**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**LÀO CAI**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT**
**NĂM HỌC 2022 - 2023**
**MÔN TOÁN (THPT)**
Ngày thi: 11/02/2023
Thời gian : 180 phút (*Không kể thời gian giao đề*)
(Đề thi gồm 05 câu, 01 trang)

**Câu 1. (5,0 điểm)**

**1.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$.

**2.** Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x-3),\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x|-1+m\right)$ có đúng 9 điểm cực trị.

**Câu 2. (4.0 điểm).**

**1.** Giải bất phương trình sau: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{4^x-3.2^{x+1}+18}{2^{x+1}+1}\right)+1>0.$

**2.** Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để tồn tại hai cặp số $(x,y)$ thỏa mãn $e^{x^2}+y^2-1=e^{2x-y^2}-(x-1)^2$ và $\log_{x^2+y^2+1}(8y-4x+m-20)=1$.

**Câu 3. (5.0 điểm).**

**1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $4a$, cạnh $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh $SC$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $45^0$, $M$ là trung điểm của $BC$, $N$ là điểm thuộc cạnh $AD$ sao cho $DN=a$. Tính theo $a$ thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $SB$ và $MN$.

**2.** Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, tâm $O$. Gọi $I$ là điểm thuộc đoạn $SO$ sao cho $SO=4OI$, mặt phẳng $(IAB)$ vuông góc với mặt phẳng $(SCD)$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

**Câu 4. (4.0 điểm).**

**1.** Tìm số hạng tự do trong khai triển biểu thức $f(x)=\left(1+x+\dfrac{1}{x^2}\right)^n, x\neq 0$, biết $n$ là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức: $10\left(C_{n+2}^5+C_{n+2}^6\right)=A_{n+3}^4$.

**2.** Gọi $S$ tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc $S$, tính xác suất để số đó không có hai chữ số lẻ nào đứng cạnh nhau.

**Câu 5. (2.0 điểm).**

Cho hai số thực $x,y>0$ thỏa mãn $\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{x^2}{1+2y}+\dfrac{4y^2}{1+x}$.

....................**HẾT**....................

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay!*

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

*Họ và tên thí sinh:* ............................................................................*Số báo danh:* ....................................................

*Chữ kí của giám thị 1:*................................................ *Chữ kí của giám thị 2:*................................................

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**LÀO CAI**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**HƯỚNG DẪN CHẤM**
**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT**
**NĂM HỌC 2022 - 2023**
**MÔN TOÁN (THPT)**
Ngày thi: 11/02/2023
Thời gian : 180 phút (*Không kể thời gian giao đề*)
(Đáp án đề thi gồm 05 câu, 07 trang)

## A. Phần chung

1. Điểm làm tròn đến 0,25đ.

2. Học sinh có cách giải khác mà đúng vẫn tính điểm bình thường.

3. Câu 3 hình học không gian học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai bản chất hình không chấm.

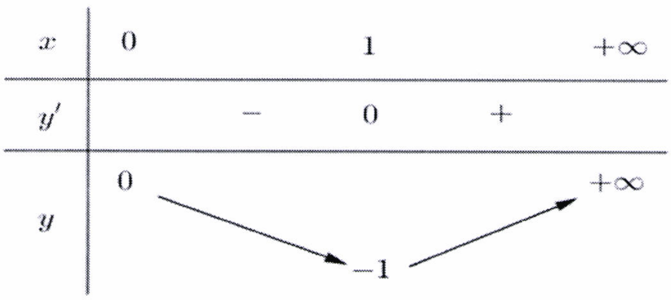
4. Học sinh dùng các định lí mang tên nhà Toán học thì không cần chứng minh: Ví dụ như định lí Melenaus, Bunhiacopski,….).

