

Họ, tên thí sinh:..... SBD:

Câu 1: Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$

A. -3

B. 0

C. 5

D. 1

Câu 2: Cho hai đường thẳng a, b phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây sai ?A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp (Q)$ B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$ C. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$ D. Nếu $a \perp (P), b \perp (P)$ thì $a \parallel b$ **Câu 3:** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$. Tìm góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .A. 60° B. 90° C. 30° D. 45° **Câu 4:** Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2}$ B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020} \right)^n$ C. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$ D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$ **Câu 5:** Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ theo a A. $\frac{1}{2}a^2$ B. a^2 C. $-a^2$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$ **Câu 6:** Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây sai.A. $AB \perp OC$ B. $OH \perp (ABC)$ C. $OH \perp BC$ D. $OH \perp OA$ **Câu 7:** Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?A. Hàm số liên tục trên khoảng $(1; 5)$ B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2020$ C. Hàm số liên tục tại $x = 2$ D. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$ **Câu 8:** Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5A. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$ B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$ C. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$ D. $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$ **Câu 9:** Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào saiA. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+2}{2-x} = 5$ B. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x+5}{x-2} = +\infty$ C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$ D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+2}{x-1} = +\infty$ **Câu 10:** Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằngA. $x = 4$ B. $x = 5$ C. $x = 2$ D. $x = 1$ **Câu 11:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$ B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$ C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$ **Câu 12:** Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ bằngA. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8$; $u_5 = 17$. Công sai d bằng

- A. $d = -3$ B. $d = -5$ C. $d = 3$ D. $d = 5$

Câu 14: Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$

- A. $y = \sqrt{x+2}$ B. $y = \sin x$ C. $y = \frac{x^2}{x-2}$ D. $y = x^2 - 3x + 2$

Câu 15: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 81$ và $u_2 = 27$. Tìm công bội q ?

- A. $q = -\frac{1}{3}$ B. $q = \frac{1}{3}$ C. $q = 3$ D. $q = -3$

Câu 16: Cho giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

- A. $I \in (3; 5)$ B. $I \in (2; 3)$ C. $I \in (5; 6)$ D. $I \in (1; 2)$

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 19$ và $d = -2$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

- A. $u_n = -2n^2 + 33$ B. $u_n = -3n + 24$ C. $u_n = -2n + 21$ D. $u_n = 12 + 2n$

Câu 18: Giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$ bằng

- A. $I = -\infty$ B. $I = +\infty$ C. $I = -2$ D. $I = 5$

Câu 19: Hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$ liên tục trên

- A. $(-3; 10)$ B. $[-3; 4]$ C. $[-3; +\infty)$ D. $(-\infty; 4]$

Câu 20: Giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2n+3}{n+1}$ bằng A. 3 B. 1 C. 2 D. 0

Câu 21: Tính giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$

- A. $J = 0$ B. $J = 2$ C. $J = 1$ D. $J = 3$

Câu 22: Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ là hai đường thẳng chéo nhau B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$
C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$

Câu 23: Dãy số nào sau đây không phải là cấp số nhân?

- A. $1; -1; 1; -1$ B. $1; -3; 9; 10$ C. $1; 0; 0; 0$ D. $32; 16; 8; 4$

Câu 24: Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) mà $(\alpha) \parallel c$ thì $a \parallel b$
B. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a \parallel b$
C. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a \parallel b$
D. Nếu $a \parallel b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$

Câu 25: Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$

- A. $I = 3$ B. $I = -1$ C. $I = +\infty$ D. $I = -5$

Câu 26: Cho các hàm số $y = x^2; y = \sin x; y = \tan x; y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$. Có bao nhiêu hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ A. 4 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 27: Chọn mệnh đề sai

- A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2^n} = 0$ B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3}{n+1} = 0$ C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$ D. $\lim_{n \rightarrow +\infty} (-2)^n = +\infty$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

Câu 29: Chọn mệnh đề **đúng**

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^2 + 3) = +\infty$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+5}{2n+3} = 1$

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = 0$

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng:

A. 30°

B. 90°

C. 60°

D. 0°

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh bằng a và $SC \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) . Biết $SC = a$, tính $\tan(\alpha)$?

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, SC . Góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) bằng

A. 45°

B. 30°

C. 60°

D. 90°

Câu 33: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để $I < 12$ biết $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$

A. 6

B. 5

C. 8

D. 7

Câu 34: Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Phương trình vô nghiệm

B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt

C. Phương trình có đúng hai nghiệm $x = 1; x = 2$

D. Phương trình có đúng một nghiệm

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. I là trực tâm của $\triangle ABC$

B. I là trung điểm của AB

C. I là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$

D. I là trọng tâm của $\triangle ABC$

Câu 36: Biết tổng $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tích $a.b$ bằng:

A. 9

B. 60

C. 7

D. 10

Câu 37: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11; u_2 = 13$. Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$

A. $S = \frac{9}{209}$

B. $S = \frac{10}{211}$

C. $S = \frac{10}{209}$

D. $S = \frac{9}{200}$

Câu 38: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$

B. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$

C. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$

D. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$

Câu 39: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 40: Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 4)$

B. $(2; +\infty)$

C. $(0; +\infty)$

D. $\mathbb{R}$

Câu 41: Số điểm gián đoạn của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$?

- A. 0 B. 2 C. 1 D. 3

Câu 42: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 6a; BD = 8a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. $MN = a\sqrt{10}$ B. $MN = 7a$ C. $MN = 5a$ D. $MN = 10a$

Câu 43: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$ thì a bằng bao nhiêu.

