# THỬ SỨC TRƯỚC KÌ THI 2019

## ĐỀ SỐ 7

***(Thời gian làm bài: 90 phút)***

***NGUYỄN VĂN QUÝ VÀ TẬP THỂ GIÁO VIÊN STRONG TEAM TOÁN VD-VDC***

**Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $\sqrt{2}$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $-1$ ‖ $-\infty$ | ↗ | $4$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $-1$ | ↗ | $+\infty$ |

Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

**A.** 0 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2.

**Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(a;3;b+2)$; $B(2-a;-1;-b)$ $(a;b \in \mathbb{R})$. Trung điểm $I$ của đoạn thẳng $AB$ có tọa độ là:

**A.** $I(1;1;1)$ **B.** $I(0;1;0)$

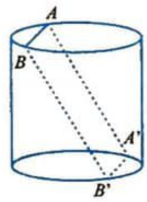
**C.** $I(a+1;1;b+1)$ **D.** $I(a;1;b)$.

**Câu 3.** Trong mặt phẳng cho $n$ điểm phân biệt, với $n \ge 2, n \in \mathbb{N}$. Biết có 190 đoạn thẳng có hai đầu mút thuộc $n$ điểm đã cho. Tìm khẳng định đúng.

**A.** $n \in [3;10]$ **B.** $n \in [11;15]$

**C.** $n \in [16;25]$ **D.** $n \in [26;30]$.

**Câu 4.** Cho hình trụ có chiều cao bằng $6\sqrt{2}$ cm. Một mặt phẳng không vuông góc với đáy và cắt hai mặt đáy theo hai dây cung $AB$, $A'B'$ (như hình vẽ). Biết rằng $AB = A'B' = 6$ cm, bán kính đáy hình trụ bằng 4 cm. Tính diện tích tứ giác $ABB'A'$.




**A.** $90\,\text{cm}^2$ **B.** $30\,\text{cm}^2$ **C.** $60\,\text{cm}^2$ **D.** $100\,\text{cm}^2$.

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P)$ đi qua $M(-1;2;1)$ và song song với mặt phẳng $(Oyz)$ có phương trình là

**A.** $x-1=0$ **B.** $z+1=0$ **C.** $x+1=0$ **D.** $z-1=0$.

**Câu 6.** Số nghiệm nguyên của phương trình $2\log_4^2 x - 5\log_5 x.\log_4 5 + 3 = 0$ là

**A.** 2 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 3.

**Câu 7.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây

| $x$ | $0$ | | $-1$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | ‖ | $-$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $1$ | ↘ | $-1$ | ↗ | $+\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $-\infty$ |

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có số điểm cực trị là

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4.

**Câu 8.** Cho các số phức: $z_1 = (1+2i) + (1-2i)$, $z_2 = \dfrac{1+i}{1-i}$, $z_3 = (2+2i)^2$, $z_4 = (\sqrt{3}+2i)(\sqrt{3}-2i)$.

Hỏi có bao nhiêu số phức là số thuần ảo trong các số phức đã cho?

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4.

**Câu 9.** Cho $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = a - \frac{b\pi}{c}$ với $a, b, c$ là các số nguyên dương, $b$ và $c$ nguyên tố cùng nhau. Giá trị của biểu thức $T = \dfrac{a}{b} + 2c$ là

**A.** 7 **B.** 5 **C.** 9 **D.** $-3$.

**Câu 10.** Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_2 2019!} + \frac{1}{\log_3 2019!} + \dots + \frac{1}{\log_{2019} 2019!}.$$

**A.** 2019 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 2018.

**Câu 11.** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, cạnh đáy bằng $a$. Biết $S_{\Delta ABC'} = \dfrac{a^2}{2}$. Tính thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$ B. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$ C. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$ D. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

**Câu 12.** Nhóm STRONG được thành lập ngày $1/4/2018$ với ban quản trị tuần đầu gồm 5 người. Theo thống kê số thành viên trong nhóm được tăng hàng tuần xấp xỉ theo cấp số nhân với công bội $q = 1,15$. Hỏi tính tới $1/4/2019$ số thành viên của nhóm gần bằng số nào sau đây nhất (với giả thiết một năm có 52 tuần)?

A. 47737 B. 8421 C. 7165 D. 6230.

**Câu 13.** Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{2xe^{2x}+1}{x\left(e^{2x}+\ln x\right)};$$

biết $F(1) = 2$ và $F(2) = \ln\left(m.e^4 + n.\ln 2\right) + p$ với $m, n, p \in \mathbb{Q}$. Tính $P = m^2 + 2n^2 + 3p^2$.

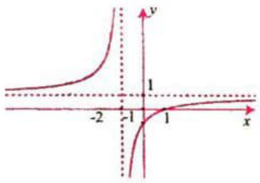
A. 3 B. 6 C. 7 D. 5.

**Câu 14.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;2;-2)$. Tìm vectơ **không phải** là vectơ chỉ phương của đường thẳng $OA$.

A. $\overrightarrow{u_1} = (0;-1;1)$ B. $\overrightarrow{u_2} = (0;1;-1)$

C. $\overrightarrow{u_3} = (0;-2;2)$ D. $\overrightarrow{u_4} = (0;1;1)$.

**Câu 15.** Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?




A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

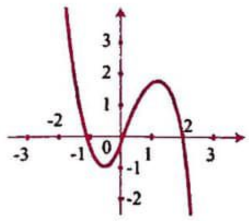
C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

**Câu 16.** Kí hiệu $M, m$ lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - \sqrt{x-2}$ trên $[2;6]$. Tính $M - m$.

A. 2 B. 4 C. $\dfrac{9}{4}$ D. $\dfrac{9}{2}$

**Câu 17.** Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Hãy xác định dấu của $P = \dfrac{ac}{bd}$.




A. $P > 0$ B. $P < 0$

C. $P = 0$ D. Không xác định được.

**Câu 18.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Góc giữa mặt phẳng $(AB'C'D)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60^0$. Gọi $H$ là hình chiếu của $D'$ trên $C'D$. Biết diện tích tam giác $AB'H$ là $3a^2$, tính thể tích khối hộp chữ nhật đã cho.

A. $9a^3$ B. $6a^3\sqrt{3}$ C. $a^3\sqrt{3}$ D. $6a^3$.

**Câu 19.** Cho $0 < a \neq 1$; $b, c > 0$ thỏa mãn

$$\log_a b = \frac{1}{3};\ \log_a c = 2.\ \text{Tính } \log_{\sqrt[3]{a}}\left(a^{25}b^6c^{2019}\right).$$

A. 1355 B. 4065 C. 2056 D. 12195.

**Câu 20.** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho 3 điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a, b, c$ là các số thực dương sao cho $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{c^2}=\dfrac{1}{9}$. Viết phương trình mặt cầu tâm $O$ đi qua trực tâm $H$ của tam giác $ABC$.

A. $x^2+y^2+z^2=\dfrac{1}{3}$ B. $x^2+y^2+z^2=3$.

C. $x^2+y^2+z^2=\dfrac{1}{9}$ D. $x^2+y^2+z^2=9$.

**Câu 21.** Cho phương trình

$$\log_{x+1} 2 + \log_4(8x+8) = 0$$

có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$. Tính $x_1 + 2x_2$.

A. $-\dfrac{5}{4}$ B. $-\dfrac{7}{4}$ C. $-2$ D. $-3$.

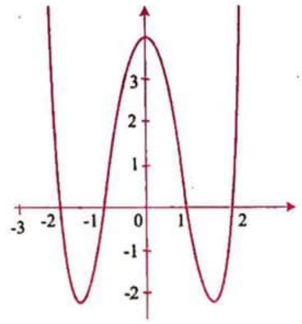
**Câu 22.** Cho $y = f(x)$ là hàm đa thức và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $2$ | | $4$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(2x+2-x^2\right)$ là

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0.

**Câu 23.** Cho hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ có đồ thị như hình vẽ. Tính diện tích hình phẳng $(H)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ và trục hoành.




**A.** $\dfrac{32}{15}$ **B.** $\dfrac{76}{15}$ **C.** 8 **D.** 5.

**Câu 24.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;0)$ và đường thẳng $\Delta : \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+1}{-2}$. Viết phương trình của mặt cầu $(S)$ có tâm là $I$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta$.

