

Bài 1.

BIẾN CỐ GIAO VÀ QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Biến cố giao.

Cho hai biến cố A và B . Biến cố “Cả A và B cùng xảy ra” được gọi là biến cố giao của A và B .

Kí hiệu: AB hoặc $A \cap B$.

2. Biến cố xung khắc.

Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc nếu A và B không đồng thời xảy ra.

Chú ý: Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.

3. Biến cố độc lập.

Hai biến cố A và B được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Chú ý: Hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập thì $\bar{A}$ và B ; A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

4. Quy tắc nhân xác suất.

Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A).P(B)$.

Chú ý: Nếu $P(AB) \neq P(A).P(B)$ thì hai biến cố A và B không độc lập.

B. CÁC DẠNG TOÁN.

DẠNG 1:

XÁC ĐỊNH BIẾN CỐ GIAO – HAI BIẾN CỐ XUNG KHẮC – HAI BIẾN CỐ ĐỘC LẬP

Phương pháp:

- + Biến cố AB xảy ra $\Leftrightarrow$ Hai biến cố A và B cùng xảy ra.
- + Hai biến cố A và B được gọi là xung khắc $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.

Nhận xét: Hai biến cố A và $\bar{A}$ là hai biến cố xung khắc.

- + Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau $\Leftrightarrow$ việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất xảy ra của biến cố kia.

Ví dụ 1. Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ”, B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số chẵn”.

- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB .
- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\overline{AB}$.
- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $A\overline{B}$.
- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\overline{AB}$.
- Hãy xác định cặp biến cố xung khắc trong các cặp biến cố A và B ; A và $\overline{B}$.

Lời giải

Gọi Ω là không gian mẫu.

Suy ra $\Omega = \{(i, j) \mid i, j = 1; 2; \dots; 6\}$.

- $\bullet (i, j)$ là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số i và j đều là số lẻ.
- $\bullet (i, j)$ là số chẵn khi và chỉ khi ít nhất một trong hai số i hoặc j là số chẵn.
- $\bullet (i + j)$ là số chẵn khi và chỉ khi hai số i, j đều là số lẻ hoặc đều là số chẵn.
- $\bullet (i + j)$ là số lẻ khi và chỉ khi trong hai số i, j có đúng một số lẻ và một số chẵn.

- Biến cố $A = \{(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5);(5;1);(5;3);(5;5)\}$.

$$\text{Biến cố } B = \left\{ \begin{array}{l} (1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5);(5;1);(5;3);(5;5); \\ (2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;4);(4;6);(6;2);(6;4);(6;6) \end{array} \right\}.$$

$$\text{Biến cố } AB = \{(1;1);(1;3);(1;5);(3;1);(3;3);(3;5);(5;1);(5;3);(5;5)\}.$$

- Biến cố $\overline{A} = \Omega \setminus A$.

$$\text{Biến cố } \overline{AB} = \{(2;2);(2;4);(2;6);(4;2);(4;4);(4;6);(6;2);(6;4);(6;6)\}.$$

- Biến cố $\overline{B} = \Omega \setminus B$.

$$\text{Biến cố } A\overline{B} = \emptyset.$$

- Biến cố $\overline{AB} = \left\{ \begin{array}{l} (1;2);(1;4);(1;6);(2;1);(2;3);(2;5);(3;2);(3;4);(3;6); \\ (4;1);(4;3);(4;5);(5;2);(5;4);(5;6);(6;1);(6;3);(6;5) \end{array} \right\}.$

- Vì $A \cap B \neq \emptyset$ nên A và B là hai biến cố không xung khắc.

Vì $A \cap \overline{B} = \emptyset$ nên A và $\overline{B}$ là hai biến cố xung khắc.

Ví dụ 2. Một hộp chứa 30 quả cầu cùng kích thước được đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 quả cầu từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên quả

cầu được chọn là một số lẻ", B là biến cố "Số ghi trên quả cầu được chọn là một số chia hết cho 5".

a) Hãy mô tả bằng lời biến cố $\overline{AB}$.

b) Hai biến cố $\overline{A}$ và B có độc lập không? Vì sao?

Lời giải

a) Biến cố $\overline{A}$: "Số ghi trên quả cầu được chọn là một số chẵn".

Biến cố $\overline{AB}$: "Số ghi trên quả cầu được chọn chia hết cho 10".

b) Nếu $\overline{A}$ xảy ra thì xác suất của biến cố B là $\frac{1}{5}$.

Nếu $\overline{A}$ không xảy ra thì xác suất của biến cố B là $\frac{1}{5}$.

Vậy $\overline{A}$ và B là hai biến cố độc lập với nhau.

DẠNG 2:

QUY TẮC NHÂN XÁC SUẤT

Phương pháp:

+ Nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(AB) = P(A).P(B)$.

+ Nếu $P(AB) \neq P(A).P(B)$ thì A và B là hai biến cố không độc lập.

Ví dụ 3. Cho A và B là hai biến cố độc lập.

a) Biết $P(A) = 0,6$ và $P(B) = 0,2$. Hãy tính xác suất các biến cố $AB, \overline{AB}, A\overline{B}$ và $\overline{A}\overline{B}$.

b) Biết $P(A) = 0,3$ và $P(AB) = 0,12$. Hãy tính xác suất các biến cố $B, \overline{A}\overline{B}$ và $\overline{A}\overline{B}$.

Lời giải

Vì hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập nên $\overline{A}$ và B ; A và $\overline{B}$; $\overline{A}$ và $\overline{B}$ cũng độc lập.

a) $\bullet P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,4$; $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 0,8$.

$$\bullet P(AB) = P(A)P(B) = 0,6.0,2 = 0,12.$$

$$\bullet P(\overline{AB}) = P(\overline{A})P(B) = 0,4.0,2 = 0,08.$$

$$\bullet P(A\overline{B}) = P(A)P(\overline{B}) = 0,6.0,8 = 0,48.$$

$$\bullet P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0,4.0,8 = 0,32.$$

b) $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 0,7$.

$$\bullet P(AB) = P(A)P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,3} = 0,4.$$

$$\bullet P(\overline{AB}) = P(\overline{A})P(B) = 0,7.0,4 = 0,28.$$

$$\bullet P(\overline{A}\overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B}) = 0,7.0,6 = 0,42.$$

Ví dụ 4. Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn không trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,2 và 0,3. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau

- “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.
- “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.
- “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.
- “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.

Lời giải

Gọi biến cố A_i : “Lần bắn thứ i không trúng đích” với $i = 1, 2$.

Biến cố $\overline{A}_i$: “Lần bắn thứ i trúng đích” với $i = 1, 2$.

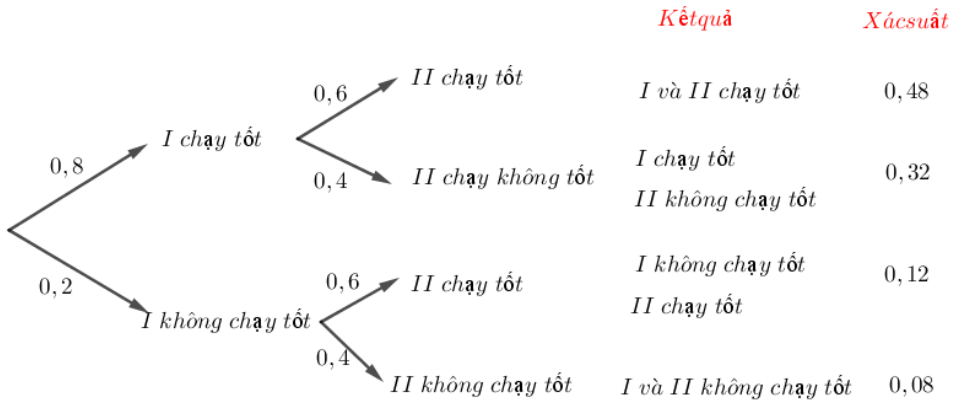
Ta có $P(A_1) = 0,2, P(A_2) = 0,3; P(\overline{A}_1) = 0,8, P(\overline{A}_2) = 0,7$.

- Gọi biến cố A : “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.
Ta có $A = A_1 A_2$ và $A_1; A_2$ là hai biến cố độc lập.
 $\Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A_2) = 0,2.0,3 = 0,06$.
- Gọi biến cố B : “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.
Ta có $B = \overline{A}_1 \overline{A}_2$ và $\overline{A}_1; \overline{A}_2$ là hai biến cố độc lập.
 $\Rightarrow P(B) = P(\overline{A}_1).P(\overline{A}_2) = 0,8.0,7 = 0,56$.
- Gọi biến cố C : “Lần bắn thứ nhất không trúng đích, lần bắn thứ hai trúng đích”.
Ta có $C = A_1 \overline{A}_2$ và $A_1; \overline{A}_2$ là hai biến cố độc lập.
 $\Rightarrow P(C) = P(A_1).P(\overline{A}_2) = 0,2.0,7 = 0,14$.
- Gọi biến cố D : “Có ít nhất một lần bắn trúng đích”.
biến cố $\overline{D}$: “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.
 $\Rightarrow \overline{D} = A \Rightarrow P(\overline{D}) = P(A) = 0,06$.
 $\Rightarrow P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 0,94$.

Ví dụ 5. Một chiếc xe máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt tương ứng là 0,8 và 0,6. Bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất để

- Cả hai động cơ đều chạy tốt.
- Cả hai động cơ đều không chạy tốt.
- Động cơ *I* chạy tốt, động cơ *II* chạy không tốt.