- A. $a = 2$ B. $a = 0$ C. $a = -2$ D. $a = -1$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$ thì $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$ bằng bao nhiêu.

- A. -4 B. 4 C. 10 D. -14

Câu 45: Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên

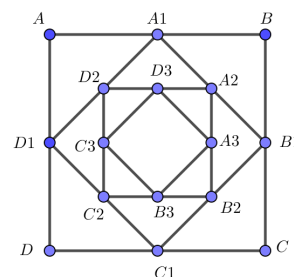
tục tại $x = 1$. Tích các phần tử của tập S bằng

- A. -2 B. -8 C. -6 D. -1

Câu 46: Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình

vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2 \dots$ bằng

8 thì a bằng: A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$



Câu 47: Cho a, b là các số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$. Tính $P = a^2 + b^2 - a - b$

- A. 400 B. 225 C. 325 D. 320

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$ ($x > 0$), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và vuông góc với cạnh CD tại I . Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng:

- A. 12 B. 6 C. $8\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 16}{x - 2} = 12$. Giới hạn

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x) - 16} - 4}{x^2 + x - 6}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. 20 D. $-\frac{1}{20}$

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số liên tục tại

$x_0 = 0$, tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x + 36a < 0$.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 0

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ THI GIỮA KÌ II MÔN TOÁN 11

Câu	Mã 132	Mã 209	Mã 357	Mã 485
1	D	A	C	A
2	B	A	B	A
3	D	D	B	B
4	B	D	B	D
5	A	D	B	A
6	D	B	A	D
7	D	D	B	B
8	A	B	B	D
9	D	A	B	B
10	A	C	C	C
11	D	B	A	C
12	A	C	C	B
13	C	A	D	A
14	C	D	B	B
15	B	B	D	C
16	A	B	C	C
17	C	A	C	D
18	A	D	A	B
19	B	C	A	D
20	C	A	D	A
21	A	C	D	C
22	C	B	D	C
23	B	D	C	D
24	D	D	D	C
25	B	C	A	A
26	B	D	D	A
27	D	A	A	D
28	A	C	A	B
29	C	B	C	C
30	C	A	D	C
31	D	B	D	D
32	A	D	A	C
33	B	C	D	C
34	B	B	B	C

35	C	B	A	B
36	D	A	C	A
37	A	C	C	D
38	C	C	A	B
39	A	C	D	A
40	B	D	D	B
41	D	C	C	D
42	C	C	D	A
43	C	C	A	A
44	A	D	B	D
45	C	C	C	B
46	A	A	B	D
47	D	B	A	C
48	B	B	A	B
49	B	A	B	C
50	A	A	C	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính giới hạn $\lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4}$

A. -3 .

B. 0 .

C. 5 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \lim \frac{5^n - 3^n}{5^n - 4} = \lim \frac{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}{1 - 4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^n} = \frac{1 - 0}{1 - 0} = 1.$$

Câu 2. Cho hai đường thẳng a, b phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Nếu $(P) \parallel (Q)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp (Q)$.

B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

C. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

D. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp (P)$ thì $a \parallel b$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất mối liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng thì đáp án A, C, D đúng.

Trong đáp án B nếu a, b nằm trong mặt phẳng song song với (P) thì $b \parallel (P)$. Vậy kết luận ở câu B sai.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$; tam giác ABC đều cạnh a và $SA = a$. Tìm góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) .

A. 60° .

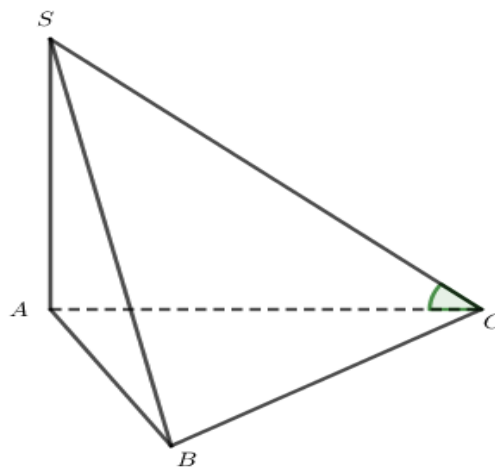
B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Lời giải

Chọn D



- Ta có $C = SC \cap (ABC)$. (1)

Hơn nữa, theo giả thiết $SA \perp (ABC)$ nên A là hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) . (2)

Từ (1) và (2) suy ra AC là hình chiếu vuông góc của SC lên mặt phẳng (ABC) .

Khi đó góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) là góc giữa SC và AC hay góc $\widehat{SCA}$.

- Tính góc $\widehat{SCA}$

Ta có $SA \perp (ABC)$ mà $AC \subset (ABC)$ nên $SA \perp AC$.

Mặt khác, $SA = AC = a$ (theo giả thiết).

Suy ra tam giác SAC vuông cân tại A hay $\widehat{SCA} = 45^\circ$.

Câu 4. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0 ?

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2}$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020} \right)^n$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{n+2} = 1$.

Xét đáp án B, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2019}{2020} \right)^n = 0$ vì $\left| \frac{2019}{2020} \right| < 1$.

Xét đáp án C, $\lim_{n \rightarrow \infty} 2^n = +\infty$.

Xét đáp án D, $\lim_{n \rightarrow \infty} n^4 = +\infty$.

Câu 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ theo a .

