



**Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức  $P = (1 + \sqrt{3}i)^2 + (1 - \sqrt{3}i)^2$ .

- A.  $P = 6$ . B.  $P = 4$ . C.  $P = -6$ . D.  $P = -4$ .

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ . Hỏi  $d$  đi qua điểm nào

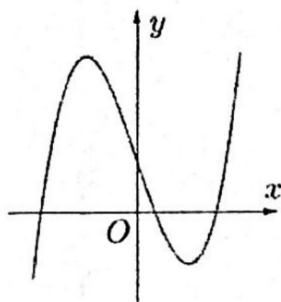
dưới đây?

- A.  $M(1; -4; -5)$ . B.  $N(3; 6; 8)$ . C.  $P(-1; 2; 3)$ . D.  $Q(0; 6; 8)$ .

**Câu 3.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có chiều cao bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ . B.  $V = \frac{9a^3 \sqrt{3}}{4}$ . C.  $V = \frac{3a^3 \sqrt{3}}{4}$ . D.  $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 4.** Biết đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.  $y = x^4 - x^2 + 1$ . B.  $y = -x^2 + x - 1$ . C.  $y = -x^3 + 3x + 1$ . D.  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Câu 5.** Thể tích khối cầu có bán kính  $R$  là

- A.  $\frac{4}{3}\pi R^3$ . B.  $\frac{3}{4}\pi R^3$ . C.  $\frac{1}{3}\pi R^3$ . D.  $4\pi R^3$ .

**Câu 6.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi, biết  $AA' = 4a$ ,  $BD = a$ ,  $AC = 2a$ . Thể tích của khối lăng trụ là

- A.  $V = 2a^3$ . B.  $V = 4a^3$ . C.  $V = \frac{8}{3}a^3$ . D.  $V = 8a^3$ .

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): y - 2z + 1 = 0$ . Véc tơ nào dưới đây là véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.  $\vec{n} = (1; -2; 0)$ . B.  $\vec{n} = (0; 1; -2)$ . C.  $\vec{n} = (1; -2; 1)$ . D.  $\vec{n} = (0; 2; 4)$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(2; 1; 1)$ ,  $B(-1; 2; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B$ .

- A.  $A'(3; 4; -3)$ . B.  $A'(-4; 3; 1)$ . C.  $A'(4; -3; 3)$ . D.  $A'(4; 3; 3)$ .

**Câu 9.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức  $S = A.e^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau 10 giờ có bao nhiêu con vi khuẩn?

- A. 900 con. B. 800 con. C. 700 con. D. 600 con.

**Câu 10.** Cho  $a, b$  là các số dương. Tìm  $x$  biết  $\log_3 x = 4\log_3 a + 7\log_3 b$

- A.  $x = a^4 b^7$ . B.  $x = a^4 b^{\frac{1}{7}}$ . C.  $x = a^4 b^7$ . D.  $x = a^7 b^4$ .

**Câu 11.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x$  và trục hoành là:

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

**Câu 12.** Cho biết  $\int_1^5 f(x) dx = 6, \int_1^5 g(x) dx = 8$ . Tính  $K = \int_1^5 [4f(x) - g(x)] dx$ .

- A.  $K = 16$ . B.  $K = 61$ . C.  $K = 5$ . D.  $K = 6$ .

**Câu 13.** Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ ?

- A.  $(1; -2)$ . B.  $(2; 7)$ . C.  $(0; -1)$ . D.  $(-1; 2)$ .

**Câu 14.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{2x-4}$  có phương trình là:

- A.  $x = 2$ . B.  $y = \frac{1}{2}$ . C.  $y = -\frac{1}{4}$ . D.  $x = -1$ .

**Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} < 27$  là

- A.  $(3; +\infty)$ . B.  $(-\infty; 1)$ . C.  $(1; 3)$ . D.  $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ .

**Câu 16.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng  $u_{10}$ .

- A.  $u_{10} = 28$ . B.  $u_{10} = -29$ . C.  $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ . D.  $u_{10} = 25$ .

**Câu 17.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2+3}{x-1}$  trên đoạn  $[2; 4]$ .

- A.  $\min_{[2;4]} y = -3$ . B.  $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$ . C.  $\min_{[2;4]} y = 6$ . D.  $\min_{[2;4]} y = -2$ .

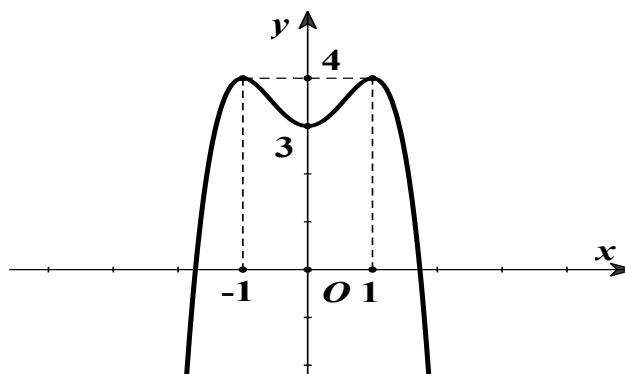
**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông cạnh bằng  $x$ . Cạnh bên  $SA = x\sqrt{6}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính theo  $x$  diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$ .

- A.  $8\pi x^2$ . B.  $x^2\sqrt{2}$ . C.  $2\pi x^2$ . D.  $2x^2$ .

**Câu 19.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a\sqrt{3}$  và  $AD = a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $AC$  bằng

- A.  $45^\circ$ . B.  $60^\circ$ . C.  $90^\circ$ . D.  $30^\circ$ .

**Câu 20.** Hàm số  $y = f(x)$  xác định liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên:



Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

- A.  $x = 3$ . B.  $x = 0$ . C.  $x = -1$ . D.  $x = 1$ .

**Câu 21.** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 5 và có diện tích xung quanh bằng  $30\pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ đó.

- A.  $V = 65\pi$ .      B.  $V = 56\pi$ .      C.  $V = 75\pi$ .      D.  $V = 57\pi$ .

**Câu 22.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ .

- A.  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .      B.  $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .  
C.  $D = (-1; 3)$ .      D.  $[-1; 3]$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ | $4$  | $3$ | $4$ | $-\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(0; 1)$ .  
B. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .  
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .  
D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Câu 24.** Tìm số phức liên hợp của số phức  $z = \frac{-2+i}{i}$

- A.  $\bar{z} = 1 - 2i$ .      B.  $\bar{z} = 1 + i$ .      C.  $\bar{z} = 1 - i$ .      D.  $\bar{z} = 1 + 2i$ .

**Câu 25.** Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$ .

- A.  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .      B.  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .      C.  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .      D.  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .

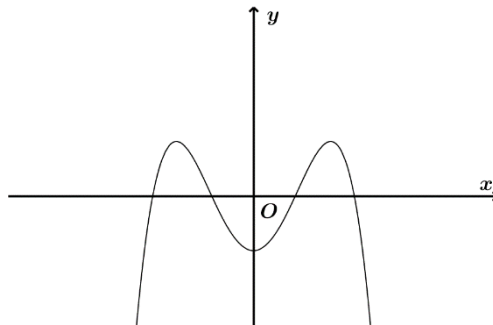
**Câu 26.** Cho tập hợp  $T$  gồm 7 phần tử khác nhau. Số tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp  $T$  là

- A.  $\frac{7!}{3!}$ .      B. 21.      C.  $A_7^3$ .      D.  $C_7^3$ .

**Câu 27.** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $2x - 1 + (1 - 2y)i = 2 - x + (3y + 2)i$ .

- A.  $x = 3; y = -\frac{1}{5}$ .      B.  $x = 1; y = -\frac{1}{5}$ .      C.  $x = 3; y = \frac{3}{5}$ .      D.  $x = 1; y = \frac{3}{5}$ .