Lời giải



Theo sơ đồ trên, ta có

- Xác suất cả hai động cơ đều chạy tốt là 0,48.
- Xác suất cả hai động cơ đều không chạy tốt là 0,08.
- Xác suất động cơ *I* chạy tốt, động cơ *II* chạy không tốt là 0,32.

Ví dụ 6. Một trò chơi có xác suất thắng mỗi ván là 0,2. Nếu một người chơi 10 ván thì xác suất để người này thắng ít nhất một ván là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố "Người ấy thắng ít nhất một ván khi chơi 10 ván".

$\bar{A}$ là biến cố "Người ấy chơi 10 ván mà không thắng ván nào cả".

Xác suất thua mỗi ván là $1 - 0,2 = 0,8$.

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = (0,8)^{10}.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (0,8)^{10} = 0,8926258176.$$

Ví dụ 7. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,7 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,2 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó trong mỗi trường hợp sau.

- Anh Bình tiếp xúc người bệnh 5 lần đều không mang khẩu trang.
- Anh Bình tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang.

Lời giải

- a) Gọi biến cố A : “Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang”.

Biến cố $\bar{A}$: “Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 5 lần đều không mang khẩu trang”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là 0,7.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang là $1 - 0,7 = 0,3$.

$$P(\bar{A}) = (0,3)^5.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - (0,3)^5 = 0,99757.$$

- b) Gọi biến cố B : “Anh Bình ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Biến cố $\bar{B}$: “Anh Bình không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không khẩu trang là 0,2.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà đeo khẩu trang là $1 - 0,2 = 0,8$.

$$P(\bar{B}) = 0,3 \cdot 0,8 = 0,24.$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,24 = 0,76.$$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Gieo hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tích số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số chẵn”, B là biến cố “Tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là một số lẻ”.

- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố AB .
- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\bar{A}\bar{B}$.
- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $A\bar{B}$.
- Hãy viết tập hợp mô tả biến cố $\bar{A}B$.
- Hãy xác định cặp biến cố xung khắc trong các cặp biến cố A và B ; $\bar{A}$ và B .

Bài 2: Một hộp chứa 25 viên bi có cùng kích thước được đánh số từ 1 đến 25. Chọn ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố “Số ghi trên viên

bi được chọn là một số chẵn", B là biến cố "Số ghi trên viên bi được chọn là một số chia hết cho 7".

- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố AB .
- b) Hai biến cố A và B có độc lập không? Vì sao?

Bài 3: Cho A và B là hai biến cố độc lập.

- a) Biết $P(A) = 0,7$ và $P(B) = 0,4$. Hãy tính xác suất các biến cố $AB, \overline{AB}, A\overline{B}$ và $\overline{A}B$.
- b) Biết $P(A) = 0,2$ và $P(AB) = 0,12$. Hãy tính xác suất các biến cố $B, \overline{AB}$ và $\overline{AB}$.

Bài 4: Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,7 và 0,8. Biết rằng kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau

- a) "Cả hai lần bắn đều trúng đích".
- b) "Cả hai lần bắn đều không trúng đích".
- c) "Lần bắn thứ nhất trúng đích, lần bắn thứ hai không trúng đích".
- d) "Có ít nhất một lần bắn không trúng đích".

Bài 5: Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau.

Xác suất để động cơ I và động cơ II chạy tốt tương ứng là 0,9 và 0,8.

Bằng cách sử dụng sơ đồ hình cây, hãy tính xác suất để

- a) Cả hai động cơ đều chạy tốt.
- b) Cả hai động cơ đều không chạy tốt.
- c) Động cơ I chạy không tốt, động cơ II chạy tốt.

Bài 6: Một bệnh truyền nhiễm có xác suất truyền bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Tuấn ít nhất một lần bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó trong mỗi trường hợp sau.

- a) Anh Tuấn tiếp xúc người bệnh 6 lần đều mang khẩu trang.
- b) Anh Tuấn tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang.

Bài 7: Ông An đầu tư vào ba loại cổ phiếu I, II, III . Xác suất trong thời gian t các cổ phiếu này lần lượt tăng giá là 0,5; 0,6; 0,7. Biết rằng các cổ phiếu hoạt động độc lập. Tìm xác suất trong thời gian t để trong ba cổ phiếu này có ít nhất một cổ phiếu tăng giá.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Gieo một con xúc sắc 3 lần. Tìm xác suất của biến cố A : "Mặt 6 chấm xuất hiện ít nhất một lần"

$$\text{A. } P(A) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$\text{B. } P(A) = 1 - \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

$$\text{C. } P(A) = 3 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$\text{D. } P(A) = 2 - \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

Câu 2: Xác suất sinh con trai trong mỗi lần sinh là 0,51. Tìm các suất sao cho trong 4 lần sinh có ít nhất 1 lần sinh con trai.

$$\text{A. } 0,84.$$

$$\text{B. } 0,94.$$

$$\text{C. } 0,74.$$

$$\text{D. } 0,64.$$

Câu 3: Một đề trắc nghiệm gồm 40 câu, mỗi câu có 4 đáp án và chỉ có một đáp án đúng. Bạn Bình làm đúng 30 câu, còn 10 câu bạn Bình đánh hù họa vào đáp án mà Bình cho là đúng. Mỗi câu đúng được 0,25 điểm. Tính xác suất để Bình 9 điểm?

$$\text{A. } 0,02622200012$$

$$\text{B. } 0,03622200012$$

$$\text{C. } 0,01622200012$$

$$\text{D. } 0,04622200012$$

Câu 4: Cả hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng bia là 0,8; người thứ hai bắn trúng bia là 0,6. Hãy tính xác suất của biến cố D : "Có ít nhất một người bắn trúng bia".

$$\text{A. } P(D) = 0,82.$$

$$\text{B. } P(D) = 0,93.$$

$$\text{C. } P(D) = 0,83.$$

$$\text{D. } P(D) = 0,92.$$

Câu 5: Cho A và B là hai biến cố. Biết $P(\overline{A}) = 0,7; P(B) = 0,2; P(AB) = 0,06$.

A. A và B là hai biến cố xung khắc.

B. A và B là hai biến cố độc lập.

C. A và B là hai biến cố đối.

D. A và B là hai biến cố không độc lập.

Câu 6: Cho A và B là hai biến cố. Biết $P(\overline{A}) = 0,7; P(B) = 0,3; P(AB) = 0,21$.

Mệnh đề nào đúng?

A. A và B là hai biến cố xung khắc.

B. A và B là hai biến cố độc lập.

C. A và B là hai biến cố đối.

D. A và B là hai biến cố không độc lập.

Câu 7: Một công ty may mặc có hai hệ thống máy chạy độc lập với nhau.

Xác suất để hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt là 95%, xác suất để hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt là 85%. Công ty chỉ có thể hoàn thành đơn hàng đúng hạn nếu ít nhất một trong hai hệ thống máy hoạt động tốt. Xác suất để công ty hoàn thành đúng hạn là

$$\text{A. } 0,9925.$$

$$\text{B. } 0,9825.$$

$$\text{C. } 0,9725.$$

$$\text{D. } 0,9625.$$

Câu 8: Một xạ thủ bắn lần lượt hai viên đạn vào bia. Xác suất bắn trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,7 và 0,8. Biết rằng

kết quả các lần bắn độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

A. 0,05 .

B. 0,06 .

C. 0,08 .

D. 0,07 .

E. HƯỚNG DẪN GIẢI



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1: Gọi Ω là không gian mẫu.

Suy ra $\Omega = \{(i; j) \mid i, j = 1; 2; \dots; 6\}$.

• $(i; j)$ là số chẵn khi và chỉ khi ít nhất một trong hai số i hoặc j là số chẵn.

• $(i + j)$ là số lẻ khi và chỉ khi trong hai số i, j có đúng một số lẻ và một số chẵn.

• $(i; j)$ là số lẻ khi và chỉ khi cả hai số i và j đều là số lẻ.

• $(i + j)$ là số chẵn khi và chỉ khi hai số i, j đều là số lẻ hoặc đều là số chẵn.

a) Ta có

$$\text{Biến cố } AB = \left\{ (1;2); (1;4); (1;6); (2;1); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4); (3;6); \right. \\ \left. (4;1); (4;3); (4;5); (5;2); (5;4); (5;6); (6;1); (6;3); (6;5) \right\}.$$

b) Ta có biến cố $\bar{A} = \Omega \setminus A$.

$$\text{Biến cố } \bar{A} = \{(1;1); (1;3); (1;5); (3;1); (3;3); (3;5); (5;1); (5;3); (5;5)\}.$$

$$\text{Biến cố } B = \left\{ (1;2); (1;4); (1;6); (2;1); (2;3); (2;5); (3;2); (3;4); (3;6); \right. \\ \left. (4;1); (4;3); (4;5); (5;2); (5;4); (5;6); (6;1); (6;3); (6;5) \right\}.$$

$$\text{Biến cố } \bar{AB} = \emptyset.$$

c) Ta có biến cố $\bar{B} = \Omega \setminus B$.

$$\text{Biến cố } \bar{B} = \left\{ (1;1); (1;3); (1;5); (3;1); (3;3); (3;5); (5;1); (5;3); (5;5) \right. \\ \left. (2;2); (2;4); (2;6); (4;2); (4;4); (4;6); (6;2); (6;4); (6;6) \right\}.$$

$$\text{Biến cố } \bar{AB} = \{(2;2); (2;4); (2;6); (4;2); (4;4); (4;6); (6;2); (6;4); (6;6)\}.$$

d) Biến cố $\bar{AB} = \{(1;1); (1;3); (1;5); (3;1); (3;3); (3;5); (5;1); (5;3); (5;5)\}$.

e) Vì $A \cap B \neq \emptyset$ nên A và B là hai biến cố không xung khắc.