5. Công thức tỉ số thể tích của khối chóp tam giác không cần chứng minh.

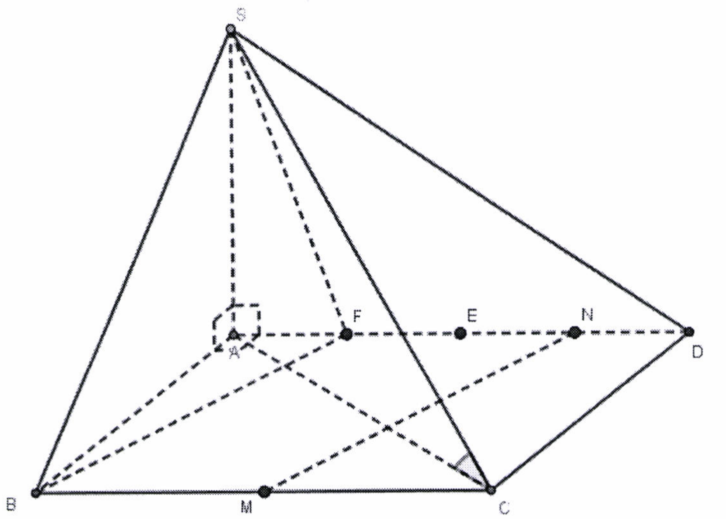
6. Học sinh được sử dụng nội dung kiến thức trong toàn bộ chương trình toán THPT (chẳng hạn như phương pháp tọa độ hóa oxyz).

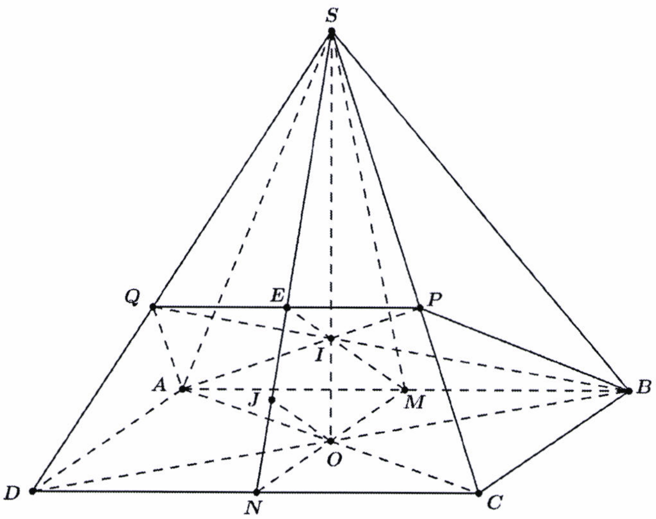
## B. Nội dung.

| Câu | Đáp án | Thang điểm |
|---|---|---|
| **Câu 1** | | **5.0 điểm** |
| | 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-2), \forall x\in\mathbb{R}$. Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y=f(3-x^2)$. | **3.0 điểm** |
| | Ta có $y'=-2xf'(3-x^2)$. | 0.5 đ |
| | $=-2x(3-x^2+1)(3-x^2-2)$ | 0.5 đ |
| | $=-2x(4-x^2)(1-x^2)$ | 0.5 đ |
| | Khi đó, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$. | 0.5 đ |
| | Bảng xét dấu <br> $\begin{array}{c\|ccccccccccccc} x & -\infty & & -2 & & -1 & & 0 & & 1 & & 2 & & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$ | 0.5đ |
| | Ta thấy <br> Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$; $(-1;0)$ và $(1;2)$. | 0.5đ |