**A.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \dfrac{50}{36}$

**B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \dfrac{74}{36}$

**C.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \dfrac{50}{9}$

**D.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \dfrac{74}{9}$.

**Câu 25.** Gọi $r$ và $h$ lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của một hình nón. Kí hiệu $V_1, V_2$ lần lượt là thể tích khối nón và thể tích hình cầu nội tiếp hình nón. Khi $r$ và $h$ thay đổi, tìm giá trị bé nhất của tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

**A.** $\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{2}$ **C.** $\dfrac{3}{2}$ **D.** 2.

**Câu 26.** Cho hình nón đỉnh $S$ có chiều cao bằng bán kính đáy và bằng $2a$. Mặt phẳng $(P)$ đi qua $S$ cắt đường tròn đáy tại $A$ và $B$ sao cho $AB = 2\sqrt{3}a$. Tính khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến $(P)$.

**A.** $\dfrac{a}{\sqrt{5}}$ **B.** $a$ **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

**Câu 27.** Cho số phức $z = a + bi, (a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $2z + \overline{z} + 3 - (3 + |z|i)i = 0$. Tìm $S = 4a + b$.

**A.** $S = -8$ **B.** $S = 3$ **C.** $S = 5$ **D.** $S = -6$.

**Câu 28.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Gọi các điểm $M, N, P, Q, R, S$ lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, AC, AD, BD, BC, CD$. Tính thể tích khối đa diện $MNPQRS$.

**A.** $\dfrac{\sqrt{2}}{48}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{32}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{24}$.

**Câu 29.** Trong không gian hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d$ đi qua điểm $A(3;5;11)$ và song song với trục $Oz$ thì có phương trình tham số tương ứng là:

**A.** $(d): \begin{cases} x = 3+t \\ y = 5+t \\ z = 11 \end{cases}$ **B.** $(d): \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 11+t \end{cases}$

**C.** $(d): \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = t \end{cases}$ **D.** $(d): \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \\ z = 11+t \end{cases}$.

**Câu 30.** Cho bất phương trình

$$-\ln^2 x + 2m\ln x + 2m - 8 < 0.$$

Số giá trị nguyên dương $m$ để bất phương trình trên có nghiệm đúng với mọi $x \in \left(1; e^3\right)$ là

**A.** 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1.

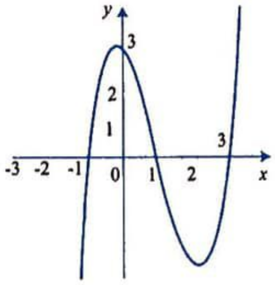
**Câu 31.** Hàm số

$$y = \sqrt{5}mx - \sin 5x - m\sin x + 3x - m \ (m \in \mathbb{R})$$

đồng biến trên khoảng $(0;2019)$ khi và chỉ khi $m \geq a + b\sqrt{c}$ $(a,b$ là các số hữu tỷ và $c$ là số nguyên tố). Tính $a+b+c$.

**A.** 6 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4.

**Câu 32.** Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Khi đó hàm số $y = f\left(\left|2^x - 4\right|\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?




**A.** $(0;\log_2 3)$ **B.** $\left(\frac{8}{5};\frac{19}{10}\right)$ **C.** $(2;3)$ **D.** $(3;+\infty)$.

**Câu 33.** Cho số phức $z$ có phần ảo bằng $-1$. Khi đó giá trị lớn nhất của $\left|\frac{1}{z}-1\right|$ thuộc khoảng nào sau đây?

**A.** $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{5}\right)$ **B.** $\left(0;\frac{3}{5}\right)$ **C.** $\left(\frac{3}{5};\frac{2}{3}\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$.

**Câu 34.** Giá trị biểu thức

$$P = C_{2019}^0 + 2C_{2019}^1 + 3C_{2019}^2 + \ldots + 2020C_{2019}^{2019} \text{ bằng}$$

**A.** $2^{2019}$ **B.** $2019.2^{2018}$ **C.** $2020.2^{2018}$ **D.** $2021.2^{2018}$

**Câu 35.** Chia một nhóm học sinh trong đó có 3 học sinh nam và 9 học sinh nữ thành ba tổ có số lượng học sinh bằng nhau. Tính xác suất để mỗi tổ đều có học sinh nam.

**A.** $\frac{16}{55}$ **B.** $\frac{8}{165}$ **C.** $\frac{16}{165}$ **D.** $\frac{14}{55}$.

**Câu 36.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = x$, các cạnh còn lại của hình chóp đều bằng $a$. Để thể tích khối chóp lớn nhất thì giá trị của $x$ bằng

**A.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{a}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **D.** $a$.

**Câu 37.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC$. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(SAB)$ và $(SAC)$ bằng $60^0$, khoảng cách từ điểm $A$ đến mặt phẳng $(SBC)$ bằng $\frac{a}{2}$ và cạnh $SA$ có độ dài nhỏ nhất. Tính theo $a$ thể tích khối chóp $S.ABC$.

**A.** $\frac{7a^3\sqrt{7}}{384}$ **B.** $\frac{13a^3\sqrt{39}}{3456}$ **C.** $\frac{13a^3\sqrt{39}}{432}$ **D.** $\frac{7a^3\sqrt{21}}{384}$

**Câu 38.** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, gọi $(P): ax + by + cz - 3 = 0$, (với $a$, $b$, $c$ là các số nguyên) là phương trình mặt phẳng đi qua $M(0;-1;2)$ và $N(-1;1;3)$ sao cho khoảng cách từ $H(0;0;2)$ đến mặt phẳng $(P)$ đạt giá trị lớn nhất $(H \notin (P))$. Tính $T = a - 2b + 3c + 12$.

**A.** $T = -12$ **B.** $T = -16$ **C.** $T = 12$ **D.** $T = 16$.

**Câu 39.** Cho tích phân

$$I = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{(2\sin x + \cos x)^2} = \frac{a + b\sqrt{3}}{c}$$

với $a$, $b$, $c \in \mathbb{Z}$, $c > 0$ và $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản.

Tính giá trị biểu thức $P = 300a + 30b + c - 23$.

**A.** 2020 **B.** 2019 **C.** 2018 **D.** 2021.

**Câu 40.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông, $\Delta B'BD$ đều, $AB = AB'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(A'B'CD)$ bằng

**A.** $30^0$ **B.** $45^0$ **C.** $60^0$ **D.** $90^0$.

**Câu 41.** Biết $F(x) = \int \cos^5 x.\cos 7x dx = \frac{a.\sin bx \cos^6 x}{6} + C$ với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a^3 + b^2$.

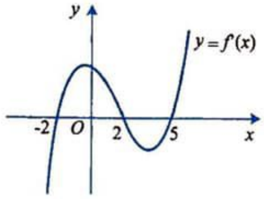
**A.** 35 **B.** 37 **C.** 32 **D.** 30.

**Câu 42.** Ông A vay ngân hàng X số tiền 100 triệu đồng, với lãi suất 1%/tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, Ông A bắt đầu hoàn nợ; biết rằng hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là như nhau và bằng 2 triệu đồng. Sau một năm, mức lãi suất của ngân hàng được điều chỉnh lên là 1,2%/tháng và ông A muốn nhanh chóng hết nợ nên đã thỏa thuận với ngân hàng X trả 5 triệu đồng cho mỗi tháng. Hỏi phải mất bao nhiêu lâu kể từ thời điểm bắt đầu vay tiền ngân hàng ông A mới trả hết nợ?

**A.** 19 tháng **B.** 31 tháng **C.** 20 tháng **D.** 32 tháng.

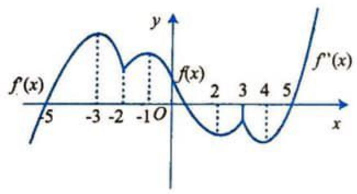
**Câu 43.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên.

Có bao nhiêu số nguyên $m\in[-2019;2019]$ để hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2+2x+m}\right)$ có năm điểm cực trị?




**A.** 2024 **B.** 2023 **C.** 5 **D.** 4 .

**Câu 44.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Trên hình vẽ là đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$; đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên $(-\infty;-2]$, đồ thị của hàm số $y=f''(x)$ trên $[3;+\infty)$. Hàm số $y=f(x)$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị ?




