

Họ tên học sinh:SBD:Lớp: ...

Mã đề: 162

Câu 1. Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2023$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là

- A. -10 . B. 2 . C. 10 . D. -2 .

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = 1$. B. $x = -3$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{5}}$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $\mathbb{R}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

- A. $\pi a^2 \sqrt{2}$. B. $2\pi a^2$. C. $8\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $y = \ln(3x+1)$ là

- A. $y' = \frac{3}{(3x+1)^2}$. B. $y' = \frac{3}{3x+1}$. C. $y' = \frac{\ln 3}{3x+1}$. D. $y' = \frac{1}{3x+1}$.

Câu 6. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, công bội $q = 3$. Hỏi u_{100} bằng bao nhiêu?

- A. $2 \cdot 3^{99}$. B. $3 \cdot 2^{100}$. C. $3 \cdot 2^{99}$. D. $2 \cdot 3^{100}$.

Câu 7. Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a là

- A. $9\pi a^3$. B. πa^3 . C. $6\pi a^3$. D. $3\pi a^3$.

Câu 8. Đặt $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Khi đó $\log_5 3$ bằng

- A. $a - b$. B. ab . C. $\frac{b}{a}$. D. $\frac{a}{b}$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 3 . B. 4 . C. 1 . D. 2 .

Câu 10. Xét a, b là các số thực dương thỏa mãn $4\log_2 a + 2\log_4 b = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a^4 b = 2$. B. $a^4 b = 1$. C. $a^4 b^2 = 2$. D. $a^4 b^2 = 4$.

Câu 11. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$. B. $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.
C. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$.

Câu 12. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$, $\int_1^2 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 (f(x) - 2g(x)) dx$ bằng

- A. 1 . B. 8 . C. -4 . D. -1 .

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông, cạnh huyền $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt (ABC) trùng với trung điểm BC . Biết $SB = a$. Số đo của góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 14. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

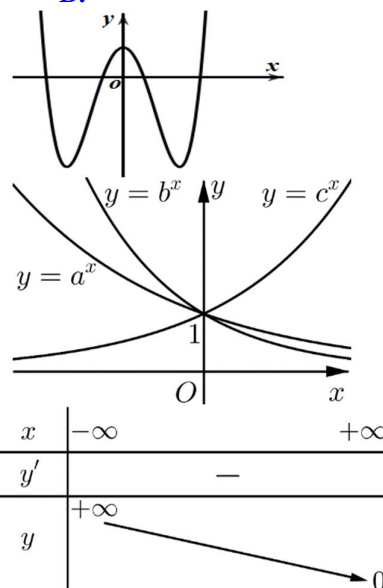
- A. $y = \frac{x+1}{x-2}$. B. $y = x^3 - 12x + 1$.
C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 15. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $c > b > a$. B. $c > a > b$.
C. $a > c > b$. D. $a > b > c$.

Câu 16. Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình bên?

- A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = 2^x$.



Câu 17. Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết thể tích khối chóp $ABA'C'$ bằng 12, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 18. B. 72. C. 24. D. 36.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	5	$+\infty$	2

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \geq \log_{\frac{3}{4}}(x+2)$ là

- A. $\left[-\frac{1}{2}; 1\right]$. B. $[1; +\infty)$. C. $(-2; 1]$. D. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 20. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9^{2x}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = \frac{1}{4}$. D. $x = \frac{1}{3}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(2) = 3$. Đặt $g(x) = f(x^2 + 1)$, giá trị $g'(1)$ bằng

- A. 3. B. 6. C. 1. D. 12.

Câu 22. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$ thì hàm số $y = f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-1; 2)$. B. $(-3; 0)$. C. $(-2; 4)$. D. $(1; 4)$.

Câu 23. Thể tích của khối cầu có bán kính $2a$ bằng

- A. $32\pi a^3$. B. $\frac{32}{3}\pi a^3$. C. $\frac{4}{3}\pi a^3$. D. $4\pi a^3$.

Câu 24. Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 6$, bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. 36π . B. 48π . C. 12π . D. 24π .

Câu 25. Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Chọn khẳng định đúng:

- A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

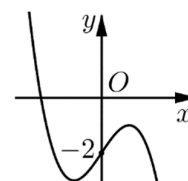
Câu 26. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 27. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình

$(f(x))^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.



Câu 28. Trên khoảng $\left(0; \frac{9\pi}{4}\right)$ phương trình $\sin x = \frac{1}{5}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 29. Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà chỉ có chữ số đầu và chữ số cuối giống nhau?

- A. 840. B. 4536. C. 756. D. 5040.

Câu 30. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. $-\frac{16}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{16}{3}$. D. $-\frac{14}{3}$.

Câu 31. Cắt hình nón bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón đó bằng

- A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$. B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Câu 32. Biết $\int_0^1 \left(\frac{1}{x^2 + 3x + 2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a + 2b = 0$. B. $a + b = -2$. C. $a + 2b = 2$. D. $a + b = 2$.

Câu 33. Năm 2022, một hãng công nghệ có 30 triệu người dùng phần mềm của họ. Hãng đặt kế hoạch, trong 3 năm tiếp theo, mỗi năm số lượng người dùng phần mềm tăng 8% so với năm trước và từ năm thứ 4 trở đi, số lượng người dùng sẽ tăng 5% so với năm trước. Theo kế hoạch đó, hỏi bắt đầu từ năm nào số lượng người dùng phần mềm của hãng sẽ vượt quá 50 triệu người?

- A. Năm 2029. B. Năm 2028. C. Năm 2031. D. Năm 2030.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ là

- A. 3. B. 0. C. 4. D. -2.

Câu 35. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^n$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0$.

- A. $-\frac{35}{2}$. B. $\frac{35}{16}$. C. $-\frac{35}{16}$. D. $\frac{35}{2}$.

Câu 36. Phương trình $\log_x 5 \cdot \log_5 x = 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$?

- A. 10. B. 8. C. 9. D. 21.

Câu 37. Diện tích của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 38. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\tan \varphi = \sqrt{6}$. B. $\tan \varphi = \sqrt{2}$. C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 3$. Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

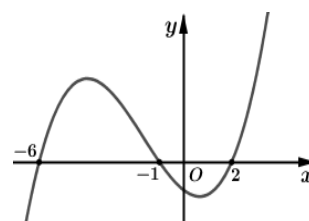
- A. $5 + \ln 21$. B. $5 + \ln 12$. C. $4 + \ln 12$. D. $4 + \ln 21$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(b-2)(b-6+\log_2 a) < 0$?

