

Mã đề thi: 301
(50 câu hỏi trắc nghiệm)

Họ, tên thí sinh:..... Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x - 1 + \frac{2}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = e^x + x^2 - x + \ln|2x| + C$. **B.** $\int f(x) dx = e^x + x^2 - x + \ln|x| + C$.

C. $\int f(x) dx = e^x + x^2 - x + 2\ln|x| + C$. **D.** $\int f(x) dx = e^x + x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$					
	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1)$. **B.** $(-\infty; 3)$. **C.** $(-1; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.

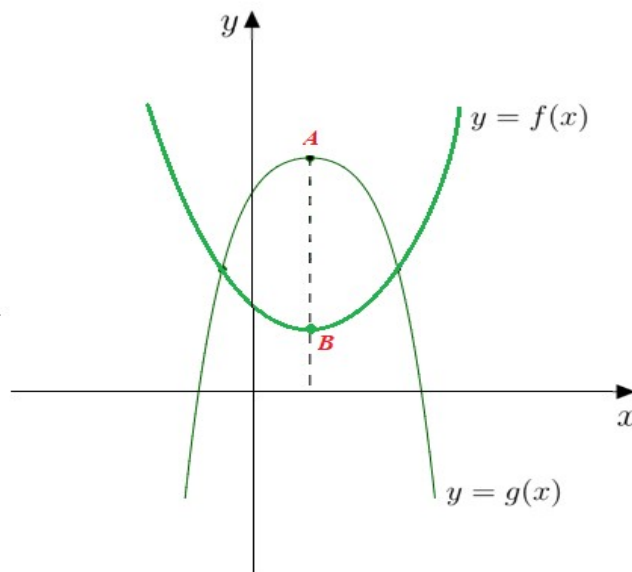
Câu 3. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = [2; +\infty)$ **C.** $D = \mathbb{R}$. **D.** $D = (2; +\infty)$.

Câu 5. Cho hai số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A , đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $x_A = x_B$, $AB = 5$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |f(x) - g(x)| + m$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

- Câu 6.** Từ một hộp chứa 6 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu bằng
- A. $\frac{7}{12}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{27}{34}$. D. $\frac{9}{11}$.
- Câu 7.** Một nhà sản xuất sữa bột dành cho trẻ em cần thiết kế hộp sữa có dạng một hình trụ có thể tích bằng 1 dm^3 . Để diện tích toàn phần (nguyên liệu làm vỏ hộp) nhỏ nhất thì chiều cao của hộp sữa là bao nhiêu?
- A. $h = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}} \text{ dm}$ B. $h = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}} \text{ dm}$ C. $h = \sqrt{\frac{4}{\pi}} \text{ dm}$ D. $h = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}} \text{ dm}$
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{a}{2}$ vuông góc với mặt đáy. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 9.** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ là
- A. $x = -2$. B. $y = -2$. C. $y = 1$. D. $y = -1$.
- Câu 10.** Gọi S là tập tất cả các số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất số thực b thỏa mãn $\frac{1}{2}a^{\log_3 8} + 2^{\log_3 a} = (b + \sqrt{4-b^2})(3 + b\sqrt{4-b^2})$. Tổng số phần tử của S bằng
- A. 10. B. 15. C. 28. D. 21.
- Câu 11.** Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3}$ bằng
- A. 6. B. 7. C. -7. D. 5.
- Câu 12.** Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x + 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100; 100]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.
- A. 195. B. 197. C. 97. D. 196.
- Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(1 - f(2^x)) = 3$ là

- A. 2. B. 1. C. 4 D. 3.
- Câu 14.** Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình: $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} < x^2 - 5x + 2 - m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.
- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.
- Câu 15.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là
- A. $\vec{n}_4 = (1; -3; -4)$. B. $\vec{n}_1 = (1; -3; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (1; 3; 1)$. D. $\vec{n}_3 = (-1; -3; 1)$.
- Câu 16.** Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng
- A. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$. C. $\sqrt{5}\pi$. D. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+1} < 32$ là

- A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $(-\infty; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty)$. C. $(-\sqrt{6}; \sqrt{6})$. D. $(-2; 2)$.

Câu 18. Nếu $\int_{-1}^4 [f(x) - 3] dx = 5$ thì $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

- A. 20. B. 8. C. 2. D. -8.

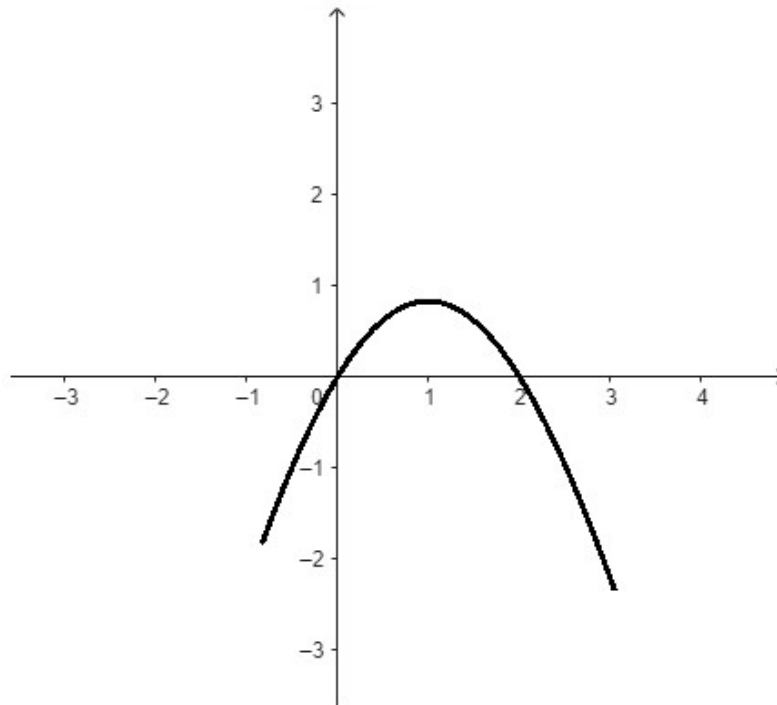
Câu 19. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $f(3x+1) + 9x^2 - 6x + 1 \leq m$ đúng với mọi $x \in [0; 1]$.

- A. $m \geq 18$. B. $m \geq 9$. C. $m \geq 10$. D. $m \geq 19$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1)$; $B(-4; 3; -1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(3; -2; 1)$. B. $(-1; 1; 1)$. C. $(-1; 1; 0)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng 0; 2 như hình vẽ.



Biết rằng $f(2) + f(4) = f(3) + f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- A. $f(1)$. B. $f(4)$. C. $f(2)$. D. $f(0)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) - 3f(x) = (2x^2 + 1)e^{x^2+3x-1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = 2e^9$. Biết $f(1) = ae^b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

- A. $a + b = 5$ B. $a - 2b = -4$ C. $a + 3b = 10$ D. $a - b = -3$

Câu 23. Một lớp học có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh làm lớp trưởng và 1 học sinh làm lớp phó học tập?

- A. 2^{35} . B. A_{35}^2 . C. C_{35}^2 . D. 35^2 .

Câu 24. Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$. Biết $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_a (a^3 \sqrt{b})$ bằng

- A. 1. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 25. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2$?

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_2 (x-1) = 1$ là

- A. $x = 3$. B. $x = -1$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

- Câu 27.** Hàm số $f(x) = 3^{x-x^2}$ có đạo hàm là
- A. $f'(x) = (1-2x) \cdot 3^{x-x^2-1} \cdot \ln 3$. B. $f'(x) = (1-2x) \cdot 3^{x-x^2} \cdot \ln 3$.
- C. $f'(x) = \frac{(1-2x) \cdot 3^{x-x^2}}{\ln 3}$. D. $f'(x) = 3^{x-x^2} \cdot \ln 3$.
- Câu 28.** Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) , với $x \leq 2023$ thỏa mãn bất phương trình $4.2^{\frac{\log_2 x + 3y}{4}} \geq x + 3.2^y$.
- A. 30. B. 23. C. 11. D. 10.
- Câu 29.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^4(2-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $f(5) > f(4) > f(3)$. B. $f(-1) > f(0) > f(1)$.
- C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$. D. $f(0) < f(1) < f(2)$.
- Câu 30.** Tập xác định của hàm số $y = \log_2(-x^2 + 2023x - 2022)$ có bao nhiêu số nguyên?
- A. 2022. B. 2021. C. 2019. D. 2020.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M+m$ bằng
- A. $8\sqrt{3}$. B. 9. C. 8. D. $\sqrt{15}$.
- Câu 32.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD) .
- A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
- Câu 33.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_1^3 f(x)dx = 9$ và $F(1) = 2$. Tính $F(3)$.
- A. 5. B. 7. C. 11. D. -7.
- Câu 34.** Một khối nón có bán kính đường tròn đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Tính thể tích của khối nón đó.
- A. 15π . B. 36π . C. 12π . D. 30π .
- Câu 35.** Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 10$ trên đoạn $[-5; -1]$ bằng
- A. 12. B. 18. C. -40. D. 14.
- Câu 36.** Cho hàm số $y = f(x)$ luôn nhận giá trị dương và có đạo hàm đến cấp 2 trên $(1; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn điều kiện $[f'(x)]^2 + f(x) \left[f''(x) - \frac{f'(x)}{x} \right] = x(2x+1)$ và $f(1) = f'(1) = 2$. Tính giá trị của $f(2)$.
- A. $f(2) = \frac{\sqrt{82}}{2}$. B. $f(2) = \frac{133}{6}$. C. $f(2) = \frac{\sqrt{123}}{4}$. D. $f(2) = \frac{\sqrt{798}}{6}$.
- Câu 37.** Trong không gian $Oxyz$, cho 2 mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$ và $(S_2): (x+3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Hai điểm A, B di động và lần lượt thuộc $(S_1), (S_2)$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB bằng
- A. 9. B. 10. C. 12. D. 16.
- Câu 38.** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{99} = 4, u_{100} = -8$. Công bội của cấp số nhân (u_n) là

