

Họ và tên học sinh: .....Số báo danh: .....

**Bài 1:** Tính

a)  $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{x - 2}$ . (1 điểm)

b)  $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 1} - x \right)$ . (1 điểm)

c)  $C = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{|x^2 + 7x + 12|}{x + 3}$ . (1 điểm)

**Bài 2:** Định  $a$  để hàm số sau đây liên tục tại  $x_0 = -4$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+4}{\sqrt{x+13}-3} & (x > -4) \\ x^2 + 2a & (x \leq -4) \end{cases}.$$
 (1 điểm)

**Bài 3:** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} + \tan x}$ . (1 điểm)

**Bài 4:** Cho hàm số  $y = f(x) = \frac{2x+5}{x-3}$  có đồ thị  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $(\Delta)$

của đồ thị  $(C)$  biết  $(\Delta)$  song song với đường thẳng  $(D): y = -11x$ . (1 điểm)

**Bài 5:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $\Delta ABC$  vuông cân tại  $C$ ,  $CA = a$ ;  $SC \perp (ABC)$ .

a) Chứng minh:  $AC \perp (SBC)$ . (1 điểm)

b) Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB$ . Chứng minh:  $(SCI) \perp (SAB)$ . (1 điểm)

c) Cho  $SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Tính  $\widehat{((SAB); (ABC))}$ . (1 điểm)

d) Gọi  $H$  là điểm thuộc đoạn  $CI$  sao cho  $CH = 3HI$ . Trên đường thẳng đi qua  $H$  và vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , lấy điểm  $D$  sao cho  $DH = \frac{a\sqrt{14}}{8}$ . Gọi  $G_1$  và  $G_2$  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  $DAC$  và  $DBC$ . Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(CG_1G_2)$ . (1 điểm)

**HẾT**

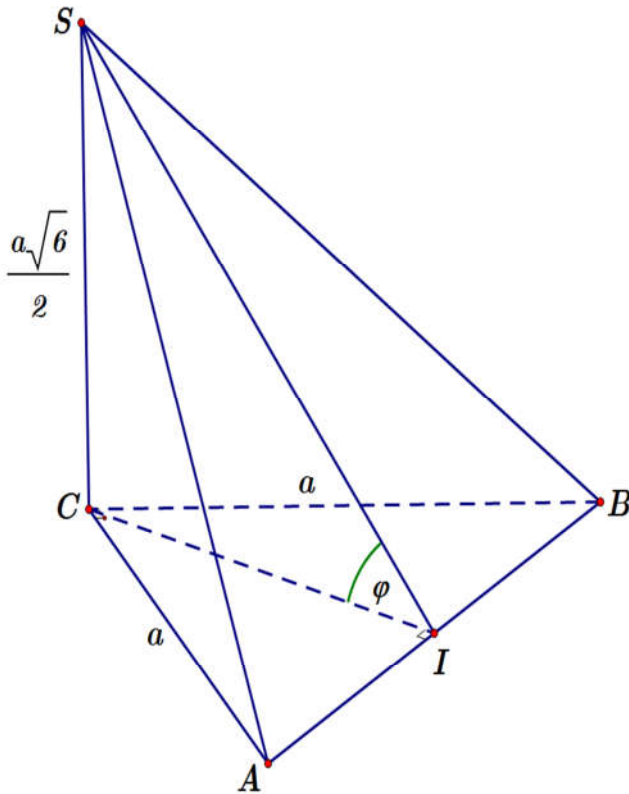
**ĐÁP ÁN & BIỂU ĐIỂM (Đề 1)**

|                                                                                                                                                            |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Bài 1:</b>                                                                                                                                              | <b>3đ</b> |
| <b>Câu a:</b> $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{x - 2}$                                                                                     | <b>1đ</b> |
| $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-7)}{x-2}$                                                                                                          | 0.5       |
| $= \lim_{x \rightarrow 2} (x-7)$                                                                                                                           | 0.25      |
| $= -5.$                                                                                                                                                    | 0.25      |
| <b>Câu b:</b> $B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{8x^3 + 1} - x \right)$                                                                     | <b>1đ</b> |
| $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( x \sqrt[3]{8 + \frac{1}{x^3}} - x \right)$                                                                          | 0.25      |
| $= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x \left( \sqrt[3]{8 + \frac{1}{x^3}} - 1 \right) \right]$                                                           | 0.25      |
| $= +\infty. \quad (\forall \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt[3]{8 + \frac{1}{x^3}} - 1 \right) = 1 > 0)$ | 0.25+0.25 |
| <b>Câu c:</b> $C = \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{ x^2 + 7x + 12 }{x + 3}$                                                                              | <b>1đ</b> |
| $= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{ (x+3)(x+4) }{x+3}$                                                                                                   | 0.25      |
| $= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{-(x+3) x+4 }{x+3}$                                                                                                    | 0.25      |
| $= \lim_{x \rightarrow (-3)^-} (- x+4 )$                                                                                                                   | 0.25      |
| $= -1.$                                                                                                                                                    | 0.25      |
| <b>Bài 2:</b>                                                                                                                                              | <b>1đ</b> |
| • $f(-4) = 16 + 2a$                                                                                                                                        | 0.25      |
| • $\lim_{x \rightarrow (-4)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-4)^-} (x^2 + 2a) = 16 + 2a$                                                                    | 0.25      |
| • $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-4)^+} \frac{x+4}{\sqrt{x+13}-3} = \lim_{x \rightarrow (-4)^+} (\sqrt{x+13}+3) = 6$             | 0.25      |
| • Ycgt $\Leftrightarrow a = -5.$                                                                                                                           | 0.25      |

