

MÃ ĐỀ 101

Đề thi gồm 04 trang.

Câu 1: Điều kiện xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$ là:

- A. $x \neq k2\pi$ B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ C. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq k2\pi \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$ trên $\square$ là

- A. -8. B. 9. C. 0. D. -20.

Câu 3: Tìm m để phương trình $5\cos x - m\sin x = m+1$ có nghiệm.

- A. $m \leq -13$ B. $m \leq 12$ C. $m \leq 24$ D. $m \geq 24$

Câu 4. Phương trình $\frac{(1-2\cos x)(1+\cos x)}{(1+2\cos x)\sin x} = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; 2019\pi)$?

- A. 3028. B. 2018. C. 2019. D. 3025.

Câu 5. Một nhóm học sinh có 6 bạn nam và 5 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh trong đó có cả nam và nữ?

- A. 455. B. 7. C. 456. D. 462.

Câu 6. Cho tam giác ABC, trên mỗi cạnh AB, BC, CA lần lượt lấy m,n,p điểm (không trùng với đỉnh của tam giác). Khi đó, số tam giác có đỉnh trong số các điểm vừa lấy là bao nhiêu?

- A. m.n.p B. $C_m^3 + C_n^3 + C_p^3$ C. $C_m^3 \cdot C_n^3 \cdot C_p^3$ D. $C_{m+n+p}^3 - (C_m^3 + C_n^3 + C_p^3)$

Câu 7: Cho 6 chữ số 2,3,4,6,7,9. Lập số tự nhiên $\bar{a}$ có 3 chữ số lấy từ 6 chữ số đã cho. Có bao nhiêu số $\bar{a} < 400$

- A. 60 B. 40 C. 72 D. 162

Câu 8. Tổng số $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n$ có giá trị bằng:

- A. 1 B. 0 C. 2^n D. $(-1)^n$

Câu 9. Trong khai triển $\left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ hệ số của x^3 là $3^4 C_n^5$ giá trị n là:

- A. 15 B. 12 C. 9 D. 7

Câu 10. Tìm số hạng chứa x^2 trong khai triển của biểu thức $P(x) = (3+x-x^2)^n$ với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2 + \frac{A_n^3}{n} = 70$.

- A. $37908x^2$. B. $2916x^2$. C. $-2916x^2$. D. $-37908x^2$.

Câu 11. Một hộp chứa 4 viên bi màu đỏ (được đánh số 1,2,3,4); 5 viên bi màu vàng (được đánh số 1,2,3,4,5) và 6 viên bi màu xanh (được đánh số 1,2,3,4,5,6) (mỗi viên bi ghi một số). Lấy ngẫu nhiên bốn viên bi trong hộp. Tính xác suất lấy được bốn viên bi có đủ ba màu nhưng các số trên các viên bi lấy ra đều khác nhau.

A. $\frac{52}{91}$

B. $\frac{48}{91}$

C. $\frac{48}{455}$

D. $\frac{74}{455}$

Câu 12. Trong một lớp học có 54 học sinh trong đó có 22 nam và 32 nữ. Cho rằng ai cũng có thể tham gia làm ban cán sự lớp. Chọn ngẫu nhiên 4 người để làm ban cán sự lớp; 1 là lớp trưởng, 1 là lớp phó học tập, 1 là Bí thư chi đoàn, 1 là lớp phó lao động. Xác suất để ban cán sự có hai nam và hai nữ là:

A. $\frac{C_{22}^2 C_{32}^2}{C_{54}^4}$

B. $\frac{4! C_{22}^2 C_{32}^2}{C_{54}^4}$

C. $\frac{A_{22}^2 A_{32}^2}{C_{54}^4}$

D. $\frac{4! C_{22}^2 C_{32}^2}{A_{54}^4}$

Câu 13. Trong một trò chơi điện tử, xác suất để An thắng trong một trận là 0,4 (Không có hòa). Hỏi An phải chơi tối thiểu bao nhiêu trận để xác suất An thắng ít nhất một trận trong loạt chơi đó lớn hơn 0,95

A:4

B:5

C:6

D:7

Câu 14. Trên kệ sách có 10 sách Toán và 5 sách Văn. Lấy lần lượt 3 cuốn mà không để lại trên kệ. Xác suất để được hai cuốn sách đầu là Toán, cuốn thứ ba là Văn là

A. $\frac{18}{91}$

B. $\frac{15}{91}$

C. $\frac{7}{45}$

D. $\frac{8}{15}$

Câu 15: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{an^2}{n+1}$ (a: hằng số). u_{n+1} là số hạng nào sau đây?

A. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+2}$

B. $u_{n+1} = \frac{a(n+1)^2}{n+1}$

C. $u_{n+1} = \frac{a.n^2+1}{n+1}$

D. $u_{n+1} = \frac{an^2}{n+2}$

Câu 16. Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_{n+1} = u_n + n \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = \frac{(n-1)n}{2}$

B. $u_n = 5 + \frac{(n-1)n}{2}$

C. $u_n = 5 + \frac{(n+1)n}{2}$

D. $u_n = 5 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

Câu 17. Cho cấp số cộng (u_n) . Tìm n , biết $u_n = 3n - 1$, $S_n = 260$.

A. $n = 11$.

B. $n = 12$.

C. $n = 13$.

D. $n = 14$

Câu 18. Tính tổng của 2018 số hạng $S = 4 + 44 + 444 + \dots + 44\dots4$

A. $\frac{40}{9}(10^{2018} - 1) + 2018$

B. $\frac{4}{9}(10^{2018} - 1)$

C. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} + 2018\right)$

D. $\frac{4}{9}\left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018\right)$

Câu 19. Trong một cấp số nhân gồm các số hạng dương, hiệu số giữa số hạng thứ 5 và thứ 4 là 576 và hiệu số giữa số hạng thứ 2 và số hạng đầu là 9. Tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số nhân này bằng:

A. 1061.

B. 1023.

C. 1024.

D. 768.

Câu 20: Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 - 2n^2 + n + 1}}{2n + 1}$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. 2

D. -2

Câu 21: $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 7x + 1} - \sqrt{x^2 - 3x + 2}) = ?$

A. $+\infty$;

B. $-\infty$;

C. 2;

D. $-\frac{7}{2}$.

Câu 22: Tính $\lim \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$

A. 0

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

Câu 23: Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x^2+2} - \sqrt{4+x}}{x^2-1} = \frac{\sqrt{a}}{b}$ (Với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $P = a - b$.

- A. $P = 3$. B. $P = 1$. C. $P = 5$. D. $P = 2$.

Câu 24: Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5} - 5}{x^2 + x - 6}$.

- A. $T = \frac{6}{25}$. B. $T = \frac{4}{15}$. C. $T = \frac{4}{25}$. D. $T = \frac{12}{25}$.

Câu 25: Tìm giới hạn $E = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[4]{16x^4 + 3x + 1} - \sqrt{4x^2 + 2})$:

- A. $+\infty$ B. $-\infty$ C. $\frac{1}{4}$ D. 0

Câu 26: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là:

- A. AM , M là trung điểm AB . B. AN , N là trung điểm CD .
C. AH , H là hình chiếu của B trên CD . D. AK , K là hình chiếu của C trên BD .

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ $AD // BC$. Gọi I là giao điểm của AB và DC , M là trung điểm SC . DM cắt mặt phẳng (SAB) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. S, I, J thẳng hàng. B. $DM \subset mp(SCI)$.
C. $JM \subset mp(SAB)$. D. $SI = (SAB) \cap (SCD)$.

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là một hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (ADN) , I là giao điểm của AN và DP . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. SI song song với CD . B. SI chéo với CD .
C. SI cắt với CD . D. SI trùng với CD .

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , I là trung điểm cạnh SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $IO // mp(SAB)$. B. $IO // mp(SAD)$.
C. $(IBD) \cap (SAC) = IO$ D. $mp(IBD)$ cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một tứ giác.

Câu 30: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD$. Mặt phẳng (α) qua trung điểm của AC và song song với AB, CD cắt $ABCD$ theo thiết diện là

- A. hình tam giác. B. hình vuông. C. hình thoi. D. hình chữ nhật.

Câu 31: Tìm mệnh đề **đúng**?