D. $q = -12$.

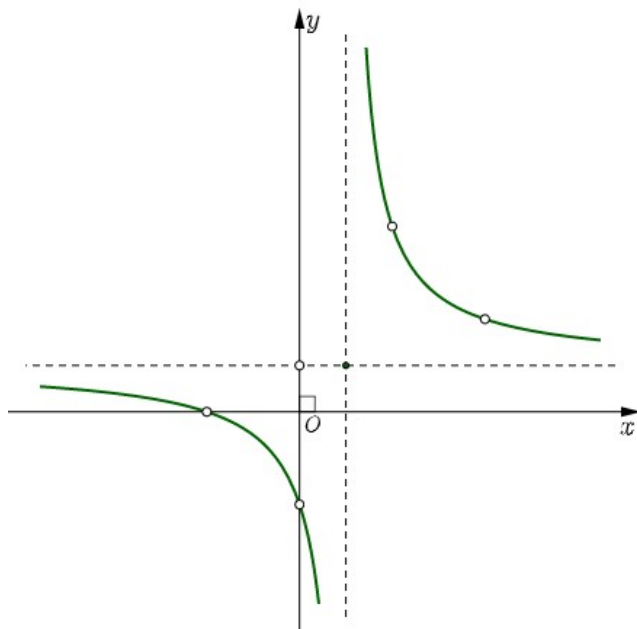
Câu 39. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

D. $y = x^3 + 3x^2 - x + 2$.

Câu 40. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $r = 6\text{ cm}$ và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

D. $120\pi \text{ cm}^2$.

Câu 41. Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c ?

D. 0.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{5}$ và vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp là:

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{10}}{3}.$

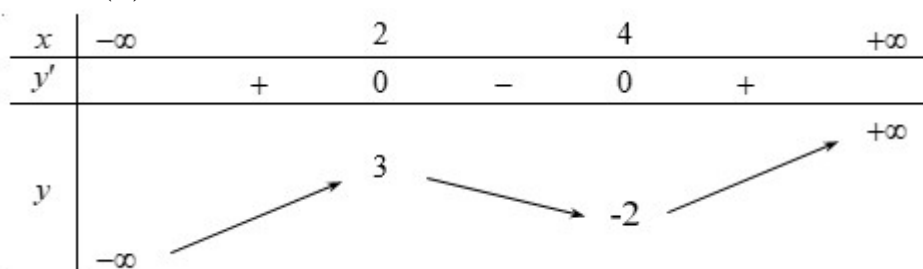
Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a . Gọi E là trung điểm các cạnh AA' và F thuộc cạnh BB' thỏa mãn $BF = 2FB'$; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' , đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

D. $\frac{25a^3\sqrt{3}}{72}$.

Câu 44. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -2023$ và $\int_0^1 g(x)dx = 2022$ thì $\int_0^1 [2022f(x) + 2021g(x)]dx$ bằng

D. $-4044.$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Điểm cực đại của hàm số đã cho là

D. $x=2$.

Câu 46. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a . Gọi các điểm M, N, E lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, CC', A'C'$. Mặt phẳng (MNE) chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần có thể tích V_1, V_2 (V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm A). Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. 1. B. 4. C. 3. D. $\frac{3}{4}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;0), B(0;0;-2), C(1;0;1), D(2;1;-1)$. Hai điểm M, N lần lượt trên đoạn BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng $ax + by + cz + 32 = 0$. Tính $S = a - b + c$?

A. $S = 98$. B. $S = 26$. C. $S = 97$. D. $S = 27$.

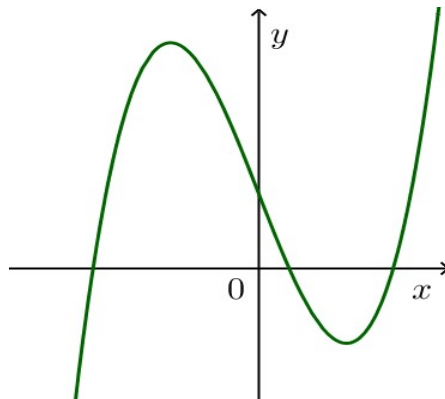
Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-2;1), B(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (α) , tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 3MA^2 + 2MB^2$

A. $\frac{802}{15}$. B. $\frac{728}{15}$. C. $\frac{821}{15}$. D. $\frac{119}{5}$.

Câu 49. Gọi V_1 thể tích khối cầu có bán kính R_1 , V_2 là thể tích khối cầu có bán kính $R_2 = 2R_1$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 50. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$ C. $y = -x^3 + 3x + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

