	VDT	Bài toán liên quan vị trí tương đối.
	20	VDC	Bài toán liên quan đến góc và khoảng cách.

C ĐỀ KIỂM TRA

Đề số 1

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ: $\vec{a}=(2;-5;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(1;7;2)$. Tọa độ véc-tơ $\vec{d}=\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{c}$ là

A $(0;-27;3)$. B $(1;2;-7)$. C $(0;27;3)$. D $(0;27;-3)$.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned}\vec{a} &= (2;-5;3)\\ -4\vec{b} &= (0;-8;4)\\ -2\vec{c} &= (-2;-14;-4)\end{aligned}$$

Suy ra $\vec{a}-4\vec{b}-2\vec{c}=(0;-27;3)$. Vậy $\vec{d}=(0;-27;3)$.

Chọn đáp án A □

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(4;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

A $(4;-2;4)$. B $(2;-2;4)$. C $(-4;2;4)$. D $(4;2;2)$.

Lời giải.

Trước hết, ta có nhận xét ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Gọi $D(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-4;2;0)$, $\overrightarrow{DC}=(-x;-y,4-z)$.

Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì điều kiện cần và đủ là

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}-x=-4\\-y=-2\\4-z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=-2\\z=4.\end{cases}$$

Vậy $D(4;-2;4)$.

Chọn đáp án A □

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}(1;2;3)$ và $\vec{v}(-1;3;0)$. Khi đó tích có hướng $[\vec{u};\vec{v}]$ là
(A) $(-9;3;-5)$. (B) $(9;3;5)$. (C) $(9;-3;5)$. (D) $(-9;-3;5)$.

Lời giải.
Ta có $[\vec{u};\vec{v}] = \left(\begin{vmatrix}2&3\\3&0\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}1&3\\-1&0\end{vmatrix};\begin{vmatrix}1&2\\-1&3\end{vmatrix}\right) = (-9;-3;5)$.
Chọn đáp án (D) □

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$ và $C(7;4;-2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là
(A) $\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$. (B) $\left(\frac{8}{3};3;-\frac{8}{3}\right)$. (C) $\left(3;3;-\frac{8}{3}\right)$. (D) $\left(1;2;\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải.
Gọi $E(x;y;z)$

$$\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 = 2(1-x) \\ y-4 = 2(2-y) \\ z+2 = 2(-3-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \dfrac{8}{3} \\ z = -\dfrac{8}{3}. \end{cases}$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z=19$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).
(A) $I(1;-2;1)$, $R=\sqrt{19}$. (B) $I(-1;2;-1)$, $R=\sqrt{19}$.
(C) $I(1;-2;1)$, $R=5$. (D) $I(-1;2;-1)$, $R=5$.

Lời giải.
$(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-19=0$.
Ta có tâm $I(1;-2;1)$, bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2-(-19)}=5$.
Chọn đáp án (C) □

Câu 6. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;2;-2)$ và đi qua điểm $M(3;-4;1)$.
(A) $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-49=0$. (B) $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-40=0$.
(C) $x^2+y^2+z^2+2x+4y-4z-40=0$. (D) $x^2+y^2+z^2-2x+4y+4z-40=0$.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm I và bán kính bằng IM.
Ta có $\overrightarrow{IM}(2;-6;3) \Rightarrow IM^2 = 2^2+(-6)^2+3^2 = 49$.
Vậy phương trình của mặt cầu (S) là

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2 = 49.$$

Hay:

$$x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-40=0.$$

Chọn đáp án (B) □

Câu 7. Cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-12=0$ và điểm $M(2;2;1)$. Kết luận nào sau đây là đúng?
(A) Điểm M nằm trong mặt cầu (S).
(B) Điểm M nằm trên mặt cầu (S).
(C) Điểm M nằm ngoài mặt cầu (S).

(D) Điểm M cách tâm của mặt cầu một đoạn bằng bán kính.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+0^2+12}=\sqrt{17}$.

Ta có $IM=\sqrt{(2-1)^2+(2+2)^2+(1-0)^2}=\sqrt{18}>R$.

Do đó điểm M nằm ngoài mặt cầu (S).

Chọn đáp án C □

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) chứa trục Oy và điểm $M(1;4;-3)$ là

(A) $3x+z=0$. (B) $3x+y=0$. (C) $x+3z=0$. **D** $3x-z=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{OM}=(1;4;-3)$.

Trục Oy có véc-tơ chỉ phương $\vec{j}=(0;1;0)$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $O(0;0;0)$ và nhận $\left[\overrightarrow{OM},\vec{j}\right]=(-3;0;-1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên có phương trình:

$$-3x-z=0\Leftrightarrow 3x+z=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 9. Cho mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+3z-1=0$. Véc-tơ pháp tuyến của (α) là

(A) $\vec{n}(2;3;-1)$. (B) $\vec{n}(2;3;0)$. (C) $\vec{n}(2;0;-3)$. **D** $\vec{n}(-2;0;-3)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Cho (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(2;1;-1)$ và vuông góc với đường thẳng $\Delta\colon \begin{cases}x=1+t\\y=2-3t\\z=4+t.\end{cases}$

Phương trình của mặt phẳng (P) là

(A) $3x-y+z-4=0=0$. (B) $x+3y-z-6=0$.

C $x-3y+z+2=0$. (D) $x+2y+4z=0$.

Lời giải.

Vì $(P)\perp\Delta$ nên (P) nhận véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(1;-3;1)$ của Δ làm véc-tơ pháp tuyến.

Do đó phương trình của mặt phẳng (P) là

$$1(x-2)-3(y-1)+1(z+1)=0\Leftrightarrow x-3y+z+2=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;-1;2)$, $B(-3;1;2)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

(A) $3x+y=0$. (B) $x-3y=0$. **C** $3x-y=0$. (D) $x+3y=0$.

