

Họ tên : Số báo danh :

Câu 1: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. B. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. C. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$. D. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

- A. $\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}$ B. $\frac{x}{1 + \sqrt{1+x^2}}$ C. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ D. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc mặt đáy. Góc giữa đường thẳng AC và $mp(SAB)$ là

- A. $\angle ASB$ B. $\angle CAB$ C. $\angle SAC$ D. $\angle ACB$

Câu 4: Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng 96. Tính thể tích của khối lập phương.

- A. 48 B. 81 C. 64 D. 72

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a\sqrt{3}$, $AD = 2a$ và $AA' = 3a$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

- A. $V = 16\pi\sqrt{3}a^3$ B. $V = 6\sqrt{3}\pi a^3$ C. $V = \frac{16\pi a^3}{3}$ D. $V = \frac{32\pi a^3}{3}$

Câu 6: Cho dãy số hữu hạn $u_1; u_2, u_3, u_4, u_5$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 20. Tìm số hạng u_3 .

- A. $u_3 = 4$. B. $u_3 = 5$. C. $u_3 = 2$. D. $u_3 = 3$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $f'(x) = f''(x)$. Số phần tử của tập S là

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 8: Hàm số nào sau đây không có cực trị?

- A. $y = x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3$. C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - x$.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc mặt đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ B. $a^3\sqrt{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

Câu 10: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ là

- A. 3. B. 1. C. 0. D. 2.

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\frac{x^3-5x^2+6x}{\log_3(x-2)} = 0$ là

A. 1

B. 2

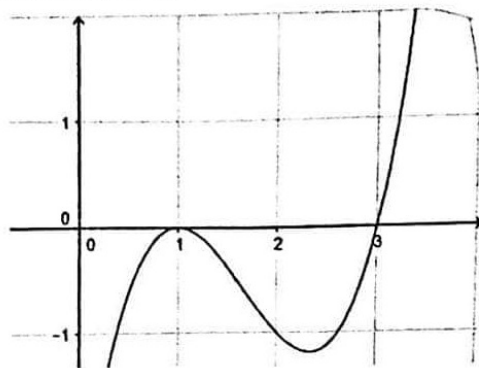
C. 3

D. 0

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực tiểu.



Câu 13: Biết $\log_a b = 2$ tính giá trị của biểu thức $\log_a \sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}}$.

A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp những điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn:

$2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1}$ là đường nào sau đây?

A. Elip.

B. Nửa đường tròn.

C. Đường thẳng.

D. Đường tròn.

Câu 15: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của tứ diện $AB'C'D$ và $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 16: Cho dãy số hữu hạn u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân, biết $u_2 = 6$ thì tích $u_1 u_3$ bằng

A. 36.

B. 16

C. 9.

D. 25.

Câu 17: Cho các chữ số 1; 2, 3, 4, 5, 6, 9. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 7.000.000 từ các chữ số trên

A. 4320.

B. 5040.

C. 8640.

D. 720.

Câu 18: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x^2 - x - 2) \ln(x + 2)}$.

A. $\{-1\} \cup [2; +\infty)$ B. $[-2; +\infty)$ C. $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$ D. $[2; +\infty)$

Câu 19: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho, tìm n .

A. 30.

B. 25.

C. 20.

D. 15.

Câu 20: Một khối trụ có thể tích bằng 100π . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên ba lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 100π . Bán kính đáy của khối trụ ban đầu là

A. $r = 1$ B. $r = 5$ C. $r = 4$ D. $r = 6$

Câu 21: Cho hàm số $y = A \cos(\omega x + \varphi)$ có đạo hàm cấp hai y'' . Đặt $M = y'' + \omega^2 y$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $M = -1$ B. $M = 1$ C. $M = 2A\omega^2 \cos(\omega x + \varphi)$ D. $M = 0$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

- A. $a = 3$. B. $a = \frac{5}{2}$. C. $a = 2$. D. $a = -\frac{11}{6}$.

Câu 23: Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là đúng?

- A. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_e x$ và $y = \log_{\frac{1}{e}} x$ đối xứng nhau qua trục tung.
 B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.
 C. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ hai.
 D. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , khoảng cách giữa AB' và $C'D'$ bằng

- A. $a\sqrt{3}$ B. $a\sqrt{2}$ C. a D. $a\sqrt{6}$

Câu 25: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{7}$, $AC = 3$. Quay đường gấp khúc CBA xung quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

- A. $S_{xq} = 3\pi\sqrt{7}$ B. $S_{xq} = 8\sqrt{7}\pi$ C. $S_{xq} = 4\sqrt{7}\pi$ D. $S_{xq} = 6\sqrt{7}\pi$

Câu 26: Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó $\lim S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$. B. 1. C. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.

Câu 27: Hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ và $\angle ASB = \angle BSC = 60^\circ$, $\angle ASC = 90^\circ$. Thể tích của khối chóp là

- A. $a^3\sqrt{2}$ B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$ D. $2a^3\sqrt{2}$

Câu 28: Cho mặt cầu (S) có bán kính bằng $6a$, hình trụ (H) có chiều cao bằng $6a$ và hai đường tròn đáy nằm trên (S) . Gọi V_1 là thể tích của khối trụ (H) và V_2 là thể tích của khối cầu (S) . Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

- A. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{9}{16}$ B. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{16}$ C. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{3}$

Câu 29: Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $\log_4(x^3 - x - 2) + x^3 + 7x = \log_2(x-1) + 4x^2 + 7$.

A. 17

B. 2

C. 9

D. 11

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6\sqrt{2}$. Ở bốn đỉnh tứ diện người ta cắt đi các tứ diện đều bằng nhau có cạnh bằng x . Biết khối đa diện còn lại sau khi cắt có thể tích bằng $\frac{1}{2}$ thể tích khối tứ diện $ABCD$. Giá trị của x là

A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến $mp(SBD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{a\sqrt{21}}{28}$ D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m < 100$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$?

A. 83.

B. 18.

C. 82.

D. 84.

Câu 33: Số thực m nhỏ nhất để cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} + (1-m) \cdot 3^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2m = 0$ có nghiệm được viết dưới dạng $m = \frac{a}{b}$, ở đó a, b là hai số nguyên tố cùng nhau. Tính $P = a + b$.

A. $P = 11$ B. $P = 83$ C. $P = 17$ D. $P = 75$

Câu 34: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^{20} x + \cos^{20} x + 1$. Khi đó tích $M \cdot m$ bằng

A. 2.

B. $\frac{169}{84}$.C. $\frac{513}{256}$.D. $\frac{513}{512}$.

Câu 35: Cho tam giác ABC cân tại A , có cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q . Tính giá trị của công bội q

A. $q = \frac{1}{2}\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$ B. $q = \sqrt{2} + 1$ C. $q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}$ D. $q = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)}$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ của tham số m để trên đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-3)x + 10$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của (C_m) tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y + 2020 = 0$?

A. 2022

B. 2020

C. 2019

D. 2021

Câu 37: Cho hình đa giác đều (H) có 24 đỉnh, chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của hình (H) . Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn ra tạo thành một hình chữ nhật không phải là hình vuông.

A. $\frac{11}{46}$.B. $\frac{10}{1771}$.C. $\frac{1}{161}$.D. $\frac{15}{322}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của $AB, BB', B'A', A'A$. Thể tích khối chóp có đáy là tứ giác $MNPQ$ và đỉnh là một điểm bất kì thuộc cạnh CC'

A. $\frac{V}{3}$ B. $\frac{V}{4}$ C. $\frac{V}{8}$ D. $\frac{V}{2}$

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các

chữ số 1; 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 và lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp S. Tính xác suất để số được lấy ra chia hết cho 11 và tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

- A. $\frac{8}{21}$. B. $\frac{1}{126}$. C. $\frac{1}{252}$. D. $\frac{1}{63}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $2x + y = m$, với m là tham số. Biết rằng với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (C) tại hai điểm A, B. Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn AB.

- A. $3\sqrt{2}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $6\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{2}$

Câu 41: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $5a^2 + 2b^2 + 5 = 2a + 4b + 4ab$.

Xét các hệ thức sau:

Hệ thức 1. $\ln(a+1) + \ln(b+1) = \ln(a^2 + b^2 + 1)$.

Hệ thức 2. $\ln(a^2 + 1) + \ln(b+1) = \ln(b^2 + 1) + \ln(a+1)$.

Hệ thức 3. $\ln(a+b+3ab-1) = 2\ln(a+b)$.

Hệ thức 4. $\ln(a+b+2ab+2) = 2\ln(a+b)$.

