BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2010
Môn: TOÁN; Khối: B
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 *điểm*)

Câu I (2,0 *điểm*) Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
2. Tìm m để đường thẳng $y = -2x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng $\sqrt{3}$ (O là gốc tọa độ).

Câu II (2,0 *điểm*)

1. Giải phương trình $(\sin 2x + \cos 2x)\cos x + 2\cos 2x - \sin x = 0$.
2. Giải phương trình $\sqrt{3x+1} - \sqrt{6-x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0$ $(x \in \mathbb{R})$.

Câu III (1,0 *điểm*) Tính tích phân $I = \displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x\left(2+\ln x\right)^2}\,\mathrm{d}x$.

Câu IV (1,0 *điểm*) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60°. Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính thể tích khối lăng trụ đã cho và tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$ theo a.

Câu V (1,0 *điểm*) Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = 3(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) + 3(ab + bc + ca) + 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

PHẦN RIÊNG (3,0 *điểm*)

***Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần* A *hoặc* B)**

A. Theo chương trình Chuẩn

Câu VI.a (2,0 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A, có đỉnh $C(-4; 1)$, phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng BC, biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và đỉnh A có hoành độ dương.
2. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; b; 0)$, $C(0; 0; c)$, trong đó b, c dương và mặt phẳng (P): $y - z + 1 = 0$. Xác định b và c, biết mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P) và khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (ABC) bằng $\dfrac{1}{3}$.

Câu VII.a (1,0 *điểm*) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn:

$$|z - i| = |(1+i)z|.$$

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu VI.b (2,0 *điểm*)

1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho điểm $A(2; \sqrt{3})$ và elip (E): $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{2} = 1$. Gọi F_1 và F_2 là các tiêu điểm của (E) (F_1 có hoành độ âm); M là giao điểm có tung độ dương của đường thẳng AF_1 với (E); N là điểm đối xứng của F_2 qua M. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ANF_2.
2. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ: $\dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z}{2}$. Xác định tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho khoảng cách từ M đến Δ bằng OM.

Câu VII.b (1,0 *điểm*) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \log_2(3y-1) = x \\ 4^x + 2^x = 3y^2 \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

---------- **Hết** ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

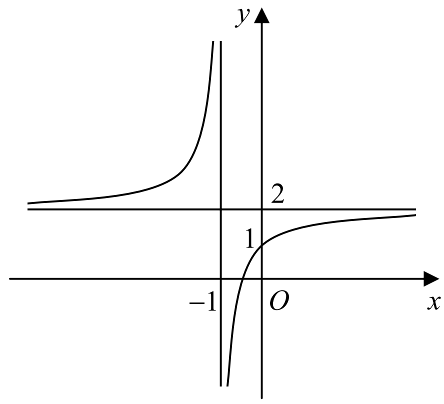
Họ và tên thí sinh: ....; Số báo danh: ....

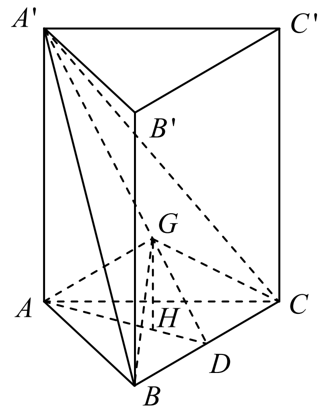
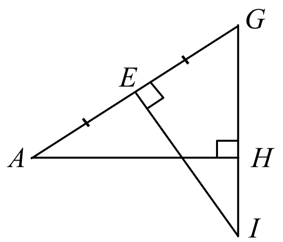
BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

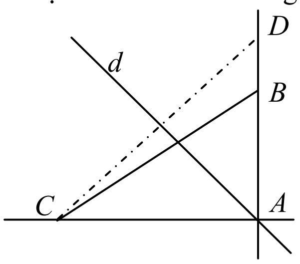
ĐỀ CHÍNH THỨC

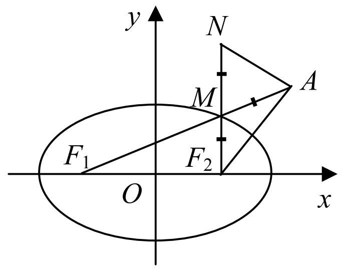
ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM
ĐỀ THI TUYỂN SINH ĐẠI HỌC NĂM 2010
Môn: TOÁN; Khối B
(Đáp án - thang điểm gồm 04 trang)

