

LỚP 12

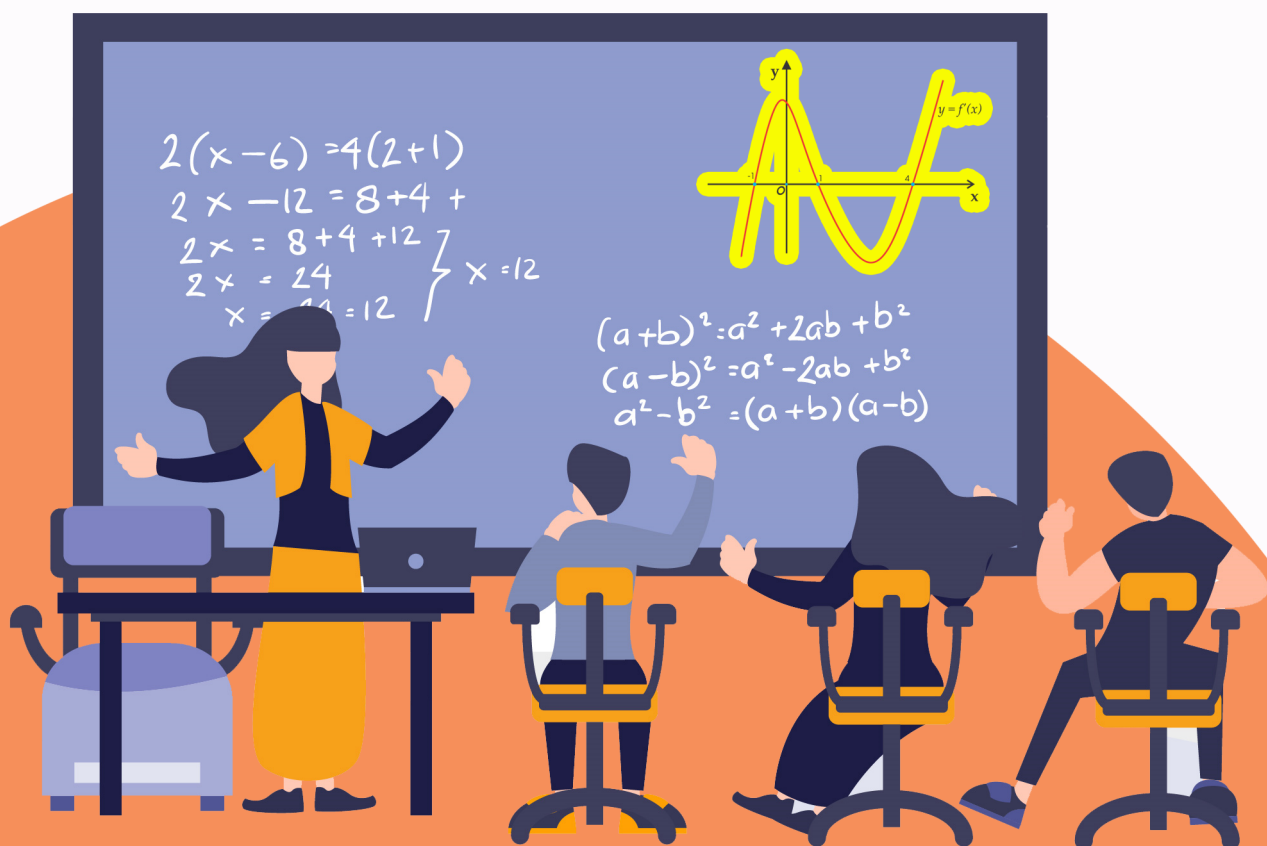
QUYỂN 1

ĐỀ CƯƠNG

GIẢI TÍCH 12

HỌC KỲ 1

Năm học 2022 - 2023



BIÊN SOẠN: NGUYỄN VĂN HOÀNG

MỤC LỤC

Chuyên đề 1: ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM	1
§1- SỰ ĐỒNG BIẾN - NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ	1
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN	1
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	3
Dạng 1.1: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số	3
Dạng 1.2: Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên miền xác định của nó	12
Dạng 1.3: Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+b}$ đơn điệu trên khoảng (α, β)	15
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN	17
Bảng đáp án	27
§2- CỰC TRỊ	28
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN	28
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	29
Dạng 2.4: Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu, giá trị cực đại, giá trị cực tiểu	29
Dạng 2.5: Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ cho trước	32
Dạng 2.6: Biện luận hoành độ cực trị	34
Dạng 2.7: Cực trị hàm trị tuyệt đối và hàm hợp	35
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	38
Bảng đáp án	50
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	51
Bảng đáp án	53
§3- GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ	54
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN	54
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	55
Dạng 3.8: Tìm GTLN - GTNN của hàm số dựa vào đồ thị hoặc BBT	55
Dạng 3.9: Xác định giá trị lớn nhất - giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn	56
Dạng 3.10: Tìm GTLN - GTNN của hàm số trên khoảng	60
Dạng 3.11: Ứng dụng GTLN - GTNN vào bài toán thực tế	62
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	64
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	68
Bảng đáp án	70

§4- TIỆM CẬN	71
A. KIẾN THỨC CƠ BẢN	71
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	71
📁 Dạng 4.12: Tìm TCD - TCN của hàm số cho bởi đồ thị hoặc BBT	71
📁 Dạng 4.13: Tìm TCD - TCN của hàm số cho bởi công thức	73
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN	76
Bảng đáp án	82
§5- ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP	83
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	83
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	84
📁 Dạng 5.14: Nhận dạng đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	84
📁 Dạng 5.15: Nhận dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$	89
📁 Dạng 5.16: Nhận dạng đồ thị hàm nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$	92
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	95
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	100
E. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 3	103
Bảng đáp án	107
§6- BIỆN LUẬN NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH DỰA VÀO ĐỒ THỊ HOẶC BBT	108
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	108
B. CÁC DẠNG BÀI TẬP	108
📁 Dạng 6.17: Giải, biện luận nghiệm phương trình bằng phương pháp đồ thị	108
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN	114
Bảng đáp án	123
📁 Dạng 6.18: Bài toán tương giao đồ thị thông qua hàm số cho trước	123
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN	125
Bảng đáp án	128

Chuyên đề 2: LŨY THỪA - MŨ - LOGARIT 129

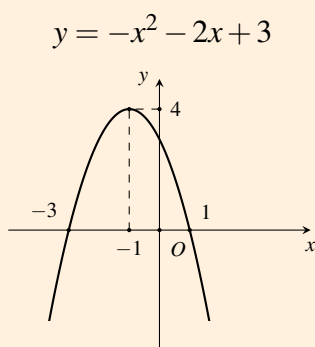
§1- LŨY THỪA	129
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	129
B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	130
📁 Dạng 1.19: Rút gọn biểu thức liên quan đến lũy thừa	130
📁 Dạng 1.20: So sánh hai lũy thừa	135
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	137

Bảng đáp án	140
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	141
Bảng đáp án	142
§2- HÀM SỐ LŨY THỪA	143
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	143
B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	143
📁 Dạng 2.21: Tìm tập xác định của hàm số lũy thừa	143
📁 Dạng 2.22: Tìm đạo hàm của hàm số lũy thừa	146
📁 Dạng 2.23: Đồ thị của hàm số lũy thừa	150
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	152
Bảng đáp án	154
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	154
Bảng đáp án	156
§3- LÔGARIT	157
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	157
B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	158
📁 Dạng 3.24: Câu hỏi lý thuyết	158
📁 Dạng 3.25: So sánh hai lôgarit	160
📁 Dạng 3.26: Tính - rút gọn biểu thức lôgarit	161
📁 Dạng 3.27: Phân tích biểu thức lôgarit theo các lo-ga-rit cho trước	168
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	169
Bảng đáp án	171
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	171
Bảng đáp án	176
§4- HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT	178
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	178
B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN	180
📁 Dạng 4.28: Tìm tập xác định	180
📁 Dạng 4.29: Tính đạo hàm	185
📁 Dạng 4.30: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất	189
📁 Dạng 4.31: Các bài toán liên quan đến đồ thị	190
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	193
Bảng đáp án	196
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	197

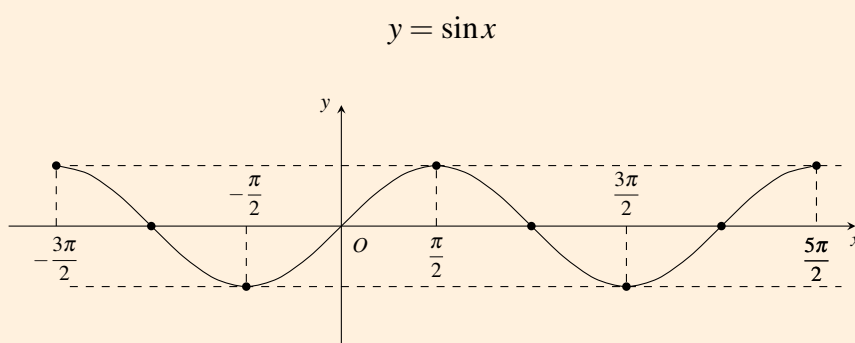
Bảng đáp án	200
§5- PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN	202
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	202
B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	203
📁 Dạng 5.32: Giải phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số	203
📁 Dạng 5.33: Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ	208
📁 Dạng 5.34: Giải phương trình mũ bằng phương pháp lôgarít hóa	210
📁 Dạng 5.35: Giải phương trình lôgarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số ...	211
📁 Dạng 5.36: Giải phương trình lôgarít bằng phương pháp đặt ẩn phụ	216
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	218
Bảng đáp án	224
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	224
Bảng đáp án	229
§6- BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN	230
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ	230
B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	231
📁 Dạng 6.37: Giải bất phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số	231
📁 Dạng 6.38: Giải bất phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ	234
📁 Dạng 6.39: Giải bất phương trình logarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số	236
📁 Dạng 6.40: Giải bất phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ	241
📁 Dạng 6.41: Bài toán lãi kép	242
C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1	244
Bảng đáp án	247
D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2	247
Bảng đáp án	257
§7- PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT CHỨA THAM SỐ	258
A. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP	258
📁 Dạng 7.42: Phương trình có nghiệm đẹp – Định lý Viét	258
📁 Dạng 7.43: Phương trình không có nghiệm đẹp – Phương pháp hàm số	261
📁 Dạng 7.44: Bất phương trình – Phương pháp hàm số	264
B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN	266
Bảng đáp án	269

§ 1. SỰ ĐỒNG BIẾN - NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN



Hình 1



Hình 2

Từ đồ thị trong hình 1 và hình 2 phía trên, hãy chỉ các khoảng tăng, giảm của hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ và của hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

1 Định nghĩa

Định nghĩa

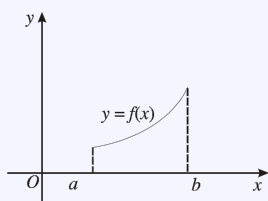
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K với K là khoảng hoặc đoạn hoặc nửa khoảng.

- Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$. Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K được gọi chung là đồng biến và nghịch biến trên K .

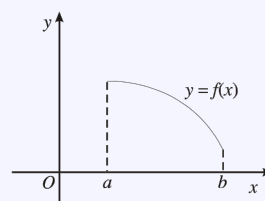
Nhận xét

Từ định nghĩa, nếu $\forall x_1, x_2 \in K$ và $x_1 \neq x_2$ thì hàm số:

- $f(x)$ đồng biến trên $K \Leftrightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} > 0$.
- $f(x)$ nghịch biến trên $K \Leftrightarrow \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$.
- Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị đi lên từ trái sang phải và nghịch biến trên K thì đồ thị đi xuống từ trái sang phải.



Đồng biến



Nghịch biến

2 Tính đồng biến và nghịch biến và dấu của đạo hàm**Định lý (thừa nhận)**

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .

- Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in K$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng K .
- Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in K$ thì hàm số không đổi trên khoảng K .

Định lý mở rộng

Nếu $f'(x) \geq 0, \forall x \in K$ (hoặc $f'(x) \leq 0, \forall x \in K$) và $f'(x) = 0$ chỉ tại một số điểm hữu hạn của K thì hàm số đồng biến (nghịch biến) trên khoảng K .

Ví dụ

Hàm số $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x - 7$ xác định trên $\mathbb{R}$ và $y' = 6x^2 + 12x + 6 = 6(x+1)^2$. Do đó $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1$ và $y' > 0, \forall x \neq -1$. Theo định lý mở rộng, hàm số luôn đồng biến.

Lưu ý

Nếu K là một đoạn hoặc nửa khoảng thì phải bổ sung giả thiết "hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó".

Chẳng hạn: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm $f'(x) > 0, \forall x \in K$ trên khoảng $(a; b)$ thì hàm số đồng biến trên đoạn $[a; b]$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1.1. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số

■ Bài toán: Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến (khảo sát chiều biến thiên) của hàm số $y = f(x)$.

Phương pháp:

- Bước 1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$.
- Bước 2. Tìm các điểm tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
- Bước 3. Sắp xếp các điểm theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên (xét dấu y').
- Bước 4. Kết luận về các khoảng đồng biến và nghịch biến dựa vào bảng biến thiên.

Câu 1. Tìm các khoảng đơn điệu (đồng biến và nghịch biến) của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$.

.....

.....

Câu 3. Tìm các khoảng đơn điệu (đồng biến và nghịch biến) của hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -x^3 + 3x + 5$.

.....

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 5. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 6. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 7. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 4$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 8. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 5$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Câu 9. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 4$.

.....
.....
.....

Câu 10. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = -2x^4 - x^2 + 4$.

.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 13. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 14. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{x-1}{3x}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 15. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{x-3}{2x+5}$.

.....

.....

.....

Câu 16. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{1-2x}{2x-3}$.

.....

.....

.....

Câu 17. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = x + \frac{16}{x}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = 2x + \frac{2}{x}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 19. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 3}{x - 2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 20. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 21. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{4 - x^2}$.

.....

.....

.....

.....

Câu 22. Tìm các khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 23. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)^3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 24. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x^2(x^2-4)(x-2)^2$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 25. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x^3(x^2-1)(x+3)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26. Tìm các khoảng đơn điệu của hàm số $f(x)$ biết $f'(x) = x(x-3)^2(2x-1)^3$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$

.....

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $g(x) = f(x-1) + 2$

.....

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	2	5	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

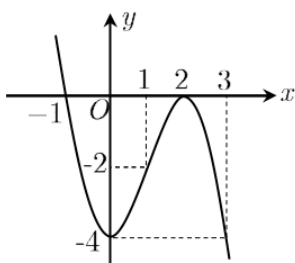
Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $g(x) = f(3 - 2x)$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	1	2	4	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

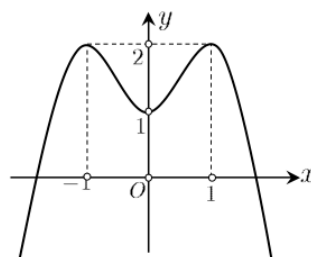
Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $g(x) = f(x - 1) + 2$

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

.....

.....

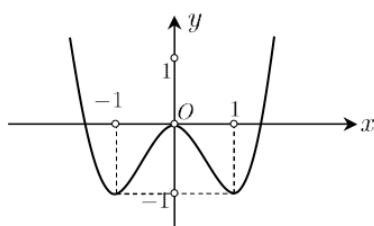
.....

.....

.....

.....

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

.....

.....

.....

.....

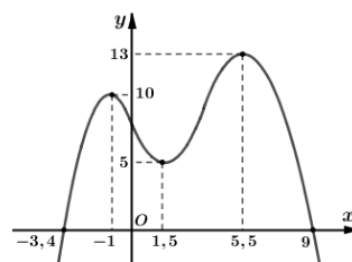
.....

.....

.....

.....

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

.....

.....

.....

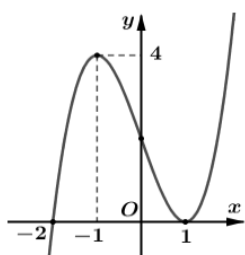
.....

.....

.....

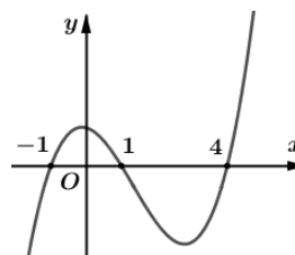
.....

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



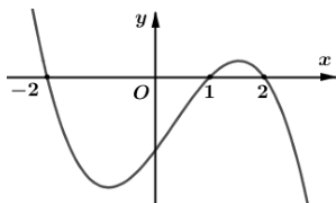
Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



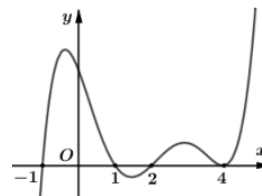
Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



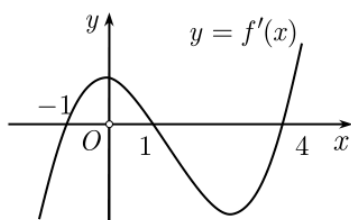
Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



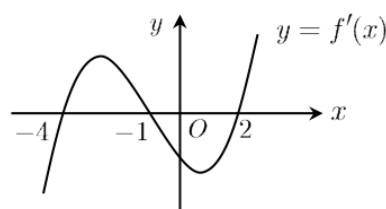
Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x)$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(2 - x)$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x^2 - 5)$

.....

.....

.....

.....

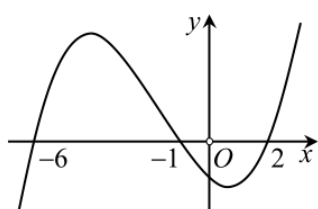
.....

.....

.....

.....

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(3 - x^2)$

.....

.....

.....

.....

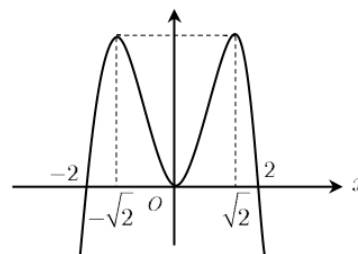
.....

.....

.....

.....

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(2x - 4)$

.....

.....

.....

.....

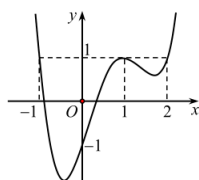
.....

.....

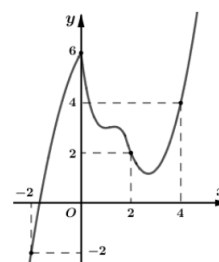
.....

.....

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = f(x) - x$

Tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = 2f(x) - x^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 1.2. Tìm tham số m để hàm số đơn điệu trên miền xác định của nó

1 Tìm m để hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đơn điệu trên tập xác định

Phương pháp:

- Bước 1. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.
- Bước 2. Ghi điều kiện để hàm đơn điệu, chẳng hạn:

$$- \text{Để } f(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R} \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} > 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m?$$

$$- \text{Để } f(x) \text{ nghịch biến trên } \mathbb{R} \Rightarrow y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a_{y'} < 0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases} \Rightarrow m?$$

Lưu ý

- Dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$.
 - $f(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
 - $f(x) \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases}$.
- Nếu hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có a chứa tham số thì khi giải toán, ta cần chia ra hai trường hợp. Đó là trường hợp $a = 0$ để xét tính đúng sai (nhận loại m) và trường hợp $a \neq 0$ (sử dụng dấu tam thức bậc hai).

2 Tìm m để hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định

Phương pháp:

• Bước 1. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$. Tính đạo hàm $y' = \frac{a.d - b.c}{(cx+d)^2}$.

• Bước 2. Ghi điều kiện để hàm đơn điệu. Chẳng hạn:

– Để $f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó

$$\Rightarrow y' > 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow a.d - b.c > 0 \Rightarrow m ?$$

– Để $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó

$$\Rightarrow y' < 0, \forall x \in \mathcal{D} \Leftrightarrow ad - bc < 0 \Rightarrow m ?$$

Câu 1. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx+4m}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-3m}{x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = \frac{x+m^2}{x+1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx+5m-6}{x-m}$

nghịch biến trên từng khoảng xác định

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-8m+9}{x+m}$

nghịch biến trên từng khoảng xác định

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Tìm m để hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 152$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tìm m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - (2m-9)x + 6$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Tìm m để hàm số $y = \frac{2}{3}x^3 + (m-2)x^2 + (m^2-5m+6)x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m-2)x + m^2 - 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (8 - 2m)x + m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 13. Tìm m để hàm số $f(x) = -x^3 - mx^2 + (4m + 9)x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 12. Tìm m để hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m + 2)x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 14. Tìm m để hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Dạng 1.3. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên khoảng (α, β)

Phương pháp:

• Bước 1. Tìm tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ và tính $y' = \frac{ad - cb}{(cx + d)^2}$.

• Bước 2. Hàm số tăng trên $(\alpha; \beta)$

$$\Rightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ x \neq -\frac{d}{c} \\ x \in (\alpha; \beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - cb > 0 \\ -\frac{d}{c} \notin (\alpha; \beta) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ad - cb > 0 \\ \left[\begin{array}{l} -\frac{d}{c} \leq \alpha \\ -\frac{d}{c} \geq \beta \end{array} \right] \Rightarrow m. \end{cases}$$

- Lưu ý: Lý luận tương tự cho trường hợp nghịch biến hoặc trên $(-\infty; \alpha), [\alpha; +\infty), \dots$

Câu 1. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm m để hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-3m+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tìm m để hàm số $y = \frac{x+1}{x+3m}$ nghịch biến trên khoảng $(6; +\infty)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx-16}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-1; 2)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (Mã 105 - 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

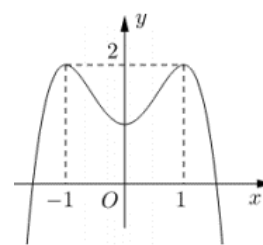
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☐ (A) $(-\infty; -1)$.
 ☐ (B) $(-1; 0)$.
 ☐ (C) $(0; 3)$.
 ☐ (D) $(0; +\infty)$.

Câu 2 (Mã đề 102 - THPT 2021 - Lần 1).

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☐ (A) $(-1; 1)$.
 ☐ (B) $(-\infty; 0)$.
 ☐ (C) $(0; 1)$.
 ☐ (D) $(0; +\infty)$.



Câu 3 (Mã 104 2021 - Lần 2). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- ☐ (A) $(-\infty; -1)$.
 ☐ (B) $(0; +\infty)$.
 ☐ (C) $(-1; 1)$.
 ☐ (D) $(-1; 0)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ

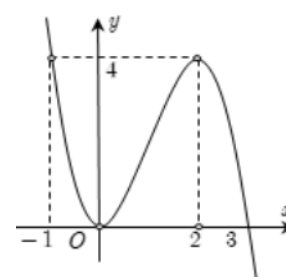
x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- ☐ (A) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 ☐ (B) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 ☐ (C) $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 ☐ (D) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng ?

- ☐ (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
 ☐ (B) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$, $(2; 3)$.
 ☐ (C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$.
 ☐ (D) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$.



Câu 6. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$ Hỏi mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai**?

- (A) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. (B) $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; 0)$.
(C) $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. (D) $f(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$ Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. (B) Nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
(C) Đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$. (D) Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 8. Cho hàm số: $y = \frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x - 3$ Khẳng định nào đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. (B) Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. (D) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 - x + 2$ Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- (A) Hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
(B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$, đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
(D) Hàm số luôn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = x^2(3 - x)$ Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- (A) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$. (B) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
(C) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$. (D) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 11. Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào ?

- (A) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. (D) $(-\infty; 0)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = x^4 + 4x^2 + 3$ Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên $(0; +\infty)$.
(B) Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 0)$ và đồng biến trên $(0; +\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 2018$ Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$. (B) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
(C) $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$. (D) $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Câu 14. Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$ Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$.
(B) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.
(D) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$. (B) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$. (D) Hàm số nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$. (B) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. (D) Hàm số nghịch biến trên với $x \neq 1$.

Câu 17. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- (A) $y = 3x^3 + 3x - 2$. (B) $y = 2x^3 - 5x + 1$. (C) $y = x^4 + 3x^2$. (D) $y = \frac{x-2}{x+1}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- (A) Hàm số nghịch biến trên $(-3; 1)$.
(B) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$.
(C) Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
(D) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -3)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 19. Tìm tất cả các khoảng nghịch biến của hàm số $y = \frac{x^2 - 3x + 5}{x+1}$.

- (A) $(-4; 2)$. (B) $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
(C) $(-4; -1)$ và $(-1; 2)$. (D) $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- (A) Hàm số nghịch biến trên $(0; 2)$. (B) Hàm số nghịch biến trên $(1; 2)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$. (D) Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

Câu 21. Hàm số $y = \sqrt{25 - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

- (A) $(-5; 0)$. (B) $(0; 5)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $(0; +\infty)$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ Khẳng định nào đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$. (B) Hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -2)$. (D) Hàm số đồng biến trên $(-2; 2)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = \sqrt{x^2 - 9}$ Khẳng định nào sai?

- (A) Hàm số đồng biến trên $(3; +\infty)$. (B) Hàm số nghịch biến trên $(3; +\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 3)$. (D) Hàm số đồng biến trên $(4; 8)$.

Câu 24. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

- Ⓐ $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 - 1$. Ⓒ $y = x^3 + 3x^2 + 1$. Ⓓ $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 25. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2+x)x^2$ Tìm khẳng định đúng ?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (0; +\infty)$.
 Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
 Ⓒ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2), (0; +\infty)$.
 Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$ Hỏi hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(-1; 1)$. Ⓒ $(2; +\infty)$. Ⓓ $(1; 2)$.

Câu 27. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2			$+\infty$
		1			1		

- Ⓐ $y = -x^4 + 2x^2 + 2$. Ⓑ $y = x^4 - 2x^2 + 2$. Ⓒ $y = x^4 - 2x - 2$. Ⓓ $y = -x^4 + 2x - 2$.

Câu 28. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên dưới ?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	
y	1	$-\infty$	1

- Ⓐ $y = \frac{x+1}{x-2}$. Ⓑ $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Ⓒ $y = \frac{2x+5}{x+2}$. Ⓓ $y = \frac{2x-3}{x-2}$.

Câu 29. Tìm m để hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- Ⓐ $m \geq -1$. Ⓑ $m > -1$. Ⓒ $m \geq 1$. Ⓓ $m > 1$.

Câu 30. Tìm m để hàm số $y = \frac{x-m+2}{x+1}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

- Ⓐ $m \leq 1$. Ⓑ $m < -3$. Ⓒ $m < 1$. Ⓓ $m \leq -3$.

Câu 31. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó.

- (A) 2. (B) 3. (C) 5. (D) Vô số.

Câu 32. Tìm m để hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

- (A) $(1, +\infty)$. (B) $[1, +\infty)$. (C) $(2, +\infty)$. (D) $[2, +\infty)$.

Câu 33. Tìm tham số m sao cho hàm số $y = \frac{mx-6m+5}{x-m}$ đồng biến trên $(3; +\infty)$

- (A) $1 < m \leq 3$. (B) $1 < m < 5$. (C) $1 \leq m \leq 5$. (D) $1 \leq m < 3$.

Câu 34. Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{mx-9}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$

- (A) $-3 < m \leq 2$. (B) $-3 < m < 2$. (C) $m \leq 2$. (D) $2 \leq m < 3$.

Câu 35. Có mấy giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) Vô số.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m+2)x + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) 2. (B) 4. (C) 7. (D) Vô số.

Câu 37. Tìm tham số m sao cho hàm số $f(x) = (m+2)\frac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ luôn nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

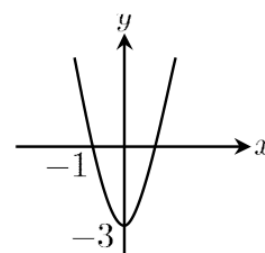
- (A) $m < -2$. (B) $m \geq -2$. (C) $m \leq -2$. (D) $m \in \mathbb{R}$.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3-2m)x + m$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) 1. (B) Vô số. (C) 0. (D) 2.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi khẳng định nào đúng ?

- (A) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.
 (B) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 (C) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 (D) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.



Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên:

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(1; 2)$. (D) $(-\infty; -1)$.

Câu 41. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định ?

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 5.

Câu 42. Có tất cả bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = \frac{(m+1)x-2}{x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó ?

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 43. Tìm m để hàm số $y = \frac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$

- (A) $m < 1 \vee m > 2$. (B) $m \geq 1$. (C) $-1 < m < 2$. (D) $1 \leq m < 2$.

Câu 44. Tìm m để hàm số $y = \frac{mx+6}{2x+m+1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$

- (A) $-4 < m < 3$. (B) $\begin{cases} -4 \leq m < -3 \\ 1 < m \leq 3 \end{cases}$. (C) $1 \leq m < 4$. (D) $\begin{cases} -4 < m \leq -3 \\ 1 \leq m < 3 \end{cases}$.

Câu 45. Có mấy giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x + 2018$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) 5. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 46. Tìm m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-5)x$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) $m \leq -2$. (B) $-2 \leq m \leq 2$. (C) $m \geq 2$. (D) $-2 < m < 2$.

Câu 47. Tìm m để hàm số $y = mx^3 + mx^2 + (m-1)x - 3$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) $m < 0$. (B) $m \geq 0$. (C) $m \geq \frac{3}{2}$. (D) $0 < m < \frac{3}{2}$.

