

CHỦ ĐỀ 1. TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

A. LÝ THUYẾT

1. Hệ trục tọa độ trong không gian

Trong không gian, xét ba trục tọa độ Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung một điểm gốc O . Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz . Hệ ba trục như vậy gọi là **hệ trục tọa độ vuông góc** trong không gian.

Chú ý: $\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$ và $\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{j} = 0$.

2. Tọa độ của vectơ

a) **Định nghĩa:** $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

b) **Tính chất:** Cho $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3), k \in \mathbb{R}$

$$\bullet \vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1; a_2 \pm b_2; a_3 \pm b_3)$$

$$\bullet k\vec{a} = (ka_1; ka_2; ka_3)$$

$$\bullet \vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = b_1 \\ a_2 = b_2 \\ a_3 = b_3 \end{cases}$$

$$\bullet \vec{0} = (0; 0; 0), \vec{i} = (1; 0; 0), \vec{j} = (0; 1; 0), \vec{k} = (0; 0; 1)$$

$$\bullet \vec{a} \text{ cùng phương } \vec{b} (\vec{b} \neq \vec{0}) \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} (k \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = kb_1 \\ a_2 = kb_2 \\ a_3 = kb_3 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \frac{a_3}{b_3}, (b_1, b_2, b_3 \neq 0)$$

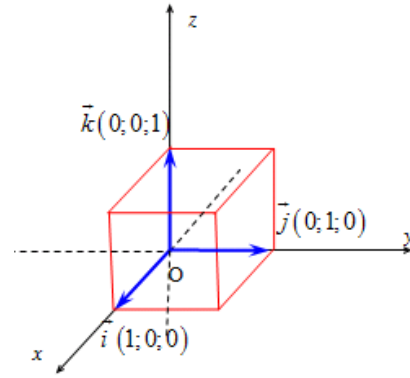
$$\bullet \vec{a} \cdot \vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$$

$$\bullet \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3 = 0$$

$$\bullet \vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2$$

$$\bullet |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$$

$$\bullet \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2} \cdot \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}} \text{ (với } \vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0} \text{)}$$



3. Tọa độ của điểm

a) **Định nghĩa:** $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ (x : hoành độ, y : tung độ, z : cao độ)

Chú ý: $\bullet M \in (Oxy) \Leftrightarrow z = 0; M \in (Oyz) \Leftrightarrow x = 0; M \in (Oxz) \Leftrightarrow y = 0$

$\bullet M \in Ox \Leftrightarrow y = z = 0; M \in Oy \Leftrightarrow x = z = 0; M \in Oz \Leftrightarrow x = y = 0$.

b) **Tính chất:** Cho $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B)$

$$\bullet \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$$

$$\bullet AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$\bullet \text{Toạ độ trung điểm } M \text{ của đoạn thẳng } AB: M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

$\bullet$ Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC :

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$$

$\bullet$ Toạ độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$:

$$G\left(\frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4}; \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4}; \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4}\right)$$

4. Tích có hướng của hai vectơ

a) **Định nghĩa:** Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3), \vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. Tích có hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, kí hiệu là $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định bởi

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

Chú ý: Tích có hướng của hai vector là một vector, tích vô hướng của hai vector là một số.

b) Tính chất:

- $[\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{a}; \quad [\vec{a}, \vec{b}] \perp \vec{b}$
- $[\vec{a}, \vec{b}] = -[\vec{b}, \vec{a}]$
- $[\vec{i}, \vec{j}] = \vec{k}; \quad [\vec{j}, \vec{k}] = \vec{i}; \quad [\vec{k}, \vec{i}] = \vec{j}$
- $|\vec{a}, \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$ (Chương trình nâng cao)
- $\vec{a}, \vec{b}$ cùng phương $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0}$ (chứng minh 3 điểm thẳng hàng)

c) Ứng dụng của tích có hướng: (Chương trình nâng cao)

- **Điều kiện đồng phẳng của ba vector:** $\vec{a}, \vec{b}$ và $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0$
- **Diện tích hình bình hành ABCD:** $S_{\square ABCD} = |[\vec{AB}, \vec{AD}]|$
- **Diện tích tam giác ABC:** $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\vec{AB}, \vec{AC}]|$
- **Thể tích khối hộp ABCDA'B'C'D':** $V_{ABCD.A'B'C'D'} = |[\vec{AB}, \vec{AD}] \cdot \vec{AA}'|$
- **Thể tích tứ diện ABCD:** $V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$

Chú ý:

– **Tích vô hướng** của hai vector thường sử dụng để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, tính góc giữa hai đường thẳng.

– **Tích có hướng** của hai vector thường sử dụng để tính diện tích tam giác; tính thể tích khối tứ diện, thể tích hình hộp; chứng minh các vector đồng phẳng – không đồng phẳng, chứng minh các vector cùng phương.

$\begin{aligned} \vec{a} \perp \vec{b} &\Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng phương} &\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] = \vec{0} \\ \vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng} &\Leftrightarrow [\vec{a}, \vec{b}] \cdot \vec{c} = 0 \end{aligned}$

5. Một vài thao tác sử dụng máy tính bỏ túi (Casio Fx570 Es Plus, Casio Fx570 Vn Plus, Vinacal 570 Es Plus)

Trong không gian Oxyz cho bốn điểm $A(x_A; y_A; z_A), B(x_B; y_B; z_B), C(x_C; y_C; z_C), D(x_D; y_D; z_D)$

w 8 1 1 (nhập vector $\vec{AB}$)

q 5 2 2 2 (nhập vector $\vec{AC}$)

q 5 2 3 1 (nhập vector $\vec{AD}$)

C q53q54= (tính $[\vec{AB}, \vec{AC}]$)

C q53q54q57q55= (tính $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}$)

Cqc(Abs) q53q54q57q55= (tính $|[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}|$)

C1a6qc(Abs) q53q54q57q55=

$$\left(\text{tính } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD}| \right)$$