Trong các hệ thức trên, có bao nhiêu hệ thức đúng?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 42: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với a, b, c, d là các hệ số. Tìm điều kiện để hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. Gọi α là góc giữa $mp(SCD)$ và $mp(ABCD)$. Khi đó $\tan \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	$+\infty$		$+\infty$		3		$+\infty$
			$-\infty$				

Số nghiệm của phương trình $4|f(3x-1)| - 13 = 0$ là

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có đồ thị (C). Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Độ dài nhỏ nhất của đoạn AB bằng

A. $h = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

B. $h = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

C. $h = \sqrt{3}$

D. $h = \sqrt{2}$

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{\pi^{1-2x}}}$. Tính giá trị của biểu thức sau

$$Q = f\left(\sin^2 \frac{\pi}{2020}\right) + f\left(\sin^2 \frac{2\pi}{2020}\right) + \dots + f\left(\sin^2 \frac{1009\pi}{2020}\right).$$

A. 1009

B. 504

C. $\frac{1009}{2}$

D. 505

Câu 47: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{e^x} - 1}{\sqrt{x+1} - 1} = \frac{a}{b}$, với a, b nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị của $2a + b$.

A. 8

B. 7

C. 5

D. 6

Câu 48: Cho một hình nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P).

A. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$

B. $d = \frac{6a}{\sqrt{5}}$

C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{30}$

D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{5}$

Câu 49: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 4; 7; 10; 13; 16; \dots$ và $(v_k): 1; 6; 11; 16; 21; \dots$. Hỏi trong 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng có bao nhiêu số hạng chung

A. 30.

B. 10.

C. 20.

D. 40.

Câu 50: Cho khối cầu (S) tâm I, bán kính $R = 3$. Một khối trụ thay đổi nội tiếp khối cầu có chiều cao h và bán kính đáy r. Tính chiều cao h để thể tích của khối trụ lớn nhất.

A. $h = 3\sqrt{2}$

B. $h = \sqrt{3}$

C. $h = 2\sqrt{3}$

D. $h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

----- Hết -----

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THPT CHUYÊN BẮC NINH**



ĐỀ THI ĐỊNH KÌ LẦN 1 NĂM 2019-2020

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian giao đề)

Mã Đề: 103

Câu 1: Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$

B. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$

C. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$

D. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$

Lời giải

Tác giả: Trần Tuấn huy; Fb: Trần Tuấn Huy

Chọn A

Ta có: nếu $|q| < 1$ thì $\lim q^n = 0$.

Trong các đáp án chỉ có $\left|\frac{1}{3}\right| < 1$ nên $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$.

Câu 2: Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

A. $\frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}}$

B. $\frac{x}{x + \sqrt{1+x^2}}$

C. $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

D. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Diệu Linh; Fb: Dieulinh Nguyen

Chọn D

$$\text{Ta có: } y' = \left(\ln(x + \sqrt{1+x^2}) \right)' = \frac{(x + \sqrt{1+x^2})'}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1 + \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x + \sqrt{1+x^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc mặt đáy. Góc giữa đường thẳng AC và $mp(SAB)$ là

A. CSB .

B. CAB .

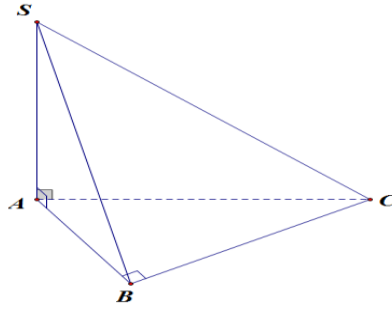
C. SAC .

D. ACB

Lời giải

Tác giả: Trần Thanh Sang; Fb: Thanh Sang Trần

Chọn B



Vì $CB \perp AB$ (do tam giác ABC vuông tại B).

Và $CB \perp SA$ (do $SA \perp (ABC)$).

Nên $CB \perp (SAB)$

$\Rightarrow$ Hình chiếu của C lên (SAB) là điểm B

$\Rightarrow$ Hình chiếu của AC lên (SAB) là AB

Vậy góc giữa đường thẳng AC và (SAB) là CAB .

Câu 4: Diện tích toàn phần của hình lập phương bằng 96. Tính thể tích của khối lập phương.

A. 48.

B. 81.

C. 64.

D. 72.

Lời giải

Tác giả: Lưu Thị Minh Phượng; Fb: Jerry Kem

Chọn C

Giả sử hình lập phương có độ dài cạnh là a . Diện tích toàn phần của hình lập phương:

$$S_p = 6a^2 = 96 \Leftrightarrow a = 4.$$

Thể tích của khối lập phương là: $V = a^3 = 64$.

Câu 5: Cho tam giác ABC có M là trung điểm của BC , G là trọng tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

B. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

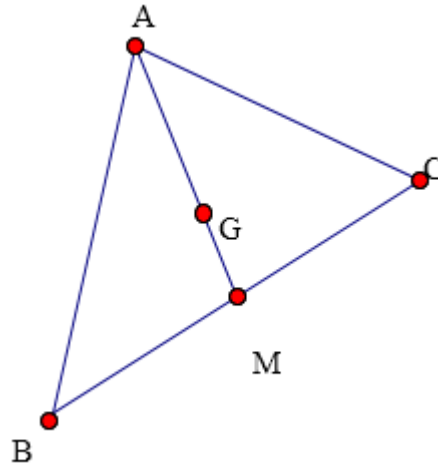
C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{2}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Đăng; Fb: nguyenvandang

Chọn B



Vì M là trung điểm của BC nên ta có $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$. (1)

Mặt khác G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Vậy chọn đáp án B.

Câu 6: Cho dãy số hữu hạn $u_1; u_2; u_3; u_4; u_5$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng, biết tổng của chúng bằng 20. Tìm số hạng u_3 .

A. 4.

B. 5.

C. 2.

D. 3.

Giải

Chọn A

Ta có: $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 = 20 \Leftrightarrow 5u_3 = 20 \Leftrightarrow u_3 = 4$.

Tác giả: Trương Thúy; Fb: Thúy Trương.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $f'(x) = f''(x)$. Số phần tử của S là

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Tác giả & Fb: Nguyễn Trần Phong.

Chọn B

Điều kiện: $x \neq 1$.

Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} \Rightarrow y'' = \frac{6}{(x-1)^3}$.

Xét phương trình

$$f'(x) = f''(x) \Leftrightarrow \frac{-3}{(x-1)^2} = \frac{6}{(x-1)^3} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ (x-1)^2(x+1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x = 1; x = -1 \end{cases} \Rightarrow x = -1.$$

Suy ra $S = \{-1\}$.

Vậy số phần tử của S là 1.

Câu 8: Hàm số nào sau đây không có cực trị

A. $y = x^3 + 3x^2$.

B. $y = x^3$.

C. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - x$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hương; Fb: Nguyễn Hương

Chọn B

Xét phương án A: $y = x^3 + 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x$.

Do $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}$ và y' đổi dấu khi x qua hai nghiệm này nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Do đó loại phương án A.

Xét phương án B: $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số không có cực trị.

Chọn phương án B.

Xét phương án C: $y = x^4 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x$.

Do $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{6}}{2} \end{cases}$ và y' đổi dấu khi x qua ba nghiệm này nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Do đó loại phương án C.

Xét phương án D: $y = x^3 - x \Rightarrow y' = 3x^2 - 1$.

Do $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$, và y' đổi dấu khi x qua hai nghiệm này nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Do đó loại phương án D.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc mặt đáy, $SA = a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

B. $a^3\sqrt{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $S_{ABCD} = a^2$. Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra SA là đường cao. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \sqrt{6} \cdot a^2 = \frac{a^3 \sqrt{6}}{3}$.

Câu 10: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ là

A. 3.

B. 1.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(tm) \\ x = 2(tm) \end{cases}$$

$\Rightarrow x = 1, x = 2$ là TCD

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x^2-3x+2} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x^2-3x+2} = 0$$

$\Rightarrow y = 0$ là TCN

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ có ba đường tiệm cận.

Câu 11: Số nghiệm của phương trình $\frac{x^3-5x^2+6x}{\log_3(x-2)} = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Minh Thu; Fb: Phạm Minh Thu

Chọn D

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x-2 > 0 \\ \log_3(x-2) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x-2 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$$\frac{x^3-5x^2+6x}{\log_3(x-2)} = 0 \Rightarrow x^3-5x^2+6x = 0$$

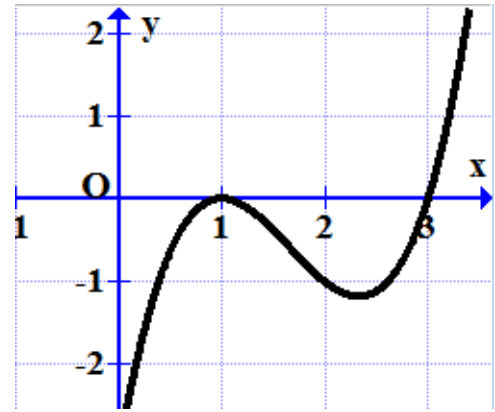
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2-5x+6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện thì cả ba giá trị $x = 0, x = 2, x = 3$ đều không thỏa điều kiện bài toán.

Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 1)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

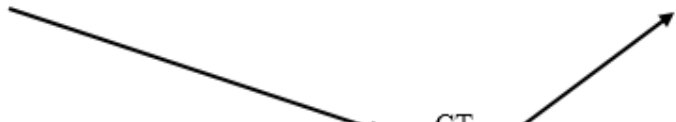


Lời giải

Tác giả: Phạm Hồng Giang; Fb: Pham Hong Giang

Chọn D

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$						

Vậy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 13: Biết $\log_a b = 2$, tính giá trị của biểu thức $\log_{a^2} \sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}}$

- A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Thị Như Thủy; Fb: Nhuthuy Le

Chọn B

$$\text{Ta có: } \log_{a^2} \sqrt[3]{b^2 \sqrt{b}} = \frac{1}{2} \log_a \sqrt[3]{b^{\frac{5}{2}}} = \frac{1}{2} \log_a b^{\frac{5}{6}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} \log_a b = \frac{5}{12} \cdot 2 = \frac{5}{6}.$$

Câu 14: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp những điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn: $2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1}$ là đường nào sau đây?

- A. Elip. B. Nửa đường tròn. C. Đường thẳng. D. Đường tròn.

Lời giải

Tác giả: Đình Thị Ba; Fb: Ba đình

Chọn D

Ta có:

$$2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1} \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2+1} = 2^{2x+2y+2} \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 = 2x + 2y + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 3$$

Vậy trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp những điểm có tọa độ $(x; y)$ thỏa mãn:

$2^{x^2+y^2+1} = 4^{x+y+1}$ là một đường tròn có tâm $I(1;1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.

Câu 15: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC . Khi đó tỉ số thể tích của tứ diện $AB'C'D$ và $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{2}$.

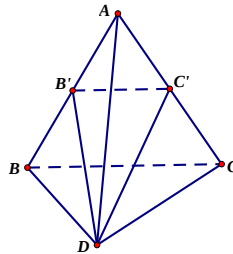
C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Huy Tuyển; Fb:Trần TuyenHuy

Chọn D



Vì B', C' lần lượt là trung điểm của AB, AC nên $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{2}$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích có

$$\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 16: Cho dãy số hữu hạn u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân, biết $u_2 = 6$ thì tích $u_1 \cdot u_3$ bằng

A. 36.

B. 16.

C. 9.

D. 25.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thanh; Fb: Thanhh Thanhh

Chọn A

Giả sử u_1, u_2, u_3 theo thứ tự lập thành cấp số nhân có công bội là q .

Khi đó, ta có: $u_2 = u_1 \cdot q, u_3 = u_1 \cdot q^2$.

Vậy $u_1 \cdot u_3 = u_1 \cdot (u_1 \cdot q^2) = (u_1 \cdot q)^2 = u_2^2 = 6^2 = 36$.

Câu 17: Cho các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 9 hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau và nhỏ hơn 7000.000 từ các số trên?

A. 4320.

B. 5040.

C. 8640.

D. 720.

Lời giải

Tác giả: Kim Oanh; Facebook: Kim Oanh

Chọn A

Gọi số có dạng $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7}$.

Vì số đã cho có 7 chữ số phân biệt và nhỏ hơn 7000.000 nên $a_1 < 7$, vậy có 6 cách chọn a_1 .

Các chữ số $a_2; a_3; a_4; a_5; a_6; a_7$ là hoán vị của 6 số còn lại.

Vậy có $6.6! = 4320$ số thỏa mãn bài toán.

Câu 18: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{(x^2 - x - 2)\ln(x + 2)}$.

A. $\{-1\} \cup [2; +\infty)$. **B.** $[-2; +\infty)$. **C.** $[-2; -1] \cup [2; +\infty)$. **D.** $[2; +\infty)$.

Lời giải

Tác giả: Trần Hùng; Fb: Hung Tran

Chọn A

Điều kiện xác định:
$$\begin{cases} x + 2 > 0 \\ (x^2 - x - 2)\ln(x + 2) \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ x + 2 \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x + 2 \leq 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq -1 \end{cases} \\ \begin{cases} x > -2 \\ -1 \leq x \leq 2 \\ x \leq -1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Câu 19: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 2800 tam giác có đỉnh là 3 điểm trong số các điểm đã cho, tìm n .

A. 30. **B.** 25. **C.** 20. **D.** 15.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Duyên; Fb: Nguyễn Duyên

Chọn C

Một tam giác được tạo bởi ba điểm phân biệt nên ta xét:

TH1. Chọn 1 điểm thuộc d_1 và 2 điểm thuộc d_2 có $C_{10}^1 \cdot C_n^2$ tam giác.

TH2. Chọn 2 điểm thuộc d_1 và 1 điểm thuộc d_2 có $C_{10}^2 \cdot C_n^1$ tam giác.

Như vậy, ta có $C_{10}^1 \cdot C_n^2 + C_{10}^2 \cdot C_n^1 = 2800$

$$\Leftrightarrow 10 \cdot \frac{n!}{2!(n-2)!} + 45 \cdot \frac{n!}{1!(n-1)!} = 2800 \Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n = 2800$$

$$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 2800 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 20 \text{ (tm)} \\ n = -28 \text{ (l)} \end{cases}$$

Vậy $n = 20$.

Câu 20: Một khối trụ có thể tích 100π . Nếu chiều cao khối trụ tăng lên ba lần và giữ nguyên bán kính đáy thì được khối trụ mới có diện tích xung quanh bằng 100π . Bán kính đáy khối trụ ban đầu là

A. $r = 1$.

B. $r = 5$.

C. $r = 4$.

D. $r = 6$.

Lời giải

Tác giả: Trần Minh Lộc; Fb: Trần Lộc

Chọn D

Khối trụ ban đầu có chiều cao là h và bán kính đáy là r . Thể tích khối trụ ban đầu $V = \pi r^2 h$

$$\text{Suy ra } \pi r^2 h = 100\pi \Leftrightarrow r^2 h = 100 \quad (1).$$

Khi tăng chiều cao lên ba lần và giữ nguyên bán kính đáy ta có diện tích xung quanh khối trụ mới là $S_{xq} = 2\pi r(3h) = 6\pi rh = 100\pi \Leftrightarrow 6rh = 100 \quad (2)$

$$\text{Chia vế theo vế của (1) cho (2) ta có: } \frac{r^2 h}{6rh} = 1 \Rightarrow r = 6.$$

Câu 21: Cho hàm số $y = A\cos(\omega x + \varphi)$ có đạo hàm cấp hai y'' . Đặt $M = y'' + \omega^2 y$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $M = -1$.

B. $M = 1$.

C. $M = 2A\omega^2 \cos(\omega x + \varphi)$.

D. $M = 0$.

Lời giải

Tác giả: Đặng Tấn Khoa; Fb: Đặng Tấn Khoa

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = -A\omega \sin(\omega x + \varphi), \quad y'' = -A\omega^2 \cos(\omega x + \varphi).$$

$$\text{Khi đó } M = -A\omega^2 \cos(\omega x + \varphi) + \omega^2 A\cos(\omega x + \varphi) = 0.$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} & \text{khi } x \neq 4 \\ a+2 & \text{khi } x = 4 \end{cases}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để hàm số liên tục tại $x_0 = 4$.

A. $a = 3$.

B. $a = \frac{5}{2}$.

C. $a = 2$.

D. $a = -\frac{11}{6}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thảo; Fb: Cỏ Vô Ưu

Chọn D

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 4} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}}{x-4} \\&= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+5}) \cdot (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})}{(x-4) \cdot (\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} \\&= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{(\sqrt{2x+1} + \sqrt{x+5})} = \frac{1}{6}\end{aligned}$$

$$\text{Hàm số liên tục tại } x_0 = 4 \Leftrightarrow f(4) = \lim_{x \rightarrow 4} f(x) \Leftrightarrow a + 2 = \frac{1}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{11}{6}.$$

Câu 23: Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là đúng?

A. Đồ thị của hai hàm số $y = \log_e x$ và $y = \log_{\frac{1}{e}} x$ đối xứng qua trục tung.

B. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

C. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \ln x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ hai.

D. Đồ thị của hai hàm số $y = e^x$ và $y = \left(\frac{1}{e}\right)^x$ đối xứng nhau qua trục hoành.

Lời giải

Tác giả: Ngô Gia Khánh; Fb: Khánh Ngô Gia

Chọn B

Nhận xét: Với $0 < a \neq 1$ đồ thị của hai hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất.

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a , khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $C'D'$ bằng

A. $a\sqrt{3}$.

B. $a\sqrt{2}$.

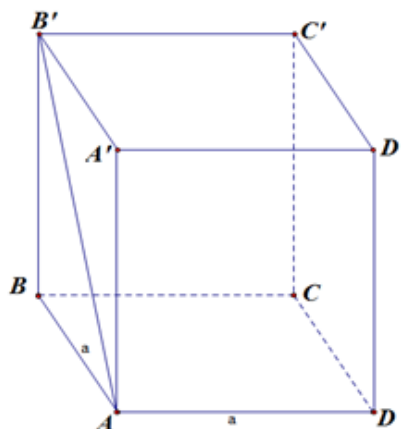
C. a .