----- HẾT -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN TOÁN

Câu	301	302	303	304	305	306	307	308	309	310	311	312	313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324
1	C	A	C	C	D	A	C	C	C	A	C	C	D	A	C	C	C	A	C	C	D	A	C	C
2	D	A	B	B	B	B	B	B	D	A	B	B	B	B	B	B	D	A	B	B	B	B	B	B
3	A	A	D	A	C	C	D	B	A	A	D	A	C	C	D	B	A	A	D	A	C	C	D	B
4	D	B	A	A	A	C	C	A	D	B	A	A	A	C	C	A	D	B	A	A	A	C	C	A
5	A	B	A	B	B	C	B	D	A	B	A	B	B	C	B	D	A	B	A	B	B	C	B	D
6	D	C	C	C	C	C	D	B	D	C	C	C	C	C	D	B	D	C	C	C	C	C	D	B
7	A	C	C	B	B	B	D	A	A	C	C	B	B	B	D	A	A	C	C	B	B	B	D	A
8	A	A	A	A	D	A	A	C	A	A	A	A	D	A	A	C	A	A	A	A	D	A	A	C
9	C	B	C	B	D	B	D	B	C	B	C	B	D	B	D	B	C	B	C	B	D	B	D	B
10	B	D	B	B	B	D	C	A	B	D	B	B	B	D	C	A	B	D	B	B	B	D	C	A
11	B	D	B	C	D	B	A	C	B	D	B	C	D	B	A	C	B	D	B	C	D	B	A	C
12	D	B	B	B	C	D	C	D	D	B	B	B	C	D	C	D	D	B	B	B	C	D	C	D
13	A	C	B	A	A	B	A	A	A	C	B	A	A	B	A	A	A	C	B	A	A	B	A	A
14	B	A	A	B	C	D	A	A	B	A	A	B	C	D	A	A	B	A	A	B	C	D	A	A
15	B	D	C	D	A	A	D	C	B	D	C	D	A	A	D	C	B	D	C	D	A	A	D	C
16	A	A	C	C	C	D	D	A	A	A	C	C	C	D	D	A	A	A	C	C	C	D	D	A
17	C	C	D	B	A	C	A	B	C	C	D	B	A	C	A	B	C	C	D	B	A	C	A	B
18	A	A	D	D	A	C	C	A	A	A	D	D	A	C	C	A	A	A	D	D	A	C	C	A
19	C	D	A	C	A	D	A	D	C	D	A	C	A	D	A	D	C	D	A	C	A	D	A	D
20	C	A	A	D	A	B	B	D	C	A	A	D	A	B	B	D	C	A	A	D	A	B	B	D
21	B	C	D	A	B	B	B	C	B	C	D	A	B	B	B	C	B	C	D	A	B	B	B	C
22	C	B	B	A	B	D	A	C	C	B	B	A	B	D	A	C	C	B	B	A	B	D	A	C
23	B	D	B	A	D	B	A	A	B	D	B	A	D	B	A	A	B	D	B	A	D	B	A	A
24	B	B	C	A	C	A	B	A	B	B	C	A	C	A	B	A	B	B	C	A	C	A	B	A
25	C	C	A	D	C	B	C	B	C	C	A	D	C	B	C	B	C	C	A	D	C	B	C	B
26	A	C	A	C	B	D	D	C	A	C	A	C	B	D	D	C	A	C	A	C	B	D	D	C
27	B	A	B	C	C	C	A	A	B	A	B	C	C	C	A	A	B	A	B	C	C	C	A	A
28	D	A	A	B	B	A	B	D	D	A	A	B	B	A	B	D	D	A	A	B	B	A	B	D
29	D	B	C	D	C	A	B	B	D	B	C	D	C	A	B	B	D	B	C	D	C	A	B	B
30	D	D	C	A	B	C	C	D	D	D	C	A	B	C	C	D	D	D	C	A	B	C	C	D
31	B	B	A	C	B	D	A	D	B	B	A	C	B	D	A	D	B	B	A	C	B	D	A	D
32	A	B	D	D	C	A	D	B	A	B	D	D	C	A	D	B	A	B	D	D	C	A	D	B
33	C	D	C	B	D	A	D	C	C	D	C	B	D	A	D	C	C	D	C	B	D	A	D	C
34	C	B	C	A	A	D	D	C	C	B	C	A	A	D	D	C	C	B	C	A	A	D	D	C
35	D	C	B	D	D	D	A	C	D	C	B	D	D	D	A	C	D	C	B	D	D	D	A	C
36	D	A	D	D	A	A	B	C	D	A	D	D	A	A	B	C	D	A	D	D	A	A	B	C
37	A	D	B	D	A	A	A	D	A	D	B	D	A	A	A	D	A	D	B	D	A	A	A	D
38	B	C	D	D	A	D	B	B	B	C	D	D	A	D	B	B	B	C	D	D	A	D	B	B
39	C	A	B	D	C	B	D	C	C	A	B	D	C	B	D	C	C	A	B	D	C	B	D	C
40	C	C	C	A	D	C	B	D	C	C	C	A	D	C	B	D	C	C	C	A	D	C	B	D
41	A	D	B	D	B	D	C	A	A	D	B	D	B	D	C	A	A	D	B	D	B	D	C	A
42	B	A	D	D	D	C	C	C	B	A	D	D	D	C	C	C	B	A	D	D	D	C	C	C
43	C	D	A	C	A	D	B	B	C	D	A	C	A	D	B	B	C	D	A	C	A	D	B	B
44	D	C	D	C	B	B	D	D	D	C	D	C	B	B	D	D	D	C	D	C	B	B	D	D
45	D	B	D	D	D	C	A	A	D	B	D	D	D	C	A	A	D	B	D	D	D	C	A	A
46	A	D	A	C	A	C	C	B	A	D	A	C	A	C	C	B	A	D	A	C	A	C	C	B
47	A	C	B	C	D	B	A	D	A	C	B	C	D	B	A	D	A	C	B	C	D	B	A	D
48	B	A	D	B	D	A	C	B	B	A	D	B	D	A	C	B	B	A	D	B	D	A	C	B
49	A	D	B	A	C	A	B	D	A	D	B	A	C	A	B	D	A	D	B	A	C	A	B	D
50	D	B	D	B	A	C	C	B	D	B	D	B	A	C	C	B	D	B	D	B	A	C	C	B

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.D	5.A	6.D	7.A	8.A	9.C	10.B
11.B	12.D	13.A	14.B	15.B	16.A	17.C	18.A	19.C	20.C
21.B	22.C	23.B	24.B	25.C	26.A	27.B	28.D	29.D	30.D
31.B	32.A	33.C	34.C	35.D	36.D	37.A	38.B	39.C	40.C
41.A	42.B	43.C	44.D	45.D	46.A	47.A	48.E	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2x - 1 + \frac{2}{x}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x + x^2 - x + \ln|2x| + C.$

B. $\int f(x)dx = e^x + x^2 - x + \ln|x| + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x + x^2 - x + 2\ln|x| + C.$

D. $\int f(x)dx = e^x + x^2 + \ln|x| + C.$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = e^x + x^2 - x + 2\ln|x| + C$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 1).$

B. $(-\infty; 3).$

C. $(-1; +\infty).$

D. $(1; +\infty).$

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) > 0 \forall x \in (1; +\infty)$ nên hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$

Câu 3: Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối lăng trụ đó là

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$

B. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}.$

C. $\frac{4a^3}{3}.$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}.$

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_d \cdot h = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3}a^3}{4}.$

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = (x-2)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}.$

B. $D = [2; +\infty).$

C. $D = \mathbb{R}.$

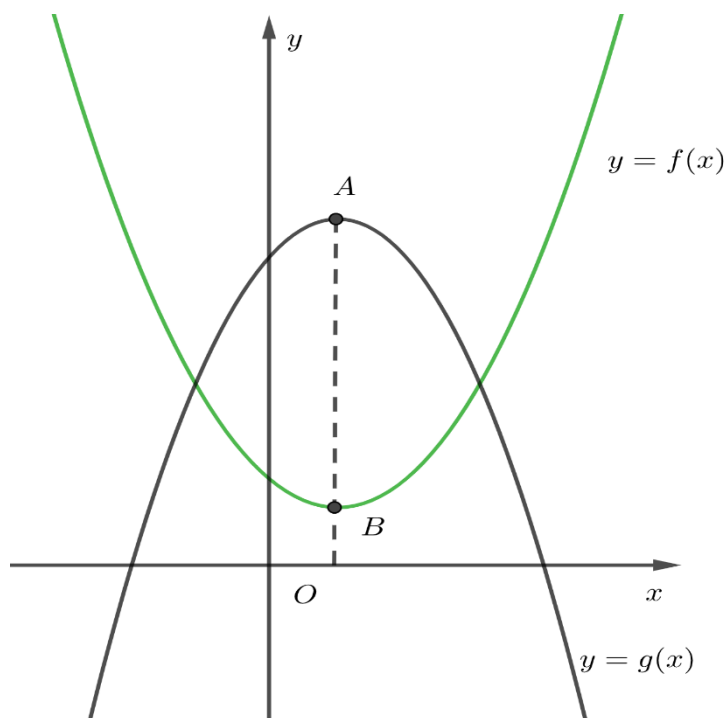
D. $D = (2; +\infty).$

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$ (vì $\frac{1}{3} \notin \mathbb{Z}$).

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (2; +\infty).$

Câu 5: Cho $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đồ thị là hai đường cong ở hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị là A , đồ thị hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị là B và $x_A = x_B$, $AB = 5$.



Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-5; 5)$ để hàm số $y = \|f(x) - g(x)\| + m$ có đúng 7 điểm cực trị?

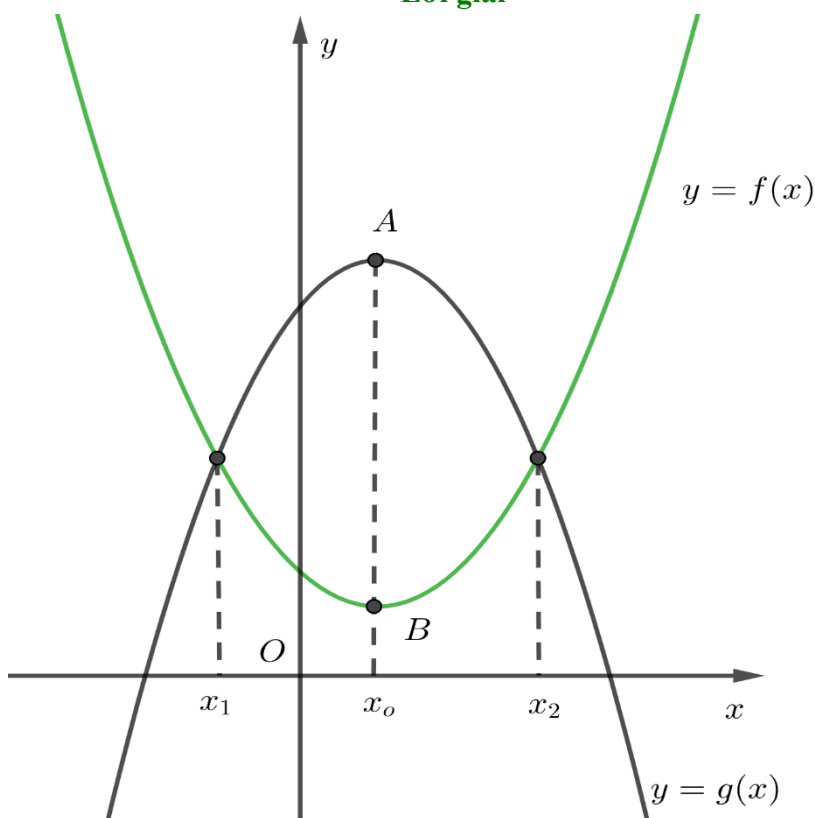
A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 7.