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

- Câu 1.** Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos \varphi$ bằng
- A. $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. B. $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. C. $\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. D. $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.
- Câu 2.** Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng
- A. 0. B. $\frac{2}{5}$. C. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. D. $-\frac{2}{5}$.
- Câu 3.** Cho vector $\vec{a} = (1; 3; 4)$, tìm vector $\vec{b}$ cùng phương với vector $\vec{a}$
- A. $\vec{b} = (-2; -6; -8)$. B. $\vec{b} = (-2; -6; 8)$. C. $\vec{b} = (-2; 6; 8)$. D. $\vec{b} = (2; -6; -8)$.
- Câu 4.** Tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (-2; 2; 5)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$ trong không gian bằng
- A. 10. B. 13. C. 12. D. 14.
- Câu 5.** Trong không gian cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 1; 1)$, độ dài đoạn AB bằng
- A. $\sqrt{6}$. B. $\sqrt{8}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{12}$.
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị, khi đó với $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{OM}$ bằng
- A. $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$. B. $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$. C. $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$. D. $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
- Câu 7.** Tích có hướng của hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ là một vector, kí hiệu $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định bằng tọa độ
- A. $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$. B. $(a_2b_3 + a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 + a_2b_1)$.
C. $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$. D. $(a_2b_2 - a_3b_3; a_3b_3 - a_1b_1; a_1b_1 - a_2b_2)$.
- Câu 8.** Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ và $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ khi và chỉ khi
- A. $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 1$. B. $u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3 = 0$.
C. $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 0$. D. $u_1v_2 + u_2v_3 + u_3v_1 = -1$.
- Câu 9.** Cho vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, độ dài vector $\vec{a}$ là
- A. $\sqrt{6}$. B. 2. C. $-\sqrt{6}$. D. 4.
- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên trục Ox sao cho M không trùng với gốc tọa độ, khi đó tọa độ điểm M có dạng
- A. $M(a; 0; 0), a \neq 0$. B. $M(0; b; 0), b \neq 0$. C. $M(0; 0; c), c \neq 0$. D. $M(a; 1; 1), a \neq 0$.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho M không trùng với gốc tọa độ và không nằm trên hai trục Ox, Oy , khi đó tọa độ điểm M là $(a, b, c \neq 0)$
- A. $(0; b; a)$. B. $(a; b; 0)$. C. $(0; 0; c)$. D. $(a; 1; 1)$.
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; 3; 4)$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$, khi đó tọa độ vector $\vec{b}$ có thể là
- A. $(0; 3; 4)$. B. $(4; 0; 3)$. C. $(2; 0; 1)$. D. $(-8; 0; -6)$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$, khi đó $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng
- A. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$. B. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$, $\vec{c} = (-2; 5; 1)$, vector $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là
- A. $(6; 0; -6)$. B. $(-6; 6; 0)$. C. $(6; -6; 0)$. D. $(0; 6; -6)$.

- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;-3), B(2;4;-1), C(2;-2;0)$. Độ dài các cạnh AB, AC, BC của tam giác ABC lần lượt là
A. $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{37}$. **B.** $\sqrt{11}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$. **C.** $\sqrt{21}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{35}$.
- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;0;-3), B(2;4;-1), C(2;-2;0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. **C.** $(5;2;4)$. **D.** $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$.
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;2;0), B(-1;1;3), C(0;-2;5)$. Để 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng thì tọa độ điểm D là
A. $D(-2;5;0)$. **B.** $D(1;2;3)$. **C.** $D(1;-1;6)$. **D.** $D(0;0;2)$.
- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1;2;3), \vec{b} = (-2;0;1), \vec{c} = (-1;0;1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$
A. $\vec{n} = (6;2;6)$. **B.** $\vec{n} = (6;2;-6)$. **C.** $\vec{n} = (0;2;6)$. **D.** $\vec{n} = (-6;2;6)$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;0;2), B(-2;1;3), C(3;2;4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
A. $G\left(\frac{2}{3}; 1; 3\right)$. **B.** $G(2;3;9)$. **C.** $G(-6;0;24)$. **D.** $G\left(2; \frac{1}{3}; 3\right)$.
- Câu 20.** Cho 3 điểm $M(2;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là
A. $Q(-2;-3;4)$ **B.** $Q(2;3;4)$ **C.** $Q(3;4;2)$ **D.** $Q(-2;-3;-4)$
- Câu 21.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là
A. $Q(-6;5;2)$. **B.** $Q(6;5;2)$. **C.** $Q(6;-5;2)$. **D.** $Q(-6;-5;-2)$.
- Câu 22.** Cho 3 điểm $A(1;2;0), B(1;0;-1), C(0;-1;2)$. Tam giác ABC là
A. tam giác có ba góc nhọn. **B.** tam giác cân đỉnh A .
C. tam giác vuông đỉnh A . **D.** tam giác đều.
- Câu 23.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;2), B(0;1;3), C(-3;4;0)$. Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là
A. $D(-4;5;-1)$. **B.** $D(4;5;-1)$. **C.** $D(-4;-5;-1)$. **D.** $D(4;-5;1)$.
- Câu 24.** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 60° và $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 4$. Khi đó $|\vec{a} + \vec{b}|$ bằng
A. $\sqrt{8\sqrt{3} + 20}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 2.
- Câu 25.** Cho điểm $M(1;2;-3)$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) bằng
A. 2. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 3.
- Câu 26.** Cho điểm $M(-2;5;0)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oy là điểm
A. $M'(2;5;0)$. **B.** $M'(0;-5;0)$. **C.** $M'(0;5;0)$. **D.** $M'(-2;0;0)$.
- Câu 27.** Cho điểm $M(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm
A. $M'(1;2;0)$. **B.** $M'(1;0;-3)$. **C.** $M'(0;2;-3)$. **D.** $M'(1;2;3)$.
- Câu 28.** Cho điểm $M(-2;5;1)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng
A. $\sqrt{29}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{26}$.
- Câu 29.** Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với I là trọng tâm của đáy ABC . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$; $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Câu 31. Cho điểm $M(3; 2; -1)$, điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M'(3; -2; 1)$. B. $M'(3; -2; -1)$. C. $M'(3; 2; 1)$. D. $M'(3; 2; 0)$.

Câu 32. Cho điểm $M(3; 2; -1)$, điểm $M'(a; b; c)$ đối xứng của M qua trục Oy , khi đó $a + b + c$ bằng

A. 6. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 33. Cho $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{v} = (0; 1; m)$. Để góc giữa hai vectơ $\vec{u}, \vec{v}$ có số đo bằng 45° thì m bằng

A. $\pm\sqrt{3}$. B. $2 \pm \sqrt{3}$. C. $1 \pm \sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Câu 34. Cho $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 5. B. 4. C. 3. D. 6.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$. Độ dài đường cao vẽ từ D của tứ diện $ABCD$ cho bởi công thức nào sau đây:

A. $h = \frac{1}{3} \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}$. B. $h = \frac{1}{3} \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$.
C. $h = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$. D. $h = \frac{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}}{[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]}$.

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. B. $\frac{9}{7}$. C. $\frac{9}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{9}{14}$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4), D(6; 9; -5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$

A. $G\left(-9; \frac{18}{4}; -30\right)$. B. $G(8; 12; 4)$. C. $G\left(3; 3; \frac{14}{4}\right)$. D. $G(2; 3; 1)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. D. $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 2)$. Điểm M trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

A. $M(0; 0; 4)$. B. $M(0; 0; -4)$. C. $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. B. $\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Câu 41. Tọa độ của vectơ $\vec{n}$ vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (3; -2; 1)$ là

A. $\vec{n} = (3; 4; 1)$. B. $\vec{n} = (3; 4; -1)$. C. $\vec{n} = (-3; 4; -1)$. D. $\vec{n} = (3; -4; -1)$.

Câu 42. Cho $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 5$, góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$, $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}; \vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$ thì k bằng