D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Tác giả: Đinh Thị Mỹ; Fb: Mỹ Đinh

Chọn C



Ta có: $B'C' \perp C'D'$ (vì $A'B'C'D'$ là hình vuông) (1)

Ta có: $\begin{cases} B'C' \perp A'B' \\ B'C' \perp BB' \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (AA'B'B)$

Mà $AB' \subset (AA'B'B)$ nên $B'C' \perp AB'$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $B'C'$ là đường vuông góc chung của AB' và $C'D'$ nên

$$d(AB', C'D') = B'C' = a$$

Câu 25: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{7}, AC = 3$. Quay đường gấp khúc CBA xung quanh cạnh AC tạo thành hình nón tròn xoay. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đó.

A. $S_{xq} = 3\sqrt{7}\pi$.

B. $S_{xq} = 8\sqrt{7}\pi$.

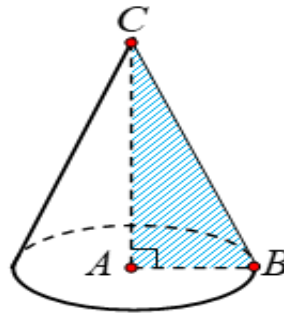
C. $S_{xq} = 4\sqrt{7}\pi$.

D. $S_{xq} = 6\sqrt{7}\pi$

Lời giải

Tác giả: Trần Đình Xuyên; Fb: Trần Đình Xuyên

Chọn C



Bán kính đáy hình nón là $r = AB = \sqrt{7}$

Độ dài đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{7+9} = 4$

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi rl = 4\sqrt{7}\pi$.

Câu 26: Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó $\lim S_n$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$.

B. 1.

C. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$

Lời giải

Tác giả: Quỳnh Như Fb: Quỳnh Như

Chọn B

Xét $A = \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$. Đặt $a = \sqrt{n}, b = \sqrt{n+1}$ ($a, b > 0$).

$$A = \frac{1}{a^2b + b^2a} = \frac{1}{ab(a+b)}$$

Ta có

$$b^2 - a^2 = n+1 - n = 1 \Rightarrow (b-a)(b+a) = 1 \Rightarrow b-a = \frac{1}{a+b}$$

$$\text{Nên } A = \frac{b-a}{ab} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}$$

Từ chứng minh trên ta có

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{1}{1\sqrt{2} + 2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1} + (n+1)\sqrt{n}} \\ &= \left(\frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) + \dots + \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \end{aligned}$$

$$\lim S_n = \lim \left(1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) = \lim 1 - \lim \left(\frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) = 1.$$

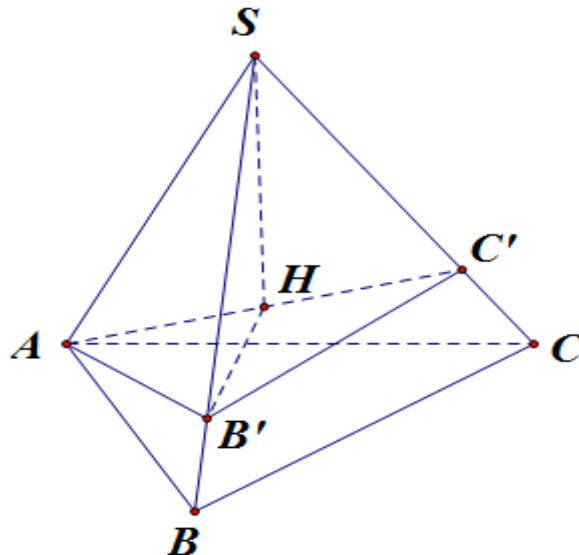
Câu 27: Hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a$, $SB = 3a$, $SC = 4a$ và $ASB = BSC = 60^\circ$, $ASC = 90^\circ$. Thể tích của khối chóp là

- A.** $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{9}$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Kiều Khanh; Fb: Kiều Khanh Phạm Thị

Chọn D



Cách 1: Trên SB, SC lần lượt lấy B', C' sao cho $SB' = SC' = 2a$.

$$\begin{cases} SA = SC' \\ \angle ASC' = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \square SAC' \text{ vuông cân tại } S \Rightarrow AC' = SA\sqrt{2} = 2a\sqrt{2}.$$

$$\begin{cases} SA = SB' \\ \angle ASB' = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle SAB' \text{ đều} \Rightarrow AB' = 2a \quad (1).$$

$$\begin{cases} SB' = SC \\ \angle B'SC' = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \triangle SB'C' \text{ đều} \Rightarrow B'C' = 2a \quad (2).$$

(1) và (2) cho ta $\triangle AB'C'$ cân tại B' .

Gọi H là trung điểm của $AC' \Rightarrow B'H \perp AC'$.

$$\Rightarrow B'H = \sqrt{AB'^2 - AH^2} = \sqrt{AB'^2 - \left(\frac{AC'}{2}\right)^2} = a\sqrt{2}.$$

$$\begin{cases} AH \perp SH \\ AH \perp HB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SHB').$$

Ta có:

$$S_{AB'C'} = 2S_{AB'H} \Rightarrow V_{S.AB'C'} = 2V_{S.AHB'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot AH \cdot S_{SHB'}.$$

$$S_{SHB'} = \sqrt{p(p-SH)(p-SB')(p-HB')} = a^2.$$

$$\text{Với } p = \frac{SH + SB' + HB'}{2} = (1 + \sqrt{2})a.$$

$$\Rightarrow V_{S.AB'C'} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$

$$\frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2a}{3a} \cdot \frac{2a}{4a} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = 2a^3\sqrt{2}.$$

Cách 2:

$$V = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{6} \sqrt{1 - \cos^2 60^\circ - \cos^2 90^\circ - \cos^2 60^\circ + 2 \cos 60^\circ \cos 90^\circ \cos 60^\circ} = 2a^3\sqrt{2}.$$

Câu 28: cho mặt cầu (S) có bán kính bằng $6a$, hình trụ (H) có chiều cao bằng $6a$ và chia hai đường tròn đáy nằm trên (S) . gọi v_1 là thể tích của khối trụ (H) , v_2 là thể tích khối cầu (S) . tính tỉ số

$$\frac{v_1}{v_2}$$

A. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{9}{16}.$

B. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{3}{16}.$

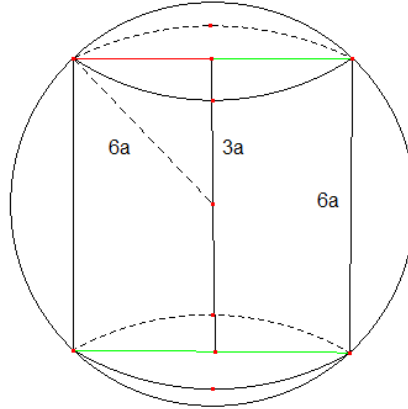
C. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}.$

D. $\frac{v_1}{v_2} = \frac{2}{3}.$

Lời giải

Tác giả: Hà Trường Giang; **Fb:** Trường Giang

Chọn A



Bán kính mặt đáy hình trụ: $r_1 = \sqrt{(6a)^2 - (3a)^2} = 3a\sqrt{3}$

Thể tích hình trụ $v_1 = h.\pi.r_1^2 = 6a.\pi.(3a\sqrt{3})^2 = 162.a.\pi$:

Thể tích hình cầu: $v_2 = \frac{4}{3}.\pi.r_2^3 = \frac{4}{3}.\pi.(6a)^3 = 288.a.\pi$

Tỉ số: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{162.a.\pi}{288.a.\pi} = \frac{9}{16}$.

Câu 29: Tìm tổng các nghiệm của phương trình: $\log_4(x^3 - x - 2) + x^3 + 7x = \log_2(x - 1) + 4x^2 + 7$

A. 17.

B. 2.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thành; **Fb:** Phạm Thành

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x^3 - x - 2 > 0 \end{cases}$

Ta có $\log_4(x^3 - x - 2) + x^3 + 7x = \log_2(x - 1) + 4x^2 + 7$

$\Leftrightarrow \log_2(x^3 - x - 2) + 2x^3 + 14x = \log_2(x - 1) + 8x^2 + 14$

$\Leftrightarrow \log_2(x^3 - x - 2) + 2(x^3 - x - 2) = \log_2(4x^2 - 8x + 4) + 2(4x^2 - 8x + 4)(1)$

Đặt hàm số $f(t) = \log_2 t + 2t, \forall t > 0$ có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 2 > 0, \forall t > 0$

Vậy hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Từ (1) có $f(x^3 - x - 2) = f(4x^2 - 8x + 4) \Leftrightarrow x^3 - x - 2 = 4x^2 - 8x + 4$

$\Leftrightarrow x^3 - 4x^2 + 7x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (thỏa mãn điều kiện).