| | | |
|---|---|---|
| | Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;-1);(0;1)$ và $(2;+\infty)$. | |
| | 2.Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x-3),\forall x\in\mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\lvert x\rvert-1+m\right)$ có đúng 9 điểm cực trị. | **2.0 điểm** |
| | Để hàm số $f\left(\lvert x\rvert^2-2\lvert x\rvert-1+m\right)$ có 9 điểm cực trị thì hàm số $f\left(x^2-2x-1+m\right)$ phải có 4 điểm cực trị dương. | 0.25đ |
| | Xét hàm số $h(x)=f\left(x^2-2x-1+m\right)$<br>Ta có $h'(x)=2(x-1)f'\left(x^2-2x-1+m\right)$ | 0.25 đ |
| | $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x-1+m=1\\x^2-2x-1+m=2\\x^2-2x-1+m=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=1&\\x^2-2x=2-m&(1)\\x^2-2x=3-m&(2)\\x^2-2x=4-m&(3)\end{array}\right.$ | 0.25đ |
| | Để hàm số $h(x)$ có 4 điểm cực trị dương thì phương trình $(1),(2),(3)$ có tổng số 3 nghiệm dương phân biệt khác 1. | 0.25đ |
| | Xét hàm số $y=x^2-2x$ trên $(0;+\infty)$, $y'=2x-2=0\Leftrightarrow x=1$.<br>Bảng biến thiên:<br> | 0.25đ |
| | Để phương trình $(1),(2),(3)$ có 3 nghiệm phân biệt khác 1 thì<br>TH1: $0\le 2-m\Leftrightarrow m\le 2$. | 0.25đ |
| | TH2: $\begin{cases}4-m\ge 0\\-1<3-m<0\\2-m\le -1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 4\\3<m<4\\m\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow 3<m<4$. | 0.25đ |
| | Vậy $m\le 2$ hoặc $3<m<4$ | 0.25đ |
| **Câu 2** | | **4.0 điểm** |
| | 1.Giải bất phương trình sau: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{4^x-3.2^{x+1}+18}{2^{x+1}+1}\right)+1>0.$ | **2.0 điểm** |
| | Đk: $\dfrac{4^x-3.2^{x+1}+18}{2^{x+1}+1}>0\Leftrightarrow\dfrac{\left(2^x-3\right)^2+9}{2^{x+1}+1}>0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. | 0.25đ |

| | | |
|---|---|---|
| | $\log_{\frac{1}{2}}\left(\dfrac{4^x-3.2^{x+1}+18}{2^{x+1}+1}\right)+1>0 \Leftrightarrow \dfrac{4^x-3.2^{x+1}+18}{2^{x+1}+1}<2$ | 0. 5đ |
| | $\Leftrightarrow 4^x-3.2^{x+1}+18<2.2^{x+1}+2 \Leftrightarrow 4^x-10.2^x+16<0$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow (2^x-2)(2^x-8)<0$ | 0.5đ |
| | $\Leftrightarrow 2<2^x<8$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow 1<x<3$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;3)$.<br>***Chú ý: Nếu thí sinh không làm điều kiện thì trừ 0.25đ toàn ý.*** | 0.25đ |
| | 2.Tìm tất cả các giá trị của tham số $m$ để tồn tại hai cặp số $(x,y)$ thỏa mãn<br>$e^{x^2}+y^2-1=e^{2x-y^2}-(x-1)^2$ và $\log_{x^2+y^2+1}(8y-4x+m-20)=1$ | **2.0 điểm** |
| | Xét $e^{x^2}+y^2-1=e^{2x-y^2}-(x-1)^2 \Leftrightarrow e^{x^2}+x^2=e^{2x-y^2}+2x-y^2$ | 0.25 đ |
| | Xét hàm số $f(t)=e^t+t$ với $t\in\mathbb{R}$<br>Ta có $f'(t)=e^t+1>0, \forall t\in\mathbb{R}$. | 0.25đ |
| | Suy ra: $e^{x^2}+x^2=e^{2x-y^2}+2x-y^2 \Leftrightarrow x^2=2x-y^2 \Leftrightarrow (x-1)^2+y^2=1$ là phương trình đường tròn $(C_1)$ tâm $I_1(1;0)$, bán kính $R_1=1$. | 0.25đ |
| | Xét $\log_{x^2+y^2+1}(8y-4x+m-20)=1 \Leftrightarrow (x+2)^2+(y-4)^2=m-1$<br>Để tồn tại cặp số $(x,y)$ thì $m-1\geq 0 \Leftrightarrow m\geq 1$. | 0.25đ |
| | Khi đó phương trình đã cho là phương trình đường tròn $(C_2)$ tâm $I_1(-2;4)$, bán kính $R_2=\sqrt{m-1}$ | 0.25đ |
| | Do đó để tồn tại 2 cặp số $(x,y)$ thì $(C_1)$ cắt $(C_2)$ tại hai điểm phân biệt<br>$\Leftrightarrow \lvert R_1-R_2\rvert<I_1I_2<R_1+R_2 \Leftrightarrow \left\lvert 1-\sqrt{m-1}\right\rvert<5<1+\sqrt{m-1}$. | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow \begin{cases}-4<\sqrt{m-1}<6\\ \sqrt{m-1}>4\end{cases}$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow 17<m<37$. Vậy $17<m<37$ thỏa mãn yêu cầu bài toán. | 0.25đ |
| **Câu 3** | | **5.0 điểm** |
| | 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $4a$, cạnh $SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa cạnh $SC$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $45^0$, $M$ là trung điểm của $BC$, $N$ là điểm thuộc cạnh $AD$ sao cho $DN=a$. Tính theo $a$ thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $SB$ và $MN$. | **3.0 điểm** |