Vì $\bar{A} \cap B = \emptyset$ nên $\bar{A}$ và B là hai biến cố xung khắc.

Bài 2:

a) Biến cố AB : “ Số ghi trên viên bi được chọn chia hết cho 14 ”.

b) Nếu A xảy ra thì xác suất của biến cố B là $\frac{4}{25}$.

Nếu A không xảy ra thì xác suất của biến cố B là $\frac{4}{25}$.

Vậy A và B là hai biến cố độc lập với nhau.

Bài 3:

Vì hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}$ và B ; A và $\bar{B}$; $\bar{A}$ và $\bar{B}$ cũng độc lập.

a) • $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,3$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,6$.

$$• P(AB) = P(A)P(B) = 0,7.0,4 = 0,28..$$

$$• P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,3.0,6 = 0,18.$$

$$• P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0,7.0,6 = 0,42.$$

$$• P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = 0,3.0,6 = 0,18.$$

b) $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,8$.

$$• P(AB) = P(A)P(B) \Rightarrow P(B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,12}{0,2} = 0,6.$$

$$• P(\bar{A}B) = P(\bar{A})P(B) = 0,8.0,6 = 0,48.$$

$$• P(A\bar{B}) = P(A)P(\bar{B}) = 0,8.0,4 = 0,32.$$

Bài 4:

Gọi biến cố A_i : “ Lần bắn thứ i trúng đích” với $i = 1, 2$.

Biến cố $\bar{A}_i$: “ Lần bắn thứ i không trúng đích” với $i = 1, 2$.

Ta có $P(A_1) = 0,7, P(A_2) = 0,8; P(\bar{A}_1) = 0,3, P(\bar{A}_2) = 0,2$.

a) Gọi biến cố A : “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.

Ta có $A = A_1A_2$ và $A_1; A_2$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(A) = P(A_1).P(A_2) = 0,7.0,8 = 0,56.$$

b) Gọi biến cố B : “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

Ta có $B = \bar{A}_1\bar{A}_2$ và $\bar{A}_1; \bar{A}_2$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(B) = P(\bar{A}_1).P(\bar{A}_2) = 0,3.0,2 = 0,06.$$

c) Gọi biến cố C : “Lần bắn thứ nhất trúng đích, lần bắn thứ hai không trúng đích”.

Ta có $C = A_1\bar{A}_2$ và $A_1; \bar{A}_2$ là hai biến cố độc lập.

$$\Rightarrow P(C) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) = 0,7 \cdot 0,2 = 0,14.$$

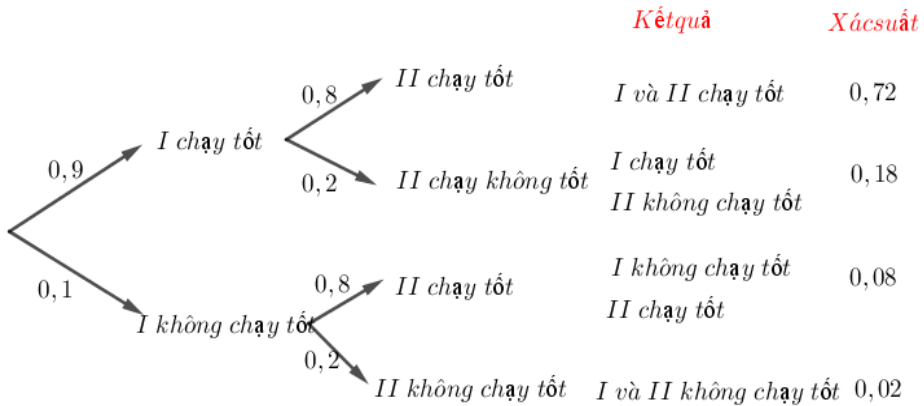
d) Gọi biến cố D : “Có ít nhất một lần bắn không trúng đích”.

biến cố $\overline{D}$: “Cả hai lần bắn đều trúng đích”.

$$\Rightarrow \overline{D} = A \Rightarrow P(\overline{D}) = P(A) = 0,56.$$

$$\Rightarrow P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 0,44.$$

Bài 5:



Theo sơ đồ trên, ta có

- Xác suất cả hai động cơ đều chạy tốt là 0,72.
- Xác suất cả hai động cơ đều không chạy tốt là 0,02.
- Xác suất động cơ I chạy không tốt, động cơ II chạy tốt là 0,08.

Bài 6:

a) Gọi biến cố A : “Anh Tuấn ít nhất một lần bị lây bệnh nếu có đeo khẩu trang khi tiếp xúc người bệnh 6 lần”.

Biến cố $\overline{A}$: “Anh Tuấn không bị lây bệnh nếu có đeo khẩu trang khi tiếp xúc người bệnh cả 6 lần”.

Xác suất nhiễm bệnh nếu có đeo khẩu trang khi tiếp xúc với người bệnh là 0,1.

Xác suất không bị nhiễm bệnh nếu đeo khẩu trang khi tiếp xúc với người bệnh là $1 - 0,1 = 0,9$.

$$P(\overline{A}) = (0,9)^6.$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - (0,9)^6 = 0,468559.$$

b) Gọi biến cố B : “Anh Tuấn ít nhất một lần bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang”.

biến cố $\overline{B}$: "Anh Tuấn không bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh cả 2 lần, trong đó có 1 lần không mang khẩu trang và có 1 lần mang khẩu trang".

Xác suất nhiễm bệnh nếu không đeo khẩu trang khi tiếp xúc với người bệnh là 0,8.

Xác suất không nhiễm bệnh nếu không khẩu trang khi tiếp xúc với người bệnh là $1 - 0,8 = 0,2$.

$$P(\overline{B}) = 0,9 \cdot 0,2 = 0,18.$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 0,18 = 0,82.$$

Bài 7:

Xác suất trong thời gian t cổ phiếu I không tăng giá là $1 - 0,5 = 0,5$.

Xác suất trong thời gian t cổ phiếu II không tăng giá là $1 - 0,6 = 0,4$.

Xác suất trong thời gian t cổ phiếu III không tăng giá là $1 - 0,7 = 0,3$.

Gọi biến cố A : "Cổ phiếu I không tăng giá".

Biến cố B : "Cổ phiếu II không tăng giá".

Biến cố C : "Cổ phiếu III không tăng giá".

Biến cố D : "Ít nhất một cổ phiếu tăng giá".

Biến cố $\overline{D}$: "Tất cả ba cổ phiếu đều không tăng giá".

Ta có $\overline{D} = ABC$ và các biến cố A, B, C độc lập.

$$\Rightarrow P(\overline{D}) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = 0,06.$$

$$\Rightarrow P(D) = 1 - P(\overline{D}) = 1 - 0,06 = 0,94$$



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1.A

2.B

3.C

4.D

5.B

6.D

7.A

8.B

Câu 1: Chọn A.

Gọi A_i là biến cố: "Mặt 6 chấm không xuất hiện lần gieo thứ i " với $i = 1, 2, 3$.

Ta có $P(A_i) = \frac{5}{6}$ với $i = 1, 2, 3$.

Biến cố $\bar{A}$: "Mặt 6 chấm không xuất hiện trong cả 3 lần gieo".
vì $\bar{A} = A_1 A_2 A_3$ và $A_1; A_2; A_3$ độc lập với nhau.

$$\text{nên } P(\bar{A}) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = \left(\frac{5}{6}\right)^3.$$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^3.$$

Câu 2: Chọn B.

Gọi B là biến cố: "Trong bốn lần sinh có ít nhất 1 lần sinh con trai".

$\bar{B}$ là biến cố: "Trong bốn lần sinh đều không sinh con trai".

Gọi B_i là biến cố: "Lần thứ i sinh con gái" với $i = 1, 2, 3, 4$.

Suy ra $P(B_i) = 0,49$ với $i = 1, 2, 3, 4$.

Vì $\bar{B} = B_1 B_2 B_3 B_4$ và $B_1; B_2; B_3; B_4$ độc lập với nhau.

$$\text{nên } P(\bar{B}) = P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(B_3) \cdot P(B_4).$$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - (0,49)^4 \approx 0,94.$$

Câu 3: Chọn C. Mỗi câu làm đúng, bạn Bình được $\frac{1}{4}$ điểm.

Bạn Bình làm đúng 30 câu nên có số điểm là $30 \cdot \frac{1}{4} = 7,5$ điểm.

Bạn Bình được 9 điểm khi làm đúng 6 trong câu 10 câu còn lại.
nên xác suất để Bình làm đúng 6 trong câu 10 câu còn lại.

$$C_{10}^6 \left(\frac{1}{4}\right)^6 \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 0,01622200012.$$

Câu 4: Chọn D. Gọi B là biến cố: "Cả hai người đều bắn không trúng bia".

A_1 là biến cố: "Người thứ nhất bắn trúng bia"

A_2 là biến cố: "Người thứ hai bắn trúng bia"

$$P(A_1) = 0,8; P(A_2) = 0,6.$$

Vì $B = \bar{A}_1 \bar{A}_2$ và $\bar{A}_1$ và $\bar{A}_2$ là hai biến cố độc lập.

$$\text{nên } P(B) = P(\bar{A}_1) P(\bar{A}_2) = [1 - P(A_1)][1 - P(A_2)] = 0,2 \cdot 0,4 = 0,08.$$

Vì biến cố D : "Có ít nhất một người bắn trúng bia".

nên biến cố D là biến cố đối của B .

$$\text{Do đó } P(D) = 1 - P(B) = 1 - 0,08 = 0,92.$$

Câu 5: Chọn B. $P(\bar{A}) = 0,7 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,3$. $P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,2 = 0,06$.

mà $P(AB) = 0,06 \Rightarrow P(A) \cdot P(B) = P(AB)$. Vậy A và B là hai biến cố độc lập.