A. $\frac{1}{2}a^2$.

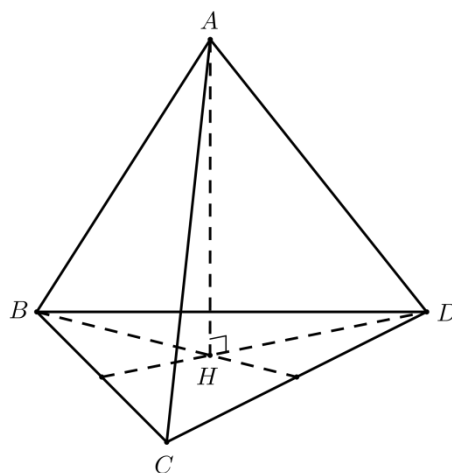
B. a^2 .

C. $-a^2$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Lời giải

Chọn A



Tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên suy ra tam giác ABC đều cạnh a .

$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}a^2.$$

Câu 6. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $AB \perp OC$.

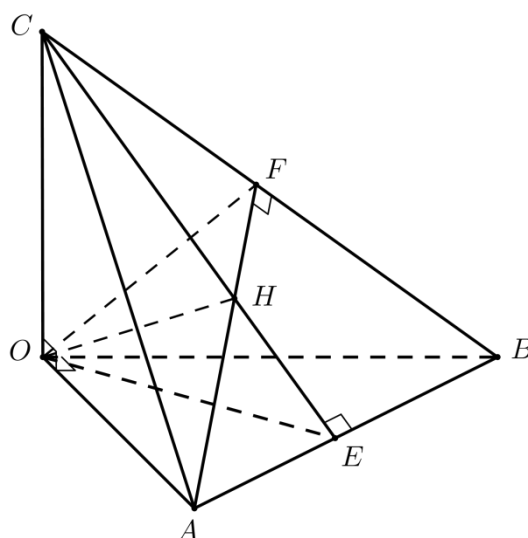
B. $OH \perp (ABC)$.

C. $OH \perp BC$.

D. $OH \perp OA$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $CE \perp AB$ ($E \in AB$), $AF \perp AC$ ($F \in AC$), $CE \cap AF = H$.

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau do đó

$$OA \perp (OBC), OB \perp (OAC), OC \perp (OAB).$$

• Ta có $OC \perp (OAB) \Rightarrow OC \perp AB$. Do đó đáp án A đúng.

• Ta có $\begin{cases} BC \perp AF \\ BC \perp OA \text{ (vì } OA \perp (OBC)) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAF) \Rightarrow BC \perp OH$. Do đó đáp án C đúng.

• Ta có $\begin{cases} AB \perp CE \\ AB \perp OC \text{ (vì } OC \perp (OAB)) \end{cases} \Rightarrow AB \perp (COE) \Rightarrow AB \perp OH$.

Do đó $\begin{cases} OH \perp BC \\ OH \perp AB \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC)$. Do đó đáp án B đúng.

• Ta có $OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp OF \Rightarrow \triangle AOF$ vuông tại O .

Suy ra OH không vuông góc với OA . Do đó đáp án D sai.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số liên tục trên khoảng $(1;5)$.

B. Hàm số gián đoạn tại $x = 2020$

C. Hàm số liên tục tại $x = 2$

D. Hàm số gián đoạn tại $x = 2$

Lời giải

Chọn D

$$\text{TXĐ : } D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

Nên hàm số sẽ gián đoạn tại $x = 2$

Câu 8. Trong các giới hạn sau, giới hạn nào có giá trị bằng 5

A. $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7)$

B. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 10} - x)$

C. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$

D. $\lim_{x \rightarrow 3^-} |x - 3|$

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 3x + 7) = (-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 7 = 4 - 6 + 7 = 5$

Câu 9. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai

A. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + 2}{2 - x} = 5$

B. $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{4x + 5}{x - 2} = +\infty$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x) = 1$

D. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{x - 1} = +\infty$

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{2}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{3}{1} = 3$

Câu 10. Biết ba số $x^2; 8; x$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân. Giá trị của x bằng

A. $x = 4$.

B. $x = 5$.

C. $x = 2$.

D. $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất cấp số nhân ta có: $8^2 = x^2 \cdot x \Leftrightarrow x = 4$

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AA'}$.

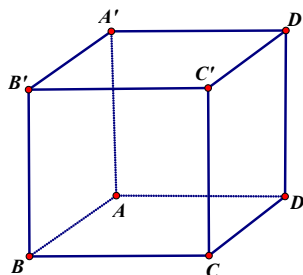
C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

D.

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có : $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{C'D'}$ là hai vectơ đối nhau nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{C'D'} = \vec{0}$

Câu 12. Giá trị $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x-2)}{(x-1) \cdot (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}$$

Câu 13. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 8$; $u_5 = 17$. Công sai d bằng

A. $d = -3$.

B. $d = -5$.

C. $d = 3$.

D. $d = 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_2 = 8 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 8 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 5 \\ d = 3 \end{cases}.$$

Vậy $d = 3$.

Câu 14. Hàm số nào sau đây không liên tục tại $x = 2$?

A. $y = \sqrt{x+2}$.

B. $y = \sin x$.

C. $y = \frac{x^2}{x-2}$.

D. $y = x^2 - 3x + 2$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \frac{x^2}{x-2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ nên không liên tục tại $x = 2$.

Câu 15. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 81$ và $u_2 = 27$. Tìm công bội q .

