

TRƯỜNG THPT KINH MÔN



ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPTQG - LẦN II

NĂM HỌC 2019 - 2020

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Đề thi gồm 06 trang - 50 câu trắc nghiệm

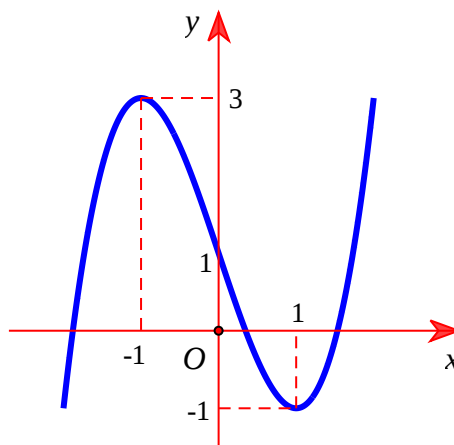
Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

- A. $x=63$. B. $x=65$. C. $x=80$. D. $x=82$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+4=0$?

- A. $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=4$. B. $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=16$.
C. $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$. D. $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=16$.

Câu 3: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình vẽ bên dướiTìm m để phương trình $|x^3-3x+1|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt

- A. $-1 < m < 3$. B. $0 < m < 1$. C. $0 < m < 3$. D. $-1 < m < 0$.

Câu 4: Một hình nón có đường kính đáy là $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Tính thể tích của khối nón theo a

- A. πa^3 . B. $2\sqrt{3}\pi a^3$. C. $\pi a^3\sqrt{3}$. D. $3\pi a^3$.

Câu 5: Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi(cm)$ và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $10(cm)$.

- A. $24\pi(cm^3)$. B. $72\pi(cm^3)$. C. $18\pi(cm^3)$. D. $48\pi(cm^3)$.

Câu 6: Có 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam. Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi họ có bao nhiêu cách sắp xếp để 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

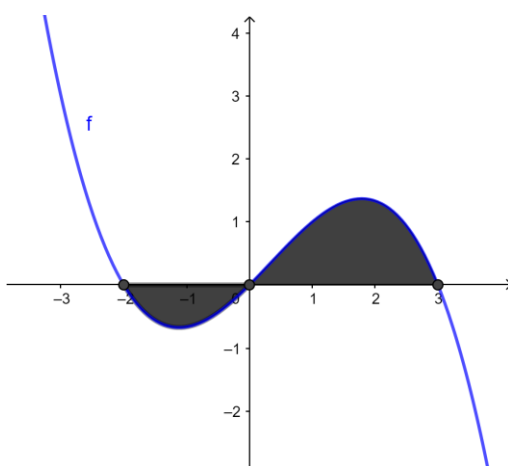
A. 48.

B. 42.

C. 58.

D. 28.

Câu 7: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là



A. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

B. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

C. $\int_{-2}^3 f(x) dx$.

D. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx$.

Câu 8: Cho a là số thực dương khác 1, $\log_{a^2} \sqrt[7]{a^3}$ bằng

A. $\frac{14}{3}$.

B. $\frac{6}{7}$.

C. $\frac{7}{6}$.

D. $\frac{3}{14}$.

Câu 9: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 7]$ sao cho $\int_1^7 f(x) dx = 2$ và

$\int_1^7 g(x) dx = -3$. Giá trị $\int_1^7 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. -1.

C. -5.

D. 6.

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

A. $26 - 15i$.

B. $7 - 30i$.

C. $23 - 6i$.

D. $-14 + 33i$.

Câu 11: Giả sử z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1; 0)$.

B. $(0; -1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, $f(-1) = 4$ và $\int_{-1}^3 f'(x) dx = 10$. Giá trị

của $f(3)$ bằng:

A. -14.

B. -6.

C. 14.

D. 6.

Câu 13: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x = \pm 1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 1$.

D. $x = -1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-\infty; 1); (1; +\infty)$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1		$+\infty$		1

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Câu 15: Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là:

A. $V = \pi e$.

B. $V = \pi(e+1)$.

C. $V = \pi(e-2)$.

D. $V = \pi(e-1)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $2020^{x+1} \geq 2020^{x^2+3x-1}$

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.

B. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

C. $[-3; 1]$.

D. $[-1; 3]$.

Câu 17: Cho số phức $z = 1 + i$. Tính mô đun của số phức $w = \frac{\bar{z} + 2i}{z - 1}$.

A. $|w| = 2$.

B. $|w| = \sqrt{2}$.

C. $|w| = 1$.

D. $|w| = \sqrt{3}$.

Câu 18: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m-1)x + m}{3x + m^2}$ nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

A. $m = 7$.

B. $m = 4$.

C. $m = 5$.

D. $m = -5$.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Công sai của cấp số đó bằng

A. $d = 4$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 2$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Gọi $M(a; b; c)$ là tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng

(P) . Tổng $S = a + b - c$ là

A. -7.

B. 7.

C. 11.

D. 6.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -4$.

D. $x = 0$.

Câu 22: Cho khối đa diện đều $\{p; q\}$, chỉ số p là

A. Số đỉnh của đa diện. B. Số mặt của đa diện.

C. Số cạnh của đa diện. D. Số các cạnh của mỗi mặt.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $\vec{x} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{x}$

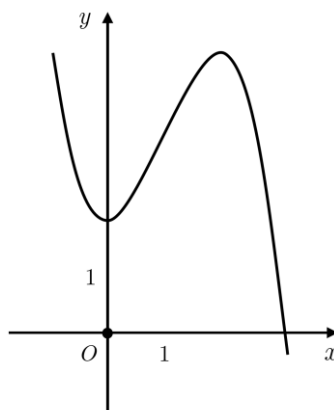
A. $\vec{x} = (2; -3; 0)$.

B. $\vec{x} = (2; -3; 4)$.

C. $\vec{x} = (1; -3; -2)$.

D. $\vec{x} = (-2; 3; -1)$.

Câu 24: Đồ thị trong hình vẽ sau có thể là đồ thị của hàm số nào



A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

B. $y = -x^4 - 3x^2 + 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Câu 25: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ tại $M(0; -1)$ là:

A. $y = -3x + 1$.

B. $y = -3x$.

C. $y = -3x + 3$.

D. $y = -3x - 1$.

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

A. $z = 3 + 5i$.

B. $z = 3 - 5i$.

C. $z = 3 - i$.

D. $z = 3 + i$.

Câu 27: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 12.

B. -8.

C. 1.

D. -3.

Câu 28: Cho đa giác đều 40 đỉnh $A_1A_2....A_{40}$ nội tiếp đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác đó, tính xác suất để ba đỉnh được chọn là ba đỉnh của tam giác vuông nhưng không cân?

- A. $\frac{18}{247}$. B. $\frac{1}{13}$. C. $\frac{37}{494}$. D. $\frac{1}{26}$.

Câu 29: Tính diện tích xung quanh của hình trụ, biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$

- A. $\pi a^2\sqrt{3}$. B. $2\pi a^2$. C. $2\pi a^2\sqrt{3}$. D. πa^2 .