|                                                                                                                                                                                    |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Bài 3:</b> $y = f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} + \tan x}$                                                                                                                             | <b>1đ</b> |
| $\bullet y' = \frac{\left(\frac{1}{x} + \tan x\right)'}{2\sqrt{\frac{1}{x} + \tan x}} = \frac{-\frac{1}{x^2} + 1 + \tan^2 x}{2\sqrt{\frac{1}{x} + \tan x}}.$                       | 0.25x4    |
| <b>Bài 4:</b> $y = f(x) = \frac{2x+5}{x-3}.$                                                                                                                                       | <b>1đ</b> |
| $\bullet f'(x) = \frac{-11}{(x-3)^2}$                                                                                                                                              | 0.25      |
| $\bullet \text{ Gọi } x_0 \text{ là hoành độ tiếp điểm của } (\Delta) \text{ và } (C). \text{ Ta có:}$ $f'(x_0) = k_{(D)} = -11$                                                   | 0.25      |
| $\Leftrightarrow \frac{-11}{(x_0-3)^2} = -11 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 4 \\ x_0 = 2 \end{cases}$                                                                         | 0.25      |
| $\bullet \text{ Vậy có 2 tiếp tuyến thỏa ycbt: } (\Delta_1): y = -11x + 57; (\Delta_2): y = -11x + 13.$                                                                            | 0.25      |
| <b>Bài 5:</b>                                                                                                                                                                      | <b>4đ</b> |
| <b>Câu a:</b> Chứng minh: $AC \perp (SBC).$                                                                                                                                        | <b>1đ</b> |
| $\bullet AC \perp CB \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông cân tại } C)$                                                                                                         | (1) 0.25  |
| $\bullet AC \perp SC \text{ (do } SC \perp (ABC))$                                                                                                                                 | (2) 0.25  |
| $\bullet \text{ Từ (1),(2) suy ra: } AC \perp (SBC).$                                                                                                                              | 0.5       |
| <b>Câu b:</b> Chứng minh: $(SCI) \perp (SAB).$                                                                                                                                     | <b>1đ</b> |
| $\bullet AB \perp CI \text{ (do } \triangle ABC \text{ vuông cân, } I \text{ là trung điểm của } AB)$                                                                              | (3) 0.25  |
| $\bullet AB \perp SC \text{ (do } SC \perp (ABC))$                                                                                                                                 | (4) 0.25  |
| $\bullet \text{ Từ (3)(4) suy ra: } AB \perp (SCI)$                                                                                                                                | 0.25      |
| $\bullet \text{ Vậy: } (SCI) \perp (SAB).$                                                                                                                                         | 0.25      |
| <b>Câu c:</b> Tính $((SAB); (ABC)).$                                                                                                                                               | <b>1đ</b> |
| $\bullet (SAB) \cap (ABC) = AB$                                                                                                                                                    | 0.25      |
| $\bullet AB \perp (SCI)$                                                                                                                                                           |           |
| $\bullet (SCI) \cap (SAB) = SI, (SCI) \cap (ABC) = CI$                                                                                                                             |           |
| $\bullet \text{ Vậy: } ((SAB); (ABC)) = (\widehat{SI}; \widehat{CI}) = \widehat{SIC}. \text{ (do } SC \perp (ABC) \Rightarrow SC \perp CI \Rightarrow \widehat{SIC} \text{ nhọn)}$ | 0.25      |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\Delta SCI : \tan \widehat{SIC} = \frac{SC}{IC}</math></li> <li>• <math>SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}</math> (gt); <math>IC = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}</math> (<math>\Delta ABC</math> vuông tại <math>C</math>)</li> </ul>                                                                                                                                     | 0.25      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>\tan \widehat{SIC} = \sqrt{3} \Rightarrow ((SAB); (ABC)) = 60^\circ</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                                                               | 0.25      |
| <b>Câu d:</b> Tính khoảng cách từ $A$ đến mặt phẳng $(CG_1G_2)$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>1đ</b> |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gọi <math>M, N</math> lần lượt là trung điểm của <math>DA</math> và <math>DB</math>, <math>K = DI \cap MN</math>. Khi đó:<br/> <math>G_1G_2 // MN // AB \Rightarrow AB // (CG_1G_2)</math> mà <math>I \in AB</math> nên <math>d(A, (CG_1G_2)) = d(I, (CG_1G_2))</math>.</li> </ul>                                                                                         | 0.25      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>DC = \sqrt{DH^2 + HC^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} = CI \Rightarrow \Delta DIC</math> cân tại <math>C \Rightarrow DI \perp CK</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                          | 0.25      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>G_1G_2 // AB</math> mà <math>AB \perp (SCI)</math> nên <math>G_1G_2 \perp (DCI) \Rightarrow (CG_1G_2) \perp (DCI)</math><br/> <math>(CG_1G_2) \cap (DCI) = CK</math><br/> <math>DI \subset (DCI): DI \perp CK</math><br/> <math>\Rightarrow DI \perp (CG_1G_2) \Rightarrow IK \perp (CG_1G_2)</math> tại <math>K \Rightarrow d(I, (CG_1G_2)) = IK</math>.</li> </ul> | 0.25      |
| <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>IK = \frac{1}{2}DI = \frac{1}{2}\sqrt{DH^2 + HI^2} = \frac{a}{4} \Rightarrow d(A, (CG_1G_2)) = \frac{a}{4}</math>.</li> </ul>                                                                                                                                                                                                                                        | 0.25      |

**Hình câu abc**



**Hình câu d**