ĐÁP ÁN – THANG ĐIỂM

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
I **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 *điểm*)**	
	• Tập xác định: $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. • Sự biến thiên: - Chiều biến thiên: $y' = \dfrac{1}{(x+1)^2} > 0,\ \forall x \neq -1$.	***0,25***
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$. - Giới hạn và tiệm cận: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$. $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = -\infty$; tiệm cận đứng: $x = -1$.	***0,25***
	- Bảng biến thiên: $\begin{array}{c\|ccc\|\|ccc} x & -\infty & & & -1 & & +\infty \\ \hline y' & & + & & & + & \\ \hline y & & & +\infty & & & 2 \\ & & \nearrow & & & \nearrow & \\ & 2 & & & -\infty & & \end{array}$	***0,25***
	• Đồ thị:  	***0,25***
	2. **(1,0 *điểm*)**	
	Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x+1} = -2x + m$ $\Leftrightarrow\ 2x + 1 = (x + 1)(-2x + m)$ (do $x = -1$ không là nghiệm phương trình) $\Leftrightarrow\ 2x^2 + (4 - m)x + 1 - m = 0$ (1).	***0,25***
	$\Delta = m^2 + 8 > 0$ với mọi m, suy ra đường thẳng $y = -2x + m$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m.	***0,25***
	Gọi $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$, trong đó x_1 và x_2 là các nghiệm của (1); $y_1 = -2x_1 + m$ và $y_2 = -2x_2 + m$. Ta có: $d(O, AB) = \dfrac{\|m\|}{\sqrt{5}}$ và $AB = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{5(x_1 + x_2)^2 - 20x_1x_2} = \dfrac{\sqrt{5(m^2+8)}}{2}$.	***0,25***
	$S_{OAB} = \dfrac{1}{2} AB.\ d(O, AB) = \dfrac{\|m\|\sqrt{m^2+8}}{4}$, suy ra: $\dfrac{\|m\|\sqrt{m^2+8}}{4} = \sqrt{3} \Leftrightarrow m = \pm 2$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
II **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 *điểm*)**	
	Phương trình đã cho tương đương với: $2\sin x\cos^2 x - \sin x + \cos 2x\cos x + 2\cos 2x = 0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow\ \cos 2x\sin x + (\cos x + 2)\cos 2x = 0 \Leftrightarrow\ (\sin x + \cos x + 2)\cos 2x = 0$ (1).	***0,25***
	Do phương trình $\sin x + \cos x + 2 = 0$ vô nghiệm, nên:	***0,25***
	(1) $\Leftrightarrow\ \cos 2x = 0\ \Leftrightarrow\ x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$.	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)**	
	Điều kiện: $-\dfrac{1}{3} \le x \le 6$.	***0,25***
	Phương trình đã cho tương đương với: $(\sqrt{3x+1} - 4) + (1 - \sqrt{6-x}) + 3x^2 - 14x - 5 = 0$	***0,25***
	$\Leftrightarrow\ \dfrac{3(x-5)}{\sqrt{3x+1}+4} + \dfrac{x-5}{\sqrt{6-x}+1} + (x-5)(3x+1) = 0$ $\Leftrightarrow\ x = 5$ hoặc $\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \dfrac{1}{\sqrt{6-x}+1} + 3x + 1 = 0$.	***0,25***
	$\dfrac{3}{\sqrt{3x+1}+4} + \dfrac{1}{\sqrt{6-x}+1} + 3x + 1 > 0\ \forall x \in \left[-\dfrac{1}{3}; 6\right]$, do đó phương trình đã cho có nghiệm: $x = 5$.	***0,25***
III **(1,0 *điểm*)**	Đặt $t = 2 + \ln x$, ta có $\mathrm{d}t = \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x$; $x = 1 \Rightarrow t = 2$; $x = e \Rightarrow t = 3$.	***0,25***
	$I = \displaystyle\int_2^3 \frac{t-2}{t^2}\mathrm{d}t = \int_2^3 \frac{1}{t}\mathrm{d}t - 2\int_2^3 \frac{1}{t^2}\mathrm{d}t$.	***0,25***
	$= \ln t\Big\|_2^3 + \dfrac{2}{t}\Big\|_2^3$	***0,25***
	$= -\dfrac{1}{3} + \ln\dfrac{3}{2}$.	***0,25***
IV **(1,0 *điểm*)**	 • *Thể tích khối lăng trụ.* Gọi D là trung điểm BC, ta có: $BC \perp AD\ \Rightarrow\ BC \perp A'D$, suy ra: $\widehat{ADA'} = 60^\circ$.	***0,25***
	Ta có: $AA' = AD.\tan\widehat{ADA'} = \dfrac{3a}{2}$; $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Do đó: $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.AA' = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.	***0,25***
	 • *Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện GABC.* Gọi H là trọng tâm tam giác ABC, suy ra: $GH \parallel A'A \Rightarrow GH \perp (ABC)$. Gọi I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $GABC$, ta có I là giao điểm của GH với trung trực của AG trong mặt phẳng (AGH). Gọi E là trung điểm AG, ta có: $R = GI = \dfrac{GE.GA}{GH} = \dfrac{GA^2}{2GH}$.	***0,25***
	Ta có: $GH = \dfrac{AA'}{3} = \dfrac{a}{2}$; $AH = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$; $GA^2 = GH^2 + AH^2 = \dfrac{7a^2}{12}$. Do đó: $R = \dfrac{7a^2}{2.12}.\dfrac{2}{a} = \dfrac{7a}{12}$.	***0,25***