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .      B.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .  
C.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .      D.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau

|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $0$  | $-4$ | $+\infty$ |     |

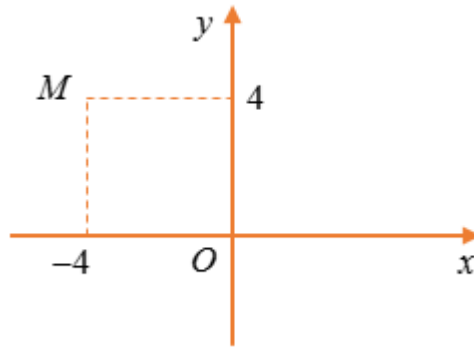
Số nghiệm của phương trình  $f(x) + 3 = 0$  là

- A. 1.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 4.

**Câu 30.** Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(3; -3; 1)$  và đi qua điểm  $M(5; -2; 1)$ ?

- A.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$ .                      B.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$ .  
C.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$ .                      D.  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$ .

**Câu 31.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức  $z$ .



Tính mô-đun của số phức  $w = \bar{z} + iz$

- A.  $|w| = \sqrt{28}$ .                      B.  $|w| = \sqrt{182}$ .                      C.  $|w| = \sqrt{128}$ .                      D.  $|w| = \sqrt{12}$ .

**Câu 32.** Gọi  $z_1, z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. 10.                      B. 5.                      C. 12. D. 4.

**Câu 33.** Kí hiệu  $S(t)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t$  ( $t > 1$ ).  
Tìm  $t$  để  $S(t) = 10$

- A.  $t = 4$ .                      B.  $t = 13$ .                      C.  $t = 3$ .                      D.  $t = 14$ .

**Câu 34.** Thiết diện của một khối trụ đi qua trục là hình vuông có cạnh bằng  $2a$ . Tính diện tích toàn phần của khối trụ đó.

- A.  $3\pi a^2$ .                      B.  $8\pi a^2$ .                      C.  $16\pi a^2$ .                      D.  $6\pi a^2$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$  và đường thẳng  $\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $\Delta \perp (\alpha)$ .                      B.  $\Delta$  cắt và không vuông góc với  $(\alpha)$ .  
C.  $\Delta \subset (\alpha)$ .                      D.  $\Delta // (\alpha)$ .

**Câu 36:** Biết rằng  $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $S = a + b + c$  được

- A.  $S = -2$ .                      B.  $S = 2$ .                      C.  $S = 1$ .                      D.  $S = 0$ .

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a, AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$

bằng  $45^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ , hãy tính theo  $a$  khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

A.  $d = \frac{2a\sqrt{1513}}{89}$ .      B.  $d = \frac{a\sqrt{1315}}{89}$ .      C.  $d = \frac{2a\sqrt{1315}}{89}$ .      D.  $d = \frac{a\sqrt{1513}}{89}$ .

**Câu 38.** Biết rằng trong tất cả các cặp  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$  chỉ có duy nhất một cặp  $(x; y)$  thỏa mãn:  $3x + 4y - m = 0$ . Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị của  $m$  tìm được?

A. 20.      B. 14.      C. 46.      D. 28.

**Câu 39.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $a\sqrt{2}$ . Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Diện tích của thiết diện này bằng

A.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $2a^2$ .      D.  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 40.** Xét tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \cos x}} dx$ . Nếu đặt  $t = \sqrt{1 + \cos x}$ , ta được

A.  $I = -4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$ .      B.  $I = 4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$ .      C.  $I = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{4t^3 - 4t}{t} dt$ .      D.  $I = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{-4t^3 + 4t}{t} dx$ .

**Câu 41.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ ,  $BC = a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với mặt đáy, mặt bên  $(SBC)$  tạo với đáy góc  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

A.  $\frac{a^3}{64}$ .      B.  $\frac{a^3}{16}$ .      C.  $\frac{a^3}{9}$ .      D.  $\frac{a^3}{32}$ .

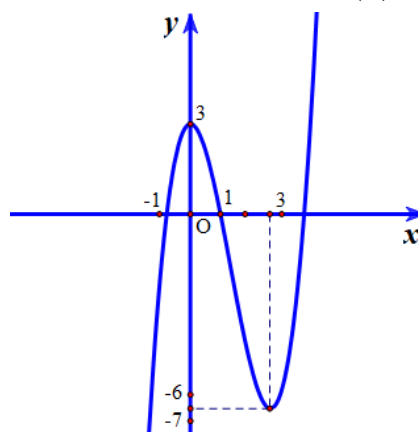
**Câu 42.** Cho hàm số  $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$  có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-5; 5]$  để giá trị nhỏ nhất của  $y$  nhỏ hơn  $-1$ .

A. 4.      B. 2.      C. 6.      D. 8.

**Câu 43.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$  trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $x.f'(x)$  thỏa mãn  $F(0) = 0$ . Biết  $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  thỏa mãn  $\tan a = 3$ . Tính giá trị biểu thức  $T = F(a) - 10a^2 + 3a$ .

A.  $-\frac{1}{2} \ln 10$ .      B.  $\frac{1}{2} \ln 10$ .      C.  $-\frac{1}{4} \ln 10$ .      D.  $\ln 10$ .

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Đặt  $g(x) = f[f(x)]$ . Tìm số nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$ .



A. 8.      B. 2.      C. 4.      D. 6.

**Câu 45.** Trường trung học phổ thông Bim Sơn có 23 lớp, trong đó khối 10 có 8 lớp, khối 11 có 8 lớp, khối 12 có 7 lớp, mỗi lớp có một chi đoàn, mỗi chi đoàn có một em làm bí thư. Các em bí thư đều giỏi và rất năng động nên Ban chấp hành Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 9 em bí thư đi thi cán bộ đoàn giỏi cấp thị xã. Tính xác suất để 9 em được chọn có đủ cả ba khối?

- A.  $\frac{7345}{7429}$ .      B.  $\frac{7012}{7429}$ .      C.  $\frac{7234}{7429}$ .      D.  $\frac{7123}{7429}$ .

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1;4;5), B(3;4;0), C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 3y - 2z = 12$ . Gọi điểm  $M(a;b;c)$  thuộc  $(P)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $a + b + c$

- A. 3.      B. 2.      C. -2.      D. -3.

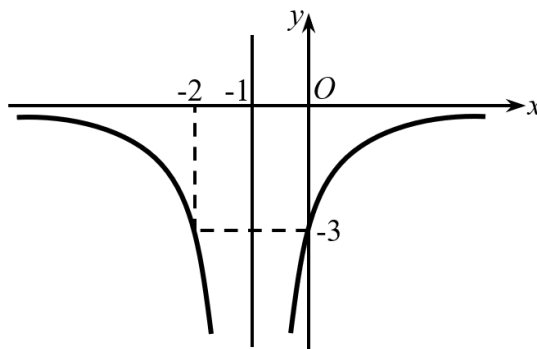
**Câu 47.** Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là  $0,7\%$  / tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng?

- A. 21.      B. 22.      C. 23.      D. 24.

**Câu 48.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$  có nghiệm  $x \in [1;8]$ .

- A.  $2 \leq m \leq 6$       B.  $3 \leq m \leq 6$       C.  $6 \leq m \leq 9$       D.  $2 \leq m \leq 3$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  (với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}, c \neq 0, d \neq 0$ ) có đồ thị là  $(C)$ . Biết đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới



Biết đồ thị  $(C)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục hoành có phương trình là

- A.  $x - 3y - 2 = 0$ .      B.  $x - 3y + 2 = 0$ .      C.  $x + 3y - 2 = 0$ .      D.  $x + 3y + 2 = 0$ .

**Câu 50.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $P_{\min}$  của biểu thức  $P = x + 3y$ .

- A.  $P_{\min} = \frac{17}{2}$ .      B.  $P_{\min} = 8$ .      C.  $P_{\min} = 9$ .      D.  $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$ .

----- HẾT -----

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| D  | D  | C  | D  | A  | B  | B  | B  | A  | C  | C  | A  | D  | B  | D  | D  | C  | A  | B  | B  | C  | A  | B  | A  | A  |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| D  | B  | A  | B  | A  | C  | A  | A  | D  | C  | D  | D  | D  | A  | B  | D  | C  | B  | A  | C  | A  | B  | A  | C  | C  |

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1.** Tính giá trị của biểu thức  $P = (1 + \sqrt{3}i)^2 + (1 - \sqrt{3}i)^2$ .