**A.** 8 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4 .

**Câu 45.** Trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+5}{-2}=\dfrac{z-12}{10}$ và hai mặt cầu có phương trình lần lượt là

$$(S_1):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2=2$$

$$(S_2):(x-3)^2+(y-1)^2+(z+4)^2=5.$$

Biết rằng $(S_1);(S_2)$ cắt nhau theo một đường tròn $(C)$ và điểm $M(a;b;c)$ thuộc $(C)$ sao cho khoảng cách từ $M$ đến đường thẳng $d$ là nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

**A.** 1 **B.** 0 **C.** $-1$ **D.** 2

**Câu 46.** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(-1;+\infty)$. Biết đẳng thức

$$2f(x)+(x^2-1)f'(x)=\frac{x^3+2x^2+x}{\sqrt{x^2+3}}$$ được thỏa mãn $\forall x\in(-1;+\infty)$. Tính giá trị $f(0)$.

**A.** $2-\sqrt{3}$ **B.** $-\sqrt{3}$

**C.** $e-\sqrt{3}$ **D.** Chưa đủ dữ kiện tính $f(0)$.

**Câu 47.** Tính tỷ số diện tích giữa phần chung của parabol $(P)$ $y^2=\dfrac{1}{4}px$ $(p>0)$ với elip $(E)$: $\dfrac{x^2}{8p^2}+\dfrac{y^2}{p^2}=1$ và phần còn lại của $(E)$.

**A.** $\dfrac{3\pi+2}{9\pi-2}$ **B.** $\dfrac{3\pi+10}{9\pi+10}$ **C.** $\dfrac{10-3\pi}{9\pi-10}$ **D.** $\dfrac{10-3\pi}{9\pi+10}$.

**Câu 48.** Cho hai số phức $z_1$, $z_2$ thỏa mãn $|z_1-2-2i|=\dfrac{1}{2}$ và $|z_2-\sqrt{3}|+|z_2+\sqrt{3}|=4$. Số phức $z$ có phần thực là $a$ và phần ảo là $b$ thỏa mãn $a-b=-4$. Giá trị nhỏ nhất của

$$P=|z-2z_1|+|z-z_2|$$ bằng:

**A.** $P_{\min}=5$ **B.** $P_{\min}=\dfrac{11}{2}$ **C.** $P_{\min}=6$ **D.** $P_{\min}=\dfrac{13}{2}$.

**Câu 49.** Cho hàm số $y=f(x)=x^3+x-2^m$. Tổng các giá trị nguyên dương của tham số $m$ để phương trình $f(f(x))=x$ có nghiệm trên đoạn $[1;2]$ bằng

**A.** 8 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 2.

**Câu 50.** Buổi họp nhóm *Strong Team Toán VD – VCD* ngày 28/6/2019 dự kiến có 10 thầy và 5 cô tham gia. Họ sẽ chia đều ngẫu nhiên thành 3 tổ A, B, C mỗi tổ 5 người để bàn luận, quyết định về các vấn đề khác nhau. Xác suất để tổ A có nhiều nhất 2 cô, tổ B có ít nhất 4 thầy là

**A.** $\dfrac{18}{1981}$ **B.** $\dfrac{125}{429}$ **C.** $\dfrac{163}{1980}$ **D.** $\dfrac{901}{3003}$.

# ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 7

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1.D | 2.A | 3.C | 4.C | 5.C | 6.A | 7.B | 8.B | 9.C | 10.B |
| 11.C | 12.D | 13.A | 14.D | 15.C | 16.C | 17.A | 18.A | 19.D | 20.D |
| 21.B | 22.C | 23.C | 24.C | 25.D | 26.D | 27.D | 28.D | 29.D | 30.D |
| 31.A | 32.B | 33.A | 34.D | 35.A | 36.A | 37.B | 38.D | 39.A | 40.C |
| 41.B | 42.D | 43.D | 44.C | 45.A | 46.A | 47.A | 48.C | 49.C | 50.D |

**Câu 3.** Số đoạn thẳng có 2 đầu mút thuộc *n* điểm đã cho là $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$, $n \geq 2, n \in \mathbb{N}$. Theo bài ra ta có $\frac{n(n-1)}{2} = 190$. Tìm được $n = 20$. Chọn **C**.

**Câu 8.** $z_1 = (1+2i)+(1-2i) = 2$ là số thực.

$z_2 = \frac{1+i}{1-i} = i$ là số thuần ảo; $z_3 = (2+2i)^2 = 8i$ là số thuần ảo; $z_4 = (\sqrt{3}+2i)(\sqrt{3}-2i) = 3+4 = 7$. Vậy có 2 số thuần ảo trong các số phức đã cho. Chọn **B**.

**Câu 9.** Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx$

$$= (\tan x - x)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = 1 - \frac{\pi}{4}.$$

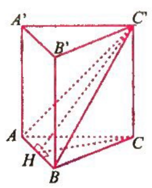
Suy ra $a = 1, b = 1, c = 4$. Do đó: $T = \frac{a}{b} + 2c = 9$. Chọn **C**.

**Câu 10.** $P = \frac{1}{\log_2 2019!} + \frac{1}{\log_3 2019!} + \ldots + \frac{1}{\log_{2019} 2019!}$

$= \log_{2019!} 2 + \log_{2019!} 3 + \ldots + \log_{2019!} 2019$

$= \log_{2019!}(2.3.....2019) = \log_{2019!}(2019!) = 1$. Chọn **B**.

**Câu 11.** Gọi $H$ là trung điểm $AB$. $\Delta ABC$ đều, $CH$ là đường cao nên




$$CH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Xét $\Delta C'AB$ cân tại $C'$ có:

$S_{\Delta ABC'} = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} AB.C'H = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow \frac{a}{2} C'H = \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow C'H = a.$

Do $\Delta C'CH$ vuông tại $C$ nên

$CC' = \sqrt{C'H^2 - CH^2} = \sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}} = \frac{a}{2}.$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.CC' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. Chọn **C**.

**Câu 13.** Ta tính $\int \frac{2xe^{2x}+1}{x(e^{2x}+\ln x)} dx$. Đặt $t = e^{2x} + \ln x$

$\Rightarrow dt = \left(2e^{2x} + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{2x.e^{2x}+1}{x} dx$. Khi đó

$$\int \frac{2xe^{2x}+1}{x(e^{2x}+\ln x)} dx = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C = \ln\left|e^{2x} + \ln x\right| + C.$$

Theo bài ra có: $F(1) = 2 \Leftrightarrow 2 + C = 2 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy $F(x) = \ln\left|e^{2x} + \ln x\right|$. Suy ra

$$F(2) = \ln(e^4 + \ln 2) \Rightarrow m = 1, n = 1, p = 0.$$

Vậy $P = m^2 + 2n^2 + 3p^2 = 3$. Chọn **A**.

**Câu 16.** Hàm số $y = x - \sqrt{x-2}$ liên tục trên $[2;6]$ có:

$y' = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x-2}} = \frac{2\sqrt{x-2}-1}{2\sqrt{x-2}} = 0 \Rightarrow 2\sqrt{x-2} - 1 = 0$

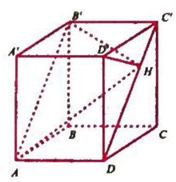
$\Leftrightarrow 4(x-2) = 1 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4} \in [2;6]$; $y(2) = 2; y(6) = 4;$

$y\left(\frac{9}{4}\right) = \frac{7}{4}$. Suy ra

$M = \max\limits_{[2;6]} y = 4$; $m = \min\limits_{[2;6]} y = \frac{7}{4} \Rightarrow M - m = \frac{9}{4}$. Chọn **C**.

**Câu 17.** Dựa vào đồ thị, ta thấy: i) $a < 0$; ii) Hai điểm cực trị có hoành độ trái dấu $\Rightarrow a.c < 0 \Rightarrow c > 0$; iii) Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow d < 0$; iiii) Điểm uốn của đồ thị hàm số có hoành độ dương $\Rightarrow -\frac{b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$. Do đó: $P = \frac{ac}{bd} > 0$. Vậy chọn **A**.

**Câu 18.** Đặt $CD = x$ $(x > 0)$ thì $AD = x$. Dễ thấy góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C'D)$ và $(ABCD)$ bằng góc $\widehat{CDC'}$ $\Rightarrow \widehat{CDC'} = 60^0$.