- A. 67. B. 64. C. 65. D. 66.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(3-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

- A. $(1; 2)$. B. $(-3; -2)$.
C. $(-1; 0)$. D. $(2; 3)$.



Câu 42. Cho hàm số $f(x) = ax^3 - 4(a+2)x + 1$ với a là tham số. Nếu $\max_{(-\infty; 0]} f(x) = f(-2)$ thì $\max_{[0; 3]} f(x)$ bằng

- A. 4. B. 1. C. -8. D. -9.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x+2)$ với mọi x . Số các giá trị nguyên m sao cho hàm số $y = f(2x^3 + 3x^2 - 12x - m)$ có 11 điểm cực trị là

- A. 23. B. 27. C. 24. D. 26.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$. D. $\sqrt{2}a$.

Câu 45. Cho hình trụ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ lấy hai điểm A, B , trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ lấy hai điểm C, D sao cho $ABCD$ là hình vuông và mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. B. $6\sqrt{2}\pi a^3$. C. $3\sqrt{2}\pi a^3$. D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{8}$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4	-2	0	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$		-2		2		$+\infty$
						-3	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt?

- A. 19. B. 21. C. 20. D. 18.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{7}$, $SA = 1$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) lần lượt tạo với đáy các góc bằng 45° và 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

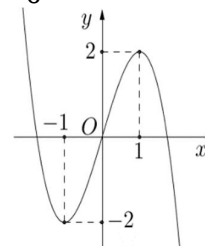
- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{7\sqrt{7}}{6}$.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[0; 2023]$ để hàm số

$$y = \left| \frac{mf(x) + 100}{f(x) + m} \right| \text{ có đúng 5 điểm cực trị?}$$

- A. 1974. B. 1923. C. 1973. D. 2013.



Câu 49. Kí hiệu S là tập tất cả số nguyên m sao cho phương trình $3^{x^2+mx+1} = (3+mx)3^{9x}$ có nghiệm thuộc khoảng $(1; 9)$. Số phần tử của S là

- A. 11. B. 3. C. 9. D. 12.

Câu 50. Xét tất cả các cặp số nguyên dương $(a; b)$, ở đó $a \geq b$ sao cho ứng với mỗi cặp số như vậy có đúng 50 số nguyên dương x thỏa mãn $|\ln a - \ln x| < \ln b$. Hỏi tổng $a + b$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. 22. B. 36. C. 11. D. 50.

-----HẾT-----

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LAM SƠN- ĐÁP ÁN ĐỀ KSCL LẦN 1 MÔN TOÁN K12 NĂM HỌC 2022-2023

Mã đề Câu	162	196	230	264	298	332
1	B	C	D	C	B	D
2	C	A	B	C	B	B
3	B	B	A	B	D	A
4	C	C	A	B	C	A
5	B	C	B	D	B	B
6	A	B	B	C	D	B
7	D	D	C	B	A	C
8	D	C	D	B	D	C
9	C	A	C	B	B	C
10	A	A	B	C	B	A
11	C	D	C	A	D	B
12	C	C	B	A	A	C
13	A	A	A	B	C	C
14	C	A	A	B	D	B
15	B	C	B	B	D	B
16	A	D	D	A	B	B
17	D	D	A	C	A	A
18	C	D	A	A	A	B
19	A	B	B	D	D	C
20	D	A	C	C	C	B
21	B	C	C	D	A	A
22	B	B	B	B	B	A
23	B	C	B	A	D	D
24	D	A	A	C	C	A
25	B	D	A	C	D	A
26	B	A	A	B	B	B
27	A	C	D	C	C	A
28	B	B	C	B	D	A
29	B	D	C	D	D	B
30	D	D	A	D	C	A
31	C	A	C	A	A	C
32	A	C	A	D	D	A
33	C	A	D	C	C	C
34	A	D	A	A	A	D
35	C	B	A	A	C	A
36	C	D	B	A	B	C
37	B	D	B	D	B	A
38	B	D	C	A	D	A
39	D	C	C	A	A	B
40	D	B	A	D	B	B
41	D	B	B	A	D	A
42	B	A	B	D	B	B
43	C	A	A	C	B	A
44	B	B	C	B	B	C
45	A	D	D	D	A	C
46	C	D	C	D	C	B
47	A	D	C	A	A	B
48	C	A	D	C	B	A
49	A	C	D	B	D	D
50	A	B	C	D	B	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
									0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5
B	C	B	C	B	A	D	D	C	A	B	C	A	C	B	A	D	C	A	D	B	B	B	D	B
2	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5
6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
B	A	B	B	D	C	A	C	A	C	C	B	B	D	A	D	B	C	A	A	C	A	A	A	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2023$ có đồ thị (C) . Hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là:

A. -10 .

B. 2 .

C. 10 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y = x^4 - 3x^2 + 2023 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x \Rightarrow$ hệ số góc của tiếp tuyến đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng -1 là: $y'(-1) = -4 + 6 = 2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	$-\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 1$.

B. $x = -3$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương khi x qua -1 nên $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = (x - 2)^{\frac{1}{5}}$ là.

A. $[2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$.

Suy ra tập xác định của hàm số là $(2; +\infty)$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

B. $2\pi a^2$.

C. $8\pi a^2$.

D. $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$. Mà $AB \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Chứng minh tương tự $DC \perp SD$. Vậy $\widehat{SBC} = 90^\circ; \widehat{SDC} = 90^\circ \Rightarrow$ mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có đường kính SC .

$$SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow R = \frac{SC}{2} = \sqrt{2}a.$$

Nên diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng $4\pi R^2 = 8\pi a^2$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y = \ln(3x+1)$ là

A. $y' = \frac{3}{(3x+1)^2}$. **B.** $y' = \frac{3}{3x+1}$. **C.** $y' = \frac{\ln 3}{3x+1}$. **D.** $y' = \frac{1}{3x+1}$.