Lời giải



Ta có hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực trị $x = x_o$ và $y = g(x)$ có 1 điểm cực trị $x = x_o$ nên suy ra $f'(x_o) = 0, g'(x_o) = 0$.

Xét hàm số $h(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) - g'(x)$, khi đó

$$h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) - g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_o.$$

Lại có $h(x_o) = 0 \Leftrightarrow f(x_o) - g(x_o) = -5$ (theo giả thiết $x_A = x_B, AB = 5$).

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f(x_1) = g(x_1); f(x_2) = g(x_2)$.

$$\text{Nên } h(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 \\ x = x_2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ là

x	$-\infty$	x_o	$+\infty$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$		-5	$+\infty$

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $k(x) = |f(x) - g(x)|$ là

x	$-\infty$	x_1	x_o	x_2	$+\infty$			
$k'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$k(x)$	$+\infty$		0	5		0		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = k(x)$ có ba điểm cực trị nên hàm số $y = k(x) + m$ cũng có 3 điểm cực trị.

Nhận thấy số điểm cực trị của hàm số $y = |k(x) + m|$ bằng tổng số điểm cực trị của hàm số $y = k(x) + m$ và số nghiệm đơn (hay nghiệm bội lẻ) của phương trình $k(x) + m = 0$.

Suy ra để hàm số $y = |k(x) + m|$ có đúng 7 cực trị thì phương trình $k(x) + m = 0 \Leftrightarrow k(x) = -m$ có 4 nghiệm đơn (hay bội lẻ).

Từ bảng biến thiên ta có $-m \in (0; 5) \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (5; +\infty)$.

Mà $m \in (-5; 5)$, kết hợp với $m \in (-\infty; 0) \cup (5; +\infty) \Rightarrow m \in (-5; 0)$.

Với $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4; -3; -2; -1\}$.

Vậy có 4 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 6: Từ một hộp chứa 6 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời ba quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu bằng.

A. $\frac{7}{12}$.

B. $\frac{5}{7}$.

C. $\frac{27}{34}$.

D. $\frac{9}{11}$.

Lời giải

Số cách lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp chứa 6 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh là: $C_{11}^3 = 165$ (cách).

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 165$.

Gọi A là biến cố “để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu”.

Th1. Lấy được 2 quả cầu màu đỏ và 1 quả cầu màu xanh: $C_6^2.C_5^1 = 75$ (cách).

Th2. Lấy được 1 quả cầu màu đỏ và 2 quả cầu màu xanh: $C_6^1.C_5^2 = 60$ (cách).

$$\Rightarrow n(A) = 75 + 60 = 135 \text{ (cách)}.$$

$$\text{Xác suất để lấy được 3 quả cầu có đủ 2 màu bằng: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{135}{165} = \frac{9}{11}.$$

Câu 7: Một nhà sản xuất sữa bột dành cho trẻ em cần thiết kế hộp sữa có dạng một hình trụ có thể tích bằng 1 dm^3 . Để diện tích toàn phần (nguyên liệu làm vỏ hộp) nhỏ nhất thì chiều cao của hộp sữa là bao nhiêu?

A. $h = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$ (dm).

B. $h = \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ (dm).

C. $h = \sqrt{\frac{4}{\pi}}$ (dm).

D. $h = \sqrt[3]{\frac{3}{\pi}}$ (dm).

Lời giải

▪ Gọi h là chiều cao hình trụ. Khi đó bán kính đáy trụ là: $V = \pi r^2.h \Rightarrow r^2 = \frac{1}{\pi.h} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1}{\pi.h}}$.

▪ Diện tích toàn phần của hình trụ:

$$\begin{aligned} S &= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \left(\sqrt{\frac{1}{\pi h}}.h + \frac{1}{\pi h} \right) = 2\pi \left(\sqrt{\frac{h}{\pi}} + \frac{1}{\pi h} \right) = 2 \left(\sqrt{\pi h} + \frac{1}{h} \right) \\ &= \sqrt{\pi}\sqrt{h} + \sqrt{\pi}\sqrt{h} + \frac{2}{h} \stackrel{\text{Cauchy}}{\geq} 3\sqrt[3]{2\pi}. \end{aligned}$$

▪ Suy ra $S_{\min} = 3\sqrt[3]{2\pi}$ đẳng thức xảy ra khi $\sqrt{\pi}\sqrt{h} = \frac{2}{h} \Leftrightarrow h\sqrt{h} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \Leftrightarrow h^3 = \frac{4}{\pi} \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{\frac{4}{\pi}}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA = \frac{a}{2}$ vuông góc với mặt đáy. Tính góc tạo bởi hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) .

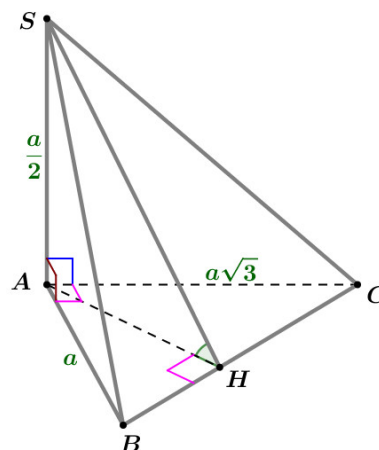
A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải



▪ Trong tam giác ABC kẻ đường cao AH .

▪ $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$), $AH \perp BC \Rightarrow AH = \frac{AB.AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} \Rightarrow AH = \frac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

▪ Ta có:

$$\left. \begin{array}{l} BC = (SBC) \cap (ABC) \\ BC \perp AH \\ BC \perp SH \text{ (do } BC \perp (SAH)) \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{(SBC), (ABC)} = \widehat{SHA}.$$

$$\Delta SAH \left(\widehat{A} = 90^\circ \right) \Rightarrow \tan \widehat{SHA} = \frac{SA}{AH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3}. \text{ Suy ra: } \widehat{SHA} = 30^\circ.$$

- Câu 9:** Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ là
- A. $x = -2$. B. $y = -2$. **C. $y = 1$.** D. $y = -1$.

Lời giải

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{x+2} = 1$ do đó, đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

- Câu 10:** Gọi S là tập tất cả các số nguyên a sao cho ứng với mỗi a , tồn tại ít nhất số thực b thỏa mãn $\frac{1}{2}a^{\log_3 8} + 2^{\log_3 a} = (b + \sqrt{4-b^2})(3 + b\sqrt{4-b^2})$. Tổng các phần tử của tập hợp S bằng
- A. 10. **B. 15.** C. 28. D. 21.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} a > 0 \\ -2 \leq b \leq 2 \end{cases}.$$

$$\text{Đặt } t(b) = b + \sqrt{4-b^2} \Rightarrow t'(b) = 1 - \frac{b}{\sqrt{4-b^2}}$$

$$t'(b) = 0 \Leftrightarrow b = \sqrt{2}$$

$$\text{Ta có } t(-2) = -2; t(2) = 2; t(\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}. \text{ Do đó } t \in [-2; 2\sqrt{2}].$$

$$\text{Lại có: } t^2 = (b + \sqrt{4-b^2})^2 = 4 + 2b\sqrt{4-b^2} \Rightarrow b\sqrt{4-b^2} = \frac{t^2 - 4}{2}$$

$$\text{Do đó phương trình ban đầu trở thành: } \frac{1}{2} [2^{\log_3 a}]^3 + 2^{\log_3 a} = t \left(3 + \frac{t^2 - 4}{2} \right) = \frac{1}{2} t^3 + t \quad (*)$$

$$\text{Mà } f(t) = \frac{1}{2} t^3 + t \text{ đồng biến trên } \mathbb{R} \text{ nên } (*) \Leftrightarrow 2^{\log_3 a} = t$$

$$\text{Hay } 2^{\log_3 a} = b + \sqrt{4-b^2} \Leftrightarrow \log_3 a = \log_2 (b + \sqrt{4-b^2}) \Leftrightarrow a = 3^{\log_2 (b + \sqrt{4-b^2})}$$

$$\text{Ta có: } 2^{\log_3 a} > 0 \text{ nên } b + \sqrt{4-b^2} \in (0; 2\sqrt{2}] \Rightarrow \log_2 (b + \sqrt{4-b^2}) \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow a \in \left(0; 3^{\frac{3}{2}}\right]$$

$$\text{Vậy } S = \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

Tổng các phần tử của tập hợp S bằng 15.

- Câu 11:** Tổng các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3}$ bằng
- A. 6. **B. 7.** C. -7. D. 5.

Lời giải

$$2^{x^2-3x+4} = 4^{2x-3} \Leftrightarrow 2^{x^2-3x+4} = 2^{2(2x-3)} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = 4x - 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình là 7.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x + 1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100; 100]$ để hàm số đồng biến trên khoảng $(1; 5)$.