Do đó: $CC' = CD.\tan 60^0 = x\sqrt{3}$,

$C'D = \frac{CD}{\cos 60^0} = 2x$ $\Rightarrow S_{AB'C'D} = AD.C'D = 2x^2$. Mặt khác

$$S_{AB'C'D} = 2S_{AB'H} = 6a^2 \Rightarrow 2x^2 = 6a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}.$$

$V_{ABCD.A'B'C'D'} = CC'.S_{ABCD} = CC'.AB.AD = \sqrt{3}x^3 = 9a^3$. Chọn **A**.

**Câu 19.** $\log_{\sqrt[3]{a}}(a^{25}b^6c^{2019}) = 3(25\log_a a + 6\log_a b + 2019\log_a c)$

$$= 3\left(25 + 6.\frac{1}{3} + 2019.2\right) = 12195.$$ Chọn **D**.

**Câu 22.** $y' = (2-2x).f'(2x+2-x^2) = 2(1-x).f'(2x+2-x^2)$.

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ đã cho, suy ra:

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1-x=0 \\ f'(2x+2-x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ 2x+2-x^2=-2 \\ 2x+2-x^2=2 \\ 2x+2-x^2=4 \end{array}\right.$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=1\pm\sqrt{5} \\ x=0\ (\text{bội chẵn}) \\ x=2\ (\text{bội chẵn}) \end{array}\right.$. Nhận thấy $y'$ đổi dấu qua các nghiệm đơn là $x=1$, $x=1-\sqrt{5}$ và $x=1+\sqrt{5}$ và không đổi dấu qua các nghiệm bội chẵn. Vậy hàm số $y=f\left(2x+2-x^2\right)$ có 3 điểm cực trị. Chọn **C**.

**Câu 23.** Diện tích hình phẳng $(H)$ là:

$$S=\int_{-2}^{2}\left|x^4-5x^2+4\right|dx=-\int_{-2}^{-1}\left(x^4-5x^2+4\right)dx+$$

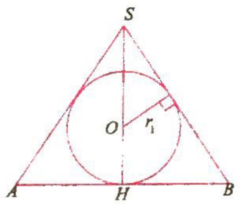
$$+\int_{-1}^{1}\left(x^4-5x^2+4\right)dx-\int_{1}^{2}\left(x^4-5x^2+4\right)dx=8.$$ Chọn **C**.

**Câu 24.** Mặt cầu $(S)$ tâm $I$ và tiếp xúc với $\Delta$ nên bán kính của mặt cầu là $R=d(I,\Delta)$. Theo giả thiết, $\Delta$ đi qua $M(-1;1;-1)$ và có VTCP là $\vec{u}(1;2;-2)$. Ta có: $\overrightarrow{MI}\,(2;1;1)$

$$\Rightarrow\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]=(-4;5;3)\Rightarrow d(I,\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{MI},\vec{u}\right]\right|}{\left|\vec{u}\right|}=\frac{5\sqrt{2}}{3}\Rightarrow R=\frac{5\sqrt{2}}{3}.$$

PT mặt cầu $(S)$ là: $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=\dfrac{50}{9}$. Chọn **C**.

**Câu 25.** Gọi $(P)$ là mặt phẳng qua trục của hình nón thì $(P)$ cắt hình nón theo tam giác cân $SAB$, cắt mặt cầu theo đường tròn lớn, đường tròn này nội tiếp tam giác cân. Khi đó, bán kính $r_1$ của hình cầu nội tiếp hình nón được tính bởi công thức $r_1=\dfrac{S_{SAB}}{p}=\dfrac{rh}{r+\sqrt{h^2+r^2}}$ (trong đó $p$ là nửa chu vi của tam giác $SAB$). Ta có: $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{\frac{1}{3}\pi hr^2}{\frac{4}{3}\pi r_1^3}=$




$$=\frac{1}{4}\frac{hr^2}{\left(\dfrac{rh}{r+\sqrt{h^2+r^2}}\right)^3}=\frac{1}{4}\frac{\left(\sqrt{1+\dfrac{h^2}{r^2}}+1\right)^3}{\dfrac{h^2}{r^2}}=\frac{1}{4}\frac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)^3}{x},$$

với $\dfrac{h^2}{r^2}=x>0$. Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\left(1+\sqrt{1+x}\right)^3}{4x}$ có

$$f'(x)=\frac{\left(\sqrt{1+x}+1\right)^2\left(x-2-2\sqrt{1+x}\right)}{4.2x^2\sqrt{x+1}}.$$

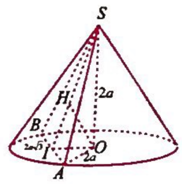
$$f'(x)=0\Leftrightarrow x-2-2\sqrt{1+x}=0\Leftrightarrow x=8.$$

Ta có bảng biến thiên:

| $x$ | 0 | | 8 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | - | 0 | + | |
| $f(x)$ | | ↘ | 2 | ↗ | |

Vậy giá trị bé nhất của $\dfrac{V_1}{V_2}$ bằng 2. Chọn **D**.

**Câu 26.** Gọi $I$ là trung điểm của $AB$; đường tròn đáy có tâm $O$, bán kính $R$. Kẻ $OH\perp SI$.




Ta có $AB\perp SO$ và $AB\perp OI$. Suy ra $AB\perp OH$. Khi đó $OH\perp(P)$. Do đó $d\left(O,(P)\right)=OH$.

Ta có: $OI=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{4a^2-3a^2}=a.$

Suy ra: $OH=\dfrac{SO.OI}{\sqrt{SO^2+OI^2}}=\dfrac{2a.a}{\sqrt{4a^2+a^2}}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$. Chọn **D**.

**Câu 27.** Ta có: $2z+\bar{z}+3-(3+|z|i)i=0$

$\Leftrightarrow 2(a+bi)+(a-bi)+3=3i-\sqrt{a^2+b^2}$

$\Leftrightarrow 3a+bi+3=3i-\sqrt{a^2+b^2}\Leftrightarrow\begin{cases}b=3\\ \sqrt{a^2+9}=-3(a+1)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}b=3\\ a=-\dfrac{9}{4}\end{cases}$. Vậy $S=4(-\dfrac{9}{4})+3=-6$. Chọn **D**.

**Câu 30.** Với mọi $x\in\left(1;e^3\right)$ ta có:

$-\ln^2x+2m\ln x+2m-8<0$

$\Leftrightarrow 2m\left(\ln x+1\right)<\ln^2x+8\Leftrightarrow 2m<\dfrac{\ln^2x+8}{\ln x+1}$ (1)

Đặt $t=\ln x$. Do $x\in\left(1;e^3\right)\Rightarrow t\in(0;3)$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+8}{t+1}\Rightarrow f'(t)=\dfrac{t^2+2t-8}{(t+1)^2}$.

Cho $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2\in(0;3)\\ t=-4\notin(0;3)\end{array}\right.$. Có bảng biến thiên

| $t$ | 0 | | 2 | | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(t)$ | | − | 0 | + | |
| $f(t)$ | 8 | ↘ | 4 | ↗ | $\frac{17}{4}$ |

Từ bảng biến thiên, (1) có nghiệm với $\forall x\in(1;e^3)$ khi và chỉ khi $2m<4\Leftrightarrow m<2$. Vậy có 1 số nguyên dương thỏa mãn bài toán. Chọn **D**.

