

Câu 1 (1,5 điểm). Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right);$

b) $y = \frac{2\sin x}{\sqrt{3}\tan x + 3}.$

Câu 2 (2,0 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số

a) $y = 2\cos x + 1;$

b) $y = \cos 2x - 2\sin 2x + 1.$

Câu 3 (2,5 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $2\cos(5x + 45^\circ) = \sqrt{3};$

b) $5\sin^2 x - 4\sin x - 1 = 0;$

c) $\frac{\tan x \cdot \cos 3x + 2\cos 2x - 1}{1 - 2\sin x} = \sqrt{3}(\sin 2x + \cos x).$

Câu 4 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm A(1; 3), B(2; - 1), đường thẳng d có phương trình: $2x - 3y + 5 = 0$ và $\vec{v} = (1; -3).$

a) Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}.$

b) Viết phương trình Δ là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}.$

c) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm A và đi qua B. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép quay tâm O(0; 0) góc quay $90^\circ.$

Câu 5 (0,75 điểm). Xác định m để phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x + m\sin^2 x$ có nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{12}\right).$

Câu 6 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{2x + y + 5} - \sqrt{3 - x - y} = x^3 - 3x^2 - 10y + 6 \\ x^3 - 6x^2 + 13x = y^3 + y + 10 \end{cases}$$

Câu 7 (0,75 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với A(3; 2), B(1; 4), C(1; 1). Gọi M, N, P lần lượt là chân các đường cao kẻ từ A, B, C của tam giác ABC. Giả sử M', N', P' lần lượt là ảnh của M, N, P qua phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AB}.$ Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác M'N'P'.

..... HẾT

Câu 1 (1,5 điểm). Tìm tập xác định của các hàm số

a) $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$;

b) $y = \frac{2\cos x}{\sqrt{3}\cot x - 1}$.

Câu 2 (2,0 điểm). Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số

a) $y = 2\sin x - 1$;

b) $y = 2\cos 2x + \sin 2x + 1$.

Câu 3 (2,5 điểm). Giải các phương trình sau:

a) $2\sin(3x + 60^\circ) = \sqrt{3}$;

b) $3\cos^2 x - 4\cos x + 1 = 0$;

c) $3\cot^2 x + \frac{3(\cot x + 1)}{\sin x} - 4\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{7\pi}{4}\right) = 1$.

Câu 4 (2,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(3; 1)$, $B(-2; -1)$, đường thẳng d có phương trình: $3x - 2y + 5 = 0$ và $\vec{v} = (2; -1)$.

a) Tìm tọa độ điểm A' là ảnh của A qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

b) Viết phương trình Δ là ảnh của d qua phép tịnh tiến theo $\vec{v}$.

c) Viết phương trình đường tròn (C) có tâm A và đi qua B . Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép quay tâm $O(0; 0)$ góc quay 90° .

Câu 5 (0,75 điểm). Xác định m để phương trình $\cos 4x = \cos^2 3x + m\sin^2 x$ có nghiệm thuộc $\left(0; \frac{\pi}{12}\right)$.

Câu 6 (0,5 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} \sqrt{2x + y + 5} - \sqrt{3 - x - y} = x^3 - 3x^2 - 10y + 6 \\ x^3 - 6x^2 + 13x = y^3 + y + 10 \end{cases}$$

Câu 7 (0,75 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(3; 2)$, $B(1; 4)$, $C(1; 1)$. Gọi M , N , P lần lượt là chân các đường cao kẻ từ A , B , C của tam giác ABC . Giả sử M' , N' , P' lần lượt là ảnh của M , N , P qua phép tịnh tiến theo $\overrightarrow{AB}$. Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác $M'N'P'$.

..... **HẾT**

ĐÁP ÁN

ĐỀ 1

Câu	Nội dung	Điểm
1	1a) Đk: $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi$ $\rightarrow D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z\right\}$	0,25 0,5 0,25
	b) Đk: $\begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \tan x \neq -\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{cases}$ $\rightarrow D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi, k \in Z\right\}$	0,25 0,25
2	a) Vì $-1 \leq \cos x \leq 1 \rightarrow -1 \leq y \leq 3$ $\rightarrow \max y = 3$ tại $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$ $\min y = -1$ tại $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi$	0,5 0,25 0,25
	b) $y = \sqrt{5}(\sin(\alpha - 2x)) + 1$ với $\frac{1}{\sqrt{5}} = \sin \alpha; \frac{2}{\sqrt{5}} = \cos \alpha$ $\rightarrow \max y = \sqrt{5} + 1$ tại $\sin(\alpha - 2x) = 1 \Leftrightarrow x =$ $\min y = -\sqrt{5} + 1$ tại $\sin(\alpha - 2x) = -1 \Leftrightarrow x =$	0,5 0,25 0,25
3	a) $\begin{cases} 5x + 45^\circ = 30^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 5x + 45^\circ = -30^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3^\circ + k \cdot 72^\circ \\ x = -15^\circ + k \cdot 72^\circ \end{cases}$	0,5 0,5
	$x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ b) $\begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \arcsin\left(\frac{-1}{5}\right) + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin\left(\frac{-1}{5}\right) + k2\pi \end{cases}$	0,5 + 0,5