- A. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với (β) .
B. Nếu hai đường thẳng song song với nhau lần lượt nằm trong hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì (α) song song với (β) .
C. Nếu hai mặt phẳng (α) và (β) song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
D. Qua một điểm nằm ngoài mặt phẳng cho trước ta vẽ được 1 và chỉ 1 đường thẳng song song với mặt phẳng cho trước đó.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với AC, BD là đường chéo của hình vuông $ABCD$ còn $A'C', B'D'$ là đường chéo của hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$, $O' = A'C' \cap B'D'$. Điểm M thuộc đoạn $O'A'$ (M không trùng với O' hoặc A'). Mặt phẳng (P) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$ cắt hình lập phương theo thiết diện có số cạnh là bao nhiêu?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 33. Cho tứ diện $SABC$ có $\triangle ABC$ là tam giác vuông tại B và $SA \perp (ABC)$

Gọi AH là đường cao của tam giác SAB , khẳng định nào sau đây là đúng.

A. $AH \perp SA$ B. $AH \perp SC$ C. $AH \perp (SAC)$ D. $AH \perp AC$

Câu 34. Cho hình thoi $ABCD$ có tâm O , $AC = 2a$; $BD = 2AC$. Lấy điểm S không thuộc $(ABCD)$ sao

cho $SO \perp (ABCD)$. Biết $\tan SBO = \frac{1}{2}$. Tính số đo của góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 30° .B. 45° .C. 60° .D. 75° .

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$ có $AD = 14$, $BC = 6$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BD và $MN = 8$. Gọi α là góc giữa hai đường thẳng BC và MN . Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{2}$, $BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của điểm B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA . Tính $\cos$ góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (BKH) .

A. $\frac{2\sqrt{7}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

Câu 37. Tổng các nghiệm của phương trình $(x-2)\sqrt{2x+7} = x^2 - 4$ bằng:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 38. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 2m\left(x + \frac{1}{x}\right) + 1 = 0$ có nghiệm.

A. $m \in \left(-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right)$ B. $m \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$ C. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right]$ D. $m \in \left(-\infty; -\frac{3}{4}\right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$

Câu 39. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc H của điểm $M(1; 4)$ xuống đường thẳng $d: x - 2y + 2 = 0$

A. $H(3; 0)$ B. $H(0; 3)$ C. $H(2; 2)$ D. $H(2; -2)$

Câu 40. Đường thẳng Δ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $d_1: 2x + y - 3 = 0$ và $d_2: x - 2y + 1 = 0$ đồng thời tạo với đường thẳng $d_3: y - 1 = 0$ một góc 45° có phương trình:

A. $x + (1 - \sqrt{2})y = 0$ hoặc $\Delta: x - y - 1 = 0$. B. $\Delta: x + 2y - 3 = 0$ hoặc $\Delta: x - 4y + 3 = 0$.

C. $\Delta: x - y = 0$ hoặc $\Delta: x + y - 2 = 0$. D. $\Delta: 2x - 2 = 0$ hoặc $x + y - 2 = 0$.

.....**Hết**.....

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ ký của GT 1:.....Họ, tên và chữ ký của GT 2:.....

Câu 1.(2,0 điểm) Giải phương trình $\frac{\sin x.\sin 2x + 2 \sin x.\cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3} \cos 2x$

Câu 2. (1,5 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^3 + x^2 + x + 1} = 1 + \sqrt{x^4 - 1}$.

Câu 3. (1,5 điểm) Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Câu 4(3,5 điểm) Cho hình chóp $SABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA .

a) Tính sin của góc giữa SB và mặt phẳng (SAC)

b) Tính độ dài đoạn HK theo a .

c) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng HK, SO . Mặt phẳng (α) di động, luôn đi qua I và cắt các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D' . Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = SA'.SB'.SC'.SD'$.

Câu 5 (1,5 điểm). Cho các số a, b, c không âm sao cho tổng hai số bất kì đều dương. Chứng minh

rằng : $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} + \frac{9\sqrt{ab+bc+ca}}{a+b+c} \geq 6$.

.....Hết

SỞ GD&ĐT TỈNH NAM ĐỊNH CỤM TRƯỜNG THPT HUYỆN Ý YÊN	ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI NĂM HỌC 2022-2023 Môn: TOÁN - Lớp 11
---	---

Phần I. Trắc nghiệm (10 điểm) Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm.

