SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH ĐỊNH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

ĐỀ ÔN TẬP THPT QUỐC GIA NĂM 2016
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút (*Không kể thời gian phát đề*)

Câu 1 (1,0 *điểm*). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{2}(2x+1)^2(x-2)$.

Câu 2 (1,0 *điểm*). Cho hàm số $y=\frac{2x+m}{x+1}$ với $m\neq 2$. Tìm các giá trị của tham số m để tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị với trục tung, tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải phương trình: $\sin 5x+\sin x+\cos 4x=\sin 3x+\cos 2x-1$.

Câu 4 (1,0 *điểm*). Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số mà cả hai chữ số đều khác 0. Trong S chọn ngẫu nhiên 2 số. Tính xác suất để chọn được hai số mà số này gồm các chữ số viết theo thứ tự ngược lại của số kia (chẳng hạn 45 và 54).

Câu 5 (1,0 *điểm*). Tính giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x-\sqrt{\ln(2x+1)+1}}{\tan x}$

Câu 6 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2a$, $AB = BC = a$. Biết hai mặt phẳng (SBD) và (SAC) cùng vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$), góc giữa mặt phẳng (SCD) và mặt phẳng ($ABCD$) bằng 60^0. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;2;0)$, $B(-1;1;4)$, $C(3;-2;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I đi qua A, B, C sao cho $OI=\sqrt{5}$.

Câu 8 (1,0 *điểm*). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình thang cân $ABCD$ có hai đáy là AB, CD và $CD = 2AB$. Biết phương trình đường thẳng AB là $x+y-3=0$, phương trình đường thẳng BD là $x-3y+13=0$ và đường thẳng AC đi qua điểm $M(3;8)$. Tìm tọa độ điểm C?

Câu 9 (1,0 *điểm*). Giải hệ phương trình:

$$\begin{cases} y(2x+y+5)=x^2(y+5-10x) \\ \sqrt{y+4}+3\sqrt[3]{y+3x+2}=\frac{1}{4}(3x^2+y^2-5x+30) \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 *điểm*). Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

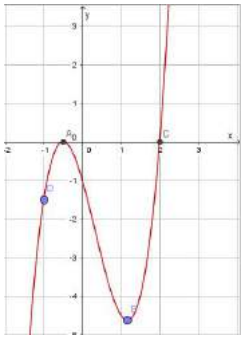
$$P=\frac{232a+135b+54\left(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt[3]{abc}\right)}{1+(a+b+c)^2}$$

---------- Hết ----------

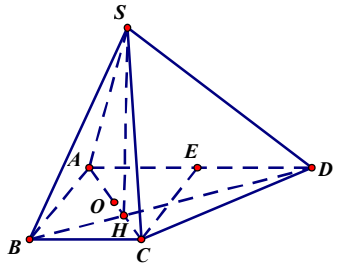
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

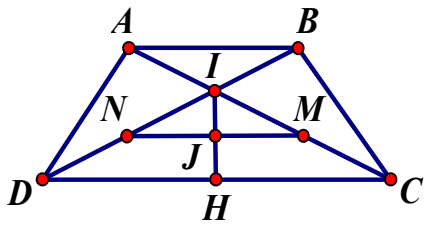
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH ĐỊNH - **TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN**

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ ÔN TẬP THPT NĂM 2016 - Môn: **TOÁN**