A. $q = -\frac{1}{3}$.

B. $q = \frac{1}{3}$.

C. $q = 3$.

D. $q = -3$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_2 = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ u_1 q = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 81 \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

Vậy $q = \frac{1}{3}$.

Câu 16. Cho giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2}$. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $I \in (3; 5)$

B. $I \in (2; 3)$

C. $I \in (5; 6)$

D. $I \in (1; 2)$

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^2 + 3x + 2}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}} = \frac{4 + 0 + 0}{1 + 0 - 0} = 4.$$

Câu 17. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 19$ và $d = -2$. Tìm số hạng tổng quát u_n .

A. $u_n = -2n^2 + 33$ **B.** $u_n = -3n + 24$

C. $u_n = -2n + 21$

D.

$u_n = 12 + 2n$

Lời giải

Chọn C

$$u_n = u_1 + (n - 1)d = 19 + (n - 1)(-2) = -2n + 21.$$

Câu 18. Giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5)$ bằng

A. $I = -\infty$

B. $I = +\infty$

C. $I = -2$

D. $I = 5$

Lời giải

Chọn A

$$I = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^3 + 4x + 5) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right).$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -2 + 0 + 0 = -2.$$

$$\Rightarrow I = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-2 + \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3} \right) = -\infty.$$

Câu 19. Hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$ liên tục trên

A. $(-3; 10)$.

B. $[-3; 4]$.

C. $[-3; +\infty)$.

D. $(-\infty; 4]$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Đkxđ: } \begin{cases} 3+x \geq 0 \\ 4-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 4. \text{ TXĐ: } D = [-3; 4].$$

+ Lấy x_0 bất kì thuộc khoảng $(-3; 4)$ thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{3+x_0} + \sqrt{4-x_0} = f(x_0) \Rightarrow \text{hàm số liên tục trên khoảng } (-3; 4).$$

$$+ \lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(-3).$$

$$+ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} (\sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}) = \sqrt{7} = f(4).$$

Vậy hàm số $f(x) = \sqrt{3+x} + \sqrt{4-x}$ liên tục trên đoạn $[-3; 4]$.

Câu 20. Giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1}$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{2+0}{1+0} = 2.$$

Câu 21. Tính giới hạn $J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2}$ bằng

A. $J = 0$.

B. $J = 2$.

C. $J = 1$.

D. $J = 3$.

Lời giải

Chọn A

$$J = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)(2n+3)}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2+n-3}{n^3+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} - \frac{3}{n^3}}{1 + \frac{2}{n^3}} = \frac{0+0-0}{1+0} = 0$$

Câu 22. Cho tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. AB, CD là hai đường thẳng chéo nhau.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn C

Để $ABCD$ là tứ diện thì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ **không** đồng phẳng.

Câu 23. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

A. 1; -1; 1; -1.

B. 1; -3; 9; 10.

C. 1; 0; 0; 0.

D. 32; 16; 8; 4.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A là cấp số nhân với $u_1 = 1, q = -1$.

Xét đáp án B có $\frac{-3}{1} = \frac{9}{-3} \neq \frac{10}{9}$, suy ra không phải cấp số nhân.

Xét đáp án C là cấp số nhân với $u_1 = 1, q = 0$.

Xét đáp án D là cấp số nhân với $u_1 = 32, q = \frac{1}{2}$.

Câu 24. Trong không gian cho ba đường thẳng phân biệt a, b, c . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Nếu a và b cùng nằm trong mặt phẳng (α) mà $(\alpha) // c$ thì $a // b$.

B. Nếu góc giữa a và c bằng góc giữa b và c thì $a // b$.

C. Nếu a và b cùng vuông góc với c thì $a // b$.

D. Nếu $a // b$ và $c \perp a$ thì $c \perp b$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án B: chỉ đúng trong mặt phẳng.

Đáp án C: a và b có thể chéo nhau.

Đáp án D: đúng.

Câu 25. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5)$.

A. $I = 3$.

B. $I = -1$.

C. $I = +\infty$.

D. $I = -5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x - 5) = 1^2 + 3 \cdot 1 - 5 = -1$.

Câu 26. Cho các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \tan x$; $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$. Có bao nhiêu hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Vì các hàm số $y = x^2$; $y = \sin x$; $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + x + 1}$ có tập xác định trên $\mathbb{R}$ nên chúng liên tục trên $\mathbb{R}$

Vậy có 3 hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Câu 27. Chọn mệnh đề sai.

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = 0$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = 0$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) = 1$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n = +\infty$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$+ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0. \text{ Đáp án A đúng.}$$

$$+ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{n}}{1 + \frac{1}{n}} = \frac{0}{1} = 0. \text{ Đáp B đúng.}$$

$$\begin{aligned} + \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - n) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n + 3 - n^2}{\sqrt{n^2 + 2n + 3} + n} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 3}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{3}{n}}{\sqrt{1 + \frac{2}{n} + \frac{3}{n^2}} + 1} = \frac{2}{\sqrt{1} + 1} = 1. \end{aligned}$$

Đáp án C đúng.

Vậy đáp án D sai.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$. Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 4.