Ta có phương trình có 1 nghiệm $x = 2$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 2

Câu 30: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $6\sqrt{2}$. Ở bốn đỉnh của tứ diện người ta cắt đi các tứ diện đều bằng nhau có cạnh x . Biết khối đa diện còn lại sau khi cắt có thể tích bằng $\frac{1}{2}$ thể tích khối tứ diện $ABCD$. Giá trị của x là

A. $3\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $2\sqrt{2}$.

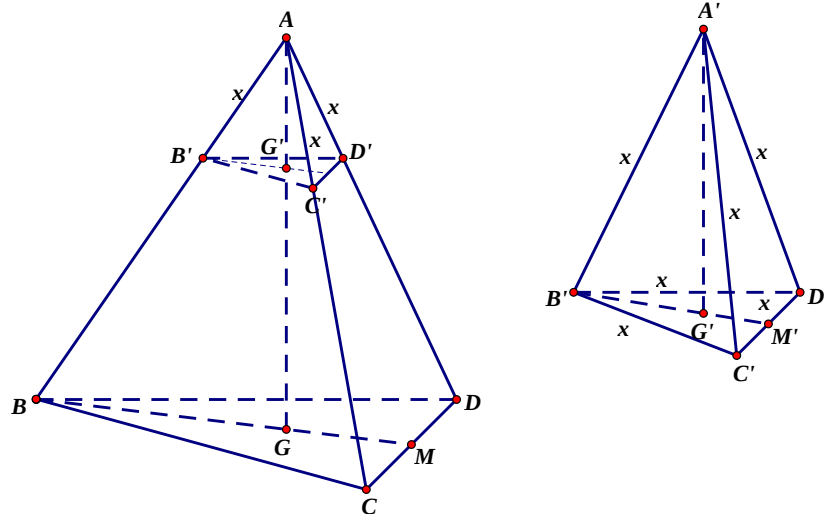
D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Ngọc Hà; Fb: Hangocnguyen

Chọn A

Cách 1:



4 góc cắt đi là các tứ diện bằng nhau nên 4 tứ diện này có cùng thể tích.

Gọi thể tích của một khối tứ diện cắt đi là V_1 , thể tích khối tứ diện $ABCD$ là V và thể tích khối đa diện sau khi cắt bỏ góc là V_2 .

Ta có: $V_2 = V - 4V_1$ mà $V_2 = \frac{1}{2}V \Rightarrow V = 8V_1$ (1)

Xét khối tứ diện đều ở đỉnh A là $AB'C'D'$ có các cạnh là x .

Ta có: $\frac{V_1}{V} = \frac{x}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{6\sqrt{2}} \cdot \frac{x}{6\sqrt{2}} = \frac{x^3}{(6\sqrt{2})^3} \Rightarrow V_1 = \frac{x^3}{(6\sqrt{2})^3} V$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow V_1 = \frac{x^3}{(6\sqrt{2})^3} 8V_1 \Rightarrow x^3 = (3\sqrt{2})^3 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$

Cách 2.

4 góc cắt đi là các tứ diện bằng nhau nên 4 tứ diện này có cùng thể tích.

Gọi thể tích của một khối tứ diện cắt đi là V_1 , thể tích khối tứ diện ABCD là V và thể tích khối đa diện sau khi cắt bỏ góc là V_2 .

$$\text{Ta có: } V_2 = V - 4V_1 \text{ mà } V_2 = \frac{1}{2}V \Rightarrow V = 8V_1$$

Xét khối tứ diện đều ở đỉnh A là $AB'C'D'$ có các cạnh là x .

Gọi M' là trung điểm của $C'D'$; G' là tâm của tam giác $B'C'D'$

$$\Rightarrow AG' \perp (B'C'D') \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}AG' \cdot S_1$$

Với S_1 diện tích tam giác $B'C'D'$

$$\text{Do tam giác } B'C'D' \text{ đều cạnh } x \Rightarrow B'G' = \frac{2}{3}B'M' = \frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = \frac{x\sqrt{3}}{3}$$

$$AG' \perp (B'C'D') \Rightarrow AG' \perp B'G'$$

$$\Rightarrow \text{tam giác } AB'G' \text{ vuông tại } G' \Rightarrow AG' = \sqrt{(AB')^2 - (B'G')^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{x\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Diện tích tam giác } B'C'D' \text{ là } S_1 = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{x^3\sqrt{2}}{12}$$

$$\text{Gọi } G \text{ là tâm tam giác } BCD \Rightarrow AG \perp (BCD) \Rightarrow V_1 = \frac{1}{3}AG \cdot S \text{ và } AG \perp BG$$

Với S là diện tích tam giác BCD .

Ta có:

$$BG = \frac{2}{3}BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{6\sqrt{2}\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6} \Rightarrow AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{6})^2} = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{(6\sqrt{2})^2\sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3} \Rightarrow V = \frac{1}{3}4\sqrt{3} \cdot 18\sqrt{3} = 72$$

$$\Rightarrow 72 = 8 \frac{x^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow x^3 = 54\sqrt{2} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$$

Câu 31: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

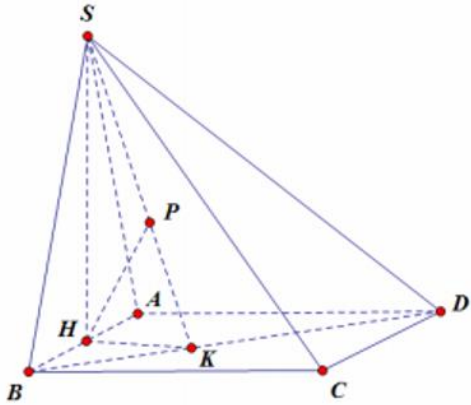
C. $\frac{a\sqrt{21}}{28}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Tác giả: Phạm Thị Huyền; Fb: HuyenPham

Chọn C



Ta có $d(A; (SBD)) = 2d(H; (SBD))$.

Từ H kẻ đường thẳng vuông góc với BD tại K , từ H kẻ $HP \perp SK$.

$$\left. \begin{array}{l} BD \perp HK \\ BD \perp SH \\ SH \cap HK = H; SH, HK \subset (SHK) \end{array} \right\} \Rightarrow BD \perp (SHK) \Rightarrow BD \perp HP$$

Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} HP \perp BD \\ HP \perp SK \\ BD \cap SK = K; BD, SK \subset (SBD) \end{array} \right\} \Rightarrow HP \perp (SBD) \text{ tại } K \Rightarrow d(H; (SBD)) = HP$$

Tam giác SAB đều có SH là đường cao nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HK = \frac{AC}{4} = \frac{a\sqrt{2}}{4}$

$$\frac{1}{HP^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{16}{2a^2} = \frac{28}{3a^2} \Rightarrow HP = \frac{a\sqrt{21}}{14}$$

$$d(A; (SBD)) = 2d(H; (SBD)) = \frac{a\sqrt{21}}{28}.$$

Câu 32: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m < 100$ để hàm số $g(x) = f(x^2 - 8x + m)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

A. 83.

B. 18.

C. 82.

D. 84.

Lời giải

Tác giả: Nguyenphamminhtri ; **Fb:** Tri Nguyen

Chọn C

Do hàm f có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên hàm g có đạo hàm và theo đề bài ta có đẳng thức sau:

$$g'(x) = (2x-8)f'(x^2-8x+m)$$

$$\text{Hay } g'(x) = 2(x-4)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m)(x^2-8x+m-2)$$

Khi đó để hàm g đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$ thì ta phải có

$$(x^2 - 8x + m)(x^2 - 8x + m - 2) \geq 0 \quad \forall x > 4$$

Bất đẳng thức trên viết lại thành: $(x^2 - 8x + m - 1)^2 - 1 \geq 0 (*)$

Ta xét các trường hợp sau:

- Với $m \geq 18$ thì $x^2 - 8x + m - 1 \geq 1$ với mọi x nên bất đẳng thức $(*)$ hiển nhiên đúng. Vậy hàm g đồng biến trên $(4; +\infty)$ với mọi $m \geq 18$.

- Với $m = 17$ $g'(x) = 0$ với mọi $x \in (4; +\infty)$ nên hàm g không phải hàm đồng biến trên $(4; +\infty)$

- Với $m \leq 16$. Khi đó ta để ý rằng phương trình $x^2 - 8x + m = 0$ sẽ có một nghiệm là $x_1 = 4 + \sqrt{16 - m}$, phương trình $x^2 - 8x + m - 2 = 0$ sẽ có 1 nghiệm là $x_2 = 4 + \sqrt{18 - m}$.

Để thấy rằng $4 < x_1 < x_2$ với mọi số nguyên $m \in m \leq 16$, do đó ta có thể chọn được một số thực x' thỏa mãn $4 < x_1 < x' < x_2$. Theo định lý về dấu của tam thức bậc 2, ta có $(x')^2 - 8x' + m > 0$ và

$(x')^2 - 8x' + m - 2 < 0$. Do đó $((x')^2 - 8x' + m)((x')^2 - 8x' + m - 2) < 0$. Do đó hàm g không đồng biến trên $(4; +\infty)$.

Vậy để hàm g đồng biến trên $(4; +\infty)$ thì $m \geq 18$. Mà theo đề bài m là số nguyên và $m < 100$.