A.  $P = 6$ .

B.  $P = 4$ .

C.  $P = -6$ .

D.  $P = -4$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$P = (1 + \sqrt{3}i)^2 + (1 - \sqrt{3}i)^2 = 1 + 2\sqrt{3}i + 3i^2 + 1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2 = 2 + 6i^2 = 2 - 6 = -4.$$

**Câu 2.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ . Hỏi  $d$  đi qua điểm nào dưới đây?

A.  $M(1; -4; -5)$ .

B.  $N(3; 6; 8)$ .

C.  $P(-1; 2; 3)$ .

D.  $Q(0; 6; 8)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Phương trình chính tắc của } d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z-3}{-5}.$$

Thay tọa độ điểm  $M(1; -4; -5)$  vào phương trình chính tắc của  $d$  ta được:

$$\frac{1-1}{1} = \frac{-4-2}{-4} = \frac{-5-3}{-5} \text{ (không thỏa mãn)} \Rightarrow M \notin d.$$

Thay tọa độ điểm  $N(3; 6; 8)$  vào phương trình chính tắc của  $d$  ta được:

$$\frac{3-1}{1} = \frac{6-2}{-4} = \frac{8-3}{-5} \text{ (không thỏa mãn)} \Rightarrow N \notin d.$$

Thay tọa độ điểm  $P(-1; 2; 3)$  vào phương trình chính tắc của  $d$  ta được:

$$\frac{-1-1}{1} = \frac{2-2}{-4} = \frac{3-3}{-5} \text{ (không thỏa mãn)} \Rightarrow P \notin d.$$

Thay tọa độ điểm  $Q(0; 6; 8)$  vào phương trình chính tắc của  $d$  ta được:

$$\frac{0-1}{1} = \frac{6-2}{-4} = \frac{8-3}{-5} = -1 \text{ (thỏa mãn)} \Rightarrow Q \in d.$$

**Câu 3.** Cho hình chóp đều  $S.ABC$  có chiều cao bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $2a$ . Tính thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$ .

A.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ .

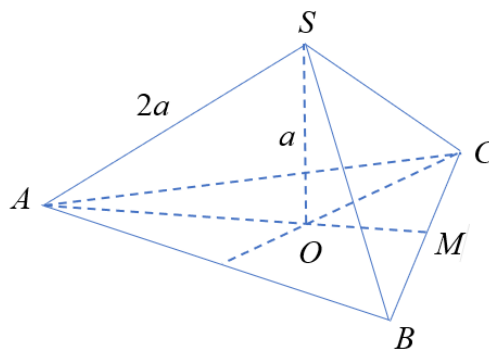
B.  $V = \frac{9a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .

D.  $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Gọi  $O$  là tâm tam giác đều  $ABC$ ,  $M$  là trung điểm của  $BC$ .  
 Khi đó  $SO$  là đường cao của hình chóp đều  $S.ABC$ .

Ta có:

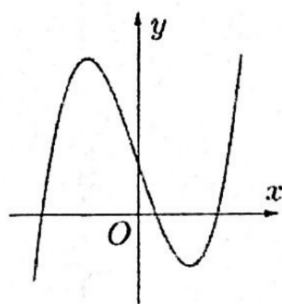
$$AM = \frac{3}{2}AO = \frac{3}{2}\sqrt{SA^2 - SO^2} = \frac{3a\sqrt{3}}{2}.$$

$$BC = 2BM = 2AM \tan \widehat{BAM} = 2 \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} \cdot \tan 30^\circ = 3a.$$

Thể tích  $V$  của khối chóp  $S.ABC$  là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot \frac{1}{2} \cdot AM \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3a\sqrt{3}}{2} \cdot 3a = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}.$$

**Câu 4.** Biết đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây:



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A.**  $y = x^4 - x^2 + 1$ .      **B.**  $y = -x^2 + x - 1$ .      **C.**  $y = -x^3 + 3x + 1$ .      **D.**  $y = x^3 - 3x + 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của một hàm số bậc ba  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  với hệ số  $a > 0$ .

**Câu 5.** Thể tích khối cầu có bán kính  $R$  là

- A.**  $\frac{4}{3}\pi R^3$ .      **B.**  $\frac{3}{4}\pi R^3$ .      **C.**  $\frac{1}{3}\pi R^3$ .      **D.**  $4\pi R^3$ .

**Lời giải**

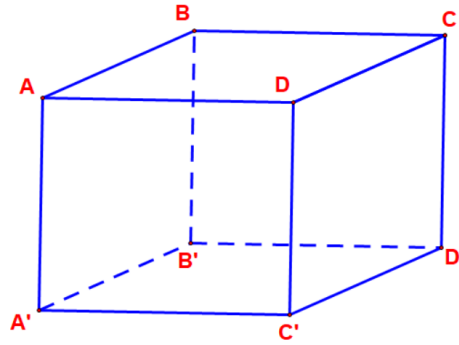
**Chọn A**

**Câu 6.** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy là hình thoi, biết  $AA' = 4a$ ,  $BD = a$ ,  $AC = 2a$ .  
 Thể tích của khối lăng trụ là

- A.**  $V = 2a^3$ .      **B.**  $V = 4a^3$ .      **C.**  $V = \frac{8}{3}a^3$ .      **D.**  $V = 8a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



$$V_{ABCD.A'B'C'D'} = AA'.S_{ABCD} = \frac{1}{2} AA'.AC.BD = 4a^3.$$

**Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): y - 2z + 1 = 0$ . Véc tơ nào dưới đây là véc tơ pháp tuyến của  $(P)$ ?

- A.**  $\vec{n} = (1; -2; 0)$ .      **B.**  $\vec{n} = (0; 1; -2)$ .      **C.**  $\vec{n} = (1; -2; 1)$ .      **D.**  $\vec{n} = (0; 2; 4)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt phẳng  $(P): y - 2z + 1 = 0$  có một véc tơ pháp tuyến là  $\vec{n} = (0; 1; -2)$ .

**Câu 8.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho 2 điểm  $A(2; 1; 1)$ ,  $B(-1; 2; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B$ .

- A.**  $A'(3; 4; -3)$ .      **B.**  $A'(-4; 3; 1)$ .      **C.**  $A'(4; -3; 3)$ .      **D.**  $A'(4; 3; 3)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Điểm  $A'$  đối xứng với điểm  $A$  qua điểm  $B \Rightarrow B$  là trung điểm của đoạn  $AA' \Rightarrow$  Tọa độ  $A'$

$$\text{thỏa: } \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_{A'}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A = 2 \cdot (-1) - 2 = -4 \\ y_{A'} = 2y_B - y_A = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \\ z_{A'} = 2z_B - z_A = 2 \cdot 1 - 1 = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ  $A'(-4; 3; 1)$ .

**Câu 9.** Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn tuân theo công thức  $S = Ae^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con. Hỏi sau 10 giờ có bao nhiêu con vi khuẩn?

- A.** 900 con.      **B.** 800 con.      **C.** 700 con.      **D.** 600 con.

**Lời giải**

**Chọn A**

Vi số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và sau 5 giờ có 300 con nên thay vào công thức ta được:

$$300 = 100 \cdot e^{r \cdot 5} \Leftrightarrow e^{5r} = 3 \Leftrightarrow 5r = \ln 3 \Leftrightarrow r = \frac{\ln 3}{5}.$$

Vậy sau 10 giờ số lượng vi khuẩn là:

$$S = 100 \cdot e^{\frac{\ln 3}{5} \cdot 10} = 100 \cdot e^{2 \ln 3} = 100 \cdot 3^2 = 900 \text{ (con)}.$$

**Câu 10.** Cho  $a, b$  là các số dương. Tìm  $x$  biết  $\log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b$

- A.**  $x = a^{\frac{1}{4}} b^7$ .      **B.**  $x = a^4 b^{\frac{1}{7}}$ .      **C.**  $x = a^4 b^7$ .      **D.**  $x = a^7 b^4$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có:  $\log_3 x = 4 \log_3 a + 7 \log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 a^4 + \log_3 b^7 \Leftrightarrow \log_3 x = \log_3 a^4 b^7 \Leftrightarrow x = a^4 b^7$ .