Lời giải.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của AB thì (α) đi qua trung điểm I của AB và (α) nhận $\overrightarrow{AB}$ làm véc-tơ pháp tuyến.

Ta có $I(0;0;2)$, $\overrightarrow{AB}=(-6;2;0)$. Do đó phương trình của mặt phẳng (α) là

$$-6(x-0)+2(y-0)+0(z-2)=0\Leftrightarrow 3x-y=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 12. Cho mặt phẳng $(P)\colon 2x-3y+4z-1=0$, và $(Q)\colon (2-m)x+(2m-1)y+12z-2=0$ với m là tham số thực. Tìm m để $(P)\parallel(Q)$.

(A) $m=-6$. (B) $m=4$. (C) $m=-2$. **(D)** $m=-4$.

Lời giải.

$(P)\parallel(Q)\Leftrightarrow \dfrac{2-m}{2}=\dfrac{2m-1}{-3}=\dfrac{12}{4}\Rightarrow m=-4$.

Chọn đáp án D □

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng đi qua gốc tọa độ, đồng thời vuông góc với cả hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta)\colon 5x-4y+3z+1=0$ là

(A) $2x+y-2z+1=0$. **(B)** $2x+y-2z=0$.

(C) $2x-y-2z=0$. (D) $2x-y+2z=0$.

Lời giải.

(α) và (β) lần lượt có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha(3;-2;3)$ và $\vec{n}_\beta(5;-4;3)$.

Mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=[\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta]=(2;1;-2)$, do đó phương trình của nó là

$$2x+y-2z=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-2;0)$ và có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}(0;0;1)$. Đường thẳng d có phương trình tham số

(A) $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+2t\\z=t\end{cases}$. (C) $\begin{cases}x=t\\y=-2t\\z=1\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2-t\\z=0\end{cases}$.

Lời giải.

Chọn đáp án A □

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình của đường thẳng Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và nhận $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}+6\vec{k}$ làm véc-tơ chỉ phương.

(A) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{-4}=\dfrac{z+6}{3}$. (B) $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{z+1}{6}$.

(C) $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$. **(D)** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Lời giải.

Do $\vec{a}=2\vec{i}-4\vec{j}+6\vec{k}$ nên $\vec{a}(2;-4;6)$. Chọn $\vec{u}=(1;-2;3)$ làm một véc-tơ chỉ phương khác của Δ.

Δ đi qua điểm $M(2;0;-1)$ và nhận $(1;-2;3)$ làm véc-tơ chỉ phương nên có phương trình

$$\frac{x-2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+1}{3}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng d đi qua điểm $M(-2;1;2)$ và song song với trục Ox là

(A) $\begin{cases}x=1-2t\\y=t\\z=2t\end{cases}$. (B) $\begin{cases}x=-2\\y=1+t\\z=2\end{cases}$. **(C)** $\begin{cases}x=-2+t\\y=1\\z=2\end{cases}$. (D) $\begin{cases}x=-2t\\y=1+t\\z=2t\end{cases}$.

Lời giải.

Đường thẳng Ox nhận véc-tơ đơn vị $\vec{i}(1;0;0)$ làm véc-tơ chỉ phương.
Vì $d \parallel Ox$ nên d cũng nhận $\vec{i}$ làm véc-tơ chỉ phương. Hơn nữa, d đi qua điểm $M(-2;1;2)$ nên phương trình của nó là $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1 \\ z=2. \end{cases}$

Chọn đáp án C □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(\alpha)\colon x+y+z-1=0$. Tìm hình chiếu của A trên mặt phẳng (α)?

A $H\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$. B $H\left(\frac{1}{3};-\frac{2}{3};\frac{4}{3}\right)$. C $H\left(-\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{1}{3}\right)$. **D** $H\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Lời giải.
Mặt phẳng (α) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;1)$.
Gọi Δ là đường thẳng đi qua $A(1;2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (α), thì Δ nhận $\vec{n}$ làm VTCP.
Suy ra phương trình của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+t \\ z=3+t. \end{cases}$$

Hình chiếu H chính là giao điểm của Δ và (α).
Gọi $H(1+t;2+t;3+t)$ là điểm thuộc Δ. Vì $H \in (\alpha)$ nên

$$1+t+2+t+3+t-1=0 \Leftrightarrow t=-\frac{5}{3}.$$

Suy ra $H\left(-\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Chọn đáp án D □

Câu 18. Cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon x+3y-z+1=0$ và $(\beta)\colon x+3y-z-5=0$. Tính khoảng cách giữa (α) và (β).

A $\frac{6\sqrt{3}}{2}$. **B** $\frac{6\sqrt{11}}{11}$. C $\frac{\sqrt{11}}{6}$. D $\frac{3\sqrt{11}}{11}$.

Lời giải.
Ta thấy $(\alpha) \parallel (\beta)$.
Lấy $M(0;0;1) \in (\alpha)$ thì $\mathrm{d}((\alpha),(\beta)) = \mathrm{d}(M,(\beta)) = \dfrac{|0+3\cdot 0-1-5|}{\sqrt{1^2+3^2+(-1)^2}} = \dfrac{6}{\sqrt{11}} = \dfrac{6\sqrt{11}}{11}$.

Chọn đáp án B □

Câu 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu

- $(C_1)\colon (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=1$.
- $(C_2)\colon (x-3)^2+(y+1)^2+z^2=4$.

Xét vị trí tương đối của (C_1) và (C_2).

A (C_1) và (C_2) cắt nhau. B (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài.
C (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong. **D** (C_1) và (C_2) không cắt nhau.

Lời giải.
Mặt cầu (C_1) có tâm và bán kính lần lượt là $I_1(1;-2;3)$, $R_1=1$.
Mặt cầu (C_2) có tâm và bán kính lần lượt là $I_2(3;-1;0)$, $R_2=2$.