Lời giải

Chọn B

$$y = \ln(3x+1) \Rightarrow y' = \frac{(3x+1)'}{3x+1} = \frac{3}{3x+1}.$$

Câu 6: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$, công bội $q = 3$. Hỏi u_{100} bằng bao nhiêu?

A. 2.3^{99} . **B.** 3.2^{100} . **C.** 3.2^{99} . **D.** 2.3^{100} .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } u_{100} = u_1 \cdot q^{99} = 2.3^{99}.$$

Câu 7: Thể tích của khối trụ có chiều cao bằng $3a$ và bán kính đáy bằng a là

A. $9\pi a^3$. **B.** πa^3 . **C.** $6\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Thể tích của khối trụ là } V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot 3a = 3\pi a^3.$$

Câu 8: Đặt $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Khi đó $\log_5 3$ bằng

A. $a-b$. **B.** ab . **C.** $\frac{b}{a}$. **D.** $\frac{a}{b}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_5 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 5} = \frac{a}{b}.$$

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 1)(x - 4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x) = f(-x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } g'(x) = -f'(-x) = -(x^2 - 1)(-x - 4).$$

Khi đó $g'(x) = 0 \Leftrightarrow -(x^2 - 1)(-x - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-4	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$g(-4)$	$g(-1)$	$g(1)$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = f(-x)$ có 1 điểm cực đại.

- Câu 10:** Xét a, b là các số thực dương thỏa mãn $4\log_2 a + 2\log_4 b = 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $a^4 b = 2$. **B.** $a^4 b = 1$. **C.** $a^4 b^2 = 2$. **D.** $a^4 b^2 = 4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $4\log_2 a + 2\log_4 b = 1 \Leftrightarrow 4\log_2 a + \log_2 b = 1 \Leftrightarrow \log_2 a^4 + \log_2 b = 1 \Leftrightarrow \log_2 a^4 b = 1 \Leftrightarrow a^4 b = 2$.

- Câu 11:** Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \cos 2x + C$. **B.** $\int \sin 2x dx = -\cos 2x + C$.
C. $\int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$. **D.** $\int \sin 2x dx = 2 \cos 2x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \sin 2x dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d2x = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

- Câu 12:** Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2, \int_1^2 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 (f(x) - 2g(x)) dx$ bằng
A. 1. **B.** 8. **C.** -4. **D.** -1.

Lời giải

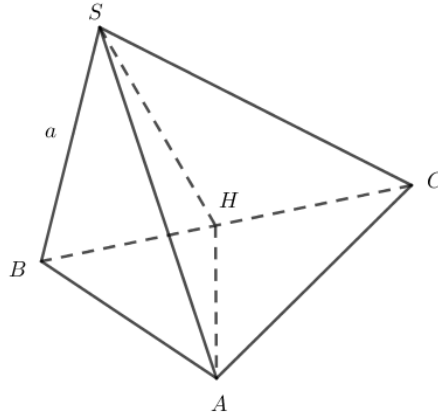
Chọn C

Ta có $\int_1^2 (f(x) - 2g(x)) dx = \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 g(x) dx = 2 - 2 \cdot 3 = -4$.

- Câu 13:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông, cạnh huyền $BC = a$. Hình chiếu vuông góc của S lên mặt (ABC) trùng với trung điểm BC . Biết $SB = a$. Số đo của góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng
A. 60° . **B.** 45° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn A

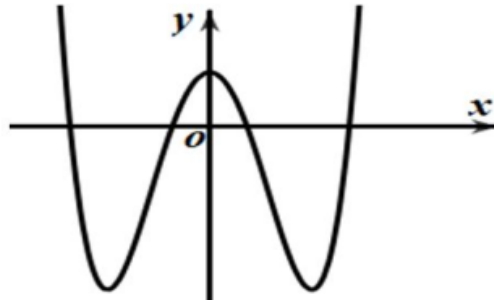


Ta có góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) bằng $\widehat{SAH}$.

$$\text{Mà } SH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}, \quad AH = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHA, \tan \widehat{SAH} = \frac{SH}{AH} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SAH} = 60^\circ.$$

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = x^3 - 12x + 1$.

C. $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

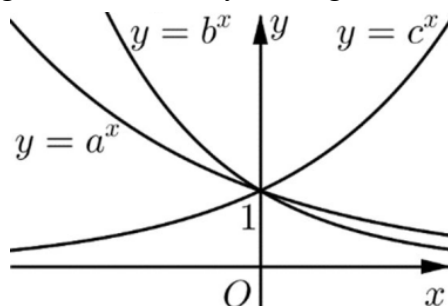
Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm bậc bốn trùng phương.

Từ đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$. Suy ra chọn C.

Câu 15: Cho hàm số a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $c > b > a$.

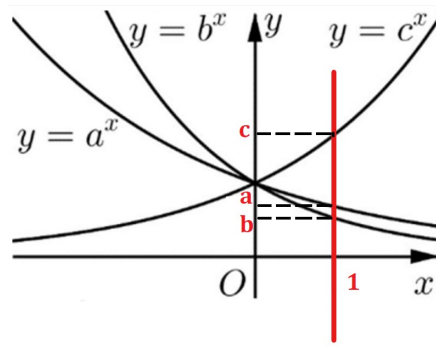
B. $c > a > b$.

C. $a > c > b$.

D. $a > b > c$.

Lời giải

Chọn B



Đường thẳng $x = 1$ lần lượt cắt các đường đồ thị hàm mũ tại các điểm có tung độ chính là cơ số. Từ hình ảnh đồ thị ta suy ra $c > a > b$.

Câu 16: Hàm số nào trong các hàm số sau có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	$+\infty$
y'		-
y	$+\infty$	0

A. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

B. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$.

C. $y = \log_2 x$.

D. $y = 2^x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 17: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết thể tích khối chóp $A.BA'C'$ bằng 12, thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18.

