

(Đề thi gồm 01 trang)

Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2$ trên đoạn $[-2; 2]$

Câu 3 (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình $f'(x) = 0$, trong đó $f(x) = x + \sqrt{4 - x^2}$
- b) Lập phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ tại điểm có hoành độ bằng 0.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+7} - 5}{x^2 - 4}$

Câu 5 (1,0 điểm)

- a) Giải phương trình $\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$
- b) Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau. Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số bằng 9?

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a , SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với đáy (ABC) một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a\sqrt{2}$, $AD = a\sqrt{6}$, SB vuông góc với SD và hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trọng tâm tam giác ACD . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách SD và AC .

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp đường tròn đường kính AC . Gọi $H(-2; 2)$ là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng BD , E là hình chiếu vuông góc của D trên đường thẳng AC , M là trung điểm của đoạn thẳng BD . Tìm tọa độ điểm A , biết $BC: x - 2y - 2 = 0$, $EM: 3x + 4y + 2 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{3y+1} + 3y^2 - 14y - 8 = \sqrt{5+x+y} \\ (x+y)\sqrt{x^2+2xy+y^2+1} + (y-1)\sqrt{y^2-2y+2} + 4y = 2(1-x) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbf{R})$$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho a, b, c, d là các số thực thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 18$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)|$.

-----Hết-----

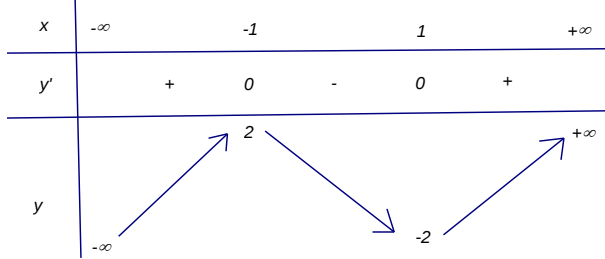
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

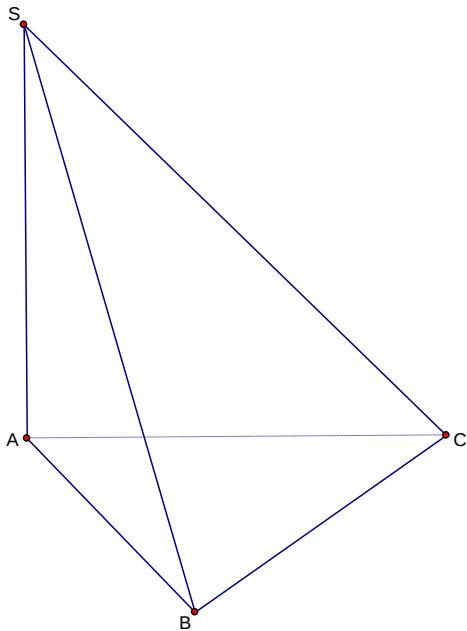
I. LƯU Ý CHUNG

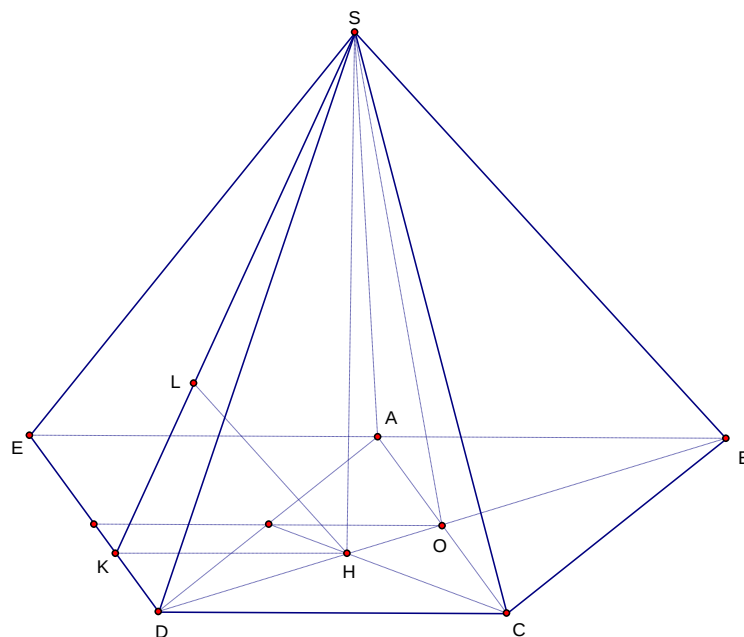
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

II. ĐÁP ÁN

Câu	Nội dung trình bày	Điểm
1	(1,0 điểm)	
	Tập xác định R Sự biến thiên *) Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$	0,25
	*) Cực trị Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y_{CD} = 2$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = -2$ *) Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25
	*) Bảng biến thiên 	0,25
	Đồ thị	0,25
2	(1,0 điểm)	
	Ta có $f'(x) = 4x^3 - 4x, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$	0,5
	$f(2) = 8, f(-2) = 8, f(0) = 0$ $f(1) = -1, f(-1) = -1$	0,25
	Do đó $\max_{[-2;2]} f(x) = 8, \min_{[-2;2]} f(x) = -1$	0,25
3	3a (0,5 điểm)	
	Tập xác định $D = [-2; 2]$ $f'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \frac{\sqrt{4-x^2} - x}{\sqrt{4-x^2}}$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{4-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$ Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{\sqrt{2}\}.$	0,25
	3b (0,5 điểm)	