**Câu 11.** Số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 4x$  và trục hoành là:

**A.** 0.

**B.** 2.

**C.** 3.

**D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Do đó số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là 3.

**Câu 12.** Cho biết  $\int_1^5 f(x) dx = 6, \int_1^5 g(x) dx = 8$ . Tính  $K = \int_1^5 [4f(x) - g(x)] dx$ .

**A.**  $K = 16$ .

**B.**  $K = 61$ .

**C.**  $K = 5$ .

**D.**  $K = 6$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } K = \int_1^5 [4f(x) - g(x)] dx = 4 \int_1^5 f(x) dx - \int_1^5 g(x) dx = 4 \cdot 6 - 8 = 16.$$

**Câu 13.** Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 1$ ?

**A.**  $(1; -2)$ .

**B.**  $(2; 7)$ .

**C.**  $(0; -1)$ .

**D.**  $(-1; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Xét từng đáp án:

+ Thay  $x = 1; y = -2$  vào hàm số đã cho ta được:  $-2 = 1^4 - 2 \cdot 1^2 - 1 = -2$ . Suy ra điểm có tọa độ  $(1; -2)$  thuộc đồ thị hàm số đã cho. Loại A.

+ Thay  $x = 2; y = 7$  vào hàm số đã cho ta được:  $7 = 2^4 - 2 \cdot 2^2 - 1 = 7$ . Suy ra điểm có tọa độ  $(2; 7)$  thuộc đồ thị hàm số đã cho. Loại B.

+ Thay  $x = 0; y = -1$  vào hàm số đã cho ta được:  $-1 = 0^4 - 2 \cdot 0^2 - 1 = -1$ . Suy ra điểm có tọa độ  $(0; -1)$  thuộc đồ thị hàm số đã cho. Loại C.

+ Thay  $x = -1; y = 2$  vào hàm số đã cho ta được:  $2 = (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^2 - 1 = -2$  (vô lý). Suy ra điểm có tọa độ  $(-1; 2)$  **không** thuộc đồ thị hàm số đã cho. Chọn D.

**Câu 14.** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{2x-4}$  có phương trình là:

**A.**  $x = 2$ .

**B.**  $y = \frac{1}{2}$ .

**C.**  $y = -\frac{1}{4}$ .

**D.**  $x = -1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

Vì  $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{1}{2}, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{2}$  nên đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$ .

**Câu 15.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} < 27$  là

**A.**  $(3; +\infty)$ .

**B.**  $(-\infty; 1)$ .

**C.**  $(1; 3)$ .

**D.**  $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} < 27 \Leftrightarrow 3^{-x^2+4x} < 3^3 \Leftrightarrow -x^2+4x < 3 \Leftrightarrow -x^2+4x-3 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 3 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x} < 27$  là  $(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$ .

**Câu 16.** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = -2$  và công sai  $d = 3$ . Tìm số hạng  $u_{10}$ .

**A.**  $u_{10} = 28$ .

**B.**  $u_{10} = -29$ .

**C.**  $u_{10} = -2 \cdot 3^9$ .

**D.**  $u_{10} = 25$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $(u_n)$  là cấp số cộng nên ta có:  $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$ .

**Câu 17.** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$  trên đoạn  $[2; 4]$ .

**A.**

$\min_{[2;4]} y = -3$ .

**B.**  $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$ .

**C.**  $\min_{[2;4]} y = 6$ . **D.**

$\min_{[2;4]} y = -2$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Xét trên  $[2; 4]$

Ta có  $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [2; 4] \\ x = 3 \in [2; 4] \end{cases}$ .

$y(2) = 7$ ,  $y(3) = 6$ ,  $y(4) = \frac{19}{3}$ .

Vậy  $\min_{[2;4]} y = 6$ .

**Câu 18.** Cho hình chóp  $S.ABCD$ , có đáy là hình vuông cạnh bằng  $x$ . Cạnh bên  $SA = x\sqrt{6}$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính theo  $x$  diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$ .

**A.**  $8\pi x^2$ .

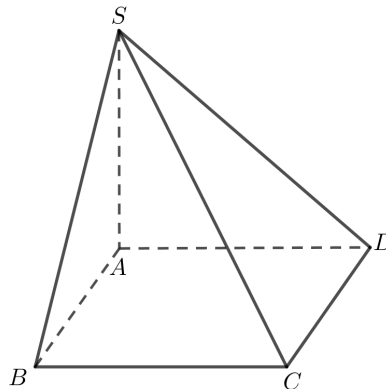
**B.**  $x^2\sqrt{2}$ .

**C.**  $2\pi x^2$ .

**D.**  $2x^2$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



+ Ta có  $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AC, SA \perp BC, SA \perp CD$ .

$$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB, \quad \begin{cases} CD \perp SA \\ CD \perp AD \end{cases} \Rightarrow CD \perp SD.$$

Vậy  $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$  do đó  $A, B, D, S, C$  thuộc mặt cầu đường kính  $SC$ .

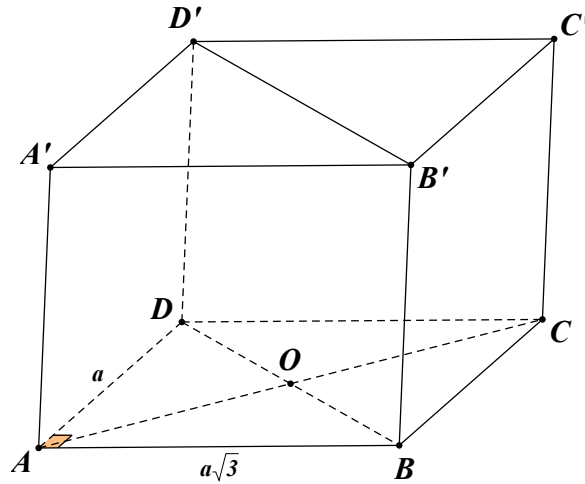
+ Ta có  $AC = \sqrt{2}x$ ,  $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}x$ .  $R$  là bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$  khi đó  $R = \frac{SC}{2} = \sqrt{2}x$ . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp  $S.ABCD$  bằng

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi (\sqrt{2}x)^2 = 8\pi x^2.$$

**Câu 19.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a\sqrt{3}$  và  $AD = a$ . Góc giữa hai đường thẳng  $B'D'$  và  $AC$  bằng

A.  $45^\circ$ .B.  $60^\circ$ .C.  $90^\circ$ .D.  $30^\circ$ .

Lời giải



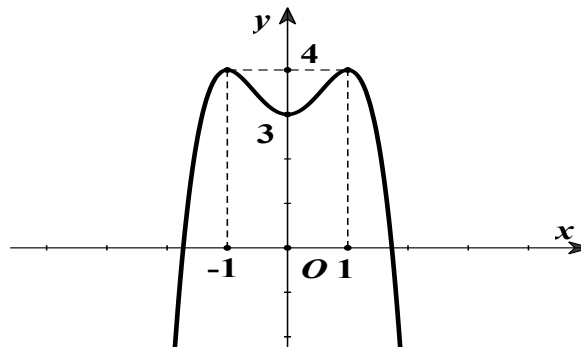
Vì  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp chữ nhật nên  $BD \parallel B'D'$  suy ra  $(\widehat{B'D', AC}) = (\widehat{BD, AC})$ .

$ABCD$  là hình chữ nhật có  $AB = a\sqrt{3}$  và  $AD = a$  nên  $BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = 2a = AC$

$\Rightarrow OD = OA = a = AD$  do đó tam giác  $OAD$  là tam giác đều  $\Rightarrow \widehat{AOD} = 60^\circ$ .

Vậy  $(\widehat{B'D', AC}) = (\widehat{BD, AC}) = \widehat{AOD} = 60^\circ$ .

**Câu 20.** Hàm số  $y = f(x)$  xác định liên tục trên khoảng  $(-\infty; +\infty)$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên:



Hàm số  $f(x)$  đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A.  $x = 3$ .B.  $x = 0$ .C.  $x = -1$ .D.  $x = 1$ .