Câu 30: Thể tích khối tam diện vuông $O.ABC$, vuông tại O có $OA=a$, $OB=OC=2a$ là

- A. $2a^3$. B. $\frac{a^3}{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x + \cos x + 2020$ là

- A. $F(x) = e^x + \sin x + 2020x$. B. $F(x) = e^x + \sin x + 2020 + C$.
C. $F(x) = e^x + \sin x + 2020x + C$. D. $F(x) = e^x - \sin x + 2020x + C$.

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $6^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 33: Cho hai thẳng: $d_1: \frac{x+7}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(1;2;-3)$ đồng thời vuông góc với cả $d_1; d_2$

- A. $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=-3-7t \end{cases}$ B. $d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=2-t \\ z=-3+t \end{cases}$ C. $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2+t \\ z=-3-7t \end{cases}$ D. $d: \begin{cases} x=1+4t \\ y=2+t \\ z=-3+t \end{cases}$

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'; B'B; BC; CD; DD'; D'A'$. Thể tích của khối đa diện $AMNPQRS$ bằng:

- A. $\frac{V}{3}$. B. $\frac{3V}{8}$. C. $\frac{V}{4}$. D. $\frac{2V}{5}$.

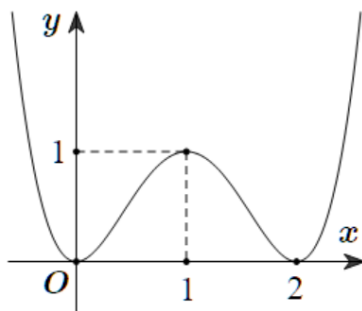
Câu 35: Một hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

- A. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{12}}{6}$. C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Câu 36: Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2\log_b c = 4\log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $S = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

- A. $S = 18$. B. $S = 23$. C. $S = 15$. D. $S = 21$.

- Câu 37:** Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = mx$ với $m < 2$ và parabol có phương trình $(P): y = 2x - x^2$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và Ox . Với $m = a - \sqrt[3]{b}$, $(a, b \in \mathbb{Z})$ thì $S_1 = \frac{1}{2} S_2$. Khi đó tích ab là
- A. 4. B. 2. C. 3. D. 8.
- Câu 38:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC bằng
- A. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{10}$. C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
- Câu 39:** Biết rằng phương trình $2^{2x} = 5\sqrt{3^{x+1}}$ có nghiệm duy nhất dạng $x = a \log_{\frac{16}{3}} 5 + b \log_{\frac{16}{3}} 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = 2a - b$.
- A. $S = 5$ B. $S = 2$ C. $S = 4$ D. $S = 3$
- Câu 40:** Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m^3 - m$ (C_m) (m là tham số). A, B là một cặp điểm phân biệt trên (C_m) thỏa mãn các tiếp tuyến với (C_m) tại A, B song song. Gọi $I(a; b)$ là trung điểm của AB . Chọn hệ thức đúng
- A. $a - b = 0$. B. $a \cdot b = 1$. C. $b = a^3 - 3a^2$. D. $a + b = 0$.
- Câu 41:** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều, cạnh $AB = a$; $A'A = a\sqrt{\frac{7}{12}}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng
- A. 45° . B. 60° . C. 75° . D. 30° .
- Câu 42:** Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P = P_0 e^{xi}$, trong đó $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao $1000m$ thì áp suất của không khí là $672,71 \text{ mmHg}$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao $3000m$ gần với số nào sau đây nhất?
- A. $520,23 \text{ mmHg}$. B. $510,23 \text{ mmHg}$. C. $530,23 \text{ mmHg}$. D. $527,01 \text{ mmHg}$.
- Câu 43:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x^2+4}$ với $a \neq 0$ và a, b là các tham số thực. Biết rằng $\max_{x \in \mathbb{R}} y = 5$ và $\min_{x \in \mathbb{R}} y = -2$. Giá trị biểu thức $P = a^2 b$ bằng
- A. 7680. B. 1920. C. 3840. D. -1920.
- Câu 44:** Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f(x)]$ bằng

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 4.

Câu 45: Cho $x; y; z$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $4^x + 9^y + 25^z = 2^{x+1} + 3^y + 5^z$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2^{x+2} + 3^{y+1} + 5^z$.

- A. $4 + \sqrt{39}$. B. $6 + \sqrt{39}$. C. $5 + \sqrt{39}$. D. $7 + \sqrt{39}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, biết $f'(x) + (2x+3)f^2(x) = 0$, $f(x) > 0$ với $x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{6}$. Tính $P = 1 + f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$.

- A. $P = \frac{3032}{2022}$. B. $P = \frac{4032}{2022}$. C. $P = \frac{1012}{2022}$. D. $P = \frac{2032}{2022}$.

Câu 47: Chiều cao của một khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R là

- A. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$. B. $h = \frac{4R\sqrt{3}}{3}$. C. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$. D. $h = R\sqrt{3}$.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận

ngang?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5.

Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$. Mặt phẳng (α) song song với AB và CD cắt các cạnh $AD; DB; BC; CA$

lần lượt tại M, N, P, Q . Giả sử $\frac{MA}{MD} = \frac{1}{2}$, mặt phẳng (α) chia khối tứ diện thành hai phần.

Tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ của hai khối đa diện $ABMNPQ$ và $CDMNPQ$ bằng:

- A. $(a.b)^\alpha = a^\alpha . b^\alpha$. B. $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. C. $(a^\alpha)^{\frac{1}{\beta}} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}, \beta \neq 0$. D. $a^\alpha . b^\beta = (ab)^{\alpha+\beta}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(3x+1) dx = 6$. Tính

$$I = \int_0^7 f(x) dx$$

- A. $I = 20$. B. $I = 18$. C. $I = 8$. D. $I = 16$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	A	B	A	A	D	A	B	A	C	B	C	C	D	A	A	B	A	A	D	B	C	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	B	A	C	D	C	D	B	C	C	D	D	C	D	D	B	D	B	A	B	A	C	B	D	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=63$.

B. $x=65$.

C. $x=80$.

D. $x=82$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_4(x-1)=3 \Leftrightarrow x-1=4^3 \Leftrightarrow x=65$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt cầu có tâm $I(3;1;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+4=0$?

A. $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=4$.

B. $(x+3)^2+(y+1)^2+z^2=16$.

C. $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=4$.

D. $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=16$.

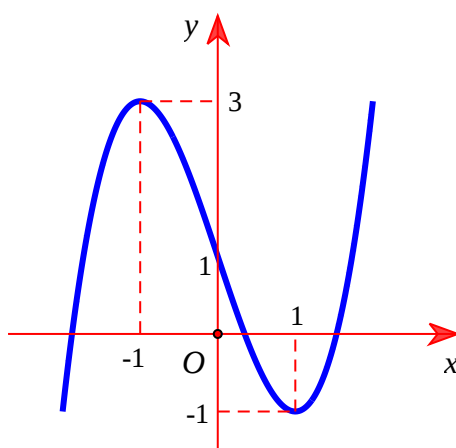
Lời giải

Chọn D

Gọi R là bán kính mặt cầu cần tìm. Ta có $R=d(I,(P))=\frac{|2.3+2.1-0+4|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=4$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-3)^2+(y-1)^2+z^2=16$.