Ta có $I_1I_2=\sqrt{(3-1)^2+(-1+2)^2+(0-3)^2}=\sqrt{14}>3=R_1+R_2$. Suy ra hai mặt cầu nằm ngoài nhau, vậy chúng không cắt nhau.
Chọn đáp án D □

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau: $d\colon \begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=1. \end{cases}$ và $d'\colon \dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A $\sqrt{6}$. B $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. C $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. D $\sqrt{2}$.

Lời giải.
Gọi MN là đoạn vuông góc chung của d và d' ($M\in d$, $M'\in d'$).
Vì $M\in d$ nên $M(1+2t;-1-t;1)$, $M'\in d'$ nên $M'(2-t';-2+t';2+t')$.
Suy ra $\overrightarrow{MM'}=(1-2t-t';-1+t+t';2+t')$.
Đường thẳng d và d' lần lượt có VTCP là $\vec{u_d}=(2;-1;0)$, $\vec{u_d'}=(-1;1;1)$.

Ta có $\begin{cases} MN\perp d \\ MN\perp d' \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} \overrightarrow{MN}\cdot\vec{u_d}=\vec{0} \\ \overrightarrow{MN}\cdot\vec{u_{d'}}=\vec{0} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 2(1-2t-t')-(-1+t+t')=0 \\ -(1-2t-t')+(-1+t+t')+(2+t')=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t=\dfrac{3}{2} \\ t'=-\dfrac{3}{2}. \end{cases}$

Từ đó suy ra $\overrightarrow{MN}=\left(-\dfrac{1}{2};-1;\dfrac{1}{2}\right)$, do đó

$$MN=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+(-1)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Chọn đáp án B □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. A	5. C	6. B	7. C	8. D	9. D	10. C
11. C	12. D	13. B	14. A	15. D	16. C	17. D	18. B	19. D	20. B

Đề số 2

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(0;-3;2)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}$. B $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$.
C $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$. D $\overrightarrow{OM}=-3\vec{i}+2\vec{k}$.

Lời giải.
Theo định nghĩa véc-tơ trong không gian $Oxyz$, điểm $M(0;-3;2)$ nên $\overrightarrow{OM}=-3\vec{j}+2\vec{k}$.

Chọn đáp án C □

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;3;-1)$ và $B(1;-1;9)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A $I(3;1;4)$. B $I(2;2;-5)$. C $I(2;6;-10)$. D $I(-1;-3;-5)$.

Lời giải.

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là $\begin{cases} x_I = \dfrac{5+1}{2} = 3 \\ y_I = \dfrac{3-1}{2} = 1 \\ z_I = \dfrac{-1+9}{2} = 4. \end{cases}$

Chọn đáp án A □

Câu 3. Cho $\vec{a} = (1;2;-1)$, $\vec{b} = (-2;-1;3)$. Tính $\vec{a} \wedge \vec{b}$.

A $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5;1;-3)$. B $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5;1;3)$.

C $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5;-1;-3)$. D $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5;-1;3)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5;-1;3)$.

Chọn đáp án D □

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $MC = 2MB$. Tính độ dài đoạn AM.

A $AM = 3\sqrt{3}$. B $AM = 2\sqrt{7}$. C $AM = \sqrt{29}$. D $AM = \sqrt{30}$.

Lời giải.

Gọi tọa độ điểm $M(a;b;c)$, do M thuộc đoạn BC và $MC = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$ $(*)$.

Ta có $\overrightarrow{CM} = (a+3;b-6;c-4)$ và $\overrightarrow{MB} = (-a;3-b;1-c)$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow \begin{cases} a+3 = -2a \\ b-6 = 6-2b \\ c-4 = 2-2c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow M(-1;4;2) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3;4;2) \Rightarrow AM = \sqrt{29}$.

Chọn đáp án C □

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 1$. Mặt cầu (S) có tâm I là

A $I\,(1;-2;3)$. B $I\,(1;2;-3)$. C $I\,(-1;2;-3)$. D $I\,(-1;2;3)$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-3)$.

Chọn đáp án C □

Câu 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(3;-1;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P)\colon x+2y-2z=0$.

A $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 2$. B $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

C $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 1$. D $(x+3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{d}(I,(P)) = \dfrac{|3+2\cdot(-1)-2\cdot 2|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 1$.

Phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc mặt phẳng (P) là $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

Chọn đáp án B □

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2+4x-2y+2z-5=0$. Điểm nào sau đây **không** thuộc mặt cầu (S)?

A $B(-1;-2;0)$. B $A(0;2;2)$. C $C(-3;4;-2)$. D $D(1;0;-2)$.

Lời giải.

Ta có $(S)\colon (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 11$.

Thay tọa độ các điểm A, B, C, D vào phương trình mặt cầu. Suy ra $A \notin (S)$.

Chọn đáp án B □

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây chứa trục Ox?
A $2y+z=0$. B $x+2y=0$. C $x+2y-z=0$. D $x-2z=0$.

Lời giải.
Mặt phẳng $ax+by+cz+d=0$ $(a^2+b^2+c^2\neq 0)$ chứa trục $Ox \Leftrightarrow a=d=0$.
Hoặc: Đường thẳng Ox có một VTCP là $\vec{u}=(1;0;0)$. Mặt phẳng chứa trục Ox có VTPT $\vec{n}$ vuông góc với $\vec{u}$. Trong các mặt phẳng trên, chỉ có mặt phẳng $2y+z=0$ thỏa mãn.
Chọn đáp án A □

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon -3x+2z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là
A $\vec{n}=(3;0;2)$. B $\vec{n}=(-3;0;2)$. C $\vec{n}=(-3;2;-1)$. D $\vec{n}=(3;2;-1)$.