Câu 6: Chọn D. $P(\bar{A}) = 0,7 \Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,3$. $P(A) \cdot P(B) = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$.

mà $P(AB) = 0,21 \Rightarrow P(A).P(B) \neq P(AB)$. Vậy A và B là hai biến cố không độc lập.

Câu 7: Chọn A

Gọi A là biến cố: “Hệ thống máy thứ nhất hoạt động tốt”.

B là biến cố: “Hệ thống máy thứ hai hoạt động tốt”.

C là biến cố: “Công ty hoàn thành đúng hạn”.

Ta có $\bar{A}$ là biến cố: “Hệ thống máy thứ nhất hoạt động không tốt”.

$\bar{B}$ là biến cố: “Hệ thống máy thứ hai hoạt động không tốt”.

$\bar{C}$ là biến cố: “Công ty hoàn thành không đúng hạn”.

$P(A) = 0,95$; $P(B) = 0,85$; $P(\bar{A}) = 0,05$; $P(\bar{B}) = 0,15$.

Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập

Mà $\bar{C} = \bar{A}.\bar{B}$

$P(\bar{C}) = P(\bar{A}.\bar{B}) = P(\bar{A}).P(\bar{B}) = 0,0075$.

$\Rightarrow P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 0,9925$.

Câu 8: Chọn B.

Gọi biến cố A_i : “ Lần bắn thứ i trúng đích” với $i = 1, 2$.

Biến cố $\bar{A}_i$: “ Lần bắn thứ i không trúng đích” với $i = 1, 2$.

Ta có $P(A_1) = 0,7, P(A_2) = 0,8; P(\bar{A}_1) = 0,3, P(\bar{A}_2) = 0,2$.

Gọi biến cố B : “Cả hai lần bắn đều không trúng đích”.

Ta có $B = \bar{A}_1.\bar{A}_2$ và $\bar{A}_1; \bar{A}_2$ là hai biến cố độc lập.

$\Rightarrow P(B) = P(\bar{A}_1).P(\bar{A}_2) = 0,3.0,2 = 0,06$.

**BIẾN CỐ HỢP VÀ QUY TẮC
CỘNG XÁC SUẤT**

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

I. Biến cố hợp

Cho hai biến cố A và B . Biến cố “ A hoặc B ” xảy ra, kí hiệu là $A \cup B$, được gọi là **biến cố hợp** của A và B .

❖ **Chú ý:**

Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi có ít nhất một trong hai biến cố A và B xảy ra. Tập hợp mô tả biến cố $A \cup B$ là hợp của hai tập hợp mô tả biến cố A và biến cố B .

II. Quy tắc cộng xác suất

Quy tắc cộng cho hai biến cố xung khắc

- + Cho hai biến cố xung khắc A và B . Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Quy tắc cộng cho hai biến cố bất kì

- + Cho hai biến cố A và B . Khi đó: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$.

B. CÁC DẠNG TOÁN.

DẠNG 1:
BIẾN CỐ HỢP

Phương pháp:

- + Nắm vững khái niệm cơ bản.

Ví dụ 1. Lớp 11A có 21 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Chọn 5 bạn học sinh trong lớp đi tham gia hoạt động chung của nhà trường. Gọi A là biến cố “5 bạn học sinh là học sinh nam”, B là biến cố “5 bạn học sinh là học sinh nữ”.

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và biến cố B ?
b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Lời giải

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và biến cố B ?
Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_{21}^5 = 20349$.
Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_{17}^5 = 6188$.
b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

$A \cup B$ là biến cố “5 học sinh được chọn có cùng giới tính”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_{21}^5 + C_{17}^5 = 26537$.

Ví dụ 2. Một hộp chứa 8 viên bi đỏ và 10 viên bi đen có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi từ hộp. Gọi A là biến cố “3 viên bi lấy ra đều có màu đỏ”, B là biến cố “3 viên bi lấy ra đều có màu đen”.

- Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và biến cố B ?
- Hãy mô tả bằng bảng lờ biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Lời giải

- Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và biến cố B ?

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_8^3 = 56$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_{10}^3 = 120$.

- Hãy mô tả bằng bảng lờ biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

$A \cup B$ là biến cố “3 viên bi được chọn có cùng màu”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_8^3 + C_{10}^3 = 176$.

DẠNG 2:

QUY TẮC CỘNG CHO HAI BIẾN CỐ XUNG KHẮC

Phương pháp:

- + Nhớ vững khái niệm cơ bản

Ví dụ 3. Một tổ công nhân có 5 nam và 6 nữ. Cần chọn ngẫu nhiên hai công nhân đi thực hiện một nhiệm vụ mới. Tính xác suất của biến cố “Cả hai công nhân được chọn cùng giới tính”.

Lời giải

Số kết quả chọn được hai công nhân bất kì là $C_{11}^2 = 55$

Gọi A là biến cố “Hai công nhân được chọn là nam”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^2 = 10$.

Gọi B là biến cố “Hai công nhân được chọn là nữ”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_6^2 = 15$.

Do đó $A \cup B$ là biến cố “Cả hai công nhân được chọn có cùng giới tính”.

Do A và B là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{10}{55} + \frac{15}{55} = \frac{5}{11}.$$

Ví dụ 4. Trên kệ sách đang có 4 cuốn sách Toán và 5 cuốn sách Văn. Lần lượt lấy xuống ngẫu nhiên ba cuốn sách, tính xác suất của biến cố “Ba cuốn sách được chọn cùng loại”.

Lời giải

Số kết quả chọn được hai cuốn sách bất kì là $C_9^3 = 84$

Gọi A là biến cố “Ba cuốn sách được chọn là sách Toán”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_4^3 = 4$.

Gọi B là biến cố “Ba cuốn sách được chọn là sách Văn”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_5^3 = 10$.

Do đó $A \cup B$ là biến cố “Cả ba cuốn sách được chọn cùng loại”. Do A và B là hai biến cố xung khắc nên:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{84} + \frac{10}{84} = \frac{1}{6}.$$

DẠNG 3:

QUY TẮC CỘNG CHO HAI BIẾN CỐ BẤT KÌ

Phương pháp:

+ Nắm vững khái niệm cơ bản

Ví dụ 5. Trong một thùng phiếu bốc thăm trúng thưởng có 30 lá phiếu được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Người ta rút ra từ thùng phiếu một lá thăm bất kì. Tính xác suất của biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4 hoặc 5”

Lời giải

Gọi A là biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 4”.

Từ 1 đến 30 có 7 kết quả thuận lợi cho biến cố A , nên $P(A) = \frac{7}{30}$.

Gọi B là biến cố “Lá thăm rút được có số thứ tự chia hết cho 5”.

Từ 1 đến 30 có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố B , nên $P(B) = \frac{6}{30}$.

Một số chia hết cho cả 4 và 5 thì nó chia hết cho 20, từ 1 đến 30 có 1 kết quả, nên $P(A.B) = \frac{1}{30}$.

$$\text{Vậy } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = \frac{7}{30} + \frac{6}{30} - \frac{1}{30} = \frac{12}{30} = \frac{2}{5}.$$

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN.

Bài 1: Giả sử từ tỉnh A đến tỉnh B có thể đi bằng các phương tiện: ô tô, tàu hỏa, tàu thủy hoặc máy bay. Mỗi ngày có 10 chuyến ô tô, 5 chuyến tàu hỏa, 3 chuyến tàu thủy và 2 chuyến máy bay. Gọi A là biến cố “chọn phương tiện ô tô hoặc tàu hỏa”, B là biến cố “Chọn phương tiện tàu thủy hoặc máy bay”.

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?

- b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Bài 2: Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6 người ta lập thành các số tự nhiên bé hơn 100. Gọi A là biến cố “Số lập được là số lẻ”, B là biến cố “Số lập được là số chẵn”.

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
c) Người ta chọn một số bất kì trong những số trên. Xác định xác suất của biến cố “Số được chọn chia hết cho 5”.

Bài 3: Trên bàn có 8 cây bút chì khác nhau, 6 cây bút bi khác nhau và 10 cuốn tập khác nhau. Một học sinh muốn chọn một đồ vật duy nhất trên bàn. Gọi A là biến cố “Vật được chọn là cây bút”, B là biến cố “Vật được chọn là cuốn tập”.

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$

Bài 4: Người ta tiến hành lập các số có ba chữ số khác nhau từ các chữ số: 0; 1; 2; 3; 4; 5. Gọi A là biến cố “Số được lập là số chẵn”, B là biến cố “Số được lập là số chia hết cho 5”.

- a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?
b) Tính xác suất của biến cố “Số được chọn chia hết cho 2 và 5”.

Bài 5: Trong một trường THPT, khối 11 có 280 học sinh nam và 325 học sinh nữ. Nhà trường cần chọn hai học sinh ở khối 11 đi dự dạ hội của học sinh thành phố. Gọi A là biến cố “Hai học sinh được chọn là học sinh nam”, B là biến cố “Hai học sinh được chọn là học sinh nữ”.

- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.
b) Tính xác suất của biến cố $A \cup B$

Bài 6: Một thùng trong đó có 12 hộp đựng bút màu đỏ, 18 hộp đựng bút màu xanh. Người ta muốn chọn 2 hộp bút từ trong thùng.