Câu 3: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Tìm m để phương trình $|x^3 - 3x + 1| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt

A. $-1 < m < 3$.

B. $0 < m < 1$.

C. $0 < m < 3$.

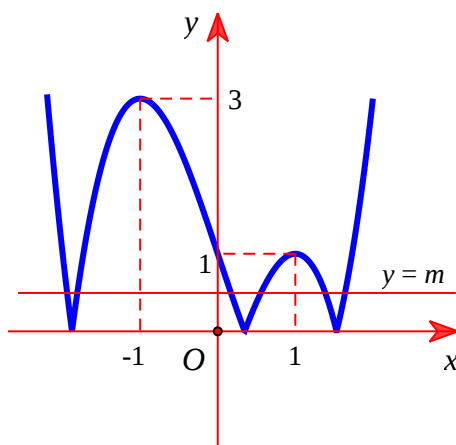
D. $-1 < m < 0$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + 1|$ có được bằng cách giữ phần đồ thị phía trên trục hoành của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$, lấy đối xứng phần đồ thị phía bên dưới trục hoành qua trục Ox rồi xóa phần đồ thị phía bên dưới trục hoành

Đường thẳng $y = m$ song song với trục Ox và vuông góc với trục Oy (hình vẽ)



Để phương trình $|x^3 - 3x + 1| = m$ có 6 nghiệm thực phân biệt thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x + 1|$ tại 6 điểm phân biệt

Dựa vào đồ thị ta suy ra $0 < m < 1$

Câu 4: Một hình nón có đường kính đáy là $2a\sqrt{3}$, góc ở đỉnh là 120° . Tính thể tích của khối nón theo a

A. πa^3 .

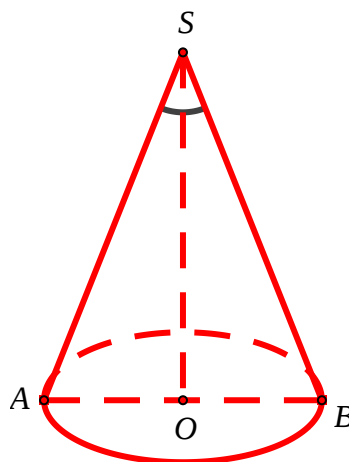
B. $2\sqrt{3}\pi a^3$.

C. $\pi a^3\sqrt{3}$.

D. $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A



Theo giả thiết có góc ở đỉnh $ASB = 120^\circ$, suy ra $ASO = 60^\circ$ (với O là tâm của đường tròn đáy, AB là đường kính)

Ta có $AO = \frac{1}{2} \cdot 2a\sqrt{3} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác vuông SAO có $\tan ASO = \frac{AO}{SO} \Leftrightarrow SO = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = a$

Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3} \pi \cdot AO^2 \cdot SO = \frac{1}{3} \pi (a\sqrt{3})^2 \cdot a = \pi a^3$

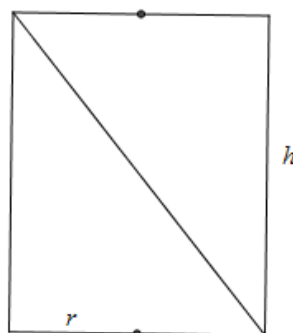
Câu 5: Tính thể tích của khối trụ biết chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi (cm)$ và thiết diện đi qua trục là một hình chữ nhật có độ dài đường chéo bằng $10 (cm)$.

- A. $24\pi (cm^3)$. B. $72\pi (cm^3)$. C. $18\pi (cm^3)$. D. $48\pi (cm^3)$.

Lời giải

Chọn B

Chu vi đáy của hình trụ đó bằng $6\pi (cm)$ suy ra bán kính đáy của trụ $r = 3 (cm)$. Thiết diện đi qua trục:



Khi đó ta có $h^2 + (2r)^2 = 100 \Rightarrow h = 8$. Vậy thể tích của khối trụ $V = \pi r^2 h = 72\pi (cm^3)$.

Câu 6: Có 3 học sinh nữ và 2 học sinh nam. Ta muốn sắp xếp vào một bàn dài có 5 ghế ngồi. Hỏi họ có bao nhiêu cách sắp xếp để 2 học sinh nam ngồi kề nhau.

A. 48.

B. 42.

C. 58.

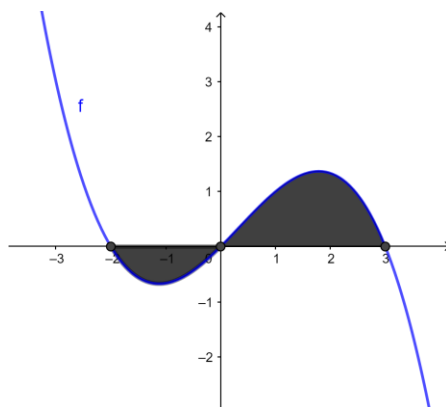
D. 28.

Lời giải

Chọn A

Nhóm hai học sinh nam coi là một xếp cùng với 3 bạn nữ có: $4! = 24$ cách. Hoán vị chỗ ngồi cho hai bạn nam có $2! = 2$ cách. Vậy có $24 \cdot 2 = 48$ cách sắp xếp.

Câu 7: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích S của hình phẳng (phần tô đậm trong hình dưới) là



A. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$

B. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx.$

C. $\int_{-2}^3 f(x) dx.$

D. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = -\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx = \int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx.$

Câu 8: Cho a là số thực dương khác 1, $\log_{a^2} \sqrt[7]{a^3}$ bằng

A. $\frac{14}{3}.$

B. $\frac{6}{7}.$

C. $\frac{7}{6}.$

D. $\frac{3}{14}.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2} \sqrt[7]{a^3} = \log_{a^2} a^{\frac{3}{7}} = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{2} \log_a a = \frac{3}{14}.$

Câu 9: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 7]$ sao cho $\int_1^7 f(x) dx = 2$ và $\int_1^7 g(x) dx = -3$. Giá

trị $\int_1^7 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 5.

B. -1.

C. -5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^7 [f(x) - g(x)] dx = \int_1^7 f(x) dx - \int_1^7 g(x) dx = 2 - (-3) = 5.$$

Câu 10: Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

A. $26 - 15i$.B. $7 - 30i$.C. $23 - 6i$.D. $-14 + 33i$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } 3z_1 - 4z_2 = 3(5 - 6i) - 4(2 + 3i) = 7 - 30i.$$

Câu 11: Giả sử z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ và M, N là các điểm biểu diễn của z_1 và z_2 trên mặt phẳng phức. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là

A. $(1; 0)$.B. $(0; -1)$.C. $(-1; 0)$.D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm là $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = 1 + 2i$

Do đó: $M(1; -2)$, $N(1; 2)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng MN là $I(1; 0)$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$, $f(-1) = 4$ và $\int_{-1}^3 f'(x) dx = 10$. Giá trị của

$f(3)$ bằng:

A. -14 .B. -6 .C. 14 .D. 6 .

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^3 f'(x) dx = f(3) - f(-1) = 10 \Rightarrow f(3) = 10 + 4 = 14.$$

Câu 13: Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x = \pm 1$.B. $x = 0$.C. $x = 1$.D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

$$y' = -4x^3 + 4x; y'' = -12x^2 + 4$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$$y''(0) = 4 > 0 \Rightarrow \text{hàm số đạt cực tiểu tại } x = 0.$$

$y''(\pm 1) = -8 < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-\infty; 1); (1; +\infty)$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	1

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$$y' < 0 \quad \forall x \neq 1$$

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$.