Câu 48. Tìm m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x - 3$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) $-\frac{1}{4} \leq m < 0$. (B) $m \leq -\frac{1}{4}$. (C) $m < 0$. (D) $m > 0$.

Câu 49. Hàm số $y = -3x^4 - (3m^2 - 3m + 1)x^2 + 5m^2 - 2m + 2$ nghịch biến trong khoảng:

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $(-4; +\infty)$.

Câu 50. Tìm m sao cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx - 201$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$

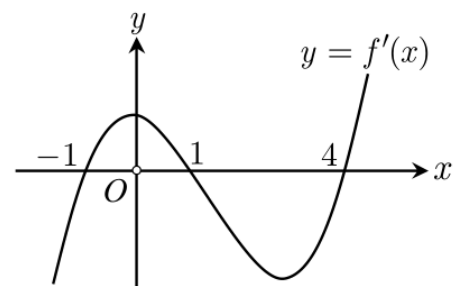
- (A) $m \leq -1$. (B) $m = -1$. (C) $m \geq -1$. (D) $m = 1$.

Câu 51. Tìm m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - mx$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$

- (A) $m > -1$. (B) $-1 < m < -3$. (C) $m \leq -3$. (D) $m \geq 3$.

Câu 52. Cho hàm số $y = f(x)$ Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên cạnh. Hàm số $g(x) = f(3-2x) + 2021$ nghịch biến trên khoảng

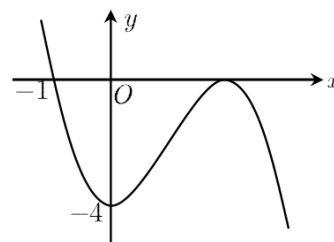
- (A) $(1; 2)$. (B) $(2; +\infty)$. (C) $(-\infty; 1)$. (D) $(-1; 1)$.



Câu 53. Cho hàm số $y = f(x)$ Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số $y = f(3x + 2)$ nghịch biến trên khoảng

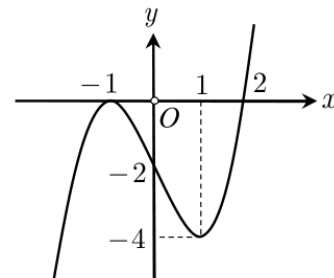
- (A) $(-\infty; 3)$. (B) $(-1; +\infty)$.
(C) $(-4; -1)$. (D) $(-2; 0)$.



Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ

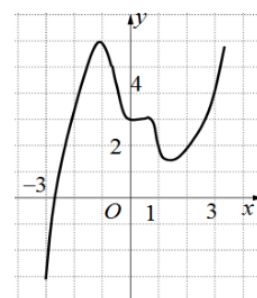
bên. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$. (B) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
(C) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$. (D) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



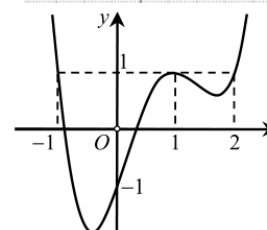
Câu 55. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x) = 2f(1-x) - (x-2)^2$ đồng biến trên khoảng

- (A) $(-\infty; -4)$. (B) $(-2; 0)$.
(C) $(-4; -2)$. (D) $(0; 4)$.



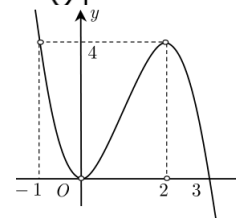
Câu 56. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

- (A) $(1; +\infty)$. (B) $(-1; 2)$.
(C) $(2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -1)$.



Câu 57. Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ. Chọn đáp án đúng ?

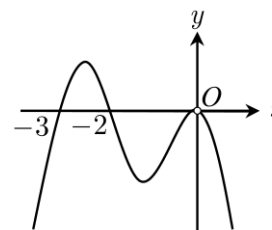
- (A) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
(B) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0), (2; 3)$.
(C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$.
(D) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$.



Câu 58. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$

Biết rằng $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

- (A) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$. (B) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
(C) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$. (D) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -2)$.



Câu 59. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2 + 2x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(x^2 - 1) - 3x^2$ là

- (A) $(0; \sqrt{2})$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(-\sqrt{2}; 0)$. (D) $(-\infty; -\sqrt{2})$.

Câu 60. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-5)x + 1$ nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ⓐ 7.

Ⓑ 3.

Ⓒ 4.

Ⓓ 5.

Câu 61. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m+3)x + 2$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ⓐ Vô số.

Ⓑ 5.

Ⓒ 3.

Ⓓ 7.

Câu 62. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{mx^3}{3} - mx^2 + (3-2m)x + m$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ⓐ 1.

Ⓑ Vô số.

Ⓒ 0.

Ⓓ 2.

Câu 63. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - m)x^3 + 2mx^2 + 3x - 1$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

Ⓐ 4.

Ⓑ 3.

Ⓒ 5.

Ⓓ Vô số.

Câu 64. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - 1}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

Ⓐ $m < 1$.Ⓑ $m > 1$.Ⓒ $0 \leq m \leq 1$.Ⓓ $m \leq 1$.

Câu 65. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$

Ⓐ 16.

Ⓑ 19.

Ⓒ 17.

Ⓓ 18.

Câu 66. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = \frac{mx - 6m + 5}{x - m}$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$

Ⓐ 2.

Ⓑ 3.

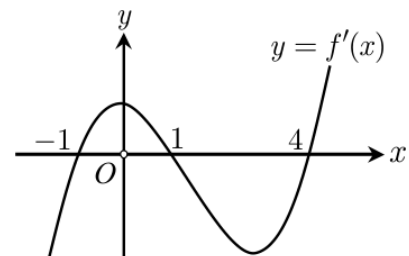
Ⓒ 12.

Ⓓ 11.

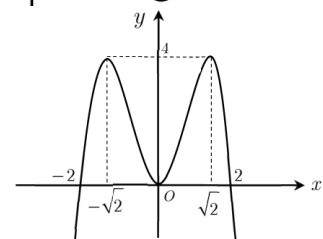
Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 3(m^2 - 1)x$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$

Ⓐ $-2 < m \leq 2$.Ⓑ $m < -2$ hoặc $m \geq 2$.Ⓒ $-2 \leq m \leq 2$.Ⓓ $m \leq -2$ hoặc $m \geq 2$.

Câu 68. Cho hàm số $y = f(x)$ Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình. Hàm số $g(x) = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng

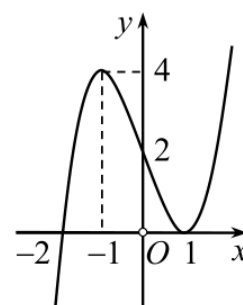
Ⓐ $(1; 3)$.Ⓑ $(2; +\infty)$.Ⓒ $(-2; 1)$.Ⓓ $(-\infty; 2)$.

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $g(x) = f(2x-4)$ đồng biến trên khoảng

Ⓐ $(-2; 2)$.Ⓑ $(-3; 3)$.Ⓒ $(-\infty; -3)$.Ⓓ $(3; +\infty)$.

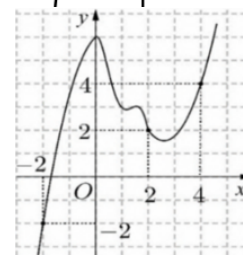
Câu 70. Cho hàm số $y = f(x)$ Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$ Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- (A) $g(x)$ đồng biến trên $(-1; 0)$. (B) $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.
(C) $g(x)$ nghịch biến trên $(1; 2)$. (D) $g(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.



Câu 71. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Đặt $h(x) = f(x) - \frac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) $h(x)$ đồng biến trên $(-2; 3)$. (B) $h(x)$ đồng biến trên $(0; 4)$.
(C) $h(x)$ nghịch biến trên $(0; 1)$. (D) $h(x)$ nghịch biến trên $(2; 4)$.



Câu 72. Có mấy giá trị nguyên của tham số $m \in (-20; 20)$ để hàm số $y = \frac{5}{3}x^3 - \frac{45}{2x^3} - 9mx$ đồng biến trên $(0; +\infty)$

- (A) 20. (B) 21. (C) 22. (D) 23.

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên:

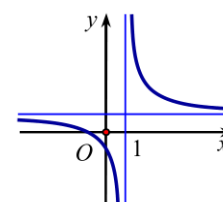
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$

Hỏi hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

- (A) $(-2; 0)$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(-\infty; -1)$. (D) $(-1; 1)$.

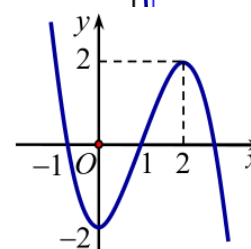
Câu 74. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- (A) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (B) $y' > 0, \forall x \neq 1$. (C) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. (D) $y' < 0, \forall x \neq 1$.



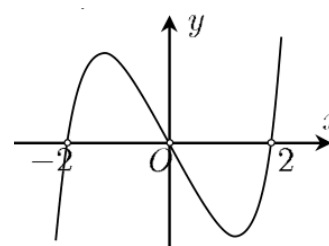
Câu 75. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(-2; 2)$.
(C) $(-\infty; 0)$. (D) $(0; 2)$.



Câu 76. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên dưới. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng ?

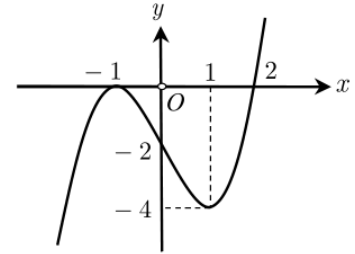
- (A) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
(B) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
(C) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
(D) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.



Câu 77. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$ Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- (A) $(-1; 1)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(-\infty; -1)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 78. Cho hàm số $y = f(x)$ Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$ Mệnh đề nào dưới đây sai?



- (A) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
 (B) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 (C) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
 (D) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 79. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = (m-1)x^3 + (m-1)x^2 + x + m^2$ đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) Vô số.

Câu 80. Hàm số $y = \frac{mx-1-m^2}{x+1}$ với m là tham số. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

- (A) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$. (B) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 (C) Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định. (D) Hàm số đồng biến trên các khoảng xác định.

Câu 81. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+7m-8}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$

- (A) 3. (B) 6. (C) 8. (D) 7.

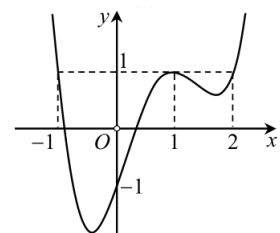
Câu 82. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $f(x) = \frac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

- (A) $-3 \leq m \leq -1$. (B) $-3 < m \leq -1$. (C) $-3 \leq m \leq 3$. (D) $-3 < m < 3$.

Câu 83. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3 - 3x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khoảng đồng biến của hàm số $g(x) = f(2x+1) + 4x$ là

- (A) $(-2; 4)$. (B) $(-\infty; \frac{3}{2})$. (C) $(-2; +\infty)$. (D) $(-\frac{3}{2}; 5)$.

Câu 84. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x) - x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

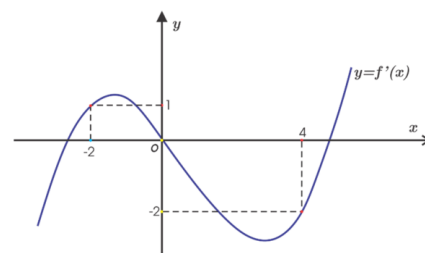


- (A) $(1; +\infty)$. (B) $(-1; 2)$. (C) $(2; +\infty)$. (D) $(-\infty; -1)$.

Câu 85 (Đề tham khảo Bộ GD&ĐT 2020 lần 1).

Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(1 - 2x) + x^2 - x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $\left(1; \frac{3}{2}\right)$. Ⓑ $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. Ⓒ $(-2; -1)$. Ⓓ $(2; 3)$.



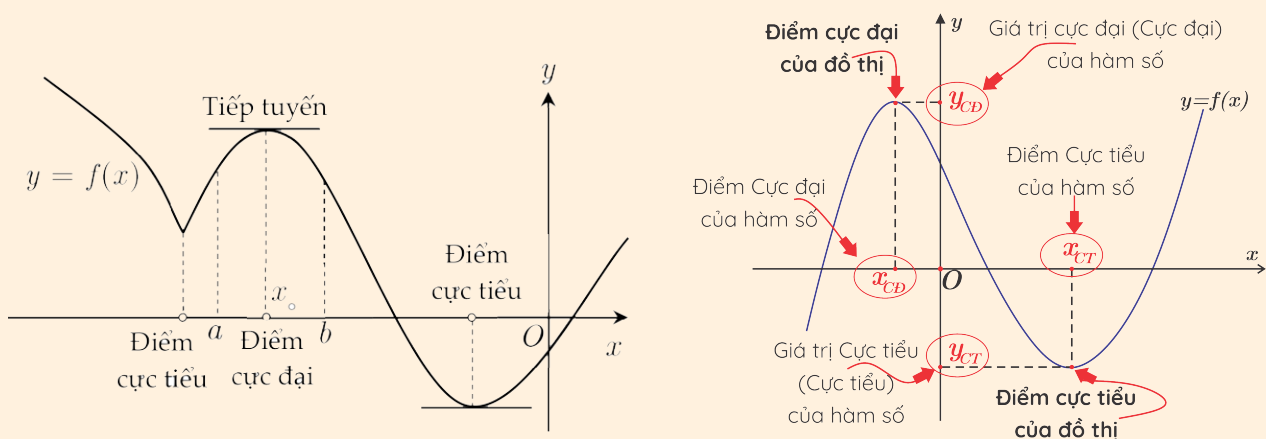
BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. A	4. C	5. D	6. D	7. A	8. D	9. D	10. C
11. B	12. C	13. C	14. D	15. B	16. C	17. A	18. A	19. C	20. D
21. B	22. A	23. B	24. C	25. D	26. D	27. B	28. A	29. B	30. C
31. B	32. D	33. A	34. A	35. C	36. A	37. C	38. D	39. C	40. C
41. C	42. C	43. D	44. D	45. B	46. B	47. C	48. B	49. B	50. A
51. C	52. A	53. B	54. C	55. B	56. B	57. D	58. B	59. C	60. D
61. B	62. D	63. A	64. D	65. D	66. A	67. C	68. C	69. B	70. C
71. D	72. C	73. A	74. D	75. D	76. C	77. B	78. C	79. B	80. D
81. C	82. B	83. D	84. B	85. B					

§2. CỰC TRỊ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1 Khái niệm cực đại, cực tiểu



Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(a; b)$, của đồ thị (có thể a là $-\infty$, b là $+\infty$) và $x_0 \in (a; b)$:

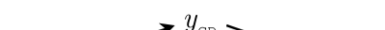
- Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .
- Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .

2 Các định lý

❖ **Định lý 2.1 (Điều kiện cần).** Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và đạt cực đại (hoặc cực tiểu) tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

❖ **Định lý 2.2 (Điều kiện đủ).** Giả sử $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $K = (x_0 - h; x_0 + h)$ và có đạo hàm trên K hoặc trên $K \setminus \{x_0\}$, với $h > 0$. Khi đó:

- Nếu $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

x	$x_{\circ}-h$	$x_{\circ}$	$x_{\circ}+h$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

x	$x_{\circ}-h$	$x_{\circ}$	$x_{\circ}+h$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Nói cách khác:

- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 .
- Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 .

❖ **Định lý 2.3.** Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0 - h; x_0 + h)$, với $h > 0$. Khi đó:

- Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.
- Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.

Chú ý: Một hàm số chỉ có thể đạt cực trị tại một điểm mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0, hoặc tại đó hàm số không có đạo hàm, chẳng hạn hàm số $y = |x|$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 2.4. Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu, giá trị cực đại, giá trị cực tiểu

■ Bài toán: Tìm các điểm cực đại, cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = f(x)$.

Phương pháp:

- Bước 1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số.
- Bước 2. Tính đạo hàm $y' = f'(x)$. Tìm các điểm $x_i, (i = 1, 2, 3, \dots, n)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
- Bước 3. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên.
- Bước 4. Từ bảng biến thiên, suy ra các điểm cực trị (dựa vào nội dung định lý 2).

Câu 1. Tìm giá trị cực đại, giá trị cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = x^3 - 3x + 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Tìm giá trị cực đại, giá trị cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = -x^3 + 3x - 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = x^3 - 3x$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Tìm giá trị cực đại, giá trị cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = x^4 + 3x^2 + 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Tìm điểm cực đại, điểm cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 8. Tìm giá trị cực đại, giá trị cực tiểu (nếu có) của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x^3(x - 2)^2(x - 9)$. Tìm điểm cực đại, cực tiểu của hàm $y = f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x^2(x - 1)^3(2x - 8)$. Tìm điểm cực đại, cực tiểu của hàm $y = f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x^2(x^2 - 4)^4(x - 2)$. Tìm điểm cực đại, cực tiểu của hàm $y = f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $f'(x) = x^3(x^2 - 9)^8(6 - x)$. Tìm điểm cực đại, cực tiểu của hàm $y = f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2.5. Tìm tham số m để hàm số đạt cực trị tại điểm $x = x_0$ cho trước

Phương pháp:

- Bước 1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$. Tính đạo hàm y' .
- Bước 2. Dựa vào nội dung định lý 1 : Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a; b)$ và đạt cực đại (hoặc cực tiểu) tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- Bước 3. Với m vừa tìm, thế vào hàm số và thử lại (dựa vào định lý 2 và 3).

Lưu ý:

- Đối với hàm số bậc ba nên thử lại bằng nội dung định lý 3 (phù hợp trắc nghiệm). Giả sử $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(a; b)$.
 - Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) > 0$ thì x_0 là điểm cực tiểu.
 - Nếu $y'(x_0) = 0, y''(x_0) < 0$ thì x_0 là điểm cực đại.
- Đối với các hàm khác chẳng hạn như bậc bốn trùng phương (thiếu b), hoặc hàm phân thức, ... nên thử lại bằng định lý 2 (tính y' và xét dấu, lập bảng biến thiên).

Câu 1. Cho hàm $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$.

Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

.....

Câu 2. Cho $y = \frac{1}{3}x^3 - (m - 1)x^2 + (m^2 - 3m +$

$2)x$. Tìm m để hàm số đạt CĐ tại $x = 0$.

.....

Câu 3. Cho hàm $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 +$

$(m^2 - m + 1)x$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

.....

Câu 4. Cho hàm $y = \frac{1}{3}x^3 - (m - 1)x^2 +$

$(m^2 + 2m)x$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

.....

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 5. Cho hàm $y = mx^3 - 3x^2 + 12x + 2$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

Câu 6. Cho hàm $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

Câu 7. $y = x^4 - (m + 1)x^2 + (m^2 - m)x$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 8. Cho hàm $y = x^4 - 2mx^2 + 2m + m^4$. Tìm m để hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	

 Dạng 2.6. Biện luận hoành độ cực trị

Câu 1. Cho hàm $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx + m^2$. Tìm m để hàm số có 2 điểm cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho hàm $y = (1 - m)x^3 - 3x^2 + 3x - 5$. Tìm m để hàm số có 2 điểm cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 3. Cho hàm $y = -x^3 + (2m - 1)x^2 - (2 - m)x - 1$. Tìm m để hàm có 2 điểm cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4. Cho hàm $y = 2x^3 - (m - 2)x^2 + (6 - 3m)x + 1$. Tìm m để hàm có 2 điểm cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho hàm $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m^2$. Tìm m để hàm số không có cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Cho hàm $y = -\frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (3m + 2)x + 1$. Tìm m để hàm số không có cực trị.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 2.7. Cực trị hàm trị tuyệt đối và hàm hợp

Ví dụ 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm m để đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A $\frac{5}{4} < m < 2$.

B $\frac{5}{4} \leq m \leq 2$.

C $-\frac{5}{4} < m < 2$.

D $-2 < m < \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2-m = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(2m-1)^2 - 12(2-m) > 0 \\ 2m-1 > 0 \\ 2-m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \vee m > \frac{5}{4} \\ \frac{1}{2} < m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2.$$

□

Ví dụ 2. Tìm số nguyên bé nhất của m để hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị.

A -2.

B 2.

C 5.

D 0.

Ví dụ 3. Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 + \frac{1}{2}(2m-1)x^2 - m|x| + m^2$ có 5 điểm cực trị.

A $-1 < m < 2$.

B $-2 < m < \frac{1}{2}$.

C $m < \frac{1}{2}$.

D $0 < m < \frac{1}{2}$.

 **Ví dụ 4.** Có mấy giá trị nguyên của m để hàm số $y = |x|^3 + 5x^2 - (3m + 1)|x| + m$ có 5 điểm cực trị.

(A) 3.

(B) 5.

(C) 7.

(D) 9.

 **Ví dụ 5.** Có mấy giá trị nguyên của m để hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$ có 7 điểm cực trị.

(A) 3.

(B) 4.

(C) 5.

(D) 6.

 **Ví dụ 6.** Có mấy giá trị nguyên của m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị.

(A) 16.

(B) 27.

(C) 26.

(D) 44.

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Tính tổng các giá trị của m để hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị.

(A) 3.

(B) 6.

(C) 5.

(D) 10.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8.

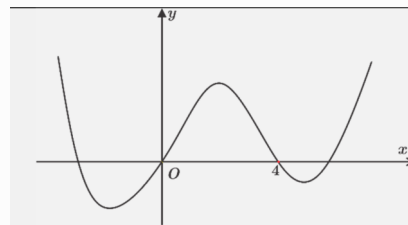
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x^3 + 3x^2)$ là

(A) 5.

(B) 3.

(C) 7.

(D) 11.



.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9 (Đề thi THPT 2019 - Mã 101). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên hàm số $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$			2			$+\infty$	
			-3			-1		

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x^2 - 2x)$ là

- ☐ A. 9. ☐ B. 3. ☐ C. 7. ☐ D. 5.

.....

.....

.....

.....

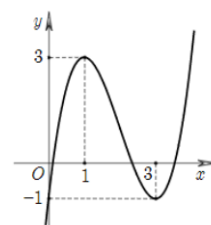
.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1 (Chuyên ĐH Vinh - 2022 - Lần 3).

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- ☐ A. $y = -1$. ☐ B. $x = 1$. ☐ C. $y = 3$. ☐ D. $x = 3$.



Câu 2 (Chuyên ĐH Vinh 2022 - Lần 2).

Hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị?

- ☐ A. $y = \frac{x-2}{x-1}$. ☐ B. $y = x^8 + 2$. ☐ C. $y = 2x^4 + x^2 - 3$. ☐ D. $y = x^8 + x^2 - 2$.

Câu 3 (Mã 101 - TN THPT 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2			$+\infty$
	$-\infty$			-2		

$\swarrow$ $\searrow$ $\swarrow$
 $-\infty$ -2

Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

(A) $x = -2$.

(B) $x = 2$.

(C) $x = -1$.

(D) $x = 1$.

Câu 4 (Đề Tham Khảo 2020 - Lần 1).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 2.

(B) 3.

(C) 0.

(D) -4.

Câu 5 (Đề Tham Khảo 2020 - Lần 2).

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

(A) $x = -2$.

(B) $x = 2$.

(C) $x = 1$.

(D) $x = -1$.

Câu 6 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ 2 $\searrow$	-5	$\nearrow$ $+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

(A) 3.

(B) -5.

(C) 0.

(D) 2.

Câu 7 (Mã 102 - 2020 Lần 1). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		2		$-\infty$
		-3			

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) 3. (B) 2. (C) -2. (D) 3.

Câu 8. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- (A) 2. (B) -2. (C) 3. (D) -1.

Câu 9. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-3		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) 3. (B) -3. (C) -1. (D) 2.

Câu 10. (Mã 105 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		2	
	2			-5		

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$. (B) Hàm số có bốn điểm cực trị.
(C) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$. (D) Hàm số không có cực đại.

Câu 11. (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

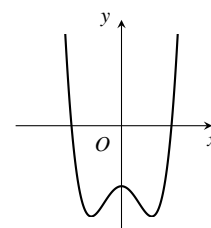
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		1	5	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- (A) 5. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 12. (Mã 104 - 2018) Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.



Câu 13. (Mã 110 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		0	$+\infty$
	$-\infty$					

Tìm giá trị cực đại y_C và giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho.

- (A) $y_{CD} = 2$ và $y_{CT} = 0$. (B) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = 0$.
(C) $y_{CD} = 3$ và $y_{CT} = -2$. (D) $y_{CD} = -2$ và $y_{CT} = 2$.

Câu 14. (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

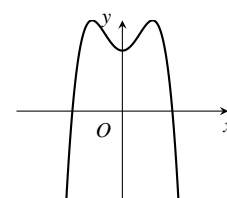
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			3		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Hàm số đạt cực đại tại:

- (A) $x = -2$. (B) $x = 3$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

Câu 15. (Mã 103 - 2018) Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.



Câu 16. (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại

Ⓐ $x = -2$.

Ⓑ $x = 3$.

Ⓒ $x = 1$.

Ⓓ $x = 2$.

Câu 17. (Mã 123 - 2017) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây sai

Ⓐ Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.

Ⓑ Hàm số có hai điểm cực tiểu.

Ⓒ Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Ⓓ Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 18. (Mã 104 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			2		$+\infty$	
	$-\infty$			-2		

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

Ⓐ $x = 2$.

Ⓑ $x = -2$.

Ⓒ $x = 1$.

Ⓓ $x = 3$.

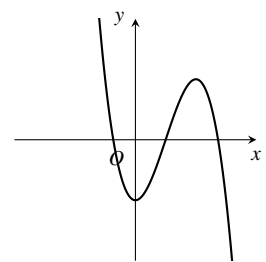
Câu 19. (Mã 102 - 2018) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là

Ⓐ 3.

Ⓑ 2.

Ⓒ 0.

Ⓓ 1.



Câu 20. (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-3	1		$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

Ⓐ $x = -1$.

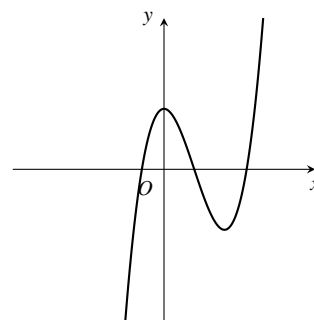
Ⓑ $x = -3$.

Ⓒ $x = 2$.

Ⓓ $x = 1$.

Câu 21. (Mã 101 - 2018) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 1.



Câu 22. (Đề Tham Khảo 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5		$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

- Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $x = 5$. Ⓓ $x = 2$.

Câu 23. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			2		$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = -3$.

Câu 24. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$			3		$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

- Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x = -2$.

Câu 25. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = 3$.

Ⓑ $x = 2$.

Ⓒ $x = -2$.

Ⓓ $x = -1$.

Câu 26. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			1			$+\infty$
	$-\infty$			-3		

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x = -2$.

Ⓑ $x = -3$.

Ⓒ $x = 1$.

Ⓓ $x = 3$.

Câu 27. (Đề Tham Khảo 2020 - Lần 1) Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 0.

Ⓑ 2.

Ⓒ 1.

Ⓓ 3.

Câu 28. (Đề Tham Khảo 2020 - Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 3.

Ⓑ 0.

Ⓒ 2.

Ⓓ 1.

Câu 29. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ 4.

Ⓑ 1.

Ⓒ 2.

Ⓓ 3.

Câu 30. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm $f(x)$ liên tục trên và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$-$

Số điểm cực tiểu của hàm số là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 31. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Câu 32. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	-2	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là:

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 4.

Câu 33. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 34. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Câu 35. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = x(x+1)(x-4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 36. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Câu 37. (Đề Tham Khảo 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 5.

Câu 38. (Mã 101 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

Câu 39. (Mã 103 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 40. (Mã 104 - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 41. (Mã 102 - 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 42. (THPT Lê Quý Đôn - Đà Nẵng 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(1-x)^2(3-x)^3(x-2)^4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- (A) $x = 2$. (B) $x = 3$. (C) $x = 0$. (D) $x = 1$.

Câu 43. (Chuyên Sơn La 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-1)(x-2), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 1. (B) 3. (C) 5. (D) 2.

Câu 44. (VTED 2019) Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)\dots(x-2019), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực tiểu?

- (A) 1008. (B) 1010. (C) 1009. (D) 1011.

Câu 45. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)(x-2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 46. (THPT Cù Huy Cận 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)(x+2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?

- (A) 5. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 47. (Sở Bình Phước 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)^3(x-4)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 5. (C) 2. (D) 4.

Câu 48. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2)^2, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- (A) 5. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 49. (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-2)(x^2-3)(x^4-9)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 50. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Nếu hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x-2)(x^2-x-2)(x+1)^4$ thì tổng các điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

- (A) -1. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Câu 51. (Chuyên Quang Trung Bình Phước 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x^2+2x)^3(x^2-\sqrt{2}) \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là

- (A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 52. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

Câu 53. (Đề Minh Họa 2017) Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ bằng

- (A) 1. (B) 4. (C) 1. (D) 0.

Câu 54. (Mã 104 - 2017) Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- (A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 55. Cho hàm số $y = \frac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) Cực tiểu của hàm số bằng -3. (B) Cực tiểu của hàm số bằng 1.
(C) Cực tiểu của hàm số bằng -6. (D) Cực tiểu của hàm số bằng 2.