- a) Số cách khác nhau để biến cố “Chọn được hai hộp có màu khác nhau” là?
b) Tính xác suất để biến cố “Hai hộp được chọn có cùng màu”.

Bài 7: Một bó hoa có 5 hoa hồng trắng, 6 hoa hồng đỏ và 7 hoa hồng vàng. Tính xác suất của biến cố “Chọn được ba bông hoa có ít nhất 2 màu”?

Bài 8: Có 10 cặp vợ chồng đi dự tiệc. Người ta chọn hai người lên phát biểu ý kiến. Gọi A là biến cố “Hai người được chọn là nam”, B là biến cố “Hai người được chọn là nữ”.

- a) Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.
b) Tính xác suất của biến cố: “Chọn được một người đàn ông, một người phụ nữ và hai người đó không phải vợ chồng”.

Bài 9: Một bình đựng 4 quả cầu xanh và 6 quả cầu trắng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả cầu. Tính xác suất của biến cố “Cả ba bị được chọn có cùng màu”.

Bài 11: Một tổ gồm 12 học sinh trong đó có bạn An. Cần chọn ra 4 bạn đi trực trong tuần tới. Gọi A là biến cố “4 bạn được chọn có bạn An”, B là biến cố “4 bạn được chọn không có bạn An”. Tính xác suất $A \cup B$.

Bài 12: Đội thanh niên xung kích có của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh lớp 10; 4 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất của biến cố “4 học sinh được chọn thuộc không quá 2 trong 3 lớp”.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- A) $\frac{5}{22}$. B) $\frac{6}{11}$. C) $\frac{5}{11}$. D) $\frac{8}{11}$.

Câu 2: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

- A) $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. B) $\frac{C_5^4}{C_8^4}$. C) $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}$. D) $\frac{A_5^4}{A_8^4}$.

Câu 3: Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

- A) $\frac{5}{11}$. B) $\frac{5}{22}$. C) $\frac{6}{11}$. D) $\frac{8}{11}$.

Câu 4: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để “Chọn được đoàn đại biểu có ít nhất 3 người nữ” là

- A) $\frac{61}{143}$. B) $\frac{140}{429}$. C) $\frac{1}{143}$. D) $\frac{28}{715}$.

Câu 5: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 6 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số chẵn bằng

- A) $\frac{9}{35}$. B) $\frac{18}{35}$. C) $\frac{4}{35}$. D) $\frac{1}{7}$.

Câu 6: Từ một hộp chứa 9 quả cầu đỏ và 6 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để “lấy được 3 quả cầu cùng màu” bằng?

- A) $\frac{12}{65}$. B) $\frac{5}{21}$. C) $\frac{24}{35}$. D) $\frac{8}{35}$.

Câu 7: Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng

- A) $\frac{71}{143}$. B) $\frac{56}{715}$. C) $\frac{72}{143}$. D) $\frac{56}{143}$.

Câu 8: Một nhóm học sinh có 2 bạn nam và 3 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong nhóm đó, tính xác suất để trong cách chọn đó có ít nhất 2 bạn nữ.

- A) $\frac{3}{10}$. B) $\frac{3}{5}$. C) $\frac{7}{10}$. D) $\frac{2}{5}$.

Câu 9: Có 13 học sinh của một trường THPT đạt danh hiệu học sinh xuất sắc trong đó khối 12 có 8 học sinh nam và 3 học sinh nữ, khối 11 có 2 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ để trao thưởng, tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và 12.

- A) $\frac{57}{286}$. B) $\frac{24}{143}$. C) $\frac{27}{143}$. D) $\frac{229}{286}$.

Câu 10: Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất lấy được ít nhất 1 viên đỏ.

- A) $\frac{37}{42}$. B) $\frac{1}{21}$. C) $\frac{5}{42}$. D) $\frac{20}{21}$.

Câu 11: Một hộp có 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Xác suất để lấy được ba viên bi cùng màu là

- A) $\frac{3}{11}$ B) $\frac{42}{55}$ C) $\frac{8}{11}$. D) $\frac{28}{55}$

Câu 12: Một hộp bi có 5 bi xanh, 4 bi đỏ, 6 bi vàng. Chọn ngẫu nhiên ba bi từ trong hộp ra. Tính xác suất để ba bi được chọn ra cùng màu.

A) $P(A) = \frac{31}{455}$. B) $P(A) = \frac{6}{91}$. C) $P(A) = \frac{34}{455}$. D) $P(A) = \frac{1}{91}$

Câu 13: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

A) $\frac{12}{36}$. B) $\frac{11}{36}$ C) $\frac{6}{36}$ D) $\frac{8}{36}$

Câu 14: Có 3 hộp đựng bi, hộp thứ nhất đựng 10 bi xanh, hộp thứ hai đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ, hộp thứ ba đựng 10 bi đỏ. Người ta chọn ngẫu nhiên một hộp, sau đó bốc ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp đó thì được cả 2 bi màu xanh. Hỏi nếu tiếp tục bốc thêm 1 viên bi nữa ở hộp đó thì xác suất bốc được bi xanh bằng bao nhiêu?

A) $\frac{39}{72}$. B) $\frac{3}{8}$. C) $\frac{11}{16}$. D) $\frac{39}{44}$.

Câu 15: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A . Xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25 bằng

A) $\frac{43}{324}$. B) $\frac{1}{27}$. C) $\frac{11}{324}$. D) $\frac{17}{81}$.

E. HƯỚNG DẪN GIẢI



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1:

a) Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $10 + 5 = 15$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $3 + 2 = 5$.

b) Biến cố $A \cup B$ là biến cố "Chọn một phương tiện để di chuyển từ A đến B ". Số kết quả thuận lợi của biến cố $A \cup B$ là: $15 + 5 = 20$.

Bài 2:

a) Số tự nhiên chẵn có một chữ số gồm: 2; 4; 6.

Số tự nhiên chẵn có hai chữ số là $\overline{ab}$

Ta có: $b \in \{2; 4; 6\}$ nên b có 3 cách chọn.

a có 6 cách chọn.

Số cách lập số $\overline{ab}$ là số chẵn: $3 \cdot 6 = 18$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $3 + 18 = 21$.

Số tự nhiên lẻ có một chữ số gồm: 1; 3; 5.

Số tự nhiên lẻ có hai chữ số là $\overline{ab}$

Ta có: $b \in \{1; 3; 5\}$ nên b có 3 cách chọn.

a có 6 cách chọn.

Số cách lập số $\overline{ab}$ là số chẵn: $3.6 = 18$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $3 + 18 = 21$.

b) $A \cup B$ là biến cố "Chọn được một số bất kì". Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $21 + 21 = 42$.

c) Gọi C là biến cố "số được chọn chia hết cho 5".

Số có 1 chữ số chia hết cho 5 là 5.

Số có hai chữ số chia hết cho 5 có dạng $\overline{a5}$, nên a có 6 cách chọn.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $1 + 6 = 7$.

Xác suất của biến cố C là $P(C) = \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$.

Bài 3:

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $8 + 6 = 14$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là 10.

b) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

$A \cup B$ là biến cố "Chọn được một vật trên bàn", số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $14 + 10 = 24$.

Bài 4:

a) Có bao nhiêu kết quả thuận lợi cho biến cố A và B ?

Gọi số có AK 3 chữ số là: $\overline{abc}$.

+ Xét TH số được chọn là số chẵn.

TH1: $c = 0$, nên 1 có một cách chọn.

Số cách chọn a và b là $A_5^2 = 20$.

Áp dụng quy tắc nhân $1.20 = 20$.

TH2: $c \in \{2; 4\}$, nên c có 2 cách chọn.

$a \neq 0; c$ nên a có 4 cách chọn.

$b \neq a, c$, nên b có 4 cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân $2.4.4 = 32$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $20 + 32 = 52$.

+ Xét TH số được chọn chia hết cho 5.

TH1: $c = 0$, nên c có 1 cách chọn.

Số cách chọn a và b là $A_5^2 = 20$.

Áp dụng quy tắc nhân: $1.20 = 20$.

TH2: $c = 5$, nên c có 1 cách chọn.

$a \neq 0; c$ nên a có 4 cách chọn.

$b \neq a, c$, nên b có 4 cách chọn.

Áp dụng quy tắc nhân $1.4.4 = 16$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $20 + 16 = 36$.

- b) Tính xác suất của biến cố “Số được chọn chia hết cho 2 và 5”.

Gọi C là biến cố “Số được chọn chia hết cho 2 hoặc 5”

Vậy $C = A \cup B$.

Một số chia hết cho cả 2 và 5 thì chia hết cho 10, nên ta có $5.4.1 = 20$.

Số có ba chữ số khác nhau:

$a \neq 0$ nên a có 5 cách chọn.

b, c có số cách chọn $A_5^2 = 20$.

Số kết quả thuận lợi là $5.20 = 100$.

$$\text{Do đó: } P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A.B) = \frac{52 + 36 - 20}{100} = \frac{17}{25}.$$

Bài 5:

- a) Hãy mô tả bằng lời biến cố $A \cup B$ và tính số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$.

Biến cố $A \cup B$ là biến cố “Chọn được hai học sinh có cùng giới tính”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố $A \cup B$ là $C_{280}^2 + C_{325}^2 = 91710$.

- b) Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

Số kết quả chọn được hai học sinh bất kì từ học sinh khối 11 là

$$C_{605}^2 = 182710.$$

Vì A và B là hai biến cố đối nên xác suất của biến cố $A \cup B$ là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{91710}{182710} = \frac{9171}{18271}.$$

Bài 6:

- a) Số cách khác nhau để biến cố “Chọn được hai hộp có màu khác nhau” là?