Do đó có $99 - 18 + 1 = 82$ giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán

Cách 2

Chọn C

$$\text{Ta có } f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 2x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Xét $g'(x) = (2x - 8) \cdot f'(x^2 - 8x + m)$. Để hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$ khi và chỉ khi $g'(x) \geq 0, \forall x > 4$.

$$\Leftrightarrow (2x - 8) \cdot f'(x^2 - 8x + m) \geq 0, \forall x > 4.$$

$$\Leftrightarrow f'(x^2 - 8x + m) \geq 0, \forall x > 4.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8x + m \leq 0, \forall x \in (4; +\infty) \\ x^2 - 8x + m \geq 2, \forall x \in (4; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 18.$$

Vậy $18 \leq m < 100$. Do đó có $(99 - 18) + 1 = 82$ số nguyên m thỏa đề bài.

Câu 33: Cho số thực m nhỏ nhất để cho phương trình $9^{1+\sqrt{1-x^2}} + (1-m)3^{1+\sqrt{1-x^2}} - 2m = 0$ có nghiệm được viết dưới dạng $m = \frac{a}{b}$, ở đó a, b là hai số nguyên tố cùng nhau. Tính $P = a + b$.

A. $P = 11$.

B. $P = 83$.

C. $P = 17$.

D. $P = 75$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 3^{1+\sqrt{1-x^2}}$, vì $x \in [-1; 1] \Rightarrow t \in [3; 9]$.

Ta có phương trình $t^2 + (1-m)t - 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t}{t + 2}$ (*)

Xét $f(t) = \frac{t^2 + t}{t + 2} \quad t \in [3; 9]$

Có $f'(t) = 1 - \frac{2}{(t+2)^2} > 0 \quad \forall t \in [3; 9] \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên đoạn $[3; 9]$

(*) có nghiệm với m nhỏ nhất $m = f(3) = \frac{12}{5}$.

Vậy $P = a + b = 12 + 5 = 17$.

Câu 34: Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^{20} x + \cos^{20} x + 1$. Khi đó tích $M.m$ bằng:

A. 2.

B. $\frac{169}{84}$.

C. $\frac{513}{256}$.

D. $\frac{513}{512}$.

Lời giải

Tác giả: Lê Tiếp; Fb: Lê Tiếp

Chọn C

Cách 1: Tập xác định của hàm số: $D = \mathbf{R}$.

Ta có: $y = f(x) = \sin^{20} x + \cos^{20} x + 1 = (\sin^2 x)^{10} + (\cos^2 x)^{10} + 1 = (\sin^2 x)^{10} + (1 - \sin^2 x)^{10} + 1$.

Đặt $t = \sin^2 x$, ta có $f(t) = t^{10} + (1-t)^{10} + 1, t \in [0; 1]$.

$$f'(t) = 10t^9 - 10(1-t)^9$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 10t^9 - 10(1-t)^9 = 0 \Leftrightarrow t = 1-t \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$$

Ta có bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{2}$	1
$f'(t)$	-	0	+
$f(t)$	2	$\frac{513}{512}$	2

Từ bảng biến thiên ta có:

$$M = 2, m = \frac{513}{512} \Rightarrow M.m = \frac{513}{256}$$

Cách 2:

Đặt $y = f(x) = \sin^{20} x + \cos^{20} x + 1$. Ta có: $f'(x) = 20\sin^{19} x \cos x - 20\sin x \cos^{19} x$.

$$f'(x) = 20\sin x \cos x (\sin^{18} x - \cos^{18} x) = 10\sin 2x (\sin^{18} x - \cos^{18} x).$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin^{18} x - \cos^{18} x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin 2x = 0 \\ \sin x = \cos x \\ \sin x = -\cos x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

+) Với $k = 2n, n \in \mathbb{Z}$ ta có:

$$f\left(k\frac{\pi}{2}\right) = f(n\pi) = \sin^{20}(n\pi) + \cos^{20}(n\pi) + 1 = 0 + (\pm 1)^{20} + 1 = 2.$$

$$f\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = f\left(\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right) = \sin^{20}\left(\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right) + \cos^{20}\left(\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right) + 1 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = \frac{513}{512}.$$

$$\begin{aligned} f\left(-\frac{\pi}{4} + k\pi\right) &= f\left(-\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right) = \sin^{20}\left(-\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right) + \cos^{20}\left(-\frac{\pi}{4} + 2n\pi\right) + 1 \\ &= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = \frac{513}{512}. \end{aligned}$$

+) Với $k = 2n+1, n \in \mathbb{Z}$ ta có:

$$f\left(k\frac{\pi}{2}\right) = f\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) = \sin^{20}\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) + \cos^{20}\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) + 1 = (\pm 1)^{20} + 0 + 1 = 2.$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) &= f\left(\frac{\pi}{4} + \pi + 2n\pi\right) = \sin^{20}\left(\frac{\pi}{4} + \pi + 2n\pi\right) + \cos^{20}\left(\frac{\pi}{4} + \pi + 2n\pi\right) + 1 \\ &= \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = \frac{513}{512}. \end{aligned}$$

$$f\left(-\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = f\left(-\frac{\pi}{4} + \pi + 2n\pi\right) = \sin^{20}\left(-\frac{\pi}{4} + \pi + 2n\pi\right) + \cos^{20}\left(-\frac{\pi}{4} + \pi + 2n\pi\right) + 1$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{20} + 1 = \frac{513}{512}.$$

Vậy: $M = 2, m = \frac{513}{512} \Rightarrow M.m = \frac{513}{256}.$

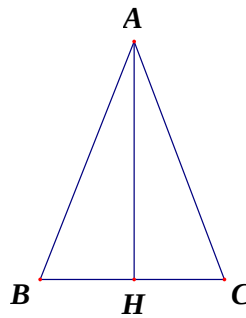
Câu 35: Cho tam giác ABC cân tại A , có cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q . Tính giá trị của công bội q .

A. $q = \frac{1}{2}\sqrt{2(\sqrt{2}+1)}.$ **B.** $q = \sqrt{2}+1.$ **C.** $q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}.$ **D.** $q = \sqrt{2(\sqrt{2}+1)}.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Phương; Fb: Phương Nguyễn

Chọn C



Đặt $BC = x (x > 0).$

Vì cạnh đáy BC , đường cao AH , cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân công bội q nên $\begin{cases} AH = x.q \\ AB = x.q^2 \end{cases} (q > 0).$

Theo Định lý Pytago có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Leftrightarrow x^2.q^4 = x^2.q^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{\sqrt{2}+1}{4} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{2}}{4} (L) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1} \\ q = -\frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1} (L) \end{cases} (q > 0)$$

Vậy $q = \frac{1}{2}\sqrt{\sqrt{2}+1}.$

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2019, 2019]$ của tham số m để trên đồ thị (C_m) của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-3)x + 10$ có hai điểm nằm về hai phía của trục tung mà tiếp tuyến của (C_m) tại hai điểm đó cùng vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y + 2020 = 0$

A. 2022.**B. 2020.****C. 2019.****D. 2021****Lời giải****Tác giả; Fb: Vương Phạm****Chọn A**

$$y' = x^2 + 2mx + (2m-3)$$

$$\text{Đường thẳng } (d): x + 2y + 2020 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - 1010$$

$$\Rightarrow \text{Hệ số góc } (d): k = -\frac{1}{2}$$

Tiếp tuyến vuông góc với (d) nên hệ số góc của tiếp tuyến là 2

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2 + 2mx + (2m-3) = 2$ có hai nghiệm trái dấu

$$\Leftrightarrow a.c < 0 \Leftrightarrow 2m-5 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2} \text{ mà } m \text{ nguyên thuộc đoạn } [-2019, 2019]$$

Nên $m \in \{-2019, -2018, \dots, 2\}$ do đó có 2022 giá trị nguyên thỏa mãn.

Câu 37: Cho hình đa giác đều (H) có 24 đỉnh, chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của (H) . Tính xác suất để 4 đỉnh được chọn ra tạo thành một hình chữ nhật không phải hình vuông.

A. $\frac{11}{46}$.

B. $\frac{10}{1771}$.

C. $\frac{1}{161}$.

D. $\frac{15}{322}$.

Lời giải**Tác giả: Bùi Chí Tính; Fb: Chí Tính****Chọn B**

Hình đa giác đều (H) có 24 đỉnh nên có 12 đường chéo đi qua tâm đường tròn nội tiếp ngoại tiếp (H) .

Cứ 2 đường chéo đi qua tâm đường tròn ngoại tiếp (H) cho ta một hình chữ nhật.

Số hình chữ nhật là $C_{12}^2 = 66$ (hình chữ nhật)

Trong 66 hình chữ nhật này có ta chọn hình chữ nhật có 2 đường chéo vuông góc.

$$\text{Góc ở tâm là } \frac{360^\circ}{24} = 15^\circ. \text{ Cần } 90^\circ \text{ tức là cần } \frac{90^\circ}{15^\circ} = 6.$$

Vậy có 6 hình vuông trong 66 hình chữ nhật đó.

Số phần tử không gian mẫu: C_{24}^4

Gọi A: “4 đỉnh được chọn ra tạo thành một hình chữ nhật không phải hình vuông”

$$\Rightarrow n(A) = 66 - 6 = 60$$

$$\text{Xác suất của biến cố } A: P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{C_{24}^4} = \frac{10}{1771}.$$

Câu 38: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của cạnh $AB, BB', B'A', A'A$. Thể tích khối chóp có đáy là tứ giác $MNPQ$ và đỉnh là một điểm bất kì trên cạnh CC' .