B. 72.

C. 24.

D. 36.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V_{A.BA'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.BA'C'} \Rightarrow V_{ABC.BA'C'} = 3.12 = 36$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'		-	-
y	5	$+\infty$	2

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5$ nên đường thẳng $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là 3.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \geq \log_{\frac{3}{4}}(x+2)$ là

- A.** $\left(-\frac{1}{2}; 1\right]$. **B.** $[1; +\infty)$. **C.** $(-2; 1]$. **D.** $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } \log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \geq \log_{\frac{3}{4}}(x+2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0 \\ 2x+1 \leq x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x \leq 1.$$

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{3}{4}}(2x+1) \geq \log_{\frac{3}{4}}(x+2)$ là $\left(-\frac{1}{2}; 1\right]$.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9^{2x}$ là

- A.** $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = \frac{1}{4}$. **D.** $x = \frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } 3^{x+1} = 9^{2x} \Leftrightarrow 3^{x+1} = 3^{4x} \Leftrightarrow x+1 = 4x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(2) = 3$. Đặt $g(x) = f(x^2 + 1)$, giá trị $g'(1)$ bằng

- A.** 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } g(x) = f(x^2 + 1) \Rightarrow g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + 1).$$

$$\text{Ta có } g'(1) = 2 \cdot 1 \cdot f'(1^2 + 1) = 2 \cdot f'(2) = 2 \cdot 3 = 6.$$

Câu 22: Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$ thì hàm số $y = f(x+2)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A.** $(-1; 2)$. **B.** $(-3; 0)$. **C.** $(-2; 4)$. **D.** $(1; 4)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ đồng biến trên khoảng } (-1; 2) \Rightarrow f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2).$$

$$\text{Xét hàm số } y = f(x+2) \Rightarrow y' = f'(x+2).$$

$$\text{Ta có } y' > 0 \Leftrightarrow f'(x+2) > 0 \Leftrightarrow x+2 \in (-1; 2) \Leftrightarrow x \in (-3; 0).$$

Vậy hàm số $y = f(x+2)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

Câu 23: Thể tích của khối cầu có bán kính $2a$ bằng

A. $32\pi a^3$.

B. $\frac{32}{3}\pi a^3$.

C. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

D. $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi (2a)^3 = \frac{32}{3}\pi a^3$.

Câu 24: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 6$, bán kính đáy $r = 4$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. 36π .

B. 48π .

C. 12π .

D. 24π .

Lời giải

Chọn D

Ta có $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 4 \cdot 6 = 24\pi$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$. Chọn khẳng định đúng:

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Suy ra, hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(-1; +\infty)$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

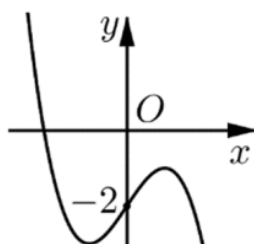
Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D = [-\sqrt{3}; \sqrt{3}] \setminus \{1\}$.

Có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x\sqrt{3-x^2}}{x^2+x-2} = +\infty$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng $x = 1$.

Câu 27: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $(f(x))^2 = 4$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 4.

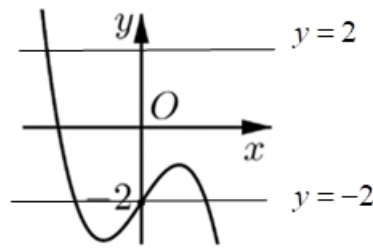
B. 5.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A



$$\text{Phương trình } (f(x))^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 2 \\ f(x) = -2 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, phương trình $f(x) = 2$ có một nghiệm thực, phương trình $f(x) = -2$ có 3 nghiệm thực phân biệt, tất cả các nghiệm trên đều khác nhau nên phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 28: Trên $\left(0; \frac{9\pi}{4}\right)$ phương trình $\sin x = \frac{1}{5}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 3.

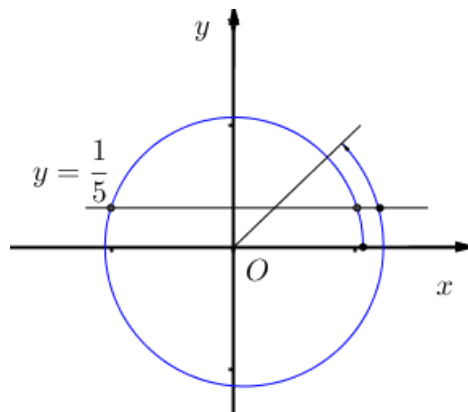
C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

Biểu diễn cung $x \in \left(0; \frac{9\pi}{4}\right)$ trên đường tròn lượng giác và vẽ đường thẳng $y = \frac{1}{5}$, ta thấy phương trình $\sin x = \frac{1}{5}$ có 3 nghiệm trong $\left(0; \frac{9\pi}{4}\right)$.



Câu 29: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà chỉ có chữ số đầu và chữ số cuối giống nhau?

A. 840.

B. 4536.

C. 756.

D. 5040.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số cần lập có dạng $\overline{abcda}$ ($a \neq 0, b \neq c \neq d$).

Chọn a : Có 9 cách.

Chọn các chữ số b, c, d : Có A_9^3 cách.

Vậy có tất cả $9 \cdot A_9^3 = 4536$ số thỏa mãn bài toán.

Câu 30: Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. $-\frac{16}{3}$.

B. $\frac{14}{3}$.

C. $\frac{16}{3}$.

D. $-\frac{14}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0 \quad \forall x \in [0;2]$

Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

$$\max_{[0;2]} f(x) = f(0) = \frac{1}{3}$$

$$\min_{[0;2]} f(x) = f(2) = -5$$

$$\max_{[0;2]} f(x) + \min_{[0;2]} f(x) = \frac{1}{3} - 5 = -\frac{14}{3}.$$

Câu 31: Cắt hình nón bởi một hình phẳng đi qua trục ta được thiết diện là một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{6}$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{3}$.

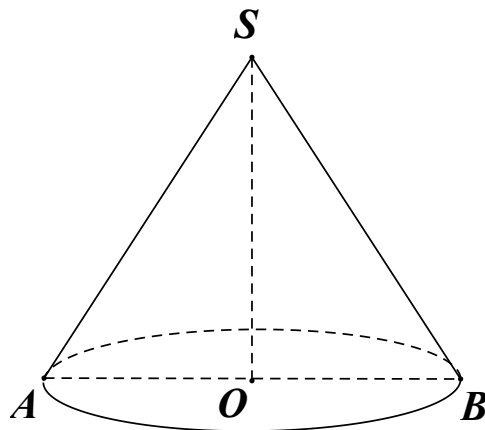
B. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{2}$.

C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}$.