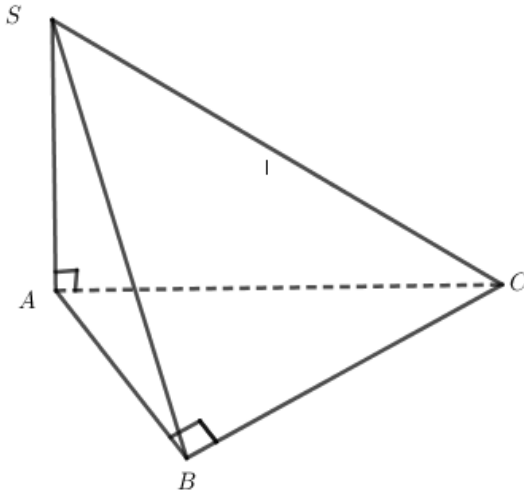
B. 3.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\triangle SAC$ vuông tại A (Do $SA \perp AC$)

$\triangle SAB$ vuông tại A (Do $SA \perp AB$)

$\triangle ABC$ vuông tại B (Do $BC \perp AB$).

Lại có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$ mà $SB \subset (SAB)$ suy ra $BC \perp SB$ nên $\triangle SBC$ vuông tại B .

Vậy Hình chóp $S.ABC$ có 4 mặt là tam giác vuông.

Câu 29. Chọn mệnh đề **đúng**

A. $\lim(-2n^2 + 3) = +\infty$.

B. $\lim \sqrt{n^2 + n + 1} = -\infty$.

C. $\lim \frac{2n + 5}{2n + 3} = 1$.

D. $\lim 2^n = 0$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \lim \frac{2n + 5}{2n + 3} = \lim \frac{n \left(2 + \frac{5}{n} \right)}{n \left(2 + \frac{3}{n} \right)} = \lim \frac{\left(2 + \frac{5}{n} \right)}{\left(2 + \frac{3}{n} \right)} = \frac{2}{2} = 1.$$

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA'

A. 30° .

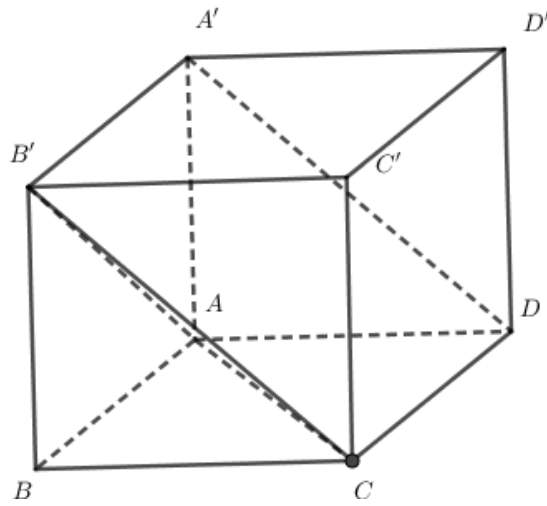
B. 90° .

C. 60° .

D. 0° .

Lời giải

Chọn C



Ta có $A'D // B'C$ suy ra $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{(AC, B'C)}$

Ta thấy $AC, AB', B'C$ lần lượt là đường chéo của các hình vuông $ABCD, AA'B'B, BB'C'C$ nên tam giác ACB' đều. Suy ra $\widehat{ACB'} = 60^\circ$.

Vậy $\widehat{(AC, A'D)} = \widehat{ACB'} = 60^\circ$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều ABC cạnh a và $SC \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB và α là góc tạo bởi đường thẳng SM và mặt phẳng (ABC) . Biết $SC = a$, tính $\tan \alpha$.

A. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

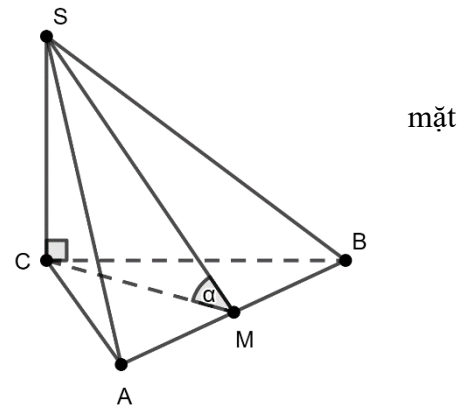
Chọn D

Ta có $SC \perp (ABC)$ nên C là hình chiếu của S xuống mặt phẳng (ABC) . Khi đó, CM là hình chiếu của SM xuống mặt phẳng (ABC) . Do đó

$$\widehat{(SM, (ABC))} = \widehat{(SM, MC)} = \widehat{SMC}.$$

Tam giác SMC vuông tại C nên ta có

$$\tan \alpha = \tan \widehat{SMC} = \frac{SC}{MC} = \frac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$



Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = AB$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, SC . Góc giữa EF và mặt phẳng (SAD) bằng

A. 45° .

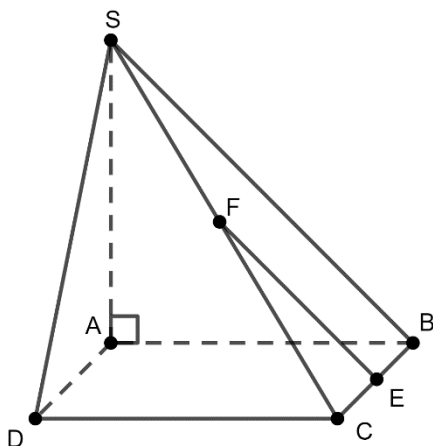
B. 30° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn A



Ta có EF là đường trung bình trong $\triangle ABC$ nên $EF \parallel SB$. Khi đó

$$(\widehat{EF, (SAD)}) = (\widehat{SB, (SAD)}).$$

Mặt khác, do $SA \perp BA$, $AD \perp BA$ nên $BA \perp (SAD)$. Do đó, A là hình chiếu của B lên (SAD) . Suy ra, SA là hình chiếu của SB lên (SAD) . Khi đó

$$(\widehat{SB, (SAD)}) = (\widehat{SB, SA}) = \widehat{ASB}.$$

Do $\triangle ABC$ vuông cân tại A nên $\widehat{ASB} = 45^\circ$.