- A. $-\frac{6}{45}$. B. $\frac{45}{6}$. C. $\frac{6}{45}$. D. $-\frac{45}{6}$.
- Câu 43.** Cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (m; 3; -1)$, $\vec{w} = (1; 2; 1)$. Với giá trị nào của m thì ba vector trên đồng phẳng
- A. $\frac{3}{8}$. B. $-\frac{3}{8}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $-\frac{8}{3}$.
- Câu 44.** Cho hai vector $\vec{a} = (1; \log_3 5; m)$, $\vec{b} = (3; \log_3 3; 4)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a} \perp \vec{b}$
- A. $m = 1; m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2; m = -2$.
- Câu 45.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 3)$, $B(3; 7; 4)$, $C(x; y; 6)$. Giá trị của x, y để ba điểm A, B, C thẳng hàng là
- A. $x = 5; y = 11$. B. $x = -5; y = 11$. C. $x = -11; y = -5$. D. $x = 11; y = 5$.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tam giác ABC là
- A. tam giác vuông tại A . B. tam giác cân tại A .
C. tam giác vuông cân tại A . D. Tam giác đều.
- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng
- A. $\sqrt{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 48.** Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(7; 7; 5)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng
- A. $2\sqrt{83}$. B. $\sqrt{83}$. C. 83 . D. $\frac{\sqrt{83}}{2}$.
- Câu 49.** Cho 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 1)$; $\vec{b} = (-1; 1; 2)$ và $\vec{c} = (x; 3x; x + 2)$. Tìm x để 3 vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng
- A. 2. B. -1. C. -2. D. 1.
- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (3; -2; 4)$, $\vec{b} = (5; 1; 6)$, $\vec{c} = (-3; 0; 2)$. Tìm vectơ $\vec{x}$ sao cho vectơ $\vec{x}$ đồng thời vuông góc với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
- A. $(1; 0; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; 1; 0)$. D. $(0; 0; 0)$.
- Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\vec{CE} = 2\vec{EB}$ thì tọa độ điểm E là
- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$. B. $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$. D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$.
- Câu 52.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng
- A. 43. B. 44. C. 42. D. 45.
- Câu 53.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC
- A. $D(0; 1; 3)$. B. $D(0; 3; 1)$. C. $D(0; -3; 1)$. D. $D(0; 3; -1)$.
- Câu 54.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 3; 5)$, $B(-4; 3; 2)$, $C(0; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- A. $I\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $I\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. D. $I\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$.
- Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ thỏa mãn điều kiện $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC'} = \vec{c}$. Thể tích của hình hộp nói trên bằng:

A. $\frac{1}{3}$

B. 4

C. $\frac{2}{3}$

D. 2

Câu 56. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho tọa độ 4 điểm $A(2;-1;1), B(1;0;0), C(3;1;0), D(0;2;1)$. Cho các mệnh đề sau:

1) Độ dài $AB = \sqrt{2}$.

2) Tam giác BCD vuông tại B .3) Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 6.

Các mệnh đề đúng là:

A. 2).

B. 3).

C. 1); 3).

D. 2), 1)

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vector $\vec{a} = (-1, 1, 0); \vec{b} = (1, 1, 0); \vec{c} = (1, 1, 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết $A(1;0;1), B(-1;1;2), C(-1;1;0), D(2;-1;-2)$. Độ dài đường cao AH của tứ diện $ABCD$ bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{13}}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{13}}$.

C. $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

D. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

Câu 59. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với I là trọng tâm của đáy ABC . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

A. $\vec{SI} = \frac{1}{2}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$.

B. $\vec{SI} = \frac{1}{3}(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC})$.

C. $\vec{SI} = \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}$.

D. $\vec{SI} + \vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{0}$.

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 3.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó khoảng cách SG bằng

A. $\frac{a\sqrt{15}}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{7}}{3}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 62. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, để $|\vec{MB} - 2\vec{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì m bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 63. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;5;1), B(-2;-6;2), C(1;2;-1)$ và điểm $M(m;m;m)$, để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A(-2;2;6), B(-3;1;8), C(-1;0;7), D(1;2;3)$. Gọi H là trung điểm của CD , $SH \perp (ABCD)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{27}{2}$ (đvtt) thì có hai điểm S_1, S_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm I của S_1S_2

A. $I(0;-1;-3)$.

B. $I(1;0;3)$

C. $I(0;1;3)$.

D. $I(-1;0;-3)$.

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;7), B(4;5;-2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M . Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số nào

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

- Câu 66.** Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3)$ và D thuộc trục Oy . Biết $V_{ABCD} = 5$ và có hai điểm $D_1(0; y_1; 0), D_2(0; y_2; 0)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Khi đó $y_1 + y_2$ bằng
- A. 0. **B. 1.** C. 2. D. 3.
- Câu 67.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;2;4), B(3;0;-2), C(1;3;7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A . Tính độ dài $|OD|$.
- A. $\frac{\sqrt{207}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{203}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{201}}{3}$. **D. $\frac{\sqrt{205}}{3}$.**
- Câu 68.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1;1;1), B(5;1;-2), C(7;9;1)$. Tính độ dài phân giác trong AD của góc A
- A. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.** B. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$. C. $2\sqrt{74}$. D. $3\sqrt{74}$.
- Câu 69.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2;4;-1), B(1;4;-1), C(2;4;3), D(2;2;-1)$. Biết $M(x; y; z)$, để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng
- A. 7.** B. 8. C. 9. D. 6.
- Câu 70.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1), B(-1;2;0), C(1;1;-2)$. H là trực tâm tam giác ABC , khi đó, độ dài đoạn OH bằng
- A. $\frac{\sqrt{870}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{870}}{14}$. C. $\frac{\sqrt{870}}{16}$. **D. $\frac{\sqrt{870}}{15}$.**
- Câu 71.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3;1;0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2;1;1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B, C thỏa mãn yêu cầu bài toán là:
- A. $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17-\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3-\sqrt{177}}{4}\right)$.**
- B. $B\left(\frac{-3-\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right)$.
- C. $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17-\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3+\sqrt{177}}{4}\right)$.
- D. $B\left(\frac{-3+\sqrt{177}}{4}; \frac{17+\sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3-\sqrt{177}}{4}\right)$.
- Câu 72.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8), D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng:
- A. $5\sqrt{10}$. **B. $6\sqrt{10}$.** C. $10\sqrt{6}$. D. $10\sqrt{5}$.
- Câu 73.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(5;3;-1), B(2;3;-4), C(3;1;-2)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng:
- A. $9-2\sqrt{6}$. **B. $9-3\sqrt{6}$.** C. $9+3\sqrt{6}$. D. $9+2\sqrt{6}$.
- Câu 74.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0), N(m;n;0), P(0;0;p)$. Biết $MN = \sqrt{13}, \widehat{MON} = 60^\circ$, thể tích tứ diện $OMNP$ bằng 3. Giá trị của biểu thức $A = m + 2n^2 + p^2$ bằng
- A. 29.** B. 27. C. 28. D. 30.
- Câu 75.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1), B(-1;2;0), C(1;1;-2)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = 15a + 30b + 75c$
- A. 48. **B. 50.** C. 52. D. 46.

C. ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

I – ĐÁP ÁN 8.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	B	A	C	A	D	A	C	A	A	B	D	A	C	C	A	A	D	A	B

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	A	B	D	C	A	D	D	A	C	C	B	C	D	A	D	C	A	A

41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
B	D	D	C	A	A	C	A	A	D	A	B	A	C	D	A	A	B	B	D

61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
A	A	B	C	A	B	D	A	A	D	A	B	B	A	B					

81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	

II – HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$, với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khác $\vec{0}$, khi đó $\cos \varphi$ bằng

- A.** $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. **B.** $\frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. **C.** $\frac{-\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$. **D.** $\frac{\vec{a} + \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$.