D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $h = SO = \frac{1}{2} AB = a \frac{\sqrt{6}}{2}$, $R = OA = \frac{1}{2} AB = a \frac{\sqrt{6}}{2}$.

$$V = \frac{1}{3} S.h = \frac{1}{3} \pi \left(a \frac{\sqrt{6}}{2} \right)^2 . a \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\pi a^3 \sqrt{6}}{4}.$$

Câu 32: Biết $\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a + 2b = 0$.

B. $a + b = -2$.

C. $a + 2b = 2$.

D. $a + b = 2$.

Lời giải

Chọn A

Lí thuyết.

$$\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx = \int_0^1 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| \Big|_0^1 = \ln \frac{2}{3} - \ln \frac{1}{2} = 2 \ln 2 - \ln 3.$$

Suy ra $a = 2, b = -1 \Rightarrow a + 2b = 0$.

Câu 33: Năm 2022, một hãng công nghệ có 30 triệu người dùng phần mềm của họ. Hãng đặt kế hoạch, tron 3 năm tiếp theo, mỗi năm số lượng người dùng phần mềm tăng 8% so với năm trước và từ năm thứ 4 trở đi, số lượng người dùng phần mềm sẽ tăng 5% so với năm trước đó. Theo kế hoạch đó, hỏi bắt đầu từ năm nào số lượng người dùng phần mềm của hãng sẽ vượt quá 50 triệu người?

A. Năm 2029. **B.** Năm 2028. **C.** Năm 2031. **D.** Năm 2030.

Lời giải

Chọn C

Số lượng người dùng phần mềm của công ty sau 3 năm: $T_1 = 30 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^3 = 37,79136$.

Số lượng người dùng phần mềm của công ty sau n năm tiếp theo: $T_2 = 37,79 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n$

Để người dùng vượt quá 50 triệu người thì $37,79136 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right)^n > 50 \Leftrightarrow n > 5, n \in \mathbb{N}$ nên $n = 6$

Suy ra cần ít nhất $3 + 6 = 9$ năm.

$2022 + 9 = 2031$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Phương trình } \log_2(9 - 2^x) = 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2^x > 0 \\ 9 - 2^x = 2^{3-x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x < 9 \\ 2^{2x} - 9 \cdot 2^x + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x < 9 \\ 2^x = 1 \\ 2^x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm là 3.

Câu 35: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^n$ biết n là số dương thỏa mãn: $5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0$.

A. $-\frac{35}{2}$. **B.** $\frac{35}{16}$. **C.** $-\frac{35}{16}$. **D.** $\frac{35}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có : } 5C_n^{n-1} - C_n^3 = 0 \Leftrightarrow 5n - \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 0 \Leftrightarrow 30 - (n-1)(n-2) = 0 \text{ (do } n \geq 3)$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7(tm) \\ n = -4(l) \end{cases}$$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7$ là:

$$C_7^k \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^k = C_7^k \cdot (-1)^k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-k} \cdot x^{14-3k} \quad (0 \leq k \leq 7)$$

Số hạng chứa x^5 ứng với số tự nhiên k thỏa mãn: $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$.

$$\text{Vậy hệ số của } x^5 \text{ là: } C_7^3 \cdot (-1)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-3} = -\frac{35}{16}.$$

Câu 36: Phương trình $\log_x 5 \cdot \log_5 x = 1$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$?

A. 10.

B. 8.

C. 9.

D. 21.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0; x \neq 1$.

$$\text{Với điều kiện trên ta có: } \log_x 5 = \frac{1}{\log_5 x} \Rightarrow \log_x 5 \cdot \log_5 x = 1.$$

Vậy Phương trình $\log_x 5 \cdot \log_5 x = 1$ có 9 nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10; 10]$.

Câu 37: Diện tích tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Khi đó 3 điểm cực trị là: $A(0; 3); B(1; 2); C(-1; 2)$

Khoảng cách từ $A(0; 3)$ đến $BC: y = 2$ là $h_A = 1$

$$\text{Do đó: } S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} h_A \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1.$$

Câu 38: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và (SCD) . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan \varphi = \sqrt{6}$.

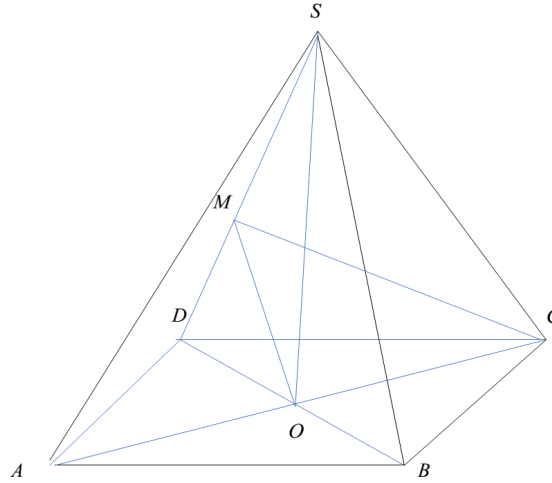
B. $\tan \varphi = \sqrt{2}$.

C. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. $\tan \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp SD$.

Do đó kẻ $OM \perp SD \Rightarrow SD \perp (MOC) \Rightarrow ((SBD), (SDC)) = (MC, MO) = COM = \varphi$.

Vì $AC \perp (SBD) \Rightarrow AC \perp OM \Rightarrow \Delta MOC$ vuông ở O .

$SB = SD = a; BD = a\sqrt{2} \Rightarrow \Delta SBD$ vuông cân tại S .

Suy ra M là trung điểm của $SD \Rightarrow OM = \frac{a}{2}$.

$$\tan \varphi = \frac{OC}{OM} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\frac{a}{2}} = \sqrt{2}.$$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$, thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 3$. Giá trị

của biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng

A. $5 + \ln 21$.

B. $5 + \ln 12$.

C. $4 + \ln 12$.

D. $4 + \ln 21$.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x) = \frac{2}{2x-1} \Rightarrow f(x) = \int \frac{2}{2x-1} dx = \begin{cases} \ln(2x-1) + C_1, & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + C_2, & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$f(0) = \ln 1 + C_2 = 1 \Rightarrow C_2 = 1$

$f(1) = \ln 1 + C_1 = 3 \Rightarrow C_1 = 3$

$$\text{Suy ra } f(x) = \int \frac{2}{2x-1} dx = \begin{cases} \ln(2x-1) + 3, & \text{khi } x > \frac{1}{2} \\ \ln(1-2x) + 1, & \text{khi } x < \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } f(-1) + f(4) = \ln 3 + 1 + \ln 7 + 3 = 4 + \ln 21.$$

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng hai số nguyên b thỏa mãn $(b-2)(b-6+\log_2 a) < 0$?