Gọi A là biến cố “Chọn được hai hộp có màu khác nhau”. Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_{12}^1.C_{18}^1 = 216$.

- b) Tính xác suất để biến cố “Hai hộp được chọn có cùng màu”.

Gọi B là biến cố “Hai hộp được chọn có cùng màu”, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là $C_{12}^2 + C_{18}^2 = 219$.

Số kết quả chọn được hai hộp quà ngẫu nhiên là $C_{30}^2 = 435$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là } P(B) = \frac{219}{435} = \frac{73}{145}.$$

Bài 7: Gọi A là biến cố “Chọn được ba bông hoa có ít nhất hai màu”

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Chọn được ba bông hoa có cùng màu”, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $C_5^3 + C_6^3 + C_7^3 = 65$.

Số kết quả khi chọn ba bông hoa bất kì là $C_{18}^3 = 816$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{65}{816} = \frac{751}{816}$.

Bài 8:

a) Tính xác suất của biến cố $A \cup B$.

Xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^2} = \frac{9}{38}$.

Xác suất xảy ra biến cố B là $P(B) = \frac{C_{10}^2}{C_{20}^2} = \frac{9}{38}$.

Vì biến cố A và B là hai biến cố xung khắc nên xác suất xảy ra biến cố

$A \cup B$ là $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{9}{38} + \frac{9}{38} = \frac{9}{19}$.

b) Tính xác suất của biến cố: “Chọn được một người đàn ông, một người phụ nữ và hai người đó không phải vợ chồng”.

Gọi C là biến cố “Chọn được một người đàn ông, một người phụ nữ và hai người đó không phải vợ chồng”.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố C là $C_{10}^1 \cdot C_9^1 = 90$.

Xác suất xảy ra biến cố C là $P(C) = \frac{90}{190} = \frac{9}{19}$.

Bài 9: Gọi A là biến cố “Cả ba bi được chọn có cùng màu”.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_4^3 + C_6^3}{C_9^3} = \frac{2}{7}$.

Bài 10: Gọi A là biến cố “Ba người được chọn có ít nhất một nữ”.

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố “Ba người được chọn không có nữ”

Xác suất của biến cố $\bar{A}$ là $P(\bar{A}) = \frac{C_7^3}{C_{10}^3} = \frac{7}{24}$.

Vì A và $\bar{A}$ là hai biến cố xung khắc nên $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{7}{24} = \frac{17}{24}$.

Bài 11: Xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{C_{11}^3}{C_{12}^4} = \frac{1}{3}$.

Xác suất xảy ra biến cố B là $P(B) = \frac{C_{11}^4}{C_{12}^4} = \frac{2}{3}$.

$A \cup B$ là biến cố “Chọn được 4 bạn có bạn An hoặc không có bạn An”

$$\Rightarrow P(AB) = \frac{C_8^4}{C_{12}^4} = \frac{14}{99}$$

Xác suất của biến cố $A \cup B$ là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - \frac{14}{99} = \frac{85}{99}.$$

Bài 12: Gọi A là biến cố “4 học sinh được chọn thuộc không quá 2 trong 3 lớp”

TH 1: 4 học sinh được chọn thuộc một lớp:

- Lớp 10: có $C_5^4 = 5$ cách chọn
- Lớp 11: có $C_4^4 = 1$ cách chọn

Trường hợp này có: 6 cách chọn.

TH 2: 4 học sinh được chọn thuộc hai lớp:

- Lớp 10 và 11: có $C_9^4 - (C_5^4 + C_4^4) = 120$.
- Lớp 11 và 12: có $C_9^4 - C_4^4 = 125$.
- Lớp 10 và 12: có $C_9^4 - C_5^4 = 121$.

Trường hợp này có $120 + 125 + 121 = 366$ cách chọn.

Vậy số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $6 + 366 = 372$.

Xác suất xảy ra biến cố A là $P(A) = \frac{372}{C_{12}^4} = \frac{124}{165}$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1.C	2.A	3.A	4.A	5.A	6.D	7.C	8.C	9.A	10.D
11.A	12.C	13.B	14.D	15.C					

Câu 1: Chọn C. Số cách lấy ra 2 quả cầu trong 11 quả là C_{11}^2 , Suy ra $n(\Omega) = C_{11}^2$.

Gọi A là biến cố “lấy được 2 quả cùng màu”. Suy ra $n(A) = C_5^2 + C_6^2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{C_5^2 + C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{5}{11}$.

Câu 2: Chọn A. Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{13}^4$.

Gọi A là biến cố “4 người được chọn đều là nam”, ta có: $n(A) = C_5^4$.

Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam: $P(A) = \frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 3: Chọn A.

Chọn 2 quả cầu từ 11 quả cầu có C_{11}^2 cách.

Chọn 2 quả cầu từ 5 quả cầu màu xanh có C_5^2 cách.

Chọn 2 quả cầu từ 6 quả cầu màu đỏ có C_6^2 cách.

Xác suất để chọn 2 quả cầu cùng màu bằng $\frac{C_5^2 + C_6^2}{C_{11}^2} = \frac{5}{11}$.

Câu 4: Chọn A. Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5 = 3003$.

Gọi biến cố A : “Chọn được đoàn đại biểu có ít nhất 3 người nữ”

$$\Rightarrow n(A) = C_7^3 \cdot C_8^2 + C_7^4 \cdot C_8^1 + C_7^5 = 1281.$$

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1281}{3003} = \frac{61}{143}$.

Câu 5: Chọn A. Số cách lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp là: $C_{15}^2 = 105$ cách

Để tổng hai số ghi trên hai quả cầu là số chẵn ta có 2 TH sau:

TH1: Hai quả cầu khác màu cùng đánh số lẻ: $C_3^1 \cdot C_5^1 = 15$ cách

TH2: Hai quả cầu khác màu nhau cùng đánh số chẵn: $C_3^1 \cdot C_4^1 = 12$ cách

Vậy xác suất cần tính là: $P = \frac{12 + 15}{105} = \frac{9}{35}$.

Câu 6: Chọn D. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu từ 15 quả cầu đã cho có $C_{15}^3 = 455$ cách.

Lấy được 3 quả cầu cùng màu từ các quả cầu đã cho có $C_9^3 + C_6^3 = 104$

cách. Vậy xác suất để lấy được 3 quả cầu cùng màu là $P = \frac{104}{455} = \frac{8}{35}$.

Câu 7: Chọn C. Chọn 6 tấm thẻ trong hộp có 15 ta có $C_{15}^6 = 5005$ cách

$$\Rightarrow n(\Omega) = 5005.$$

Ta thấy trong 15 tấm thẻ có 8 tấm thẻ đánh số lẻ và 7 tấm thẻ đánh số chẵn.

Gọi A là biến cố: “Tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ là số lẻ”. Ta có các trường hợp sau:

- + TH 1: Chọn được 5 thẻ đánh số lẻ và 1 thẻ đánh số chẵn có: $C_8^5 \cdot C_7^1 = 392$ cách.

+ TH 2: Chọn được 3 thẻ đánh số lẻ và 3 thẻ đánh số chẵn có:

$$C_8^3 \cdot C_7^3 = 1960 \text{ cách.}$$

+ TH 3: Chọn được 1 thẻ đánh số lẻ và 5 thẻ đánh số chẵn có: $C_8^1 \cdot C_7^5 = 168$ cách.

$$\text{Do đó } n(A) = 392 + 1960 + 168 = 2520.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2520}{5005} = \frac{72}{143}.$$

Câu 8: Chọn C. Chọn ngẫu nhiên 3 bạn trong nhóm có $C_5^3 = 10$ cách. Suy ra $n(\Omega) = 10$. Gọi A là biến cố trong cách chọn đó có ít nhất 2 bạn nữ.

TH1: Chọn 2 nữ và 1 nam có $C_3^2 \cdot C_2^1$ cách.

TH2: Chọn 3 nữ có C_3^3 cách.

$$\text{Suy ra } n(A) = C_3^2 \cdot C_2^1 + C_3^3 = 7. \text{ Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7}{10}.$$

Câu 9: Chọn A. Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ 13 học sinh. Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{13}^3 = 286$.

Gọi A là biến cố "3 học sinh được chọn có cả nam và nữ đồng thời có cả khối 11 và 12". Ta có các trường hợp sau:

TH1: Chọn 1 học sinh khối 11, 1 học sinh nam khối 12 và 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1 C_8^1 C_3^1 = 48$ cách.

TH2: Chọn 1 học sinh khối 11, 2 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^1 C_3^2 = 6$ cách.

TH3: Chọn 2 học sinh khối 11, 1 học sinh nữ khối 12 nên có $C_2^2 C_3^1 = 3$ cách.

$$\text{Suy ra số phần tử của biến cố } A \text{ là } |\Omega_A| = 48 + 6 + 3 = 57.$$

$$\text{Vậy xác suất cần tính } P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{57}{286}.$$

Câu 10: Chọn D. Lấy 3 viên bi từ $5 + 4 = 9$ viên bi có C_9^3 cách.

+ Lấy 1 viên đỏ và 2 viên xanh có $C_5^1 C_4^2$ cách.

+ Lấy 2 viên đỏ và 1 viên xanh có $C_5^2 C_4^1$ cách.

+ Lấy 3 viên đỏ có C_5^3 cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_5^1 C_4^2 + C_5^2 C_4^1 + C_5^3}{C_9^3} = \frac{20}{21}$.

Câu 11: Chọn A. Xác suất cần tính là $P = \frac{C_8^3 + C_4^3}{C_{12}^3} = \frac{3}{11}$.