Câu 33. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m để $I < 12$ biết $I = \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3)$.

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\begin{aligned} I &= \lim_{x \rightarrow -1} (x^4 - 2mx + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} ((-1)^4 - 2m(-1) + m^2 + 3) \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (m^2 + 2m + 4) \\ &= m^2 + 2m + 4. \end{aligned}$$

Do đó, $I < 12 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 2$.

Như vậy, $m \in \{-3, -2, -1, 0, 1\}$. Do đó, có tất cả 5 giá trị m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 34. Cho phương trình $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. Phương trình vô nghiệm.

B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình có đúng hai nghiệm $x = 1; x = 2$. D. Phương trình có đúng một nghiệm.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$, hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Ta có

$$\begin{cases} f(-1) = -1 \\ f(0) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(-1).f(0) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (-1; 0)$$

$$\begin{cases} f(1) = 1 \\ f(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow f(1).f(2) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (1; 2)$$

$$\begin{cases} f(2) = -1 \\ f(3) = 3 \end{cases} \Rightarrow f(2).f(3) < 0 \Rightarrow \text{phương trình } f(x) = 0 \text{ có ít nhất 1 nghiệm thuộc } (2;3)$$

Do $(-1;0) \cap (1;2) \cap (2;3) = \emptyset$ nên ta sẽ có 3 nghiệm trên phân biệt và $x^3 - 3x^2 + 3 = 0$ là phương trình bậc ba nên sẽ có tối đa 3 nghiệm. Vậy phương trình đã cho có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

A. I là trực tâm của $\triangle ABC$.

B. I là trung điểm của AB .

C. I là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.

D. I là trọng tâm của $\triangle ABC$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\triangle SIA, \triangle SIB, \triangle SIC$ là các tam giác vuông tại I vì $SI \perp (ABC)$.

Xét $\triangle SIA$ vuông tại I và $\triangle SIB$ vuông tại I có: SI là cạnh chung, cạnh huyền $SA = SB \Rightarrow \triangle SIA = \triangle SIB$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow IA = IB$ (1).

Tương tự ta có $\triangle SIB = \triangle SIC \Rightarrow IB = IC$ (2).

Từ (1), (2) ta có $IA = IB = IC$. Vậy I là tâm đường tròn ngoại tiếp của $\triangle ABC$.

Câu 36. Biết tổng $S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính tích $a.b$

A. 9

B. 60

C. 7

D. 10

Lời giải

Chọn D

$$\text{Đặt } S_1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots$$

$$\text{Ta có } S_1 \text{ là tổng cấp số nhân lùi vô hạn với } u_1 = \frac{1}{3} \text{ và công bội } q = \frac{1}{3} \Rightarrow S_1 = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Nên } S = 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} + \dots = 2 + S_1 = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{ từ đó ta có } a = 5, b = 2 \Rightarrow a.b = 10.$$

Câu 37. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 11$; $u_2 = 13$. Tính tổng $S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}$.

A. $S = \frac{9}{209}$.

B. $S = \frac{10}{211}$.

C. $S = \frac{10}{209}$.

D. $S = \frac{9}{200}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } u_1 = 11; u_2 = 13 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 2.$$

$$\text{Lại có } S = \frac{1}{u_1 u_2} + \frac{1}{u_2 u_3} + \dots + \frac{1}{u_{99} u_{100}}.$$

$$\Rightarrow 2S = \frac{2}{u_1 u_2} + \frac{2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{2}{u_{99} u_{100}} = \frac{u_2 - u_1}{u_1 u_2} + \frac{u_3 - u_2}{u_2 u_3} + \dots + \frac{u_{100} - u_{99}}{u_{100} - u_{99}}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_2} + \frac{1}{u_2} - \frac{1}{u_3} + \dots - \frac{1}{u_{99}} + \frac{1}{u_{99}} - \frac{1}{u_{100}} \right) \\
&= \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_{100}} \right) = \left(\frac{1}{u_1} - \frac{1}{u_1 + 99d} \right) = \left(\frac{1}{11} - \frac{1}{11 + 99 \cdot 2} \right) = \frac{18}{209}. \\
&\Rightarrow S = \frac{9}{209}.
\end{aligned}$$

Câu 38. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -2$ và $u_5 = 54$. Tính tổng 1000 số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho.

A. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{2}$.
B. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{4}$.
C. $S_{1000} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}$.
D. $S_{1000} = \frac{3^{1000} - 1}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_5 = u_2 \cdot q^3 \Rightarrow q = \sqrt[3]{\frac{u_5}{u_2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{-2}} = -3$.