A. 67.

B. 64.

C. 65.

D. 66.

Lời giải

Chọn A

$$\text{TH1: } \begin{cases} b < 2 \\ b - 6 + \log_2 a > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b < 2 \\ b > \log_2 \frac{64}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 \frac{64}{a} < b < 2.$$

$$\text{Để có đúng hai số nguyên } b \text{ thỏa mãn thì } -1 \leq \log_2 \frac{64}{a} < 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{64}{a} < 1 \Leftrightarrow 64 < a \leq 128.$$

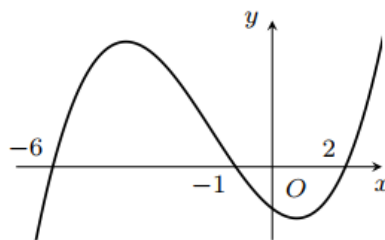
$$\text{Có } 128 - 63 + 1 = 66 \text{ số.}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} b > 2 \\ b - 6 + \log_2 a < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 2 \\ b < \log_2 \frac{64}{a} \end{cases} \Leftrightarrow 2 < b < \log_2 \frac{64}{a}.$$

$$\text{Để có đúng hai số nguyên } b \text{ thỏa mãn thì } 5 \leq \log_2 \frac{64}{a} < 6 \Leftrightarrow 32 \leq \frac{64}{a} < 64 \Leftrightarrow 1 < a \leq 2 \Rightarrow a = 2.$$

Vậy có 67 số thỏa mãn.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Hỏi hàm số $g(x) = f(3-x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(1; 2)$.

B. $(-3; -2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(2; 3)$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } g'(x) = -2x \cdot f'(3-x^2).$$

$$\text{Phương trình } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(3-x^2) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3-x^2 = -6 \\ 3-x^2 = -1 \\ 3-x^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = \pm 2 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Lập bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$+\infty$
$-2x$	+	+	+	+	0	-	-	-	-
$f'(3-x^2)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	+

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = ax^3 - 4(a+2)x + 1$ với a là tham số. Nếu $\max_{(-\infty;0]} f(x) = f(-2)$ thì $\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. -8.

D. -9.

Lời giải

Chọn B

$$\text{TXĐ } D = \mathbb{R}, f'(x) = 3ax^2 - 4(a+2)$$

$$\max_{(-\infty;0]} f(x) = f(-2) \Rightarrow f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 12a - 4(a+2) = 0 \Leftrightarrow a = 1.$$

$$\text{Suy ra } f(x) = x^3 - 12x + 1$$

$$f'(x) = 3x^2 - 12; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2.$$

x	$-\infty$	-2	0	2	3
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	$f(-2)$		-13	-8

Vậy với $a = 1$ thì hàm số đạt $\max_{(-\infty;0]} f(x) = f(-2)$ và khi đó $\max_{[0;3]} f(x) = 1$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x+2)$ với mọi x . Số các giá trị nguyên m sao cho hàm số $y = f(|2x^3 + 3x^2 - 12x - m|)$ có 11 điểm cực trị là

A. 23.

B. 27.

C. 24.

D. 26.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y = f(|2x^3 + 3x^2 - 12x - m|) \Rightarrow y' = \frac{(2x^3 + 3x^2 - 12x - m)(6x^2 + 6x - 12)}{|2x^3 + 3x^2 - 12x - m|} \cdot f'(|2x^3 + 3x^2 - 12x - m|)$$

$$f'(x) = (x-1)(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 6x^2 + 6x - 12 = 0 \\ |2x^3 + 3x^2 - 12x - m| = 1 \end{cases}$ và y' không xác định $2x^3 + 3x^2 - 12x - m = 0$.

$$6x^2 + 6x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Theo yêu cầu bài toán thì phương trình $2x^3 + 3x^2 - 12x - m = 0$ và $|2x^3 + 3x^2 - 12x - m| = 1$ phải có 9 nghiệm phân biệt.

Khảo sát hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ ta có được bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		20		-7		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: $\begin{cases} 2x^3 + 3x^2 - 12x = m \\ 2x^3 + 3x^2 - 12x = m + 1 \\ 2x^3 + 3x^2 - 12x = m - 1 \end{cases}$ có 9 nghiệm: $\begin{cases} m + 1 < 20 \\ m - 1 > -7 \end{cases} \Leftrightarrow -6 < m < 19$

Vậy có 24 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 44: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC tam giác vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

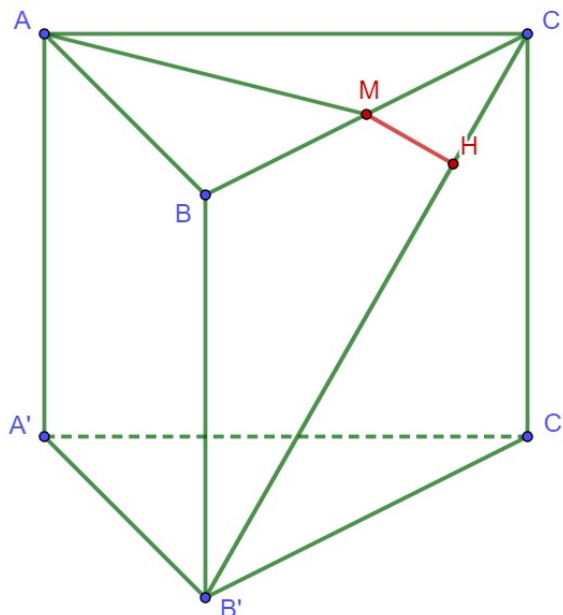
B. $\frac{a}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$.