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số như hình vẽ ta có bảng biến thiên:

|      |           |      |     |     |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ |     | $0$ |     | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ |           | $+$  | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ |      | $4$ |     | $3$ |     | $4$       |
|      |           |      |     |     |     |     | $-\infty$ |

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm  $x = 0$ .

**Câu 21.** Cho khối trụ có bán kính đáy bằng 5 và có diện tích xung quanh bằng  $30\pi$ . Tính thể tích  $V$  của khối trụ đó.

A.  $V = 65\pi$ .B.  $V = 56\pi$ .C.  $V = 75\pi$ .D.  $V = 57\pi$ .

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ ta có:

$$S_{xq} = 2\pi rl \Leftrightarrow 2\pi \cdot 5 \cdot l = 30\pi \Leftrightarrow l = 3.$$

Vì là hình trụ nên  $h = l = 3$ . Do đó  $V = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 5^2 \cdot 3 = 75\pi$ .

**Câu 22.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ .

**A.**  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .

**B.**  $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$ .

**C.**  $D = (-1; 3)$ .

**D.**  $[-1; 3]$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Điều kiện:  $x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 3 \end{cases}$ .

Tập xác định  $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$ .

**Câu 23.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|      |           |      |     |     |           |
|------|-----------|------|-----|-----|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$  | $-$ | $0$ | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ | $4$  | $3$ | $4$ | $-\infty$ |

Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

**A.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(0; 1)$ .

**B.** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**C.** Hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ .

**D.** Hàm số nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Dựa vào BBT ta thấy hàm số đồng biến trong các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Câu 24.** Tìm số phức liên hợp của số phức  $z = \frac{-2+i}{i}$

**A.**  $\bar{z} = 1 - 2i$ .

**B.**  $\bar{z} = 1 + i$ .

**C.**  $\bar{z} = 1 - i$ .

**D.**  $\bar{z} = 1 + 2i$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $z = \frac{-2+i}{i} = \frac{-2}{i} + 1 = \frac{-2i}{i^2} + 1 = 1 + 2i$ .

Vậy  $\bar{z} = 1 - 2i$ .

**Câu 25.** Viết công thức tính thể tích  $V$  của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$ .

**A.**  $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ .    **B.**  $V = \int_a^b f^2(x) dx$ .    **C.**  $V = \pi \int_a^b f(x) dx$ .    **D.**  $V = \int_a^b |f(x)| dx$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục  $y = f(x)$ , trục  $Ox$  và hai đường thẳng  $x = a, x = b$  ( $a < b$ ), xung quanh trục  $Ox$  có thể tích là

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$$

Xét đáp án B thiếu nhân " $\pi$ ", nên loại.

Xét đáp án C thiếu bình phương của  $f(x)$ , nên loại.

Xét đáp án D, đây là công thức tính diện tích hình phẳng nên loại.

**Câu 26.** Cho tập hợp  $T$  gồm 7 phần tử khác nhau. Số tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp  $T$  là

- A.  $\frac{7!}{3!}$ .      B. 21.      C.  $A_7^3$ .      D.  $C_7^3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mỗi cách chọn 3 phần tử trong 7 phần tử của tập hợp  $T$  là một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử trong tập hợp  $T$ .

Số tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp  $T$  là  $C_7^3$ .

**Câu 27.** Tìm các số thực  $x, y$  thỏa mãn  $2x - 1 + (1 - 2y)i = 2 - x + (3y + 2)i$ .

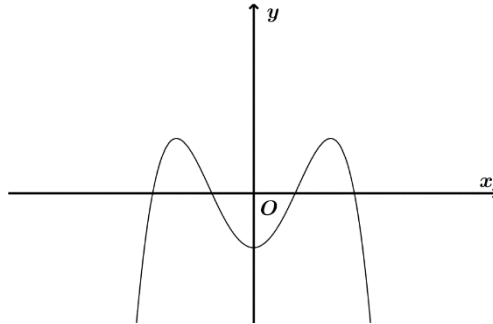
- A.  $x = 3; y = -\frac{1}{5}$ .      B.  $x = 1; y = -\frac{1}{5}$ .      C.  $x = 3; y = \frac{3}{5}$ .      D.  $x = 1; y = \frac{3}{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } 2x - 1 + (1 - 2y)i = 2 - x + (3y + 2)i \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 - x \\ 1 - 2y = 3y + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -\frac{1}{5} \end{cases}$$

**Câu 28.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .      B.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .  
C.  $a < 0, b < 0, c < 0$ .      D.  $a < 0, b > 0, c > 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

- Từ dạng đồ thị  $\Rightarrow a < 0$ .
- Đồ thị giao trục  $Oy$  tại điểm bên dưới trục hoành  $\Rightarrow c < 0$ .
- Hàm số có 3 cực trị  $\Rightarrow a \cdot b < 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên sau

|         |           |      |      |           |     |
|---------|-----------|------|------|-----------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$ | $0$  | $+\infty$ |     |
| $f'(x)$ | $+$       | $0$  | $-$  | $0$       | $+$ |
| $f(x)$  | $-\infty$ | $0$  | $-4$ | $+\infty$ |     |

Số nghiệm của phương trình  $f(x) + 3 = 0$  là

- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $f(x) + 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -3$ .

Số nghiệm phương trình  $f(x) = -3$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = -3$ .

Dựa vào bảng biến thiên hàm số  $y = f(x)$  suy ra phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

**Câu 30.** Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm  $I(3; -3; 1)$  và đi qua điểm  $M(5; -2; 1)$ ?

**A.**  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5$ . **B.**  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = \sqrt{5}$ .

**C.**  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 25$ . **D.**  $(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 4$ .

**Lời giải**

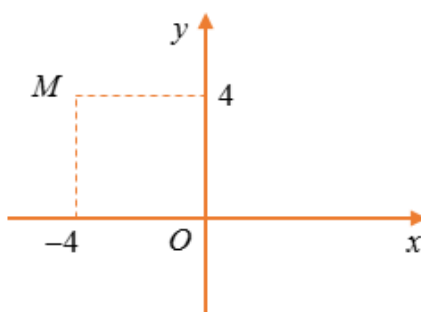
**Chọn A**

Ta có  $\overline{IM} = (2; 1; 0) \Rightarrow IM = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$ .

Vậy mặt cầu tâm  $I$  có bán kính  $R = IM = \sqrt{5}$  có phương trình là

$$(x-3)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 5.$$

**Câu 31.** Điểm  $M$  trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức  $z$ .



Tính mô-đun của số phức  $w = \bar{z} + iz$

**A.**  $|w| = \sqrt{28}$ . **B.**  $|w| = \sqrt{182}$ . **C.**  $|w| = \sqrt{128}$ . **D.**  $|w| = \sqrt{12}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số phức có dạng:  $z = a + bi$ . Điểm  $M(a; b)$  trong hệ tọa độ vuông góc của mặt phẳng được gọi là điểm biểu diễn số phức  $z = a + bi$ .

Theo điểm biểu diễn ở trên điểm  $M(-4; 4)$  là điểm biểu diễn của số phức:  $z = -4 + 4i$ .

Ta cũng suy ra được số phức liên hợp của  $z$  là  $\bar{z} = -4 - 4i$ .

Do đó:  $w = \bar{z} + iz = -4 - 4i + i(-4 + 4i) = -8 - 8i$ .

Vậy mô-đun của số phức  $w$  là:  $|w| = \sqrt{(-8)^2 + (-8)^2} = \sqrt{128}$ .

**Câu 32.** Gọi  $z_1, z_2$  là các nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 5 = 0$ . Tính  $P = |z_1|^2 + |z_2|^2$

**A.** 10. **B.** 5. **C.** 12. **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $z^2 - 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 1 - 2i \\ z_2 = 1 + 2i \end{cases}$ .

Khi đó:  $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 = |1 - 2i|^2 + |1 + 2i|^2 = 5 + 5 = 10$ .