A. 195.

B. 197.

C. 97.

D. 196.

Lời giải

Ta có: $y' = x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	m	$m+2$	$+\infty$	
y	$+$	0	$-$	0	$+$

$$\text{Hàm số đồng biến trên khoảng } (1; 5) \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m+2 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -1 \end{cases}$$

Vậy có tất cả 196 giá trị nguyên của m nằm trong đoạn $[-100; 100]$ thỏa mãn.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			3		-1		3	
	$-\infty$							$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(1 - f(2^x)) = 3$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có:

$$f(1 - f(2^x)) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - f(2^x) = -2 \\ 1 - f(2^x) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(2^x) = 3 \\ f(2^x) = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = -2 (VN) \\ 2^x = 2 \\ 2^x = 0 (VN) \\ 2^x = a (a < -2) (VN) \\ 2^x = b (b > 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \log_2 b \end{cases}$$

Vậy số nghiệm của phương trình $f(1 - f(2^x)) = 3$ là 2.

Câu 14: Có bao nhiêu số nguyên m để bất phương trình $\log_2 \frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} < x^2 - 5x + 2 - m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. 2.

B. 0.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Điều kiện xác định $\frac{3x^2 + 3x + m + 1}{2x^2 - x + 1} > 0$.

Đề tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$ thì điều kiện xác định được thỏa mãn với mọi giá trị thực x .

Do $2x^2 - x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $3x^2 + 3x + m + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{4}$ (1).

Với điều kiện bất phương trình đã cho tương đương

$$\Leftrightarrow \log_2(3x^2 + 3x + m + 1) - \log_2(2x^2 - x + 1) < x^2 - 5x + 2 - m$$

$$\Leftrightarrow \log_2(3x^2 + 3x + m + 1) + (3x^2 + 3x + m + 1) < \log_2(2x^2 - x + 1) + 1 + 4x^2 - 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(3x^2 + 3x + m + 1) + (3x^2 + 3x + m + 1) < \log_2(4x^2 - 2x + 2) + 4x^2 - 2x + 2$$

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Như vậy $f(3x^2 + 3x + m + 1) < f(4x^2 - 2x + 2)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3x + m + 1 < 4x^2 - 2x + 2$$

$$\Leftrightarrow m < x^2 - 5x + 1$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = x^2 - 5x + 1$

x	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\frac{-21}{4}$	$+\infty$

Vậy để bất phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị x thì $m < \frac{-21}{4}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 3y + z - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1; -3; -4)$

B. $\vec{n} = (1; -3; 1)$

C. $\vec{n} = (1; 3; 1)$

D. $\vec{n} = (-1; -3; 1)$

Lời giải

Theo định nghĩa, $(P): ax + by + cz + d = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b; c)$

Do đó $(P): x - 3y + z - 5 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; -3; 1)$

Câu 16: Cho hình nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O . Một mặt phẳng qua đỉnh của hình nón và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân có diện tích bằng 4. Góc giữa đường cao của hình nón và mặt phẳng thiết diện bằng 30° . Thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

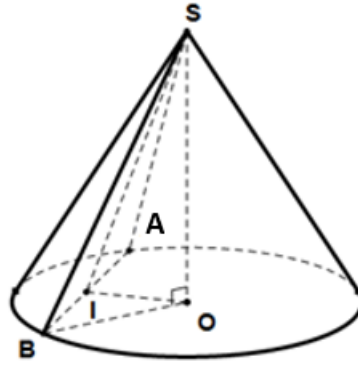
A. $\frac{5\sqrt{3}\pi}{3}$

B. $\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$

C. $\sqrt{5}\pi$

D. $\frac{10\sqrt{2}\pi}{3}$

Lời giải



Giả sử mặt phẳng qua đỉnh cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông cân SAB

$$\text{Ta có } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SA^2 = 4 \Rightarrow SA = 2\sqrt{2} \Rightarrow AB = SA\sqrt{2} = 4$$

Gọi I là trung điểm của AB , ta có

$$\begin{cases} SI = AI = 2 \\ \widehat{ISO} = 30^\circ \Rightarrow OI = \frac{1}{2} SI = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = \sqrt{OI^2 + AI^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \\ h = SO = OI \cdot \tan 60^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

Gọi V là thể tích của khối nón cần tính, theo công thức $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3} \pi (\sqrt{5})^2 \sqrt{3} = \frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$$

Vậy thể tích của khối nón được giới hạn bởi hình nón đã cho bằng $\frac{5\pi\sqrt{3}}{3}$

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+1} < 32$ là

A. $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(-\infty; -\sqrt{6}) \cup (\sqrt{6}; +\infty)$.

C. $(-\sqrt{6}; \sqrt{6})$. **D.** $(-2; 2)$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình đã cho} \Leftrightarrow 2^{x^2-1} < 2^5 \Leftrightarrow x^2 - 1 < 5 \Leftrightarrow x^2 < 6 \Leftrightarrow -\sqrt{6} < x < \sqrt{6}.$$

Câu 18: Nếu $\int_{-1}^4 [f(x) - 3] dx = 5$ thì $\int_{-1}^4 f(x) dx$ bằng

A. 20.

B. 8.

C. 2.

D. -8.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_{-1}^4 [f(x) - 3] dx = 5 \Leftrightarrow \int_{-1}^4 f(x) dx - \int_{-1}^4 3 dx = 5 \Leftrightarrow \int_{-1}^4 f(x) dx - 15 = 5 \Leftrightarrow \int_{-1}^4 f(x) dx = 20.$$

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$. Hãy tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình $f(3x+1) + 9x^2 - 6x + 1 \leq m$ đúng với mọi $x \in [0; 1]$.

A. $m \geq 18$.

B. $m \geq 9$.

C. $m \geq 10$.

D. $m \geq 19$.

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(x) = 3x^2 - 12x + 9.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = f(3x+1) + 9x^2 - 6x + 1 \text{ ta có } g'(x) = 3f'(3x+1) + 18x - 6 \text{ khi đó}$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3x+1) = -2(3x+1) + 4. \quad (1)$$

Đặt $t = 3x + 1$ khi đó mọi $x \in [0; 1] \Rightarrow t \in [1; 4]$ khi đó (1) trở thành

$$f'(t) = -2t + 4 \Leftrightarrow 3t^2 - 10t + 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{5 - \sqrt{10}}{3} \notin [1; 4] \\ t = \frac{5 + \sqrt{10}}{3} \in [1; 4] \end{cases}. \text{ Ta có } g(1) = 3; g(4) = 10; g\left(\frac{3 + \sqrt{10}}{3}\right) \approx 0.3 \Rightarrow \max_{[1; 4]} g(t) = 10.$$

Do đó để $f(3x + 1) + 9x^2 - 6x + 1 \leq m \Rightarrow m \geq 10$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; 1); B(-4; 3; -1)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(3; -2; 1)$.

B. $(-1; 1; 1)$.

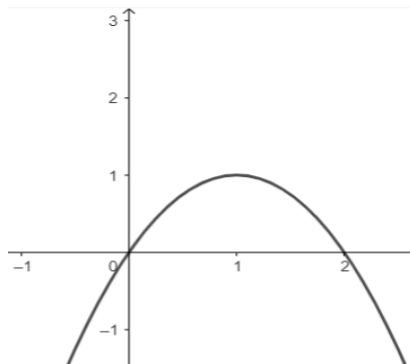
C. $(-1; 1; 0)$

D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $(-1; 1; 0)$

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại các điểm có hoành độ bằng 0, 2 như hình vẽ.



Biết $f(2) + f(4) = f(3) + f(0)$. Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0; 4]$ là

A. $f(1)$.

B. $f(4)$

C. $f(2)$.

D. $f(0)$.

Lời giải

Ta có bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$f(0)$	$f(2)$	$-\infty$	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $[0; 2]$, hàm số nghịch biến trên $[2; 4]$ do vậy

$$\begin{cases} f(0) < f(2) \\ f(2) > f(3) > f(4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(3) - f(2) < 0 \\ f(4) - f(0) = f(3) - f(2) < 0 \end{cases} \Rightarrow f(4) < f(0) \\ \Rightarrow \begin{cases} f(2) > f(3) > f(4) \\ f(2) > f(0) > f(4) \end{cases}. \text{ Vậy } \min_{[0; 4]} f(x) = f(4).$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) - 3f(x) = (2x^2 + 1)e^{x^2 + 3x - 1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = 2e^9$. Biết $f(1) = ae^b$ với $a, b \in \mathbb{N}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a + b = 5$.