Câu	Đáp án	Điểm
V **(1,0 *điểm*)**	Ta có: $M \ge (ab + bc + ca)^2 + 3(ab + bc + ca) + 2\sqrt{1 - 2(ab + bc + ca)}$.	***0,25***
	Đặt $t = ab + bc + ca$, ta có: $0 \le t \le \dfrac{(a+b+c)^2}{3} = \dfrac{1}{3}$. Xét hàm $f(t) = t^2 + 3t + 2\sqrt{1-2t}$ trên $\left[0; \dfrac{1}{2}\right)$, ta có: $f'(t) = 2t + 3 - \dfrac{2}{\sqrt{1-2t}}$; $f''(t) = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{(1-2t)^3}} \le 0$, dấu bằng chỉ xảy ra tại $t = 0$; suy ra $f'(t)$ nghịch biến.	***0,25***
	Xét trên đoạn $\left[0; \dfrac{1}{3}\right]$ ta có: $f'(t) \ge f'\left(\dfrac{1}{3}\right) = \dfrac{11}{3} - 2\sqrt{3} > 0$, suy ra $f(t)$ đồng biến. Do đó: $f(t) \ge f(0) = 2\ \forall t \in \left[0; \dfrac{1}{3}\right]$.	***0,25***
	Vì thế: $M \ge f(t) \ge 2\ \forall t \in \left[0; \dfrac{1}{3}\right]$; $M = 2$, khi: $ab = bc = ca, ab + bc + ca = 0$ và $a + b + c = 1$ $\Leftrightarrow (a; b; c)$ là một trong các bộ số: (1; 0; 0), (0; 1; 0), (0; 0; 1). Do đó giá trị nhỏ nhất của M là 2.	***0,25***
VI.a **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 điểm)**	
	Gọi D là điểm đối xứng của $C(-4; 1)$ qua d: $x + y - 5 = 0$, suy ra tọa độ $D(x; y)$ thỏa mãn:  $\begin{cases} (x+4) - (y-1) = 0 \\ \dfrac{x-4}{2} + \dfrac{y+1}{2} - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow D(4; 9).$	***0,25***
	Điểm A thuộc đường tròn đường kính CD, nên tọa độ $A(x; y)$ thỏa mãn: $\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x^2 + (y-5)^2 = 32 \end{cases}$ với $x > 0$, suy ra $A(4; 1)$.	***0,25***
	$\Rightarrow AC = 8 \Rightarrow AB = \dfrac{2S_{ABC}}{AC} = 6.$ B thuộc đường thẳng AD: $x = 4$, suy ra tọa độ $B(4; y)$ thỏa mãn: $(y - 1)^2 = 36$ $\Rightarrow B(4; 7)$ hoặc $B(4; -5)$.	***0,25***
	Do d là phân giác trong của góc A, nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AD}$ cùng hướng, suy ra $B(4; 7)$. Do đó, đường thẳng BC có phương trình: $3x - 4y + 16 = 0$.	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)**	
	Mặt phẳng (ABC) có phương trình: $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$.	***0,25***
	Mặt phẳng (ABC) vuông góc với mặt phẳng (P): $y - z + 1 = 0$, suy ra: $\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{c} = 0$ (1).	***0,25***
	Ta có: $d(O, (ABC)) = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2}}} = \dfrac{1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{1}{b^2} + \dfrac{1}{c^2} = 8$ (2).	***0,25***
	Từ (1) và (2), do $b, c > 0$ suy ra $b = c = \dfrac{1}{2}$.	***0,25***
VII.a **(1,0 *điểm*)**	Biểu diễn số phức $z = x + yi$ bởi điểm $M(x; y)$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy, ta có: $\lvert z - i \rvert = \lvert (1 + i)z \rvert \Leftrightarrow \lvert x + (y - 1)i \rvert = \lvert (x - y) + (x + y)i \rvert$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x^2 + (y - 1)^2 = (x - y)^2 + (x + y)^2$	***0,25***
	$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2y - 1 = 0.$	***0,25***
	Tập hợp điểm M biểu diễn các số phức z là đường tròn có phương trình: $x^2 + (y + 1)^2 = 2$.	***0,25***