Câu 2. Gọi φ là góc giữa hai vector $\vec{a} = (1; 2; 0)$ và $\vec{b} = (2; 0; -1)$, khi đó $\cos \varphi$ bằng

- A.** 0. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $-\frac{2}{5}$.

Câu 3. Cho vector $\vec{a} = (1; 3; 4)$, tìm vector $\vec{b}$ cùng phương với vector $\vec{a}$

- A.** $\vec{b} = (-2; -6; -8)$. **B.** $\vec{b} = (-2; -6; 8)$. **C.** $\vec{b} = (-2; 6; 8)$. **D.** $\vec{b} = (2; -6; -8)$.

Câu 4. Tích vô hướng của hai vector $\vec{a} = (-2; 2; 5)$, $\vec{b} = (0; 1; 2)$ trong không gian bằng

- A.** 10. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 14.

Câu 5. Trong không gian cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$, $B(0; 1; 1)$, độ dài đoạn AB bằng

- A.** $\sqrt{6}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{12}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vector đơn vị, khi đó với $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{OM}$ bằng

- A.** $-x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$. **B.** $x\vec{i} - y\vec{j} - z\vec{k}$. **C.** $x\vec{j} + y\vec{i} + z\vec{k}$. **D.** $x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.

Câu 7. Tích có hướng của hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ là một vector, kí hiệu $[\vec{a}, \vec{b}]$, được xác định bằng tọa độ

- A.** $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$. **B.** $(a_2b_3 + a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 + a_2b_1)$.
C. $(a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 + a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$. **D.** $(a_2b_2 - a_3b_3; a_3b_3 - a_1b_1; a_1b_1 - a_2b_2)$.

Câu 8. Cho các vector $\vec{u} = (u_1; u_2; u_3)$ và $\vec{v} = (v_1; v_2; v_3)$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$ khi và chỉ khi

- A.** $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 1$. **B.** $u_1 + v_1 + u_2 + v_2 + u_3 + v_3 = 0$.
C. $u_1v_1 + u_2v_2 + u_3v_3 = 0$. **D.** $u_1v_2 + u_2v_3 + u_3v_1 = -1$.

Câu 9. Cho vector $\vec{a} = (1; -1; 2)$, độ dài vector $\vec{a}$ là

- A.** $\sqrt{6}$. **B.** 2. **C.** $-\sqrt{6}$. **D.** 4.

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên trục Ox sao cho M không trùng với gốc tọa độ, khi đó tọa độ điểm M có dạng
A. $M(a; 0; 0), a \neq 0$. **B.** $M(0; b; 0), b \neq 0$. **C.** $M(0; 0; c), c \neq 0$. **D.** $M(a; 1; 1), a \neq 0$.
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho M không trùng với gốc tọa độ và không nằm trên hai trục Ox, Oy , khi đó tọa độ điểm M là $(a, b, c \neq 0)$
A. $(0; b; a)$. **B.** $(a; b; 0)$. **C.** $(0; 0; c)$. **D.** $(a; 1; 1)$
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; 3; 4)$ và $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$, khi đó tọa độ vector $\vec{b}$ có thể là
A. $(0; 3; 4)$. **B.** $(4; 0; 3)$. **C.** $(2; 0; 1)$. **D.** $(-8; 0; -6)$.
- Câu 13.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{u}$ và $\vec{v}$, khi đó $[\vec{u}, \vec{v}]$ bằng
A. $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$. **B.** $|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v})$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \sin(\vec{u}, \vec{v})$.
- Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba vector $\vec{a} = (1; -1; 2), \vec{b} = (3; 0; -1), \vec{c} = (-2; 5; 1)$, vector $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có tọa độ là
A. $(6; 0; -6)$. **B.** $(-6; 6; 0)$. **C.** $(6; -6; 0)$. **D.** $(0; 6; -6)$.
- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$. Độ dài các cạnh AB, AC, BC của tam giác ABC lần lượt là
A. $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{37}$. **B.** $\sqrt{11}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$. **C.** $\sqrt{21}, \sqrt{14}, \sqrt{37}$. **D.** $\sqrt{21}, \sqrt{13}, \sqrt{35}$.
- Câu 16.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; -3), B(2; 4; -1), C(2; -2; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
A. $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. **C.** $(5; 2; 4)$. **D.** $\left(\frac{5}{2}; 1; -2\right)$.
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; 0), B(-1; 1; 3), C(0; -2; 5)$. Để 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng thì tọa độ điểm D là
A. $D(-2; 5; 0)$. **B.** $D(1; 2; 3)$. **C.** $D(1; -1; 6)$. **D.** $D(0; 0; 2)$.

Hướng dẫn giải

Cách 1: Tính $[\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AD} = 0$

Cách 2: Lập phương trình (ABC) và thế tọa độ D vào phương trình tìm được.

- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (-2; 0; 1), \vec{c} = (-1; 0; 1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{n} = \vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c} - 3\vec{i}$
A. $\vec{n} = (6; 2; 6)$. **B.** $\vec{n} = (6; 2; -6)$. **C.** $\vec{n} = (0; 2; 6)$. **D.** $\vec{n} = (-6; 2; 6)$.
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC
A. $G\left(\frac{2}{3}; 1; 3\right)$. **B.** $G(2; 3; 9)$. **C.** $G(-6; 0; 24)$. **D.** $G\left(2; \frac{1}{3}; 3\right)$.
- Câu 20.** Cho 3 điểm $M(2; 0; 0), N(0; -3; 0), P(0; 0; 4)$. Nếu $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ của điểm Q là
A. $Q(-2; -3; 4)$ **B.** $Q(2; 3; 4)$ **C.** $Q(3; 4; 2)$ **D.** $Q(-2; -3; -4)$

Hướng dẫn giải

Gọi $Q(x; y; z)$, $MNPQ$ là hình bình hành thì $\vec{MN} = \vec{QP} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z - 4 = 0 \end{cases}$

- Câu 21.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1;1;1), N(2;3;4), P(7;7;5)$. Để tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành thì tọa độ điểm Q là
- A. $Q(-6;5;2)$. **B. $Q(6;5;2)$.** C. $Q(6;-5;2)$. D. $Q(-6;-5;-2)$.

Hướng dẫn giải

Điểm $Q(x; y; z)$

$$\overrightarrow{MN} = (1; 2; 3), \overrightarrow{QP} = (7 - x; 7 - y; 5 - z)$$

Vì $MNPQ$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{QP} \Rightarrow Q(6; 5; 2)$

- Câu 22.** Cho 3 điểm $A(1;2;0), B(1;0;-1), C(0;-1;2)$. Tam giác ABC là

- A.** tam giác có ba góc nhọn. **B.** tam giác cân đỉnh A .
C. tam giác vuông đỉnh A . **D.** tam giác đều.

Hướng dẫn giải

$\overrightarrow{AB} = (0; -2; -1); \overrightarrow{AC} = (-1; -3; 2)$. Ta thấy $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \neq 0 \Rightarrow \Delta ABC$ không vuông.

$|\overrightarrow{AB}| \neq |\overrightarrow{AC}| \Rightarrow \Delta ABC$ không cân.