Câu 12: Chọn C. Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A : "Ba viên bi lấy ra cùng màu". Suy ra $n(A) = C_5^3 + C_6^3 + C_4^3 = 34$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{34}{455}$.

Câu 13: Chọn B. Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố: "ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm".

TH1: Mặt 6 chấm chỉ xuất hiện ở lần gieo thứ nhất: $(6;1), (6;2), (6;3), (6;4), (6;5)$.

TH2: Mặt 6 chấm chỉ xuất hiện ở lần gieo thứ hai: $(1;6), (2;6), (3;6), (4;6), (5;6)$.

TH3: Mặt 6 chấm xuất hiện ở cả hai lần gieo: $(6;6)$.

$\Rightarrow n(A) = 11$. Vậy $P(A) = \frac{11}{36}$.

Câu 14: Chọn D. Ta xét các viên bi theo thứ tự.

Không gian mẫu là lấy hai viên bi xanh sau đó lấy viên thứ ba bất kỳ ta có hai khả năng sau:

- Lấy được 2 bi xanh ở hộp thứ nhất có A_{10}^2 cách. Lấy viên thứ ba có 8 cách.
- Lấy được 2 bi xanh ở hộp thứ hai có A_5^2 cách. Lấy viên thứ ba có 8 cách.

$\Rightarrow n(\Omega) = A_{10}^2 \cdot 8 + A_5^2 \cdot 8$

Biến cố 3 bi xanh từ một hộp ngẫu nhiên có các khả năng sau:

- Lấy được 3 bi xanh ở hộp thứ nhất có A_{10}^3 cách.
- Lấy được 3 bi xanh ở hộp thứ hai có A_5^3 cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{A_{10}^3 + A_5^3}{A_{10}^2 \cdot 8 + A_5^2 \cdot 8} = \frac{39}{44}$.

Câu 15: Chọn C. Số phần tử không gian mẫu $n(\omega) = 9 \cdot A_9^7$.

Gọi A là biến cố chọn được số chia hết cho 25.

Số $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8} : 25$ khi $\overline{a_7 a_8} : 25$, nên số $\overline{a_7 a_8}$ là 25, 50, 75.

TH 1: số $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} 25$ có 7. A_7^5 số. TH 2: số $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} 75$ có 7. A_7^5 số.

TH 3: số $\overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6} 50$ có A_8^6 số $\Rightarrow n(A) = 7.A_7^5 + 7.A_7^5 + A_8^6$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\omega)} = \frac{11}{324}.$$

BÀI TẬP CUỐI CHƯƠNG IX

A. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài 1. Gieo một đồng xu 2 lần liên tiếp. Tính xác suất để có một lần lật ngửa.

Bài 2. Gieo 3 đồng xu cân đối. Gọi A là biến cố có ít nhất một đồng xu lật ngửa và B là biến cố có đúng 2 đồng xu lật ngửa.

a) Tính xác suất để có ít nhất một đg xu ngửa.

b) Tính $P(A \cap B)$

Bài 3. Cho $P(A) = 2/5$; $P(B) = 5/12$ và $P(AB) = 1/6$. Hỏi 2 biến cố A và B có:

a) Xung khắc hay không?

b) Độc lập với nhau hay không?

Bài 4. Cho hai biến cố A và B biết $P(A) = 0,3$; $P(B) = 0,5$ và $P(A \cap B) = 0,1$.

Tính $P(A \cup B)$, $P(\overline{A})$, $P(\overline{B})$, $P(\overline{A \cap B})$, $P(\overline{A \cup B})$.

Bài 5. Chọn ngẫu nhiên một lá bài trong cỗ bài 32 lá, trả lá bài trong cỗ bài và rút lá bài khác.

a) Tính xác suất để hai lá bài rút được là lá già và lá đầm

b) Tính xác suất trong hai lá bài r được không có lá cơ

Bài 6. Một bình đựng 2 bi xanh và 4 bi đỏ. Lần lượt lấy một bi liên tiếp 3 lần và mỗi lần trả lại bi đã lấy vào bình.

a) Tính xác suất để được 3 bi xanh

b) Tính xác suất để được 3 bi đỏ

c) Tính xác suất để được 3 bi không cùng một màu

Bài 7. Có 3 chiếc hộp. Hộp A chứa 3 bi đỏ, 5 bi trắng. Hộp B chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 3 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi lấy một bi từ hộp đó. Xác suất để được một bi đỏ

Bài 8. Ba cầu thủ sút phạt đến 11m, mỗi người đá một lần với xác suất làm bàn tương ứng là x , y và $0,6$ (với $x > y$). Biết xác suất để ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn là $0,976$ và xác suất để cả ba cầu thủ đều ghi bàn là $0,336$. Tính xác suất để có đúng hai cầu thủ ghi bàn.

Bài 9. Một bài trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án lựa chọn trong đó có 1 đáp án đúng. Giả sử mỗi câu trả lời đúng được 5 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 2 điểm. Một học sinh không học bài nên đánh hù họa một câu trả lời. Tìm xác suất để học sinh này nhận điểm dưới 1.

B. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Giả sử A và B là các biến cố liên quan đến một phép thử có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện. Nếu A và B xung khắc thì có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

(I). $P(A.B) = P(A).P(B)$.

(II). $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$.

(III). $A \cap B = \phi$.

(IV). $A \cap B \neq \phi$.

A. 3

B. 4

C. 2

D. 1

Câu 2: Hai xạ thủ cùng bắn vào bia. Xác suất người thứ nhất bắn trúng là 80%. Xác suất người thứ hai bắn trúng là 70%. Xác suất để cả hai người cùng bắn trúng là

A. 50%.

B. 32,6%.

C. 60%.

D. 56%.

Câu 3: 3 hộp A có 4 viên bi trắng, 5 viên bi đỏ và 6 viên bi xanh. Hộp B có 7 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi, tính xác suất để hai viên bi được lấy ra có cùng màu.

A. $\frac{91}{135}$.

B. $\frac{44}{135}$.

C. $\frac{88}{135}$.

D. $\frac{45}{88}$.

Câu 4: Xác suất sinh con trai trong một lần sinh là 0,51. Một người sinh hai lần, mỗi lần một con. Tính xác suất P để người đó sau khi sinh 2 lần có ít nhất một con trai.

A. $P = \frac{2499}{10000}$

B. $P = \frac{7599}{10000}$

C. $P = \frac{51}{100}$

D. $P = \frac{2601}{10000}$

Câu 5: Hai xạ thủ bắn súng độc lập. Xác suất bắn trúng của xạ thủ A là 0,9 và xác suất bắn trúng của xạ thủ B là 0,8. Hai xạ thủ mỗi người bắn một viên đạn. Tính xác suất để chỉ có một xạ thủ bắn trúng bia.

A. 0,18

B. 0,72

C. 0,26

D. 0,98

Câu 6: Có hai hộp đựng bi. Hộp I có 9 viên bi được đánh số 1, 2, ..., 9. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp một viên bi. Biết rằng xác suất để lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II là $\frac{3}{10}$. Xác suất để lấy được cả hai viên bi mang số chẵn là

A. $\frac{2}{15}$.

B. $\frac{1}{15}$.

C. $\frac{4}{15}$.

D. $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Câu 7: Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{5}$ và $\frac{2}{7}$. Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ”. Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

A. $P(A) = \frac{12}{35}$.

B. $P(A) = \frac{1}{25}$.

C. $P(A) = \frac{4}{49}$.

D. $P(A) = \frac{2}{35}$.

Câu 8: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là:

A. 0,24.

B. 0,36.

C. 0,16.

D. 0,48.

Câu 9: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng:

A. 0,24.

B. 0,96.

C. 0,46.

D. 0,92.

Câu 10: Ba người cùng bắn vào 1 bia. Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là 0,8; 0,6; 0,5. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng đích bằng

A. 0,24.

B. 0,96.

C. 0,46.

D. 0,92.

Câu 11: Trong một kì thi có 60% thí sinh đỗ. Hai bạn A, B cùng dự kì thi đó. Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là

A. 0,24 .

B. 0,36 .

C. 0,16 .

D. 0,48 .

C. HƯỚNG DẪN GIẢI



BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Bài 1:

Gọi A là biến cố được lần thứ nhất ngựa

B là biến cố lần 2 ngựa

A và B là hai biến cố độc lập.

$\overline{AB}$ là biến cố lần 1 ngựa và lần 2 sấp

$\overline{AB}$ là biến cố lần 1 sấp và lần 2 ngựa

Xác suất để một lần lật ngựa là $P = P(A) \times P(\overline{B}) + P(\overline{A}) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 0.5$.

Bài 2:

Gieo 3 đồng xu thì không gian mẫu là

$$E = \{NNN, NNS, NSN, SNN, NSS, SNS, SSN, SSS\}$$

a) Xác suất để ít nhất một đồng xu lật ngựa là $P(A) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

b) Ta có $P(B) = \frac{3}{8}$.

A và B là hai biến cố độc lập nên $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{8} \times \frac{3}{8} = \frac{21}{64}$

Bài 3:

a) Vì $P(AB) = \frac{1}{6} \neq 0$ nên A và B không xung khắc

b) Ta có $P(A) \times P(B) = \frac{2}{5} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{6} = P(AB)$

Vậy A và B là 2 biến cố độc lập

Bài 4:

$$\text{Ta có } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,3 + 0,5 - 0,1 = 0,7$$

$$\text{Ta có } P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,5 = 0,5$$

$$P(\overline{AB}) = 1 - P(AB) = 1 - 0,1 = 0,9$$

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,7 = 0,3$$

Bài 5:

Trong cỗ bài 32 lá có 4 lá già và 4 lá đầm.