**Câu 31.** Ta có: $f'(x)=\sqrt{5}m-5\cos5x-m\cos x+3$.

Dễ thấy nếu $f'(x)=0$ có nghiệm trên $(0;2019)$ thì số nghiệm là hữu hạn nên ta có:

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2019)$

$\Leftrightarrow f'(x)\ge0\ \ \forall x\in(0;2019)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{5}m - 5\cos 5x - m\cos x + 3 \ge 0 \ \ \forall x \in (0;2019)$$

$$\Leftrightarrow m \ge \frac{-3+5\cos 5x}{\sqrt{5}-\cos x} \ \ \forall x \in (0;2019) \ (*)$$

Đặt $h(x) = \dfrac{-3+5\cos 5x}{\sqrt{5}-\cos x}$; $x \in (0;2019)$

Ta có: $\begin{cases} -8 \le -3+5\cos 5x \le 2 \\ \sqrt{5}-1 \le \sqrt{5}-\cos x \le \sqrt{5}+1 \end{cases} \forall x \in (0;2019)$

$$\Rightarrow \begin{cases} -8 \le -3+5\cos 5x \le 2 \\ \dfrac{1}{\sqrt{5}+1} \le \dfrac{1}{\sqrt{5}-\cos x} \le \dfrac{1}{\sqrt{5}-1} \end{cases} \forall x \in (0;2019)$$

$$\Rightarrow \frac{-3+5.\cos 5x}{\sqrt{5}-\cos x} \le \frac{2}{\sqrt{5}-1} \ \forall x \in (0;2019)$$

$$\Rightarrow h(x) \le \frac{2}{\sqrt{5}-1} \ \ \forall x \in (0;2019);$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \cos 5x = 1 \\ \cos x = 1 \\ x \in (0;2019) \end{cases}$

(dễ thấy hệ trên luôn có nghiệm thuộc $(0;2019)$ ,chẳng hạn $x = 2\pi$).

Từ đó suy ra : (*) $\Leftrightarrow m \ge \dfrac{2}{\sqrt{5}-1} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}.\sqrt{5}$ .

Vậy $a = b = \dfrac{1}{2}; c = 5$ nên chọn **A.**

**Câu 32.** Ta có: $y = g(x) = f\left(\left|2^x - 4\right|\right) = f\left(\sqrt{\left(2^x-4\right)^2}\right)$.

$$g'(x) = f'\left(\sqrt{\left(2^x-4\right)^2}\right).\left(\sqrt{\left(2^x-4\right)^2}\right)'$$

$$= f'\left(\left|2^x-4\right|\right).\frac{\left(2^x-4\right).2^x.\ln 2}{\left|2^x-4\right|}.$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(\left|2^x-4\right|\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|2^x-4\right| = -1 \\ \left|2^x-4\right| = 1 \\ \left|2^x-4\right| = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \log_2 5 \\ x = \log_2 3 \\ x = \log_2 7 \\ x = 0 \end{array}\right.$$

$$.\ g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'\left(\left|2^x-4\right|\right).\left(2^x-4\right) > 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^x - 4 > 0 \\ f'\left(2^x-4\right) > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} 2^x - 4 < 0 \\ f'\left(4-2^x\right) < 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 2^x - 4 > 0 \\ \left[\begin{array}{l} -1 < 2^x - 4 < 1 \\ 2^x - 4 > 3 \end{array}\right. \end{cases} \\ \begin{cases} 2^x - 4 < 0 \\ \left[\begin{array}{l} 4 - 2^x < -1 \\ 1 < 4 - 2^x < 3 \end{array}\right. \end{cases} \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < 2^x - 4 < 1 \\ 2^x - 4 > 3 \\ 1 < 4 - 2^x < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4 < 2^x < 5 \\ 2^x > 7 \\ 1 < 2^x < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < x < \log_2 5 \\ x > \log_2 7 \\ 0 < x < \log_2 3 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $\log_2 3$ | | $2$ | | $\log_2 5$ | | $\log_2 7$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | ‖ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | | ↘ | | ↗ | |

Suy ra hàm số $y = f\left(\left|2^x-4\right|\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{8}{5};\dfrac{19}{10}\right)$. Chọn **B.**

**Câu 33.** Đặt $z = m - i \ (m \in \mathbb{R})$. Khi đó:

$$\left|\frac{1}{m-i} - 1\right| = \left|\frac{1-m+i}{m-i}\right| = \frac{\left|(1-m)+i\right|}{\left|m-i\right|} = \frac{\sqrt{(1-m)^2+1^2}}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{m^2-2m+2}{m^2+1}}.$$

Xét hàm số $y = \dfrac{m^2-2m+2}{m^2+1}$ (*). Số $T$ thuộc tập giá trị $A$ của hàm số (*) $\Leftrightarrow$ PT $T = \dfrac{m^2-2m+2}{m^2+1}$ có nghiệm

$\Leftrightarrow (T-1)m^2 + 2m + T - 2 = 0$ (1) có nghiệm.

- Với $T = 1$, (1) có nghiệm $m = \dfrac{1}{2}$. Do đó $1 \in A$ .

- Với $T \ne 1$, (1) có nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta' = 1 - (T-1)(T-2) \ge 0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2} \le T \le \frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

Kết hợp cả hai trường hợp, ta có tập giá trị của hàm số (*) là $A = \left[\dfrac{3-\sqrt{5}}{2};\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\right]$. Chọn **A.**

Khi đó giá trị lớn nhất của $\left|\dfrac{1}{z} - 1\right|$ là $\sqrt{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}} \approx 1{,}61$ .

**Câu 34.** Ta có:

$$(1+x)^{2019} = C_{2019}^0 + C_{2019}^1.x + C_{2019}^2.x^2 + \ldots + C_{2019}^{2019}.x^{2019}$$

$$\Rightarrow x(1+x)^{2019} = x.C_{2019}^0 + x^2.C_{2019}^1 + x^3.C_{2019}^2 + \ldots + x^{2020}.C_{2019}^{2019} \ (*).$$

Đạo hàm 2 vế của (*) được:

$$(1+2020x)(1+x)^{2018} = C_{2019}^0 + 2xC_{2019}^1 + \ldots + 2020x^{2019}.C_{2019}^{2019} \ (**).$$

Thay $x = 1$ vào (**) có:

$$C_{2019}^0 + 2C_{2019}^1 + 3C_{2019}^2 + \ldots + 2020C_{2019}^{2019} = 2021.2^{2018}.$$

Vậy $P = 2021.2^{2018}$ . Chọn **D.**

**Câu 35.** Trước hết ta hiểu 3 tổ được chia không phân biệt tên gọi. Khi đó:

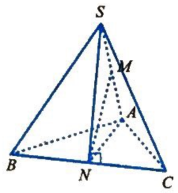
- Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = \dfrac{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4}{3!} = 5775$.

• Gọi $A$ là biến cố "chia 12 em học sinh thành ba tổ mà tổ nào cũng có học sinh nam" . Ta xác định số phần tử của $A$ như sau:

- Chia ba em học sinh nam vào ba tổ: có 1 cách chia.
- Chia 9 em nữ còn lại vào các tổ của các em nam: có $C_9^3.C_6^3.C_3^3$ cách chia.

Suy ra $n(A)=C_9^3.C_6^3.C_3^3=1680$. Do đó xác suất biến cố $A$ là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{16}{55}$. Chọn **A**.

**Câu 36.** Gọi $M,N$ lần lượt là trung điểm $SA,BC$. Do các tam giác $SBC,ABC$ đều nên




$$SN\perp BC, AN\perp BC\Rightarrow BC\perp(SAN).$$

Lại có:

$$SN=AN=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow MN=\sqrt{SN^2-SM^2}$$

$$=\sqrt{\frac{3a^2}{4}-\frac{x^2}{4}}=\frac{\sqrt{3a^2-x^2}}{2}\Rightarrow S_{\Delta SAN}=\frac{1}{2}SA.MN=\frac{x\sqrt{3a^2-x^2}}{4}.$$

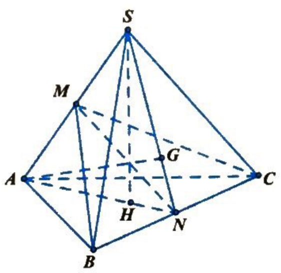
Vậy $V_{SABC}=V_{BSAN}+V_{CSAN}=\dfrac{1}{3}BN.S_{\Delta SAN}+\dfrac{1}{3}CN.S_{\Delta SAN}$

$$=\frac{1}{3}(BN+CN).S_{\Delta SAN}=\frac{1}{3}.BC.S_{\Delta SAN}.$$

$$=\frac{1}{12}ax\sqrt{3a^2-x^2}=\frac{a}{24}2x\sqrt{3a^2-x^2}\le\frac{a}{24}\left(x^2+3a^2-x^2\right)=\frac{a^3}{8}.$$

Dấu "$=$" xảy ra $\Leftrightarrow x^2=3a^2-x^2\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Chọn **A**.