- Câu 23.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;2), B(0;1;3), C(-3;4;0)$. Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là
- A.** $D(-4;5;-1)$. **B.** $D(4;5;-1)$. C. $D(-4;-5;-1)$. D. $D(4;-5;1)$.

Hướng dẫn giải

Điểm $D(x; y; z)$

$$\overrightarrow{AB} = (1; -1; 1), \overrightarrow{DC} = (-3 - x; 4 - y; -z)$$

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow D(-4; 5; -1)$

- Câu 24.** Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ tạo với nhau góc 60° và $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 4$. Khi đó $|\vec{a} + \vec{b}|$ bằng
- A. $\sqrt{8\sqrt{3} + 20}$. **B. $2\sqrt{7}$.** C. $2\sqrt{5}$. D. 2.

Hướng dẫn giải

Ta có $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 4 + 16 + 8 = 28 \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{7}$.

- Câu 25.** Cho điểm $M(1;2;-3)$, khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (Oxy) bằng
- A. 2. B. -3. C. 1. **D. 3.**

Hướng dẫn giải

Với $M(a; b; c) \Rightarrow d(M, (Oxy)) = |c|$

- Câu 26.** Cho điểm $M(-2;5;0)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên trục Oy là điểm
- A. $M'(2;5;0)$. B. $M'(0;-5;0)$. **C. $M'(0;5;0)$.** D. $M'(-2;0;0)$.

Hướng dẫn giải

Với $M(a; b; c) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của M lên trục Oy là $M_1(0; b; 0)$

- Câu 27.** Cho điểm $M(1;2;-3)$, hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) là điểm
- A.** $M'(1;2;0)$. B. $M'(1;0;-3)$. C. $M'(0;2;-3)$. D. $M'(1;2;3)$.

Hướng dẫn giải

Với $M(a; b; c) \Rightarrow$ hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oxy) là $M_1(a; b; 0)$

- Câu 28.** Cho điểm $M(-2;5;1)$, khoảng cách từ điểm M đến trục Ox bằng
- A. $\sqrt{29}$. B. $\sqrt{5}$. C. 2. **D. $\sqrt{26}$.**

Hướng dẫn giải

Với $M(a;b;c) \Rightarrow d(M, Ox) = \sqrt{b^2 + c^2}$

Câu 29. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với I là trọng tâm của đáy ABC . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

A. $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$. B. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{CI} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$. **D. $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.**

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vector $\vec{a} = (-1; 1; 0)$; $\vec{b} = (1; 1; 0)$; $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai:

A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. C. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. D. $\vec{a} \perp \vec{b}$.

Hướng dẫn giải

Vì $\vec{b} \cdot \vec{c} = 2 \neq 0$.

Câu 31. Cho điểm $M(3; 2; -1)$, điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là điểm

A. $M'(3; -2; 1)$. B. $M'(3; -2; -1)$. **C. $M'(3; 2; 1)$.** D. $M'(3; 2; 0)$.

Hướng dẫn giải

Với $M(a; b; c) \Rightarrow$ điểm đối xứng của M qua mặt phẳng (Oxy) là $M(a; b; -c)$

Câu 32. Cho điểm $M(3; 2; -1)$, điểm $M'(a; b; c)$ đối xứng của M qua trục Oy , khi đó $a + b + c$ bằng

A. 6. B. 4. **C. 0.** D. 2.

Hướng dẫn giải

Với $M(a; b; c) \Rightarrow$ điểm đối xứng của M qua trục Oy là $M'(-a; b; -c)$

$\Rightarrow M'(-3; 2; 1) \Rightarrow a + b + c = 0$.

Câu 33. Cho $\vec{u} = (1; 1; 1)$ và $\vec{v} = (0; 1; m)$. Để góc giữa hai vector $\vec{u}, \vec{v}$ có số đo bằng 45° thì m bằng

A. $\pm\sqrt{3}$. **B. $2 \pm \sqrt{3}$.** C. $1 \pm \sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\cos \varphi = \frac{1.0 + 1.1 + 1.m}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{m^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}(m+1) = \sqrt{3}\sqrt{m^2 + 1} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 3(m^2 + 1) = 2(m+1)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow m = 2 \pm \sqrt{3}$$

Câu 34. Cho $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

A. 5. B. 4. **C. 3.** D. 6.

Hướng dẫn giải

Tính $\overrightarrow{AB} = (2; 5; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2), \overrightarrow{AD} = (2; 5; 1)$

$$V = \frac{1}{6} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}| = 3$$

Sử dụng Casio

w 8 1 1 (nhập vector $\overrightarrow{AB}$)

q 5 2 2 2 (nhập vector $\overrightarrow{AC}$)

q 5 2 3 1 (nhập vector $\overrightarrow{AD}$)

C1a6qc(abs) q53q54q57q55= (tính V)

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$. Độ dài đường cao vẽ từ D của tứ diện $ABCD$ cho bởi công thức nào sau đây:

A. $h = \frac{1}{3} \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|}$.

B. $h = \frac{1}{3} \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$.

C. $h = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}$..

D. $h = \frac{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD}|}{|[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } V_{ABCD} = \frac{1}{3}h \cdot \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right| \text{ nên } h = \frac{\left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right|}{\left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right|}.$$

Câu 36. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0), B(3; 3; 2), C(-1; 2; 2), D(3; 3; 1)$. Độ dài đường cao của tứ diện $ABCD$ hạ từ đỉnh D xuống mặt phẳng (ABC) là

- A.** $\frac{9}{7\sqrt{2}}$. **B.** $\frac{9}{7}$. **C.** $\frac{9}{\sqrt{2}}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Hướng dẫn giải

Tính $\overrightarrow{AB}(2; 5; 2), \overrightarrow{AC}(-2; 4; 2), \overrightarrow{AD}(2; 5; 1)$

$$V = \frac{1}{6} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \cdot \overrightarrow{AD} \right| = 3$$

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h, \text{ với } B = S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \left| \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \right] \right| = 7\sqrt{2}, h = d(D, (ABC))$$

$$\Rightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 3}{7\sqrt{2}} = \frac{9}{7\sqrt{2}}$$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 2), B(-2; 1; 3), C(3; 2; 4), D(6; 9; -5)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$

- A.** $G\left(-9; \frac{18}{4}; -30\right)$. **B.** $G(8; 12; 4)$. **C.** $G\left(3; 3; \frac{14}{4}\right)$. **D.** $G(2; 3; 1)$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(2; -1; 2)$. Điểm M trên trục Ox và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

- A.** $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. **B.** $M\left(\frac{1}{2}; 0; 0\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; 0; 0\right)$. **D.** $M\left(0; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$M \in Ox \Rightarrow M(a; 0; 0)$$

$$M \text{ cách đều hai điểm } A, B \text{ nên } MA^2 = MB^2 \Leftrightarrow (1-a)^2 + 2^2 + 1^2 = (2-a)^2 + 2^2 + 1^2$$

$$\Leftrightarrow 2a = 3 \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1), B(3; -1; 2)$. Điểm M trên trục Oz và cách đều hai điểm A, B có tọa độ là

- A.** $M(0; 0; 4)$. **B.** $M(0; 0; -4)$. **C.** $M\left(0; 0; \frac{3}{2}\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

- A.** $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Câu 41. Tọa độ của vectơ $\vec{n}$ vuông góc với hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 2), \vec{b} = (3; -2; 1)$ là

- A.** $\vec{n} = (3; 4; 1)$. **B.** $\vec{n} = (3; 4; -1)$. **C.** $\vec{n} = (-3; 4; -1)$. **D.** $\vec{n} = (3; -4; -1)$.