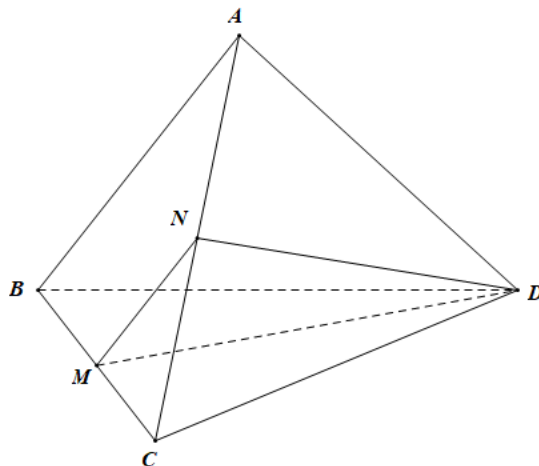
Và $u_1 = \frac{u_2}{q} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$.

$$\Rightarrow S_{1000} = \frac{u_1(q^{1000} - 1)}{q - 1} = \frac{\frac{2}{3} [(-3)^{1000} - 1]}{-3 - 1} = \frac{1 - 3^{1000}}{6}.$$

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM .

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.
B. $\frac{1}{2}$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.
D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Chọn A

Gọi N là trung điểm $AC \Rightarrow MN \parallel AB \Rightarrow \begin{cases} (\widehat{AB, DM}) = (\widehat{MN, DM}) \\ MN = \frac{a}{2} \end{cases}.$

Ta có $ABCD$ là hình chóp đều.

$$\Rightarrow \begin{cases} DM \perp BC \\ DN \perp AC \end{cases} \Rightarrow DM = DN = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Ta có } \cos(\widehat{AB, DM}) = \cos(\widehat{MN, DM}) = |\cos \widehat{NMD}| = \left| \frac{MN^2 + MD^2 - ND^2}{2 \cdot MN \cdot MD} \right|$$

$$= \left| \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}} \right| = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 40. Hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}}$ liên tục trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; 4)$.

B. $(2; +\infty)$

C. $(0; +\infty)$

D. $\mathbb{R}$

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho xác định trên tập $(2; +\infty)$. Với mọi $x_0 \in (2; +\infty)$ ta có

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x+3}{\sqrt{x-2}} = \frac{2x_0+3}{\sqrt{x_0-2}} = f(x_0)$$

nên hàm số liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$. Chọn đáp án B.

Câu 41. Số điểm gián đoạn của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{x^3 + 3x^2 - 2x - 2}$?

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Lời giải

Chọn D

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp $\mathbb{R} \setminus \{1; -2 \pm \sqrt{2}\}$.

Do đó $f(x)$ gián đoạn tại 3 điểm là 1; $-2 - \sqrt{2}$ và $-2 + \sqrt{2}$.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 6a$; $BD = 8a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Biết $AC \perp BD$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

A. $MN = a\sqrt{10}$.

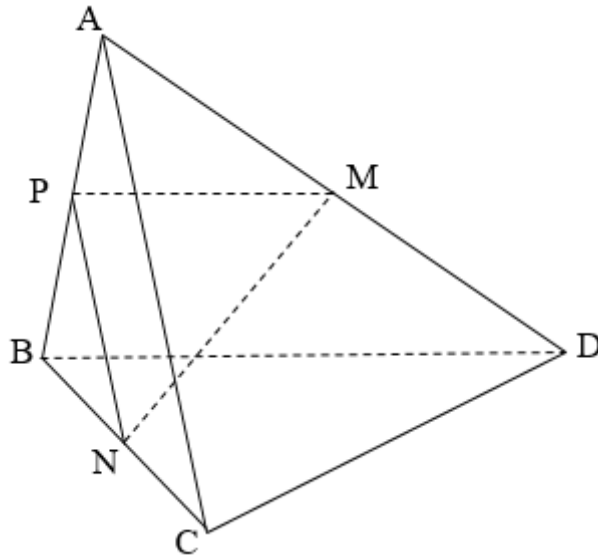
B. $MN = 7a$.

C. $MN = 5a$.

D. $MN = 10a$.

Lời giải

Chọn C



Gọi P là trung điểm của đoạn AB . Theo tính chất đường trung bình trong các tam giác ABD ta có PM song song với BD và $PM = \frac{1}{2}BD = 4a$.

Tương tự, trong tam giác ABC ta có PN song song với AC và $PN = \frac{1}{2}AC = 3a$.

Theo giả thiết $AC \perp BD$ nên $PM \perp PN$.

Trong tam giác vuông MPN , ta có $MN = \sqrt{PM^2 + PN^2} = 5a$.

Chọn đáp án C.

Câu 43. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3$ thì a bằng bao nhiêu?

A. $a = 2$.

B. $a = 0$

C. $a = -2$.

D. $a = -1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có, $\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = (-2)^2 - 2a(-2) + 3 + a^2 = a^2 + 4a + 7$.

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x^2 - 2ax + 3 + a^2) = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 7 = 3.$$

$$\Leftrightarrow a^2 + 4a + 4 = 0.$$

$$\Leftrightarrow a = -2.$$

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$ thì $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)]$ bằng bao nhiêu?

A. -4 .

B. 4

C. 10.

D. -14 .

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = 10 - 2 \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 10 - 2 \cdot 7 = -4$.

Vậy $\lim_{x \rightarrow 3} [10 - 2f(x)] = -4$.

Câu 45. Gọi S là tập các giá trị của tham số thực m để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & \text{khi } x \neq 1 \\ m^2 + m - 8 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ liên tục

tại $x = 1$. Tính các phần tử của tập S bằng.