**Câu 33.** Kí hiệu  $S(t)$  là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t$  ( $t > 1$ ).

Tìm  $t$  để  $S(t) = 10$

**A.**  $t = 4$ . **B.**  $t = 13$ . **C.**  $t = 3$ . **D.**  $t = 14$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường  $y = 2x + 1, y = 0, x = 1, x = t (t > 1)$  là:

$$S(t) = \int_1^t |2x + 1| dx = \int_1^t (2x + 1) dx = (x^2 + x) \Big|_1^t = t^2 + t - 2.$$

$$S(t) = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 2 = 10 \Leftrightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = -3 \end{cases}.$$

Do  $t > 1$  nên  $t = -3$  loại, vậy  $t = 4$ .

**Câu 34.** Thiết diện của một khối trụ đi qua trục là hình vuông có cạnh bằng  $2a$ . Tính diện tích toàn phần của khối trụ đó.

**A.**  $3\pi a^2$ .

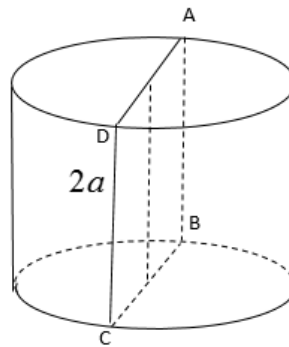
**B.**  $8\pi a^2$ .

**C.**  $16\pi a^2$ .

**D.**  $6\pi a^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



Thiết diện qua trục của khối trụ là hình vuông có cạnh bằng chiều cao của hình trụ cũng bằng đường kính đáy. Tức là  $h = 2r = 2a \Rightarrow r = a$ .

Diện tích toàn phần của khối trụ là:  $S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 4\pi a^2 + 2\pi a^2 = 6\pi a^2$ .

**Câu 35:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$  và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}. \text{ Mệnh đề nào sau đây đúng?}$$

**A.**  $\Delta \perp (\alpha)$ .

**B.**  $\Delta$  cắt và không vuông góc với  $(\alpha)$ .

**C.**  $\Delta \subset (\alpha)$ .

**D.**  $\Delta // (\alpha)$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$\Delta$  có 1 vector chỉ phương là  $\vec{u} = (-1; -1; 1)$  và đi qua điểm  $M(-1; -1; 3)$ .

$(\alpha)$  có 1 vector pháp tuyến là  $\vec{n} = (1; 2; 3)$ .

Ta thấy  $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$  và  $M \in (\alpha)$  nên  $\Delta \subset (\alpha)$ .

**Câu 36:** Biết rằng  $\int_1^2 \ln(x+1) dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c$  với  $a, b, c$  là các số nguyên. Tính  $S = a + b + c$  được

**A.**  $S = -2$ .

**B.**  $S = 2$ .

**C.**  $S = 1$ .

**D.**  $S = 0$ .

**Chọn D**

$$\begin{aligned} \int_1^2 \ln(x+1) dx &= \int_1^2 \ln(x+1) d(x+1) = \left[ (x+1) \ln(x+1) \right]_1^2 - \int_1^2 (x+1) d(\ln(x+1)) \\ &= 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - \int_1^2 (x+1) \frac{1}{x+1} dx = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - x \Big|_1^2 = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1. \end{aligned}$$

Do đó  $a = 3, b = -2, c = -1 \Rightarrow S = a + b + c = 0$ .

**Câu 37.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $AB = a, AD = 2a$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $45^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $SD$ , hãy tính theo  $a$  khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .



$$\Delta SHI \text{ vuông tại } H, \text{ có } HK = \frac{SH \cdot HI}{\sqrt{SH^2 + HI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{17}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{17}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{5}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{1513}}{89}.$$

**Câu 38.** Biết rằng trong tất cả các cặp  $(x; y)$  thỏa mãn  $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1)$  chỉ có duy nhất một cặp  $(x; y)$  thỏa mãn:  $3x + 4y - m = 0$ . Khi đó hãy tính tổng tất cả các giá trị của  $m$  tìm được?

**A.** 20.

**B.** 14.

**C.** 46.

**D.** 28.

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có  $\log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq 2 + \log_2(x + y - 1) \Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq \log_2 4 + \log_2(x + y - 1)$

$$\Leftrightarrow \log_2(x^2 + y^2 + 2) \leq \log_2 4(x + y - 1) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2 \leq 4(x + y - 1)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 \leq 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 \leq 2(C).$$

Khi đó tập hợp các điểm  $M(x; y)$  thỏa mãn đề bài nằm trong hình tròn tâm  $I(2; 2)$ , bán kính  $R = \sqrt{2}$  và nằm trên đường thẳng  $\Delta: 3x + 4y - m = 0$ .

Để tồn tại duy nhất một cặp  $(x; y)$  thì đường tròn  $(C)$  phải tiếp xúc với đường thẳng  $\Delta$ .

$$\text{Điều kiện tiếp xúc: } d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 - m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |14 - m| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 14 - m = 5\sqrt{2} \\ 14 - m = -5\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 14 - 5\sqrt{2} \\ m = 14 + 5\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy tổng tất cả các giá trị của  $m$  là 28.

**Câu 39.** Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng  $a\sqrt{2}$ . Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc  $60^\circ$ . Diện tích của thiết diện này bằng

**A.**  $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ .

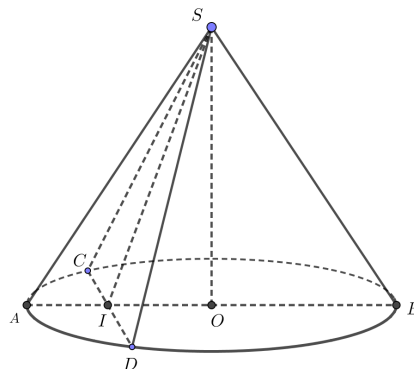
**B.**  $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ .

**C.**  $2a^2$ .

**D.**  $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**



Giả sử hình nón có đỉnh  $S$ , tâm đường tròn đáy là  $O$ . Thiết diện qua trục là  $\Delta SAB$ , thiết diện qua đỉnh là  $\Delta SCD$ ; gọi  $I$  là trung điểm của  $CD$ .

Theo giả thiết ta có  $\Delta SAB$  vuông cân tại  $S$ , cạnh huyền  $AB = a\sqrt{2} \Rightarrow r = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$$SA = SB = l = a \Rightarrow h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \frac{2a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Ta lại có } \widehat{SIO} = 60^\circ \Rightarrow \sin 60^\circ = \frac{SO}{SI} \Rightarrow SI = \frac{SO}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{3};$$

$$ID = \sqrt{SD^2 - SI^2} = \sqrt{a^2 - \frac{6a^2}{9}} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow CD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Diện tích thiết diện cần tìm là } S_{\Delta SCD} = \frac{1}{2} \cdot CD \cdot SI = \frac{1}{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^2\sqrt{2}}{3}.$$

**Câu 40.** Xét tích phân  $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos x}} dx$ . Nếu đặt  $t = \sqrt{1+\cos x}$ , ta được

**A.**  $I = -4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$ .    **B.**  $I = 4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$ .    **C.**  $I = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{4t^3 - 4t}{t} dt$ .    **D.**  $I = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{-4t^3 + 4t}{t} dx$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Đặt } t = \sqrt{1+\cos x} \Rightarrow \cos x = t^2 - 1 \Rightarrow \sin x \cdot dx = -2t \cdot dt.$$

$$\text{Đổi cận: } x = 0 \Rightarrow t = \sqrt{2}; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1. \text{ Khi đó ta có}$$

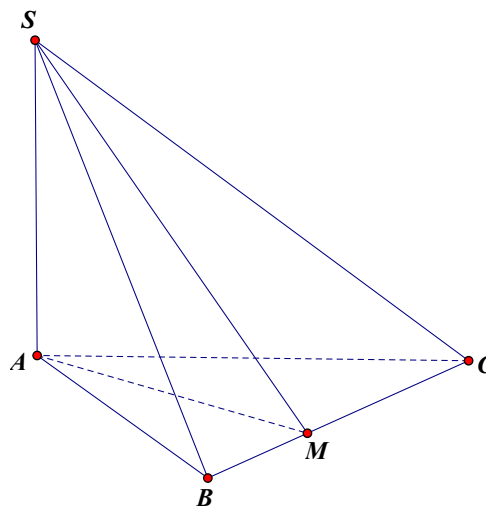
$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x \cos x}{\sqrt{1+\cos x}} dx = \int_{\sqrt{2}}^1 \frac{2(t^2 - 1)(-2t dt)}{t} = -4 \int_{\sqrt{2}}^1 (t^2 - 1) dt = 4 \int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt.$$