Lời giải.
Ta có $\vec{n}_P=(-3;0;2)$.
Chọn đáp án B □

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x+3y-4z-5=0$ có phương trình là
A $2x+3y+4z-14=0$. B $2x-3y-4z+6=0$.
C $2x+3y-4z-4=0$. D $2x+3y-4z+4=0$.

Lời giải.
Mặt phẳng song song với mặt phẳng $(Q)\colon 2x+3y-4z-5=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{u}=(2;3;-4)$.
Mà mặt phẳng đó qua $A(1;2;3)$ nên nó có phương trình là

$$2(x-1)+3(y-2)-4(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-4z+4=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là
A $x-2y-4z+6=0$. B $x+2y-4z+1=0$.
C $x+y+2z-5=0$. D $x+2y-4z+6=0$.

Lời giải.
Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-3;-1)$ và $\overrightarrow{AC}=(-2;-1;-1)$ nên $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(2;4;-8)$.
Véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng (ABC) cùng vuông góc với $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ nên $\vec{n}$ cùng phương với $[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]$.
Chọn $\vec{n}=(1;2;-4)$ nên phương trình mặt phẳng (ABC) là

$$(x-2)+2(y+2)-4(z-1)=0 \Leftrightarrow x+2y-4z+6=0.$$

Chọn đáp án D □

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P)\colon x+(m+1)y-2z+m=0$ và $(Q)\colon 2x-y+3=0$ (với m là tham số thực). Tìm m để hai mặt phẳng (P) và (Q) vuông góc với nhau.
A $m=1$. B $m=-1$. C $m=3$. D $m=-5$.

Lời giải.
Véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P=(1;m+1;-2)$ và véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\vec{n}_Q=(2;-1;0)$. Để $(P)\perp(Q)$ thì

$$\vec{n}_P\cdot\vec{n}_Q=0 \Leftrightarrow 2-m-1=0 \Leftrightarrow m=1.$$

Chọn đáp án A □

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $T=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A $x+2y+3z-14=0$.
B $3x+2y+z-10=0$.
C $6x+3y+2z-18=0$.
D $6x-3y+2z-6=0$.

Lời giải.
Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c\in\mathbb{R}^*$ do OA, OB, OC khác 0.
Khi đó phương trình mặt phẳng (P) qua A, B, C có phương trình là $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.
Mà $M\in(P)$ nên $\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1$, do đó theo bất đẳng thức Bunhiacopski ta có:

$$T=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{14}(1^2+2^2+3^2)\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq\frac{1}{14}\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)^2=\frac{1}{14}.$$

T đạt giá trị nhỏ nhất nên ta có dấu bằng xảy ra, tức là

$$\begin{cases}a=2b=3c\\ \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=14\\ b=\dfrac{14}{2}\\ c=\dfrac{14}{3}.\end{cases}$$

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y+3z-14=0$.
Chọn đáp án A □

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua điểm $M(0;2;-1)$ và có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_4=(2;-1;-3)$.

A $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.
B $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$.
C $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-1}{-3}$.
D $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải.
Phương trình chính tắc của d là $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{3}$.
Chọn đáp án B □

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(2;4;-1)$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A, B là

A $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z+1}{4}$.
B $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z+3}{4}$.
C $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.
D $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{2}=\dfrac{z-1}{-4}$.

Lời giải.
Ta có đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ và có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;2;-4)$. Vậy phương trình chính tắc đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-4}$.
Chọn đáp án C □

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;1)$ và mặt phẳng $(P)\colon -x+y+z=0$. Đường thẳng qua M vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A $\begin{cases}x=1-t\\ y=-1+t.\\ z=-1+t\end{cases}$ **B** $\begin{cases}x=1+t\\ y=-1-t.\\ z=1-t\end{cases}$ **C** $\begin{cases}x=1-t\\ y=-1+t.\\ z=-1+t\end{cases}$ **D** $\begin{cases}x=1-t\\ y=1+t.\\ z=1+t\end{cases}$

Lời giải.
Mặt phẳng (P) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (-1;1;1)$.
Đường thẳng vuông góc với (P) nhận $\vec{n} = (-1;1;1)$ là véc-tơ chỉ phương.
Do đó, $\vec{u} = (1;-1;-1) = -\vec{n}$ cũng là véc-tơ chỉ phương của đường thẳng vuông góc với (P).
Vậy phương trình tham số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với P là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1-t \\ z = 1-t. \end{cases}$
Chọn đáp án B □

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z}{1}$ và điểm $A(3;1;1)$. Mặt phẳng (P) thay đổi chứa đường thẳng d. Khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất thì điểm nào sau đây thuộc (P)?
A $(-2;3;2)$. B $(2;-3;-2)$. C $(-2;3;-2)$. D $(-2;-3;2)$.

Lời giải.
Khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất khi và chỉ khi (P) vuông góc với đường thẳng AM với M là hình chiếu của A lên đường thẳng d. Ta có d có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = (1;1;1)$.
Vì $M \in d$ nên $M(t,-1+t,t) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (t-3;t-2;t-1)$. Ta có

$$\overrightarrow{AM} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0 \Leftrightarrow 6 - 3t = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Vậy (P): $\begin{cases} \text{đi qua điểm } B(0;-1;0) \\ \text{có véc-tơ pháp tuyến } \overrightarrow{AM} = (-1;0;1) \end{cases} \Rightarrow (P)\colon x - z = 0.$
Vậy $(-2;3;-2) \in (P)$.
Chọn đáp án C □

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;5)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho M là trực tâm của tam giác ABC. Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2;3)$ đến mặt phẳng (P).
A $\dfrac{17\sqrt{30}}{30}$. B $\dfrac{13\sqrt{30}}{30}$. C $\dfrac{19\sqrt{30}}{30}$. D $\dfrac{11\sqrt{30}}{30}$.

