

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 01 trang)

Câu 1 (1,0 điểm)

Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

Câu 2 (1,0 điểm)

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[2;5]$

Câu 3 (1,0 điểm)

a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm trên tập số phức của phương trình $x^2 + 2x + 5 = 0$. Tính $|x_1| + |x_2|$.

b) Giải phương trình $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_{\frac{1}{2}}(x + 2)$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cos x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm)

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; 5)$, $B(-6; 1; -3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 2z + 13 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và phương trình mặt cầu có tâm là trung điểm của đoạn thẳng AB đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm)

Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, mặt phẳng $(A'BD)$ tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối hộp và khoảng cách giữa hai đường thẳng CD' , BD .

Câu 7 (1,0 điểm)

a) Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$, với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $A = \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$

b) Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.

Câu 8 (1,0 điểm)

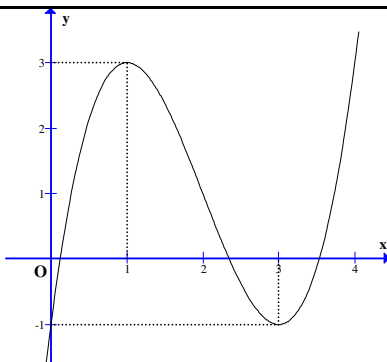
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 25$, đường thẳng AC đi qua điểm $K(2; 1)$. Gọi M, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC biết phương trình đường thẳng MN là $4x - 3y + 10 = 0$ và điểm A có hoành độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải phương trình $1 + 2\sqrt{x^2 - 9x + 18} = x + \sqrt{x^2 - 14x + 33}$ trên tập số thực.

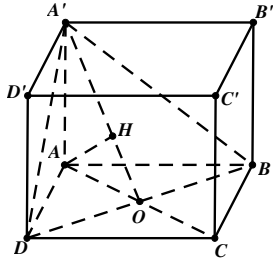
Câu 10 (1,0 điểm)

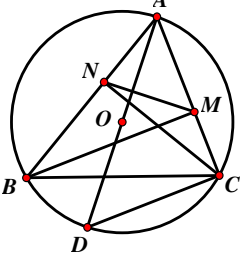
Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\sqrt{5x^2 + 2xy + 2y^2} + \sqrt{8x^2 + 4xz + 5z^2} = 4x + y + 2z$ và $x \in [0;5]$
Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2z + 21 - xy} - \sqrt{x + z + 10 - xy}$.

=====Hết=====

Câu	ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM		Điểm																
Câu 1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$																		
1,0 đ	* Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ * Sự biến thiên • Chiều biến thiên: $y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x^2 - 4x + 3)$ Ta có $y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$, $y' < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 3$. Do đó: + Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty, 1)$ và $(3, +\infty)$. + Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1, 3)$.	0,25																	
	Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và $y_{CD} = y(1) = 3$; đạt cực tiểu tại $x = 3$ và $y_{CT} = y(3) = -1$. • Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$.	0,25																	
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow 3$</td><td>$\searrow -1$</td><td>$\nearrow +\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	0,25	
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$															
y'	+	0	-	0	+														
y	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$															
	* Đồ thị: Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, -1)$. $y'' = 6x - 12 = 0$ suy ra điểm uốn $U(2; 1)$		0,25																
Câu 2	Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[2; 5]$																		
1,0 đ	Ta có $y' = 1 - \frac{9}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 8}{(x-1)^2}$	0,25																	
	$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2(L) \\ x = 4 \end{cases}$	0,25																	
	Ta có $y(2) = 11$; $y(4) = 7$; $y(5) = \frac{29}{4}$	0,25																	
	Vậy min $y = 7$ khi $x = 4$; max $y = 11$ khi $x = 2$	0,25																	
Câu 3	a) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm trên tập số phức của phương trình $x^2 + 2x + 5 = 0$. Tính $ x_1 + x_2 $.																		
1,0 đ	b) Giải phương trình: $\log_2(x^2 - 2x - 8) = 1 - \log_1(x + 2)$																		