Câu 15: Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là:

- A. $V = \pi e$.
- B. $V = \pi(e+1)$.
- C. $V = \pi(e-2)$.
- D. $V = \pi(e-1)$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Khi đó thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi $(C): y = \ln x$, trục Ox và đường thẳng $x = e$ là

$$V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln^2 x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2 \ln x \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$$

$$V = \pi \int_1^e \ln^2 x dx = \pi \left(x \ln^2 x \Big|_1^e - 2 \int_1^e \ln x dx \right)$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = x \end{cases}$$

$$= \left[x \ln^2 x - 2(x \ln x - x) \right] \Big|_1^e = \pi(e-2).$$

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $2020^{x+1} \geq 2020^{x^2+3x-1}$

A. $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$. B. $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

C. $[-3; 1]$. D. $[-1; 3]$.

Lời giải

Chọn D

$$2020^{x+1} \geq 2020^{x^2+3x-1} \Leftrightarrow x+1 \geq x^2+3x-1 \\ \Leftrightarrow x \in [-1; 3].$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-1; 3]$.

Câu 17: Cho số phức $z = 1 + i$. Tính mô đun của số phức $w = \frac{\bar{z} + 2i}{z - 1}$.

A. $|w| = 2$.

B. $|w| = \sqrt{2}$.

C. $|w| = 1$.

D. $|w| = \sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z = 1 + i \Rightarrow \bar{z} = 1 - i \Rightarrow w = \frac{1 - i + 2i}{1 + i - 1} = \frac{1 + i}{i} = 1 - i \Rightarrow |w| = \sqrt{2}$$

Câu 18: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{(m-1)x + m}{3x + m^2}$ nhận đường thẳng $y = 2$ làm tiệm cận ngang.

A. $m = 7$.

B. $m = 4$.

C. $m = 5$.

D. $m = -5$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Vì đồ thị hàm số } y = \frac{(m-1)x + m}{3x + m^2} \text{ nhận đường thẳng } y = 2 \text{ làm tiệm cận ngang nên ta có} \\ \frac{m-1}{3} = 2 \Rightarrow m = 7.$$

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa $\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases}$. Công sai của cấp số đó bằng

A. $d = 4$.

B. $d = 3$.

C. $d = 5$.

D. $d = 2$.

Lời giải

Chọn B

$$\begin{cases} u_2 - u_3 + u_5 = 10 \\ u_4 + u_6 = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (u_1 + d) - (u_1 + 2d) + (u_1 + 4d) = 10 \\ (u_1 + 3d) + (u_1 + 5d) = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 3d = 10 \\ 2u_1 + 8d = 26 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 3 \end{cases}$$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 6x + 3y + 2z - 6 = 0$ và đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}. \text{ Gọi } M(a; b; c) \text{ là tọa độ giao điểm của đường thẳng } d \text{ và mặt phẳng } (P). \text{ Tổng}$$

$$S = a + b - c \text{ là}$$

A. -7.

B. 7.

C. 11.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) thỏa hệ

$$\begin{cases} x = -t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \\ 6x + 3y + 2z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 6(-t) + 3(2 + t) + 2(3 + t) - 6 = 0 \Leftrightarrow -t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 6$$

Suy ra $M(-6; 8; 9)$.

Tổng $S = a + b - c = -6 + 8 - 9 = -7$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		-4		$+\infty$	0	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x = -1$.

B. $x = 1$.

C. $x = -4$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Câu 22: Cho khối đa diện đều $\{p; q\}$, chỉ số p là

A. Số đỉnh của đa diện.

B. Số mặt của đa diện.

C. Số cạnh của đa diện.

D. Số các cạnh của mỗi mặt.

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{p; q\}$ có tính chất:

+ Mỗi mặt của nó là một đa giác đều p cạnh.

+ Mỗi đỉnh của nó là đỉnh chung của đúng q mặt.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $\vec{x} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tìm tọa độ của $\vec{x}$

A. $\vec{x} = (2; -3; 0)$.

B. $\vec{x} = (2; -3; 4)$.

C. $\vec{x} = (1; -3; -2)$.

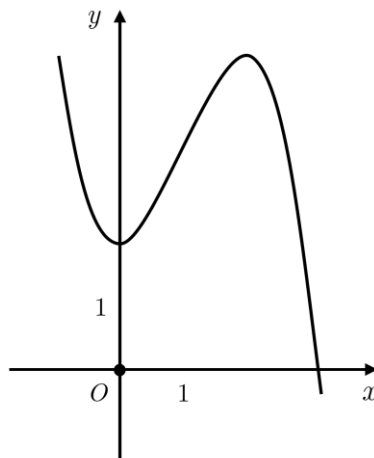
D. $\vec{x} = (-2; 3; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Véc tơ $\vec{x} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$ có tọa độ là $\vec{x} = (2; -3; 4)$.

Câu 24: Đồ thị trong hình vẽ sau có thể là đồ thị của hàm số nào



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. B. $y = -x^4 - 3x^2 + 2$.
 C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số có 2 cực trị $\Rightarrow$ Loại A và B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow$ loại D.

Câu 25: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ tại $M(0; -1)$ là:

- A. $y = -3x + 1$. B. $y = -3x$. C. $y = -3x + 3$. D. $y = -3x - 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } y' = -\frac{3}{(2x-1)^2} \Rightarrow y'(0) = -3$$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2x-1}$ tại $M(0; -1)$ là

$$y = y'(0)(x-0) - 1 = -3x - 1$$

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 3 + 5i$. B. $z = 3 - 5i$. C. $z = 3 - i$. D. $z = 3 + i$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } z = z_1 + z_2 = (1 + 2i) + (2 - 3i) = (1 + 2) + (2 - 3)i = 3 - i.$$

Câu 27: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. 12.

B. -8.

C. 1.

D. -3.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx = \int_0^1 f(x)dx - 2\int_0^1 g(x)dx = 2 - 2.5 = -8.$$

Câu 28: Cho đa giác đều 40 đỉnh $A_1A_2....A_{40}$ nội tiếp đường tròn tâm O . Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác đó, tính xác suất để ba đỉnh được chọn là ba đỉnh của tam giác vuông nhưng không cân?

A. $\frac{18}{247}$.

B. $\frac{1}{13}$.

C. $\frac{37}{494}$.

D. $\frac{1}{26}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3$.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều 40 đỉnh, đường tròn này có 20 đường kính tạo thành từ 40 đỉnh của đa giác đó.

Chọn một đường kính bất kì, đường kính này chia đường tròn này thành 2 phần, mỗi phần có 19 đỉnh của đa giác.

Khi đó mỗi phần có 18 tam giác vuông không cân (trừ đỉnh chính giữa).

Vậy số tam giác vuông không cân được tạo thành từ 40 đỉnh của đa giác là $n(A) = 18.2.20 = 720$.