**Câu 37**. Gọi $N$, $M$ lần lượt là trung điểm của đoạn $BC$ và $SA$. Do tam giác $SBC$ và $ABC$ là các tam giác cân lần lượt tại $S$ và $A$ nên $SN\perp BC, AN\perp BC$ $\Rightarrow BC\perp(SAN)$. Tương tự ta thấy do các tam giác $SAB$ và $SAC$ là tam giác đều nên $MB\perp SA, MC\perp SA\Rightarrow SA\perp(MBC)$. Do đó góc giữa $MB$ và $MC$ là góc giữa mp($SAB$) và mp($SAC$).




Kẻ $AG\perp SN$, vì $BC\perp(SAN)\Rightarrow BC\perp AG\Rightarrow$ $AG\perp(SBC)$ hay $AG=d(A,(SBC))=\dfrac{a}{2}$.

Theo giả thiết $\Delta SBC=\Delta ABC(c.c.c)$ suy ra $AN=SN$ nên $\Delta NSA$ cân tại $N$. Kẻ $SH\perp AN$ dễ chứng minh được $SH\perp(ABC)$ và $SH=AG=\dfrac{a}{2}$.

Đặt $SA=x>0$ và $x>\dfrac{a}{2}$, ta có hai trường hợp sau:

TH1: $\widehat{BMC}=60°$, khi đó $\Delta MBC$ đều cạnh $MB=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}=BC$.

$SN=\sqrt{SB^2-BN^2}=\sqrt{x^2-\dfrac{3x^2}{16}}=\dfrac{x\sqrt{13}}{4}$, suy ra

$$S_{SBC}=\frac{1}{2}SN.BC=\frac{1}{2}.\frac{x\sqrt{3}}{2}.\frac{x\sqrt{13}}{4}=\frac{x^2\sqrt{39}}{16}.$$

Thể tích $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{MBC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3x^2\sqrt{3}}{16}.x=\dfrac{x^3\sqrt{3}}{16}$.

Mặt khác $V_{S.ABC}=V_{A.SBC}=\dfrac{1}{3}.S_{SBC}.AG=\dfrac{a.x^2\sqrt{39}}{96}$, nên:

$\dfrac{x^3\sqrt{3}}{16}=\dfrac{a.x^2\sqrt{39}}{96}\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{13}}{6}$ (thỏa mãn).

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{13a^3\sqrt{39}}{3456}$.

TH2: $\widehat{BMC}=120^0$, khi đó tam giác $MBC$ cân tại $M$ cạnh $MB=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$ và $BC=\dfrac{3x}{2}$.

$SN=\sqrt{SB^2-BN^2}=\sqrt{x^2-\dfrac{9x^2}{16}}=\dfrac{x\sqrt{7}}{4}$, suy ra

$$S_{SBC}=\frac{1}{2}SN.BC=\frac{1}{2}.\frac{x\sqrt{7}}{4}.\frac{3x}{2}=\frac{3x^2\sqrt{7}}{16}$$

và $S_{MBC}=\dfrac{1}{2}.MB.MC.\sin 120°=\dfrac{3x^2\sqrt{3}}{16}$. Thể tích

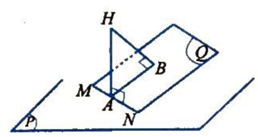
$V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}SA.S_{MBC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3x^2\sqrt{3}}{16}.x=\dfrac{x^3\sqrt{3}}{16}$. Mặt khác

$V_{S.ABC}=V_{A.SBC}=\dfrac{1}{3}.S_{SBC}.AG=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3x^2\sqrt{7}}{16}.\dfrac{a}{2}=\dfrac{a.x^2\sqrt{7}}{32}$, nên:

$\dfrac{x^3\sqrt{3}}{16}=\dfrac{a.x^2\sqrt{7}}{32}\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$ (thỏa mãn).

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{7a^3\sqrt{7}}{384}$. Từ giả thiết thì $SA=\dfrac{a\sqrt{13}}{6}$ nên $V_{S.ABC}=\dfrac{13a^3\sqrt{39}}{3456}$. Chọn **B**.

**Câu 38.** Từ $H$ kẻ $HA\perp MN$ . Gọi mp($Q$) là mặt phẳng bất kì đi qua $M$ và $N$. Dựng $HB\perp$ mp($Q$), $B\in(Q)$, khi đó $d(H,(Q))=HB$;




Ta có $BH\le AH$ . Dấu "$=$" xảy ra khi $B\equiv A$ .

Khi đó mp($Q$) $\perp AH$ . Vậy mp($P$) cần tìm sẽ vuông góc với $AH$. Ta có: $A\in MN, HA\perp MN$

$$\Rightarrow A\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{7}{3}\right)\Rightarrow\overrightarrow{HA}=\left(-\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right).$$

Mà $AH\perp$ mp($P$) $\Rightarrow\vec{n}_P=(1;1;-1)$ là VTPT của mp ($P$).

Suy ra phương trình mp($P$) đi qua $M(0;-1;2)$ là:

$x+(y+1)-(z-2)=0 \Leftrightarrow -x-y+z-3=0$
$\Rightarrow a=-1, b=-1, c=1$. Vậy
$T=a-2b+3c+12=-1-2.(-1)+3.1+12=16$. Chọn **D**.

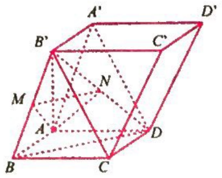
**Câu 39.** Đặt $t=\tan x \Rightarrow dt=\dfrac{1}{\cos^2 x}dx$. Với $x=\dfrac{\pi}{4}\Rightarrow t=1$,

$x=\dfrac{\pi}{3}\Rightarrow t=\sqrt{3}$. Có: $I=\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{dx}{(2\sin x+\cos x)^2}=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\frac{1}{\cos^2 x}dx}{(2\tan x+1)^2}$

$=\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}}\frac{dt}{(2t+1)^2}=-\frac{1}{2(2t+1)}\bigg|_1^{\sqrt{3}}=-\frac{1}{2(2\sqrt{3}+1)}+\frac{1}{6}=\frac{7-3\sqrt{3}}{33}$.

Vậy $a=7, b=-3, c=33 \Rightarrow P=300a+30b+c-23=2020$. Chọn **A**.

**Câu 40.** Đặt $AB=AB'=x,(x>0)$. Vì $ABCD$ là hình vuông nên $BD=x\sqrt{2}$. $\Delta B'BD$ đều nên $B'B=BD=B'D=x\sqrt{2}$.




$\Delta B'BA$ có:
$AB'^2+AB^2=2x^2=BB'^2$ nên $\Delta B'BA$ vuông cân tại $A$
$\Rightarrow AB'\perp AB$ (1).

$\Delta B'DA$ có: $AB'^2+AD^2=2x^2=DB'^2$ nên $\Delta B'DA$ vuông cân tại $A \Rightarrow AB'\perp AD$ (2).

Từ (1) và (2), ta có: $AB'\perp(ABCD)$. Gọi $M$ là trung điểm của $BB'$, $\Delta B'BA$ vuông cân tại $A$ nên $AM\perp BB'$ (3); $BC\perp AB', BC\perp AB \Rightarrow BC\perp(ABB'A')$
$\Rightarrow BC\perp AM$ (4); Từ (3) và (4) có: $AM\perp(BCC'B')$ (5).

Gọi $N$ là trung điểm của $B'D$, $\Delta B'DA$ vuông cân tại $A$ nên $AN\perp B'D$ (6); $CD\perp AB', CD\perp AD \Rightarrow$
$CD\perp(ADB')\Rightarrow CD\perp AN$ (7). Từ (6) và (7), ta có $AN\perp(A'B'CD)$ (8); Từ (5) và (8) ta suy ra góc giữa mặt phẳng $(BCC'B')$ và $(A'B'CD)$ bằng $\widehat{(AM,AN)}=\alpha$.

Ta có: $MN=\dfrac{BD}{2}=\dfrac{x\sqrt{2}}{2}=AM=AN\Rightarrow\alpha=60^0$. Chọn **C**.