Câu 56. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$ có tổng hoành độ và tung độ bằng

- (A) 5. (B) 1. (C) 3. (D) -1.

Câu 57. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- (A) -6. (B) -1. (C) 2. (D) 1.

Câu 58. (THPT Cù Huy Cận 2019) Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 4$ là:

- (A) $y_{CT} = 0$. (B) $y_{CT} = 3$. (C) $y_{CT} = 2$. (D) $y_{CT} = 4$.

Câu 59. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị có tung độ là số dương?

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 60. (Hsg Bắc Ninh 2019) Hàm số nào dưới đây không có cực trị?

(A) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$.

(B) $y = \frac{2x - 2}{x + 1}$.

(C) $y = x^2 - 2x + 1$.

(D) $y = -x^3 + x + 1$.

Câu 61. (THPT Ba Đình 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$. Xét các mệnh đề sau đây:

- 1) Hàm số có 3 điểm cực trị.
- 2) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$; $(1; +\infty)$.
- 3) Hàm số có 1 điểm cực trị.
- 4) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong bốn mệnh đề trên?

(A) 2.

(B) 1.

(C) 4.

(D) 3.

Câu 62. (THPT Ba Đình 2019) Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

(A) -2.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 1.

Câu 63. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 2019m$ ($m \in \mathbb{R}$) đạt cực tiểu tại điểm:

(A) $x = 3$.

(B) $x = -3$.

(C) $x = 1$.

(D) $x = -1$.

Câu 64. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ là:

(A) $M(-1; -1)$.

(B) $N(0; 1)$.

(C) $P(2; -1)$.

(D) $Q(1; 3)$.

Câu 65. (Sở Ninh Bình 2019) Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

(A) $x = -1$.

(B) $x = 1$.

(C) $x = -3$.

(D) $x = 3$.

Câu 66. (THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

(A) 2.

(B) 4.

(C) 3.

(D) 1.

Câu 67. (Chuyên Quang Trung Bình Phước 2019) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

(A) $(-1; -8)$.

(B) $(0; -5)$.

(C) $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$.

(D) $(1; 0)$.

Câu 68. Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

(A) $y = \frac{2x - 3}{x + 2}$.

(B) $y = x^4$.

(C) $y = -x^3 + x$.

(D) $y = |x + 2|$.

Câu 69. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

(A) 2.

(B) 1.

(C) 3.

(D) 0.

Câu 70. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			4		$+\infty$	
	$-\infty$			-5		

Mệnh đề nào sau đây đúng

- ☐ **A** Hàm số có bốn điểm cực trị. ☐ **B** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.
☐ **C** Hàm số không có cực đại. ☐ **D** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

Câu 71. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y		$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

- ☐ **A** $y = -2$. ☐ **B** $y = 3$. ☐ **C** $x = 3$. ☐ **D** $x = 0$.

Câu 72. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

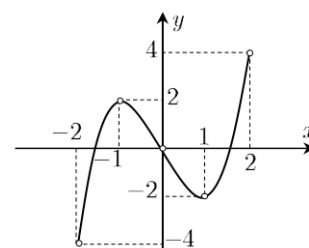
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			5			$+\infty$
	$-\infty$			-1		

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- ☐ **A** $y = -2$. ☐ **B** $y = 3$. ☐ **C** $y = 2$. ☐ **D** $y = 0$.

Câu 73. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số (x) đạt cực đại tại

- ☐ **A** $x = -2$. ☐ **B** $x = -1$. ☐ **C** $x = 1$. ☐ **D** $x = 2$.



Câu 74. Biết hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - 8x - 8$ có hai điểm cực trị là x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 + x_2$ bằng

- ☐ **A** -12 . ☐ **B** 8 . ☐ **C** -8 . ☐ **D** -4 .

Câu 75. Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$. Tính tổng S của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số

- (A) $S = 4$. (B) $S = \frac{4}{3}$. (C) $S = \frac{2}{3}$. (D) $S = 0$.

Câu 76. Tìm điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$

- (A) $M(-1; 4)$. (B) $x = -1$. (C) $N(1; 0)$. (D) $x = 1$.

Câu 77. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$ bằng

- (A) 1. (B) -3. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 78. Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

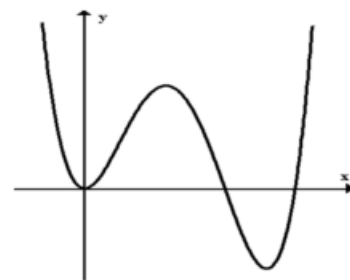
- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 79. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = -2(x-1)^2(x+1)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$. (B) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
(C) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$. (D) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 80. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số

$y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình bên dưới. Tìm khẳng định đúng?



- (A) $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.
(B) $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
(C) $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.
(D) $y = f(x)$ có 2 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. C	4. D	5. D	6. B	7. B	8. D	9. D	10. C
11. A	12. A	13. B	14. C	15. A	16. C	17. C	18. D	19. B	20. A
21. A	22. D	23. A	24. C	25. D	26. A	27. B	28. C	29. C	30. B
31. A	32. C	33. D	34. D	35. D	36. A	37. B	38. B	39. C	40. A
41. D	42. C	43. B	44. B	45. C	46. B	47. C	48. B	49. D	50. A
51. D	52. D	53. B	54. C	55. D	56. A	57. A	58. A	59. A	60. B
61. D	62. A	63. A	64. D	65. B	66. C	67. A	68. A	69. A	70. B
71. B	72. D	73. B	74. B	75. B	76. A	77. B	78. B	79. A	80. A

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1. Có mấy giá trị nguyên của m để hàm số $y = -2x^3 + (2m - 1)x^2 - (m^2 - 1)x + 2$ có hai điểm cực trị.

- (A) 4. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Câu 2. Có mấy giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3mx$ không có cực trị ?

- (A) 4. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 3. Tìm tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m - 1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị.

- (A) $m > 1$. (B) $m < 1$. (C) $m \leq 1$. (D) $m \geq 1$.

Câu 4. Tìm tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có đúng một cực trị.

- (A) $m \leq -1$. (B) $m \leq 0$. (C) $m \geq 0$. (D) $m > 0$.

Câu 5. Tìm tham số m sao cho hàm số $y = \frac{2x^2 - mx + 2m + 1}{2x - 1}$ có hai cực trị.

- (A) $m > -1$. (B) $m \leq -1$. (C) $m < -1$. (D) $m \in \mathbb{R}$.

Câu 6. Biết hàm số $y = x^3 - 3x^2 + m$ có $y_{CD} = 2$. Hỏi giá trị của m thuộc khoảng nào ?

- (A) $(1; 5)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-2; 1)$. (D) $(5; +\infty)$.

Câu 7. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y = x^3 - 3x + 1 - m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu nhau ?

- (A) 2. (B) Vô số. (C) 3. (D) 5.

Câu 8. Tìm tham số m để hàm số $y = mx^3 - 3x^2 + 12x + 2$ đạt cực đại tại $x = 2$?

- (A) $m = -2$. (B) $m = -3$. (C) $m = 0$. (D) $m = -1$.

Câu 9. Hàm số $y = \frac{x^3}{3} - \frac{mx^2}{2} + \frac{1}{2}$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi đó m thuộc khoảng nào ?

- (A) $(-5; 0)$. (B) $(0; 2)$. (C) $(1; 4)$. (D) $(3; 9)$.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1 và x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 6$

- (A) $m = -1$. (B) $m = 1$. (C) $m = -3$. (D) $m = 3$.

Câu 11. Tìm tập hợp giá trị thực của tham số m để hàm số $y = (m + 2)x^3 + 3x^2 + mx - 5$ có hai điểm cực trị với hoành độ dương.

- (A) $(-3; -2)$. (B) $(2; 3)$. (C) $(-1; 1)$. (D) $(-2; 2)$.

Câu 12. (Chuyên Hạ Long 2019) Tìm m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$

- (A) không tồn tại m . (B) $m = \pm 1$. (C) $m = 1$. (D) $m \in \{1; 2\}$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 2$.

- (A) $m = 0$. (B) $m > 4$. (C) $0 \leq m < 4$. (D) $0 < m \leq 4$.

Câu 14. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương 2019) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

- (A) $m = 1, m = 5$. (B) $m = 5$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1$.

Câu 15. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Có bao nhiêu số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại $x = 1$.

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 16. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương) Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3$.

- (A) $m = 1, m = 5$. (B) $m = 5$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1$.

Câu 17. (THPT Thăng Long - Hà Nội - Lần 2 - 2019) Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x^3 + (3m - 1)x^2 + m^2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

- (A) $\{5; 1\}$. (B) $\{5\}$. (C) $\emptyset$. (D) $\{1\}$.

Câu 18. (THPT Kinh Môn - 2019) Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m + 1)x - 1$ đạt cực đại tại $x = -2$?

- (A) $m = 2$. (B) $m = 3$. (C) Không tồn tại m . (D) $m = -1$.

Câu 19. (HSG - TP Đà Nẵng - 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 + 4mx^3 + 3(m + 1)x^2 + 1$ có cực tiểu mà không có cực đại.

- (A) $m \in \left(-\infty; \frac{1 - \sqrt{7}}{3}\right]$. (B) $m \in \left[\frac{1 - \sqrt{7}}{3}; 1\right] \cup \{-1\}$.
(C) $m \in \left[\frac{1 + \sqrt{7}}{3}; +\infty\right)$. (D) $m \in \left[\frac{1 - \sqrt{7}}{3}; \frac{1 + \sqrt{7}}{3}\right] \cup \{-1\}$.

Câu 20. (HSG 12 - Bắc Ninh - 2019) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x + 1)(x^2 + 2mx + 5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số có đúng một điểm cực trị?

- (A) 0. (B) 5. (C) 6. (D) 7.

Câu 21. (THPT Hùng Vương Bình Phước 2019) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + mx^2 - 2mx + 1$ có hai điểm cực trị.

- (A) $0 < m < 2$. (B) $m > 2$. (C) $m > 0$. (D) $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$.

Câu 22. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Cho hàm số $y = mx^4 - x^2 + 1$. Tập hợp các số thực m để hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị là

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0]$. (C) $[0; +\infty)$. (D) $(-\infty; 0)$.

Câu 23. (THPT Yên Định Thanh Hóa 2019) Cho hàm số $y = mx^4 + (2m + 1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có đúng một điểm cực tiểu.

- Ⓐ Không tồn tại m . Ⓑ $m \geq 0$. Ⓒ $m \geq -\frac{1}{2}$. Ⓓ $-\frac{1}{2} \leq m \leq 0$.

Câu 24. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Tìm số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 + 2(m^2 - m - 6)x^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị.

- Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m+3)x^4 + (2m-13)x^2 + 6m-5$ có 3 điểm cực trị?

- Ⓐ 9. Ⓑ 11. Ⓒ 10. Ⓓ 8.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-3; 3]$ để hàm số $y = mx^4 + (m^2 - 4)x^2 + 8$ có đúng một điểm cực trị.

- Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 6. Ⓓ 4.

Câu 27. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên miền $[-10; 10]$ để hàm số $y = x^4 - 2(2m+1)x^2 + 7$ có ba điểm cực trị?

- Ⓐ 11. Ⓑ Vô số. Ⓒ 10. Ⓓ 20.

Câu 28. Có bao nhiêu giá trị nguyên và không âm của tham số m để hàm số $y = mx^4 - (m-6)x^2 - 1$ có đúng một điểm cực tiểu.

- Ⓐ 7. Ⓑ 8. Ⓒ 6. Ⓓ 5.

Câu 29. Hàm số $y = -x^4 + (m+1)x^2 + 3 - m$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi

- Ⓐ $m \leq -1$. Ⓑ $m < -1$. Ⓒ $m \geq -1$. Ⓓ $m > -1$.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 7 điểm cực trị?

- Ⓐ 4. Ⓑ 6. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. B	4. B	5. A	6. A	7. C	8. A
9. C	10. C	11. A	12. C	13. A	14. B	15. C	16. B
17. B	18. D	19. D	20. C	21. D	22. B	23. B	24. C

§3. GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

✧ **Định nghĩa 3.1.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathcal{D}$.

$$\blacksquare M = \max_{\mathcal{D}} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \leq M, \forall x \in \mathcal{D} \\ \exists x_0 \in \mathcal{D} : f(x_0) = M \end{cases}$$

$$\blacksquare m = \min_{\mathcal{D}} f(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) \geq m, \forall x \in \mathcal{D} \\ \exists x_0 \in \mathcal{D} : f(x_0) = m \end{cases}$$

✧ **Định lý 3.1.** Mọi hàm số liên tục trên một đoạn đều có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn đó. (hiểu khác: hàm số không liên tục trên $[a; b]$ sẽ không có min và max).

✧ **Định lý 3.2.**

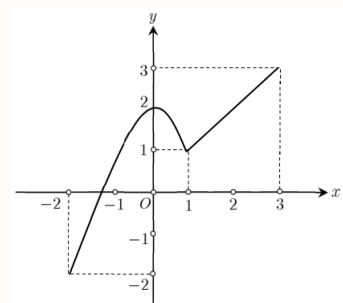
- Nếu $y = f(x)$ đồng biến trên $[a; b]$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(a)$ và $\max_{[a; b]} f(x) = f(b)$.
- Nếu $y = f(x)$ nghịch biến trên $[a; b]$ thì $\min_{[a; b]} f(x) = f(b)$ và $\max_{[a; b]} f(x) = f(a)$.

Bài 1.

Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + 2 & \text{khi } -2 \leq x \leq 1 \\ x & \text{khi } 1 < x \leq 3 \end{cases}$ có đồ thị hàm số như

hình vẽ sau.

Hãy chỉ ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$ và $[0; 3]$



Bài 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	-3	-1	1	2			
y'		+	0	-	0	+	
y			0		-2		3

GTNN của hàm số là GTLN của hàm số là

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 3.8. Tìm GTLN - GTNN của hàm số dựa vào đồ thị hoặc BBT

 **Ví dụ 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trong đoạn $[-1; 3]$ như hình.

x	-1	0	2	3			
y'		+	0	-	0	+	
y			5		1		4
	0					1	

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 3]$. Tìm mệnh đề đúng ?

- ☐ A $M = f(-1)$.
 ☐ B $M = f(3)$.
 ☐ C $M = f(2)$.
 ☐ D $M = f(0)$.

 **Ví dụ 2.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 3]$ có bảng biến thiên như hình.

x	-2	0	1	3			
y'	+	0	-		+		
y			2		1		3
	-2					1	

Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 3]$. Tổng $M + m$ bằng

- ☐ A 1.
 ☐ B 3.
 ☐ C -1.
 ☐ D 4.

 **Ví dụ 3.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên trên đoạn $[1; 4]$ như hình dưới.

x	-1	1	3	4		
y'		+	0	-		+
y			-4			-4
	-24				-8	

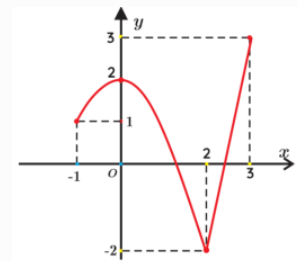
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 4]$ Giá trị của $M + m$ bằng

- ☐ A -4.
 ☐ B -28.
 ☐ C 20.
 ☐ D -20.

Ví dụ 4.

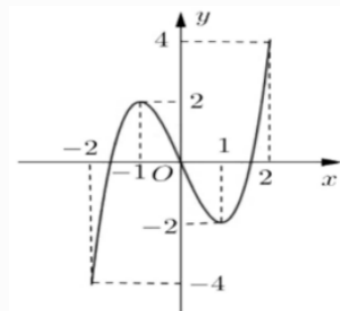
Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[1; 3]$ Giá trị của $M - m$ bằng

- (A) 0. (B) 1. (C) 4. (D) 5.

**Ví dụ 5.**

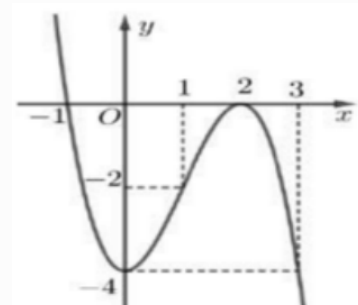
Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ Giá trị của $M - m$ bằng

- (A) 0. (B) 8. (C) 4. (D) 2.

**Ví dụ 6.**

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị bên dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$ Giá trị của $M + m$ bằng

- (A) 4. (B) -6. (C) -2. (D) -4.

**Dạng 3.9. Xác định giá trị lớn nhất - giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn**

■ Bước 1: Hàm số đã cho $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n$ trên khoảng $(a; b)$ mà tại đó $f'(x) = 0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.

■ Bước 2: Tính $f(a), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(b)$

■ Bước 3: Khi đó:

$$\begin{aligned} - \max_{[a; b]} f(x) &= \max \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}. \\ - \min_{[a; b]} f(x) &= \min \{f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a), f(b)\}. \end{aligned}$$

 **Ví dụ 1.** Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 2$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng

- ☐ A $-18.$
☐ B $-20.$
☐ C $-27.$
☐ D $-9.$
-
-

 **Ví dụ 2.** Trên đoạn $[1; 4]$, hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 19$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm:

- ☐ A $x = 3.$
☐ B $x = 1.$
☐ C $x = 2.$
☐ D $x = 4.$
-
-

 **Ví dụ 3.** Trên đoạn $[-2; 1]$, hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

- ☐ A $x = -2.$
☐ B $x = 0.$
☐ C $x = -1.$
☐ D $x = 1.$
-
-

 **Ví dụ 4.** Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- ☐ A $x = 1.$
☐ B $x = 0.$
☐ C $x = -1.$
☐ D $x = 2.$
-
-

 **Ví dụ 5 (Minh Họa 2021).** Trên đoạn $[1; 5]$, hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

- ☐ A $x = 5.$
☐ B $x = 2.$
☐ C $x = 1.$
☐ D $x = 4.$
-
-

 **Ví dụ 6.** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)(x-2)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

- ☐ A $f(-1).$
☐ B $f(0).$
☐ C $f(3).$
☐ D $f(2).$

.....

✎ Ví dụ 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-4; 2]$ là

- Ⓐ $f(0)$. Ⓑ $f(-4)$. Ⓒ $f(1)$. Ⓓ $f(2)$.

.....

✎ Ví dụ 8 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

- Ⓐ 1. Ⓑ 37. Ⓒ 33. Ⓓ 12.

.....

✎ Ví dụ 9 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

- Ⓐ 2. Ⓑ -23 . Ⓒ -22 . Ⓓ -7 .

.....

✎ Ví dụ 10 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 24x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- Ⓐ $32\sqrt{2}$. Ⓑ -40 . Ⓒ $-32\sqrt{2}$. Ⓓ -45 .

.....

✎ Ví dụ 11 (Mã 102 - 2020 Lần 1). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- Ⓐ -36 . Ⓑ $-14\sqrt{7}$. Ⓒ $14\sqrt{7}$. Ⓓ -34 .

.....

.....

✎ Ví dụ 12 (Mã 103 - 2020 Lần 1). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 30x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- Ⓐ $20\sqrt{10}$. Ⓑ -63 . Ⓒ $-20\sqrt{10}$. Ⓓ -52 .

.....

.....

✎ Ví dụ 13 (Mã 104 - 2020 Lần 1). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 33x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- Ⓐ -72 . Ⓑ $-22\sqrt{11}$. Ⓒ -58 . Ⓓ $22\sqrt{11}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 14. 17. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

- Ⓐ $m = 0$. Ⓑ $m = 6$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = 4$.

.....

.....

✎ Ví dụ 15. Tìm giá trị của tham số thực m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x+m}{x+1}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng 3.

- Ⓐ $m = 3$. Ⓑ $m = 7$. Ⓒ $m = 1$. Ⓓ $m = 5$.

.....

.....

Dạng 3.10. Tìm GTLN - GTNN của hàm số trên khoảng

Phương pháp giải:

Ta thực hiện các bước sau

- Bước 1. Tìm tập xác định (nếu đề chưa cho khoảng).
- Bước 2. Tính $y' = f'(x)$; tìm các điểm mà đạo hàm bằng không hoặc không xác định.
- Bước 3. Lập bảng biến thiên
- Bước 4. Kết luận

Lưu ý: Có thể dùng máy tính cầm tay để giải.

- Bước 1. Để tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên miền $(a; b)$ ta sử dụng máy tính Casio với lệnh MODE 7 (hoặc MODE 8 với máy 580), (MODE 9 lập bảng giá trị)
- Bước 2. Quan sát bảng giá trị máy tính hiển thị, giá trị lớn nhất xuất hiện là max, giá trị nhỏ nhất xuất hiện là min.

- Ta thiết lập miền giá trị của biến x : Start a , End b , Step $\frac{b-a}{19}$ (có thể làm tròn để Step đẹp).

Chú ý: Khi đề bài có các yếu tố lượng giác $\sin x, \cos x, \tan x$ ta chuyển máy tính về chế độ Radian.

Bài 1.

- Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
- Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$ trên $\mathbb{R}$.
- Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.
- Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Ví dụ 1. Cho hàm số $f(x) = -\frac{1}{3}x^6 + \frac{2}{5}x^5 - \frac{1}{2}x^2 + x + 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{17}{30}$.

B $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{47}{30}$.

C $\max_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{67}{30}$.

D Hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất.

Ví dụ 2. Gọi a là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{6-8x}{x^2+1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$. Khi đó giá trị của biểu thức $P = \frac{6-8a}{a^2+1}$ bằng

A $\frac{22}{5}$.

B $\frac{6}{13}$.

C $-\frac{58}{65}$.

D $-\frac{74}{101}$.

 **Ví dụ 3.** Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + x + 1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

☐ **A** $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 1.$

☐ **B** $\min_{\mathbb{R}} f(x) = \frac{1}{3}.$

☐ **C** $\min_{\mathbb{R}} f(x) = 3.$

☐ **D** Hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

.....

.....

.....

.....

.....

Dạng 3.11. Ứng dụng GTLN - GTNN vào bài toán thực tế

 **Ví dụ 1 (Mã đề 101 - 2018).** Ông A dự định dùng hết $6,5 \text{ m}^2$ kính để làm một bể cá có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

☐ **A** $2,26 \text{ m}^3.$

☐ **B** $1,61 \text{ m}^3.$

☐ **C** $1,33 \text{ m}^3.$

☐ **D** $1,50 \text{ m}^3.$

.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2 (Mã 104 - 2017).** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

☐ **A** $243 \text{ (m/s)}.$

☐ **B** $27 \text{ (m/s)}.$

☐ **C** $144 \text{ (m/s)}.$

☐ **D** $36 \text{ (m/s)}.$

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 3 (Mã 103 - 2018). Ông A dự định sử dụng hết 5 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

- Ⓐ $1,01 \text{ m}^3$. Ⓑ $0,96 \text{ m}^3$. Ⓒ $1,33 \text{ m}^3$. Ⓓ $1,51 \text{ m}^3$.

.....

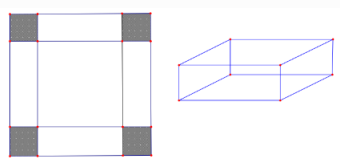
.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 4 (ĐỀ MINH HỌA 2017). Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm . Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{ cm})$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



- Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = 4$. Ⓓ $x = 6$.

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1 (101 - TN THPT 2022). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

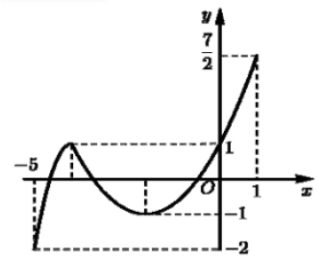
- Ⓐ -12. Ⓑ 10. Ⓒ 15. Ⓓ -1.

Câu 2 (102 - TN THPT 2022). Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng

- Ⓐ 15. Ⓑ 10. Ⓒ -1. Ⓓ -12.

Câu 3 (Chuyên Vinh 2022 - Lần 3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi a, A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-5; 1]$. Giá trị $a - 2A$ bằng

- Ⓐ -3. Ⓑ -9. Ⓒ 3. Ⓓ 8.



Câu 4 (Chuyên Vinh 2022 - Lần 2). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x - 2)$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[1; 4]$ bằng

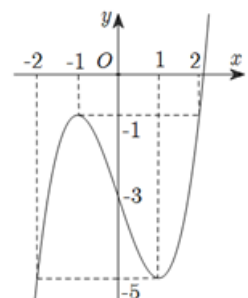
- Ⓐ $f(2)$. Ⓑ $f(1)$. Ⓒ $f(4)$. Ⓓ $f(3)$.

Câu 5 (103 - TN THPT 2022 - MĐ3). Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2(a + 4)x^2 - 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\min_{[0;2]} f(x)$ bằng

- Ⓐ -17. Ⓑ -16. Ⓒ -1. Ⓓ 3.

Câu 6. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- Ⓐ $m = -5; M = -1$. Ⓑ $m = -2; M = 2$.
Ⓒ $m = -1; M = 0$. Ⓓ $m = -5; M = 0$.



Câu 7. (THPT Ba Đình 2019) Xét hàm số $y = f(x)$ với $x \in [-1; 5]$ có bảng biến thiên như sau

x	-1	0	2	5	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	3	4	0	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng

- Ⓐ Hàm số đã cho không tồn tại GTLN trên đoạn $[-1;5]$.
 Ⓑ Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và $x = 2$ trên đoạn $[-1;5]$.
 Ⓒ Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và đạt GTLN tại $x = 5$ trên đoạn $[-1;5]$.
 Ⓓ Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = 0$ trên đoạn $[-1;5]$.

Câu 8. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$		
y'	-		+	0	+		-
y	$+\infty$				2		

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- Ⓐ Hàm số có hai điểm cực trị.
 Ⓑ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.
 Ⓒ Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.
 Ⓓ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$, $(2; +\infty)$.

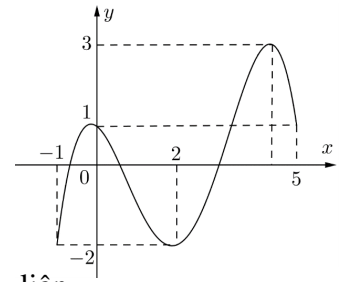
Câu 9. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0 5 1 4				

- Ⓐ $\max_{[-1;3]} f(x) = f(0)$.
 Ⓑ $\max_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.
 Ⓒ $\max_{[-1;3]} f(x) = f(2)$.
 Ⓓ $\max_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

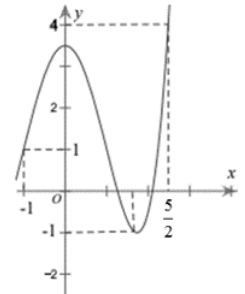
Câu 10. (VTED 2019) Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng

- (A) -1. (B) 4. (C) 1. (D) 2.



Câu 11. (THPT Yên Mỹ Hưng Yên 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)$ trên $\left[-1, \frac{5}{2}\right]$ là:

- (A) $M = 4, m = 1$. (B) $M = 4, m = -1$.
(C) $M = \frac{7}{2}, m = -1$. (D) $M = \frac{7}{2}, m = 1$.



Câu 12. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 4$ trên $[0;9]$ bằng

- (A) -28. (B) -4. (C) -13. (D) -29.

Câu 13. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

- (A) -39. (B) -40. (C) -36. (D) -4.

Câu 14. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 - 2$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

- (A) -2. (B) -11. (C) -26. (D) -27.

Câu 15. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 12x^2 - 1$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

- (A) -28. (B) -1. (C) -36. (D) -37.

Câu 16. (Mã 102 - 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

- (A) 0. (B) -16. (C) 20. (D) 4.

Câu 17. (Mã 110 2017) Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; \sqrt{3}]$.

- (A) $M = 6$. (B) $M = 1$. (C) $M = 9$. (D) $M = 8\sqrt{3}$.

Câu 18. (Đề Minh Họa 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ trên đoạn $[2;4]$.

- (A) $\min_{[2;4]} y = -3$. (B) $\min_{[2;4]} y = \frac{19}{3}$. (C) $\min_{[2;4]} y = 6$. (D) $\min_{[2;4]} y = -2$.

Câu 19. (Mã 103 - 2019) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3;3]$ bằng

- (A) -2. (B) 18. (C) 2. (D) -18.

Câu 20. (Mã 104 2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

- (A) 85. (B) $\frac{51}{4}$. (C) 13. (D) 25.

Câu 21. (Mã 104 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

(A) $m = 5$. (B) $m = 3$. (C) $m = \frac{17}{4}$. (D) $m = 10$.

Câu 22. (Chuyên Bắc Ninh 2018) Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x-1} + \sqrt{9-x}$

(A) $T = [1; 9]$. (B) $T = [2\sqrt{2}; 4]$. (C) $T = (1; 9)$. (D) $T = [0; 2\sqrt{2}]$.

Câu 23. (Mã 123 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

(A) $m = 3$. (B) $m = 0$. (C) $m = -2$. (D) $m = 11$.

Câu 24. (Mã 101 2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 9$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

(A) 201. (B) 2. (C) 9. (D) 54.

Câu 25. (Đề Tham Khảo 2018) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 4x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

(A) 122. (B) 50. (C) 5. (D) 1.