A. -2 .

B. -8 .

C. -6 .

D. -1 .

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$ khi $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1)$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 3x) = -2$

$f(1) = m^2 + m - 8$

Suy ra $m^2 + m - 8 = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 2 \end{cases}$

Tích các phần tử của tập S bằng -6

Câu 46. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Người ta dựng hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $ABCD$; dựng hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ và cứ tiếp tục như vậy. Giả sử cách dựng trên có thể tiến ra vô hạn. Nếu tổng diện tích S của tất cả các hình vuông $ABCD, A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots$ bằng 8 thì a bằng:

A. 2 .

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

- Diện tích của hình vuông $ABCD$ là $S_1 = a^2$

- Diện tích của hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ là $S_2 = \left(a \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}$

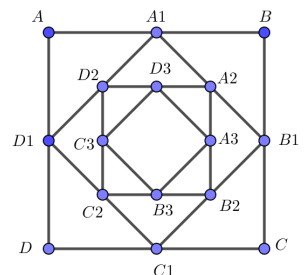
- Tương tự diện tích $S_3, S_4, \dots$ lần lượt là $\frac{a^2}{4}, \frac{a^2}{8}, \dots$

Các diện tích này lập thành một CSN lùi vô hạn có $u_1 = a^2$ và công bội

$q = \frac{1}{2}$ và $S_n = S_1 + S_2 + \dots$

Khi đó $S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{a^2}{1 - \frac{1}{2}} = 2a^2$

$S = 8 \Leftrightarrow a = 2 (a > 0)$



Câu 47. Cho a, b là các số nguyên và $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20$. Tính $P = a^2 + b^2 - a - b$

A. 400

B. 225

C. 325

D. 320

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}\text{Ta có : } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x^2 - 1) + b(x - 1) + a + b - 5}{x - 1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} [a(x + 1) + b] + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b - 5}{x - 1} \\ &= 2a + b + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a + b - 5}{x - 1}\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax^2 + bx - 5}{x - 1} = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 20 \\ a + b - 5 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 15 \\ b = -10 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = 15^2 + (-10)^2 - 15 - (-10) = 320.$$

Câu 48. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = x$ ($x > 0$), các cạnh còn lại bằng nhau và bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa cạnh AB và vuông góc với cạnh CD tại I . Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng:

A. 12

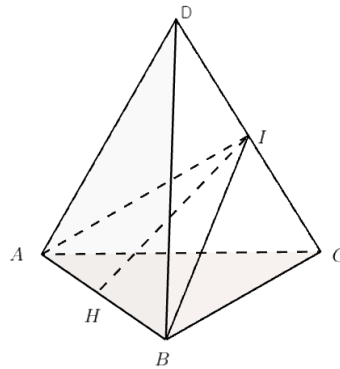
B. 6

C. $8\sqrt{3}$

D. $4\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn B



- Các $\triangle ACD$ và $\triangle BCD$ đều vì có các cạnh đều bằng 4.

- Gọi I là trung điểm của CD thì $AI \perp CD$, $BI \perp CD \Rightarrow (ABI) \perp CD$. Mặt phẳng (P) chính là mặt phẳng (ABI) .

- Mặt khác ta có AI và BI là các đường cao trong tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AI = BI = 2\sqrt{3}$.

- Gọi H là trung điểm của AB thì IH là đường cao trong tam giác cân ABI

$$\Rightarrow IH = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\Rightarrow S_{IAB} = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} = \frac{x}{2} \cdot \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\text{Sử dụng bất đẳng thức Côsi ta có : } S_{IAB} \leq \frac{\frac{x^2}{4} + \left(12 - \frac{x^2}{4}\right)}{2} = 6.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \frac{x}{2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{6}.$$

Vậy diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng 6.

- Câu 49.** Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6}$ bằng:
- A. $\frac{1}{5}$. **B. $\frac{3}{5}$.** C. 20. D. $-\frac{1}{20}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2} = 12$ nên $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)-16] = 0$ do nếu giới hạn này khác 0 thì giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-16}{x-2}$ sẽ bằng vô cùng. Ta suy ra được $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$.

Biến đổi

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x)-32}{(x-2)(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] \end{aligned}$$

Do $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 16$ nên suy ra $\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = \frac{1}{20}$. Vậy

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2f(x)-16}-4}{x^2+x-6} = \lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)-16}{(x-2)} \cdot \frac{2}{(x+3)(\sqrt{2f(x)-16}+4)} \right] = 12 \cdot \frac{1}{20} = \frac{3}{5}.$$

- Câu 50.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} & \text{khi } x \neq 0 \\ 3 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$. Biết a là giá trị để hàm số liên tục tại điểm

$x_0 = 0$. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x + 36a < 0$.

- A. 4.** B. 3. C. 2. D. 0.

Lời giải

Chọn A

Hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = 3$. Ta biến đổi

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4x+1}-1}{ax^2+(2a+1)x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{(ax^2+(2a+1)x)(\sqrt{4x+1}+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4}{(ax+2a+1)(\sqrt{4x+1}+1)} \quad (1)$$

+) Nếu $a = -\frac{1}{2}$ thì giới hạn (1) không tồn tại, hàm số không liên tục tại điểm 0 nên loại trường hợp này.

+) Nếu $a \neq -\frac{1}{2}$ giới hạn (1) bằng $\frac{2}{2a+1}$. Vậy để hàm số liên tục tại điểm 0 khi và chỉ khi $\frac{2}{2a+1} = 3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{6}$. Như vậy ta cần tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $x^2 - x - 6 < 0$. Giải ra ta được $-2 < x < 3$. Vậy bất phương trình có 4 nghiệm nguyên là $-1; 0; 1; 2$.

----- **HẾT** -----