Lời giải.
Gọi $A(a,0,0)$, $B(0,b,0)$, $C(0,0,c)$.
Mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C nên (P) có phương trình là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

Vì $M(2,1,5) \in (P) \Rightarrow \dfrac{2}{a} + \dfrac{1}{b} + \dfrac{5}{c} = 1.$ (1)
$\overrightarrow{AM} = (2-a,1,5)$; $\overrightarrow{BM} = (2,1-b,5)$; $\overrightarrow{BC} = (0,-b,c)$; $\overrightarrow{AC} = (-a,0,c)$.
Do M là trực tâm tam giác ABC nên $\begin{cases} AM \perp BC \\ BM \perp AC \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{BM} \perp \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0. \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} (2-a)\cdot 0 + 1\cdot(-b) + 5\cdot c = 0 \\ 2\cdot(-a) + (1-b)\cdot 0 + 5\cdot c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -b + 5c = 0 \\ -2a + 5c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 5c \\ a = \dfrac{5c}{2}. \end{cases}$$

Thay vào phương trình (1) ta được

$$\frac{4}{5c} + \frac{1}{5c} + \frac{5}{c} = 1 \Leftrightarrow \frac{6}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 6 \Rightarrow \begin{cases} b = 30 \\ a = 15. \end{cases}$$

Suy ra $(P)\colon \dfrac{x}{15}+\dfrac{y}{30}+\dfrac{z}{6}=1 \Leftrightarrow 2x+y+5z-30=0$.

Vậy $\mathrm{d}(I,P)=\dfrac{|2\cdot 1+2+5\cdot 3-30|}{\sqrt{2^2+1^2+5^2}}=\dfrac{11\sqrt{30}}{30}$.

Chọn đáp án D □

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=25$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+z-3=0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có tâm $J(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

A $a+b+c=2$. B $a+b+c=-2$. C $a+b+c=6$. D $a+b+c=-6$.

Lời giải.

Tâm J của đường tròn là hình chiếu của tâm $I(3;-1;2)$ của mặt cầu (S) lên mặt phẳng (P).

Đường thẳng qua I và vuông góc với (P) có véc-tơ chỉ phương là $\vec{n}_{(P)}=(2;-1;1)$ nên có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1-t \\ z=2+t \end{cases}$.

J là giao điểm của đường thẳng trên và (P) nên có tọa độ là nghiệm hệ

$$\begin{cases} x=3+2t \\ y=-1-t \\ z=2+t \\ 2x-y+z-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-1 \\ x=1 \\ y=0 \\ z=1. \end{cases}$$

Do đó $a+b+c=2$.

Chọn đáp án A □

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+2z-1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng chứa Δ và tạo với (P) một góc nhỏ nhất. Biết rằng mặt phẳng (Q) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(10;a;b)$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A $a>b$. B $a+b=6$. C $a+b=10$. D $2a+b=1$.

Lời giải.

Ta có véc-tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u}_1=(2;1;-1)$.

Vì (Q) chứa Δ nên $\vec{n}\perp\vec{u}_1 \Rightarrow 10\cdot 2+1\cdot a+(-1)\cdot b=0 \Rightarrow b-a=20$.

Ta có véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_P=(2;-1;2)$.

Gọi α là góc tạo với (P) và (Q) thì ta có

$$\cos\alpha=\frac{|20-a+2b|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+2^2}\cdot\sqrt{10^2+a^2+b^2}}=\frac{|20-a+2b|}{3\sqrt{10^2+a^2+b^2}}.$$

Vì $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ nên α bé nhất khi $\cos\alpha$ là lớn nhất.

Ta có $|20-a+2b|=\left|\dfrac{1}{6}(20+a-b)+\dfrac{5}{3}\cdot 10-\dfrac{7}{6}\cdot a+\dfrac{13}{6}\cdot b\right|=\left|\dfrac{5}{3}\cdot 10-\dfrac{7}{6}\cdot a+\dfrac{13}{6}\cdot b\right|$.

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có

$$\left|\frac{5}{3}\cdot 10-\frac{7}{6}\cdot a+\frac{13}{6}\cdot b\right|^2\le\left[\left(\frac{5}{3}\right)^2+\left(\frac{-7}{6}\right)^2+\left(\frac{13}{6}\right)^2\right](10^2+a^2+b^2)$$

$\Rightarrow \cos\alpha \le \dfrac{\sqrt{318}}{18}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{10}{\frac{5}{3}} = \dfrac{a}{-\frac{7}{6}} = \dfrac{b}{\frac{13}{6}} \Leftrightarrow a = -7;\ b = 13$ tức là $a + b = 6$.

Chọn đáp án (B) □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. D	4. C	5. C	6. B	7. B	8. A	9. B	10. D
11. D	12. A	13. A	14. B	15. C	16. B	17. C	18. D	19. A	20. B

Đề số 3

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba véc-tơ $\vec{a} = (1;2;3)$, $\vec{b} = (-2;0;1)$, $\vec{c} = (-1;0;1)$. Tìm tọa độ của véc-tơ. $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$.

(A) $\vec{n} = (6;2;6)$. (B) $\vec{n} = (6;2;-6)$. (C) $\vec{n} = (0;2;6)$. **(D)** $\vec{n} = (-6;2;6)$.

Lời giải.

Ta có $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i} = (-6;2;6)$.

Chọn đáp án (D) □

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

(A) $G\left(\dfrac{2}{3};1;3\right)$. (B) $G\left(\dfrac{2}{3};1;9\right)$. (C) $G(2;3;9)$. (D) $G\left(2;\dfrac{1}{3};3\right)$.