Câu 26. (Mã 105 2017) Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

(A) $m = 13$. (B) $m = \frac{51}{4}$. (C) $m = \frac{51}{2}$. (D) $m = \frac{49}{4}$.

Câu 27. (Mã 104 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

(A) -18. (B) -2. (C) 2. (D) 18.

Câu 28. (Mã 103 2018) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2$ trên đoạn $[-4; -1]$ bằng

(A) -16. (B) 0. (C) 4. (D) -4.

Câu 29. (Mã 102 2018) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 7x$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng

(A) -259. (B) 68. (C) 0. (D) -4.

Câu 30. (Mã 101 - 2019) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ là

(A) 4. (B) -16. (C) 20. (D) 0.

Câu 31. (SGD Nam Định) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

(A) $\frac{15}{2}$. (B) 5. (C) $\frac{29}{3}$. (D) 3.

Câu 32. (Sở Quảng Trị 2019) Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$

(A) $M = \frac{1}{3}$. (B) $M = -\frac{1}{3}$. (C) $M = 5$. (D) $M = -5$.

Câu 33. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ là

(A) 2. (B) 0. (C) 4. (D) 1.

Câu 34. (ĐỀ THAM KHẢO BGD&ĐT NĂM 2017) Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 3x + \frac{4}{x^2}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

(A) $\min_{(0; +\infty)} y = \frac{33}{5}$. (B) $\min_{(0; +\infty)} y = 2\sqrt[3]{9}$. (C) $\min_{(0; +\infty)} y = 3\sqrt[3]{9}$. (D) $\min_{(0; +\infty)} y = 7$.

Câu 35. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm m

- (A) $m = 4$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = 3$.

Câu 36. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{4}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm a .

- (A) $3\sqrt[3]{4}$. (B) 5 . (C) 6 . (D) $2\sqrt[3]{16}$.

Câu 37. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 5 + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng bao nhiêu?

- (A) 0 . (B) -1 . (C) -3 . (D) -2 .

Câu 38. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên nửa khoảng $[2; +\infty)$ là

- (A) 2 . (B) $\frac{5}{2}$. (C) 0 . (D) $\frac{7}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $m < -1$. (B) $3 < m \leq 4$. (C) $1 \leq m < 3$. (D) $m > 4$.

Câu 40. Biết hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; m]$ bằng $\frac{4}{7}$. Tìm m ?

- (A) $m = \frac{3}{7}$. (B) $m = \frac{5}{2}$. (C) $m = \frac{3}{2}$. (D) $m = \frac{2}{7}$.

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 41 (Mã 102- 2022). Cho hàm số $f(x) = mx^4 + 2(m-1)x^2$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;2]} f(x) = f(1)$ thì $\max_{[0;2]} f(x)$ bằng

- (A) 2 . (B) -1 . (C) 4 . (D) 0 .

Câu 42 (Mã 104- 2022). Cho hàm số $f(x) = (a+3)x^4 - 2ax^2 + 1$ với a là tham số thực. Nếu $\max_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\min_{[0;3]} f(x)$ bằng

- (A) -9 . (B) 4 . (C) 1 . (D) -8 .

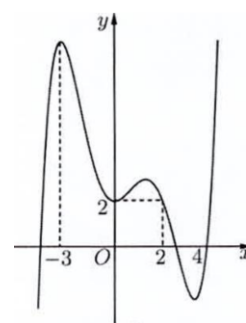
Câu 43 (Mã 101- 2022). Cho hàm số $f(x) = (m-1)x^4 - 2mx^2 + 1$ với m là tham số thực. Nếu $\min_{[0;3]} f(x) = f(2)$ thì $\max_{[0;3]} f(x)$ bằng

- (A) $-\frac{13}{3}$. (B) 4 . (C) $-\frac{14}{3}$. (D) 1 .

Câu 44. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $S = -t^3 + 3t^2 - 2$, trong đó t tính bằng giây và S tính theo mét. Chuyển động có vận tốc lớn nhất là

- (A) 1 m/s . (B) 4 m/s . (C) 3 m/s . (D) 2 m/s .

Câu 45 (Minh Họa 2021). Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(2x) - 4x$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 2\right]$ bằng



- Ⓐ $f(0)$. Ⓑ $f(-3) + 6$. Ⓒ $f(2) - 4$. Ⓓ $f(4) - 8$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-3	5	$-\infty$	

Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(4x - x^2) + \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- Ⓐ 15. Ⓑ $\frac{25}{3}$. Ⓒ $\frac{19}{3}$. Ⓓ 12.

Câu 47. Một sợi dây có chiều dài $28m$ được cắt thành hai đoạn để làm thành một hình vuông và một hình tròn. Tính chiều dài (theo đơn vị mét) của đoạn dây làm thành hình vuông được cắt ra sao cho tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất?

- Ⓐ $\frac{56}{4 + \pi}$. Ⓑ $\frac{112}{4 + \pi}$. Ⓒ $\frac{84}{4 + \pi}$. Ⓓ $\frac{92}{4 + \pi}$.

Câu 48. Một xưởng in có 15 máy in được cài đặt tự động và giám sát bởi một kỹ sư, mỗi máy in có thể in được 30 ấn phẩm trong 1 giờ, chi phí cài đặt và bảo dưỡng cho mỗi máy in cho một đợt hàng là 48.000 đồng, chi phí trả cho kỹ sư giám sát là 24.000 đồng/giờ. Đợt hàng này xưởng in nhận 6000 ấn phẩm thì số máy in cần sử dụng để chi phí in ít nhất là

- Ⓐ 10 máy. Ⓑ 11 máy. Ⓒ 12 máy. Ⓓ 9 máy.

Câu 49. Một chất điểm chuyển động thẳng với quãng đường biến thiên theo thời gian bởi quy luật $s(t) = t^3 - 4t^2 + 12$ (m), trong đó t (s) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động. Vận tốc của chất điểm đó đạt giá trị bé nhất khi t bằng bao nhiêu?

- Ⓐ 2 (s). Ⓑ $\frac{8}{3}$ (s). Ⓒ 0 (s). Ⓓ $\frac{4}{3}$ (s).

Câu 50. Cho một tấm nhôm hình chữ nhật có chiều dài bằng 10 cm và chiều rộng bằng 8 cm. Người ta cắt bỏ ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại (như hình vẽ) để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

- Ⓐ $x = \frac{8 - 2\sqrt{21}}{3}$. Ⓑ $x = \frac{10 - 2\sqrt{7}}{3}$. Ⓒ $x = \frac{9 + \sqrt{21}}{9}$. Ⓓ $x = \frac{9 - \sqrt{21}}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. B	4. A	5. A	6. A	7. A	8. B	9. A	10. C
11. B	12. D	13. B	14. D	15. D	16. B	17. A	18. C	19. B	20. D
21. B	22. B	23. C	24. D	25. B	26. B	27. A	28. A	29. D	31. B
32. A	33. A	34. C	35. A	36. A	37. C	38. B	41. C	42. D	43. B
44. C	45. C	46. D	47. B	48. A	49. D	50. D			

§4. TIỆM CẬN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1 Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$$

2 Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$$

$$\blacksquare \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm số dạng phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 4.12. Tìm TCD - TCN của hàm số cho bởi đồ thị hoặc BBT

- Tìm đường TCN: $\lim_{x \rightarrow \infty} y = y_0$ (1 số cụ thể) $\rightarrow y = y_0$ là tiệm cận ngang.
- Tìm đường TCD: $\lim_{x \rightarrow x_0^\pm} y = \pm\infty$ (1 số cụ thể) $\rightarrow x = x_0$ là tiệm cận đứng (thường là $x \neq x_0$ hoặc trong BBT thì x_0 tại vị trí không xác định - ||).

✍ Ví dụ 1 (Mã 103 - TN THPT 2022).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.
Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'		$-$	$-$
y	$-1 \rightarrow -\infty$		$+\infty \rightarrow -1$

- ☐ A $x = -1$. ☐ B $y = -1$.
☐ C $y = -2$. ☐ D $x = -2$.

✍ Ví dụ 2 (Đề MH 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- ☐ A Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
☐ B Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
☐ C Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
☐ D Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

✍ Ví dụ 3 (Mã 103 - 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'		$-$	$-$ 0 $+$	
y	$1 \rightarrow -\infty$	$2 \rightarrow -3$	3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- ☐ A 2. ☐ B 3. ☐ C 4. ☐ D 1.

✍ Ví dụ 4 (Mã 102 - 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'		$-$	$-$ 0 $+$	
y	$0 \rightarrow -\infty$	$2 \rightarrow -2$	$+\infty$	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- ☐ A 1. ☐ B 2. ☐ C 4. ☐ D 3.

Ví dụ 5 (Mã 101 - 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	—	—	0	+
y	—2	$+\infty$	2	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Ví dụ 6 (Đề Tham Khảo 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	+	
y	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Dạng 4.13. Tìm TCD - TCN của hàm số cho bởi công thức

1 Phương pháp tìm tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ có TXĐ: $\mathcal{D}$

■ Điều kiện cần: $\mathcal{D}$ phải chứa $+\infty$ hoặc $-\infty$

■ Điều kiện đủ:

– Dạng 1. $y = f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.

* Nếu $\deg P(x) > \deg Q(x)$: thì không có tiệm cận ngang

* Nếu $\deg P(x) > \deg Q(x)$: TCN $y = 0$

* Nếu $\deg P(x) = \deg Q(x)$: $y = k$ (k là tỉ số của hệ số bậc cao nhất của tử và mẫu)

– Dạng 2: $y = f(x) = u - \sqrt{v}$ (hoặc $\sqrt{u} - \sqrt{v}$) : Nhân liên hợp $\Rightarrow y = f(x) = \frac{u^2 - v}{u + \sqrt{v}}$
(hoặc $\frac{u - v}{\sqrt{u} + \sqrt{v}}$)

2 Phương pháp tìm tiệm cận đứng

Cho hàm số $y = \frac{P(x)}{Q(x)}$ có TXĐ: $\mathcal{D}$

■ Điều kiện cần: giải $Q(x) = 0 \Leftrightarrow x = x_0$ là TCD khi thỏa mãn điều kiện đủ

■ Điều kiện đủ:

◆ Điều kiện 1: x_0 làm cho $P(x)$ và $Q(x)$ xác định.

◆ Điều kiện 2:

* x_0 không phải là nghiệm của $P(x) \Rightarrow x = x_0$ là TCD

* x_0 là nghiệm $P(x) \Rightarrow x = x_0$ là TCD nếu $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$.

Với đồ thị hàm số dạng phân thức $y = \frac{ax+b}{cx+d}$, (với $c \neq 0, ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

Ví dụ 1 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2). Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

(A) $y = -2$.

(B) $y = 1$.

(C) $x = -1$.

(D) $x = 2$.

Ví dụ 2. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

(A) $y = \frac{1}{4}$.

(B) $y = 4$.

(C) $y = 1$.

(D) $y = -1$.

Ví dụ 3. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x+1}{x-1}$ là

(A) $y = 1$.

(B) $y = \frac{1}{5}$.

(C) $y = -1$.

(D) $y = 5$.

Ví dụ 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là:

(A) $y = \frac{1}{2}$.

(B) $y = -1$.

(C) $y = 1$.

(D) $y = 2$.

Ví dụ 5. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $\frac{3x+1}{x-1}$ là:

(A) $y = \frac{1}{3}$.

(B) $y = 3$.

(C) $y = -1$.

(D) $y = 1$.

✎ Ví dụ 6 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^2 - 1}$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 7 (Đề Tham Khảo 2018). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có TCD?

- (A) $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$. (B) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$. (C) $y = \sqrt{x^2 - 1}$. (D) $y = \frac{x}{x + 1}$.

.....

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 8 (Mã 110 2017). Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1}$.

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 9 (Mã 123 2017).** Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 0.

.....

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 10 (Mã 104 2017).** Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2-4}$ có mấy tiệm cận.

(A) 3.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 0.

.....

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (Mã 101 & 102 TN THPT 2022).

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

(A) $x = -2$.(B) $x = 1$.(C) $y = 1$.(D) $y = -2$.

Câu 2 (Mã 104 - TN THPT 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	
y	-1	$+\infty$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình:

- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $y = -1$. Ⓒ $y = -2$. Ⓓ $x = -2$.

Câu 3 (Chuyên ĐH Vinh 2022 - Lần 1).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 4 (Đề Minh Họa 2021). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-1}$ là đường thẳng

- Ⓐ $x = 1$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = -2$.

Câu 5 (TN THPT 2021 - Lần 1). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = -2$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = 1$.

Câu 6 (TN THPT 2021 - Lần 2). Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- Ⓐ $y = 2$. Ⓑ $y = -2$. Ⓒ $y = -1$. Ⓓ $y = 1$.

Câu 7 (Đề Minh Họa 2022). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = -2$.

Câu 8. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $y = 2$.

Câu 9. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là

- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $y = 2$.

Câu 10. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là

- Ⓐ $x = -1$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $y = 1$. Ⓓ $y = 2$.

Câu 11. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ là

- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $y = 0$. Ⓓ $y = 2$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận đứng?

- (A) $y = \frac{1}{x}$. (B) $y = \frac{x+1}{x-1}$. (C) $y = x^2$. (D) $y = \frac{\sin x}{x-1}$.

Câu 13. Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang?

- (A) $y = \frac{1}{x}$. (B) $y = \frac{x+1}{x-1}$. (C) $y = \frac{x^2}{x+3}$. (D) $y = \frac{\sqrt{x}}{x-1}$.

Câu 14. Đồ thị hàm số nào sau đây có nhiều đường tiệm cận nhất?

- (A) $y = \frac{1}{x}$. (B) $y = \frac{x+5}{x-1}$. (C) $y = \frac{x-1}{x^2-1}$. (D) $y = \frac{x+1}{x^2-4}$.

Câu 15. Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào có nhiều tiệm cận nhất?

- (A) $y = \frac{2x^2+x+1}{x^2-1}$. (B) $y = \frac{1}{\cos^2 x}$.
(C) $y = \frac{1}{3\sin^2 x + \cos^2 x}$. (D) $y = x^2 + x + 1$.

Câu 16. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có tọa độ là

- (A) $(1; -2)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(-1; 2)$. (D) $(2; 1)$.

Câu 17. Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{4x-1}$ có đường tiệm cận ngang là đường thẳng nào dưới đây?

- (A) $y = -1$. (B) $x = -1$. (C) $y = \frac{1}{4}$. (D) $x = \frac{1}{4}$.

Câu 18. Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

- (A) $y = \frac{2}{x+1}$. (B) $y = \frac{-2x+3}{x-2}$. (C) $y = \frac{2x-2}{x+2}$. (D) $y = \frac{1+x}{1-2x}$.

Câu 19. Đồ thị hàm số $y = \frac{-3x+1}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là

- (A) $x = -2, y = -3$. (B) $x = -2, y = 3$. (C) $x = -2, y = 1$. (D) $x = 2, y = 1$.

Câu 20. Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x-4}{x^2-16}$

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 21. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x^2-1}$ nằm bên phải trục tung là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.

Câu 22. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 23. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 24. Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 25. Tổng số các đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-3x+2}{x^3-2x^2}$ là

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 3.

Câu 26. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$		$+$	$-$	$+$
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số 0 là

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Câu 27 (Đề Tham Khảo 2017). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			$+$	
y			$+\infty$	1

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 1.

Câu 28 (Mã 104 2019). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	$-$	0	$-$	
y	0	$+\infty$	3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- (A) 1. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 29. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$+$		$+$
y	$+\infty$	1	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là:

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 30. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	-5	1	-5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng.

- Ⓐ Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
 Ⓑ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
 Ⓒ Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
 Ⓓ Đồ thị hàm số không có tiệm đứng và tiệm cận ngang.

Câu 32. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$+\infty$	3

Đồ thị của hàm số đã cho có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	-2	$+\infty$	1	$+\infty$	-2

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+		-	0	+
y	-2	3	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 35 (Chuyên ĐH Vinh 2022 - Lần 3).

Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

- (A) $y = \frac{x^2 - 3x}{x - 1}$. (B) $y = \frac{\sqrt{x^2 + 3}}{2x - 3}$. (C) $y = \frac{2x - 3}{x^2 - 2x}$. (D) $y = \frac{\sqrt{1 - x^2}}{x + 3}$.

Câu 36 (Chuyên ĐH Vinh 2022 - Lần 2).

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}-1}{x^2-4}$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 37 (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019).

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	0	$+\infty$	

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x) - 1}$ là:

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Câu 38. (Bình Giang-Hải Dương -2019) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	-
y	-2	-1	$+\infty$	0

Đồ thị $y = \frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

Câu 39. (Chuyên Thoại Ngọc Hầu 2018) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	1	2	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$+\infty$	3	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- (A) 0. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 40. (Chuyên Hưng Yên 2019) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$
y	1	-3	1

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2f(x)-1}$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

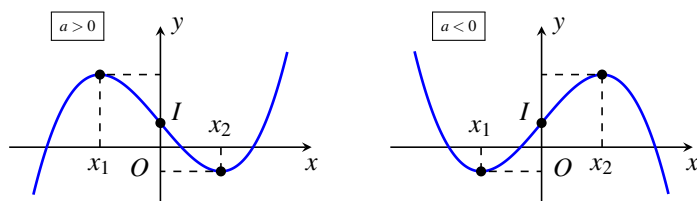
1. C	2. D	3. B	4. A	5. C	6. A	7. A	8. B	9. A	10. D
11. C	12. C	13. C	14. D	15. A	16. B	17. C	18. C	19. A	20. C
21. D	22. A	23. D	24. C	25. C	26. C	27. A	28. B	29. D	30. B
31. C	32. D	33. C	34. C	35. C	36. D	37. A	38. A	39. B	40. D

§5. ĐỒ THỊ CÁC HÀM SỐ THƯỜNG GẶP

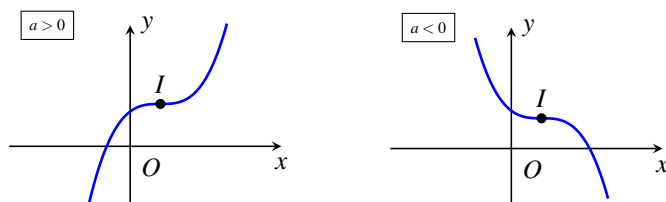
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

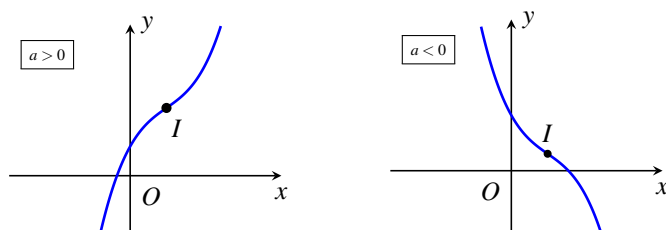
☑ **TH1.** $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Khi đó, hàm số có hai điểm cực trị $x = x_1$ và $x = x_2$.



☑ **TH2.** $y' = 0$ có nghiệm kép x_0 . Khi đó, hàm số không có cực trị.



☑ **TH3.** $y' = 0$ vô nghiệm. Khi đó, hàm số không có cực trị.



GHI NHỚ

① Hàm số có hai điểm cực trị

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ b^2 - 3ac > 0. \end{cases}$$

② Liên hệ tổng tích hai nghiệm

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} \end{cases}$$

③ Hàm số không có điểm cực trị

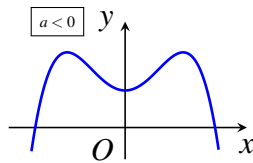
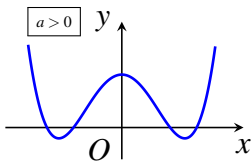
$$b^2 - 3ac \leq 0 \text{ hoặc } \begin{cases} a = 0 \\ b = 0. \end{cases}$$

④ Hoành độ điểm uốn là nghiệm phương trình $y'' = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{3a}$. Tọa độ điểm uốn là tâm đối xứng của đồ thị.

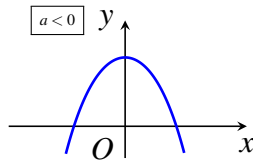
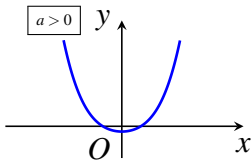
⑤ Tiếp tuyến tại điểm uốn $I(x_0; y_0)$ sẽ có hệ số góc nhỏ nhất nếu $a > 0$ và lớn nhất nếu $a < 0$.

2 Hàm số bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$

✓ $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Khi đó, hàm số có ba điểm cực trị $x = 0$ và $x = \pm\sqrt{-\frac{b}{2a}}$.



✓ $y' = 0$ có đúng 1 nghiệm $x = 0$. Khi đó, hàm số có đúng 1 điểm cực trị.



GHI NHỚ

① Hàm số có ba điểm cực trị

$$ab < 0$$

② Hàm số có đúng một điểm cực trị

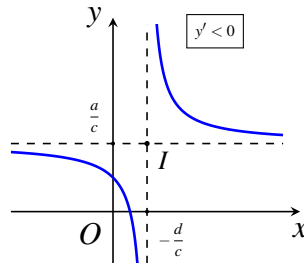
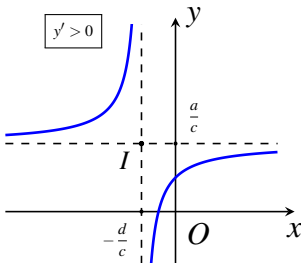
$$\begin{cases} ab \geq 0 \\ a, b \text{ không đồng thời bằng } 0 \end{cases}$$

③ Hàm số chẵn, đối xứng nhau qua Oy .

3 Hàm nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

✓ Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

✓ Hình dạng đồ thị:



GHI NHỚ

① Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

② Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}$.

③ Giao với Ox : $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$.

④ Giao với Oy : $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d}$.

⑤ Giao hai đường tiệm cận (điểm I) là tâm đối xứng của đồ thị.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

Dạng 5.14. Nhận dạng đồ thị hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

✓ Nhìn "hình dáng" của đồ thị:

① Nhánh cuối đi lên thì $a > 0$.

② Nhánh cuối đi xuống thì $a < 0$.

✓ Nhìn điểm thuộc đồ thị: Thay tọa độ đó vào hàm số phải thỏa mãn. Đồ thị qua điểm $(0; d)$.

✓ Nhìn cực trị:

① Đồ thị hàm số có điểm cực đại (cực tiểu) là $(x_0; y_0)$ thì $\begin{cases} y'(x_0) = 0 \\ y(x_0) = y_0 \end{cases}$.

② Mỗi liên hệ giữa hai điểm cực trị x_1 và x_2 của hàm số: $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a}$ và $x_1x_2 = \frac{c}{3a}$.

Ví dụ 1 (Mã 101 - 2022). Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

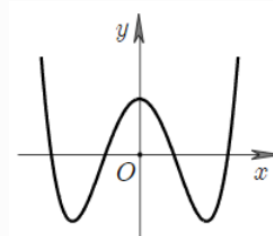
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- ☐ A $y = x^4 - 2x^2$.
 ☐ B $y = -x^3 + 3x$.
 ☐ C $y = -x^4 + 2x^2$.
 ☐ D $y = x^3 - 3x$.

Ví dụ 2 (Chuyên Vinh Lần 2 - 2022).

Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

- ☐ A $y = x^4 - 3x^2 + 1$.
 ☐ B $y = x^4 - 3x^2 - 1$.
☐ C $y = x^4 + x^2 + 1$.
 ☐ D $y = -x^4 + x^2 + 1$.



Ví dụ 3.

Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

- ☐ A $y = -x^3 + 3x$.
 ☐ B $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.
☐ C $y = x^3 - 3x$.
 ☐ D $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Ví dụ 4.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?

- ☐ A $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.
 ☐ B $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
☐ C $y = x^3 + 3x^2 + 1$.
 ☐ D $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			5		1		$+\infty$
	$-\infty$						

✎ Ví dụ 5.

Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?

Ⓐ $y = x^3 + 3x + 2.$

Ⓑ $y = x^3 + 9x^2 + 27x.$

Ⓒ $y = x^3 - 3x^2 + 6.$

Ⓓ $y = 2x^3 + 6x^2 + 6x.$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$+$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$

✎ Ví dụ 6.

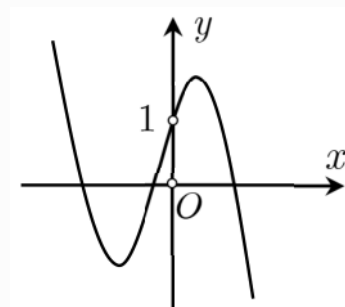
Cho đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị là của hàm số nào ?

Ⓐ $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1.$

Ⓑ $y = -x^3 - 2x^2 + x - 2.$

Ⓒ $y = -x^3 + 3x + 1.$

Ⓓ $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1.$

**✎ Ví dụ 7.**

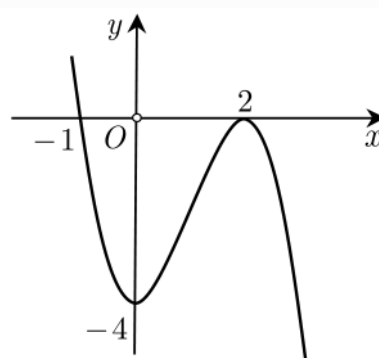
Cho đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị là của hàm số nào ?

Ⓐ $y = -x^3 - 4.$

Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 - 4.$

Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 4.$

Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$

**✎ Ví dụ 8.**

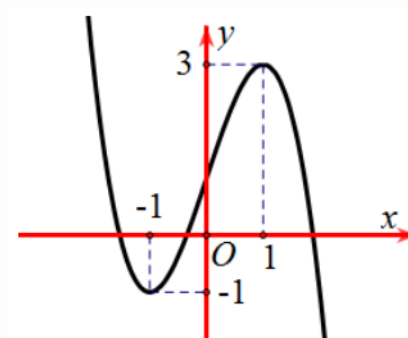
Cho đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị là của hàm số nào ?

Ⓐ $y = -x^3 + 3x + 1.$

Ⓑ $y = x^3 - 3x + 1.$

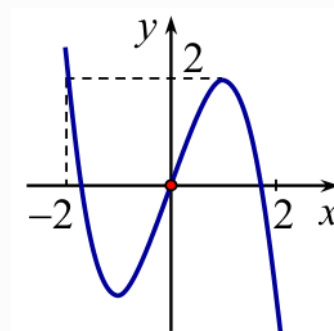
Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

Ⓓ $y = -x^3 - 3x + 1.$

**✎ Ví dụ 9.**

Cho đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị là của hàm số nào ?

- Ⓐ $y = x^3 - 3x^2$. Ⓑ $y = -x^4 + 2x^2$.
 Ⓒ $y = 1 + 3x - x^3$. Ⓓ $y = 3x - x^3$.



✎ Ví dụ 10.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số sau đây?

- Ⓐ $y = -x^3 - 2x^2 + 5$. Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 + 5$.
 Ⓒ $y = -x^3 - 3x + 5$. Ⓓ $y = x^3 + 3x^2 + 5$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 5 ↘	1	↗ $+\infty$	

✎ Ví dụ 11.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số sau đây?

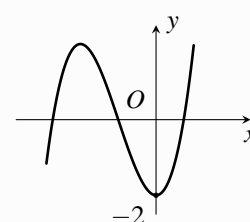
- Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$. Ⓑ $y = x^3 - 3x + 4$.
 Ⓒ $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$. Ⓓ $y = x^3 + 3x^2 + 5$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	0	+
y	$-\infty$	↗ 2 ↘	$+\infty$

✎ Ví dụ 12.

Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số đã cho sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

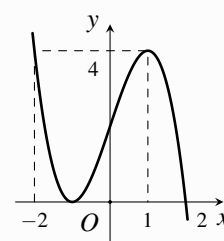
- Ⓐ $y = -x^3 + x^2 - 2$. Ⓑ $y = x^3 + 3x^2 - 2$.
 Ⓒ $y = x^3 - 3x + 2$. Ⓓ $y = x^2 - 3x - 2$.



✎ Ví dụ 13.

Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- Ⓐ $y = x^3 + 3x - 2$. Ⓑ $y = x^3 - 3x + 2$.
 Ⓒ $y = -x^3 + 3x + 2$. Ⓓ $y = -x^3 - 3x - 2$.



✎ Ví dụ 14.

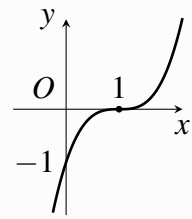
Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?

(A) $y = x^3 - 1$.

(B) $y = (x + 1)^3$.

(C) $y = (x - 1)^3$.

(D) $y = x^3 + 1$.



Ví dụ 15.

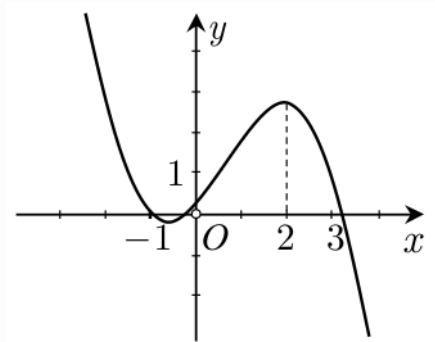
Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ như hình vẽ. Tìm mệnh đề đúng ?