| | | |
|---|---|---|
| |   | |
| | Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow$ $AC$ là hình chiếu của $SC$ trên mặt phẳng $(ABCD)$. Suy ra góc giữa cạnh $SC$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $\widehat{SCA} = 45^0$ | 0.25đ |
| | Tam giác $ABC$ vuông tại $B$, theo định lý Pytago ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 32a^2 \Rightarrow AC = 4a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC.\tan 45^0 = 4a\sqrt{2}$ | 0.25đ |
| | $S_{ABCD} = 4a.4a = 16a^2$ | 0.25đ |
| | $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.16a^2.4a\sqrt{2} = \frac{64a^3\sqrt{2}}{3}$ (đvtt) | 0.25đ |
| | ▪ Gọi $E$ là trung điểm của đoạn $AD$, $F$ là trung điểm của $AE$ $\frac{d(N,(SBF))}{d(A,(SBF))} = \frac{NF}{AF} = 2$ | 0.5đ |
| | Theo giả thiết $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ hình vuông nên $SABF$ là tứ diện có $\widehat{SAB} = \widehat{SAF} = \widehat{BAF} = 90^0$ | 0.25đ |
| | Gọi $d = d(A,(SBF))$ Ta có $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AF^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{1}{(4a)^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{(4a\sqrt{2})^2} = \frac{35}{32a^2} \Rightarrow d = \frac{4a\sqrt{70}}{35}$ | 0.5đ |
| | $\Rightarrow$ $BF // MN$ nên $MN // (SBF)$ Do đó $d(MN,SB) = d(MN,(SBF)) = d(N,(SBF)) = 2d(A,(SBF))$ | 0.5đ |
| | $\Rightarrow d(N,(SBF)) = \frac{8a\sqrt{70}}{35}$. Vậy $d(MN,SB) = \frac{8a\sqrt{70}}{35}$. | 0.25đ |
| | 2. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a$, tâm $O$. Gọi $I$ là điểm thuộc đoạn $SO$ sao cho $SO = 4OI$, mặt phẳng $(IAB)$ vuông góc với mặt phẳng $(SCD)$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$. | **2.0 điểm** |