Câu 42. Cho $|\vec{a}| = 2; |\vec{b}| = 5$, góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $\frac{2\pi}{3}$, $\vec{u} = k\vec{a} - \vec{b}; \vec{v} = \vec{a} + 2\vec{b}$. Để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$ thì k bằng

- A.** $-\frac{6}{45}$. **B.** $\frac{45}{6}$. **C.** $\frac{6}{45}$. **D.** $-\frac{45}{6}$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= (k\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 4k - 50 + (2k - 1)|\vec{a}||\vec{b}|\cos\frac{2\pi}{3} \\ &= -6k - 45\end{aligned}$$

Câu 43. Cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (m; 3; -1)$, $\vec{w} = (1; 2; 1)$. Với giá trị nào của m thì ba vector trên đồng phẳng

- A. $\frac{3}{8}$. B. $-\frac{3}{8}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $-\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } [\vec{u}, \vec{v}] = (-2; m+2; m+6), \quad [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 3m+8$$

$$\vec{u}, \vec{v}, \vec{w} \text{ đồng phẳng} \Leftrightarrow [\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{8}{3}$$

Câu 44. Cho hai vector $\vec{a} = (1; \log_3 5; m)$, $\vec{b} = (3; \log_5 3; 4)$. Với giá trị nào của m thì $\vec{a} \perp \vec{b}$

- A. $m = 1; m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 2; m = -2$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 3)$, $B(3; 7; 4)$, $C(x; y; 6)$. Giá trị của x, y để ba điểm A, B, C thẳng hàng là

- A. $x = 5; y = 11$. B. $x = -5; y = 11$. C. $x = -11; y = -5$. D. $x = 11; y = 5$.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 1), \overrightarrow{AC} = (x-2; y-5; 3)$$

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-2}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{3}{1} \Leftrightarrow x = 5; y = 11$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tam giác ABC là

- A. tam giác vuông tại A . B. tam giác cân tại A .
C. tam giác vuông cân tại A . D. Tam giác đều.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{BA} = (1; 0; -1), \overrightarrow{CA} = (-1; -1; -1), \overrightarrow{CB} = (-2; -1; 0)$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \Rightarrow \text{tam giác vuông tại } A, \quad AB \neq AC.$$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$. Tam giác ABC có diện tích bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1). \quad S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Câu 48. Ba đỉnh của một hình bình hành có tọa độ là $(1; 1; 1)$, $(2; 3; 4)$, $(7; 7; 5)$. Diện tích của hình bình hành đó bằng

- A. $2\sqrt{83}$. B. $\sqrt{83}$. C. 83 . D. $\frac{\sqrt{83}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi 3 đỉnh theo thứ tự là A, B, C

$$\overrightarrow{AB} = (1; 2; 3), \overrightarrow{AC} = (6; 6; 4)$$

$$S_{hbb} = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \sqrt{(-10)^2 + 14^2 + (-6)^2} = 2\sqrt{83}$$

Câu 49. Cho 3 vecto $\vec{a} = (1; 2; 1)$; $\vec{b} = (-1; 1; 2)$ và $\vec{c} = (x; 3x; x+2)$. Tìm x để 3 vecto $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng

- A. 2 . B. -1 . C. -2 . D. 1 .

Hướng dẫn giải

$$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \text{ đồng phẳng thì } \left[\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \right] \cdot \vec{c} = 0 \Rightarrow x = 2.$$

- Câu 50.** Trong không gian $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (3; -2; 4)$, $\vec{b} = (5; 1; 6)$, $\vec{c} = (-3; 0; 2)$. Tìm vectơ $\vec{x}$ sao cho vectơ $\vec{x}$ đồng thời vuông góc với $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$
- A. $(1; 0; 0)$. B. $(0; 0; 1)$. C. $(0; 1; 0)$. **D. $(0; 0; 0)$.**

Hướng dẫn giải

Để thấy chỉ có $\vec{x} = (0; 0; 0)$ thỏa mãn $\vec{x} \cdot \vec{a} = \vec{x} \cdot \vec{b} = \vec{x} \cdot \vec{c} = 0$.

- Câu 51.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1; 2; -3)$, $C(7; 4; -2)$. Nếu E là điểm thỏa mãn đẳng thức $\overline{CE} = 2\overline{EB}$ thì tọa độ điểm E là
- A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$.** B. $\left(3; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$. D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

$$E(x; y; z), \text{ từ } \overline{CE} = 2\overline{EB} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}.$$

- Câu 52.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng
- A. 43.. **B. 44..** C. 42.. D. 45.

Hướng dẫn giải

$M(x; y; z)$, $ABCM$ là hình bình hành thì

$$\overline{AM} = \overline{BC} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = -2 - 2 \\ y - 2 = 3 + 1 \\ z + 1 = 3 - 3 \end{cases} \Rightarrow M(-3; 6; -1) \Rightarrow P = 44..$$

- Câu 53.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$. Tìm tọa độ điểm D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC
- A. $D(0; 1; 3)$.** B. $D(0; 3; 1)$. C. $D(0; -3; 1)$. D. $D(0; 3; -1)$.

Hướng dẫn giải

Ta có $AB = \sqrt{26}$, $AC = \sqrt{26} \Rightarrow$ tam giác ABC cân ở A nên D là trung điểm BC
 $\Rightarrow D(0; 1; 3)$.

- Câu 54.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 3; 5)$, $B(-4; 3; 2)$, $C(0; 2; 1)$. Tìm tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC
- A. $I\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $I\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$. **C. $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.** D. $I\left(\frac{8}{3}; \frac{8}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $AB = BC = CA = 3\sqrt{2} \Rightarrow \Delta ABC$ đều. Do đó tâm I của đường tròn ngoại tiếp ΔABC là trọng tâm của nó. Kết luận: $I\left(-\frac{5}{3}; \frac{8}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

- Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, cho 3 vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ thỏa mãn điều kiện $\overline{OA} = \vec{a}$, $\overline{OB} = \vec{b}$, $\overline{OC'} = \vec{c}$. Thể tích của hình hộp nói trên bằng:
- A. $\frac{1}{3}$ B. 4 C. $\frac{2}{3}$ **D. 2**

Hướng dẫn giải

$$\overline{OA} = \vec{a} \Rightarrow A(-1; 1; 0), \overline{OB} = \vec{b} \Rightarrow B(1; 1; 0), \overline{OC'} = \vec{c} \Rightarrow C'(1; 1; 1)$$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} \Rightarrow C(2;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{CC'} = (-1;1;1) = \overrightarrow{OO'} \Rightarrow V_{OABC.O'A'B'C'} = \left| [\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}] \overrightarrow{OO'} \right|$$

Câu 56. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho tọa độ 4 điểm $A(2;-1;1), B(1;0;0), C(3;1;0), D(0;2;1)$. Cho các mệnh đề sau:

- 1) Độ dài $AB = \sqrt{2}$.
- 2) Tam giác BCD vuông tại B .
- 3) Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng 6.