Lời giải.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right) \Rightarrow G\left(\frac{2}{3};1;3\right).$$

Chọn đáp án (A) □

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1;2;0)$ và $\vec{b} = (0;4;-3)$. Tích có hướng của hai véc-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có tọa độ là

(A) $(6;3;4)$. **(B)** $(-6;-3;-4)$. (C) $(-6;3;-4)$. (D) $(6;-3;4)$.

Lời giải.

Ta có $\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \left(\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -3 & 0 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}\right) = (-6;-3;-4)$.

Chọn đáp án (B) □

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(1;2;-1), N(2;-1;3), P(-2;3;3)$. Tìm tọa độ điểm I là chân đường phân giác trong góc M của tam giác MNP.

(A) $I(0;1;3)$. (B) $I(0;3;1)$. (C) $I(0;-3;1)$. (D) $I(0;3;-1)$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (1;-3;4), \overrightarrow{MP} = (-3;1;4) \Rightarrow MN = MP = \sqrt{26} \Rightarrow \Delta MNP$ cân tại M.

Suy ra I là trung điểm của $NP \Rightarrow I(0;1;3)$.

Chọn đáp án (A) □

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-10x-2y+4z+27=0$ có bán kính bằng

A $\sqrt{3}$. **B** $2\sqrt{3}$. **C** 3. **D** 9.

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(5;1;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{5^2+1^2+(-2)^2-27}=\sqrt{3}$.
Chọn đáp án A □

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxz) là

A $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z-10=0$. **B** $x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z+10=0$.
C $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$. **D** $x^2+y^2+z^2+2x+4y+6z-10=0$.

Lời giải.
Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng phẳng (Oxz) nên bán kính của mặt cầu là

$$R=\mathrm{d}\left(I,(Oxz)\right)=2.$$

Do đó, phương trình mặt cầu cần tìm là

$$(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0.$$

Chọn đáp án C □

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-1;3)$ và mặt cầu $(S)\colon x^2+y^2+z^2-2x+4y-14=0$. Khẳng định nào được cho dưới đây là đúng?

A M nằm trên (S). **B** M nằm ngoài (S).
C M nằm trong (S). **D** M trùng với tâm của (S).

Lời giải.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$, $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+0^2+14}=\sqrt{19}$ và $IM=\sqrt{10}$.
Vì $IM<R$ nên M nằm trong mặt cầu (S).
Chọn đáp án C □

Câu 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng nào cho dưới đây chứa trục Oz?

A $2y+3z=0$. **B** $x-2z=0$. **C** $3x-4y=0$. **D** $6x+5=0$.

Lời giải.
Nhắc lại rằng, các mặt phẳng chứa trục Oz đều có dạng $Ax+By=0$ với $A^2+B^2\neq 0$.
Chọn đáp án C □

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon 3x-z+2=0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P)?

A $\vec{n}_1=(-1;0;1)$. **B** $\vec{n}_2=(3;-1;2))$. **C** $\vec{n}_3=(3;-1;0)$. **D** $\vec{n}_4=(3;0;-1)$.

Lời giải.

Chọn đáp án D □

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-1;2)$ và song song với mặt phẳng $(P)\colon 2x-y+3z+2=0$ có phương trình là

A $2x-y+3z-9=0$. **B** $2x-y+3z-11=0$.
C $2x-y-3z+11=0$. **D** $2x-y+3z+11=0$.

Lời giải.
Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.
Vì $(\alpha)\parallel(P)$ nên (α) có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha=(2;-1;3)$.
Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(2;-1;2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(2;-1;3)$ là

$$2(x-2)-1(y+1)+3(z-2)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z-11=0.$$

Chọn đáp án B □

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(1;2;-2)$, $B(2;-1;4)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta)\colon x-2y-z+1=0$ có phương trình là

A $15x+7y+z-27=0$. B $15x-7y+z-27=0$.

C $15x-7y+x+27=0$. D $15x+7y-z+27=0$.

Lời giải.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-3;6)$, $\vec{n}_\beta=(1;-2;-1)$.

Gọi $\vec{n}_\alpha$ là một véc-tơ pháp tuyến của (α).

Vì (α) đi qua A,B và vuông góc với (β) nên $\vec{n}_\alpha\perp\overrightarrow{AB}$ và $\vec{n}_\alpha\perp\vec{n}_\beta$ mà $\overrightarrow{AB}$ không cùng phương với $\vec{n}_\beta$, do đó

$$\vec{n}_\beta=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_\beta\right]=(15;7;1).$$

Vậy, phương trình mặt phẳng (α) đi qua $A(1;2;-2)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_\alpha=(15;7;1)$ là

$$15(x-1)+7(y-2)+1(z+2)=0\Leftrightarrow 15x+7y+z-27=0.$$

Chọn đáp án A □

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha)\colon 2x+m^2y-2z+1=0$ và $(\beta)\colon m^2x-y+(m^2-2)z+2=0$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để (α) vuông góc với (β).

A $|m|=1$. B $|m|=2$. C $|m|=\sqrt{3}$. D $m=\sqrt{2}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_\alpha,\vec{n}_\beta$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β).

Khi đó $\vec{n}_\alpha=(2;m^2;-2)$ và $\vec{n}_\beta=(m^2;-1;m^2-2)$.

Ta có $(\alpha)\perp(\beta)\Leftrightarrow\vec{n}_\alpha\perp\vec{n}_\beta\Leftrightarrow 2\cdot m^2+m^2\cdot(-1)+(-2)\cdot(m^2-2)=0\Leftrightarrow m^2=4\Leftrightarrow|m|=2$.

Chọn đáp án B □

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=16$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là một đường tròn có chu vi bằng 8π là

A $(P)\colon x-3z=0$. B $(P)\colon 3x+z=0$.