D. $\sqrt{2}a$.

Lời giải

Chọn A



Hạ $MH \perp B'C$. Ta có: $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B') \Leftrightarrow AM \perp MH$

Nên: $\begin{cases} AM \perp MH \\ B'C \perp MH \end{cases} \Rightarrow d(AM, B'C) = MH$

Có: $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $AM = CM = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Và: $CB' = \sqrt{BB'^2 + BC^2} = 2a$

Do $\triangle CMH$ đồng dạng $\triangle CB'B$ nên: $\frac{MH}{BB'} = \frac{CM}{CB'} \Rightarrow MH = \frac{CM \cdot BB'}{CB'} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a\sqrt{2}}{2a} = \frac{a}{2}$

Vậy: $d(AM, B'C) = \frac{a}{2}$.

Câu 45: Cho hình trụ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$. Trên đường tròn đáy thứ nhất của hình trụ lấy hai điểm A, B ; trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ lấy hai điểm C, D sao cho $ABCD$ là hình vuông và mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với đáy của hình trụ góc 45° . Thể tích khối trụ đã cho bằng:

A. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{2}$.

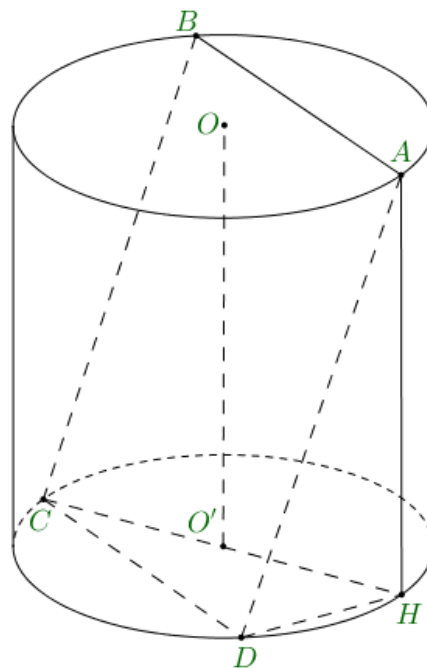
B. $6\sqrt{2}\pi a^3$.

C. $3\sqrt{2}\pi a^3$.

D. $\frac{3\sqrt{2}\pi a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử tâm của đáy thứ nhất và đáy thứ hai của hình trụ lần lượt là O và O' .

Gọi H là hình chiếu của A trên đường tròn đáy thứ hai của hình trụ.

Ta có: $CD \perp AD, AH \Rightarrow CD \perp DH$, tức là CH là đường kính đáy thứ hai của hình trụ.

$$CD \perp (ADH); \quad (ADH) \cap (ABCD) = AD; \quad (ADH) \cap (CDH) = DH$$

$$\Rightarrow \left(\widehat{(ABCD)}, \widehat{(CDH)} \right) = \widehat{ADH} = 45^\circ \Rightarrow \Delta ADH \text{ vuông cân tại } H \text{ có } AH = DH = OO' = a\sqrt{2},$$

$$AD = AH\sqrt{2} = OO'\sqrt{2} = 2a \Rightarrow CD = 2a \Rightarrow CH = \sqrt{(CD)^2 + (DH)^2} = a\sqrt{6}.$$

Vậy thể tích khối trụ bằng: $\pi \left(\frac{CH}{2} \right)^2 \cdot OO' = \frac{3\pi a^3 \sqrt{2}}{2}.$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-2		2		-3	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt?

A. 19.

B. 21.

C. 20.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4f(x^2 - 4x) = m \Leftrightarrow 4f(u(x)) = m$, với $u(x) = x^2 - 4x$.

Đặt $g(x) = 4f(u(x))$.

Phương trình đã cho có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt khi đồ thị hàm số $y = g(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ và đường thẳng $y = m$ có ít nhất ba điểm chung phân biệt.

x	0	2				$+\infty$
$u(x)$	0	-2	-4	-2	0	$+\infty$
$g(x)$	-12	8	-8	8	-12	$+\infty$

Vậy phương trình $4f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất ba nghiệm dương phân biệt khi $-12 < m \leq 8$, mà m nguyên nên $m = -11, -10, \dots, 8$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A và $AB = \sqrt{3}$, $AC = \sqrt{7}$, $SA = 1$. Hai mặt bên (SAB) và (SAC) lần lượt tạo với mặt đáy các góc bằng 45° và 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$.

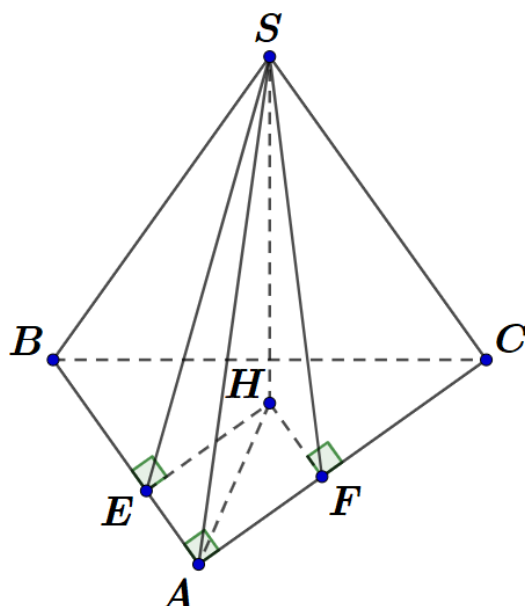
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{7}{6}$.

D. $\frac{7\sqrt{7}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi H là hình chiếu của S trên $(ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$. Kẻ $HE \perp AB, E \in AB$ và $HF \perp AC, F \in AC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB = (SAB) \cap (ABC) \\ SH \perp AB \\ HE \perp AB \\ \Rightarrow SE \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((SAB), (ABC)) = (EH, ES) = \widehat{HES} = 45^\circ (\widehat{SHE} = 90^\circ)$$

$\Rightarrow \triangle SHE$ vuông cân $\Rightarrow EH = SH$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} AC = (SAC) \cap (ABC) \\ SH \perp AC \\ HF \perp AC \\ \Rightarrow SF \perp AC \end{cases} \Rightarrow ((SAC), (ABC)) = (SF, FS) = \widehat{HFS} = 60^\circ (\widehat{SHF} = 90^\circ)$$