Gọi A là biến cố được lá già và B là biến cố được lá đầm

Rút lá bài thứ nhất và trả lại vào cỗ bài rồi rút lá thứ hai nên hai biến cố A và B độc lập a)

$$P(AB) = P(A) \times P(B) = \frac{C_4^1}{C_{32}^1} \times \frac{C_4^1}{C_{32}^1} = \frac{4}{32} \times \frac{4}{32} = \frac{1}{64}$$

b) Trong cỗ bài 32 lá có 8 lá cơ. Do đó xác suất rút được 2 lá cơ là

$$\frac{8}{32} \times \frac{8}{32} = \frac{1}{16}$$

$$\text{Vậy xác suất để 2 lá bài rút được không có lá cơ là } P = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

Bài 6:

$$\text{a) } P(A) = \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{27}$$

$$\text{b) } P(B) = \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{4}{6} = \frac{8}{27}.$$

$$\text{c) Xác suất được 3 bi cùng màu là } P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{27} + \frac{8}{27} = \frac{1}{3}.$$

$$\text{Vậy } P(C) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Bài 7:

Lấy ngẫu nhiên một hộp

Gọi C_1 là biến cố lấy được hộp A

Gọi C_2 là biến cố lấy được hộp B

Gọi C_3 là biến cố lấy được hộp C

$$\text{Vậy } P(C_1) = P(C_2) = P(C_3) = \frac{1}{3}$$

Gọi C là biến cố “lấy ngẫu nhiên một hộp, trong hộp đó lại lấy ngẫu nhiên một viên bi và được bi đỏ”. Xác suất cần tính là

$$\begin{aligned} E &= (C \cap C_1) \cup (C \cap C_2) \cup (C \cap C_3) \Rightarrow P(E) = P(C \cap C_1) + P(C \cap C_2) + P(C \cap C_3) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{17}{40}. \end{aligned}$$

Bài 8:

Gọi A_i là biến cố “người thứ i ghi bàn” với $i = 1, 2, 3$.

Ta có các A_i độc lập với nhau và $P(A_1) = x$, $P(A_2) = y$, $P(A_3) = 0,6$.

Gọi A là biến cố: “Có ít nhất một trong ba cầu thủ ghi bàn”

B: “Cả ba cầu thủ đều ghi bàn”

C: “Có đúng hai cầu thủ ghi bàn”

$$\text{Ta có: } \overline{A} = \overline{A_1} \cdot \overline{A_2} \cdot \overline{A_3} \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{A_1}) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(\overline{A_3}) = 0,4(1-x)(1-y)$$

$$\text{Nên } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - 0,4(1-x)(1-y) = 0,976$$

$$\text{Suy ra } (1-x)(1-y) = \frac{3}{50} \Leftrightarrow xy - x - y = -\frac{47}{50} \quad (1).$$

Tương tự: $B = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3$, suy ra:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) = 0,6xy = 0,336 \text{ hay là } xy = \frac{14}{25} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ: } \begin{cases} xy = \frac{14}{25} \\ x + y = \frac{3}{2} \end{cases}, \text{ giải hệ này kết hợp với } x > y \text{ ta tìm được}$$

$$x = 0,8 \text{ và } y = 0,7.$$

$$\text{Ta có: } C = \overline{A_1} A_2 A_3 + A_1 \overline{A_2} A_3 + A_1 A_2 \overline{A_3}$$

$$\text{Nên } P(C) = (1-x)y \cdot 0,6 + x(1-y) \cdot 0,6 + xy \cdot 0,4 = 0,452.$$

Bài 9:

Ta có xác suất để học sinh trả lời câu đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời câu sai là $\frac{3}{4}$.

Gọi x là số câu trả lời đúng, khi đó số câu trả lời sai là $10 - x$

Số điểm học sinh này đạt được là: $4x - 2(10 - x) = 6x - 20$

Nên học sinh này nhận điểm dưới 1 khi $6x - 20 < 1 \Leftrightarrow x < \frac{21}{6}$

Mà x nguyên nên x nhận các giá trị: 0, 1, 2, 3.

Gọi A_i ($i = 0, 1, 2, 3$) là biến cố: “Học sinh trả lời đúng i câu”

A là biến cố: “Học sinh nhận điểm dưới 1”

Suy ra: $A = A_0 \cup A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và $P(A) = P(A_0) + P(A_1) + P(A_2) + P(A_3)$

Mà: $P(A_i) = C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i}$ nên $P(A) = \sum_{i=0}^3 C_{10}^i \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^i \left(\frac{3}{4}\right)^{10-i} = 0,7759$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

1. C	2. D	3. B	4. B	5. C	6. B	7. D	8. D	9. C	10. C	11. D

Câu 1. Chọn C. Mệnh đề Sai là (II). $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ và (IV). $A \cap B \neq \phi$.

Câu 2. Chọn D

Gọi A_i là biến cố người thứ i bắn trúng ($i = 1; 2$)

A là biến cố cả hai người cùng bắn trúng. Lúc đó: $A = A_1 \cap A_2$.

Vì A_1, A_2 là hai biến cố độc lập nên:

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2) = P(A_1) \cdot P(A_2) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56 = 56\%.$$

Câu 3. Chọn B

Gọi biến cố A : “Hai viên bi được lấy ra có cùng màu”.

A_1 : “Hai viên bi lấy ra màu trắng”. Lúc đó: $P(A_1) = \frac{4}{15} \cdot \frac{7}{18}$.

A_2 : “Hai viên bi lấy ra màu đỏ”. Lúc đó: $P(A_2) = \frac{5}{15} \cdot \frac{6}{18}$.

A_3 : “Hai viên bi lấy ra màu xanh”. Lúc đó: $P(A_3) = \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{18}$.

Lúc đó: $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ và A_1, A_2, A_3 là các biến cố xung khắc nên:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{44}{135}.$$

Câu 4. Chọn B

Gọi X là biến cố: “Sau khi sinh hai lần có ít nhất người đó sinh được một con trai”

A_1 là biến cố: “Người đó sinh được một con trai lần thứ nhất”

A_2 là biến cố: “Người đó sinh được một con trai lần thứ hai”

Khi đó $X = A_1 \overline{A_2} \cup \overline{A_1} A_2 \cup A_1 A_2$

$$\Rightarrow P(X) = P(A_1).P(\overline{A_2}) + P(\overline{A_1}).P(A_2) + P(A_1).P(A_2) = \frac{7599}{10000}$$

Câu 5. Chọn C

Gọi A và B là bắn cổ xạ thủ A và xạ thủ B bắn trúng

Ta có xác suất cần tìm là: $P = P(\overline{AB} \cup A\overline{B}) = 0.08 + 0.18 = 0.26$

Câu 6. Chọn B

Gọi X là biến cố: “lấy được cả hai viên bi mang số chẵn. “

Gọi A là biến cố: “lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp I “

$$\Rightarrow P(A) = \frac{C_4^1}{C_9^1} = \frac{4}{9}.$$

Gọi B là biến cố: “lấy được viên bi mang số chẵn ở hộp II “ $P(B) = \frac{3}{10}.$

Ta thấy biến cố A, B là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X) = P(A.B) = P(A).P(B) = \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{10} = \frac{1}{15}.$$

Câu 7. Chọn D

Gọi A là biến cố: “Cả hai cùng ném bóng trúng vào rổ. “

Gọi X là biến cố: “người thứ nhất ném trúng rổ.“ $\Rightarrow P(X) = \frac{1}{5}.$

Gọi Y là biến cố: “người thứ hai ném trúng rổ.“ $\Rightarrow P(Y) = \frac{2}{7}.$

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(A) = P(X.Y) = P(X).P(Y) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{2}{35}.$$

Câu 8. Chọn D

Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\overline{A}) = P(\overline{B}) = 0,4$

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\overline{A}).P(B) + P(A).P(\overline{B}) = 0,48.$

Câu 9. Chọn C

Gọi X là biến cố: “có đúng 2 người bắn trúng đích “

Gọi A là biến cố: “người thứ nhất bắn trúng đích” $\Rightarrow P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 0,2$.

Gọi B là biến cố: “người thứ hai bắn trúng đích” $\Rightarrow P(B) = 0,6, P(\bar{B}) = 0,4$.

Gọi C là biến cố: “người thứ ba bắn trúng đích” $\Rightarrow P(C) = 0,5, P(\bar{C}) = 0,5$.

Ta thấy biến cố A, B, C là 3 biến cố độc lập nhau, theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P(X) = P(A.B.\bar{C}) + P(A.\bar{B}.C) + P(\bar{A}.B.C) = 0,8.0,6.0,5 + 0,8.0,4.0,5 + 0,2.0,6.0,5 = 0,46.$$

Câu 10. Chọn C

Xác suất để người thứ nhất, thứ hai, thứ ba bắn trúng đích lần lượt là: $P(A_1) = 0,8;$

$$P(A_2) = 0,6; P(A_3) = 0,5$$

Xác suất để có đúng hai người bắn trúng đích bằng:

$$P(A_1).P(A_2).\overline{P(A_3)} + P(A_1).\overline{P(A_2)}.P(A_3) + \overline{P(A_1)}.P(A_2).P(A_3) = 0,46.$$

Câu 11. Chọn D

Ta có: $P(A) = P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{B}) = 0,4$.

Xác suất để chỉ có một bạn thi đỗ là: $P = P(\bar{A}).P(B) + P(A).P(\bar{B}) = 0,48$.