C $(P)\colon 3x+z+2=0$. D $(P)\colon 3x-z=0$.

Lời giải.

- **Cách 1.** Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$.
  Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến, theo đề ta có

  $$2\pi r=8\pi\Leftrightarrow r=4.$$

  Vì $r=R$ nên (P) đi qua I. Ta có $\overrightarrow{OI}=(1;2;3)$ với $O(0;0;0)$.
  Vì (P) đi qua I và chứa trục Oy nên $\vec{n}_P\perp\overrightarrow{OI}$ và $\vec{n}_P\perp\vec{j}$ mà $\overrightarrow{OI}$ không cùng phương với $\vec{j}$, do đó (P) có một véc-tơ pháp tuyến là

  $$\vec{n}_P=\left[\overrightarrow{OI},\vec{j}\right]=(-3;0;1).$$

  Vậy, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $O(0;0;0)$ và có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}_P$ là

  $$-3(x-0)+0(y-0)+1(z-0)=0\Leftrightarrow 3x-z=0.$$

- **Cách 2.** Vì (P) chứa trục Oy nên $(P)\colon ax+cz=0$ $(a^2+c^2\neq 0)$.
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=4$.
Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến, theo đề ta có

$$2\pi r=8\pi \Leftrightarrow r=4.$$

Vì $r=R$ nên (P) đi qua $I(1;2;3)\Rightarrow a+3c=0$.
Chọn c tùy ý, chẳng hạn $c=1\Rightarrow a=-3$.
Suy ra $(P)\colon -3x+z=0$ hay $(P)\colon 3x-z=0$.

Chọn đáp án D □

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;-1;3), B(1;0;1), C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

B $x-2y+z=0$.

C $\dfrac{x}{-2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$.

D $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải.
Ta có $\overrightarrow{BC}=(-2;1;1)$.
Đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng BC nên $\overrightarrow{BC}$ là một véc-tơ pháp tuyến của d.
Do đó, phương trình chính tắc đường thẳng d là

$$\frac{x}{-2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-3}{1}.$$

Chọn đáp án C □

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d.

A $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{1}$.

B $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

C $\Delta\colon \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$.

D $\Delta\colon \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải.
Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(1;1;2)$.
Gọi I là giao điểm của Δ và $d\Rightarrow I\in d\Rightarrow I(1+t;t;-1+2t)\Rightarrow \overrightarrow{AI}=(t;t;2t-3)$.
Vì $\Delta\perp d$ nên

$$\overrightarrow{AI}\perp\vec{u}_d\Leftrightarrow \overrightarrow{AI}\cdot\vec{u}_d=0\Leftrightarrow t\cdot 1+t\cdot 1+(2t-3)\cdot 2=0\Leftrightarrow t=1.$$

Suy ra $\overrightarrow{AI}=(1;1;-1)$.
Vậy, phương trình đường thẳng Δ đi qua A và có một véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{AI}=(1;1;-1)$ là

$$\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{-1}.$$

Chọn đáp án D □

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta\colon \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P)\colon x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là

A $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$. **C** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. **D** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_P=(1;-2;-1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của (P) và $\vec{u}_\Delta=(1;2;1)$ là một véc-tơ chỉ phương của Δ.

Gọi I là giao điểm của d (cần tìm) với $(\Delta) \Rightarrow I$ cũng là giao điểm của Δ với (P).

Xét phương trình $t-2(-1+2t)-(1+t)+3=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow I(1;1;2)$.

Gọi $\vec{u}_d$ là một véc-tơ chỉ phương của d.

Vì d nằm trong (P) và vuông góc với Δ nên $\vec{u}_d \perp \vec{n}_P$ và $\vec{u}_d \perp \vec{u}_\Delta$ mà $\vec{n}_P$ không cùng phương với $\vec{u}_\Delta$, do đó

$$\vec{u}_d=[\vec{n}_P,\vec{u}_\Delta]=(0;-2;4)=2(0;-1;2).$$

Vậy, phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t. \end{cases}$

Chọn đáp án **A** □

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S)\colon (x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm I và mặt phẳng $(P)\colon 2x+2y-z+24=0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P). Điểm M thuộc (S) sao cho đoạn MH có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm M.

A $M(-1;0;4)$. **B** $M(3;4;2)$. **C** $M(0;1;2)$. **D** $M(4;1;2)$.

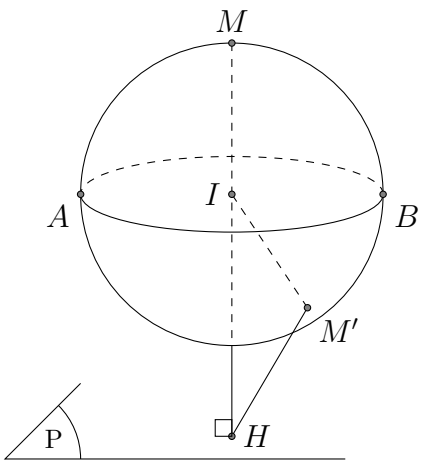
Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;3)$ và bán kính $R=3$.

Gọi d là đường thẳng qua tâm $I(1;2;3)$ và vuông góc với (P).

Suy ra d nhận véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$ của (P) làm một véc-tơ chỉ phương.

Do đó d có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+2t \\ z=3-t. \end{cases}$



Xét phương trình

$$2(1+2t)+2(2+2t)-(3-t)+24=0 \Leftrightarrow 9t+27=0 \Leftrightarrow t=-3.$$

Suy ra $H(-5;-4;6)$ là giao điểm của d và (P).

Để điểm M thuộc mặt cầu (S) mà MH có độ dài lớn nhất thì M thuộc đường thẳng d sao cho $MH=IH+R$.