(A) $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

(B) $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

(C) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

(D) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.



Ví dụ 16.

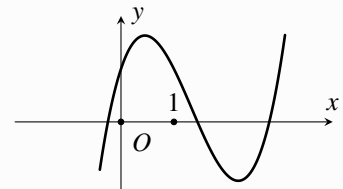
Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

(B) $a < 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

(C) $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

(D) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.



Ví dụ 17.

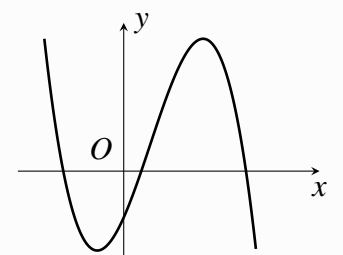
Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

(B) $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

(C) $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

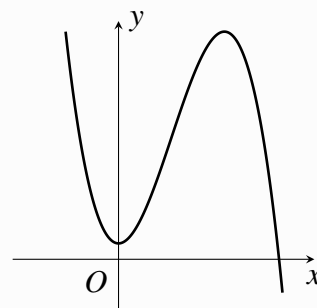
(D) $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.



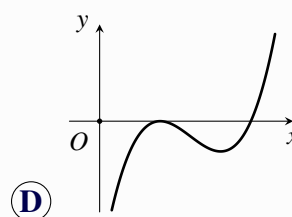
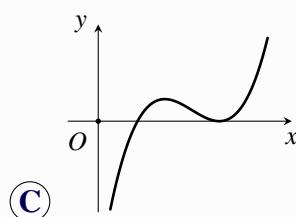
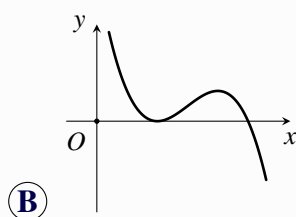
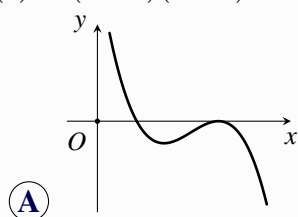
Ví dụ 18.

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0.$ ☐ B $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0.$
☐ C $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0.$ ☐ D $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0.$



Ví dụ 19. Tìm đồ thị hàm số $y = f(x)$ được cho bởi một trong các phương án dưới đây, biết $f(x) = (a - x)(b - x)^2$ với $a < b$.



Dạng 5.15. Nhận dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$

☒ Nhìn "hình dáng" của đồ thị:

- ☐ ① Nhánh cuối đi lên thì $a > 0.$ ☐ ② Nhánh cuối đi xuống thì $a < 0.$

☒ Nhìn điểm thuộc đồ thị: Thay tọa độ đó vào hàm số phải thỏa mãn. Đồ thị qua điểm $(0; c)$.

☒ Nhìn điểm cực trị

- ☐ ① Đồ thị có 3 điểm cực trị $ab < 0$ ☐ ② Đồ thị có một điểm cực trị $ab > 0.$

✎ Ví dụ 1.

Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$+$			
y	$-\infty$	$\searrow$	-7	$\nearrow$	2	$\searrow$	-7	$\nearrow$	$-\infty$

- (A) $y = x^4 - 8x^2 + 2$.
 (B) $y = x^4 + 6x^2 + 2$.
 (C) $y = x^4 - 6x^2 + 2$.
 (D) $y = -x^4 + 8x^2 + 2$.

✎ Ví dụ 2.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

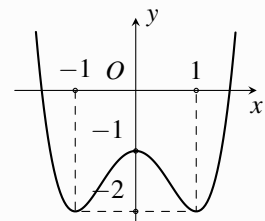
x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

- (A) $y = -x^4 + 3x^2 + 2$. (B) $y = -x^4 - 2x^2 + 1$.
 (C) $y = -x^4 - 3x^2 + 2$. (D) $y = -x^4 + x^2 + 2$.

✎ Ví dụ 3.

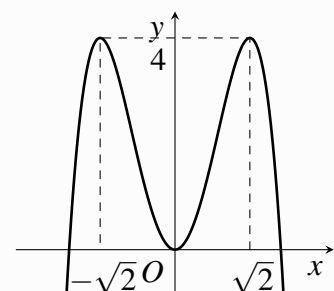
Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

- (A) $y = x^4 - 2x^2 - 1$. (B) $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$.
 (C) $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. (D) $y = -2x^4 + 4x^2 - 1$.

**✎ Ví dụ 4.**

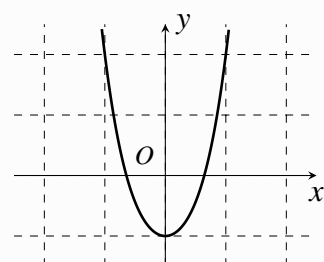
Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

- (A) $y = -x^4 + 4x^2$. (B) $y = x^4 - 3x^2$.
 (C) $y = -x^4 - 2x^2$. (D) $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2$.

**✎ Ví dụ 5.**

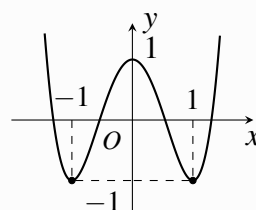
Đồ thị ở hình bên là của hàm số nào sau đây?

- (A) $y = x^2 - 1$. (B) $y = x^4 - 2x^2 - 1$.
 (C) $y = x^4 + 2x^2 - 1$. (D) $y = \frac{1}{4}x^4 - 3x^2 - 1$.



Ví dụ 6.

Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong hình vẽ bên. Tính giá trị $f(a+b+c)$.



☐ A $f(a+b+c) = -1$.

☐ B $f(a+b+c) = 2$.

☐ C $f(a+b+c) = -2$.

☐ D $f(a+b+c) = 1$.

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Biết đồ thị hàm số $y = x^4 + bx^2 + c$ chỉ có một điểm cực trị là điểm có tọa độ $(0; -1)$, khi đó b và c thỏa mãn những điều kiện nào dưới đây?

☐ A $b < 0$ và $c = -1$.

☐ B $b \geq 0$ và $c > 0$.

☐ C $b < 0$ và $c < 0$.

☐ D $b \geq 0$ và $c = -1$.

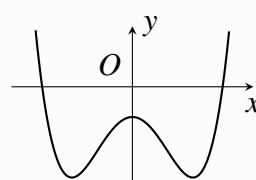
.....

.....

.....

Ví dụ 8.

Đường cong trong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các tham số thực. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



☐ A $a < 0, b > 0, c < 0$.

☐ B $a < 0, b < 0, c < 0$.

☐ C $a > 0, b < 0, c < 0$.

☐ D $a > 0, b < 0, c > 0$.

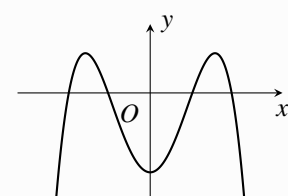
.....

.....

.....

Ví dụ 9.

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



☐ A $a < 0, b > 0, c > 0$.

☐ B $a < 0, b < 0, c < 0$.

☐ C $a < 0, b > 0, c < 0$.

☐ D $a < 0, b < 0, c > 0$.

 Ví dụ 10.

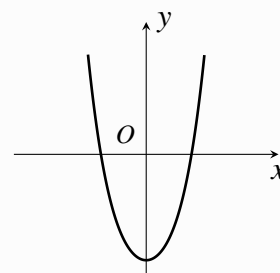
Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

☐ (A) $a < 0, b > 0, c > 0.$

☐ (B) $a > 0, b > 0, c > 0.$

☐ (C) $a > 0, b < 0, c > 0.$

☐ (D) $a > 0, b > 0, c < 0.$



 Dạng 5.16. Nhận dạng đồ thị hàm nhất biến $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

Chú ý bốn thông số

① Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}.$

② Tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c}.$

③ Giao với Ox : $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}.$

④ Giao với Oy : $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{d}.$

 Ví dụ 1.

Bảng biến thiên ở hình bên là của hàm số nào?

☐ (A) $y = \frac{2x-1}{x+3}.$

☐ (B) $y = \frac{4x-6}{x-2}.$

☐ (C) $y = \frac{3-x}{2-x}.$

☐ (D) $y = \frac{x+5}{x-2}.$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	1 $\searrow$	$+\infty$	$\searrow$ 1
		$-\infty$	

Ví dụ 2.

Bảng biến thiên sau là của hàm số nào trong các hàm số bên dưới?

(A) $y = \frac{x-1}{x-3}$

(B) $y = \frac{x-1}{-x-3}$

(C) $y = \frac{x+5}{-x+3}$

(D) $y = \frac{1}{x-3}$

x	$-\infty$	3	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

.....

.....

.....

Ví dụ 3.

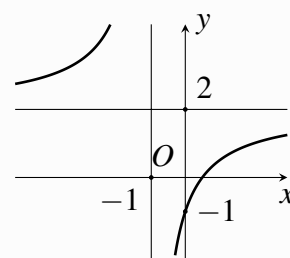
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?

(A) $y = \frac{2x-1}{x+1}$

(B) $y = \frac{1-2x}{x+1}$

(C) $y = \frac{2x+1}{x-1}$

(D) $y = \frac{2x+1}{x+1}$



.....

.....

.....

Ví dụ 4.

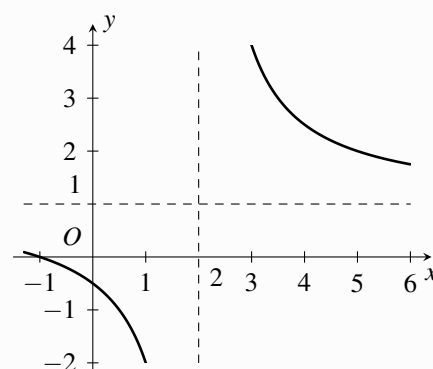
Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a+b$

(A) $T = 2$

(B) $T = 0$

(C) $T = -1$

(D) $T = 3$



.....

.....

.....

Ví dụ 5.

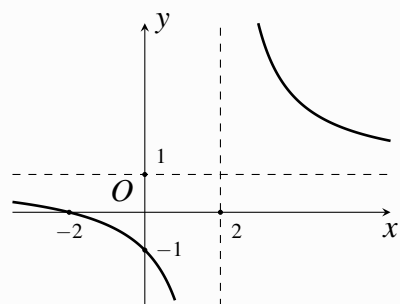
Hãy xác định a, b để hàm số $y = \frac{2-ax}{x+b}$ có đồ thị như hình vẽ?

(A) $a = 1; b = -2.$

(B) $a = b = 2.$

(C) $a = -1; b = -2.$

(D) $a = b = -2.$

**Ví dụ 6.**

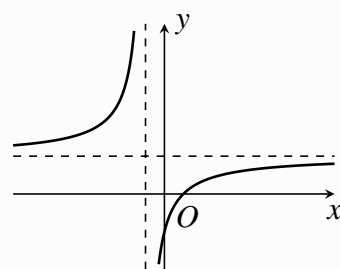
Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $ab > 0, bd < 0.$

(B) $ab < 0, ad > 0.$

(C) $ab < 0, ad < 0.$

(D) $bd > 0, ad > 0.$

**Ví dụ 7.**

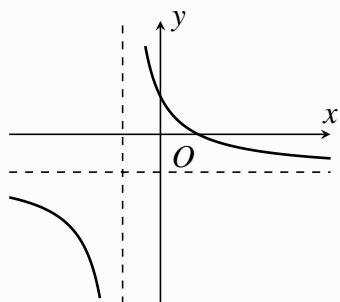
Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $bd < 0, ab > 0.$

(B) $ad > 0, ab < 0.$

(C) $ad < 0, ab < 0.$

(D) $bd > 0, ad > 0.$



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-3	1		$-\infty$

Tìm hàm số thỏa mãn bảng biến thiên đã cho.

- ☐ A $y = x^3 + 3x^2 + 1$.
 ☐ B $y = 2x^3 + 6x^2 + 1$.
 ☐ C $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
 ☐ D $y = -x^3 - 3x^2 + 1$.

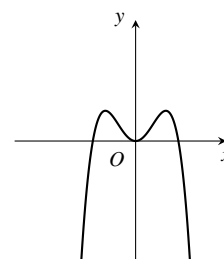
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-2	6		$-\infty$

- ☐ A $y = -x^3 + 6x - 2$.
 ☐ B $y = -3x^3 + 9x^2 - 2$.
☐ C $y = 2x^3 - 3x^2 + 2x - 2$.
 ☐ D $y = -2x^3 + 6x^2 - 2$.

Câu 3 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?

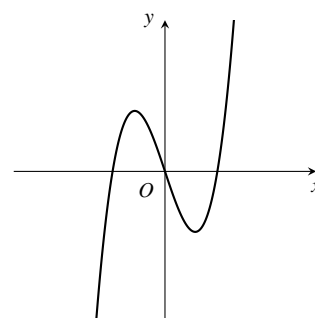
- ☐ A $y = -x^4 + 2x^2$.
 ☐ B $y = x^4 - 2x^2$.
☐ C $y = x^3 - 3x^2$.
 ☐ D $y = -x^3 + 3x^2$.



Câu 4 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2).

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- ☐ A $y = x^3 - 3x$.
 ☐ B $y = -x^3 + 3x$.
☐ C $y = x^4 - 2x^2$.
 ☐ D $y = -x^4 + 2x^2$.



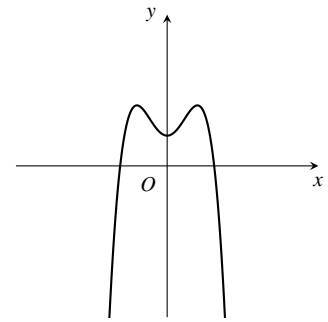
Câu 5 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

(D) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$



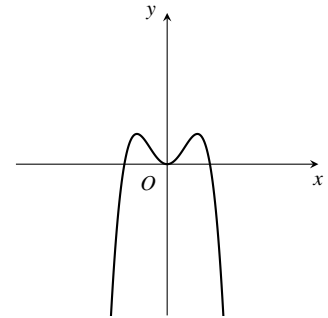
Câu 6 (Mã 102 - 2020 Lần 1). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = -x^4 + 2x^2.$

(B) $y = -x^3 + 3x.$

(C) $y = x^4 - 2x^2.$

(D) $y = x^3 - 3x.$



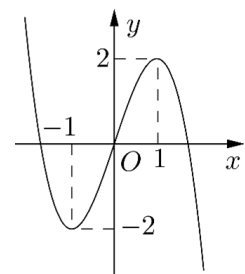
Câu 7 (Mã 103 - 2020 Lần 1). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

(A) 1.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 3.



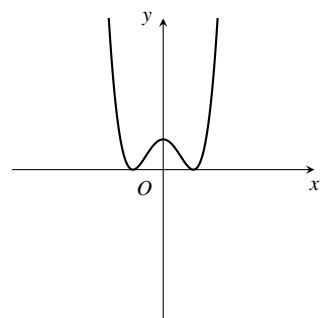
Câu 8 (Mã 104 - 2020 Lần 1). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

(C) $y = x^3 - 3x^2 + 1.$

(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$



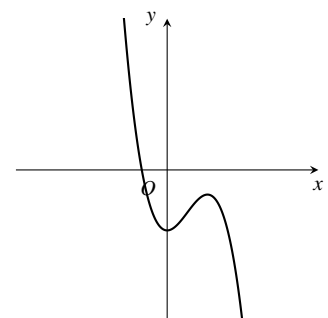
Câu 9 (Mã 101 - 2020 Lần 2). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên

(A) $y = x^4 - 2x^2 - 2.$

(B) $y = -x^3 + 2x^2 - 2.$

(C) $y = x^3 - 3x^2 - 2.$

(D) $y = -x^4 + 2x^2 - 2.$



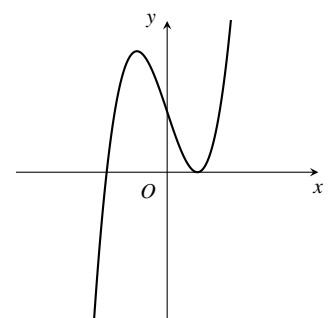
Câu 10 (Mã 104 2017). Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số dưới đây?

(A) $y = -x^3 + 3x + 2.$

(B) $y = x^4 - x^2 + 1.$

(C) $y = x^4 + x^2 + 1.$

(D) $y = x^3 - 3x + 2.$



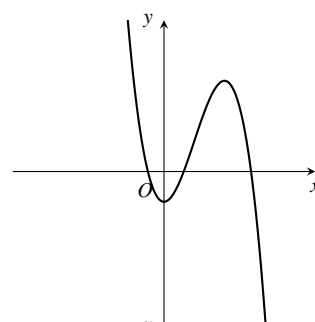
Câu 11 (Mã 102 - 2020 Lần 2). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$

(B) $y = x^4 - 2x^2 - 1.$

(C) $y = x^3 - 3x^2 - 1.$

(D) $y = -x^3 + 3x^2 - 1.$



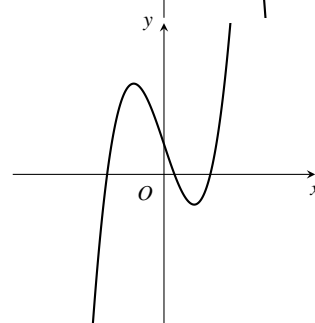
Câu 12 (Mã 103 - 2020 Lần 2). Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?

(A) $y = x^3 - 3x + 1.$

(B) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

(D) $y = -x^3 + 3x + 1.$



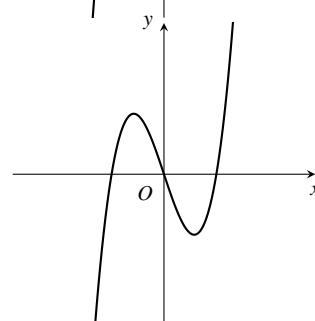
Câu 13 (Mã 104 - 2020 Lần 2). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

(A) $y = x^4 + 2x^2.$

(B) $y = -x^3 - 3x.$

(C) $y = x^3 - 3x.$

(D) $y = -x^4 + 2x^2.$



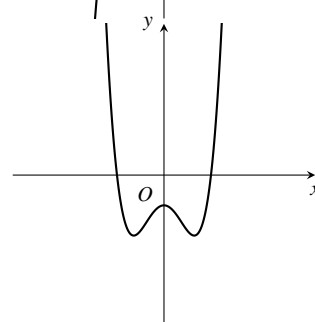
Câu 14 (Mã 102 2018). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = -x^3 + x^2 - 1.$

(B) $y = -x^4 + 2x^2 - 1.$

(C) $y = x^3 - x^2 - 1.$

(D) $y = x^4 - 2x^2 - 1.$



Mặt khác nhánh bên tay phải của đồ thị hàm số đi lên suy ra hệ số $a > 0 \rightarrow$

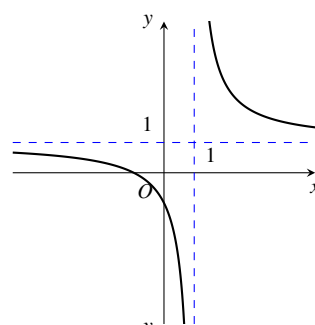
Câu 15 (Đề Tham Khảo 2019). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = \frac{2x-1}{x-1}.$

(B) $y = \frac{x+1}{x-1}.$

(C) $y = x^4 + x^2 + 1.$

(D) $y = x^3 - 3x - 1.$



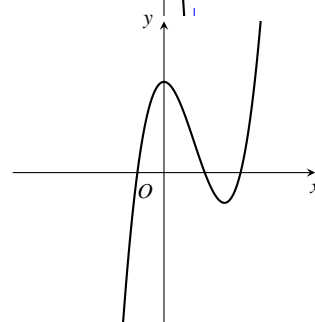
Câu 16 (Mã 110 2017). Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị hàm số nào sau đây?

(A) $y = -x^3 + 3x^2 + 1.$

(B) $y = x^3 - 3x^2 + 3.$

(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$

(D) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$



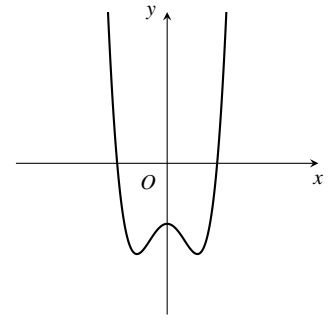
Câu 17 (Mã 103 2019). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

(A) $y = x^3 - 3x^2 - 2$.

(B) $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.



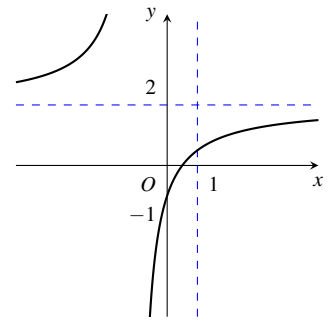
Câu 18 (Đề Tham Khảo 2017). Đường cong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

(B) $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

(C) $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

(D) $y = \frac{2x-2}{x-1}$.



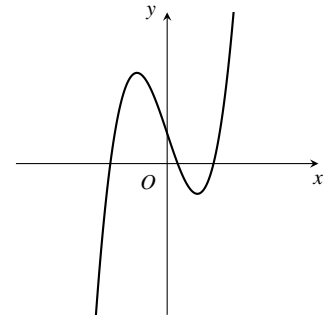
Câu 19 (Đề Minh Họa 2017). Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = x^3 - 3x + 1$.

(B) $y = -x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = x^4 - x^2 + 1$.

(D) $y = -x^2 + x - 1$.



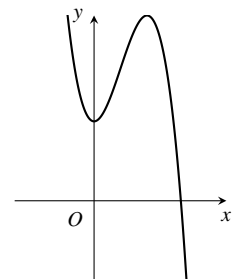
Câu 20 (Mã 101 - 2019). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

(C) $y = x^4 - 2x^2 + 3$.

(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.



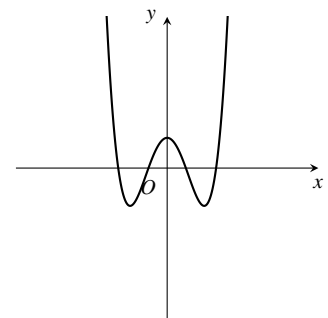
Câu 21 (Mã 101 2018). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

(B) $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

(C) $y = -x^4 + 3x^2 - 1$.

(D) $y = x^4 - 3x^2 - 1$.



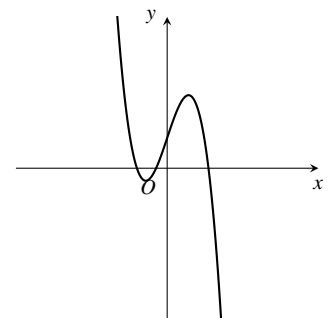
Câu 22 (Mã 104 2019). Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?

(A) $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

(B) $y = -2x^3 + 3x + 1$.

(C) $y = 2x^3 - 3x + 1$.

(D) $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$.



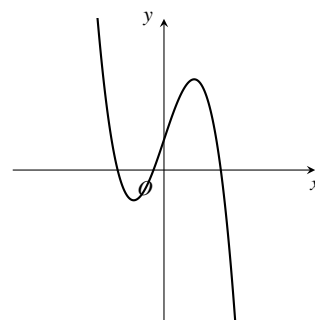
Câu 23 (Mã 102 2019). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên

(A) $y = -x^3 + 3x + 1.$

(B) $y = x^3 - 3x + 1.$

(C) $y = x^4 - 2x^2 + 1.$

(D) $y = -x^4 + 2x^2 + 1.$



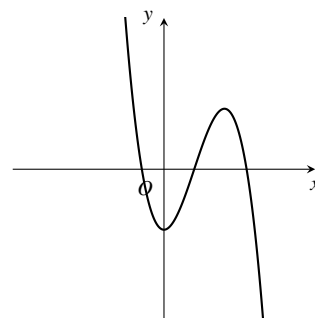
Câu 24 (Mã 104 2018). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^4 - x^2 - 2.$

(B) $y = -x^4 + x^2 - 2.$

(C) $y = -x^3 + 3x^2 - 2.$

(D) $y = x^3 - 3x^2 - 2.$



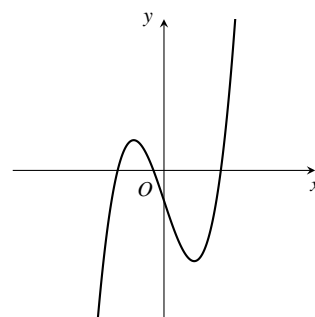
Câu 25 (Mã 103 2018). Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x - 1.$

(B) $y = x^4 - 3x^2 - 1.$

(C) $y = -x^3 - 3x - 1.$

(D) $y = -x^4 + x^2 - 1.$



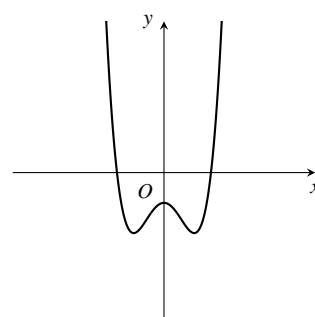
Câu 26 (Mã 123 2017). Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

(A) $y = x^4 - x^2 - 1.$

(B) $y = -x^4 + x^2 - 1.$

(C) $y = x^3 - x^2 - 1.$

(D) $y = -x^3 + x^2 - 1.$



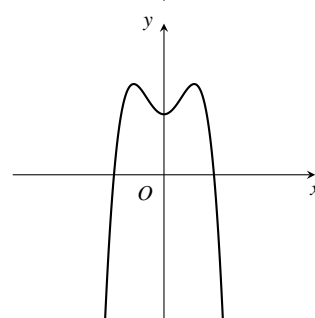
Câu 27 (Đề Tham Khảo 2018). Đường cong trong hình bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?

(A) $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

(B) $y = -x^3 + 3x^2 + 2.$

(C) $y = -x^4 + 2x^2 + 2.$

(D) $y = x^4 - 2x^2 + 2.$



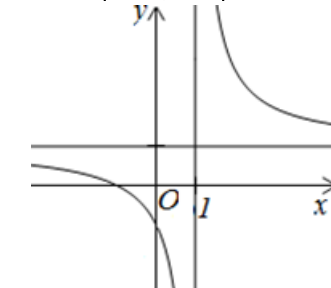
Câu 28 (Mã 123 2017). Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$

(B) $y' > 0, \forall x \neq 1.$

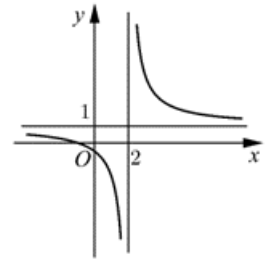
(C) $y' < 0, \forall x \neq 1.$

(D) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}.$



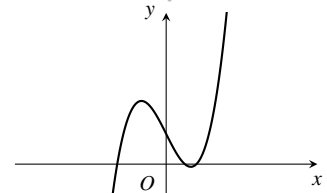
Câu 29 (Mã 105 2017). Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $y' > 0, \forall x \neq 1$. (B) $y' < 0, \forall x \neq 1$.
(C) $y' < 0, \forall x \neq 2$. (D) $y' > 0, \forall x \neq 2$.



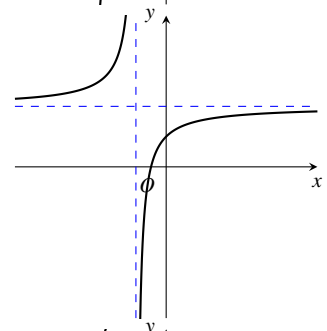
Câu 30. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Hình vẽ sau đây là đồ thị của hàm số nào?

- (A) $y = x^3 + 2x + 1$. (B) $y = x^3 - 2x^2 + 1$.
(C) $y = x^3 - 2x + 1$. (D) $y = -x^3 + 2x + 1$.



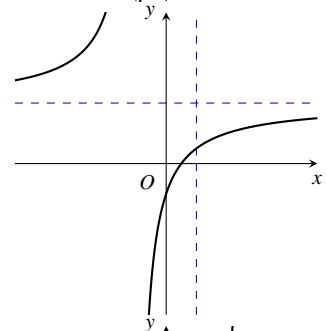
Câu 31. (Sở Cần Thơ - 2019) Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào

- (A) $y = \frac{x-1}{x+1}$. (B) $y = \frac{2x+1}{x+1}$. (C) $y = \frac{2x-3}{x+1}$. (D) $y = \frac{2x+5}{x+1}$.



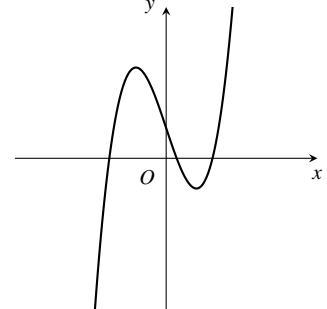
Câu 32. (SGD Nam Định) Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- (A) $y = \frac{x-1}{x+1}$. (B) $y = \frac{-2x+1}{2x+2}$.
(C) $y = x^4 - 3x^2$. (D) $y = x^3 - 3x^2$.



Câu 33. (Sở Gia Lai 2019) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

- (A) $y = -x^3 + 3x + 1$. (B) $y = x^4 - x^2 + 1$.
(C) $y = -x^2 + x - 1$. (D) $y = x^3 - 3x + 1$.