**Câu 41.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ ,  $BC = a$ , hai mặt phẳng  $(SAB)$ ,  $(SAC)$  cùng vuông góc với mặt đáy, mặt bên  $(SBC)$  tạo với đáy góc  $45^\circ$ . Thể tích khối chóp  $S.ABC$  là

**A.**  $\frac{a^3}{64}$ .    **B.**  $\frac{a^3}{16}$ .    **C.**  $\frac{a^3}{9}$ .    **D.**  $\frac{a^3}{32}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**



$$\left. \begin{array}{l} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp (ABC). \text{ Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC}.$$

$$\text{Ta có } \Delta ABC \text{ là một nửa tam giác đều có cạnh } BC = a \text{ nên } AC = \frac{a}{2}, AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{1}{2} \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}.$$

Từ  $A$  kẻ  $AM \perp BC$  tại  $M$  ta có  $((ABC), (SBC)) = (SM, AM) = \widehat{SMA} \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ$ .

Suy ra tam giác  $SAM$  vuông cân tại  $A \Rightarrow SA = AM$ .

Trong tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  đường cao  $AM$  ta có

$$AB \cdot AC = AM \cdot BC \Rightarrow AM = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{8} = \frac{a^3}{32}.$$

**Câu 42.** Cho hàm số  $y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2}$  có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  thuộc đoạn  $[-5; 5]$  để giá trị nhỏ nhất của  $y$  nhỏ hơn  $-1$ .

A. 4.

B. 2.

C. 6.

D. 8.

**Lời giải**

**Chọn C**

Điều kiện:  $\cos x + 2 \neq 0$  luôn đúng  $\forall x \in \mathbb{R}$ .

$$y = \frac{m \sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow y(\cos x + 2) = m \sin x + 1 \text{ (do } \cos x + 2 \neq 0 \text{ luôn đúng } \forall x \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow m \sin x - y \cos x = 2y - 1 (*).$$

Phương trình (\*) có nghiệm

$$\Leftrightarrow m^2 + y^2 \geq (2y - 1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} \leq y \leq \frac{2 + \sqrt{1 + 3m^2}}{3}.$$

$$\text{Vậy } \min_{\mathbb{R}} y = \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3}.$$

$$\min_{\mathbb{R}} y < -1 \Leftrightarrow \frac{2 - \sqrt{1 + 3m^2}}{3} < -1 \Leftrightarrow \sqrt{1 + 3m^2} > 5 \Leftrightarrow m^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 2\sqrt{2} \approx 2,82 \\ m < -2\sqrt{2} \approx -2,82 \end{cases}.$$

Mà  $m \in \mathbb{Z}, m \in [-5; 5]$  nên  $m \in \{-5; -4; -3; 3; 4; 5\}$ .

**Câu 43.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x}{\cos^2 x}$  trên  $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $x \cdot f'(x)$  thỏa mãn

$F(0) = 0$ . Biết  $a \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  thỏa mãn  $\tan a = 3$ . Tính giá trị biểu thức  $T = F(a) - 10a^2 + 3a$ .

A.  $-\frac{1}{2} \ln 10$ .

B.  $\frac{1}{2} \ln 10$ .

C.  $-\frac{1}{4} \ln 10$ .

D.  $\ln 10$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } F(x) = x \cdot f(x) - \int f(x) dx = \frac{x^2}{\cos^2 x} - \int \frac{x}{\cos^2 x} dx.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u_1 = x \\ dv_1 = \frac{1}{\cos^2 x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du_1 = dx \\ v_1 = \tan x \end{cases}$$

$$F(x) = \frac{x^2}{\cos^2 x} - \left( x \cdot \tan x - \int \tan x dx \right) = x^2 (1 + \tan^2 x) - x \cdot \tan x - \ln |\cos x| + C.$$

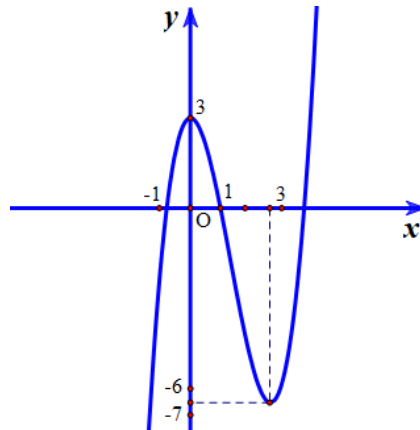
$$\text{Vì } F(0) = 0 \Rightarrow C = 0.$$

$$F(x) = x^2 (1 + \tan^2 x) - x \tan x - \ln |\cos x|.$$

$$\text{Ta có } \frac{1}{\cos^2 a} = 1 + \tan^2 a = 10 \Rightarrow \cos a = \frac{1}{\sqrt{10}}.$$

$$\text{Khi đó } T = a^2 (1 + 9) - 3a - \ln |\cos a| - 10a^2 + 3a = -\ln \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{2} \ln 10.$$

**Câu 44.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Đặt  $g(x) = f[f(x)]$ . Tìm số nghiệm của phương trình  $g'(x) = 0$ .



**A.** 8.

**B.** 2.

**C.** 4.

**D.** 6.

**Lời giải**

**Chọn A**

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) \cdot f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = m \in (1; 3) \end{cases}.$$

Phương trình  $f'(x) = 0$  có 2 nghiệm

Phương trình  $f(x) = 0$  có 3 nghiệm

Phương trình  $f(x) = m \in (1; 3)$  có 3 nghiệm

Vậy phương trình có 8 nghiệm.

**Câu 45.** Trường trung học phổ thông Bim Sơn có 23 lớp, trong đó khối 10 có 8 lớp, khối 11 có 8 lớp, khối 12 có 7 lớp, mỗi lớp có một chi đoàn, mỗi chi đoàn có một em làm bí thư. Các em bí thư đều giỏi và rất năng động nên Ban chấp hành Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 9 em bí thư đi thi cán bộ đoàn giỏi cấp thị xã. Tính xác suất để 9 em được chọn có đủ cả ba khối?

**A.**  $\frac{7345}{7429}$ .

**B.**  $\frac{7012}{7429}$ .

**C.**  $\frac{7234}{7429}$ .

**D.**  $\frac{7123}{7429}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega)C_{23}^9 = 817190$ .

Gọi  $X$  là biến cố “9 em được chọn có đủ cả ba khối”

$\Rightarrow \bar{X}$  “9 em được chọn không có đủ cả ba khối”

Vì mỗi khối số bí thư đều nhỏ hơn 9 nên có các khả năng sau:

TH1: Chỉ có học sinh ở khối 10 và 11. Có  $C_{16}^9$  cách.

TH2: Chỉ có học sinh ở khối 11 và 12. Có  $C_{15}^9$  cách.

TH3: Chỉ có học sinh ở khối 10 và 12. Có  $C_{15}^9$  cách.

Số phần tử của biến cố  $\overline{X}$  là:  $n(\overline{X}) = C_{16}^9 + C_{15}^9 + C_{15}^9 = 21450$

Xác suất của biến cố  $\overline{X}$  là:  $P(\overline{X}) = \frac{21450}{817190} = \frac{195}{7429}$ .

Xác suất của biến cố  $X$  là:  $P(X) = 1 - P(\overline{X}) = \frac{7234}{7429}$ .

**Câu 46.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$  cho ba điểm  $A(1;4;5), B(3;4;0), C(2;-1;0)$  và mặt phẳng  $(P): 3x - 3y - 2z = 12$ . Gọi điểm  $M(a;b;c)$  thuộc  $(P)$  sao cho  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng  $a + b + c$

**A.** 3.

**B.** 2.

**C.** -2.

**D.** -3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Gọi  $I$  là điểm thỏa mãn  $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-x+3-x+3(2-x)=0 \\ 4-y+4-y+3(-1-y)=0 \\ 5-z-z+3(-z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;1)$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 + 3MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 3\overrightarrow{IC}) \\ &= 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2 \end{aligned}$$

Khi đó  $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$  nhỏ nhất khi  $MI$  nhỏ nhất, tức là  $M$  là hình chiếu của  $I$  trên mặt phẳng  $(P)$ .