Các mệnh đề đúng là:

- A.** 2). **B.** 3). **C.** 1); 3). **D.** 2), 1)

Câu 57. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1, 1, 0); \vec{b} = (1, 1, 0); \vec{c} = (1, 1, 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

- A.** $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.
A. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng. **D.** $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

Hướng dẫn giải

$$\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{|\vec{b}| \cdot |\vec{c}|}$$

Câu 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$, biết $A(1;0;1), B(-1;1;2), C(-1;1;0), D(2;-1;-2)$. Độ dài đường cao AH của tứ diện $ABCD$ bằng:

- A.** $\frac{2}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{13}}$. **C.** $\frac{\sqrt{13}}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{13}}{13}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Sử dụng công thức } h = \frac{|\overrightarrow{[AB, AC]} \cdot \overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|} = \frac{1}{\sqrt{13}}.$$

Câu 59. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ với I là trọng tâm của đáy ABC . Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng

- A.** $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$. **B.** $\overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.
C. $\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. **D.** $\overrightarrow{SI} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải

$$\left. \begin{aligned} \overrightarrow{SI} &= \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AI} \\ \overrightarrow{SI} &= \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BI} \\ \overrightarrow{SI} &= \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CI} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3\overrightarrow{SI} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + (\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI})$$

$$\text{Vì } I \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{CI} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{SI} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}).$$

Câu 60. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;0;0), B(0;1;0), C(0;0;1), D(-2;1;-1)$. Thể tích của tứ diện $ABCD$ bằng

- A.** $\frac{3}{2}$. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Thể tích tứ diện: } V_{ABCD} = \frac{1}{6} |\overrightarrow{[AB, AC]} \cdot \overrightarrow{AD}|$$

Câu 61. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = a, SC = 3a, \widehat{ASB} = \widehat{CSB} = 60^\circ, \widehat{CSA} = 90^\circ$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó khoảng cách SG bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{15}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{7}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Áp dụng công thức tổng quát: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và có

$\widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC , khi đó

$$SG = \frac{1}{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha + 2ac \cos \gamma + 2bc \cos \beta}$$

Chứng minh:

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{SG} = \frac{1}{3} (\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$$

$$(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})^2 = \overrightarrow{SA}^2 + \overrightarrow{SB}^2 + \overrightarrow{SC}^2 + 2\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + 2\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} + 2\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC}$$

$$\text{Khi đó } SG = \frac{1}{3} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab \cos \alpha + 2ac \cos \gamma + 2bc \cos \beta}$$

$$\text{Áp dụng công thức trên ta tính được } SG = \frac{a\sqrt{15}}{3}$$

Câu 62. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1), B(-2; -6; 2), C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì m bằng

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{AC}(-1; -3; -2), \overrightarrow{MB}(-2 - m; -6 - m; 2 - m)$$

$$|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}| = \sqrt{m^2 + m^2 + (m - 6)^2} = \sqrt{3m^2 - 12m + 36} = \sqrt{3(m - 2)^2 + 24}$$

Để $|\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{AC}|$ nhỏ nhất thì $m = 2$

Câu 63. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 5; 1), B(-2; -6; 2), C(1; 2; -1)$ và điểm $M(m; m; m)$, để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì m bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{MA} = (2 - m; 5 - m; 1 - m), \overrightarrow{MB} = (-2 - m; -6 - m; 2 - m), \overrightarrow{MC} = (1 - m; 2 - m; -1 - m)$$

$$MA^2 - MB^2 - MC^2 = -3m^2 - 24m - 20 = 28 - 3(m - 4)^2 \leq 28$$

Để $MA^2 - MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất thì $m = 4$

Câu 64. Cho hình chóp $S.ABCD$ biết $A(-2; 2; 6), B(-3; 1; 8), C(-1; 0; 7), D(1; 2; 3)$. Gọi H là trung điểm của CD , $SH \perp (ABCD)$. Để khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $\frac{27}{2}$ (đvtt) thì có hai điểm S_1, S_2 thỏa mãn yêu cầu bài toán. Tìm tọa độ trung điểm I của S_1S_2

A. $I(0; -1; -3)$.

B. $I(1; 0; 3)$

C. $I(0; 1; 3)$.

D. $I(-1; 0; -3)$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (1; -2; 1) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right| = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$$\overrightarrow{DC} = (-2; -2; 4), \overrightarrow{AB} = (-1; -1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{AB} \Rightarrow ABCD \text{ là hình thang và}$$

$$S_{ABCD} = 3S_{ABC} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vì } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} \Rightarrow SH = 3\sqrt{3}$$

Lại có H là trung điểm của $CD \Rightarrow H(0; 1; 5)$

$$\text{Gọi } S(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{SH} = (-a; 1 - b; 5 - c) \Rightarrow \overrightarrow{SH} = k[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = k(3; 3; 3) = (3k; 3k; 3k)$$

$$\text{Suy ra } 3\sqrt{3} = \sqrt{9k^2 + 9k^2 + 9k^2} \Rightarrow k = \pm 1$$

$$+) \text{ Với } k = 1 \Rightarrow \overrightarrow{SH} = (3; 3; 3) \Rightarrow S(-3; -2; 2)$$

$$+) \text{ Với } k = -1 \Rightarrow \overrightarrow{SH} = (-3; -3; -3) \Rightarrow S(3; 4; 8)$$

$$\text{Suy ra } I(0; 1; 3)$$

Câu 65. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 7), B(4; 5; -2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm M . Điểm M chia đoạn thẳng AB theo tỉ số nào

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oyz) tại điểm $M \Rightarrow M(0; y; z)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (2; -1 - y; 7 - z), \overrightarrow{MB} = (4; 5 - y; -2 - z)$$

$$\text{Từ } \overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB} \text{ ta có hệ } \begin{cases} 2 = k.4 \\ -1 - y = k(5 - y) \\ 7 - z = k(-2 - z) \end{cases} \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

Câu 66. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; 1; -1), B(3; 0; 1), C(2; -1; 3)$ và D thuộc trục Oy . Biết $V_{ABCD} = 5$ và có hai điểm $D_1(0; y_1; 0), D_2(0; y_2; 0)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Khi đó $y_1 + y_2$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải

$$D \in Oy \Rightarrow D(0; y; 0)$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AD} = (-2; y - 1; 1), \overrightarrow{AC} = (0; -2; 4)$$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (0; -4; -2) \Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} = -4y + 2$$

$$V_{ABCD} = 5 \Leftrightarrow \frac{1}{6} |-4y + 2| = 5 \Leftrightarrow y = -7; y = 8 \Rightarrow D_1(0; -7; 0), D_2(0; 8; 0) \Rightarrow y_1 + y_2 = 1$$

Câu 67. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1; 2; 4), B(3; 0; -2), C(1; 3; 7)$. Gọi D là chân đường phân giác trong của góc A . Tính độ dài $|\overrightarrow{OD}|$.