D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 34. Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** đi qua điểm $A(1; 1)$?

- (A) $y = x$. (B) $y = 2x^2 - 1$. (C) $y = 2x^3 - x - 1$. (D) $y = -x^4 + 2$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) đi qua điểm nào?

- (A) $M(1; 3)$. (B) $M(0; -2)$. (C) $M(-1; \frac{1}{3})$. (D) $M(3; 5)$.

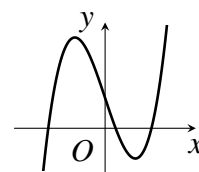
Câu 36. Bảng biến thiên ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			-1			$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	-5	$\nearrow$

- Ⓐ $y = -x^3 - 3x - 2$.
 Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
 Ⓒ $y = x^3 + 3x^2 - 1$.
 Ⓓ $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

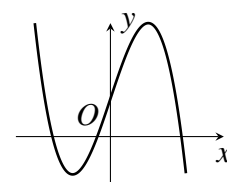
Câu 37. Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào dưới đây?

- Ⓐ $y = -x^3 + 3x + 1$.
 Ⓑ $y = x^3 + 3x + 1$.
 Ⓒ $y = -x^3 - 3x + 1$.
 Ⓓ $y = x^3 - 3x + 1$.



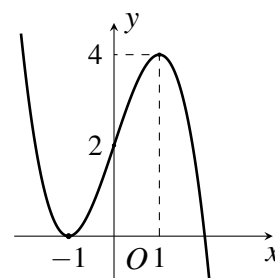
Câu 38. Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào dưới đây?

- Ⓐ $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.
 Ⓑ $y = -x^3 - 2x^2 + x - 2$.
 Ⓒ $y = -x^3 + 3x + 1$.
 Ⓓ $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$.



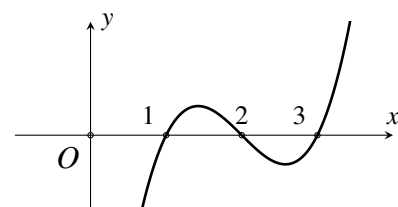
Câu 39. Đường cong bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào dưới đây?

- Ⓐ $y = (x+1)^2(1+x)$.
 Ⓑ $y = (x+1)^2(1-x)$.
 Ⓒ $y = (x+1)^2(2-x)$.
 Ⓓ $y = (x+1)^2(2+x)$.



Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

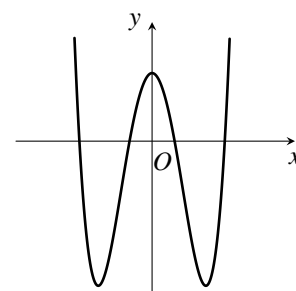
- Ⓐ $f(1,5) < 0, f(2,5) < 0$.
 Ⓑ $f(1,5) > 0 > f(2,5)$.
 Ⓒ $f(1,5) > 0, f(2,5) > 0$.
 Ⓓ $f(1,5) < 0 < f(2,5)$.



Câu 41. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây.

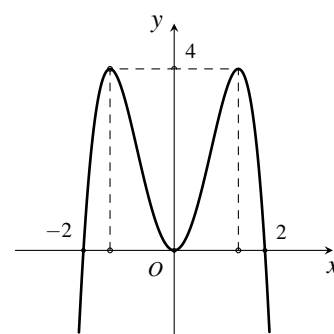
Hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ $y = x^4 + 5x^2 + 2$.
 Ⓑ $y = x^3 - 3x^2 + 2$.
 Ⓒ $y = x^4 - 5x^2 + 2$.
 Ⓓ $y = -x^4 + 5x^2 + 2$.



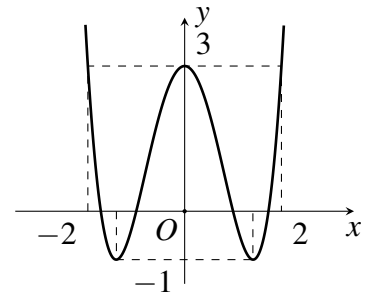
Câu 42. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- Ⓐ $y = x^4 - 3x^2$.
 Ⓑ $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2$.
 Ⓒ $y = -x^4 - 2x^2$.
 Ⓓ $y = -x^4 + 4x^2$.



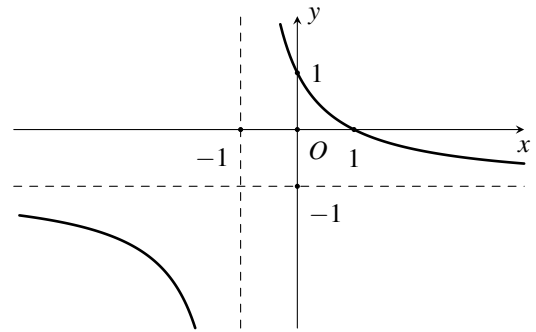
Câu 43. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = -x^4 + 4x^2 + 3$. (B) $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.
 (C) $y = (x^2 - 2)^2 - 1$. (D) $y = (x^2 + 2)^2 - 1$.



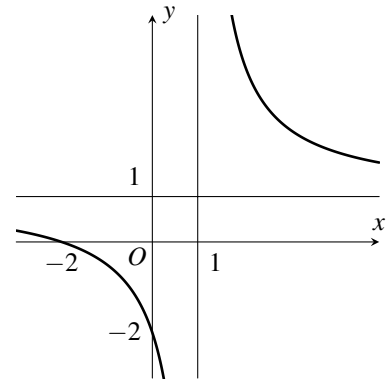
Câu 44. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = \frac{-2x+1}{2x+1}$. (B) $y = \frac{-x+1}{x+1}$.
 (C) $y = \frac{-x+2}{x+1}$. (D) $y = \frac{-x}{x+1}$.



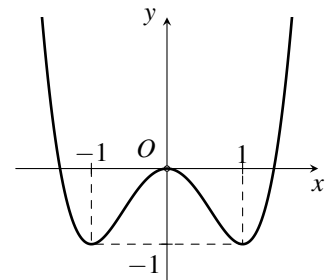
Câu 45. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = \frac{2x+1}{x-1}$. (B) $y = \frac{x+2}{1-x}$.
 (C) $y = \frac{x+2}{x-1}$. (D) $y = \frac{x+1}{x-1}$.



Câu 46. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- (A) $y = x^4 - 2x^2$. (B) $y = x^4 - 2x^2 - 3$.
 (C) $y = -x^4 + 2x^2$. (D) $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.



Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 (B) Hàm số có hai điểm cực trị.
 (C) Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
 (D) Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$-$	$+$	0	$-$
y	5	-2	4	-1

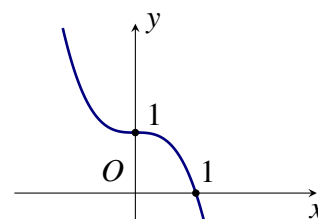
Câu 48. Đường cong ở hình bên là đồ thị một trong bốn hàm số cho ở phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?

(A) $y = -x^3 + 1$.

(B) $y = -2x^3 + x^2$.

(C) $y = 3x^2 + 1$.

(D) $y = -4x^3 + 1$.



Câu 49. Hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây có bảng biến thiên như hình bên?

(A) $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

(B) $y = \frac{x+4}{x-2}$.

(C) $y = \frac{2x+3}{x-2}$.

(D) $y = \frac{x-2}{2x-7}$.

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2		$+\infty$
		$-\infty$	2

E. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 3

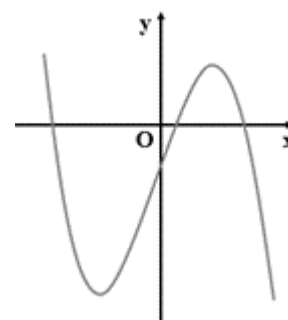
Câu 50. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a > 0, d > 0$.

(B) $a < 0, d > 0$.

(C) $a > 0, d < 0$.

(D) $a < 0, d < 0$.



Câu 51. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$
			1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 0.

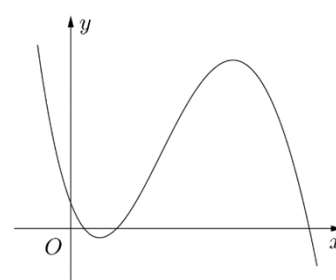
Câu 52. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

(A) 4.

(B) 1.

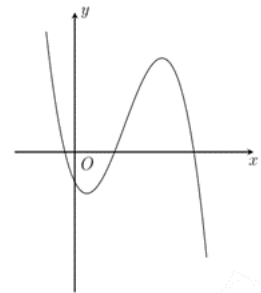
(C) 2.

(D) 3.



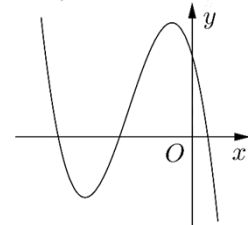
Câu 53. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



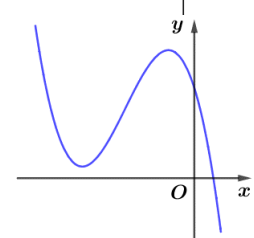
Câu 54. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.



Câu 55. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- (A) 4. (B) 2.
(C) 1. (D) 3.



Câu 56. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- (A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

Câu 57. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 58. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Câu 59. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

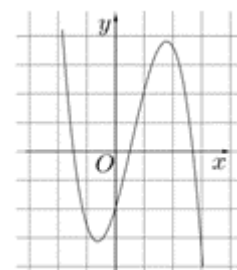
x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- Ⓐ 4. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

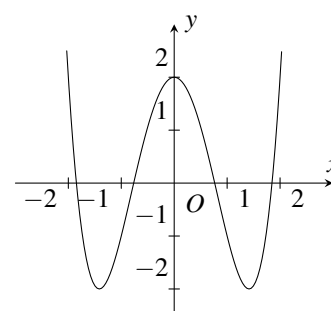
Câu 60. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $a < 0, b > 0, c > 0, d < 0$. Ⓑ $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. Ⓓ $a < 0, b > 0, c < 0, d < 0$.



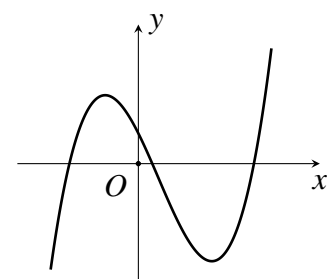
Câu 61. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- Ⓐ $a > 0, b < 0, c > 0$. Ⓑ $a > 0, b < 0, c < 0$.
 Ⓒ $a > 0, b > 0, c > 0$. Ⓓ $a < 0, b > 0, c > 0$.



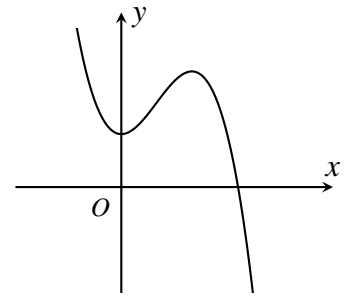
Câu 62. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$. Ⓑ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
 Ⓒ $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$. Ⓓ $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.



Câu 63. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, điểm cực tiểu của đồ thị nằm trên trục tung. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$. (B) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
 (C) $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$. (D) $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

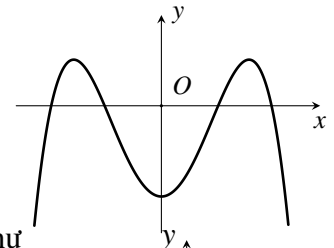


Câu 64. Cho $A(0; -3)$ là điểm cực đại và $B(-1; -5)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$. Tính giá trị của hàm số tại $x = -2$.

- (A) $y(-2) = 43$. (B) $y(-2) = 23$. (C) $y(-2) = 19$. (D) $y(-2) = 13$.

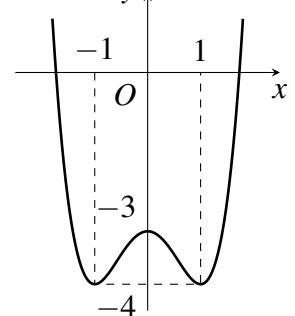
Câu 65. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $a > 0, b < 0, c < 0$. (B) $a < 0, b < 0, c < 0$.
 (C) $a < 0, b > 0, c < 0$. (D) $a > 0, b < 0, c > 0$.



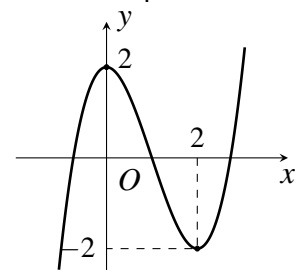
Câu 66. Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

- (A) $a = -\frac{1}{4}, b = 3, c = -3$. (B) $a = 1, b = -2, c = -3$.
 (C) $a = 1, b = -3, c = 3$. (D) $a = 1, b = 3, c = -3$.



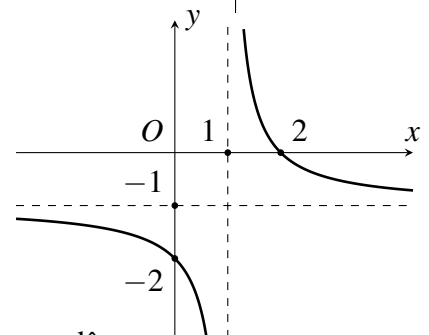
Câu 67. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tính tổng $S = a + b + c + d$.

- (A) $S = 0$. (B) $S = 6$.
 (C) $S = -4$. (D) $S = 2$.



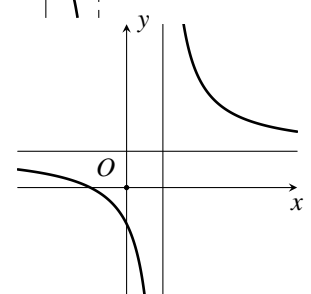
Câu 68. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.

- (A) $T = 12$. (B) $T = -7$.
 (C) $T = 10$. (D) $T = -9$.

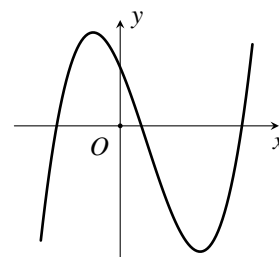


Câu 69. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $ac > 0, bd > 0, cd > 0$. (B) $ad < 0, bc > 0, cd > 0$.
 (C) $ab > 0, bc > 0, bd < 0$. (D) $bc > 0, ad < 0, ac < 0$.



Câu 70. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?



Ⓐ $ab < 0, bc > 0, cd < 0.$

Ⓑ $ab > 0, bc > 0, cd < 0.$

Ⓒ $ab < 0, bc < 0, cd > 0.$

Ⓓ $ab < 0, bc > 0, cd > 0.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. A	4. A	5. C	6. A	7. D	8. A	9. B	10. D
11. D	12. A	13. C	14. D	15. B	16. B	17. B	18. C	19. A	20. B
21. D	22. B	23. A	24. C	25. A	26. A	27. C	28. C	29. C	30. C
31. B	32. A	33. D	34. C	35. D	36. B	37. D	38. C	39. C	40. B
41. C	42. D	43. C	44. B	45. C	46. A	47. D	48. A	49. C	50. D
51. C	52. C	53. C	54. C	55. C	56. D	57. C	58. A	59. D	60. B
61. A	62. B	63. D	64. D	65. C	66. B	67. C	68. D	69. C	70. A

§ 6. BIỆN LUẬN NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH DỰA VÀO ĐỒ THỊ HOẶC BBT

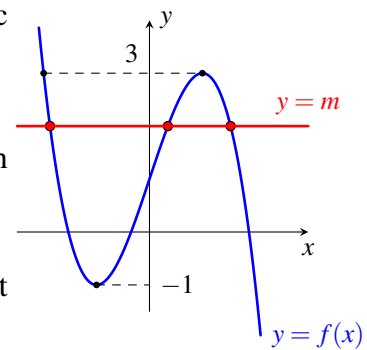
A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Ứng dụng đồ thị để biện luận nghiệm phương trình.

✓ Xét phương trình $f(x) = m$, với m là tham số. Nghiệm của phương trình này có thể coi là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ (cố định) với đường thẳng $y = m$ (nằm ngang).

✓ Từ đó, để biện luận nghiệm phương trình $f(x) = m$, ta có thể thực hiện các bước như sau:

- ① Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên miền xác định mà đề bài yêu cầu.
- ② Tịnh tiến đường thẳng $y = m$ theo hướng "lên, xuống". Quan sát số giao điểm để quy ra số nghiệm tương ứng.



B. CÁC DẠNG BÀI TẬP

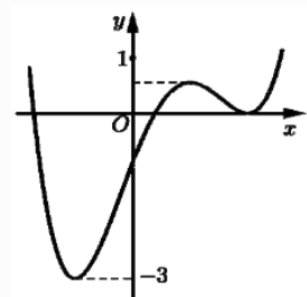
Dạng 6.17. Giải, biện luận nghiệm phương trình bằng phương pháp đồ thị

- Chuyển phương trình đã cho về dạng $f(x) = m$;
- Tịnh tiến đường thẳng $y = m$ lên xuống theo phương ngang. Nhìn giao điểm với đồ thị $y = f(x)$ để quy ra số nghiệm tương ứng.

✎ Ví dụ 1 (Chuyên Vinh 2022- Lần 3).

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

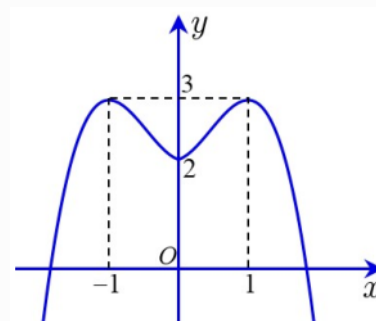
- (A) 4. (B) 1.
 (C) 3. (D) 2.



Ví dụ 2 (Mã 101- 2022).

Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 4. (D) 3.



Ví dụ 3 (Mã 103- 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						$-\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$
 -1 3 $-\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 1$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Ví dụ 4 (Mã 102 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$								$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -1 2 -1 $+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) - 5 = 0$ là

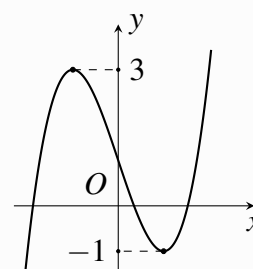
- (A) 3. (B) 4. (C) 0. (D) 2.

Ví dụ 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình

$2f(x) - 3 = 0$ là

- (A) 2. (B) 1.
(C) 0. (D) 3.

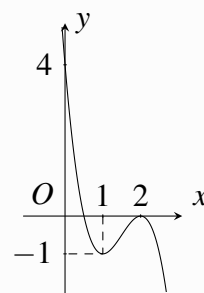


✎ Ví dụ 6.

Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($d \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên.

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 1 = 0$ bằng

- (A) 0. (B) 1.
(C) 2. (D) 3.

**✎ Ví dụ 7.**

Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m + 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

- (A) $-3 \leq m \leq 3$. (B) $-2 \leq m \leq 4$.
(C) $-2 < m < 4$. (D) $-3 < m < 3$.

✎ Ví dụ 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$-$	$ $	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	4	$-\infty$	$-\infty$

- (A) $(-\infty; 4]$. (B) $[-2; 4]$.
(C) $(-2; 4)$. (D) $(-2; 4]$.

Ví dụ 9.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi phương trình $3|f(x)| - 10 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- ☐ A 2 nghiệm. ☐ B 4 nghiệm.
☐ C 3 nghiệm. ☐ D 1 nghiệm.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		- 0 +	
$f(x)$	2 ↘ $-\infty$	$+\infty$ ↘ 3	↗ $+\infty$	

Ví dụ 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Hỏi phương trình $f(|x|) = 1$ có mấy nghiệm?

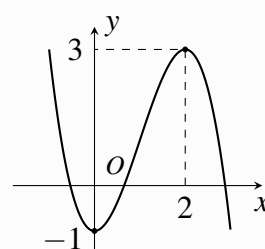
- ☐ A 6 nghiệm. ☐ B 2 nghiệm.
☐ C 3 nghiệm. ☐ D 4 nghiệm.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
y'	+	0	- 0 +	
y	$-\infty$ ↗ 2	↘ -2	↗ $+\infty$	

Ví dụ 11.

Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $2f(|x|) - m = 0$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

- ☐ A $1 < m < 3$. ☐ B $-1 < m < 3$.
☐ C $-2 < m < 6$. ☐ D $2 < m < 6$.



✎ Ví dụ 12.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau. Số nghiệm của phương trình

$$2[f(x)]^2 - 3f(x) + 1 = 0 \text{ là}$$

(A) 2.

(B) 3.

(C) 6.

(D) 0.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		1	3	$\frac{1}{3}$	1

✎ Ví dụ 13. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 + 3 + 2m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

(A) $-2 \leq m \leq \frac{-3}{2}$.

(B) $\frac{-3}{2} < m < 2$.

(C) $-2 < m < \frac{-3}{2}$.

(D) $3 < m < 4$.

✎ Ví dụ 14 (THPT QG 2018 - Mã 102).

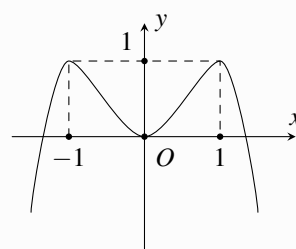
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $4f(x) - 3 = 0$.

(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 0.

**✎ Ví dụ 15 (THPT QG 2018 - Mã 103).**

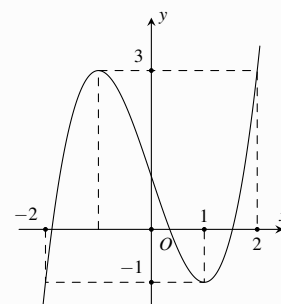
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $3f(x) - 4 = 0$.

(A) 2.

(B) 3.

(C) 4.

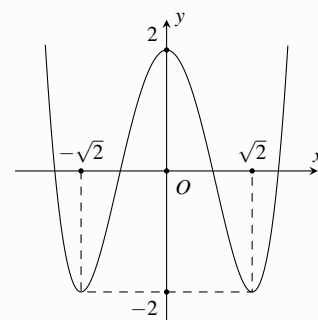
(D) 1.



Ví dụ 16.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$.

- (A) 4.
(B) 2.
(C) 0.
(D) 3.



Ví dụ 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) + 3 = 0$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-3	$+\infty$	

- (A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

.....

.....

.....

Ví dụ 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) + 1 = 0$.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

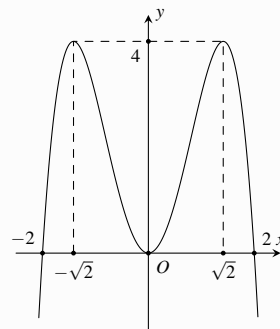
.....

.....

✎ Ví dụ 19.

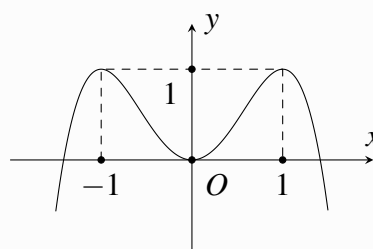
Cho đồ thị hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

- ☐ A $m < 0$ hoặc $m = 4$. ☐ B $m < 0$.
☐ C $m < 2$ hoặc $m = 6$. ☐ D $m < 2$.

**✎ Ví dụ 20 (THPT QG năm 2017 - Mã 104).**

Cho đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4 + 2x^2 = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

- ☐ A $m > 0$. ☐ B $0 \leq m \leq 1$.
☐ C $0 < m < 1$. ☐ D $m < 1$.

**C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

Câu 1 (Chuyên Vinh 2022- Lần 2). Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định $(-\infty; 4)$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1		2	3		4	
y'		+	0	-		+	0	-
y				1		2		
	$-\infty$				0			
							-1	

Phương trình $f(x) + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

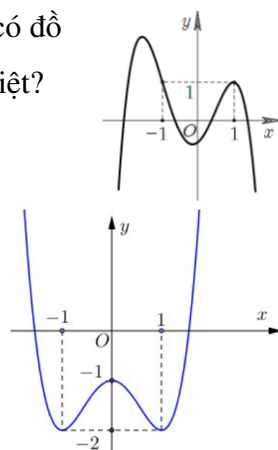
Câu 2 (Chuyên Vinh 2022- Lần 1). Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) - 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- (A) 3. (B) 1.

- (C) 2. (D) 4.

Câu 3 (Câu 29 - Mã 103- 2022). Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2; 5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

- (A) 1. (B) 6. (C) 7. (D) 5.



Câu 4 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

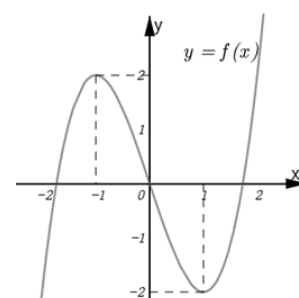
x	$-\infty$	2	3	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y			1			$+\infty$
	$-\infty$			0		

Số nghiệm của phương trình $3f(x) - 2 = 0$ là

- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

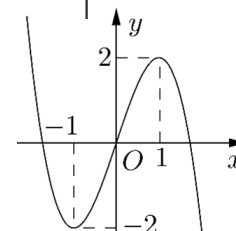
Câu 5 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là:

- (A) 3. (B) 1. (C) 0. (D) 2.



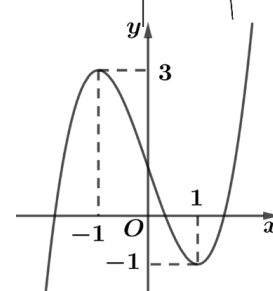
Câu 6 (Mã 103 - 2020 Lần 1). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 1$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.



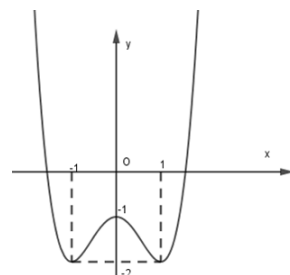
Câu 7 (Mã 104 - 2020 Lần 1). Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = 2$ là

- (A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.



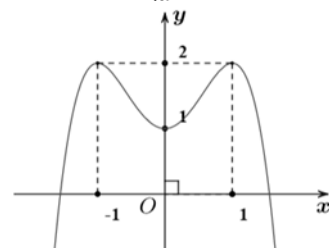
Câu 8 (Mã 102 - 2020 Lần 2). Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -\frac{3}{2}$ là

- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.



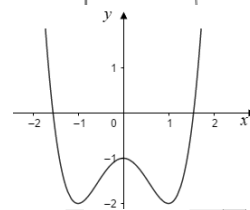
Câu 9 (Mã 103 - 2020 Lần 2). Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

- (A) 2. (B) 4. (C) 1. (D) 3.



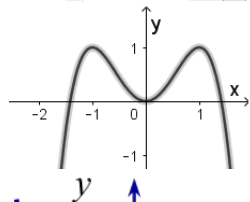
Câu 10 (Mã 101 - 2020 Lần 2). Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = -\frac{1}{2}$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) $x = 1$.



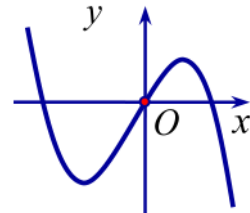
Câu 11 (Mã 104 - 2020 Lần 2). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{1}{2}$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 1. (D) 3.



Câu 12 (101- 2021- Lần 2). Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 (a, b, c \in \mathbb{R})$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như trong hình bên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.



Câu 13 (Mã 103 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 1. (D) 2.

Câu 14 (Mã 104 2019). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

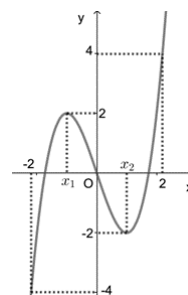
x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

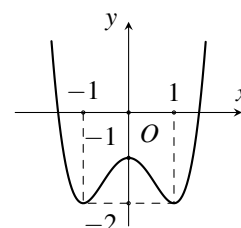
Câu 15 (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019).

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên đoạn $[-2; 2]$.



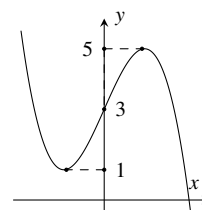
- (A) 3.
(B) 5.
(C) 6.
(D) 4.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị ở hình bên. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $f(x) = -\sqrt{3}$ là



- (A) 1. (B) 3.
(C) 2. (D) 4.

Câu 17. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm âm?



- (A) 0. (B) 2.
(C) 1. (D) 3.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Số phần tử tập nghiệm của phương trình $|f(x)| = 2$ là

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		+	-
y	$+\infty$	-1	2	$-\infty$

- (A) 4. (B) 3.
(C) 5. (D) 6.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Số nghiệm của phương trình $f(x+5) - 4 = 0$ là

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	0
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

- (A) 0. (B) 2.
(C) 3. (D) 1.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^3 - 3x + m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

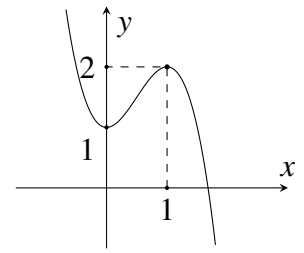
- (A) $m \in (2; +\infty)$. (B) $m \in (-2; 2)$. (C) $m \in \mathbb{R}$. (D) $m \in (-\infty; -2)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+	0	-	0	-
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

- (A) 2. (B) 1.
(C) 4. (D) 3.

Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Điều kiện của tham số m để đồ thị hàm số $y = |2f(x) - m|$ có 5 điểm cực trị là



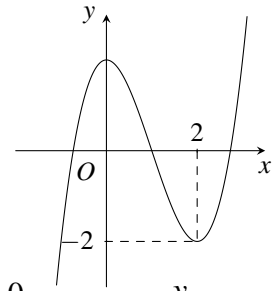
(A) $1 \leq m \leq 2$.

(B) $2 \leq m \leq 4$.

(C) $1 < m < 2$.

(D) $2 < m < 4$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là



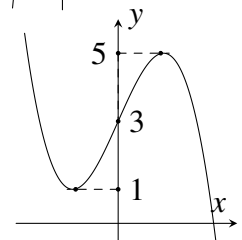
(A) 0.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 1.

Câu 24. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $2f(x) - 5 = 0$ có bao nhiêu nghiệm âm?



(A) 0.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 3 = 0$ là

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-3	1	-3	$+\infty$

(A) 4.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 3.

Câu 26 (Đề tham khảo 2019).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-2	1	-2	$+\infty$

(A) 4.

(B) 3.

(C) 2.

(D) 1.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	0	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $4f(x) + 3 = 0$ là

(A) 2.

(B) 0.

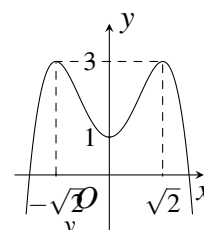
(C) 3.

(D) 4.

Câu 28.

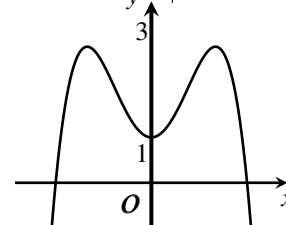
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) = \sqrt{2}$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.



Câu 29. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị trong hình sau. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 1.



Câu 30. Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

- (A) 0. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

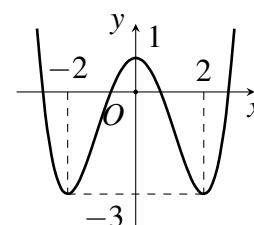
x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$		
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x) + 2 = 0$ là

- (A) 0. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 32. Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 7 = 0$ là

- (A) 0. (B) 3.
(C) 4. (D) 2.



Câu 33. Hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	-3	6	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là

- (A) 0. (B) 3. (C) 4. (D) 2.

Câu 34. Tìm tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ tại ba điểm phân biệt.

- (A) $0 \leq m < 4$. (B) $m \geq 4$. (C) $0 < m < 4$. (D) $0 < m \leq 4$.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + m$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

- (A) $-5 < m < 27$. (B) $m > 27$. (C) $-5 \leq m \leq 27$. (D) $-27 < m < 5$.

Câu 36. Cho hàm số $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$				4		$-\infty$

Các giá trị của tham số m sao cho phương trình $-x^3 + 6x^2 - 9x - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

- (A) $-3 < m < 1$. (B) $0 < m < 4$. (C) $-4 < m < 0$. (D) $1 < m < 3$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

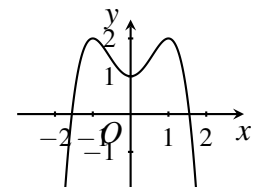
x	$-\infty$	x_1		0		x_2	$+\infty$
y'							
y	-3		2		$+\infty$	-4	3

Tìm m để phương trình $f(x) = m$ có bốn nghiệm phân biệt.

- (A) $-4 < m < -3$. (B) $-3 < m < 3$. (C) $-4 < m < 2$. (D) $-3 < m < 2$.

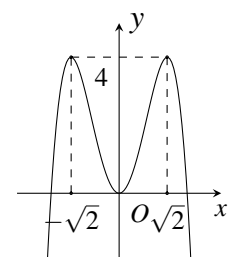
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x) + 1 = m$ ($m < 2$) có tất cả bao nhiêu nghiệm?

- (A) 3.
(B) Vô nghiệm.
(C) 4.
(D) 2.



Câu 39. Đồ thị bên là đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 4x^2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $x^4 - 4x^2 + m - 2 = 0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

- (A) $m < 0$. (B) $\begin{cases} m < 0 \\ m = 4 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} m < 2 \\ m = 6 \end{cases}$. (D) $m < 2$.



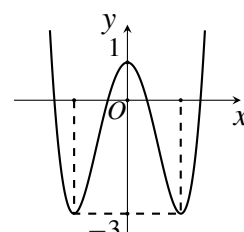
Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$	
y'		-	+	0	-
y	$+\infty$			3	
		2	$-\infty$		$-\infty$

- ☐ A $m \in [2; 3)$.
 ☐ B $m \in (2; 3]$.
 ☐ C $m \in [2; 3]$.
 ☐ D $m \in (2; 3)$.

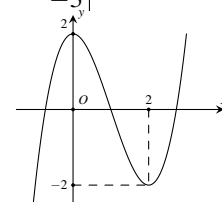
Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x) - 1 = 0$ là

- ☐ A 3.
 ☐ B 2.
 ☐ C 4.
 ☐ D 1.



Câu 42 (THPT QG 2018 - Mã 101). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình. Tìm số nghiệm của phương trình $3f(x) + 4 = 0$.

- ☐ A 3.
 ☐ B 0.
 ☐ C 1.
 ☐ D 2.



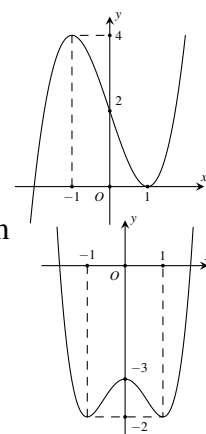
Câu 43 (Sở GD & ĐT Hải Phòng năm 2020).

Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên dưới. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

- ☐ A $0 < m < 5$.
 ☐ B $1 < m < 5$.
 ☐ C $-1 < m < 4$.
 ☐ D $0 < m < 4$.

Câu 44. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình bên dưới. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- ☐ A $-4 < m < -3$.
 ☐ B $m > -4$.
 ☐ C $-4 \leq m < -3$.
 ☐ D $-4 < m \leq -3$.



Câu 45. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = 2m$ có ba nghiệm phân biệt?

- ☐ A $-1 < m < 3$.
 ☐ B $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$.
 ☐ C $0 < m < 2$.
 ☐ D $-1 < m < 1$.

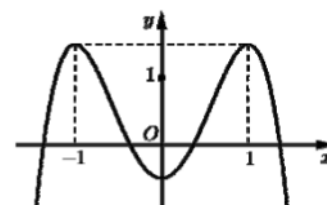
Câu 46. Cho bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x) + 3m = 2$ có 4 nghiệm phân biệt?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3	5	3	$+\infty$

- (A) $\begin{cases} m < -1 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases}$ (B) $-1 < m < -\frac{1}{3}$ (C) $m = -\frac{1}{3}$ (D) $m \leq -1$

Câu 47 (Chuyên Vinh 2022- Lần 3).

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hỏi phương trình $f(1-x) = 1$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; +\infty)$?



- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

Câu 48 (Chuyên Vinh 2022- Lần 2).

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x) + 3) = 0$ là

- (A) 6. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Câu 49 (Minh Họa 2022). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y			1		$+\infty$	
	$-\infty$			-5		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

- (A) 3. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

.....

✎ Ví dụ 2 (102- 2021 Lần 1). Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 2x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

(A) 1.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 3.

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 3 (101- 2021 Lần 2). Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 1$?

(A) Điểm $M(1;1)$.

(B) Điểm $Q(1;3)$.

(C) Điểm $N(1;0)$.

(D) Điểm $P(1;2)$.

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 4 (102- 2021-Lần 2). Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$?

(A) Điểm $M(1;1)$.

(B) Điểm $N(1;2)$.

(C) Điểm $P(1;3)$.

(D) Điểm $Q(1;0)$.

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 5 (Đề Minh Họa 2022). Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$?

(A) Điểm $P(-1;-1)$.

(B) Điểm $N(-1;-2)$.

(C) Điểm $M(-1;0)$.

(D) Điểm $Q(-1;1)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Đường thẳng $y = -3x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 1$ tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Chọn câu trả lời **sai** trong các câu trả lời sau đây.

(A) $x_0^3 - 2x_0^2 - 1 - y_0 = 0$.

(B) $y_0 + 3x_0 - 1 = 0$.

(C) $x_0 + y_0 + 2 = 0$.

(D) $x_0^3 - 2 = 2x_0^3 - 3x_0$.

.....

Ví dụ 7. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = (x - 1)(x^2 - 3x + 2)$ và trục hoành là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.

.....

Ví dụ 8. Đường thẳng $y = x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x - 1$ tại hai điểm. Tìm tổng tung độ các giao điểm đó.

(A) -3.

(B) 2.

(C) 0.

(D) -1.

.....

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2).

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ và trục hoành là

(A) 3.

(B) 0.

(C) 2.

(D) 1.

Câu 2 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

(A) 3.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 0.

Câu 3 (Mã 102 - 2020 Lần 1). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 + 5x$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 4 (Mã 103 - 2020 Lần 1). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2$ và đồ thị hàm số $y = x^2 + 5x$

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 5 (Mã 104 - 2020 Lần 1). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^2 + 3x$ và đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 6 (Mã 102 - 2020 Lần 2). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 7x$ với trục hoành là

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 7 (Mã 103 - 2020 Lần 2). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x$ với trục hoành là

- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

Câu 8 (Mã 101 - 2020 Lần 2). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 6x$ với trục hoành là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 9 (Mã 104 - 2020 Lần 2). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 5x$ với trục hoành là:

- (A) 3. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 10. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 4x + 1$ và đường thẳng $y = 2$.

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y = x^4 - x^3 - 3$ cắt trục tung tại mấy điểm?

- (A) 1 điểm. (B) 2 điểm. (C) 4 điểm. (D) 3 điểm.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

- (A) 0. (B) 4. (C) 2. (D) 3.

Câu 13. Tìm số giao điểm n của hai đồ thị $(C_1): y = x^4 - 3x^2 + 2$ và $(C_2): y = x^2 - 2$.

- (A) $n = 1$. (B) $n = 4$. (C) $n = 2$. (D) $n = 0$.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y = \frac{4x+4}{x-1}$ và $y = x^2 - 1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 15. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - x + 2$ và đồ thị hàm số $y = -x^2 - x + 5$ cắt nhau tại điểm duy nhất có tọa độ $(x_0; y_0)$. Tìm y_0 .

- (A) 0. (B) 4. (C) 1. (D) 3.

Câu 16. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

(A) $y = \frac{4x+1}{x+2}$.

(B) $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

(C) $y = \frac{3x+4}{x-1}$.

(D) $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

Câu 17. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B . Khi đó

(A) $x_A + x_B = 5$.

(B) $x_A + x_B = 2$.

(C) $x_A + x_B = 1$.

(D) $x_A + x_B = 3$.

Câu 18. Biết rằng đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x^2 + 5x - 1$ cắt đồ thị hàm số $y = 1$ tại hai điểm phân biệt A và B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

(A) $AB = 2$.

(B) $AB = 3$.

(C) $AB = 2\sqrt{2}$.

(D) $AB = 1$.

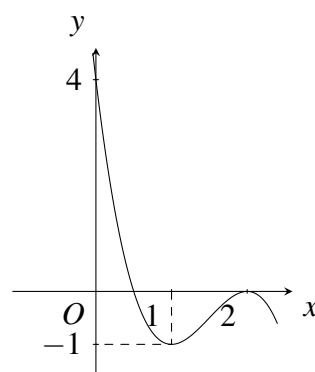
Câu 19. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($d \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm của phương trình $3f(x) + 1 = 0$ bằng

(A) 0.

(B) 1.

(C) 2.

(D) 3.



Câu 20. Có bao nhiêu số m nguyên âm để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (1-m)x + m + 1$ cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt.

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

Câu 21. (Đề Minh Họa 2017) Biết rằng đường thẳng $y = -2x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + x + 2$ tại điểm duy nhất; kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0

(A) $y_0 = 4$.

(B) $y_0 = 0$.

(C) $y_0 = 2$.

(D) $y_0 = -1$.

Câu 22. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Gọi P là số giao điểm của hai đồ thị $y = x^3 - x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$. Tìm P .

(A) $P = 0$.

(B) $P = 2$.

(C) $P = 1$.

(D) $P = 3$.

Câu 23. (Đề Tham Khảo 2017) Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

(A) 2.

(B) 3.

(C) 1.

(D) 0.

Câu 24. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình 2019) Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2$ có đồ thị (C) . Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $y = 2$ là

(A) 2.

(B) 1.

(C) 0.

(D) 4.

Câu 25. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 3x^2 + 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bao nhiêu

(A) -3.

(B) 0.

(C) 1.

(D) -1.

Câu 26. (THPT Việt Đức Hà Nội 2019) Số giao điểm của đường cong $y = x^3 - 2x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = 1 - x$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.

Câu 27. đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 1$ và đồ thị hàm số $y = -2x^2 + 7$ có bao nhiêu điểm chung?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 28. Cho hàm số $y = -2x^3 + 5x$ có đồ thị (C) Tìm số giao điểm của (C) và trục hoành.

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 29. Cho hàm số $y = (x - 3)(x^2 + 2)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) (C) cắt trục hoành tại hai điểm. (B) (C) cắt trục hoành tại một điểm.
(C) (C) không cắt trục hoành. (D) (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 30. Biết rằng đường thẳng $y = x + 2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 4$ tại điểm duy nhất, kí hiệu $(x_0; y_0)$ là tọa độ của điểm đó. Tìm y_0 .

- (A) $y_0 = 1$. (B) $y_0 = 3$. (C) $y_0 = -2$. (D) $y_0 = 4$.

Câu 31. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

- (A) $y = \frac{x-1}{x-3}$. (B) $y = \frac{x+1}{x+4}$. (C) $y = \frac{x-1}{x+2}$. (D) $y = \frac{2x-1}{x+5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. B	5. D	6. B	7. C	8. B	9. A	10. B	11. A
12. B	13. C	14. C	15. D	16. C	17. A	18. D	19. D	20. A	21. C
22. B	23. B	24. A	25. C	26. A	27. C	28. B	29. B	30. A	31. C

—HẾT CHƯƠNG I—

LŨY THỪA - MŨ - LOGARIT

§ 1. LŨY THỪA

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Lũy thừa với số mũ nguyên

☑ Lũy thừa với số mũ nguyên dương: Cho $a \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N}^*$, khi đó: $a^n = \underbrace{a.a.a \dots a}_{n \text{ thừa số}}$.

☑ Lũy thừa với số mũ nguyên âm: Cho $a \neq 0, n \in \mathbb{N}^*$, khi đó: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.



① Với $a \neq 0$, ta quy ước $a^0 = 1$.

② 0^0 và 0^{-n} ($n \in \mathbb{N}^*$) không có nghĩa.

2 Lũy thừa với số mũ hữu tỉ

☑ Cho $a > 0$ và số hữu tỉ $r = \frac{m}{n}$; trong đó $m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$. Khi đó: $a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

3 Lũy thừa với số mũ vô tỉ

☑ Cho $a > 0, \alpha \in \mathbb{R}, (r_n)$ là dãy số hữu tỉ sao cho $\lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = \alpha$. Khi đó: $a^\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} r_n = a^{r_n}$.

4 Công thức biến đổi lũy thừa cần nhớ

☑ Công thức cần nhớ: Cho cơ số $a, b > 0$ và hai số thực x, y . Khi đó, ta có:

① $a^0 = 1; a^1 = a$.

② $a^{-1} = \frac{1}{a}; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

③ $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}; \sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

④ $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$.

⑤ $a^{m-n} = \frac{a^m}{a^n}$.

⑥ $a^{m \cdot n} = (a^m)^n = (a^n)^m$.

⑦ $(ab)^n = a^n \cdot b^n$.

⑧ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

⑨ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$.

☑ So sánh hai lũy thừa: Cho cơ số $a > 0$ và hai số thực x, y . Khi đó, ta có:

① Nếu $a > 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$.

② Nếu $0 < a < 1$ thì $a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 1.19. Rút gọn biểu thức liên quan đến lũy thừa

• Biến đổi về **cùng cơ số** hoặc **cùng số mũ**;

• Chú ý công thức $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.

 **Ví dụ 1 (Mã 105 2017).** Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

☐ (A) $Q = b^{-\frac{4}{3}}$.

☐ (B) $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

☐ (C) $Q = b^{\frac{5}{9}}$.

☐ (D) $Q = b^2$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2 (SGD Nam Định 2019).** Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{4}{3}}\sqrt{a}$ bằng

☐ (A) $a^{\frac{7}{3}}$.

☐ (B) $a^{\frac{5}{6}}$.

☐ (C) $a^{\frac{11}{6}}$.

☐ (D) $a^{\frac{10}{3}}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3 (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019).** Cho biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ (A) $P = x$.

☐ (B) $P = x^{\frac{11}{6}}$.

☐ (C) $P = x^{\frac{7}{6}}$.

☐ (D) $P = x^{\frac{5}{6}}$.

.....

.....

.....

-  **Ví dụ 4.** Cho α là một số thực dương. Viết $\alpha^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\alpha}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.
- (A) $\alpha^{\frac{7}{3}}$. (B) $\alpha^{\frac{7}{6}}$. (C) $\alpha^{\frac{5}{3}}$. (D) $\alpha^{\frac{1}{3}}$.

.....

.....

.....

.....

-  **Ví dụ 5.** Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.
- (A) $P = x^{\frac{1}{8}}$. (B) $P = x^{\frac{2}{9}}$. (C) $P = \sqrt{x}$. (D) $P = x^2$.

.....

.....

.....

.....

-  **Ví dụ 6.** Cho đẳng thức $\frac{\sqrt[3]{a^2 \sqrt{a}}}{a^3} = a^\alpha, 0 < a \neq 1$. Khi đó α thuộc khoảng nào?
- (A) $(-1; 0)$. (B) $(0; 1)$. (C) $(-2; -1)$. (D) $(-3; -2)$.

.....

.....

.....

.....

-  **Ví dụ 7.** Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} a^{2-\sqrt{7}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$. Rút gọn biểu thức P được kết quả
- (A) $P = a^3$. (B) $P = a^5$. (C) $P = a$. (D) $P = a^4$.

.....

 **Ví dụ 8.** Rút gọn biểu thức $A = \frac{\sqrt[3]{a^8} \cdot a^{\frac{7}{3}}}{a^5 \cdot \sqrt[4]{a^{-3}}}$ ($a > 0$), ta được kết quả $A = a^{\frac{m}{n}}$, trong đó $m, n \in \mathbb{N}^*$

và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- ☐ (A) $3m^2 - 2n = 0$. ☐ (B) $m^2 + n^2 = 25$. ☐ (C) $m^2 - n^2 = 25$. ☐ (D) $2m^2 + n^2 = 10$.

 **Ví dụ 9.** (MH lần 2 – 2017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt{x^3}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào đúng?

- ☐ (A) $P = x^{\frac{1}{2}}$. ☐ (B) $P = x^{\frac{13}{24}}$. ☐ (C) $P = x^{\frac{1}{4}}$. ☐ (D) $P = x^{\frac{2}{3}}$.

 **Ví dụ 10.** biểu thức $P = x \cdot \sqrt[5]{x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}}$, $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ (A) $P = x^{\frac{2}{3}}$. ☐ (B) $P = x^{\frac{3}{10}}$. ☐ (C) $P = x^{\frac{13}{10}}$. ☐ (D) $P = x^{\frac{1}{2}}$.

.....

Ví dụ 11. Cho biểu thức $P = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}}$: $x^{\frac{11}{16}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = \sqrt[4]{x}$.

(B) $P = \sqrt[6]{x}$.

(C) $P = \sqrt[8]{x}$.

(D) $P = \sqrt{x}$.

.....

Ví dụ 12. Cho biểu thức $P = \sqrt{x^3\sqrt{x^2\sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Xác định k sao cho biểu thức $P = x^{\frac{23}{24}}$

(A) $k = 6$.

(B) $k = 2$.

(C) $k = 4$.

(D) Không tồn tại k .

.....

Ví dụ 13. Cho biểu thức $P = \frac{(x^{\sqrt{3}-1})^{\sqrt{3}+1}}{x^{-\sqrt{3}+2} \cdot x^{2+\sqrt{3}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = 1$.

(B) $P = x^6$.

(C) $P = x^2$.

(D) $P = \frac{1}{x^2}$.

 **Ví dụ 14.** Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}} (a > 0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ (A) $P = a$.

☐ (B) $P = a^2$.

☐ (C) $P = 1$.

☐ (D) $P = a^3$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 15.** Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{7}+1} \cdot a^{2-\sqrt{7}}}{2a^5 (a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}} (a > 0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ (A) $P = a^5$.

☐ (B) $P = a^{-5}$.

☐ (C) $P = \frac{1}{2}$.

☐ (D) $P = 2$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 16.** Cho hai số thực dương a và b . Rút gọn biểu thức $A = \frac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b} + b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a} + \sqrt[6]{b}}$.

☐ (A) $A = \sqrt[6]{ab}$.

☐ (B) $A = \sqrt[3]{ab}$.

☐ (C) $A = \frac{1}{\sqrt[3]{ab}}$.

☐ (D) $A = \frac{1}{\sqrt[6]{ab}}$.

.....

.....

.....

.....

Dạng 1.20. So sánh hai lũy thừa

- Nếu $a > 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$;
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha < \beta$.
- Với mọi $0 < a < b$, ta có:
 - $a^m < b^m \Leftrightarrow m > 0$
 - $a^m > b^m \Leftrightarrow m < 0$

Ví dụ 1 (Mã 103 & 104-2022). Cho $a = 3^{\sqrt{5}}$, $b = 3^2$ và $c = 3^{\sqrt{6}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

- ☐ A $a < c < b$.
 ☐ B $a < b < c$.
 ☐ C $b < a < c$.
 ☐ D $c < a < b$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2 (Phát triển đề 2022). Cho $m = 0.5^{2\sqrt{3}}$, $n = 0.5^4$ và $p = 0.5^{\sqrt{10}}$ mệnh đề nào dưới đây đúng

- ☐ A $m < p < n$.
 ☐ B $m < m < p$.
 ☐ C $n < m < p$.
 ☐ D $p < m < n$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Kết luận nào đúng về số thực a nếu $\left(\frac{1}{a}\right)^{-0.6} < a^3$

- ☐ A $0 < a < 1$.
 ☐ B $a > 0$.
 ☐ C $a > 1$.
 ☐ D $a < 0$.

.....

 **Ví dụ 4.** Cho $\pi^\alpha > \pi^\beta$ với $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

☐ **A** $\alpha > \beta$.

☐ **B** $\alpha < \beta$.

☐ **C** $\alpha = \beta$.

☐ **D** $\alpha \leq \beta$.

 **Ví dụ 5.** Cho $(\sqrt{2} - 1)^m < (\sqrt{2} - 1)^n$. Khi đó

☐ **A** $m > n$.

☐ **B** $m \neq n$.

☐ **C** $m < n$.

☐ **D** $m = n$.

 **Ví dụ 6.** Tìm điều kiện của m để $(m - 1)^{-2\sqrt{3}} > (m - 1)^{-3\sqrt{2}}$.

☐ **A** $0 < m < 1$.

☐ **B** $m > 1$.

☐ **C** $1 < m < 2$.

☐ **D** $m > 2$.

Ví dụ 7. (THPT Tiên Lãng 2018) Tìm tập tất cả các giá trị của a để $\sqrt[2]{a^5} > \sqrt[7]{a^2}$?

- ☐ A $a > 0$.
 ☐ B $0 < a < 1$.
 ☐ C $a > 1$.
 ☐ D $\frac{5}{21} < a < \frac{2}{7}$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8. (THPT Cộng Hiền 2019) Cho $a, b > 0$ thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} > a^{\frac{1}{3}}, b^{\frac{2}{3}} > b^{\frac{3}{4}}$. Khi đó khẳng định nào đúng?

- ☐ A $0 < a < 1, 0 < b < 1$.
 ☐ B $0 < a < 1, b > 1$.
 ☐ C $a > 1, 0 < b < 1$.
 ☐ D $a > 1, b > 1$.

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1 (Đề Minh Họa -2021). Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

- ☐ A a^6 .
 ☐ B $a^{\frac{3}{2}}$.
 ☐ C $a^{\frac{2}{3}}$.
 ☐ D $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 2. Cho a là một số dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- ☐ A $a^{\frac{5}{6}}$.
 ☐ B $a^{\frac{7}{6}}$.
 ☐ C $a^{\frac{4}{3}}$.
 ☐ D $a^{\frac{6}{7}}$.

Câu 3. Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x^2\sqrt[3]{x}}$, ($x > 0$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A $P = x^{\frac{6}{12}}$.
 ☐ B $P = x^{\frac{8}{12}}$.
 ☐ C $P = x^{\frac{9}{12}}$.
 ☐ D $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 4. Biến đổi biểu thức $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[6]{x^5}$ ($x > 0$) thành dạng với số mũ hữu tỉ.

- ☐ A $P = x^{\frac{7}{3}}$.
 ☐ B $P = x^{\frac{5}{3}}$.
 ☐ C $P = x^{\frac{5}{2}}$.
 ☐ D $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 5. Mệnh đề nào sau đây sai?

- ☐ A $\sqrt[3]{-27} = -3$.
 ☐ B $(-8)^{\frac{1}{3}} = -2$.
 ☐ C $6^{\frac{1}{2}} \cdot 24^{\frac{3}{2}} = 288$.
 ☐ D $\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}} = 3$.

Câu 6. Cho a là số thực dương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A) $a^{x+y} = a^x + a^y$. (B) $(a^x)^y = a^{xy}$. (C) $(a^x)^y = a^x \cdot a^y$. (D) $a^{x-y} = a^x - a^y$.

Câu 7. Điều nào sau đây đúng?

- (A) $a^m < a^n \Leftrightarrow m < n$. (B) Nếu $a < b$ thì $a^m < a^n \Leftrightarrow m > 0$.
(C) $a^m > a^n \Leftrightarrow m > n$. (D) $0 < a < 1, a^m > a^n \Leftrightarrow m < n$.

Câu 8. Cho a, b là các số thực dương khác 1 và x, y là các số thực. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) $a^x a^y = a^{x+y}$. (B) $\frac{a^x}{a^y} = a^{\frac{x}{y}}$. (C) $a^x b^y = (ab)^{x+y}$. (D) $(a^x)^y = a^{x+y}$.

Câu 9. Tìm số nhỏ hơn 1 trong các số sau:

- (A) $(0,7)^{2017}$. (B) $(0,7)^{-2017}$. (C) $(1,7)^{2017}$. (D) $(2,7)^{2017}$.

Câu 10. Cho $(0,25\pi)^\alpha > (0,25\pi)^\beta$. Kết luận nào sau đây đúng?

- (A) $\alpha \cdot \beta = 1$. (B) $\alpha > \beta$. (C) $\alpha + \beta = 0$. (D) $\alpha < \beta$.

Câu 11. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{6^{3+\sqrt{5}}}{2^{2+\sqrt{5}} \cdot 3^{1+\sqrt{5}}}$.

- (A) 1. (B) $6^{-\sqrt{5}}$. (C) 18. (D) 9.

Câu 12. Giả sử a là số thực dương, khác 1. Biểu thức $\sqrt{a^3 a}$ được viết dưới dạng a^α . Khi đó giá trị α bằng bao nhiêu?

- (A) $\alpha = \frac{2}{3}$. (B) $\alpha = \frac{11}{6}$. (C) $\alpha = \frac{1}{6}$. (D) $\alpha = \frac{5}{3}$.

Câu 13. Cho $x > 0$. Biểu thức $P = x^{\sqrt[5]{x}}$ bằng

- (A) $x^{\frac{11}{10}}$. (B) $x^{\frac{6}{5}}$. (C) $x^{\frac{1}{5}}$. (D) $x^{\frac{4}{5}}$.

Câu 14. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- (A) $P = x^{\frac{1}{8}}$. (B) $P = x^2$. (C) $P = \sqrt{x}$. (D) $P = x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 15. Rút gọn biểu thức $Q = \frac{b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[5]{b}}$ với $b > 0$.

- (A) $Q = b^{\frac{1}{15}}$. (B) $Q = b^{-\frac{2}{15}}$. (C) $Q = b^{\frac{2}{15}}$. (D) $Q = b^{\frac{5}{3}}$.

Câu 16. Biến đổi $\sqrt[3]{x^5} \cdot \sqrt[4]{x}$, ($x > 0$) thành dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ ta được

- (A) $x^{\frac{20}{3}}$. (B) $x^{\frac{23}{12}}$. (C) $x^{\frac{21}{12}}$. (D) $x^{\frac{12}{5}}$.

Câu 17. Viết biểu thức $A = \sqrt{a} \sqrt{a} \sqrt{a} : a^{\frac{11}{6}}$ ($a > 0$) dưới dạng số mũ lũy thừa hữu tỉ.

- (A) $A = a^{-\frac{23}{24}}$. (B) $A = a^{\frac{21}{24}}$. (C) $A = a^{\frac{23}{24}}$. (D) $A = a^{-\frac{1}{12}}$.