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18}{247}.$$

Câu 29: Tính diện tích xung quanh của hình trụ, biết hình trụ có bán kính đáy là a và đường cao là $a\sqrt{3}$

A. $\pi a^2 \sqrt{3}$.

B. $2\pi a^2$.

C. $2\pi a^2 \sqrt{3}$.

D. πa^2 .

Lời giải

Chọn C

Hình trụ có độ dài đường sinh $l = h = a\sqrt{3}$, vậy diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi.a.a\sqrt{3} = 2\pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 30: Thể tích khối tam diện vuông $O.ABC$, vuông tại O có $OA = a$, $OB = OC = 2a$ là

A. $2a^3$.

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{6}$.

D. $\frac{2a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tam diện vuông $O.ABC$, vuông tại O là: $V = \frac{1}{6}OA.OB.OC = \frac{1}{6}.a.(2a)^2 = \frac{2a^3}{3}$

Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $y = e^x + \cos x + 2020$ là

A. $F(x) = e^x + \sin x + 2020x$.

B. $F(x) = e^x + \sin x + 2020 + C$.

C. $F(x) = e^x + \sin x + 2020x + C$.

D. $F(x) = e^x - \sin x + 2020x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int (e^x + \cos x + 2020) dx = e^x + \sin x + 2020x + C$.

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $6^{2x^2-7x+5} = 1$ là

A. 3.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $6^{2x^2-7x+5} = 1 \Leftrightarrow 2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$.

Câu 33: Cho hai thẳng: $d_1: \frac{x+7}{4} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $M(1; 2; -3)$ đồng thời vuông góc với cả $d_1; d_2$

A. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = -3 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

d_1 có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_1(4; 1; 1)$, d_2 có vec tơ chỉ phương $\vec{u}_2(3; -1; 1)$.

d vuông góc với cả d_1, d_2 nên d có vec tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{u}_1, \vec{u}_2] = (2; -1; -7)$.

Đường thẳng d đi qua $M(1; 2; -3)$ nên phương trình của d là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 - 7t \end{cases}$.

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V . Các điểm M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B'; B'B; BC; CD; DD'; D'A'$. Thể tích của khối đa diện $AMNPQRS$ bằng:

A. $\frac{V}{3}$.

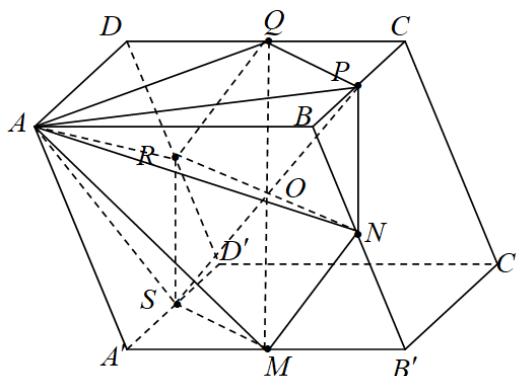
B. $\frac{3V}{8}$.

C. $\frac{V}{4}$.

D. $\frac{2V}{5}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $PQ \parallel MS$ nên MQ cắt PS tại trung điểm O của mỗi đường, tương tự RN cắt PS tại trung điểm O của mỗi đường, với O là tâm hình hộp.

Phép đối xứng tâm O biến đa diện $ADQPBNMA'SR$ thành đa diện $C'B'MSD'RQCPN$ nên thể tích hai đa diện này bằng nhau và bằng $\frac{V}{2}$.

$$V_{AMNPQRS} = V_{ADQPBNMA'SR} - V_{ADQR} - V_{ABPN} - V_{AA'MS}.$$

$$V_{AA'MS} = \frac{1}{4}V_{AA'B'D'} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{6}V = \frac{1}{24}V.$$

$$\text{Tương tự } V_{ADQR} = V_{ABPN} = V_{AA'MS} = \frac{1}{24}V.$$

$$\text{Suy ra } V_{AMNPQRS} = \frac{1}{2}V - 3 \cdot \frac{1}{24}V = \frac{3}{8}V.$$

Câu 35: Một hình lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đó.

A. $\frac{a\sqrt{39}}{6}$.

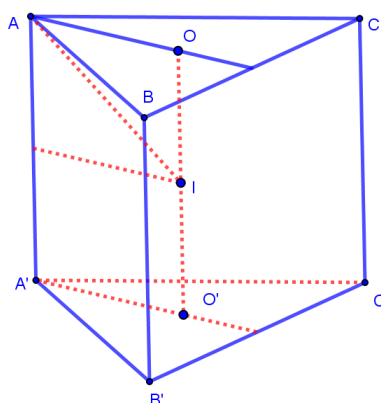
B. $\frac{a\sqrt{12}}{6}$.

C. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O, O' lần lượt là trọng tâm tam giác $ABC, A'B'C'$ suy ra O, O' là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và $A'B'C'$.

Gọi I là trung điểm OO' suy ra $IA = IB = IC = IA' = IB' = IC'$, do đó I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ.

$$\text{Bán kính mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ là } R = IA = \sqrt{AO^2 + IO^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + a^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 36: Cho ba số thực dương a, b, c đều khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2\log_b c = 4\log_c a$ và $a + 2b + 3c = 48$. Khi đó $S = a + b + c$ bằng bao nhiêu?

A. $S = 18$.

B. $S = 23$.

C. $S = 15$.

D. $S = 21$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \log_a b = 2\log_b c \Rightarrow \log_a b \cdot \log_b c = 2\log_b^2 c \Rightarrow \log_a c = 2\log_b^2 c.$$

$$\text{Ta có } \log_a b = 4\log_c a \Rightarrow \log_c a \cdot \log_a b = 4\log_c^2 a \Rightarrow \log_c b = 4\log_c^2 a.$$

$$\text{Suy ra } \log_a c \cdot \log_c b = 8\log_b^2 c \cdot \log_c^2 a$$

$$\Rightarrow \log_a b = 8 \cdot \log_b^2 a \Rightarrow \log_a^3 b = 8 \Leftrightarrow \log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2.$$

$$\text{Ta có } \log_a b = 2\log_b c \Rightarrow \log_b c = 1 \Leftrightarrow b = c.$$

$$\text{Ta có } a + 2b + 3c = 48 \Leftrightarrow a + 2a^2 + 3a^2 = 48 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ (TM)} \\ a = -3, 2 \text{ (L)} \end{cases}$$

$$\text{Với } a = 3 \Rightarrow b = c = 9. \text{ Vậy } S = a + b + c = 21.$$

Câu 37: Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y = mx$ với $m < 2$ và parabol có phương trình $(P): y = 2x - x^2$. Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và Ox . Với $m = a - \sqrt[3]{b}$, $(a, b \in \mathbb{Z})$ thì $S_1 = \frac{1}{2}S_2$. Khi đó tích ab là

A. 4.

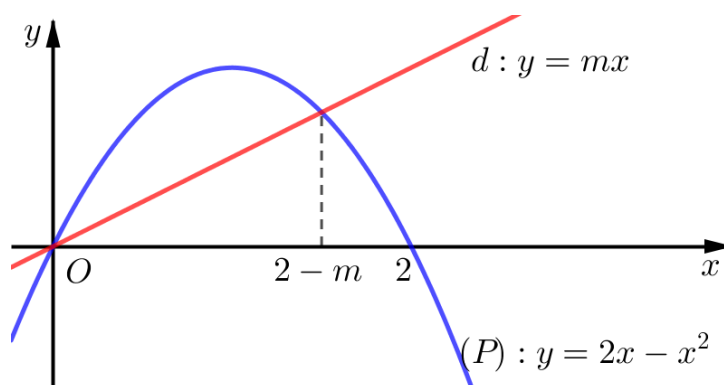
B. 2.