MÃ ĐỀ 101	
Câu	Đáp án
1	C
2	A
3	B
4	A
5	A
6	D
7	C
8	B
9	C
10	A
11	D
12	D
13	C
14	B
15	A
16	B
17	C
18	D
19	B
20	A
21	C
22	B
23	B
24	C
25	D
26	B
27	C
28	A
29	D
30	C
31	A
32	A
33	B
34	B
35	B

MÃ ĐỀ 102	
Câu	Đáp án
1	C
2	A
3	B
4	A
5	C
6	A
7	A
8	D
9	D
10	C
11	B
12	C
13	A
14	B
15	C
16	A
17	D
18	A
19	B
20	C
21	A
22	B
23	C
24	D
25	B
26	B
27	B
28	D
29	D
30	C
31	A
32	B
33	C
34	C
35	B

MÃ ĐỀ 103	
Câu	Đáp án
1	C
2	C
3	A
4	A
5	B
6	C
7	D
8	A
9	C
10	A
11	D
12	D
13	C
14	A
15	B
16	B
17	A
18	D
19	A
20	C
21	C
22	B
23	B
24	D
25	B
26	B
27	C
28	B
29	B
30	C
31	C
32	C
33	D
34	A
35	A

MÃ ĐỀ 104	
Câu	Đáp án
1	A
2	A
3	C
4	A
5	C
6	A
7	D
8	B
9	D
10	B
11	D
12	A
13	A
14	C
15	B
16	A
17	C
18	A
19	C
20	B
21	B
22	C
23	C
24	D
25	B
26	B
27	B
28	C
29	C
30	D
31	C
32	D
33	C
34	C
35	A

36	D
37	C
38	D
39	C
40	C

36	B
37	C
38	D
39	D
40	C

36	B
37	C
38	D
39	B
40	D

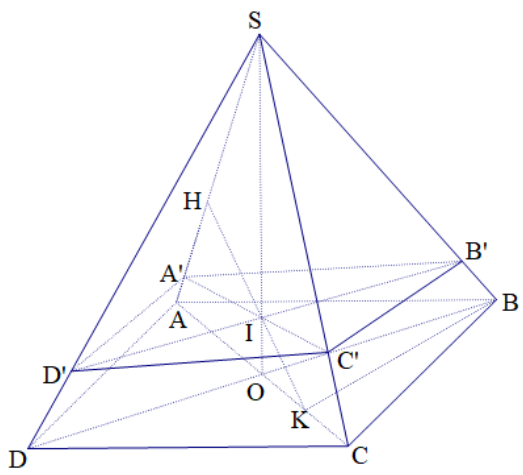
36	B
37	B
38	D
39	D
40	B

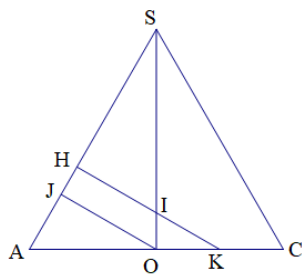
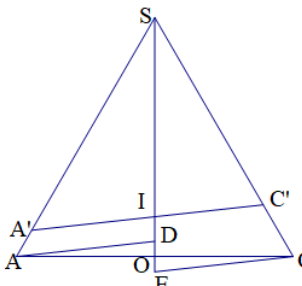
Phần II. Tự luận (10 điểm).