**Câu 41.** Ta có:
$F(x)=\int\cos^5 x.\cos 7xdx=\int\cos^5 x.(\cos 6x.\cos x-\sin 6x.\sin x)dx$
$=\int\cos^6 x.\cos 6xdx-\int\cos^5 x.\sin 6x.\sin xdx$

Đặt $G(x)=\int\cos^6 x.\cos 6xdx$; $H(x)=\int\cos^5 x.\sin 6x.\sin xdx$

Tìm $H(x)$. Đặt $\begin{cases}u=\sin 6x\\ dv=\cos^5 x.\sin xdx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=6\cos 6xdx\\ v=-\dfrac{\cos^6 x}{6}\end{cases}$

$\Rightarrow H(x)=\sin 6x.\left(-\dfrac{\cos^6 x}{6}\right)+\displaystyle\int 6\cos 6x.\frac{\cos^6 x}{6}dx$
$=-\dfrac{\sin 6x.\cos^6 x}{6}+G(x)$

$\Rightarrow F(x)=\dfrac{\sin 6x.\cos^6 x}{6}+C\Rightarrow a=1; b=6$.

Vậy $a^3+b^2=37$. Chọn **B**.

**Câu 42.** Sau 1 năm số tiền còn nợ ngân hàng X là:

$$T=M(1+r)^n-\frac{m}{r}\left[(1+r)^n-1\right]$$

với $M=100000000$, $m=2000000$, $r=1\%$, $n=12$ ta được $T\approx 87317497$ đồng. Số tiền còn nợ lại của ông A là

$$T_{n_1}=M_1(1+r_1)^{n_1}-\frac{m_1}{r_1}\left[(1+r_1)^{n_1}-1\right].$$

Với $n_1$ là số tháng kể từ thời điểm bắt đầu tăng lãi suất lên $1{,}2\%$ /tháng đến khi ông A trả hết nợ. Để trả hết số nợ còn lại ta cần có: $T_{n_1}=0\Leftrightarrow M_1(1+r_1)^{n_1}-\dfrac{m_1}{r_1}\left[(1+r_1)^{n_1}-1\right]=0$

với $M_1=87317497$, $m_1=5000000$, $r_1=1{,}2\%$. Từ đó ta suy ra được $n_1\approx 19{,}7$ tháng. Vậy cần $12+20=32$ tháng để ông A trả hết nợ. Chọn **D**.

**Câu 43.** ĐK: $x^2+2x+m\geq 0$. Ta có

$$y=f\left(\sqrt{x^2+2x+m}\right)$$

$\Rightarrow y'=\left[f\left(\sqrt{x^2+2x+m}\right)\right]'=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+m}}f'\left(\sqrt{x^2+2x+m}\right)$

$f'\left(\sqrt{x^2+2x+m}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+2x+m}=2\\ \sqrt{x^2+2x+m}=5\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^2+2x+m-4=0 & (1)\\ x^2+2x+m-25=0 & (2)\end{array}\right.$

Bài toán trở thành tìm $m$ để các phương trình (1), (2) không có nghiệm chung và đều có 2 nghiệm phân biệt khác $-1$ đồng thời $x=-1$ thuộc tập xác định hàm số

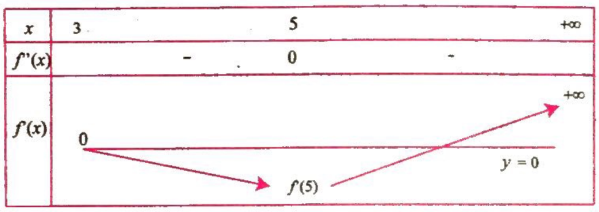
$\Leftrightarrow\begin{cases}5-m>0\\ 26-m>0\\ m-5\neq 0\\ m-26\neq 0\\ -1+m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq m<5.$

Kết hợp điều kiện $m\in[-2019;2019]$, $m\in\mathbb{Z}$.

Suy ra $m\in\{1;\ 2;\ 3;\ 4\}$. Chọn **D**.

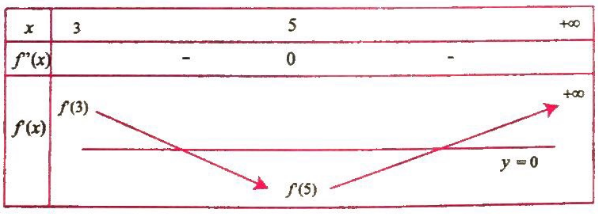
**Câu 44.** Hàm $f(x)$ đạo hàm cấp hai xác định trên $\mathbb{R}$, nên đạo hàm cấp một liên tục trên $\mathbb{R}$. Suy ra tại điểm $x=-2$ có $f'(-2)>0 \Rightarrow$ hàm số không có cực trị tại $x=-2$. Trên $(-\infty;-2)$ đạo hàm cấp một triệt tiêu và đổi dấu qua điểm $x=-5$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x=-5$. Trên $(-2;3)$ hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=2$. Từ đồ thị $y=f''(x)$ trên $[3;+\infty)$, ta nhận thấy $f''(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=5$, suy ra đạo hàm cấp một $f'(x)$ sẽ đạt cực tiểu tại điểm $x=5$. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$ nên suy ra $f'(x)>0$ trên khoảng $(2;3)$.

TH1: Nếu hàm $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=3$ thì $f'(3)=0$. Ta có BBT của $f'(x)$ trên $(3;+\infty)$:




Khi đó hàm $y=f(x)$ có thêm điểm cực trị tại $x=x_1>5$. Suy ra hàm $y=f(x)$ có 5 điểm cực trị.

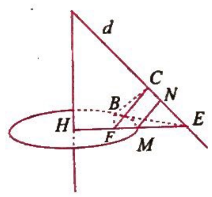
TH2: Nếu hàm $y=f(x)$ không có cực trị tại $x=3$ thì $f'(3)>0$. Ta có BBT của $f'(x)$ trên $(3;+\infty)$:




Để hàm $y=f(x)$ có nhiều cực trị nhất thì $f'(5)<0$. Khi đó hàm $y=f(x)$ có hai điểm cực trị trên $(3;+\infty)$. Suy ra hàm số $y=f(x)$ có tối đa 5 điểm cực trị.

Cả hai trường hợp hàm số $y=f(x)$ đều có ta tối đa 5 điểm cực trị. Chọn **C**.

**Câu 45.** • $(S_1)$ có tâm $I_1(1;2;-2)$, bán kính $R_1=\sqrt{2}$, $(S_2)$ có tâm $I_2(3;1;-4)$, bán kính $R_2=\sqrt{5}$.




• Vì $(S_1),(S_2)$ cắt nhau theo một đường tròn $(C)$ nên phương trình mp($P$) chứa $(C)$ là

$(P):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+2)^2-(x-3)^2-(y-1)^2-(z+4)^2=2-5$

$\Leftrightarrow 4x-2y-4z-14=0 \Leftrightarrow 2x-y-2z-7=0.$

Đường thẳng $I_1I_2$ có phương trình: $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-2-2t \end{cases}$.

Gọi $H$ là tâm đường tròn $(C)$ thì $H=I_1I_2\cap(P)$

$\Rightarrow 2+4t-2+t+4+4t-7=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{3} \Rightarrow H\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3};\dfrac{-8}{3}\right)$.

(d) đi qua điểm $A(1;-5;12)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(-3;-2;10)$.

Gọi $(Q)=\text{mp}(I_1;d)$. Ta có: $\overrightarrow{AI_1}=(0;7;-14)$, suy ra $\vec{n}_{(Q)}=\left[\overrightarrow{AI_1};\overrightarrow{u_d}\right]=(42;42;21)$ cùng phương với vectơ $(2;2;1) \Rightarrow (Q):2x+2y+z-4=0$. Ta thấy: $I_2(3;1;-4)\in(Q)$, do đó $I_1I_2,d$ đồng phẳng.

• Gọi $E$ là giao điểm của $d$ và $(P)$, suy ra $E(4;-3;2)$; $I_1H=d(I_1;(P))=1$. Bán kính đường tròn $(C)$ là

$$R_c=\sqrt{R_1^2-I_1H^2}=\sqrt{2-1}=1=HM.$$

Ta có: $EH=\sqrt{\left(\dfrac{5}{3}-4\right)^2+\left(\dfrac{5}{3}+3\right)^2+\left(\dfrac{-8}{3}-2\right)^2}=7.$

Vì khoảng cách từ $M$ đến đường thẳng $d$ là nhỏ nhất nên $M=EH\cap(C)$ thỏa mãn $\overrightarrow{HM}=\dfrac{1}{7}\overrightarrow{HE}$.