C. 3.

D. 8.

Lời giải

Chọn D



+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đường $d: y = mx$ và $(P): y = 2x - x^2$ là:

$$2x - x^2 = mx \Leftrightarrow x^2 + (m - 2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 - m \end{cases}.$$

Với $m < 2$ thì d và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa $(P): y = 2x - x^2$ và Ox là: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

+ Ta có:

$$S_1 = \int_0^{2-m} (2x - x^2 - mx) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} \right) \Big|_0^{2-m} = (2-m)^2 - \frac{1}{3}(2-m)^3 - \frac{1}{2}m(2-m)^2$$

$$= -\frac{1}{6}m^3 + m^2 - 2m + \frac{4}{3}.$$

$$S_2 = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

+ Theo đề bài:

$$S_1 = \frac{1}{2} S_2 \Leftrightarrow -\frac{1}{6}m^3 + m^2 - 2m + \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{6}m^3 + m^2 - 2m + \frac{2}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow m^3 - 6m^2 + 12m - 4 = 0 \Leftrightarrow (m-2)^3 = -4 \Leftrightarrow m-2 = -\sqrt[3]{4} \Leftrightarrow m = 2 - \sqrt[3]{4} \Rightarrow a = 2, b = 4.$$

+ Vậy $ab = 8$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AC bằng

A. $\frac{a\sqrt{5}}{7}$.

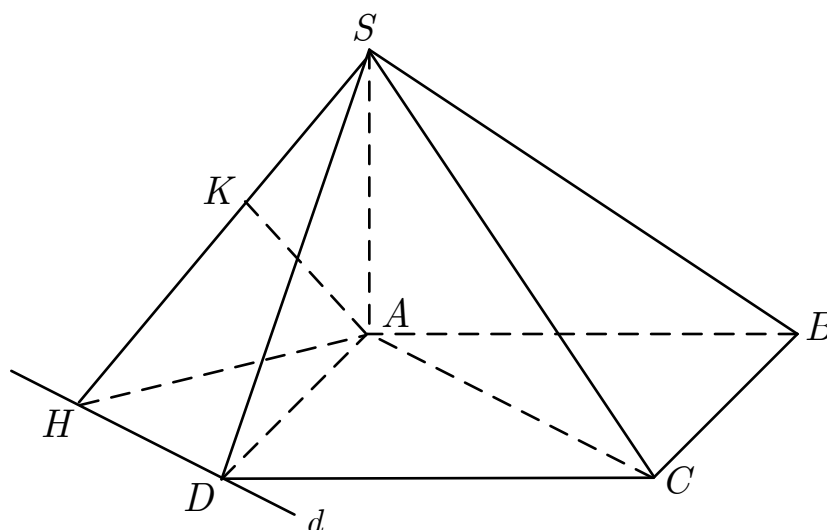
B. $\frac{a\sqrt{2}}{10}$.

C. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ đường thẳng d đi qua D và song song với AC .

Kẻ $AH \perp d$ tại H và $AK \perp SH$ tại K .

Ta có: $AC \parallel (SDH) \Rightarrow d(SD, AC) = d(AC, (SDH)) = d(A, (SDH))$.

Do $DH \perp AH, DH \perp SA \Rightarrow DH \perp (SAH) \Rightarrow DH \perp AK$.

Lại có: $AK \perp SH$ nên $AK \perp (SDH)$.

Do đó: $d(A, (SDH)) = AK$.

Do $\triangle ADH$ vuông cân tại H và có $AD = a$ nên $AH = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$$\text{Khi đó: } AK = \frac{AS \cdot AH}{\sqrt{AS^2 + AH^2}} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}}{\sqrt{2a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{Vậy } d(SD, AC) = d(A, (SDH)) = AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

Câu 39: Biết rằng phương trình $2^{2x} = 5\sqrt{3^{x+1}}$ có nghiệm duy nhất dạng $x = a \log_{\frac{16}{3}} 5 + b \log_{\frac{16}{3}} 3$ với $a, b \in \mathbb{Z}$.

. Tính $S = 2a - b$.

A. $S = 5$

B. $S = 2$

C. $S = 4$

D. $S = 3$

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình tương đương

$$2^{2x} = 5\sqrt{3^{x+1}} \Leftrightarrow 16^x = 25 \cdot 3^{x+1} \Leftrightarrow 16^x = 75 \cdot 3^x \Leftrightarrow \left(\frac{16}{3}\right)^x = 75$$

$$\Rightarrow x = \log_{\frac{16}{3}} 75 = \log_{\frac{16}{3}} 5^2 + \log_{\frac{16}{3}} 3$$

$$= 2 \log_{\frac{16}{3}} 5 + \log_{\frac{16}{3}} 3$$

$$\Rightarrow a = 2; b = 1$$

$$\Rightarrow S = 2a - b = 3.$$

Câu 40: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 2m^3 - m$ (C_m) (m là tham số). A, B là một cặp điểm phân biệt trên (C_m) thỏa mãn các tiếp tuyến với (C_m) tại A, B song song. Gọi $I(a; b)$ là trung điểm của AB . Chọn hệ thức đúng

A. $a - b = 0$.

B. $a \cdot b = 1$.

C. $b = a^3 - 3a^2$.

D. $a + b = 0$.

Lời giải

Chọn D

Do các tiếp tuyến với (C_m) tại A, B song song với nhau nên 2 điểm A, B phải đối xứng nhau qua điểm uốn của đồ thị hàm số.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx$.

$$y'' = 6x - 6m.$$

$$y'' = 0 \Leftrightarrow x = m.$$

Tọa độ điểm uốn của đồ thị hàm số là $U(m; -m)$.

Vậy $I(a;b) \equiv U(m;-m)$.

Do đó $a + b = 0$.

Câu 41: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều, cạnh $AB = a$; $A'A = a\sqrt{\frac{7}{12}}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng

A. 45° .

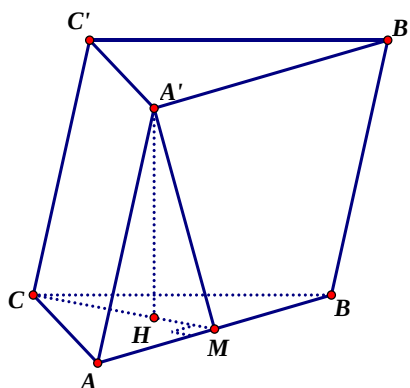
B. 60° .