Câu	***Đáp án***	***Điểm***
1 (1,0 *điểm*)		
	+) Tập xác định $D=\mathbb{R}$. +) Sự biến thiên: $y'=6x^2-4x-\frac{7}{2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=\frac{7}{6}$ hoặc $x=-\frac{1}{2}$	0,25
	+) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng: $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{7}{6};+\infty\right)$. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};\frac{7}{6}\right)$. +) Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại điểm $x_{CĐ}=-\frac{1}{2}, y_{CĐ}=0$. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x_{CT}=\frac{7}{6}, y_{CT}=-\frac{125}{27}$. +) Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$. Đồ thị h.số không có tiệm cận.	0,25
	Bảng biến thiên $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -\frac{1}{2} & & \frac{7}{6} & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline & & & 0 & & & & +\infty \\ & & \nearrow & & \searrow & & \nearrow & \\ & -\infty & & & & -\frac{125}{27} & & \end{array}$	0,25
	Đồ thị:  Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A\left(-\frac{1}{2};0\right), B\left(\frac{7}{6};-\frac{125}{27}\right), C(2;0), D\left(-1;-\frac{3}{2}\right)$.	0,25
2 (1,0 *điểm*)		
	Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Giao điểm của đồ thị với trục tung: $M(0;m)$.	0,25
	Phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị hàm số tại M: $y=(2-m)x+m$	0,25
	Giao điểm của tiếp tuyến Δ với các trục tọa độ: $N\left(\frac{m}{m-2};0\right), M(0;m)$. Diện tích tam giác: $S_{OMN}=\frac{1}{2}.\lvert m\rvert.\left\lvert\frac{m}{m-2}\right\rvert=\frac{1}{2}\Leftrightarrow m^2=\lvert m-2\rvert\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$	0,25

	Vậy $m=1, m=-2$.	0,25
3 (1,0 điểm)		
	Ta có: $\sin 5x+\sin x+\cos 4x=\sin 3x+\cos 2x-1$ $\Leftrightarrow 2\sin 3x.\cos 2x-\sin 3x+2\cos^2 2x-\cos 2x=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \sin 3x(2\cos 2x-1)+\cos 2x(2\cos 2x-1)=0$ $\Leftrightarrow (2\cos 2x-1)(\sin 3x+\cos 2x)=0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos 2x=\frac{1}{2}\\ \sin 3x=\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\\ 3x=2x-\frac{\pi}{2}+k2\pi\\ 3x=\frac{3\pi}{2}-2x+k2\pi\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi\\ x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi,(k\in\mathbb{Z})\\ x=\frac{3\pi}{10}+k\frac{2\pi}{5}\end{array}\right.$	0,25
	Vậy nghiệm của phương trình: $x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi, x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi, x=\frac{3\pi}{10}+k\frac{2\pi}{5}$	0,25
4 (1,0 điểm)		
	+) Số các phần tử của tập hợp *S* là: 9.9 = 81 (số) +) Trong 81 số của tập hợp *S* có 9 số không thể là 1 trong 2 số được chọn ra, đó là: 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99.	0,25
	Trong 72 số còn lại của tập hợp *S*, mỗi bộ hai số chọn ra nếu có một số có dạng $\overline{ab}$ thì sẽ có số có dạng $\overline{ba}$.	0,25
	Suy ra số cách chọn hai số từ tập *S* thỏa yêu cầu bài toán là: $72:2=36$ (cách)	0,25
	Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{36}{C_{81}^2}=\frac{1}{90}$.	0,25
5 (1,0 điểm)		
	Ta có: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x-\sqrt{\ln(2x+1)+1}}{\tan x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{\frac{3^x-1}{x}+\frac{1-\sqrt{\ln(2x+1)+1}}{x}}{\frac{\tan x}{x}}$	0,25
	+) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{\ln 3^x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^{x.\ln 3}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{e^{x.\ln 3}-1}{x.\ln 3}.\ln 3\right)=\ln 3$	0,25
	+) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\ln(2x+1)+1}}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\ln(2x+1)}{2x}.\frac{(-2)}{1+\sqrt{\ln(2x+1)+1}}\right)=-1$	0,25
	+) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}=\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}.\frac{1}{\cos x}\right)=1$. **Vậy**: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x-\sqrt{\ln(2x+1)+1}}{\tan x}=\ln 3-1$.	0,25
6 (1,0 điểm)		
	Ta có: $S_{ABCD}=\frac{1}{2}(AD+BC).AB=\frac{3a^2}{2}$. Gọi $H=AC\cap BD$. Ta có: $\left.\begin{array}{l}(SAC)\perp(ABCD)\\ (SBD)\perp(ABCD)\\ (SAC)\cap(SBD)=SH\end{array}\right\}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$. Gọi *E* là trung điểm cạnh *AD*. Khi đó, tứ giác *ABCE* là hình vuông và tam giác *ECD* là tam giác vuông cân tại *E*.	0,25