	Thế vào (1): $(x - 2) \left(\frac{3}{\sqrt{3x+3}+3} + \frac{2}{1+\sqrt{5-2x}} - (x^2 - x - 12) = 0 \right)$ Do $g(x) = x^2 - x - 12 < 0 \forall x \in \left[-1; \frac{5}{2}\right]$ nên (1) $\Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 0$ (tmdk)	
7	Chứng minh được trục tâm của tam giác ABC là tâm đ tròn nội tiếp tam giác MNP + Tìm được trục tâm tg ABC là H(2; 2) + $\overrightarrow{AB} = (-2; 2) \rightarrow \text{Tâm } I(0; 4)$	0,25 0,25 0,25

ĐÁP ÁN

ĐỀ 2

Câu	Nội dung	Điểm
1	1a) Đk: $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \neq 0$ $\Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\pi$ $\rightarrow D = R \setminus \left\{\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in Z\right\}$	0,25 0,5 0,25
	b) Đk: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cot x \neq \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$ $\rightarrow D = R \setminus \left\{k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in Z\right\}$	0,25 0,25
2	a) $\forall -1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow -3 \leq y \leq 1$ $\rightarrow \max y = 1 \text{ tại } \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$ $\min y = -3 \text{ tại } \sin x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{2} + k2\pi$	0,5 0,25 0,25

	$b) y = \sqrt{5}(\sin(\alpha + 2x)) + 1 \text{ với } \frac{2}{\sqrt{5}} = \sin\alpha; \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos\alpha)$ $\rightarrow \max y = \sqrt{5} + 1 \text{ tại } \sin(\alpha + 2x) = 1 \leftrightarrow x =$ $\min y = -\sqrt{5} + 1 \text{ tại } \sin(\alpha + 2x) = -1 \leftrightarrow x =$	0,5 0,25 0,25
3	$a) \begin{cases} 3x + 60^0 = 60^0 + k.360^0 \\ 3x + 60^0 = 120^0 + k.360^0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = k.120^0 \\ x = 20^0 + k.120^0 \end{cases}$	0,5 0,5
	$b) \begin{cases} \cos x = 1 \\ \cos x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \pm \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) + k2\pi \end{cases}$	0,5 + 0,5
	$c) \text{Đk: } \sin x \neq 0$ $PT \Leftrightarrow \frac{3\cos^2 x}{\sin^2 x} + 3\left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin^2 x}\right) - 4(\sin x + \cos x) = 1$ $\Leftrightarrow 3\cos^2 x + 3(\sin x + \cos x) - 4(\sin x + \cos x) \cdot \sin^2 x = \sin^2 x$ $\Leftrightarrow 3\cos^2 x - \sin^2 x + (\sin x + \cos x)(3 - 4\sin^2 x) = 0$ $\Leftrightarrow (3 - 4\sin^2 x)(1 + \sin x + \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 2\cos 2x = 0 \\ \sin x + \cos x = -1 \end{cases}$ $KL: PT \text{ có các nghiệm là } x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi; x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$	0,5
4	$a) A'(5; 0)$	0,5
	$b) C(-1; 1) \in d \rightarrow C'(1; 0)$ $\rightarrow Pt \Delta: 3x - 2y - 3 = 0$	0,25 0,25
	$c) R = AB = \sqrt{29}$ $\rightarrow PT (C): (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 29$ $Q_{(O, 90^0)} : A \rightarrow A''(-1; 3)$ $\rightarrow PT (C'): (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 29$	0,25 0,25 0,25 0,25
5	$PT \Leftrightarrow (\cos 2x - 1)(4\cos^2 2x - 3 - m) = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = 1 & (\text{không có nghiệm } \in (0; \frac{\pi}{12})) \\ \cos^2 2x = \frac{m+3}{4} \end{cases}$ $\rightarrow \frac{3}{4} < \frac{m+3}{4} < 1$ KL: $0 < m < 1$	0,25
6	Đk: $\begin{cases} 2x + y + 5 \geq 0 \\ 3 - x - y \geq 0 \end{cases}$ $(2) \Leftrightarrow (x-2)^2 + x - 2 = y^3 + y \Leftrightarrow x - 2 = y$ Thế vào (1): $(x-2) \left(\frac{3}{\sqrt{3x+3}+3} + \frac{2}{1+\sqrt{5-2x}} - (x^2 - x - 12) \right) = 0$ Do $g(x) = x^2 - x - 12 < 0 \forall x \in \left[-1; \frac{5}{2}\right]$ nên $(1) \Leftrightarrow x = 2 \Rightarrow y = 0$ (tm đk)	0,5
7	Chứng minh được trục tâm của tam giác ABC là tâm đtròn nội tiếp tam giác MNP + Tìm được trục tâm tg ABC là H(2; 2) + $\overrightarrow{AB} = (-2; 2) \rightarrow \text{Tâm } I(0; 4)$	0,25 0,25 0,25