HƯỚNG DẪN CHẤM

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1.	Câu 1.(2,0 điểm) Giải phương trình $\frac{\sin x.\sin 2x + 2\sin x.\cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3}\cos 2x$	2,0
	Điều kiện: $\sin x + \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.	0,25
	Ta có: $\frac{\sin x.\sin 2x + 2\sin x.\cos^2 x + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3}\cos 2x$. $\Leftrightarrow \frac{\sin 2x(\sin x + \cos x) + \sin x + \cos x}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3}\cos 2x$.	0, 5
	$\Leftrightarrow \frac{(\sin x + \cos x)(\sin 2x + 1)}{\sin x + \cos x} = \sqrt{3}\cos 2x \Leftrightarrow \sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = 1$.	0, 5
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases}$	0, 5
	Kết hợp điều kiện ta có nghiệm $x = \frac{\pi}{12} + k\pi; k \in \mathbb{Z}$	0,25
Câu 2.	Giải phương trình: $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^3+x^2+x+1} = 1 + \sqrt{x^4-1}$.	1.5
	ĐKXD: $x \geq 1$	0,25
	Đặt $\sqrt{x-1} = a (a \geq 0); \sqrt{x^3+x^2+x+1} = b (b > 0) \Rightarrow ab = \sqrt{x^4-1}$	0,5
	Phương trình đã cho trở thành: $a + b = 1 + ab \Leftrightarrow (a-1)(1-b) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$	
	Với $a = 1 \Rightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x = 2$ (t/m ĐKXD) Với $b = 1 \Rightarrow \sqrt{x^3+x^2+x+1} = 1 \Leftrightarrow x(x^2+x+1) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (loại)	0,5
	Vậy $x = 2$ là nghiệm của phương trình đã cho.	0,25

Câu 3.	Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.	1,5
	Số phần tử của S là $8.A_8^5 = 53760 \Rightarrow n(\Omega) = 53760$.	0,25
	Vì số được chọn có 6 chữ số khác nhau nên ít nhất phải có hai chữ số chẵn, và vì không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên số được chọn có tối đa 3 chữ số chẵn. Trường hợp 1: Số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn. Xếp 4 số lẻ trước ta có 4! cách. lẻ lẻ lẻ lẻ Xếp 2 số chẵn vào 5 khe trống giữa các số lẻ có $C_5^2.A_5^2 - C_4^1.A_4^1$ (cách) Trong trường hợp này có $4!(C_5^2.A_5^2 - C_4^1.A_4^1) = 4416$ (số).	0, 5
	Trường hợp 2: Số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn. Xếp 3 chữ số lẻ trước ta có A_4^3 cách. lẻ lẻ lẻ Xếp 3 chữ số chẵn vào 4 khe trống giữa các số lẻ có $C_5^3.A_4^3 - C_4^2.A_3^2$ (cách) Trong trường hợp này có $A_4^3.(C_5^3.A_4^3 - C_4^2.A_3^2) = 4896$ (số).	0,5
	Gọi A là biến cố " số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau". Suy ra: $n(A) = 4416 + 4896 = 9312$. Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{9312}{53760} = \frac{97}{560}$.	0,25
Câu 4	Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$ và $SA = SB = SC = SD = 2a$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC và H là hình chiếu vuông góc của K trên SA. a) Tính sin của góc giữa SB và mặt phẳng (SAC) b) Tính độ dài đoạn HK theo a. c) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng HK, SO. Mặt phẳng (α) đi động, luôn đi qua I và cắt các đoạn thẳng SA, SB, SC, SD lần lượt tại A', B', C', D'. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = SA'.SB'.SC'.SD'$.	3,5

4a.		1,5
	CM được $SO \perp (ABCD)$	0,5
	Ta có $\begin{cases} BK \perp AC \\ BK \perp SO \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SAC)$ Nên góc giữa SB và (SAC) là góc BSK	0,5
	Tính được $BK = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ Tính được $\sin BSK = \frac{\sqrt{3}}{4}$	0,5
4b.		1,0
	+ Ta có $AB = a\sqrt{3}; BC = a \Rightarrow AC = 2a = BD$.	0,25
	+ Gọi O là giao điểm của AC và BD $\Rightarrow BO = a$.	
	+ Xét $\triangle OBC$ có: $OB = OC = BC = a \Rightarrow \triangle OBC$ đều, mà K là hình chiếu vuông góc của B lên AC $\Rightarrow BK \perp OC \Rightarrow K$ là trung điểm của OC $\Rightarrow AK = \frac{3a}{2}$	0,25
	+ Xét $\triangle SOB$ có: $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.	0,25
	+ Xét $\triangle SAK$ có: $2S_{SAK} = SO.AK = HK.SA \Rightarrow HK = \frac{SO.AK}{SA} = \frac{a\sqrt{3} \cdot \frac{3a}{2}}{2a} = \frac{3a\sqrt{3}}{4}$.	0,25
4c.		1,0
	+ Xét $\triangle AHK$ có: $AH = \sqrt{AK^2 - HK^2} = \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{27a^2}{16}} = \frac{3a}{4}$ $\Rightarrow SH = SA - AH = 2a - \frac{3a}{4} = \frac{5a}{4}$	0,25