B. $a - 2b = -4$.

C. $a + 3b = 10$.

D. $a - b = -3$.

Lời giải

Ta có:

$$f'(x) - 3f(x) = (2x^2 + 1)e^{x^2+3x-1} \Leftrightarrow \frac{f'(x) - 3f(x)}{e^{3x}} = (2x^2 + 1)e^{x^2-1}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{3x}} \right)' = (2x^2 + 1)e^{x^2-1} \Leftrightarrow \int_1^2 \left(\frac{f(x)}{e^{3x}} \right)' dx = \int_1^2 (2x^2 + 1)e^{x^2-1} dx$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{3x}} \right) \Big|_1^2 = \int_1^2 2x^2 e^{x^2-1} dx + \int_1^2 e^{x^2-1} dx.$$

$$\text{Đặt } I_1 = \int_1^2 e^{x^2-1} dx; I_2 = \int_1^2 2x^2 e^{x^2-1} dx \Rightarrow \left(\frac{f(x)}{e^{3x}} \right) \Big|_1^2 = I_1 + I_2.$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_1^2 e^{x^2-1} dx \text{ đặt } \begin{cases} u = e^{x^2-1} \\ dv = dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = 2xe^{x^2-1} dx \\ v = x \end{cases}.$$

$$I_1 = \int_1^2 e^{x^2-1} dx = xe^{x^2-1} \Big|_1^2 - \int_1^2 2x^2 e^{x^2-1} dx \Leftrightarrow I_1 = xe^{x^2-1} \Big|_1^2 - I_2 \Leftrightarrow I_1 + I_2 = xe^{x^2-1} \Big|_1^2 = 2e^3 - 1.$$

Do đó:

$$\left(\frac{f(x)}{e^{3x}} \right) \Big|_1^2 = \int_1^2 2x^2 e^{x^2-1} dx + \int_1^2 e^{x^2-1} dx \Leftrightarrow \frac{f(2)}{e^6} - \frac{f(1)}{e^3} = 2e^3 - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2e^9}{e^6} - \frac{ae^b}{e^3} = 2e^3 - 1 \Leftrightarrow ae^b = e^3 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \end{cases}.$$

Vậy $a + 3b = 10$.

Câu 23: Một lớp có 35 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn 1 học sinh làm lớp trưởng và 1 học sinh làm lớp phó học tập?

A. 2^{35} .

B. A_{35}^2 .

C. C_{35}^2 .

D. 35^2 .

Lời giải

Mỗi cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng và 1 bạn làm lớp phó học tập là một chỉnh hợp chập 2 của 35 phần tử. Do đó số cách chọn 1 bạn làm lớp trưởng và 1 bạn làm lớp phó học tập là A_{35}^2 .

Câu 24: Cho a, b là các số thực dương và $a \neq 1$. biết $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_a (a^3 \cdot \sqrt{b})$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_a (a^3 \cdot \sqrt{b}) = \log_a a^3 + \log_a \sqrt{b} = 3 \log_a a + \frac{1}{2} \log_a b = 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 = 4.$$

Câu 25: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2$?

A. 0.

B. 3

C. 1.

D. 2.

Lời giải

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$$

Ta có: $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2 \Leftrightarrow \log_2 [x(x-3)] = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(l) \\ x = 4(tm) \end{cases}$.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 26: Nghiệm của phương trình $\log_2 (x-1) = 1$ là

A. $x = 3$.

B. $x = -1$

C. $x = 1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\log_2 (x-1) = 1 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 27: Hàm số $f(x) = 3^{x-x^2}$ có đạo hàm là

A. $f'(x) = (1-2x)3^{x-x^2-1} \ln 3$.

B. $f'(x) = (1-2x)3^{x-x^2} \ln 3$.

C. $f'(x) = \frac{(1-2x)3^{x-x^2}}{\ln 3}$.

D. $f'(x) = 3^{x-x^2} \ln 3$.

Lời giải

Áp dụng công thức $(a^u)' = u'.a^u \cdot \ln a$ ta có $f(x) = 3^{x-x^2}$ suy ra $f'(x) = (1-2x)3^{x-x^2} \ln 3$.

Câu 28: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$, với $x \leq 2023$ thỏa mãn bất phương trình

$$4.2^{\frac{\log_2 x + 3y}{4}} \geq x + 3.2^y$$

A. 30.

B. 23.

C. 11.

D. 10.

Lời giải

Với mọi cặp số nguyên dương $(x; y)$ ta có: $4.2^{\frac{\log_2 x + 3y}{4}} = 4.\sqrt[4]{2^{\log_2 x + 3y}} = 4.\sqrt[4]{x.2^{3y}}$.

Áp dụng Bất đẳng thức AM-GM cho 4 số dương $x; 2^y; 2^y; 2^y$ ta có:

$$x + 3.2^y \geq 4.\sqrt[4]{x.2^{3y}} = 4.2^{\frac{\log_2 x + 3y}{4}} \quad (1)$$

Mà theo giả thiết $4.2^{\frac{\log_2 x + 3y}{4}} \geq x + 3.2^y$ suy ra dấu “=” tại (1) xảy ra $\Leftrightarrow x = 2^y$.

$(x; y)$ nguyên dương, $x \leq 2023$ suy ra $1 \leq y \leq 10, y \in \mathbb{Z}$.

Vậy có 10 cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-1)^4(2-x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(5) > f(4) > f(3)$.

B. $f(-1) > f(0) > f(1)$.

C. $f(-3) < f(-2) < f(-1)$.

D. $f(0) < f(1) < f(2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 2)$, vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Câu 30: Tập xác định của hàm số $y = \log_2 (-x^2 + 2023x - 2022)$ có bao nhiêu số nguyên?

A. 2022.

B. 2021.

C. 2019.

D. 2020.

Lời giải

Hàm số các định khi và chỉ khi $-x^2 + 2023x - 2022 > 0 \Leftrightarrow x \in (1; 2022)$. Vậy có tất cả 2020 số nguyên trong tập xác định của hàm số đã cho.

Câu 31: Cho không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2;1;1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2;1;5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$. Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M + m$ bằng

A. $8\sqrt{3}$.

B. 9.

C. 8.

D. $\sqrt{15}$.

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là tiếp điểm của (P) với mặt cầu $(S_1), (S_2)$.

Gọi $M = IJ \cap (P)$. Ta có $\frac{IA}{JB} = \frac{MI}{MJ} = 2$, nên J là trung điểm của IM , suy ra $M(2;1;9)$.

Gọi $\vec{n} = (a; b; c) (a^2 + b^2 + c^2 \neq 0)$, suy ra $(P): a(x-2) + b(y-1) + c(z-9) = 0$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} d(I, (P)) = R_1 = 4 \\ d(J, (P)) = R_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow a^2 + b^2 = 3c^2 \Rightarrow \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 3 \quad (1)$$

$$\text{Ta có } d(O, (P)) = \frac{|2a + b + 9c|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \frac{|2a + b + 9c|}{2|c|} = \frac{1}{2} \left| \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} + 9 \right|.$$

$$\text{Đặt } t = \frac{2a}{c} + \frac{b}{c} \Rightarrow \frac{b}{c} = t - \frac{2a}{c}, \text{ ta được } d(O, (P)) = \frac{1}{2} |t + 9|.$$

$$\text{Thay } \frac{b}{c} = t - \frac{2a}{c} \text{ vào (1) ta được } \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(t - \frac{2a}{c}\right)^2 = 3 \Leftrightarrow 5\left(\frac{a}{c}\right)^2 - 4t\left(\frac{a}{c}\right) + t^2 - 3 = 0.$$

$$\text{Để phương trình có nghiệm thì } -t^2 + 15 \geq 0 \Leftrightarrow -\sqrt{15} \leq t \leq \sqrt{15} \Leftrightarrow 9 - \sqrt{15} \leq t + 9 \leq 9 + \sqrt{15}.$$

$$\text{Do đó } \frac{9 - \sqrt{15}}{2} \leq d(O, (P)) \leq \frac{9 + \sqrt{15}}{2}, \text{ suy ra } M = \frac{9 + \sqrt{15}}{2}, m = \frac{9 - \sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{Vậy } M + m = 9.$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. G là trọng tâm của tam giác SAB . Tính khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD) .

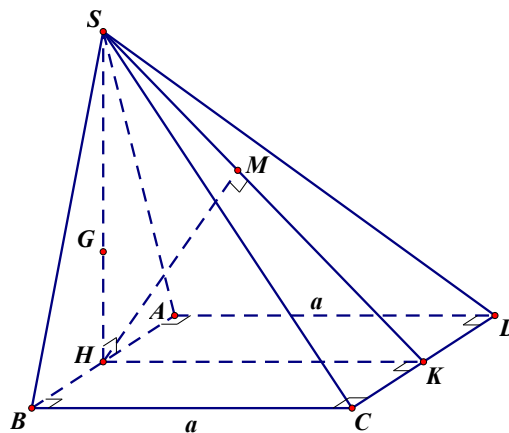
A. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

C. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

D. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



$$\text{Ta có } d(G, (SCD)) = \frac{GS}{HS} d(H, (SCD)) = \frac{2}{3} d(H, (SCD)).$$

Trong $(ABCD)$, dựng $HK \perp CD$. Do đó $CD \perp (SHK)$.