C. 75° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn B



+) Gọi H là hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC), khi đó H là trọng tâm của ΔABC . Ta có

$$\begin{cases} CM \perp AB \\ A'H \perp AB \end{cases} \Rightarrow A'M \perp AB.$$
$$+) \begin{cases} (ABB'A') \cap (ABC) = AB \\ CM \perp AB \\ A'M \perp AB \end{cases} \Rightarrow \text{góc giữa hai mặt phẳng } (ABB'A') \text{ và } (ABC) \text{ bằng}$$

$$(CM, A'M) = A'MH.$$

+) Ta có $AH = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H^2 = AA'^2 - AH^2 = \frac{7a^2}{12} - \frac{a^2}{3} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow A'H = \frac{a}{2}$.

$$+) HM = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \tan A'MH = \frac{A'H}{HM} = \frac{a}{2} : \frac{a\sqrt{3}}{6} = \sqrt{3} \Rightarrow A'MH = 60^\circ.$$

Câu 42: Áp suất không khí P (đo bằng milimet thủy ngân, kí hiệu là mmHg) suy giảm mũ so với độ cao x (đo bằng mét), tức P giảm theo công thức $P = P_0 e^{xi}$, trong đó $P_0 = 760 \text{ mmHg}$ là áp suất ở mực nước biển ($x = 0$), i là hệ số suy giảm. Biết rằng ở độ cao 1000 m thì áp suất của không khí là $672,71 \text{ mmHg}$. Hỏi áp suất không khí ở độ cao 3000 m gần với số nào sau đây nhất?

- A. $520,23 \text{ mmHg}$. B. $510,23 \text{ mmHg}$. C. $530,23 \text{ mmHg}$. D. $527,01 \text{ mmHg}$.

Lời giải

Chọn D

+) Theo giả thiết, độ cao 1000 m thì áp suất của không khí là $672,71 \text{ mmHg}$ nên $672,71 = 760 e^{1000i}$.

+) Áp suất không khí ở độ cao 3000 m là

$$760 e^{3000i} = 760 (e^{1000i})^3 = 760 \left(\frac{672,71}{760} \right)^3 \approx 527,06 \text{ mmHg}.$$

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x^2+4}$ với $a \neq 0$ và a, b là các tham số thực. Biết rằng $\max_{x \in \mathbb{R}} y = 5$ và $\min_{x \in \mathbb{R}} y = -2$.

Giá trị biểu thức $P = a^2 b$ bằng

- A. 7680. B. 1920. C. 3840. D. -1920.

Lời giải

Chọn B.

Do $\max_{x \in \mathbb{R}} y = 5$, $\min_{x \in \mathbb{R}} y = -2$ nên $-2 \leq y \leq 5$. (1)

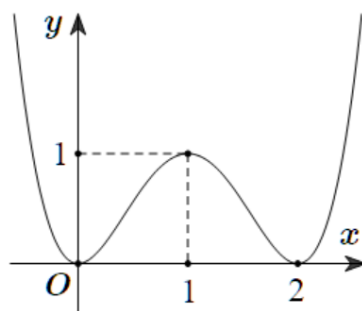
Ta có $y = \frac{ax+b}{x^2+4} \Leftrightarrow yx^2 - ax + 4y - b = 0$. (*)

Với $y \neq 0$ (do $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$), PT (*) có nghiệm khi $\Delta = 16y^2 - 4by - a^2 \leq 0$. (2)

(1) (2) suy ra được $m = -2$ và $M = 5$ là nghiệm của phương trình $16y^2 - 4yb - a^2 = 0$, khi đó

$$\begin{cases} M + m = \frac{b}{4} = 3 \\ M \cdot m = -\frac{a^2}{16} = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 12 \\ a^2 = 160 \end{cases} \Rightarrow a^2 b = 160 \cdot 12 = 1920.$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới đây.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f[f(x)]$ bằng

- A. 7. B. 8. C. 10. D. 4.

Lời giải

Chọn A.

$$g'(x) = f'(x) \cdot f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases}.$$

$$\diamond f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \text{ (đều là nghiệm đơn).} \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\diamond f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = 1. \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

• Với $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0; 2\}$ (đều là nghiệm bội chẵn vì $f(x)$ tiếp xúc Ox).

• Với $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \{1; x_1; x_2\}$

(trong đó $x = 1$ là nghiệm bội chẵn vì $f(x)$ tiếp xúc $y = 1$ tại $x = 1$, x_1, x_2 là nghiệm đơn).

• Với $f(x) = 2 \Leftrightarrow x \in \{x_3; x_4\}$ với x_3, x_4 là nghiệm đơn.

Khi đó $x = 0, x = 1, x = 2$ đều là các nghiệm bội lẻ (trùng nghiệm đơn với nghiệm bội chẵn).

Tóm lại $g(x)$ có tất cả 7 điểm cực trị, ứng với 7 nghiệm bội lẻ là $\{0; 1; 2; x_1; x_2; x_3; x_4\}$.

Câu 45: Cho $x; y; z$ là các số thực thỏa mãn điều kiện $4^x + 9^y + 25^z = 2^{x+1} + 3^y + 5^z$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2^{x+2} + 3^{y+1} + 5^z$.

A. $4 + \sqrt{39}$.

B. $6 + \sqrt{39}$.

C. $5 + \sqrt{39}$.

D. $7 + \sqrt{39}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} a = 2^x \\ b = 3^y \\ c = 5^z \end{cases} \text{ thì } a, b, c > 0. \text{ Ta có } a^2 + b^2 + c^2 = 2a + b + c \Leftrightarrow (a-1)^2 + \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(c - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$$

(1).

Khi đó $P = 4a + 3b + c \Leftrightarrow 4a + 3b + c - P = 0$ (2).

Nhận xét: Phương trình (1) là phương trình mặt cầu kí hiệu là (S) với tâm $I\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và bán

$$\text{kính } R = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Phương trình (2) là phương trình mặt phẳng kí hiệu là (α) .

Do đó yêu cầu bài toán xảy ra khi mặt cầu và mặt phẳng có giao điểm $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) \leq R$

$$\Leftrightarrow \frac{|6-P|}{\sqrt{26}} \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \Leftrightarrow |P-6| \leq \sqrt{39} \Leftrightarrow -\sqrt{39} \leq P-6 \leq \sqrt{39} \Leftrightarrow 6-\sqrt{39} \leq P \leq 6+\sqrt{39}.$$

Vậy $\max P = 6 + \sqrt{39}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(0; +\infty)$, biết $f'(x) + (2x+3)f^2(x) = 0$, $f(x) > 0$ với $x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{6}$. Tính $P = 1 + f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$.

A. $P = \frac{3032}{2022}$.

B. $P = \frac{4032}{2022}$.

C. $P = \frac{1012}{2022}$.

D. $P = \frac{2032}{2022}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) + (2x+3)f^2(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = -2x-3$.

Lấy nguyên hàm hai vế ta được $\int \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = \int (-2x-3) dx \Rightarrow -\frac{1}{f(x)} = -x^2 - 3x + C$

$\Rightarrow f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x - C}$. Mà $f(1) = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{1+3-C} \Leftrightarrow C = -2$.

Vậy $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}$.

Do đó $f(1) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$; $f(2) = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; $f(3) = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}$; ...; $f(2020) = \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$.

Suy ra $P = 1 + f(1) + f(2) + \dots + f(2020) = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}$

$\Leftrightarrow P = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2022} \Leftrightarrow P = \frac{3032}{2022}$.