	Suy ra: $\widehat{ACD}=\widehat{ACE}+\widehat{DCE}=90^0$. Hay $HC\perp CD$ (1)	
	Ta có: $\left.\begin{matrix}CD\perp HC\\CD\perp SH\end{matrix}\right\}\Rightarrow CD\perp SC$ (2) Và $(SCD)\cap(ABCD)=CD$ (3) Từ (1), (2) và (3) suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCH}=60^0$  	0,25
	Vì $AD//BC$ nên $\frac{HC}{HA}=\frac{BC}{AD}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow HC=\frac{1}{2}HA$. Mà $AC=a\sqrt{2}$. Suy ra $HC=\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Do đó $SH=HC\tan\widehat{SCH}=\frac{a\sqrt{2}}{3}.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SH.dt(ABCD)=\frac{1}{3}.\frac{3a^2}{2}.\frac{a\sqrt{6}}{3}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$	0,25
	Nhận xét: Tam giác ABC vuông cân đỉnh A nên có tâm đường tròn ngoại tiếp là trung điểm cạnh AC. Gọi O là trung điểm cạnh AC. Trục của tam giác ABC là đường thẳng đi qua O và song song với SH. Tâm I của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ thuộc mặt phẳng (SAC) nên mặt phẳng (SAC) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn lớn ngoại tiếp tam giác SAC. Do đó bán kính mặt cầu tâm I bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAC.	0,25
	Trong ΔSAH có: $SA^2=SH^2+AH^2=\left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{2}a}{3}\right)^2=\frac{14a^2}{9}\Rightarrow SA=\frac{a\sqrt{14}}{3}$ Trong tam giác SAC có $R=\frac{SA}{2\sin 60^0}=\frac{a\sqrt{42}}{9}$ Bán kính mặt cầu ngoài tiếp hình chóp $S.ABC$: $R=\frac{a\sqrt{42}}{9}$	0,25
7 (1,0 *điểm*)	Gọi tọa độ tâm của mặt cầu là $I(x;y;z)$. Theo đề ra ta có hệ: $\begin{cases}IA^2=IB^2\\IA^2=IC^2\\OI^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y-4z=-7\\-3x+4y-z=-5\\x^2+y^2+z^2=5\end{cases}$	0,25
	Giải hệ ta được: $\begin{cases}x=1\\y=0\\z=2\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}x=-\frac{427}{443}\\y=-\frac{754}{443}\\z=\frac{480}{443}\end{cases}$	0,25
	Với $I(1;0;2)$ bán kính mặt cầu: $R=IA=\sqrt{(1-0)^2+(0-2)^2+(2-0)^2}=3$ Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=9$	0,25
	Với $I\left(-\frac{427}{443};-\frac{754}{443};\frac{480}{443}\right)$ bán kính mặt cầu: $R=IA=\sqrt{\frac{7003}{443}}$ Phương trình mặt cầu: $\left(x+\frac{427}{443}\right)^2+\left(y+\frac{754}{443}\right)^2+\left(z-\frac{480}{443}\right)^2=\frac{7003}{443}$	0,25