Thật vậy, ta lấy điểm $B\in(C)$ và kẻ $MN,BC$ lần lượt vuông góc với đường thẳng $d$. Kẻ $BF\perp HE$ $\Rightarrow BF\perp(HEC)\Rightarrow d\perp(BFC)\Rightarrow d\perp CF$ $\Rightarrow CF//MN$ và $CF>MN$. Lại có $\Delta FBC$ vuông tại $F$ nên $BC>CF>MN$. Vậy $MN$ là khoảng cách ngắn nhất từ một điểm thuộc đường tròn đến đường thẳng $d$.

$\overrightarrow{HM}=\left(a-\dfrac{5}{3};b-\dfrac{5}{3};c+\dfrac{8}{3}\right)$; $\overrightarrow{HE}=\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{-14}{3};\dfrac{14}{3}\right)$

$\Rightarrow a=2;b=1;c=-2 \Rightarrow a+b+c=1$. Chọn **A**.

**Câu 46.** Kí hiệu $2f(x)+(x^2-1)f'(x)=\dfrac{x^3+2x^2+x}{\sqrt{x^2+3}}$ (*)

Với $\forall x\in(-1;+\infty)$ thì

$(*)\Leftrightarrow \dfrac{2}{(x+1)^2}f(x)+\dfrac{x-1}{x+1}f'(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}.$

Nhận xét: $\left[\dfrac{x-1}{x+1}f(x)\right]'=\dfrac{2}{(x+1)^2}f(x)+\dfrac{x-1}{x+1}f'(x)$, từ đó

$\int[\dfrac{x-1}{x+1}f(x)]'dx=\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}dx \Rightarrow \dfrac{x-1}{x+1}f(x)=\sqrt{x^2+3}+C.$

Thay $x=1$ vào đẳng thức trên ta được $C=-2$, do đó

$$\frac{x-1}{x+1}f(x)=\sqrt{x^2+3}-2.$$

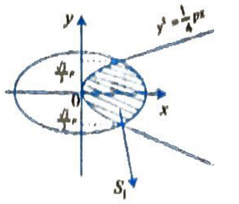
TH1: $\forall x\in(-1;+\infty)\setminus\{1\}$, ta có:

$$f(x)=\frac{(\sqrt{x^2+3}-2)(x+1)}{x-1}=\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+3}+2}.$$

TH2: Với $x=1$, thay vào (*) ta có: $f(1)=1$. Bổ sung giá trị $f(1)=1$ cho hàm $f(x)=\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+3}+2},\forall x\in(-1;+\infty)\setminus\{1\}$ ta được hàm $f(x)=\frac{(x+1)^2}{\sqrt{x^2+3}+2},\forall x\in(-1;+\infty)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $f(0)=\frac{1}{\sqrt{3}+2}=2-\sqrt{3}$. Chọn **A**.

**Câu 47.** Hệ phương trình tọa độ giao điểm:

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{8p^2}+\dfrac{y^2}{p^2}=1\\ y^2=\dfrac{1}{4}px\ (x\ge 0)\end{cases}$$




$\Leftrightarrow x=2p, y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}p.$

Gọi $S_1$ là diện tích giới hạn $(P)$ và $(E)$ ta được.

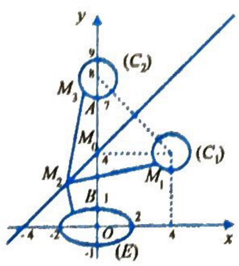
$$S_1=2\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}p}\left[\sqrt{8}\left(\sqrt{p^2-y^2}\right)-\frac{4y^2}{p}\right]dy.$$

Tính được $S_1=\sqrt{2}p^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}\right)$. Diện tích Elip: $S=\pi.a.b=\pi.2\sqrt{2}p.p=2\sqrt{2}\pi p^2$ ($2a$ độ dài trục lớn, $2b$ độ dài trục bé). Diện tích còn lại:

$$S_2=S-S_1=2\sqrt{2}\pi p^2-\sqrt{2}p^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}\right)=\sqrt{2}\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{1}{3}\right)p^2.$$

Tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{\sqrt{2}p^2\left(\frac{\pi}{2}+\frac{1}{3}\right)}{\sqrt{2}p^2\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{1}{3}\right)}=\dfrac{3\pi+2}{9\pi-2}$. Chọn **A**.

**Câu 48.** Gọi $M_1$, $M_2$, $M$ lần lượt là điểm biểu diễn các số phức $2z_1$, $z_2$, $z$ trên hệ trục tọa độ $Oxy$. Khi đó quỹ tích của điểm $M_1$ là đường tròn $(C_1)$ tâm $I(4;4)$, bán kính $R_1=1$. Quỹ tích của điểm $M_2$ là đường Elip $(E)$ có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{1}=1$.




Quỹ tích của điểm $M$ là đường thẳng $d: x-y+4=0$.

Ta có $P=|z-2z_1|+|z-z_2|=MM_1+MM_2$. Gọi $(C_2)$ là đường tròn đối xứng với $(C_1)$ qua $d$ và gọi $M_3$ là điểm đối xứng với $M_1$ qua $d$. Suy ra $(C_2)$ có tâm $J(0;8)$ và bán kính $R_2=1$ và $M_3\in(C_2)$. Khi đó

$$P=MM_1+MM_2=MM_3+MM_2\ge M_3M_2\ge AB=6.$$

Dấu "=" xảy ra khi $M_3\equiv A, M_2\equiv B, M\equiv M_0$ với $M_0$ là giao điểm của $d$ với trục $Oy$. Vậy $\min P=6$. Chọn **C**.

**Câu 49.** Ta có: $y'=f'(x)=3x^2+1\ge 1$, $\forall x\in[1;2]$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$. Có:

$$f(f(x))=x\Leftrightarrow[f(x)]^3+f(x)-2^m=x$$
$$\Leftrightarrow[f(x)]^3+f(x)-x=2^m\quad(1).$$

Xét hàm $g(x)=[f(x)]^3+f(x)-x$ trên đoạn $[1;2]$.

Vì $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$ nên $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1;2]$. Có: $g'(x)=3.f'(x)[f(x)]^2+f'(x)-1\ge 0$ với $\forall x\in[1;2]$, đẳng thức xảy ra tại hữu hạn điểm.

Suy ra $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Do đó, phương trình (1) có nghiệm trên đoạn $[1;2]$

$\Leftrightarrow g(1)\le 2^m\le g(2)$

$\Leftrightarrow(2-2^m)^3+(2-2^m)-1\le 2^m\le(10-2^m)^3+(10-2^m)-2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(2-2^m)^3+2(2-2^m)-3\le 0\\(10-2^m)^3+2(10-2^m)-12\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2-2^m\le 1\\10-2^m\ge 2\end{cases}$$

$\Leftrightarrow 1\le 2^m\le 8\Leftrightarrow 0\le m\le 3$. Do $m$ nguyên dương nên $m\in\{1,2,3\}$. Vậy tổng các giá trị nguyên dương của tham số $m$ bằng 6. Chọn **C**.

**Câu 50.** Sau khi chọn thành viên cho tổ A, B thì tổ C luôn chỉ còn một cách chọn.

| Tổ A | | Tổ B | | Số cách chọn |
|---|---|---|---|---|
| Số cô | Số thầy | Số cô | Số thầy | |
| 2 | 3 | 1 | 4 | $(C_5^2.C_{10}^3).(C_3^1.C_7^4).1$ |
| 2 | 3 | 0 | 5 | $(C_5^2.C_{10}^3).(C_7^5).1$ |
| 1 | 4 | 1 | 4 | $(C_5^1.C_{10}^4).(C_4^1.C_6^4).1$ |
| 1 | 4 | 0 | 5 | $(C_5^1.C_{10}^4).(C_6^5).1$ |
| 0 | 5 | 1 | 4 | $(C_{10}^5).(C_5^1.C_5^4).1$ |
| 0 | 5 | 0 | 5 | $(C_{10}^5).(C_5^5).1$ |

Tổng: 227052.

Xác suất cần tìm: $P=\dfrac{227052}{C_{15}^5.C_{10}^5.1}=\dfrac{901}{3003}$. Chọn **D**.

***NGUYỄN VĂN QUÝ VÀ TẬP THỂ GIÁO VIÊN STRONG TEAM TOÁN VD-VDC***