| | | |
|---|---|---|
| |  | |
| | Gọi P là giao điểm của SC và IA, Q là giao điểm của SD và IB.<br>Khi đó $(IAB) \equiv (ABPQ)$<br>Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD, E là giao của SN và MI suy ra E thuộc PQ<br>Ta có $PQ//AB//CD$.<br>Tam giác $SCD$ cân tại S nên $SN \perp CD \Rightarrow SN \perp PQ$ | 0,25đ |
| | Ta có $\begin{cases}(ABPQ) \perp (SCD) \\ (ABPQ) \cap (SCD) = PQ \\ SN \subset (SCD) \\ SN \perp PQ\end{cases} \Rightarrow SN \perp (ABPQ) \Rightarrow SN \perp ME$ | 0,25đ |
| | Xét tam giác $SMN$ cân tại $S$ có hai đường cao $SO, ME$<br>Qua O dựng đường thẳng song song với ME cắt SN tại J.<br>Xét tam giác $SOJ$ có $IE//OJ \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SJ} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{EJ}{SE} = \frac{1}{3}$. | 0,25đ |
| | Xét tam giác $MNE$ có $OJ$ là đường trung bình suy ra J là trung điểm EN<br>Do đó $\frac{NE}{SE} = \frac{2IE}{SE} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SE}{SN} = \frac{3}{5}$ | 0,25đ |
| | Ta có $\Delta SEI \sim \Delta SON\,(g.g) \Rightarrow \frac{SE}{SO} = \frac{SI}{SN}$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow SE.SN = SI.SO \Leftrightarrow \frac{3}{5}SN^2 = \frac{3}{4}SO^2 \Leftrightarrow 4SN^2 = 5SO^2$ | 0.25đ |
| | Ta lại có $SN^2 = SO^2 + ON^2$ suy ra<br>$\Leftrightarrow 4(SO^2 + ON^2) = 5SO^2 \Leftrightarrow SO = 2ON = MN = AD = a$ | 0.25đ |
| | Suy ra thể tích khối chóp S.ABCD là: $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$ | 0.25đ |
| **Câu 4** | | **4.0 điểm** |
| | 1.Tìm số hạng tự do trong khai triển biểu thức $f(x) = \left(1 + x + \frac{1}{x^2}\right)^n, x \neq 0$, biết $n$ là số tự nhiên thỏa mãn hệ thức: $10\left(C_{n+2}^5 + C_{n+2}^6\right) = A_{n+3}^4$. | **2.0 điểm** |

| | | |
|---|---|---|
| | Áp dụng công thức $C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$<br>Ta có $C_{n+2}^5 + C_{n+2}^6 = C_{n+3}^6$ | 0.25đ |
| | Do đó $10C_{n+3}^6 = A_{n+3}^4 \Leftrightarrow 10.\dfrac{(n+3)!}{6!(n-3)!} = \dfrac{(n+3)!}{(n-1)!}$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow (n-1)(n-2) = 72$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 10\ (tm) \\ n = -7\ (Loai) \end{array}\right. \Rightarrow n = 10$ | 0.25đ |
| | Với , ta có khai triển<br>$f(x) = \left(1 + x + \dfrac{1}{x^2}\right)^{10} = \left(\dfrac{1}{x^2} + (1+x)\right)^{10} = \sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{10-k} (1+x)^k$<br>$= \sum\limits_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\dfrac{1}{x^2}\right)^{10-k} \sum\limits_{i=0}^{k} C_k^i x^i = \sum\limits_{k=0}^{10}\sum\limits_{i=0}^{k} C_{10}^k . C_k^i x^{2k+i-20}$ | 0.25đ |
| | Vì số hạng cần tìm là số hạng tự do, nên ta có:<br>$\begin{cases} 2k + i - 20 = 0 \\ 0 \le i \le k \le 10 \\ i, k \in \mathbb{N} \end{cases} \Rightarrow (i;k) \in \{(0;10);(2;9);(4;8);(6;7)\}$. | 0.5đ |
| | Số hạng tự do bằng: $C_{10}^0 C_{10}^{10} + C_9^2 C_{10}^9 + C_8^4 C_{10}^8 + C_7^6 C_{10}^7$. | 0.25đ |
| | 2. Gọi $S$ tập hợp tất cả các số tự nhiên có $5$ chữ số đôi một khác nhau và các chữ số thuộc tập hợp $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7\}$. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc $S$, tính xác suất để số đó không có hai chữ số lẻ nào đứng cạnh nhau. | **2.0 điểm** |
| | Gọi $n = \overline{abcde}$ là số tự nhiên có $5$ chữ số đôi một khác nhau.<br>Chọn số $a$ có $7$ cách ($a$ khác $0$).<br>Chọn các số còn lại có $A_7^4$ cách.<br>Do đó $n(\Omega) = 7.A_7^4 = 5880$. | 0.25đ |
| | **Trường hợp 1.** Trong $n$ có đúng $1$ chữ số lẻ:<br>• Chọn một chữ số lẻ để đưa vào $n$, có $4$ cách.<br>• Chọn $4$ chữ số chẵn từ các chữ số $0,2,4,6$, có $C_4^4$ cách.<br>• Xếp $5$ số đã chọn vào $5$ vị trí, có $4.4! = 96$ cách. (số $0$ không thể đứng vị trí đầu).<br>Áp dụng quy tắc nhân ta có $4.96 = 384$ số. | 0.5đ |
| | **Trường hợp 2.** Trong $n$ có đúng $2$ chữ số lẻ:<br>Tính cả trường hợp số $0$ đứng đầu<br>• Chọn $2$ chữ số lẻ để đưa vào $n$, có $C_4^2$ cách.<br>• Chọn $3$ chữ số chẵn từ các chữ số $0,2,4,6$, có $C_4^3$ cách.<br>• Xếp $3$ số chẵn thành một dãy, tạo ra $4$ khoảng trống và xếp $2$ chữ số lẻ vừa chọn vào 2 trong $4$ khoảng trống đó, có $3!.A_4^2$.<br>Áp dụng quy tắc nhân ta có $C_4^2.C_4^3.3!.A_4^2 = 1728$ cách. | 0.25đ |
| | Trong các số vừa tạo, có $C_4^2.C_3^2.2!.A_3^2 = 216$ số $0$ đứng đầu.<br>Vậy có $1728 - 216 = 1512$ số. | 0.25đ |
| | **Trường hợp 3.** Trong $n$ có đúng $3$ chữ số lẻ: | 0.25đ |