A. $\frac{\sqrt{207}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{203}}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{201}}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{205}}{3}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Gọi } D(x; y; z)$$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{14}} = 2$$

$$\text{Vì } D \text{ nằm giữa } B, C \text{ (phân giác trong) nên } \overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - x = -2(1 - x) \\ -y = -2(3 - y) \\ -2 - z = -2(7 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } D\left(\frac{5}{3}; 2; 4\right) \Rightarrow |\overrightarrow{OD}| = \frac{\sqrt{205}}{3}$$

Câu 68. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(1; 1; 1), B(5; 1; -2), C(7; 9; 1)$. Tính độ dài phân giác trong AD của góc A

A. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$.

B. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

C. $2\sqrt{74}$.

D. $3\sqrt{74}$.

Hướng dẫn giải

$D(x; y; z)$ là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB} \Rightarrow D\left(\frac{17}{3}; \frac{11}{3}; -1\right) \Rightarrow AD = \frac{2\sqrt{74}}{3}.$$

Câu 69. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 điểm $A(2; 4; -1)$, $B(1; 4; -1)$, $C(2; 4; 3)$, $D(2; 2; -1)$. Biết $M(x; y; z)$, để $MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $x + y + z$ bằng

A. 7.

B. 8.

C. 9.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Gọi G là trọng tâm của $ABCD$ ta có: $G\left(\frac{7}{3}; \frac{14}{3}; 0\right)$.

$$\text{Ta có: } MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = 4MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2 \\ \geq GA^2 + GB^2 + GC^2 + GD^2. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } M \equiv G\left(\frac{7}{3}; \frac{14}{3}; 0\right) \Rightarrow x + y + z = 7.$$

Câu 70. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 3; 1)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(1; 1; -2)$. H là trực tâm tam giác ABC , khi đó, độ dài đoạn OH bằng

A. $\frac{\sqrt{870}}{12}$.

B. $\frac{\sqrt{870}}{14}$.

C. $\frac{\sqrt{870}}{16}$.

D. $\frac{\sqrt{870}}{15}$.

Hướng dẫn giải

$H(x; y; z)$ là trực tâm của $\Delta ABC \Leftrightarrow BH \perp AC, CH \perp AB, H \in (ABC)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AH} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{15}; y = \frac{29}{15}; z = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2}{15}; \frac{29}{15}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow OH = \frac{\sqrt{870}}{15}.$$

Câu 71. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(3; 1; 0)$, B nằm trên mặt phẳng (Oxy) và có hoành độ dương, C nằm trên trục Oz và $H(2; 1; 1)$ là trực tâm của tam giác ABC . Tọa độ các điểm B, C thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

A. $B\left(\frac{-3 + \sqrt{177}}{4}; \frac{17 - \sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3 - \sqrt{177}}{4}\right)$.

B. $B\left(\frac{-3 - \sqrt{177}}{4}; \frac{17 + \sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3 + \sqrt{177}}{4}\right)$.

C. $B\left(\frac{-3 + \sqrt{177}}{4}; \frac{17 - \sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3 + \sqrt{177}}{4}\right)$.

D. $B\left(\frac{-3 + \sqrt{177}}{4}; \frac{17 + \sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3 - \sqrt{177}}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Giả sử $B(x; y; 0) \in (Oxy), C(0; 0; z) \in Oz$.

$$H \text{ là trực tâm của tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \\ \overrightarrow{CH} \perp \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AH} \text{ đồng phẳng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH}] \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + z = 0 \\ 2x + y - 7 = 0 \\ 3x - 3y + yz - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-3 - \sqrt{177}}{4}; y = \frac{17 + \sqrt{177}}{2}; z = \frac{3 + \sqrt{177}}{4}$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{-3 - \sqrt{177}}{4}; \frac{17 + \sqrt{177}}{2}; 0\right), C\left(0; 0; \frac{3 + \sqrt{177}}{4}\right).$$

- Câu 72.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3;0;8)$, $D(-5;-4;0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng:
- A. $5\sqrt{10}$. B. $6\sqrt{10}$. C. $10\sqrt{6}$. D. $10\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Ta có trung điểm BD là $I(-1;-2;4)$, $BD = 12$ và điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $A(a;b;0)$.

$$ABCD \text{ là hình vuông} \Rightarrow \begin{cases} AB^2 = AD^2 \\ AI^2 = \left(\frac{1}{2}BD\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2 + b^2 + 8^2 = (a+5)^2 + (b+4)^2 \\ (a+1)^2 + (b+2)^2 + 4^2 = 36 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 - 2a \\ (a+1)^2 + (6-2a)^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} a = \frac{17}{5} \\ b = \frac{-14}{5} \end{cases} \Rightarrow A(1; 2; 0) \text{ hoặc}$$

$$A\left(\frac{17}{5}; \frac{-14}{5}; 0\right) \text{ (loại). Với } A(1; 2; 0) \Rightarrow C(-3; -6; 8).$$

- Câu 73.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC , biết $A(5;3;-1)$, $B(2;3;-4)$, $C(3;1;-2)$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC bằng:
- A. $9 - 2\sqrt{6}$. B. $9 - 3\sqrt{6}$. C. $9 + 3\sqrt{6}$. D. $9 + 2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Ta có $AC^2 + BC^2 = 9 + 9 = AB^2 \Rightarrow$ tam giác ABC vuông tại C .

$$\text{Suy ra: } r = \frac{S_{ABC}}{p} = \frac{\frac{1}{2}CA \cdot CB}{\frac{1}{2}(AB + BC + CA)} = \frac{3 \cdot 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3}} = 9 - 3\sqrt{6}$$

- Câu 74.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(3;0;0)$, $N(m;n;0)$, $P(0;0;p)$. Biết $MN = \sqrt{13}$, $\widehat{MON} = 60^\circ$, thể tích tứ diện $OMNP$ bằng 3. Giá trị của biểu thức $A = m + 2n^2 + p^2$ bằng
- A. 29. B. 27. C. 28. D. 30.

Hướng dẫn giải

$$\overrightarrow{OM} = (3;0;0), \overrightarrow{ON} = (m;n;0) \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 3m$$

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = |\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}| \cos 60^\circ \Rightarrow \frac{\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}}{|\overrightarrow{OM}| \cdot |\overrightarrow{ON}|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m}{\sqrt{m^2 + n^2}} = \frac{1}{2}$$

$$MN = \sqrt{(m-3)^2 + n^2} = \sqrt{13}$$

$$\text{Suy ra } m = 2; n = \pm 2\sqrt{3}$$

$$[\overrightarrow{OM}, \overrightarrow{ON}] \cdot \overrightarrow{OP} = 6\sqrt{3}p \Rightarrow V = \frac{1}{6}|6\sqrt{3}p| = 3 \Rightarrow p = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } A = 2 + 2 \cdot 12 + 3 = 29.$$

- Câu 75.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;1;-2)$. Gọi $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tính giá trị biểu thức $P = 15a + 30b + 75c$
- A. 48. B. 50. C. 52. D. 46.

Hướng dẫn giải

$$I(x; y; z) \text{ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác } ABC \Leftrightarrow AI = BI = CI, I \in (ABC)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ CI^2 = BI^2 \\ [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \overrightarrow{AI} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left\{ x = \frac{14}{15}; y = \frac{61}{30}; z = -\frac{1}{3} \Rightarrow I\left(\frac{14}{15}; \frac{61}{30}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow P = 50. \right.$$