Câu 47: Chiều cao của một khối trụ có thể tích lớn nhất nội tiếp trong một mặt cầu bán kính R là

A. $h = \frac{R\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = \frac{4R\sqrt{3}}{3}$.

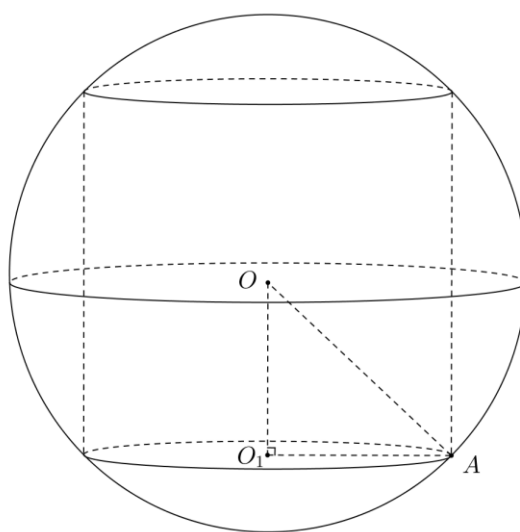
C. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

D. $h = R\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi h, r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ.



Tam giác OO_1A vuông tại $O_1 \Rightarrow OO_1^2 + O_1A^2 = OA^2 \Rightarrow \frac{h^2}{4} + r^2 = R^2 \Rightarrow h = 2\sqrt{R^2 - r^2}$.

Thể tích hình trụ: $V = \pi r^2 h = 2\pi r^2 \sqrt{R^2 - r^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 3 số không âm

$$r^2 \sqrt{R^2 - r^2} = 2 \sqrt{\frac{r^2}{2} \cdot \frac{r^2}{2} \cdot (R^2 - r^2)} \leq 2 \sqrt{\left(\frac{\frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2} + R^2 - r^2}{3} \right)^3} = \frac{2R^3 \sqrt{3}}{9}.$$

Suy ra $V \leq \frac{4\pi R^3 \sqrt{3}}{9}$. Đẳng thức xảy ra khi $\frac{r^2}{2} = R^2 - r^2 \Leftrightarrow r = \frac{R\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 5.

Lời giải

Chọn B

Do $f(x)$ là hàm bậc ba, từ bảng biến thiên suy ra

$$f'(x) = a(x+1)(x-1) = ax^2 - a \Rightarrow f(x) = \frac{ax^3}{3} - ax + c.$$

Đồ thị của $y = f(x)$ đi qua $A(-1;3)$ và $B(1;-1)$ nên

$$\begin{cases} 3 = \frac{2}{3}a + c \\ -1 = -\frac{2}{3}a + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x + 1.$$

$$\text{Ta thấy } |f(x)| - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ f(x) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x + 1 = 1 \\ x^3 - 3x + 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$g(x) \text{ xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{5}{4} \\ x \notin \{\pm\sqrt{3}; 0; -2; 1\} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{5}{4}; +\infty\right) \setminus \{0; \sqrt{3}; 1\}.$$

$$\text{Tập xác định: } D_g = \left[-\frac{5}{4}; +\infty\right) \setminus \{0; \sqrt{3}; 1\}.$$

Giả sử hàm số $y = g(x)$ có đồ thị (C) .

Tiệm cận ngang

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|x^3-3x+1|-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \cdot \frac{\left(2+\frac{7}{x}-3\sqrt{\frac{4}{x}+\frac{5}{x^2}}\right)}{\left(1-\frac{3}{x^2}+\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x^3}\right)} = 0.$$

Vậy $y = 0$ là tiệm cận ngang của (C) .

Tiệm cận đứng

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{2x+7-3\sqrt{4x+5}}{|f(x)|-1} = \frac{4(x-1)^2}{2x+7+3\sqrt{4x+5}} \cdot \frac{|f(x)|+1}{f^2(x)-1} \\ &= \frac{4(x-1)^2(|x^3-3x+1|+1)}{(2x+7+3\sqrt{4x+5})x(x^2-3)(x+2)(x-1)^2} \\ &= \frac{4(|x^3-3x+1|+1)}{x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x+2)}. \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = +\infty \Rightarrow x = 0 \text{ là tiệm cận đứng của } (C).$$

$$\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^+} g(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}^-} g(x) = -\infty \Rightarrow x = \sqrt{3} \text{ là tiệm cận đứng của } (C).$$

Do đó (C) có 2 tiệm cận đứng.

Vậy (C) có tổng cộng 3 tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

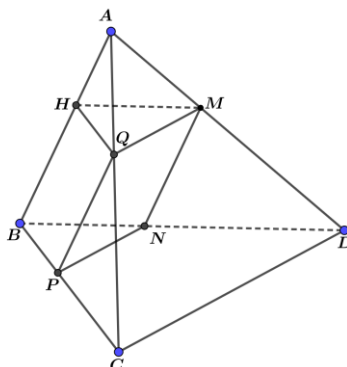
Câu 49: Cho tứ diện $ABCD$. Mặt phẳng (α) song song với AB và CD cắt các cạnh $AD; DB; BC; CA$ lần lượt tại M, N, P, Q . Giả sử $\frac{MA}{MD} = \frac{1}{2}$, mặt phẳng (α) chia khối tứ diện thành hai phần. Tính

số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ của hai khối đa diện $ABMNPQ$ và $CDMNPQ$ bằng:

A. $(a.b)^{\alpha} = a^{\alpha} . b^{\alpha}$. B. $\frac{a^{\alpha}}{a^{\beta}} = a^{\alpha-\beta}$. C. $(a^{\alpha})^{\frac{1}{\beta}} = a^{\frac{\alpha}{\beta}}, \beta \neq 0$. D. $a^{\alpha} . b^{\beta} = (ab)^{\alpha+\beta}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng lăng trụ $BNP.HMQ$.

Khi đó $H \in AB$ sao cho $\frac{HA}{HB} = \frac{1}{2}$.

Ta có $V_1 = V_{ABMNPQ} = V_{A.HQM} + V_{BNP.HMQ}$

$$\frac{V_{A.HMQ}}{V_{A.BDC}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$$

$$\frac{V_{BNP.HMQ}}{V_{ABCD}} = \frac{S_{\triangle BNP} \cdot d(Q, (BNP))}{\frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \cdot d(A, (BCD))} = 3 \frac{S_{\triangle BNP}}{S_{\triangle ABC}} \cdot \frac{d(Q, (BNP))}{d(A, (BCD))}$$

$$\text{Ta có: } \frac{S_{\triangle BNP}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$\frac{d(Q, (BNP))}{d(A, (BCD))} = \frac{d(Q, (ABC))}{d(A, (BCD))} = \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{BNP.HMQ}}{V_{ABCD}} = 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{V_{ABMNPQ}}{V_{ABCD}} = \frac{V_{A.HQM} + V_{BNP.HMQ}}{V_{ABCD}} = \frac{1}{27} + \frac{2}{9} = \frac{7}{27}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{20}$$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^2 f(3x+1) dx = 6$. Tính $I = \int_0^7 f(x) dx$

A. $I = 20$.

B. $I = 18$.

C. $I = 8$.

D. $I = 16$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 3x + 1 \Rightarrow dx = \frac{1}{3} dt$$

$$\int_0^2 f(3x+1) dx = 6 \Rightarrow \int_1^7 f(t) \cdot \frac{1}{3} dt = 6 \Rightarrow \int_1^7 f(t) dt = 18 \Rightarrow \int_1^7 f(x) dx = 18.$$

$$I = \int_0^7 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^7 f(x) dx = 2 + 18 = 20$$

----- HẾT -----