8 (1,0 *điểm*)	Gọi I là giao điểm của AC và BD. Khi đó các tam giác IAB, ICD cân tại I. Gọi H là trung điểm của CD thì $IH \perp AB$. Gọi N là điểm đối xứng với M qua IH thì N thuộc BD và $MN // AB$. Phương trình đường thẳng MN: $x+y-11=0$.	0,25
	Tọa độ điểm N là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} MN: x+y-11=0 \\ BD: x-3y+13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=6 \end{cases} \Rightarrow N(5;6)$ Gọi J là trung điểm của MN thì $J \in IH$ và $J(4;7)$ Phương trình đường thẳng IH: $x-y+3=0$.  	0,25
	Tọa độ điểm I: $\begin{cases} IH: x-y+3=0 \\ BD: x-3y+13=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow I(2;5)$ Ta có $\overrightarrow{IM}=(1;3)$. Phương trình đường thẳng AC: $3(x-2)-(y-5)=0 \Leftrightarrow 3x-y-1=0$.	0,25
	Tọa độ điểm A: $\begin{cases} AB: x+y-3=0 \\ AC: 3x-y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow A(1;2)$ Vì $CD=2AB$ nên $\overrightarrow{IC}=2\overrightarrow{AI} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C-2=2.1 \\ y_C-5=2.3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C=4 \\ y_C=11 \end{cases}$. Vậy $C(4;11)$.	0,25
9 (1,0 *điểm*)	Điều kiện: $\begin{cases} y+4 \ge 0 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \ge -4 \\ x \in \mathbb{R} \end{cases}$ (*) Với điều kiện (*) ta có: $y(2x+y+5)=x^2(y+5)-10x \Leftrightarrow (y+5)(y-x^2+2x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=-5<-4\,(l) \\ y=x^2-2x \end{array}\right.$	0,25
	Với $y=x^2-2x$ thế vào phương trình (2) ta được: $\sqrt{x^2-2x+4}+3\sqrt[3]{x^2+x+2}=\frac{1}{4}\left(x^4-4x^3+7x^2-5x+30\right)$ (3) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta được: $\sqrt{x^2-2x+4}=\sqrt{\frac{(x^2-2x+4).4}{4}} \le \frac{1}{2}.\frac{x^2-2x+4+4}{2}=\frac{1}{4}\left(x^2-2x+8\right)$ (4) $3\sqrt[3]{x^2+x+2}=3\sqrt[3]{\frac{(x^2+x+2).8.8}{8.8}} \le \frac{1}{4}\left(x^2+x+2+8+8\right)=\frac{1}{4}\left(x^2+x+18\right)$ (5)	0,25
	Từ (4) và (5) suy ra: $\sqrt{x^2-2x+4}+3\sqrt[3]{x^2+x+2} \le \frac{1}{4}\left(2x^2-x+26\right)$ (6) Từ (3) và (6) suy ra: $\frac{1}{4}\left(x^4-4x^3+7x^2-5x+30\right) \le \frac{1}{4}\left(2x^2-x+26\right)$ $\Leftrightarrow x^4-4x^3+5x^2-4x+4 \le 0 \Leftrightarrow (x-2)^2\left(x^2+1\right) \le 0 \Leftrightarrow x=2$	0,25
	Với $x=2 \Rightarrow y=0$. Thử lại, $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ thỏa mãn hệ. Vậy nghiệm của hệ: $(x;y)=(2;0)$.	0,25

<table>
<tr><td rowspan="4">10
(1,0
điểm)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Ta có: $P \le \dfrac{232a+135b+54\left(\dfrac{a+9b}{6}+\dfrac{b+9c}{6}+\dfrac{a+9b+81c}{3.9}\right)}{1+\left(a+b+c\right)^2}$
$=\dfrac{232a+135b+9\left(a+9b\right)+9\left(b+9c\right)+2\left(a+9b+81c\right)}{1+\left(a+b+c\right)^2}=\dfrac{243a+243b+243c}{1+\left(a+b+c\right)^2}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đặt $t=a+b+c>0$
Xét $f\left(t\right)=\dfrac{243t}{1+t^2},(t>0)$. Suy ra $f'\left(t\right)=\dfrac{243\left(1-t^2\right)}{\left(1+t^2\right)^2};f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-1\end{array}\right.$
Vì $t>0$ nên $t=1$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bảng biến thiên:
<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$f'\left(t\right)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>–</td><td></td></tr>
<tr><td>$f\left(t\right)$</td><td>0</td><td>↗</td><td>$\dfrac{243}{2}$</td><td>↘</td><td>0</td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Từ bảng biến thiên suy ra: $\max P=\max f\left(t\right)=\dfrac{243}{2}$
Khi và chỉ khi: $t=1\Leftrightarrow a=\dfrac{81}{91},b=\dfrac{9}{91},c=\dfrac{1}{91}$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>

Chú ý: ***Mọi cách giải khác đáp án, nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.***

---------- Hết ----------