Trong (SHK) , dựng $HM \perp SK$, suy ra $CD \perp HM$.

Do đó $HM \perp (SCD)$, nên $d(G, (SCD)) = \frac{2}{3}HM$.

Ta có $SH = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $HK = BC = a$.

Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d(G, (SCD)) = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_1^3 f(x)dx = 9$ và

$F(1) = 2$. Tính $F(3)$.

A. 5.

B. 7.

C. 11.

D. -7.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x)dx = 9 \Leftrightarrow F(3) - F(1) = 9 \Leftrightarrow F(3) = 9 + 2 = 11$.

Câu 34: Một khối nón có bán kính đường tròn đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Tính thể tích của khối nón đó.

A. 15π .

B. 36π .

C. 12π .

D. 30π .

Lời giải

Ta có chiều cao của khối nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{25 - 9} = 4$.

Thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi.r^2.h = \frac{1}{3}\pi.3^2.4 = 12\pi$.

Câu 35: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 10$ trên đoạn $[-5; -1]$ bằng

A. 12.

B. 18.

C. -40.

D. 14.

Lời giải

Trên đoạn $[-5; -1]$ ta có hàm số đã cho liên tục và có

$$y' = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow x = -2$$

$$y(-5) = -40; y(-2) = 14; y(-1) = 12.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-5; -1]$ bằng 14.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ luôn nhận giá trị dương và có đạo hàm đến cấp hai trên khoảng $(1; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn các điều kiện $f(1) = f'(1) = 2$ và

$$[f'(x)]^2 + f(x) \left[f''(x) - \frac{f'(x)}{x} \right] = x(2x+1). \text{ Tính giá trị } f(2).$$

A. $f(2) = \frac{\sqrt{82}}{2}$.

B. $f(2) = \frac{133}{6}$.

C. $f(2) = \frac{\sqrt{123}}{4}$.

D. $f(2) = \frac{\sqrt{798}}{6}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có:

$$\begin{aligned}
& [f'(x)]^2 + f(x) \left[f''(x) - \frac{f'(x)}{x} \right] = x(2x+1) \\
& \Rightarrow \frac{([f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x)) \cdot x - f(x) \cdot f'(x)}{x} = x(2x+1) \\
& \Rightarrow \frac{[f(x) \cdot f'(x)]' x - f(x) \cdot f'(x)}{x^2} = 2x+1 \\
& \Rightarrow \frac{f(x)f'(x)}{x} = x^2 + x + C.
\end{aligned}$$

Do $f(1) = f'(1) = 2 \Rightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) \cdot f'(x) = x^3 + x^2 + 2x$.

Suy ra $\int_1^2 f(x) \cdot f'(x) dx = \int_1^2 (x^3 + x^2 + 2x) dx \Rightarrow \left. \frac{f^2(x)}{2} \right|_1^2 = \frac{109}{12}$

$f^2(2) - f^2(1) = \frac{109}{6} \Rightarrow f^2(2) = \frac{133}{6} \Rightarrow f(2) = \frac{\sqrt{798}}{6}$ (Do $f(x)$ luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(1; +\infty)$).

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$ cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 13 = 0$ và $(S_2): (x+3)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Hai điểm A, B di động và lần lượt thuộc $(S_1), (S_2)$. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn AB bằng

A. 9.

B. 10.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Ta có:

$$(S_1): \begin{cases} I_1(1; 2; 3) \\ R_1 = \sqrt{1+2^2+3^2} - 13 = 1 \end{cases}$$

$$(S_2): \begin{cases} I_2(-3; 2; 0) \\ R_2 = 3 \end{cases}$$

$I_1 I_2 = 5; R_1 + R_2 = 4$ nên hai mặt cầu không có điểm chung. Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn $AB = R_1 + I_1 I_2 + R_2 = 1 + 5 + 3 = 9$.

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{99} = 4; u_{100} = -8$. Công bội của cấp số nhân (u_n) là

A. $q = -32$.

B. $q = -2$.

C. $q = -\frac{1}{2}$.

D. $q = -12$.

Lời giải

Ta có $q = \frac{u_{100}}{u_{99}} = \frac{-8}{4} = -2$.

Câu 39: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 2x^3 - 5x + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x - 2$.

C. $y = 3x^3 + 3x - 2$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - x + 2$.

Lời giải

$$y = 2x^3 - 5x + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - 5$$

$$y = -x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = -3x^2 + 3$$

$$y = 3x^3 + 3x - 2 \Rightarrow y' = 9x^2 + 3 > 0 \forall x \in (-\infty; +\infty)$$

$$y = x^3 + 3x^2 - x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6x - 1$$

Do đó **chọn C**

Câu 40: Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là $r = 6cm$ và có thiết diện qua trục là hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó

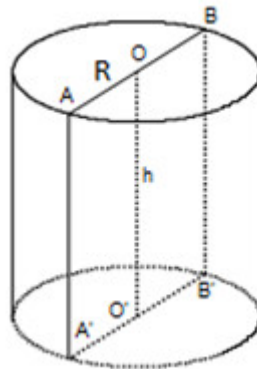
A. $96\pi cm^2$.

B. $260\pi cm^2$

C. $216\pi cm^2$.

D. $120\pi cm^2$

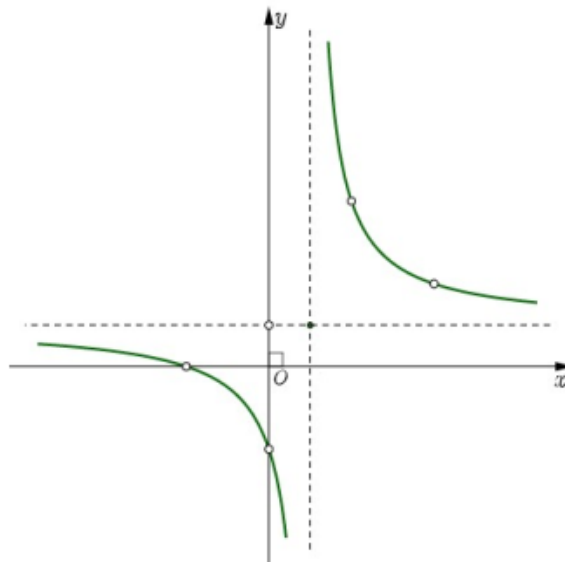
Lời giải



Vì thiết diện qua trục là hình vuông nên suy ra $h = 2r = 12cm$

$$S_{tp} = S_{xq} + 2.S_D = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 12 + 2\pi \cdot 6^2 = 216\pi (cm^2).$$

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c .

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta có: Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng: $x = c > 0$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng: $y = a > 0$.

Đồ thị giao với trục tung tại điểm có tung độ $y = \frac{b}{c} < 0$ mà $c > 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy có hai số dương a và c .

Câu 42: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SA = a\sqrt{5}$ và vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp là:

A. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{5}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{10}}{3}$.

Lời giải

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} (a\sqrt{2})^2 a\sqrt{5} = \frac{2a^3\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 43: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a . Gọi E là trung điểm AA' và F thuộc cạnh BB' sao cho $BF = 2FB'$; đường thẳng CE cắt đường thẳng $C'A'$ tại E' và đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B'$ tại F' . Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

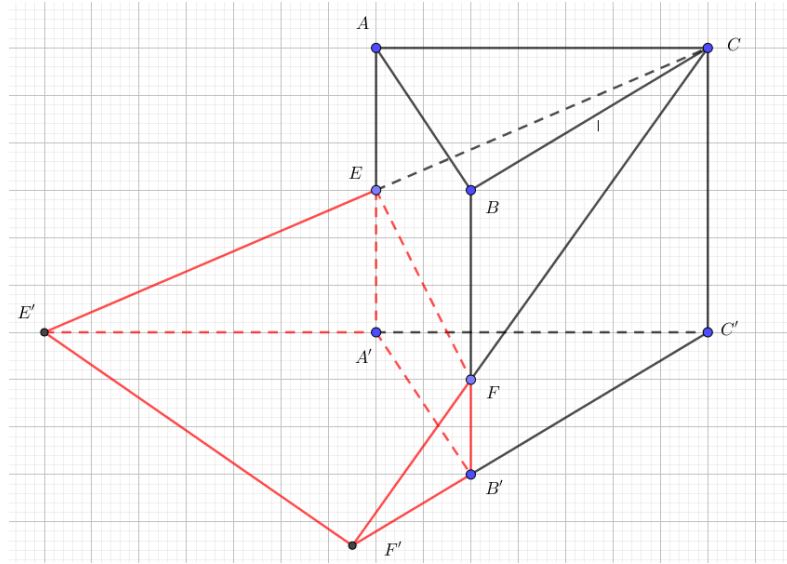
A. $\frac{19a^3\sqrt{3}}{72}$

B. $\frac{17a^3\sqrt{3}}{72}$

C. $\frac{7a^3\sqrt{3}}{72}$

D. $\frac{25a^3\sqrt{3}}{72}$

Lời giải



Ta có $C'E' = 2A'C' = 2a$ và $F'C' = \frac{3}{2}B'C' = \frac{3}{2}a$

$$\Rightarrow S_{\Delta C'E'F'} = \frac{1}{2} \cdot C'E' \cdot C'F' \cdot \sin A'C'B' = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{3}{2}a \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$$