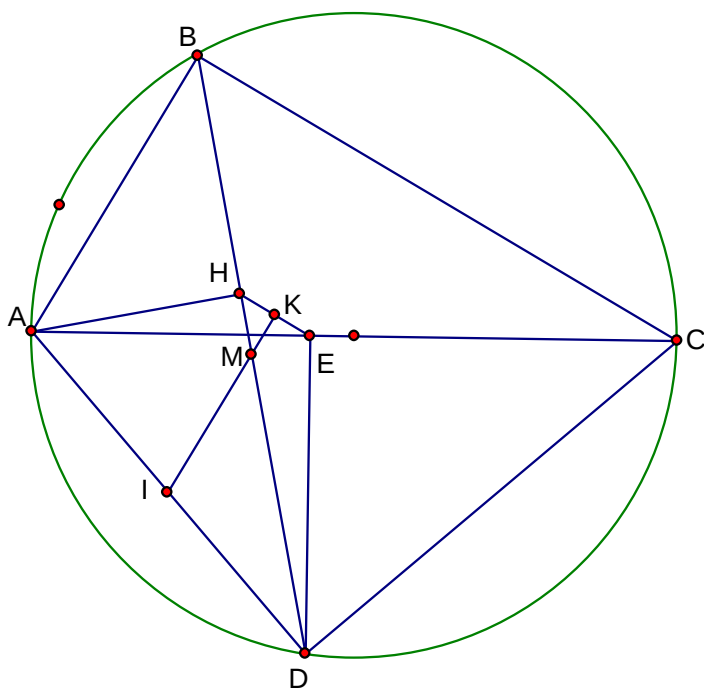
	Ta có $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = -2$	0,25
	Gọi M là điểm có hoành độ bằng 0 nên $M(0; -1)$ suy ra phương trình tiếp tuyến tại M là $y = y'(0)(x-0) + y(0) \Leftrightarrow y = -2x - 1$.	0,25
4	(1,0 điểm)	
	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+7} - 5}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - 4} + \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 - 4} \right)$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} + \frac{x-2}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+7}+3)} \right)$	0,25
	$= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+2}+2)} + \frac{1}{(x+2)(\sqrt{x+7}+3)} \right)$	0,25
	$= \frac{5}{48}$. Vậy $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+7} - 5}{x^2 - 4} = \frac{5}{48}$.	0,25
5	5a (0,5 điểm)	
	$\cos 2x - 5\sin x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 x - 5\sin x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow 2\sin^2 x + 5\sin x + 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -2 \\ \sin x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbf{Z})$	0,25
	5b (0,5 điểm)	
	Gọi Ω là không gian mẫu và A là biến cố “số được chọn có tổng các chữ số bằng 9” $n(\Omega) = 9.A_9^2$	0,25
	3 chữ số phân biệt có tổng bằng 9 là: $(8,1,0), (7,2,0), (6,3,0), (6,2,1), (5,4,0), (5,3,1), (4,3,2)$ và các hoán vị của chúng. Từ đó ta được $n(A) = 3.3! + 4.4 = 34$. Do đó xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{17}{324}$.	0,25
6	(1,0 điểm)	
	Do SA vuông góc với (ABC) suy ra $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \angle SCA = 60^\circ$	0,25
	$SA = AC \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$	0,25
	$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$	0,25
	$V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{4}$. Vậy $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.	0,25

		
7	(1,0 điểm)	
	Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) và O là tâm của hình chữ nhật ABCD. Ta có $DH = \frac{2}{3}DO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{2a\sqrt{2}}{3} \Rightarrow BH = \frac{2}{3}BD = \frac{4a\sqrt{2}}{3}$ Do tam giác SBD vuông tại S nên $SH^2 = DH.BH = \frac{16a^2}{9} \Rightarrow SH = \frac{4a}{3}$. Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \frac{8a^3\sqrt{3}}{9}$.	0,25
	Dựng hình bình hành ACDE, ta được $AC \parallel DE$ suy ra $AC \parallel (SDE)$ $\Rightarrow d(SD, AC) = d(AC, (SDE)) = d(O, (SDE))$.	0,25
	Do $OD = \frac{3}{2}HD \Rightarrow d(O, (SDE)) = \frac{3}{2}d(H, (SDE))$. Từ H kẻ HK vuông góc với DE, và HL vuông góc với SK. Ta có $DE \perp SH, DE \perp HK \Rightarrow DE \perp (SHK) \Rightarrow DE \perp HL$, kết hợp với HL vuông góc với SK suy ra HL vuông góc (SDE). Do đó $d(O, (SDE)) = \frac{3}{2}d(H, (SDE)) = \frac{3}{2}HL$.	0,25
	Ta có $HK = DH.\sin \angle BDA = 2DH.\sin \angle BDA.\cos \angle BDA = \frac{a\sqrt{6}}{3}$, (do $\angle BDA = 30^\circ$). Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SHK ta được $\frac{1}{HL^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{33}{16a^2} \Rightarrow HL = \frac{4a\sqrt{33}}{33}.$ Do vậy $d(SD, AC) = d(O, (SDE)) = \frac{3}{2}HL = \frac{2a\sqrt{33}}{11}$.	0,25