Phương trình đường thẳng  $\Delta$  đi qua điểm  $I$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  là:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-3} = \frac{z-1}{-2}.$$

Khi đó tọa độ điểm  $M$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x-3y-2z=12 \\ x-2=-(y-1) \\ 2(x-2)=-3(z-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-3y-2z=12 \\ x+y=3 \\ 2x+3z=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7/2 \\ y=-1/2 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } a+b+c = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3.$$

**Câu 47.** Một người vay ngân hàng 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7% / tháng theo thỏa thuận cứ mỗi tháng người đó sẽ trả cho ngân hàng 5 triệu đồng và cứ trả hàng tháng như thế cho đến khi hết nợ (tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu). Hỏi sau bao nhiêu tháng thì người đó trả được hết nợ ngân hàng?

**A.** 21.

**B.** 22.

**C.** 23.

**D.** 24.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi số tháng là  $n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ). Đặt  $a = 5$ ,  $q = 1,007$ . Đến lần nộp tiền thứ  $n$ :

Khoản tiền  $a$  đầu tiên trở thành  $a.q^{n-1}$ . Khoản tiền  $a$  thứ hai trở thành  $a.q^{n-2}$ . ... Giả sử khoản tiền cuối cùng vẫn là  $a$  thì tổng số tiền đã trả cả vốn lẫn lãi là  $a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 5 \cdot \frac{1,007^n - 1}{0,007}$ .

Số tiền 100 triệu đồng với lãi suất là 0,7% / tháng, sau  $n$  tháng, sẽ trở thành  $100 \cdot 1,007^n$ .

$$\text{Ta có phương trình } 5 \cdot \frac{1,007^n - 1}{0,007} = 100 \cdot 1,007^n \Leftrightarrow n \approx 21,6.$$

Theo đề bài, tháng cuối cùng có thể trả dưới 5 triệu đồng nên số tháng phải làm tròn là 22 tháng.

**Câu 48.** Tìm tất cả các giá trị của  $m$  để phương trình  $\log_2^2 x - \log_2 x^2 + 3 = m$  có nghiệm  $x \in [1; 8]$ .

**A.**  $2 \leq m \leq 6$

**B.**  $3 \leq m \leq 6$

**C.**  $6 \leq m \leq 9$

**D.**  $2 \leq m \leq 3$ .

**Lời giải**

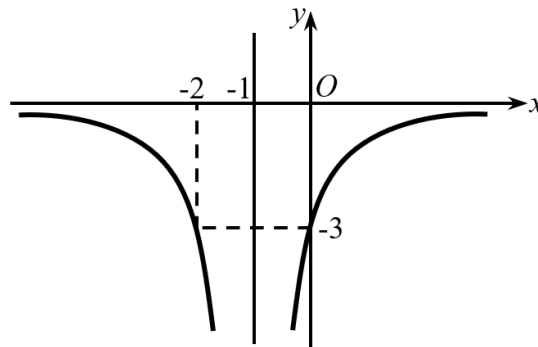
**Chọn A**

Đặt  $t = \log_2 x$ . Khi  $x \in [1; 8]$  thì  $t \in [0; 3]$ . Bài toán trở thành: Tìm  $m$  để phương trình  $t^2 - 2t + 3 = m$  có nghiệm  $t \in [0; 3]$ . Xét hàm số  $f(t) = t^2 - 2t + 3$  với  $t \in [0; 3]$ , ta có:

$$f'(t) = 2t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = 1; \min_{t \in [0; 3]} f(t) = f(1) = 2; \max_{t \in [0; 3]} f(t) = f(3) = 6.$$

Đồ thị hàm số  $y = f(t) = t^2 - 2t + 3$  và đường thẳng  $y = m$  sẽ cắt nhau tại điểm có hoành độ  $t \in [0; 3]$  nếu như  $\min_{t \in [0; 3]} f(t) \leq m \leq \max_{t \in [0; 3]} f(t) \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 6$ .

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$  (với  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $c \neq 0$ ,  $d \neq 0$ ) có đồ thị là  $(C)$ . Biết đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  như hình vẽ dưới



Biết đồ thị  $(C)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tiếp tuyến của  $(C)$  tại giao điểm của  $(C)$  với trục hoành có phương trình là

**A.**  $x - 3y - 2 = 0$ .

**B.**  $x - 3y + 2 = 0$ .

**C.**  $x + 3y - 2 = 0$ .

**D.**  $x + 3y + 2 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y' = f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$ .

Đồ thị  $(C)$  cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên  $f(0) = 2 \Rightarrow \frac{b}{d} = 2$ .

Từ đồ thị của hàm số  $y = f'(x)$  ta có:

+ Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$  nên  $-\frac{d}{c} = -1 \Leftrightarrow \frac{d}{c} = 1$ .

+ Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  đi qua điểm  $(-2; -3)$  nên  $f'(-2) = -3 \Rightarrow -3 = \frac{ad - bc}{(-2c + d)^2}$ .

+ Đồ thị hàm số  $y = f'(x)$  cắt trục tung tại điểm  $(0; -3)$  nên  $f'(0) = -3 \Rightarrow -3 = \frac{ad - bc}{d^2}$ .

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} b = 2d = 2c \\ \frac{ad - bc}{(d - 2c)^2} = -3 \\ \frac{ad - bc}{d^2} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c = 2d = 2t \ (t \neq 0) \\ \frac{at - 2t \cdot t}{(t - 2t)^2} = -3 \\ \frac{at - 2t \cdot t}{t^2} = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c = 2d = 2t \\ at - 2t^2 = -3t^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c = 2d = 2t \\ a = -t \end{cases}.$$

Suy ra  $y = f(x) = \frac{-tx + 2t}{tx + t} = \frac{-x + 2}{x + 1}$  và  $y' = f'(x) = \frac{-3}{(x + 1)^2}$ .

Giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là  $A(2; 0) \Rightarrow$  Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm A là  $k = f'(2) = \frac{-3}{(2 + 1)^2} = -\frac{1}{3}$ .

Vậy phương trình tiếp tuyến là  $y = -\frac{1}{3}(x - 2) + 0 \Leftrightarrow x + 3y - 2 = 0$ .

**Câu 50.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $P_{\min}$  của biểu thức  $P = x + 3y$ .

A.  $P_{\min} = \frac{17}{2}$ .

B.  $P_{\min} = 8$ .

C.  $P_{\min} = 9$ .

D.  $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2$   
 $\Leftrightarrow (y - 1)x \geq y^2$ .

Do  $y > 0 \Rightarrow y^2 > 0 \Rightarrow (y - 1)x \geq y^2 > 0$ . Mà  $x > 0$  nên  $y - 1 > 0$ , hay  $y > 1$ .

Khi đó ta có  $x \geq \frac{y^2}{y - 1}$ . Suy ra  $P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y - 1} + 3y$

Xét hàm số  $f(y) = \frac{y^2}{y - 1} + 3y$  trên  $(1; +\infty)$ .

Ta có  $f'(y) = \frac{y^2 - 2y}{(y - 1)^2} + 3 = \frac{4y^2 - 8y + 3}{(y - 1)^2}$ ;  $f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \notin (1; +\infty) \\ y = \frac{3}{2} \in (1; +\infty) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

|         |           |               |           |
|---------|-----------|---------------|-----------|
| $y$     | 1         | $\frac{3}{2}$ | $+\infty$ |
| $f'(y)$ |           | - 0 +         |           |
| $f(y)$  | $+\infty$ | 9             | $+\infty$ |

Từ bảng biến thiên suy ra  $f(y) \geq f\left(\frac{3}{2}\right) = 9$ . Vậy  $P \geq f(y) \geq 9$ .

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $\begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ x = \frac{y^2}{y - 1} = \frac{9}{2} \end{cases}$ .

**☞ HẾT ☞**