$$\Rightarrow V_{C.C'E'F'} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta C'E'F'} \cdot CC' = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4}a^2 \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3.$$

$$S_{ABFE} = \frac{(AE + BF) \cdot AB}{2} = \frac{7}{12}a^2 = \frac{7}{12}S_{ABB'A'} \Rightarrow V_{C.ABFE} = \frac{7}{12}V_{C.ABB'A'} = \frac{7}{12} \cdot \frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{7\sqrt{3}}{72}a^3$$

$$V_{CC'E'FB'A'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABFE} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3 - \frac{7\sqrt{3}}{72}a^3 = \frac{11\sqrt{3}}{72}a^3.$$

$$V_{EFA'B'E'F'} = V_{C.C'E'F'} - V_{CC'E'FB'A'} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3 - \frac{11\sqrt{3}}{72}a^3 = \frac{7\sqrt{3}}{72}a^3.$$

Câu 44: Nếu $\int_0^1 f(x)dx = -2023$ và $\int_0^1 g(x)dx = 2022$ thì $\int_0^1 [2022f(x) + 2021g(x)]dx$ bằng

A. -2 .

B. -4045 .

C. -2022 .

D. -4044 .

Lời giải

$$\int_0^1 [2022f(x) + 2021g(x)] dx = 2022 \cdot \int_0^1 f(x) dx + 2021 \cdot \int_0^1 g(x) dx$$

$$= 2022 \cdot (-2023) + 2021 \cdot 2022 = -4044$$

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		3		-2		$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x = 3$.

B. $x = 4$.

C. $y = 3$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 2$

Câu 46: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh đáy và cạnh bên bằng a . Gọi các điểm M, N, E lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, CC', A'C'$. Mặt phẳng (MNE) chia khối lăng trụ đã cho thành hai phần có thể tích V_1, V_2 (V_1 là thể tích khối đa diện chứa điểm A). Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$

bằng

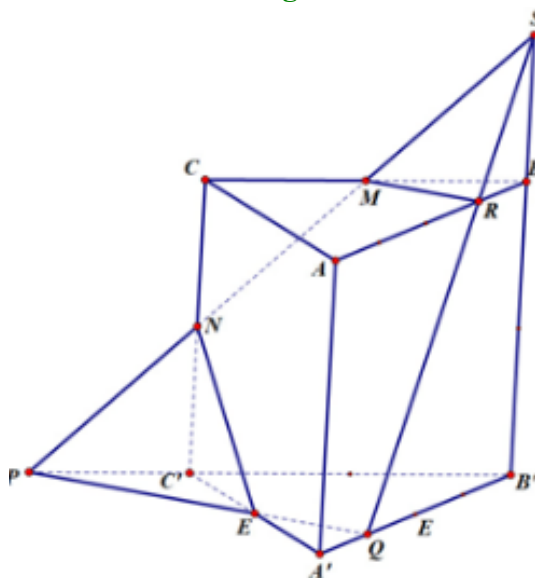
A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. $\frac{3}{4}$.

Lời giải



Theo định lý Menelaus ta và định lý Talet ta có

$$\frac{SB}{SB'} = \frac{SM}{SP} = \frac{SR}{SQ} \Rightarrow \frac{MP}{B'P} = \frac{1}{3}; \frac{A'Q}{A'B'} = \frac{1}{4}; \frac{PC'}{PB'} = \frac{1}{3}; \frac{PE}{EQ} = 2$$

$$\frac{V_{SBMR}}{V_{SB'PQ}} = \left(\frac{SM}{SP} \right)^3 = \frac{1}{27} \Rightarrow V_{SB'PQ} = \frac{1}{3} d(CS, (A'B'C')). S_{B'PQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} d(B, (A'B'C')). \frac{9}{8} S_{A'B'C'} = \frac{9}{16} V$$

Khi đó $V_{SBMR} = \frac{1}{48} V$, dẫn đến

$$\frac{V_{P.C'NE}}{V_{P.BSQ}} = \frac{PC'}{PB'} \cdot \frac{PN}{PS} \cdot \frac{PE}{PQ} = \frac{2}{27} \Rightarrow V_{P.C'NE} = \frac{V}{24} \Rightarrow V_2 = V_{S.B'PQ} - V_{S.BMR} - V_{P.C'NE} = \frac{1}{2}V \Rightarrow V_1 = V_2$$

Vậy $\frac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;2;0)$, $B(0;0;-2)$, $C(1;0;1)$, $D(2;1;-1)$. Hai điểm M , N lần lượt trên BC và BD sao cho $2\frac{BC}{BM} + 3\frac{BD}{BN} = 10$ và $\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25}$. Phương trình mặt phẳng (AMN) có dạng: $ax + by + cz + 32 = 0$. Tính $S = a - b + c$.

A. $S = 98$.

B. $S = 26$.

C. $S = 97$.

D. $S = 27$.

Lời giải

Đặt $x = \frac{BM}{BC}$, $y = \frac{BN}{BD} \Rightarrow \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 10$.

$$\frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{BM}{BC} \cdot \frac{BN}{BD} = \frac{6}{25} \Rightarrow \frac{6}{xy} = 25.$$

Suy ra $\frac{2}{x}$ và $\frac{3}{y}$ là nghiệm của phương trình $t^2 - 10t + 25 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{5} \\ y = \frac{3}{5} \end{cases}$.

Khi đó:

$$\overrightarrow{BM} = \frac{2}{5}\overrightarrow{BC} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; 0; -\frac{4}{5}\right); \overrightarrow{BN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BD} \Rightarrow N\left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}; -\frac{7}{5}\right).$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AM} = \left(\frac{7}{5}; -2; -\frac{4}{5}\right) \\ \overrightarrow{AN} = \left(\frac{11}{5}; -\frac{7}{5}; -\frac{7}{5}\right) \end{cases} \Rightarrow [\overrightarrow{AM}; \overrightarrow{AN}] = \left(\frac{42}{25}; \frac{5}{25}; \frac{61}{25}\right).$$

Do đó mặt phẳng (AMN) nhận vector $\vec{n} = (42; 5; 61)$ làm vector pháp tuyến;

$$\Rightarrow (AMN): 42x + 5y + 61z + 32 = 0.$$

Vậy $S = 42 - 5 + 61 = 98$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-2;1)$, $B(3;2;-1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (α) , tìm giá trị nhỏ nhất của $P = 3MA^2 + 2MB^2$.

A. $\frac{440}{9}$.

B. $\frac{728}{15}$.

C. $\frac{821}{15}$.

D. $\frac{119}{5}$.

Lời giải

Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Rightarrow I\left(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

Khi đó: $P = 3(\overline{MI} + \overline{IA})^2 + 2(\overline{MI} + \overline{IB})^2 = 5MI^2 + 3IA^2 + 2IB^2 = 5MI^2 + \frac{216}{5}$.

P đạt giá trị nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI = d(I, (\alpha)) = \frac{\left| \frac{3}{5} - 2 \cdot \left(\frac{-2}{5} \right) + 2 \cdot \frac{1}{5} - 5 \right|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2}} = \frac{16}{15}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng $5 \cdot \left(\frac{16}{15} \right)^2 + \frac{216}{5} = \frac{440}{9}$.

Câu 49: Gọi V_1 là thể tích khối cầu có bán kính R_1 , Gọi V_2 là thể tích khối cầu có bán kính $R_2 = 2R_1$.

Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$

A. $\frac{1}{8}$.

B. $\frac{1}{4}$.

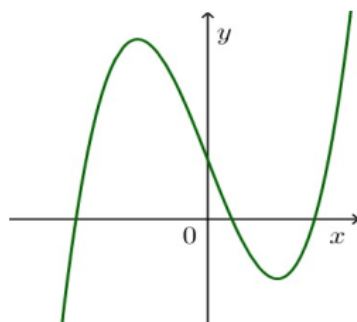
C. 4.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có: $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R_1^3}{\frac{4}{3}\pi R_2^3} = \frac{R_1^3}{(2R_1)^3} = \frac{1}{8}$.

Câu 50: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Từ dáng điệu đồ thị suy ra hệ số $a > 0$ nên loại câu **C**.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy có tung độ dương nên loại câu **A**.

Từ đồ thị ta thấy, hoành độ hai điểm cực trị trái dấu nên đáp án đúng là câu **D**. (Ở phương án B có 1 điểm cực trị có hoành độ bằng 0.)

HẾT