Phần a) 0,5đ	Tính được hai nghiệm phức $x_1 = -1 - 2i$; $x_2 = -1 + 2i$	0,25
	$ x_1 = x_2 = \sqrt{5} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2\sqrt{5}$	0,25
Phần b) 0,5đ	b) ĐK: $x > 4$ PT đã cho tương đương với $\log_2(x^2 - 2x - 8) = \log_2 2 + \log_2(x + 2)$ $\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 2x - 8) = \log_2 2(x + 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x^2 - 2x - 8 = 2(x + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x^2 - 4x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6$	0,25
Câu 4 1,0 đ	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cos x dx$.	
	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cos x dx = \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx}_M + \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx}_N$.	0,25
	Tính M Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \sin x \end{cases}$ $M = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \frac{\pi}{2} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$.	0,25
	Tính N Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ Đổi cận $\begin{matrix} x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1 \\ x = 0 \Rightarrow t = 0 \end{matrix}$ $N = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _0^1 = \frac{1}{3}$.	0,25
	Vậy $I = M + N = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$.	0,25
Câu 5 1,0 đ	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;5)$, $B(-6;1;-3)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + y - 2z + 13 = 0$. Viết phương trình đường thẳng AB và phương trình mặt cầu có tâm là trung điểm của đoạn thẳng AB đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng (P).	
	Ta có $\overrightarrow{BA} = (8;2;8) = 2\vec{u}$ với $\vec{u} = (4;1;4)$ Suy ra $\vec{u}$ là VTCP của đường thẳng AB	0,25
	Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$	0,25
	Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Ta có $I(-2;2;1)$ Vì mặt cầu cần tìm tiếp xúc với (P) nên bán kính $R = d(I, (P)) = 3$	0,25
	Phương trình mặt cầu (S) cần tìm là: $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$	0,25
Câu 6	Cho hình hộp đứng ABCD.A'B'C'D' có đáy là hình thoi cạnh a , góc $\widehat{ACB} = 60^\circ$, mặt phẳng (A'BD) tạo với đáy một góc 60° . Tính theo a thể tích khối hộp và khoảng cách giữa hai đường thẳng CD', BD.	

1,0 đ	Tính thể tích: Từ $\widehat{ACB} = 60^\circ$ suy ra ΔABC đều suy ra $AC = a$ $\Rightarrow S_{ABCD} = AC \cdot CB \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ Gọi $O = AC \cap BD$. Từ giả thiết suy ra góc giữa $(A'BD)$ với mặt đáy là $\widehat{A'OA} = 60^\circ$	 0,25
	$\Rightarrow A'A = OA \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \text{ Suy ra } V = S_{ABCD} \cdot A'A = \frac{3a^3}{4}$	0,25
	Khoảng cách giữa hai đường thẳng CD', BD Trong $\Delta A'AO$ hạ $AH \perp A'O$. Do $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp A'A \end{cases} \Rightarrow BD \perp (A'AO) \Rightarrow BD \perp AH$ Từ đó suy ra $AH \perp (A'BD)$. Ta có $CD' \parallel A'B \Rightarrow CD' \parallel (A'BD)$ $\Rightarrow d(CD', BD) = d(C, (A'BD)) = d(A, (A'BD)) = AH$	0,25
	Trong ΔAHO vuông tại H có $AH = OA \cdot \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(CD', BD) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25
Câu 7 Phần a) 0,5đ	Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $A = \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$	
	Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{5}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ (vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\cos \alpha < 0$)	0,25
	$A = \cos \alpha \cdot \cos \frac{2\pi}{3} - \sin \alpha \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$	0,25
Câu 7 Phần b) 0,5đ	Giải bóng chuyền VTV Cup gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở ba bảng khác nhau.	
	Tính số cách chọn 3 bảng, mỗi bảng 4 đội: B1) 12 đội chọn 4: C_{12}^4 B2) 8 đội còn lại chọn 4: C_8^4 B3) 4 đội còn lại chọn 4: 1 Số cách chọn là: $C_{12}^4 C_8^4 \Rightarrow n(\Omega) = C_{12}^4 C_8^4$	0,25
	Gọi A là biến cố “Chọn 3 bảng, mỗi bảng 4 đội trong đó có đúng 1 đội Việt Nam”. Tính $n(A)$: B1) Chọn 1 trong 3 đội Việt Nam: có 3 cách, rồi chọn 3 trong 9 đội nước ngoài: có $C_9^3 \Rightarrow 3 \cdot C_9^3$ cách B2) còn lại 8 đội (6 đội nước ngoài và 2 đội VN): Chọn 1 trong 2 đội VN: 2 cách, rồi chọn 3 trong 6 đội nước ngoài: $C_6^3 \Rightarrow 2 \cdot C_6^3$ cách B3) còn lại 4 đội (3 nước ngoài và 1 VN): có 1 cách Số cách chọn là: $3C_9^3 2C_6^3 \Rightarrow n(A) = 3C_9^3 2C_6^3 \Rightarrow P(A) = \frac{6C_9^3 C_6^3}{C_{12}^4 C_8^4} = \frac{16}{55}$	0,25
Câu 8 1,0 đ	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (C): $x^2 + y^2 = 25$, đường thẳng AC đi qua điểm $K(2;1)$. Gọi M, N lần lượt là chân đường cao kẻ từ đỉnh B và C. Tìm tọa độ các đỉnh của ΔABC biết phương trình đường thẳng MN là $4x - 3y + 10 = 0$ và điểm A có hoành độ âm.	