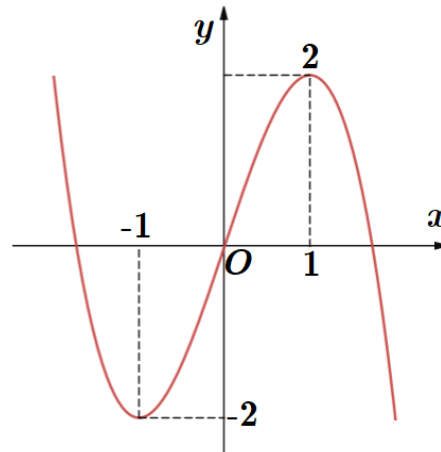
$$\triangle SHF \text{ vuông nên } HF = \frac{HS}{\tan \widehat{SHF}} = \frac{HS}{\tan 60^\circ} = \frac{HS}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Mà tứ giác } HEAF \text{ là hình chữ nhật } AH = EF^2 = \sqrt{HE^2 + HF^2} = \frac{2SH\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{Ta có tam giác } SHA \text{ vuông tại } H \quad SA^2 = SH^2 + HA^2 = \frac{7}{3}SH^2 \Rightarrow SH = \frac{\sqrt{21}}{7}SA = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{6}SH.AB.AC = \frac{1}{6} \frac{\sqrt{21}}{7} \sqrt{3}\sqrt{7} = \frac{1}{2}.$$

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Có bao giá trị nguyên của tham số $m \in [0; 2023]$ để hàm số $y = \left| \frac{mf(x) + 100}{f(x) + m} \right|$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 1974.

B. 1923.

C. 1973.

D. 2013

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = \frac{mf(x) + 100}{f(x) + m}$

Ta có $g'(x) = \frac{m^2 - 100}{[f(x) + m]^2} f'(x)$

Với $m = \pm 10$ thì hàm số $g(x)$ là hàm hằng nên $y = |g(x)|$ là hàm hằng nên loại $m = \pm 10$.

Với $m \neq \pm 10$, ta có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$.

Do đó $g(x)$ có hai điểm cực trị. Nên để hàm số $y = |g(x)|$ có đúng 5 điểm cực trị thì phương trình $g(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow mf(x) + 100 = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Với $m = 0$, phương trình vô nghiệm nên loại $m = 0$.

Với $m \neq 0$, phương trình $\Leftrightarrow f(x) = \frac{-100}{m}$.

Để $f(x) = \frac{-100}{m}$ có ba nghiệm $\Leftrightarrow -2 < \frac{-100}{m} < 2$, mà $m \in [0; 2023]$ nên $m > 50$.

$\Rightarrow m \in \{51; 52; \dots; 2023\}$.

Câu 49: Kí hiệu S là tập tất cả số nguyên m sao cho phương trình $3^{x^2+mx+1} = (3+mx)3^{9x}$ có nghiệm thuộc khoảng $(1; 9)$. Số phần tử của S là?

A. 11.

B. 3.

C. 9.

D. 12.

Lời giải

Chọn A

$$3^{x^2+mx+1} = (3+mx)3^{9x} \Leftrightarrow 3^{x^2+mx+1-9x} - (3+mx) = 0 \quad (1)$$

Để phương trình có nghiệm $3+mx > 0$ (do $3^{x^2+mx+1-9x} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$)

$$\text{Khi đó, } 3+mx > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-3}{x} \Leftrightarrow m > -3 \text{ (do } 1 < x < 9)$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3^{x^2+mx+1-9x} - (3+mx)$$

$$\text{Đạo hàm: } f'(x) = \ln 3 \cdot (2x+m-9) 3^{x^2+mx+1-9x} - m$$

$$\text{Đạo hàm cấp 2: } f''(x) = \ln 3 \cdot 2 \cdot 3^{x^2+mx+1-9x} + (\ln 3 \cdot (2x+m-9))^2 3^{x^2+mx+1-9x} > 0$$

Do đó $f'(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow f'(x) = 0$ có nhiều nhất một nghiệm $\Rightarrow f(x) = 0$ có nhiều nhất hai nghiệm.

Mặt khác $x = 0$ là một nghiệm của phương trình (1) nên để phương trình này có nghiệm $x \in (1; 9)$ thì (1) phải có đúng một nghiệm $x \in (1; 9)$

$$\Rightarrow f(1) \cdot f(9) < 0 \Leftrightarrow (3^{m-7} - 3 - m)(3^{1+m} - 3 - 9m) < 0$$

Giải ra ta được $m \in \{-2; -1; 1; \dots; 9\}$ có 11 giá trị.

Câu 50: Xét tất cả các cặp số nguyên dương $(a; b)$, ở đó $a \geq b$ sao cho ứng với mỗi cặp số như vậy có đúng 50 số nguyên dương x thỏa mãn $|\ln a - \ln x| < \ln b$. Hỏi tổng $a+b$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 22.

B. 36.

C. 11.

D. 50.

Lời giải

Chọn A

Khi $b = 1 \Rightarrow$ bất phương trình vô nghiệm $\Rightarrow b \geq 2$

$$\text{Ta có } |\ln a - \ln x| < \ln b \Leftrightarrow -\ln b < \ln a - \ln x < \ln b \Leftrightarrow \ln a - \ln b < \ln x < \ln a + \ln b$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{a}{b} < \ln x < \ln ab \Leftrightarrow \frac{a}{b} < x < ab.$$

Nhận xét: Nghiệm nguyên dương lớn nhất của bất phương trình là $x = ab - 1$ khi đó yêu cầu bài toán trở thành nghiệm nguyên dương bé nhất của bất phương trình là $x = ab - 50$ hay

$$\begin{cases} \frac{a}{b} < ab - 50 \\ \frac{a}{b} \geq ab - 51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < ab^2 - 50b \\ a \geq ab^2 - 51b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 50b < a(b^2 - 1) \\ 51b \geq a(b^2 - 1) \end{cases}$$

$$\text{Do } a \geq 1 \Rightarrow 51b \geq b^2 - 1 \Rightarrow 2 \leq b \leq 50 \quad (1)$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} a > \frac{50}{b^2-1} \\ a \leq \frac{51}{b^2-1} \end{cases}$$

$$\text{Lại có } a \geq b \Rightarrow \frac{51b}{b^2-1} \geq b \Rightarrow b \leq 7$$

Kết hợp với $(1) \Rightarrow 2 \leq b \leq 7$ thử trực tiếp ta tìm được với $b = 3; a = 19$ thì $a + b = 22$ và là nhỏ nhất.

∞ HẾT ∞