	+ Từ O kẻ đường song song với HK, cắt SA tại điểm J. + Xét $\triangle AHK$ có: $\frac{HJ}{HA} = \frac{KO}{AK} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{3a}{2}} = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow HJ = \frac{1}{3} \cdot HA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} = \frac{a}{4}$ + Xét $\triangle SJO$ có: $\frac{SH}{HJ} = \frac{SI}{IO} \Rightarrow \frac{SI}{IO} = \frac{SH}{HJ} = \frac{\frac{5a}{4}}{\frac{a}{4}} = 5$		0,25
	+ Từ A và từ C kẻ các đường song song với $A'C'$ cắt đường SO tại các điểm D và E. + Xét 2 tam giác ADO và OEC có: $\angle DAO = \angle OCE$ (so le trong); $AO = OC$; $\angle DOA = \angle EOC$ (đối đỉnh) $\Rightarrow \triangle ADO = \triangle CEO$ (g.c.g) $\Rightarrow DO = EO$ + Trong $\triangle SAD$ có: $\frac{SA}{SA'} = \frac{SD}{SI}$; trong $\triangle SEC$ có: $\frac{SC}{SC'} = \frac{SE}{SI}$ $\Rightarrow \frac{SA}{SA'} + \frac{SC}{SC'} = \frac{SD}{SI} + \frac{SE}{SI} = \frac{SD + SE}{SI} = \frac{2SO}{SI} = \frac{12}{5}$ + Tương tự có: $\frac{SB}{SB'} + \frac{SD}{SD'} = \frac{12}{5}$		0,25
	+ Áp dụng BĐT Cô – si ta có: $\frac{SA}{SA'} + \frac{SB}{SB'} + \frac{SC}{SC'} + \frac{SD}{SD'} \geq 4\sqrt[4]{\frac{SA}{SA'} \cdot \frac{SB}{SB'} \cdot \frac{SC}{SC'} \cdot \frac{SD}{SD'}}$ $\Leftrightarrow \frac{24}{5} \geq 4\sqrt[4]{\frac{16a^4}{SA' \cdot SB' \cdot SC' \cdot SD'}} \Leftrightarrow SA' \cdot SB' \cdot SC' \cdot SD' \geq \left(\frac{5a}{3}\right)^4 = \frac{625}{81}a^4$. + Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \frac{SA}{SA'} = \frac{SB}{SB'} = \frac{SC}{SC'} = \frac{SD}{SD'} = \frac{5}{3} \Leftrightarrow SA' = SB' = SC' = SD' = \frac{5}{3}a$.		0,25
Câu 5	Cho các số a, b, c không âm sao cho tổng hai số bất kì đều dương. Chứng minh rằng : $\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} + \frac{9\sqrt{ab+bc+ca}}{a+b+c} \geq 6$.		1,5

	Đặt $P = \sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} + \frac{9\sqrt{ab+bc+ca}}{a+b+c}$ Giả sử $a \geq b \geq c$, khi đó $\sqrt{\frac{ab}{a+c}} + \sqrt{\frac{ac}{a+b}} \geq \sqrt{\frac{b.b}{b+c}} + \sqrt{\frac{c.c}{c+b}} = \sqrt{b+c}$	0,5
	Suy ra $\sqrt{\frac{b}{a+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}} \geq \sqrt{\frac{b+c}{a}}$.	0,25
	Đặt $t = b+c$ thì $P \geq \sqrt{\frac{a}{t}} + \sqrt{\frac{t}{a}} + \frac{9\sqrt{at}}{a+t}$.	0,25
	Ta có $\sqrt{\frac{a}{t}} + \sqrt{\frac{t}{a}} + \frac{9\sqrt{at}}{a+t} = \frac{a+t}{\sqrt{at}} + \frac{9\sqrt{at}}{a+t} \geq 6$ (AM-GM). Do đó $P \geq 6$ (đpcm).	0,5