Giả sử $M(1+2t';2+2t';3-t') \in d$, ta có

$$\begin{aligned} HM=HI+R &\Leftrightarrow \sqrt{(6+2t')^2+(6+2t')^2+(t'+3)^2}=12 \\ &\Leftrightarrow 9t'^2+54t'+81=144 \\ &\Leftrightarrow 9t'^2+54t'-63=0 \\ &\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t'=1 \\ t'=-7. \end{array}\right. \end{aligned}$$

+ Với $t'=1$ ta có $M_1(3;4;2) \in (S)$.

+ Với $t'=-7$ ta có $M_2(-13;-12;10) \notin (S)$.

Vậy $M(3;4;2)$ là điểm cần tìm.

Chọn đáp án **B** □

Câu 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P)\colon x+y+z-3=0$ và mặt phẳng $(Q)\colon x-y+z-1=0$. Mặt phẳng (R) vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ O đến mặt phẳng (R) bằng 2. Phương trình mặt phẳng (R) là

(A) $2x-2z-2\sqrt{2}=0$. (B) $x-z-2\sqrt{2}=0$.

(C) $x-z+2\sqrt{2}=0$. (D) $x-z+2\sqrt{2}=0$ và $x-z-2\sqrt{2}=0$.

Lời giải.

Gọi $\vec{n}_R$ là một véc-tơ pháp tuyến của (R).

Ta có $\vec{n}_P=(1;1;1)$ và $\vec{n}_Q=(1;-1;1)$ lần lượt là véc-tơ pháp tuyến của (P) và (Q).

Vì $(R)\perp(P)$ và $(R)\perp(Q)$ nên $\vec{n}_R\perp\vec{n}_P$ và $\vec{n}_R\perp\vec{n}_Q$ mà $\vec{n}_P$ không cùng phương với $\vec{n}_Q$, do đó

$$\vec{n}_R=[\vec{n}_P,\vec{n}_Q]=(2;0;-2)=2(1;0;-1).$$

Phương trình mặt phẳng (R) có một véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;0;-1)$ có dạng $x-z+D=0$.

Theo đề,

$$\mathrm{d}(O,(R))=2\Leftrightarrow\frac{|D|}{\sqrt{2}}=2\Leftrightarrow D=\pm2\sqrt{2}.$$

Vậy, có hai mặt phẳng (R) thỏa mãn đề bài là

$$x-z+2\sqrt{2}=0 \text{ và } x-z-2\sqrt{2}=0.$$

Chọn đáp án (D) □

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d\colon\begin{cases}x=(m-1)t\\y=(2m+1)t\\z=1+(2m^2+1)t\end{cases}$. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d nằm trong mặt phẳng Oyz?

(A) $m=-1$. (B) $m=1$.

(C) $m=1$ hoặc $m=-1$. (D) $m=2$.

Lời giải.

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(m-1;2m+1;2m^2+1)$.

Vì d nằm trong mặt phẳng (Oyz) nên

$$\vec{u}_d\perp\vec{i}\Leftrightarrow\vec{u}_d\cdot\vec{i}=0\Leftrightarrow(m-1)\cdot1+(2m-1)\cdot0+(2m^2+1)\cdot0=0\Leftrightarrow m=1.$$

Thử lại, $m=1\Rightarrow d\colon\begin{cases}x=0\\y=3t\\z=1+3t.\end{cases}$

Lấy $M(0;0;1)\in d$, dễ thấy $M\in(Oyz)\Rightarrow d$ nằm trong mặt phẳng (Oyz).

Vậy $m=1$ là giá trị cần tìm.

Chọn đáp án (B) □

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng $d\colon\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z}{-2}$ và tạo với trục Oy một góc có số đo lớn nhất. Điểm nào sao đây thuộc mặt phẳng (P)?

(A) $E(-3;0;4)$. (B) $M(3;0;2)$. (C) $N(-1;-2;-1)$. (D) $F(1;2;1)$.

Lời giải.

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-1;-2)$.

Gọi $\vec{n}=(a;b;c)$ (với $a^2+b^2+c^2\neq0$) là véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

Do (P) chứa d nên $\begin{cases}A(1;-2;0)\in(P)\\\vec{n}\cdot\vec{u}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A(1;-2;0)\in(P)\\a-b-2c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A(1;-2;0)\in(P)\\a=b+2c.\end{cases}$

Ta có $\sin((P), Oy) = \dfrac{\left|\vec{n} \cdot \vec{j}\right|}{|\vec{n}| \cdot \left|\vec{j}\right|} = \dfrac{|b|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \dfrac{|b|}{\sqrt{2b^2+4bc+5c^2}}$.

Nếu $b = 0$ thì $\sin((P), Oy) = 0$.

Nếu $b \neq 0$ thì $\sin((P), Oy) = \dfrac{1}{\sqrt{2+4\cdot\dfrac{c}{b}+5\cdot\left(\dfrac{c}{b}\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{5\left(\dfrac{c}{b}+\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{6}{5}}} \leq \sqrt{\dfrac{5}{6}}$.

Vậy $\max[\sin((P), Oy)] = \sqrt{\dfrac{5}{6}} \Leftrightarrow \dfrac{c}{b} = -\dfrac{2}{5}$, $(b \neq 0)$.

Chọn $c = -2$, $b = 5 \Rightarrow a = b + 2c = 1$.

Mặt phẳng (P) đi qua $A(1; -2; 0)$ và có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 5; -2)$ có dạng $x + 5y - 2z + 9 = 0$.

Từ 4 đáp án đã cho ta thấy điểm $N(-1; -2; -1) \in (P)$.

Chọn đáp án C □

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. B	4. A	5. A	6. C	7. C	8. C	9. D	10. B
11. A	12. B	13. D	14. C	15. D	16. A	17. B	18. D	19. B	20. C