Câu	*Đáp án*	*Điểm*
VI.b **(2,0 *điểm*)**	1. **(1,0 điểm)**	
	 Nhận thấy: $F_1(-1;\ 0)$ và $F_2(1;\ 0)$. Đường thẳng AF_1 có phương trình: $\dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y}{\sqrt{3}}$.	***0,25***
	M là giao điểm có tung độ dương của AF_1 với (E), suy ra: $M = \left(1;\ \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right) \Rightarrow MA = MF_2 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.	***0,25***
	Do N là điểm đối xứng của F_2 qua M nên $MF_2 = MN$, suy ra: $MA = MF_2 = MN$.	***0,25***
	Do đó đường tròn (T) ngoại tiếp tam giác ANF_2 là đường tròn tâm M, bán kính MF_2. Phương trình (T): $(x-1)^2 + \left(y - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{3}$.	***0,25***
	2. **(1,0 điểm)**	
	Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0;\ 1;\ 0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (2;\ 1;\ 2)$. Do M thuộc trục hoành, nên M có tọa độ $(t;\ 0;\ 0)$, suy ra: $\overrightarrow{AM} = (t;\ -1;\ 0)$ $\Rightarrow \left[\vec{v}, \overrightarrow{AM}\right] = (2;\ 2t;\ -t-2)$	***0,25***
	$\Rightarrow d(M, \Delta) = \dfrac{\left\lvert\left[\vec{v}, \overrightarrow{AM}\right]\right\rvert}{\lvert\vec{v}\rvert} = \dfrac{\sqrt{5t^2 + 4t + 8}}{3}$.	***0,25***
	Ta có: $d(M, \Delta) = OM \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{5t^2 + 4t + 8}}{3} = \lvert t \rvert$	***0,25***
	$\Leftrightarrow t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$ hoặc $t = 2$. Suy ra: $M(-1;\ 0;\ 0)$ hoặc $M(2;\ 0;\ 0)$.	***0,25***
VII.b **(1,0 *điểm*)**	Điều kiện $y > \dfrac{1}{3}$, phương trình thứ nhất của hệ cho ta: $3y - 1 = 2^x$.	***0,25***
	Do đó, hệ đã cho tương đương với: $\begin{cases} 3y-1 = 2^x \\ (3y-1)^2 + 3y - 1 = 3y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y-1 = 2^x \\ 6y^2 - 3y = 0 \end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = \dfrac{1}{2} \\ y = \dfrac{1}{2} \end{cases}$	***0,25***
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \dfrac{1}{2}. \end{cases}$	***0,25***

------------- **Hết** -------------