A. $\frac{V}{3}$.

B. $\frac{V}{4}$.

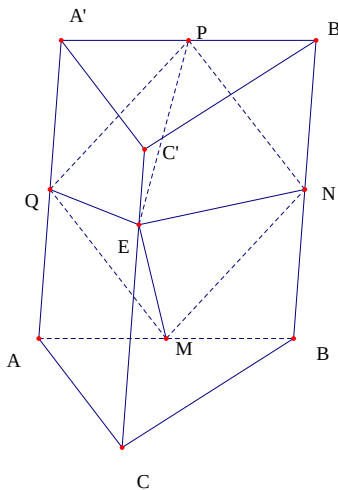
C. $\frac{V}{8}$.

D. $\frac{V}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Hường; **Fb:** Nguyen Huong

Chọn A



$$S_{MNPQ} = \frac{1}{2} S_{ABB'A'}$$

Gọi E là một điểm trên cạnh CC' .

$$\text{Khi đó } d(E; (ABB'A')) = d(C; (ABB'A')).$$

$$\begin{aligned} V_{EMNPQ} &= \frac{1}{3} d(E; (ABB'A')) \cdot S_{MNPQ} \\ &= \frac{1}{3} d(C; (ABB'A')) \cdot \frac{1}{2} S_{ABB'A'} \\ &= \frac{1}{2} \cdot V_{CABB'A'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V = \frac{V}{3}. \end{aligned}$$

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 và lấy ngẫu nhiên một số từ tập hợp S . Tìm xác suất để số được lấy chia hết cho 11 và có tổng các chữ số của nó cũng chia hết cho 11.

A. $\frac{8}{21}$.

B. $\frac{1}{126}$.

C. $\frac{1}{252}$.

D. $\frac{1}{63}$.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Phương; Fb: Nguyễn Phương

Chọn D

Ta có không gian mẫu $n(\Omega) = A_9^4$.

Giả sử số cần lập là $\overline{abcd}$.

Theo giả thiết ta có

Vì $\overline{abcd}$ chia hết cho 11 nên ta có $b + d - (a + c) \vdots 11$ (1)

$\overline{abcd}$ có tổng các chữ số chia hết cho 11 $\Rightarrow a + b + c + d \vdots 11$ (2)

Từ (1) và (2) ta được $a + c = b + d$ và cùng chia hết cho 11.

Vì $a, b, c, d \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\} \Rightarrow 4 < a + b + c + d < 36$

$\Rightarrow a + b + c + d \in \{11; 22; 33\}$

Do $a + c = b + d \Rightarrow a + c = b + d = 11 \Rightarrow (a, c)$ và (b, d) là một trong các cặp số $(2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6)$.

Có C_4^2 cách chọn 2 trong 4 cặp số trên, ứng với mỗi cách đó ta có: a có 4 cách chọn, b có 2 cách chọn, c và d mỗi chữ số có 1 cách chọn.

Suy ra $n(A) = C_4^2 \cdot 4 \cdot 2$.

Từ đây suy ra $P(A) = \frac{C_4^2 \cdot 4 \cdot 2}{A_9^4} = \frac{1}{63}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x-4}{x+1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y + 2x = m$ với m là tham số. Biết rằng với mọi giá trị của m thì d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B . Tìm độ dài AB ngắn nhất.

A. $3\sqrt{2}$.

B. $4\sqrt{2}$.

C. $6\sqrt{2}$.

D. $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Tác giả:; Fb:Cuongkhtn

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-4}{x+1} = -2x + m \quad (x^2 - 1)$

Â $2x^2 + (3-m)x - m - 4 = 0$.

Ta có $D > 0$, "m" ; nên d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*).

Theo định lí Viet, ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{m-3}{2} \\ x_1 x_2 = \frac{-m-4}{2} \end{cases}.$$

Giả sử $A(x_1; -2x_1 + m)$ và $B(x_2; -2x_2 + m)$ là tọa độ giao điểm của d và (C) .

Ta có

$$AB^2 = 5(x_2 - x_1)^2 = 5(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = \frac{5}{4}(m+1)^2 + 40 = 50.$$

$$\hat{U} AB^3 = 5\sqrt{2}$$

Dấu "=" xảy ra $\hat{U} m = -1$.

Câu 41: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $5a^2 + 2b^2 + 5 = 2a + 4b + 4ab$. Xét các hệ thức sau:

Hệ thức 1: $\ln(a+1) + \ln(b+1) = \ln(a^2 + b^2 + 1)$.

Hệ thức 2: $\ln(a^2 + 1) + \ln(b+1) = \ln(b^2 + 1) + \ln(a+1)$.

Hệ thức 3: $\ln(a+b+3ab-1) = 2\ln(a+b)$.

Hệ thức 4: $\ln(a+b+2ab+2) = 2\ln(a+b)$.

Trong các hệ thức trên, có bao nhiêu hệ thức đúng?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Tác giả: Trần Quang Kiên; Fb: Kien Tranquang.

Chọn B

Ta có:

$$5a^2 + 2b^2 + 5 = 2a + 4b + 4ab$$

$$\Leftrightarrow (4a^2 - 4ab + b^2) + (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-2)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}.$$

Thay $a=1, b=2$ lần lượt vào các hệ thức ta được:

Hệ thức 1: $\ln 2 + \ln 3 = \ln 6$. Đúng.

Hệ thức 2: $\ln 2 + \ln 3 = \ln 5 + \ln 2$. Sai.

Hệ thức 3: $\ln 8 = 2\ln 3$. Sai.

Hệ thức 4: $\ln 9 = 2\ln 3$. Đúng.

Vậy có 2 hệ thức đúng.

Câu 42: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với a, b, c là các hệ số. Tìm điều kiện để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} a = b = c = 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} a = b = 0; c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Văn Hùng; Fb: Nguyễn Văn Hùng

Chọn C

Quan sát các đáp án, ta sẽ xét hai trường hợp là: $a = b = 0$ và $a \neq 0$.

● Nếu $a = b = 0$ thì $y = cx + d$ là hàm bậc nhất $\rightarrow$ để y đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $c > 0$.

● Nếu $a \neq 0$, ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. Chọn đáp án C.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. Gọi α là góc giữa $mp(SCD)$ và $mp(ABCD)$.

Khi đó $\tan \alpha$ bằng?

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

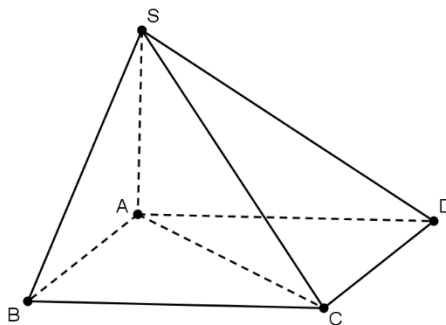
C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Lời giải

Tác giả: Vũ Hương; Fb: Vũ Hương

Chọn C



Ta có: $\begin{cases} (ABCD) \cap (SCD) = CD \\ AD \perp CD \\ SD \perp CD \end{cases}$

Suy ra: $((SCD), (ABCD)) = (SD, AD) = SDA = \alpha$

$$\text{Mà } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6} \Rightarrow SA = a\sqrt{3}$$

$$\text{Vậy } \tan \alpha = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3}.$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$- \quad 0 \quad +$	
y	$+\infty$	$+\infty$	3	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $4|f(3x-1)|-13=0$ là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Tác giả: Phạm Quang Linh, Fb: Linh Phạm Quang

Chọn D

$$4|f(3x-1)|-13=0 \quad (1)$$

$$\text{Đặt } 3x-1=t \text{ ta có: } |f(t)| = \frac{13}{4}.$$

Số nghiệm phân biệt của (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $|f(t)|$ với đường thẳng

$$d: y = \frac{13}{4}.$$

$$\text{Từ bảng biến thiên } \Rightarrow \begin{cases} f(t) = \frac{13}{4} \rightarrow 3n_o \\ f(t) = -\frac{13}{4} \rightarrow 1n_o \end{cases} \Rightarrow |f(t)| = \frac{13}{4} \text{ có 4 nghiệm.}$$

Vậy số nghiệm của phương trình $4|f(3x-1)|-13=0$ là 4.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có đồ thị (C) . Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau. Độ dài nhỏ nhất của đoạn AB bằng

A. $h = \frac{3\sqrt{2}}{4}.$

B. $h = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$

C. $h = \sqrt{3}.$

D. $h = \sqrt{2}.$

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Liên; Fb: Nguyễn Thị Liên

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$

Ta có $y' = -\frac{1}{(2x+1)^2}$

Tiếp tuyến của (C) tại A và B song song với nhau nên $k_A = k_B \Leftrightarrow y'(x_1) = y'(x_2)$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{(2x_1+1)^2} = -\frac{1}{(2x_2+1)^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x_1+1 = 2x_2+1 \\ 2x_1+1 = -(2x_2+1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \Rightarrow A \equiv B \text{ (loại)} \\ 2x_2+1 = -(2x_1+1) \end{cases} \Leftrightarrow x_1 + x_2 = -1$$

Do $x_1 + x_2 = -1$ nên không mất tính tổng quát giả sử $x_2 < 0$.