8

(1,0 điểm)



Ta chứng minh tứ giác ADEH nội tiếp. Từ đó suy ra $HE \parallel BC$.

0,25

Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD, HE. Do IM song song AB, kết hợp với AB vuông góc BC suy ra IM vuông góc BC hay IM là trung trực của HE.

$HE \parallel BC$ nên HE có vtpt là $\vec{n}_{HE} = (1; -2) \Rightarrow HE : 1(x+2) - 2(y-2) = 0$

$\Rightarrow HE : x - 2y + 6 = 0$. Do E là giao của ME và HE nên tọa độ điểm E là nghiệm của hpt

0,25

$$\begin{cases} x - 2y + 6 = 0 \\ 3x + 4y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{14}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{14}{5}; \frac{8}{5}\right)$$

K là trung điểm HE nên $K\left(-\frac{12}{5}; \frac{9}{5}\right) \Rightarrow IK : 2x + y + 3 = 0$. Do M là giao điểm của IK và EM nên tọa độ M là nghiệm của hpt

0,25

	$\begin{cases} 2x+y+3=0 \\ 3x+4y+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow M(-2;1) \text{ suy ra pt } BD: x+2=0.$ B là giao của BD và BC nên tọa độ B là nghiệm của hpt $\begin{cases} x+2=0 \\ x-2y-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases} \Rightarrow B(-2;-2).$	
	AH vuông góc BD và đi qua H nên $AH: y-2=0$. AB đi qua B và vuông góc với BC nên $AB: 2(x+2)+1(y+2)=0 \Leftrightarrow 2x+y+6=0$. Do A là giao điểm của AH và AB nên tọa độ A là nghiệm của hpt $\begin{cases} y-2=0 \\ 2x+y+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow A(-4;2).$	0,25
9	(1,0 điểm)	
	Đkxd: $\begin{cases} y \geq -\frac{1}{3} \\ 5+x+y \geq 0 \end{cases}$ Ta có $(x+y)\sqrt{x^2+2xy+y^2+1}+(y-1)\sqrt{y^2-2y+2}+4y=2(1-x)$ $\Leftrightarrow (x+y)\sqrt{(x+y)^2+1}+2(x+y)=(1-y)\sqrt{(1-y)^2+1}+2(1-y) \quad (1).$ Xét hàm số $f(t)=t\sqrt{t^2+1}+2t, t \in \mathbf{R}$ Ta có $f'(t)=\sqrt{t^2+1}+\frac{t^2}{\sqrt{t^2+1}}+2>0, \forall t \in \mathbf{R}$ Suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbf{R}$. Do đó từ (1) ta được $x+y=1-y \Leftrightarrow x=1-2y$.	0,5
	Thay vào pt thứ nhất ta được $\sqrt{3y+1}+3y^2-14y-8=\sqrt{6-y}$ $\Leftrightarrow \sqrt{3y+1}-4+1-\sqrt{6-y}+3y^2-14y-5=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \frac{3y+1-16}{\sqrt{3y+1}-4}+\frac{1-6+y}{1+\sqrt{6-y}}+(y-5)(3y+1)=0$ $\Leftrightarrow (y-5)\left(\frac{3}{\sqrt{3y+1}-4}+\frac{1}{1+\sqrt{6-y}}+(3y+1)\right)=0$ $\Leftrightarrow y=5. \text{ Do đó nghiệm của hpt là } (x,y)=(-9,5).$	0,25
10	(1,0 điểm)	
	Áp dụng bất Cô Si cho 4 số không âm ta được $P= (a-b)(b-c)(c-d)(d-a) \leq \left(\frac{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-d)^2+(a-d)^2}{4}\right)^2$ $\leq \left(\frac{2(a^2+b^2)+2(b^2+c^2)+2(c^2+d^2)+2(d^2+a^2)}{4}\right)^2$	0,5
	$=(a^2+b^2+c^2+d^2)^2=18^2$ Từ đó ta được $P \leq 18^2$.	0,25
	Dấu bằng xảy ra chẳng hạn $a=\frac{3}{\sqrt{2}}, b=-\frac{3}{\sqrt{2}}, c=\frac{3}{\sqrt{2}}, d=-\frac{3}{\sqrt{2}}$. Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 18^2.	0,25

-----Hết-----