| | | |
|---|---|---|
| | • Chọn 3 chữ số lẻ để đưa vào $n$, có $C_4^3$ cách. Xếp vị trí 3 số lẻ vừa chọn có $3!$ cách.<br>• Chọn 2 chữ số chẵn từ các chữ số $0,2,4,6$, có $C_4^2$ cách.<br>• Xếp 2 vào giữa các số lẻ $2!$ cách.<br>Vậy có $C_4^3.3!.C_4^2.2!=288$ số. | |
| | Áp dụng quy tắc cộng, ta được $n(A)=384+1512+288=2184$. | 0.25đ |
| | Vậy xác suất của biến cố $A$ là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2184}{7.A_7^4}=\dfrac{13}{25}$. | 0.25đ |
| | **Chú ý: Nếu bài làm của thí sinh sai ở trường hợp nào thì chỉ trừ điểm ở trường hợp đó** | |
| **Câu 5** | Cho hai số thực $x,y>0$ thỏa mãn $\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức<br>$P=\dfrac{x^2}{1+2y}+\dfrac{4y^2}{1+x}$. | **2.0 điểm** |
| | Ta có : $\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}=1\Leftrightarrow x+2y=xy\le\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x+2y}{2}\right)^2$ (1) | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow(x+2y)^2-8(x+2y)\ge0\Leftrightarrow(x+2y)(x+2y-8)\ge0$<br>Vì $x,y>0$ suy ra $x+2y\ge8$ | 0.25đ |
| | Theo bất đẳng thức Schwarz ta có<br>$P=\dfrac{x^2}{1+2y}+\dfrac{4y^2}{1+x}=\dfrac{x^2}{1+2y}+\dfrac{(2y)^2}{1+x}\ge\dfrac{(x+2y)^2}{2+(x+2y)}$ (2). | 0.25đ |
| | Đặt $u=x+2y\Rightarrow u\ge8$.<br>Từ (2) ta có $P\ge f(u)=\dfrac{u^2}{u+2}$, $u\ge8$<br>$f'(u)=\dfrac{u^2+4u}{(u+2)^2}=\dfrac{(u+4)u}{(u+2)^2}>0,\forall u\ge8$ | 0.25đ |
| | $\Rightarrow\min f(u)=f(8)=\dfrac{32}{5}$. | 0.25đ |
| | Vậy $P\ge\dfrac{32}{5}\Rightarrow\text{Min}\,P=\dfrac{32}{5}$ | 0.25đ |
| | khi $u=8\Rightarrow\begin{cases}x=2y\\x+2y=8\\\dfrac{x}{1+2y}=\dfrac{2y}{1+x}\end{cases}$ | 0.25đ |
| | $\Leftrightarrow\begin{cases}x=2y\\x=8-2y\\(8-2y)^2+8-2y=2y+4y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\y=2\end{cases}$ | 0.25đ |