Ta có: $AB^2 = (x_2 - x_1)^2 + \left(\frac{x_2+1}{2x_2+1} - \frac{x_1+1}{2x_1+1} \right)^2$

$$= (x_2 + (1+x_2))^2 + \left(\frac{x_2+1}{2x_2+1} + \frac{x_1+1}{2x_2+1} \right)^2 \quad (\text{do } x_1 + x_2 = -1)$$

$$= (2x_2+1)^2 + \frac{1}{(2x_2+1)^2} \geq 2 \quad (\text{bất đẳng thức Cauchy}).$$

$AB = \sqrt{2}$ khi $A(0;1), B(-1;0)$.

Vậy độ dài nhỏ nhất của đoạn AB bằng $\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{\pi^{1-2x}}}$. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$Q = f\left(\sin^2 \frac{\pi}{2020}\right) + f\left(\sin^2 \frac{2\pi}{2020}\right) + \dots + f\left(\sin^2 \frac{1009\pi}{2020}\right)$$

A. 1009.

B. 504.

C. $\frac{1009}{2}$.

D. 505.

Lời giải

Tác giả: Phạm Hồng Quang; Fb: Quang Phạm

Chọn C

$$\text{Biến đổi: } f(x) = \frac{1}{1+\sqrt{\pi^{1-2x}}} = \frac{1}{1+\frac{\sqrt{\pi}}{\pi^x}} = \frac{\pi^x}{\pi^x + \sqrt{\pi}}.$$

Ta thấy

$$f(x) + f(1-x) = \frac{\pi^x}{\pi^x + \sqrt{\pi}} + \frac{\pi^{1-x}}{\pi^{1-x} + \sqrt{\pi}} = \frac{\pi^x}{\pi^x + \sqrt{\pi}} + \frac{\frac{\pi}{\pi^x}}{\frac{\pi}{\pi^x} + \sqrt{\pi}} = \frac{\pi^x}{\pi^x + \sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{\pi} + \pi^x} = 1, \forall x \in \mathbf{R}$$

Vậy

$$Q = \left[f\left(\sin^2 \frac{\pi}{2020}\right) + f\left(\sin^2 \frac{1009\pi}{2020}\right) \right] + \dots + \left[f\left(\sin^2 \frac{504\pi}{2020}\right) + f\left(\sin^2 \frac{506\pi}{2020}\right) \right] + f\left(\sin^2 \frac{505\pi}{2020}\right) \\ = 504 + f\left(\sin^2 \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1009}{2}.$$

Câu 47: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{e^x} - 1}{\sqrt{x+1} - 1} = \frac{a}{b}$, với a, b nguyên tố cùng nhau. Tính giá trị của $2a + b$

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6

Lời giải

Tác giả: Trần Văn Huân; Fb: Huân Trần

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{e^x} - 1}{\sqrt{x+1} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\left(e^{\frac{x}{3}} - 1\right)(\sqrt{x+1} + 1)}{x} \\ = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\left(e^{\frac{x}{3}} - 1\right)}{\frac{x}{3}} \cdot \frac{(\sqrt{x+1} + 1)}{3} \right] = 1 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} = \frac{a}{b}$$

Nên $2a + b = 7$.

Câu 48: Cho một hình nón có chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy $r = 2a$. Mặt phẳng (P) đi qua S cắt đường tròn đáy tại A và B sao cho $AB = 2a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d từ tâm của đường tròn đáy đến (P) .

A. $d = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

B. $d = \frac{6a}{\sqrt{5}}$.

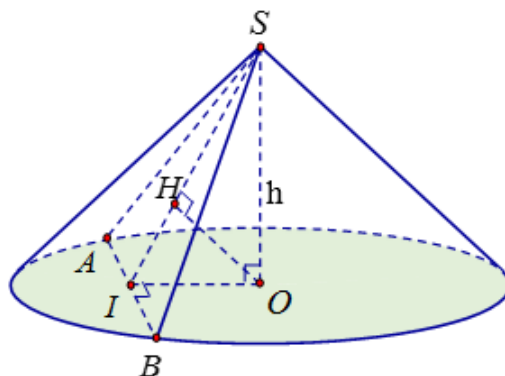
C. $d = \frac{a\sqrt{5}}{30}$.

D. $d = \frac{a\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải

Tác giả: Trịnh Thúy; Fb: Catus Smile

Chọn A



Gọi I là trung điểm AB . Kẻ $OH \perp SI$ vuông góc với SI tại H .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AB \perp OI \\ AB \perp SO \\ OI \cap SO = O \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH.$$

$$\begin{cases} OH \perp SI \\ OH \perp AB \\ SI \cap AB = I \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \text{ tại } H.$$

$$\text{Suy ra } d(O, (P)) = d(O, (SAB)) = OH.$$

Tam giác SOI vuông tại O và OH là đường cao, nên ta có

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OI^2}$$

$$\begin{cases} OS = h = a\sqrt{3} \\ OI = \sqrt{r^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - 2a^2} = a\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{5}{6a^2}.$$

$$\Rightarrow OH = \frac{a\sqrt{30}}{5}.$$

Câu 49: Cho hai cấp số cộng $(u_n): 4, 7, 10, 13, 16, \dots$ và $(v_k): 1, 6, 11, 16, 21, \dots$. Hỏi trong 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng có bao nhiêu số hạng chung?

A. 30.

B. 10.

C. 20.

D. 40.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thị Thơm; Fb:Thom Nguyen

Chọn C

$$\begin{cases} u_n = 1 + 3n \\ v_k = 1 + 5(k-1) \end{cases}. \text{ Do đó: } u_n = v_k \Leftrightarrow 1 + 3n = 1 + 5(k-1) \Leftrightarrow 3n = 5(k-1) (*).$$

$$\text{Vì } \begin{cases} n, k \in \mathbb{N}^* \\ (3, 5) = 1 \end{cases} \text{ nên từ } (*) \Rightarrow \begin{cases} n:5 \\ k-1:3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=5m \\ k-1=3l \end{cases} (m \in \mathbb{N}^*, l \in \mathbb{N}).$$

$$\text{Khi đó } (*) \text{ trở thành: } 3.5m = 5.3l \Leftrightarrow m = l.$$

$$\text{Vì ta chỉ xét 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng nên } \begin{cases} 1 \leq n \leq 100 \\ 1 \leq k \leq 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 \leq m \leq 20 \\ 0 \leq l \leq 33 \end{cases}$$

$$\text{mà } m = l \Rightarrow 1 \leq m = l \leq 20 \Rightarrow \text{Số giá trị } m = l \text{ thỏa mãn là } 20$$

$$\Rightarrow \text{Số giá trị } n, k \text{ tương ứng là } 20.$$

Vậy trong 100 số hạng đầu của mỗi cấp số cộng có 20 số hạng chung.

Câu 50: Cho khối cầu (S) có tâm I , bán kính bằng $R = 3$. Một khối trụ thay đổi nội tiếp khối cầu có chiều cao h và bán kính đáy r . Tính chiều cao h để thể tích khối trụ lớn nhất.

A. $h = 3\sqrt{2}$.

B. $h = \sqrt{3}$.

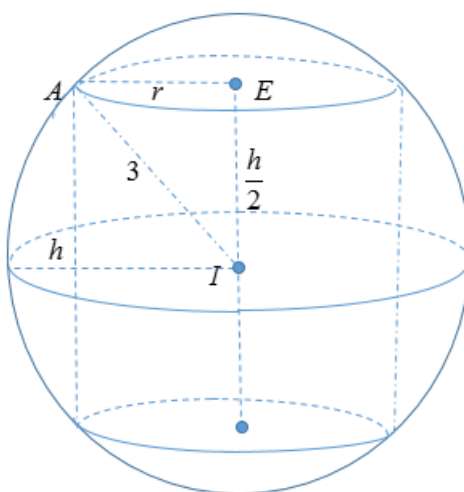
C. $h = 2\sqrt{3}$.

D. $h = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Tác giả: Mai Thanh Lâm; Fb: Mai Thanh Lâm

Chọn C



Ta có tam giác IEA vuông tại E, nên $\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = 3^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{36-h^2}{4}$, ($0 < h < 6$)

mà $V_{tru} = h.\pi r^2 = h.\pi \frac{36-h^2}{4} = \frac{\pi}{4}(36h-h^3)$

Đặt $f(h) = 36h - h^3$, khi đó $f'(h) = 36 - 3h^2$

$f'(h) = 0 \Leftrightarrow 36 - 3h^2 = 0 \Leftrightarrow h = \pm 2\sqrt{3}$

Bảng biến thiên

h		0	$2\sqrt{3}$	6	
$f'(h)$		+	0	-	
$f(h)$			$\nearrow$	$\searrow$	

Từ bảng biến thiên ta thấy V_{tru} lớn nhất khi $h = 2\sqrt{3}$.