	Từ giả thiết suy ra tứ giác MNBC nội tiếp đường tròn. Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AMN}$ (1) (cùng bù với $\widehat{NMC}$). Gọi D là giao điểm thứ hai của AO với đường tròn (C). Khi đó $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{ADC} = \widehat{AMN}$. Mặt khác $\widehat{ADC} + \widehat{DAC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DAC} + \widehat{AMN} = 90^\circ \Rightarrow OA \perp MN$	 0,25
	Khi đó phương trình OA là $3x + 4y = 0$ Tọa độ A là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} 3x + 4y = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow A(-4;3) \text{ hoặc } A(4;-3) \text{ (loại)}$	0,25
	Khi đó AC đi qua A(-4;3) và K(2;1) nên có PT: $x + 3y - 5 = 0$ Tọa độ C là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} x + 3y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(-4;3) \equiv A \\ C(5;0) \end{cases}$ Tọa độ M là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} x + 3y - 5 = 0 \\ 4x - 3y + 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-1;2)$	0,25
	Phương trình BM: $3x - y + 5 = 0$ Tọa độ B là nghiệm của hệ PT $\begin{cases} 3x - y + 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(-3;-4) \\ B(0;5) \end{cases}$ Thử lại ta thấy A(-4;3), B(0;5), C(5;0) loại vì góc B tù Vậy A(-4;3), B(-3;-4), C(5;0)	0,25
Câu 9	Giải phương trình $1 + 2\sqrt{x^2 - 9x + 18} = x + \sqrt{x^2 - 14x + 33}$ (1)	
1,0 đ	ĐK: $\begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq 11 \end{cases}$ PT(1) $\Leftrightarrow 2[\sqrt{x^2 - 9x + 18} - x] = [\sqrt{x^2 - 14x + 33} - (x+1)]$ (2) Đề ý rằng hai phương trình $\sqrt{x^2 - 9x + 18} + x = 0$ và $\sqrt{x^2 - 14x + 33} + (x+1) = 0$ vô nghiệm nên nhân liên hợp hai vế của (2) ta có: $\frac{-18(x-2)}{\sqrt{x^2 - 9x + 18} + x} = \frac{-16(x-2)}{\sqrt{x^2 - 14x + 33} + (x+1)}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \frac{9}{\sqrt{x^2 - 9x + 18} + x} = \frac{8}{\sqrt{x^2 - 14x + 33} + (x+1)} \end{cases}$ (3) Pt (3) $\Leftrightarrow 8\sqrt{x^2 - 9x + 18} - 9\sqrt{x^2 - 14x + 33} = x + 9$ (4)	0,25
	Kết hợp (1) và (4) ta có hệ $\begin{cases} 8\sqrt{x^2 - 9x + 18} - 9\sqrt{x^2 - 14x + 33} = x + 9 \\ 2\sqrt{x^2 - 9x + 18} - \sqrt{x^2 - 14x + 33} = x - 1 \end{cases} \Rightarrow 5\sqrt{x^2 - 14x + 33} = 3x - 13$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{13}{5} \\ x^2 - 17x + 41 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{17 + 5\sqrt{5}}{2}$ Thử lại thấy thỏa mãn Vậy PT đã cho có 2 nghiệm $x = 2$ và $x = \frac{17 + 5\sqrt{5}}{2}$	0,25

Câu 10	Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $\sqrt{5x^2 + 2xy + 2y^2} + \sqrt{8x^2 + 4xz + 5z^2} = 4x + y + 2z$ (*) và $x \in [0;5]$. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \sqrt{2z + 21 - xy} - \sqrt{x + z + 10 - xy}$.	
1,0 đ	Với mọi x, y, z ta có $\sqrt{5x^2 + 2xy + 2y^2} = \sqrt{(2x + y)^2 + (x - y)^2} \geq \sqrt{(2x + y)^2} = 2x + y \geq 2x + y$ $\sqrt{8x^2 + 4xz + 5z^2} = \sqrt{4(x + z)^2 + (z - 2x)^2} \geq \sqrt{4(x + z)^2} = 2 x + z \geq 2(x + z)$ Suy ra $VT \geq 4x + y + 2z$ Gt $\Leftrightarrow$ Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y \\ z = 2x \\ x \geq 0 \end{cases}$	0,25
	Thay vào biểu thức ta có $P = \sqrt{-x^2 + 4x + 21} - \sqrt{-x^2 + 3x + 10} = f(x)$ liên tục trên $[0;5]$ Có $f'(x) = \frac{2 - x}{\sqrt{-x^2 + 4x + 21}} - \frac{3 - 2x}{2\sqrt{-x^2 + 3x + 10}}$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$	0,25
	Ta có $f(0) = \sqrt{21} - \sqrt{10}$; $f\left(\frac{1}{3}\right) = \sqrt{2}$; $f(5) = 4$ Vậy $\max P = 4$ khi $x = y = 5; z = 10$; $\min P = \sqrt{2}$ khi $x = y = \frac{1}{3}; z = \frac{2}{3}$	0,25