Câu 18. Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x^2} \sqrt{x^5} \sqrt[5]{x^3} : x^3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $P = x^{\frac{14}{15}}$. (B) $P = x^{\frac{31}{15}}$. (C) $P = x^{-\frac{7}{5}}$. (D) $P = x^{-\frac{14}{15}}$.

Câu 19. Hãy viết biểu thức $L = \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{7}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ.

- (A) $7^{\frac{1}{2}}$. (B) $7^{\frac{1}{18}}$. (C) $7^{\frac{4}{9}}$. (D) $7^{\frac{1}{27}}$.

Câu 20. Rút gọn biểu thức $Q = b^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{b}$ với $b > 0$.

- (A) $Q = b^2$. (B) $Q = b^{\frac{5}{9}}$. (C) $Q = b^{-\frac{4}{3}}$. (D) $Q = b^{\frac{4}{3}}$.

Câu 21. Rút gọn biểu thức $P = \frac{x^{\frac{1}{3}} \sqrt[6]{x^5}}{x\sqrt{x}}$ với $x > 0$.

- (A) $P = \sqrt{x}$. (B) $P = x^{-\frac{1}{3}}$. (C) $P = \sqrt[3]{x^2}$. (D) $P = x^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 22. Tính giá trị của biểu thức $L = (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2017} (\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2016}$.

- (A) $L = \sqrt{11} + 2\sqrt{3}$. (B) $L = (\sqrt{11} - 2\sqrt{3})^{2016}$.
(C) $L = (\sqrt{11} + 2\sqrt{3})^{2016}$. (D) $L = \sqrt{11} - 2\sqrt{3}$.

Câu 23. Cho biểu thức $P = \sqrt[5]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt{x}}}$ với $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $P = x^{\frac{23}{30}}$. (B) $P = x^{\frac{37}{15}}$. (C) $P = x^{\frac{53}{30}}$. (D) $P = x^{\frac{31}{10}}$.

Câu 24. Cho $a^{2b} = 5$. Tính $2.a^{6b}$.

- (A) 120. (B) 250. (C) 15. (D) 125.

Câu 25. Cho hai số dương a và b thỏa mãn $a^{\frac{1}{2}} = 3$, $b^{\frac{1}{3}} = 2$. Tính giá trị của tổng $S = a + b$.

- (A) 5. (B) 13. (C) 17. (D) 31.

Câu 26. Biết $2^x + 2^{-x} = m$ với $m \geq 2$. Tính giá trị của biểu thức $M = 4^x + 4^{-x}$.

- (A) $M = m - 2$. (B) $M = m^2 + 2$. (C) $M = m^2 - 2$. (D) $M = m + 2$.

Câu 27. Nếu $(a - 2)^{-\frac{1}{4}} \leq (a - 2)^{-\frac{1}{3}}$ thì khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $a > 3$. (B) $a < 3$. (C) $2 < a < 3$. (D) $a > 2$.

Câu 28. Cho $a > 1 > b > 0$, khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $a^2 < b^2$. (B) $a^{-\sqrt{3}} < b^{-\sqrt{3}}$. (C) $b^{-2} > b^{-e}$. (D) $a^{-2} < a^{-3}$.

Câu 29. Cho $(a + 1)^{-\frac{2}{3}} < (a + 1)^{-\frac{1}{3}}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- (A) $a > 0$. (B) $-1 < a < 0$. (C) $a \geq -1$. (D) $a \geq 0$.

Câu 30. So sánh ba số: $(0,2)^{0,3}$, $(0,7)^{3,2}$ và $\sqrt{3}^{0,3}$.

- (A) $(0,7)^{3,2} < (0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,3}$. (B) $(0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2} < \sqrt{3}^{0,3}$.
(C) $\sqrt{3}^{0,3} < (0,2)^{0,3} < (0,7)^{3,2}$. (D) $(0,2)^{0,3} < \sqrt{3}^{0,3} < (0,7)^{3,2}$.

Câu 31. Biết biểu thức $P = \frac{a^{\frac{1}{3}} b^{-\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[3]{a^2} - \sqrt[3]{b^2}}$ có thu gọn là $a^m b^n$ (với $a, b > 0$ và m, n là các số hữu tỉ). Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $m - 2n = 0$. (B) $m + n = 0$. (C) $2m - 3n = 0$. (D) $m - n = 0$.

Câu 32. Cho $x > 0$, $y > 0$ và biểu thức $K = (x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}})^2 \cdot \left(1 - 2\sqrt{\frac{y}{x} + \frac{y}{x}}\right)^{-1}$. Hãy xác định mệnh đề đúng.

- (A) $K = 2x$. (B) $K = x + 1$. (C) $K = x - 1$. (D) $K = x$.

Câu 33. Tích $(2017!) \left(1 + \frac{1}{1}\right)^1 \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 \cdots \left(1 + \frac{1}{2017}\right)^{2017}$ được viết dưới dạng a^b , khi đó $(a; b)$ là cặp nào trong các cặp sau?

- (A) (2018; 2017). (B) (2019; 2018). (C) (2015; 2014). (D) (2016; 2015).

Câu 34. Bạn Nam là học sinh của một trường đại học, Nam muốn vay ngân hàng với lãi suất ưu đãi để trang trải việc học tập hàng năm. Đầu mỗi năm học Nam vay ngân hàng số tiền 10 triệu đồng với lãi suất hàng năm là 4%. Tính số tiền mà Nam nợ ngân hàng sau 4 năm biết rằng trong 4 năm đó ngân hàng không thay đổi lãi suất (kết quả làm tròn đến nghìn đồng).

- (A) 46.794.000 đồng. (B) 44.163.000 đồng. (C) 42.465.000 đồng. (D) 41.600.000 đồng.

Câu 35. Tính đến đầu năm 2011, dân số toàn thành phố A đạt xấp xỉ 905.300 người. Mỗi năm dân số thành phố tăng thêm 1,37%. Để thành phố A thực hiện tốt chủ trương 100% trẻ em đúng độ tuổi đều vào lớp 1 thì đến năm học 2024 – 2025 số phòng học cần chuẩn bị cho học sinh lớp 1 (mỗi phòng 35 học sinh) gần nhất với số nào sau đây; biết rằng sự di cư đến, đi khỏi thành phố và số trẻ tử vong trước 6 tuổi đều không đáng kể, ngoài ra trong năm sinh của lứa học sinh lớp 1 đó toàn thành phố có 2400 người chết?

- (A) 322. (B) 321. (C) 459. (D) 458.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. D	4. B	5. B	6. B	7. D	8. A	9. A	10. D
11. C	12. A	13. B	14. C	15. C	16. C	17. A	18. C	19. C	20. D
21. B	22. D	23. A	24. B	25. C	26. C	27. C	28. B	29. A	30. D
31. D	32. D	33. A	34. B	35. D					

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1. (Nhân Chính Hà Nội 2019) Cho . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $a^m + a^n = a^{m+n}$. (B) $a^m \cdot a^n = a^{m-n}$. (C) $(a^m)^n = (a^n)^m$. (D) $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 2. (THPT Minh Khai - 2019) Với $a > 0, b > 0, \alpha, \beta$ là các số thực bất kì, đẳng thức nào sau đây sai?

- (A) $\frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta}$. (B) $a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta}$. (C) $\frac{a^\alpha}{b^\beta} = \left(\frac{a}{b}\right)^{\alpha-\beta}$. (D) $a^\alpha \cdot b^\alpha = (ab)^\alpha$.

Câu 3. (Sở Quảng Trị 2019) Cho $x, y > 0$ và $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Tìm đẳng thức sai dưới đây.

- (A) $(xy)^\alpha = x^\alpha \cdot y^\alpha$. (B) $x^\alpha + y^\alpha = (x+y)^\alpha$. (C) $(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$. (D) $x^\alpha \cdot x^\beta = x^{\alpha+\beta}$.

Câu 4. (Nho Quan A - Ninh Bình - 2019) Cho các số thực $a, b, m, n (a, b > 0)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $\frac{a^m}{a^n} = \sqrt[n]{a^m}$. (B) $(a^m)^n = a^{m+n}$.
(C) $(a+b)^m = a^m + b^m$. (D) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

Câu 5. (Cụm 8 Trường Chuyên 2019) Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. (B) $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$. (C) $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. (D) $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.

Câu 6. (Mã 110 2017) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- (A) $P = \sqrt{x}$. (B) $P = x^{\frac{1}{8}}$. (C) $P = x^{\frac{2}{9}}$. (D) $P = x^2$.

Câu 7. (Mã 102 2017) Cho biểu thức $P = \sqrt[4]{x \cdot \sqrt[3]{x^2 \cdot \sqrt{x^3}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $P = x^{\frac{2}{3}}$. (B) $P = x^{\frac{1}{2}}$. (C) $P = x^{\frac{13}{24}}$. (D) $P = x^{\frac{1}{4}}$.

Câu 8. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[3]{x}$ với $x > 0$.

- (A) $P = x^{\frac{1}{8}}$. (B) $P = \sqrt{x}$. (C) $P = x^{\frac{2}{9}}$. (D) $P = x^2$.

Câu 9. (THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Cho a là số thực dương. Viết và rút gọn biểu thức $a^{\frac{3}{2018}} \cdot \sqrt[2018]{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ. Tìm số mũ của biểu thức rút gọn đó.

- (A) $\frac{2}{1009}$. (B) $\frac{1}{1009}$. (C) $\frac{3}{1009}$. (D) $\frac{3}{2018^2}$.

Câu 10. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$.

- (A) $P = a$. (B) $P = a^3$. (C) $P = a^4$. (D) $P = a^5$.

Câu 11. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình 2019) Biểu thức $P = \sqrt[3]{x \sqrt[5]{x^2 \sqrt{x}}} = x^\alpha$ (với $x > 0$), giá trị của α là

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) $\frac{9}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

Câu 12. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

(A) $\sqrt[3]{a^2}$. (B) $a^{\frac{8}{3}}$. (C) $a^{\frac{3}{8}}$. (D) $\sqrt[6]{a}$.

Câu 13. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Rút gọn biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$ với $a > 0$

(A) $P = a$. (B) $P = a^3$. (C) $P = a^4$. (D) $P = a^5$.

Câu 14. (THPT Lương Tài Số 2 2019) Cho biểu thức $P = x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt{\sqrt{x^5}}$, $x > 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $P = x^{-2}$. (B) $P = x^{-\frac{1}{2}}$. (C) $P = x^{\frac{1}{2}}$. (D) $P = x^2$.

Câu 15. (Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2019) Cho biểu thức $P = \frac{a^{\sqrt{5}+1} \cdot a^{2-\sqrt{5}}}{(a^{\sqrt{2}-2})^{\sqrt{2}+2}}$. Rút gọn P được kết quả:

(A) a^5 . (B) a . (C) a^3 . (D) a^4 .

Câu 16. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}$, với $x > 0$ Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $P = x^{\frac{1}{2}}$. (B) $P = x^{\frac{7}{12}}$. (C) $P = x^{\frac{5}{8}}$. (D) $P = x^{\frac{7}{24}}$.

Câu 17. Cho $a > 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $a^{-\sqrt{3}} > \frac{1}{a^{\sqrt{5}}}$. (B) $a^{\frac{1}{3}} > \sqrt{a}$. (C) $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a} > 1$. (D) $\frac{1}{a^{2016}} < \frac{1}{a^{2017}}$.

Câu 18. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI?

(A) $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. (B) $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.
 (C) $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$. (D) $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2019} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018}$.

Câu 19. (THPT Sơn Tây Hà Nội 2019) Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) $(\sqrt{5}+2)^{-2017} < (\sqrt{5}+2)^{-2018}$. (B) $(\sqrt{5}+2)^{2018} > (\sqrt{5}+2)^{2019}$.
 (C) $(\sqrt{5}-2)^{2018} > (\sqrt{5}-2)^{2019}$. (D) $(\sqrt{5}-2)^{2018} < (\sqrt{5}-2)^{2019}$.

Câu 20. (THPT Lê Quý Đôn Đà Nẵng 2019) Khẳng định nào dưới đây là đúng?

(A) $\left(\frac{3}{7}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{5}{8}\right)^{\sqrt{3}}$. (B) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-\pi} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-\pi}$.
 (C) $3^{-\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$. (D) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-50} < (\sqrt{2})^{100}$.

Câu 21. (Nam Định - 2018) Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

(A) $\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2018} < \left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}$. (B) $(\sqrt{2}-1)^{2017} > (\sqrt{2}-1)^{2018}$.
 (C) $(\sqrt{3}-1)^{2018} > (\sqrt{3}-1)^{2017}$. (D) $2^{\sqrt{2}+1} > 2^{\sqrt{3}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. D	5. D	6. A	7. C	8. B	9. A	10. D
11. A	12. D	13. D	14. C	15. A	16. C	17. A	18. A	19. C	20. B

§2. HÀM SỐ LŨY THỪA

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Khái niệm

- ☑ Hàm số $y = x^\alpha$, với $\alpha \in \mathbb{R}$ được gọi là hàm lũy thừa.
- ☑ Điều kiện xác định của hàm $y = x^\alpha$ tùy thuộc vào α , cụ thể như sau:

- ① α nguyên dương, khi đó x tùy ý.
- ② α nguyên âm hoặc bằng 0, khi đó $x \neq 0$.
- ③ α không nguyên, khi đó $x > 0$.

- ☑ Công thức đạo hàm:

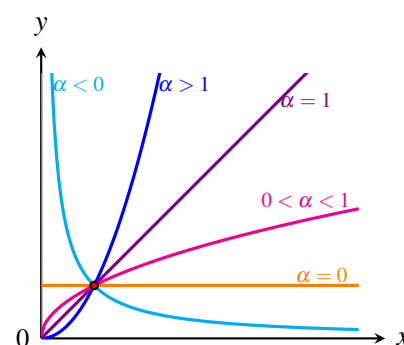
① $(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1};$

② Hàm hợp: $(u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} \cdot u'.$

2 Đồ thị hàm lũy thừa

- ☑ Xét đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khi đó:

- ① Nếu $\alpha > 0$ và $\alpha \neq 1$ thì hàm số đồng biến.
- ② Nếu $\alpha = 1$ thì hàm số có đồ thị là đường thẳng.
- ③ Nếu $\alpha = 0$ thì hàm số là hàm hằng.
- ④ Nếu $\alpha < 0$ hàm số thì hàm số nghịch biến.



- ☑ Đồ thị hàm số $y = x^\alpha$ luôn đi qua điểm $(1; 1)$

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

📄 Dạng 2.21. Tìm tập xác định của hàm số lũy thừa

Xét hàm số dạng $y = [f(x)]^\alpha$, với α là số thực cho trước. Để tìm tập xác định của hàm số này, tùy thuộc vào số mũ α ta có ba trường hợp sau:

- ① Nếu α nguyên dương ($\alpha = 1; 2; \dots$) thì ta chỉ cần tìm điều kiện để $f(x)$ có nghĩa.
- ② Nếu α nguyên âm hoặc bằng 0 ($\alpha = \dots; -2; -1; 0$) thì $f(x) \neq 0$.

③ Nếu α không nguyên ($\alpha = \frac{1}{2}; \sqrt{2}; \dots$) thì $f(x) > 0$.

✎ **Ví dụ 1 (Đề Minh Họa 2022).** Tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ là

- Ⓐ $\mathbb{R}$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ⓓ $[0; +\infty)$.

.....

✎ **Ví dụ 2.** (Mã 123 2017) Tập xác định D của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

- Ⓐ $D = (1; +\infty)$. Ⓑ $D = \mathbb{R}$. Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ⓓ $D = (-\infty; 1)$.

.....

✎ **Ví dụ 3.** (Mã 104 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

- Ⓐ $D = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.
 Ⓒ $D = \mathbb{R}$. Ⓓ $D = (0; +\infty)$.

.....

✎ **Ví dụ 4.** (Chuyên Bắc Giang 2019) Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

- Ⓐ $[1; +\infty)$. Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $(0; +\infty)$.

.....

✎ **Ví dụ 5.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 1)^{-2}$.

- Ⓐ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. Ⓑ $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
 Ⓒ $\mathcal{D} = (-1; 1)$. Ⓓ $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

.....

✎ Ví dụ 6. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-3}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 7. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (2x - 1)^\pi$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **(B)** $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **(C)** $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. **(D)** $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 8. Tập xác định của hàm số $y = (x + 2)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{3 - x}$ là

(A) $\mathcal{D} = (-2; 3]$.

(B) $\mathcal{D} = (-2; 3)$.

(C) $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \setminus \{3\}$.

(D) $\mathcal{D} = (-2; +\infty)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 9. Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}}$ là

(A) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

(B) $(-2; 2)$.

(C) $(-\infty; -2)$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 10. Tìm tập xác định của hàm số $y = [x^2(x + 3)]^{\sqrt{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = (-\infty; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (-3; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = (-3; +\infty) \setminus \{0\}$.

.....

.....

 **Ví dụ 11.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 - \sin x)^{\sqrt{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

.....

.....

 **Ví dụ 12.** Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 + \sqrt{x-1})^{\sqrt{5}}$.

(A) $\mathcal{D} = [1; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

.....

.....

Dạng 2.22. Tìm đạo hàm của hàm số lũy thừa

Cho $\alpha \in \mathbb{R}$. Ta có các công thức sau:

① $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$.

② Hàm hợp: $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$.

③ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

④ $(\sqrt[n]{x})' = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$.

 **Ví dụ 1 (Mã 101- 2021- Lần 1).** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{4}}$ là

(A) $\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$.

(B) $\frac{4}{5}x^{\frac{1}{4}}$.

(C) $\frac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$.

(D) $\frac{5}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2 (Mã 104- 2021- Lần 1).** Trên khoảng $(0; +\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{5}{2}}$ là:

(A) $y' = \frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}$.

(B) $y' = \frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}$.

(C) $y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}$.

(D) $y' = \frac{5}{2}x^{-\frac{3}{2}}$.

.....

.....

Ví dụ 3. (Bắc Ninh 2019) Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{3}{5}} + (x - 3)^{-2}$ là

A $D = (-\infty; +\infty) \setminus \{3\}$.

B $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty) \setminus \{3\}$.

C $D = (-\infty; +\infty) \setminus (1; 2)$.

D $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

Ví dụ 4. (Sở Quảng Trị 2019) Tìm đạo hàm của hàm số: $y = (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$

A $\frac{3}{2}(2x)^{\frac{1}{2}}$.

B $\frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}}$.

C $3x(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$.

D $\frac{3}{2}(x^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$.

Ví dụ 5. (Kiểm tra năng lực - ĐH - Quốc Tế - 2019) Đạo hàm của hàm số $y = (3 - x^2)^{\frac{2}{3}}$ tại $x = 1$ là

A $\frac{\sqrt[3]{4}}{3}$.

B $-\frac{2\sqrt[3]{4}}{3}$.

C $-\frac{\sqrt[3]{2}}{3}$.

D 3 lựa chọn kia đều sai.

 **Ví dụ 6.** (THPT Lý Nhân Tông - 2017) Hàm số $y = \sqrt[5]{(x^2 + 1)^2}$ có đạo hàm là.

(A) $y' = \frac{4x}{5\sqrt[5]{(x^2 + 1)^3}}$.

(B) $y' = 2x\sqrt{x^2 + 1}$.

(C) $y' = 4x\sqrt{x^2 + 1}$.

(D) $y' = \frac{4}{\sqrt[5]{(x^2 + 1)^2}}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 7.** Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$ tại điểm $x = -8$.

(A) $\frac{1}{21}$.

(B) $-\frac{1}{12}$.

(C) Không tồn tại.

(D) $\frac{1}{12}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 8.** Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

(A) $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$.

(B) $y' = \frac{2}{3}x$.

(C) $y' = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x}$.

(D) $y' = \frac{2}{3x^3}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 9.** Cho hàm số $f(x) = k\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$ với $k \in \mathbb{R}$. Tìm k để $f'(1) = \frac{3}{2}$.

(A) $k = 3$.

(B) $k = 1$.

(C) $k = \frac{9}{2}$.

(D) $k = -3$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 10.** Đạo hàm của hàm số $y = (1 + 3x)^{\frac{1}{3}}$ là

Ⓐ $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

Ⓑ $y' = -\frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

Ⓒ $y' = \frac{1}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

Ⓓ $y' = \frac{3}{\sqrt[3]{(1+3x)^2}}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 11.** Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

Ⓐ $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

Ⓑ $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

Ⓒ $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{-\frac{2}{3}}$.

Ⓓ $\frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 12.** Số điểm cực trị của hàm số $y = x^{2017}(x+1)$ là

Ⓐ 2017.

Ⓑ 2.

Ⓒ 1.

Ⓓ 0.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 13. Hàm số $y = x - 3\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 2.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 8.

.....

.....

.....

.....

Dạng 2.23. Đồ thị của hàm số lũy thừa

Ví dụ 1. (THPT Phan Chu Trinh - Đắk Lắk - 2018) Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = 2^x$.

(B) $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

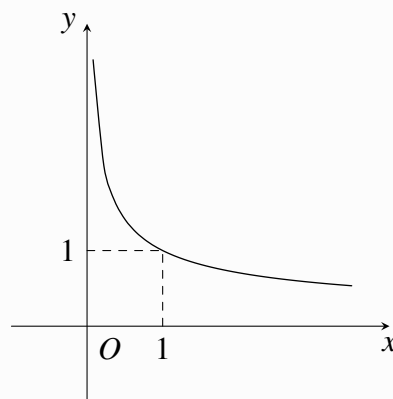
(C) $y = (\sqrt{\pi})^x$.

(D) $y = e^x$.

.....

.....

Ví dụ 2. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



(A) $y = x^{-2}$.

(B) $y = 2^{-x}$.

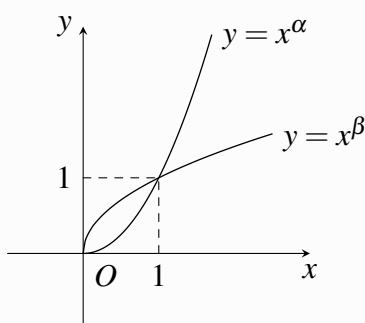
(C) $y = x^{-\frac{1}{2}}$.

(D) $y = \log_2 x$.

.....

.....

Ví dụ 3. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha, y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào đúng?



- Ⓐ $0 < \beta < 1 < \alpha$. Ⓑ $\beta < 0 < 1 < \alpha$. Ⓒ $0 < \alpha < 1 < \beta$. Ⓓ $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

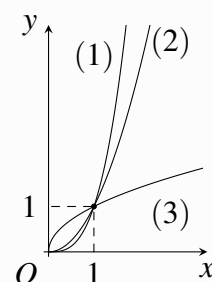
.....

.....

Ví dụ 4.

Cho các hàm số lũy thừa $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ có đồ thị là các đường (1), (2), (3) như hình vẽ. Chọn khẳng định đúng.

- Ⓐ $c < b < a$. Ⓑ $a < b < c$.
Ⓒ $c < a < b$. Ⓓ $a < c < b$.



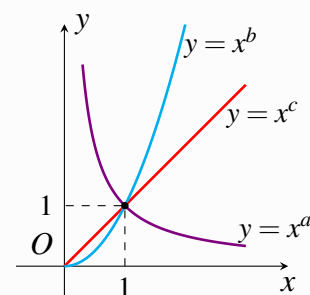
.....

.....

Ví dụ 5.

Cho đồ thị các hàm số $y = x^a, y = x^b, y = x^c$ trên miền $(0; +\infty)$ (hình vẽ bên cạnh). Chọn khẳng định đúng.

- Ⓐ $a > b > c$. Ⓑ $b > c > a$.
Ⓒ $c > b > a$. Ⓓ $a > c > b$.



.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = x^{2017}$.

- (A) $(-\infty; 0)$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $[0; +\infty)$.

Câu 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$.

- (A) $[0; +\infty)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 3. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 + 1)^{-2}$.

- (A) $(-\infty; 0)$. (B) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. (C) $[0; +\infty)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + x - 12)^{-3}$ là

- (A) $\mathcal{D} = (-4; 3)$. (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-4; 3\}$.
(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus (-4; 3)$. (D) $\mathcal{D} = (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

Câu 5. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$.

- (A) $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. (B) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. (D) $\mathcal{D} = (0; 1)$.

Câu 6. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{-\frac{1}{3}}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. (B) $\mathcal{D} = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
(C) $\mathcal{D} = (1; 2)$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 7. Tìm đạo hàm của hàm số $y = (5 - x)^{\sqrt{3}}$.

- (A) $y' = -(5 - x)^{\sqrt{3}} \ln |5 - x|$. (B) $y' = \frac{\sqrt{3}(5 - x)^{\sqrt{3}}}{x - 5}$.
(C) $y' = \frac{\sqrt{3}}{(x - 5)^{\sqrt{3} - 1}}$. (D) $y' = \sqrt{3}(5 - x)^{\sqrt{3} - 1}$.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + 1)^{-25}$ là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $(1; +\infty)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $\mathbb{R} \setminus \pm 1$.

Câu 9. Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{5}}$ có tập xác định là

- (A) $(-2; 2)$. (B) $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
(C) $\mathbb{R}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Câu 10. Hàm số $y = (1 - x^2)^{\cos(2019\pi)}$ có tập xác định là

- (A) $(-1; 1)$. (B) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
(C) $\mathbb{R}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Câu 11. Tìm tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{3}}$.

- (A) $\mathcal{D} = (-\infty; 1)$. (B) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$. (C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 12. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - x - 2)^{-3}$.

- (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$. (B) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(C) $\mathcal{D} = (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

Câu 13. Tìm tập xác định của hàm số $y = (1 - \cos x)^{\sqrt{2021}}$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 + x - 2)^{-\frac{2}{3}}$ là

(A) $[-2; 1]$.

(B) $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$.

(C) $(-2; 1)$.

(D) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$.

Câu 15. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = (x^2 - 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.

(D) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^\pi$ là

(A) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

(B) $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

(C) $(1; 2)$.

(D) $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$.

Câu 17. Tính đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{1}{3}}$.

(A) $y' = \frac{1}{3\sqrt{x^3}}$.

(B) $y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

(C) $y' = -\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$.

(D) $y' = \frac{1}{3}\sqrt[3]{x^4}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = \sqrt[3]{2x^2 - x + 1}$. Tính $f'(0)$.

(A) 4.

(B) 2.

(C) $-\frac{1}{3}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

Câu 19. Tính đạo hàm của hàm số $y = (2x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}$.

(B) $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt{(2x^2-3x+2)^2}}$.

(C) $y' = \frac{4x-3}{3\sqrt[3]{2x^2-3x+2}}$.

(D) $y' = \frac{4x-3}{\sqrt[3]{(2x^2-3x+2)^2}}$.

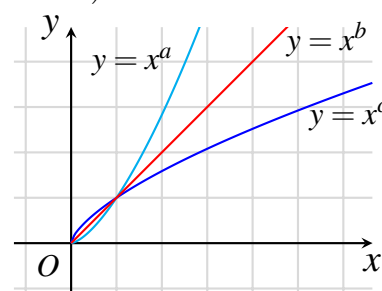
Câu 20. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = x^a$, $y = x^b$, $y = x^c$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

(A) $a > b > c$.

(B) $a < b < c$.

(C) $b < a < c$.

(D) $c < a < b$.



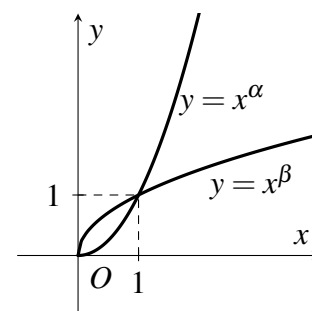
Câu 21. Cho α , β là các số thực. Đồ thị các hàm số $y = x^\alpha$, $y = x^\beta$ trên khoảng $(0; +\infty)$ được cho trong hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A) $\alpha < 0 < 1 < \beta$.

(B) $\beta < 0 < 1 < \alpha$.

(C) $0 < \alpha < 1 < \beta$.

(D) $0 < \beta < 1 < \alpha$.



Câu 22. Hàm số $y = (x - 1)\sqrt[3]{x^2}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 0.

Câu 23. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x) \leq f(x)$.

(A) $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (2; +\infty)$.

(B) $S = [-1; 2]$.

(C) $S = (-\infty; -\sqrt{2}) \cup [2; +\infty)$.

(D) $S = (-\infty; -\sqrt{2}] \cup [2; +\infty)$.

Câu 24. Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = (x^2 - 2mx + m^2 - 3m)^{\frac{1}{5}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

(A) $m > 0$.

(B) $m < 1$.

(C) $m > 2$.

(D) $m < -1$.

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x) = (2x^2 + mx + 2)^{\frac{3}{2}}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$?

(A) 5.

(B) 9.

(C) 7.

(D) 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. D	4. B	5. B	6. B	7. B	8. A	9. A	10. D
11. B	12. D	13. C	14. B	15. D	16. A	17. B	18. C	19. A	20. A
21. D	22. B	23. C	24. A	25. C					

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x)^{-4}$.

(A) $(0; 3)$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 3\}$.

(C) $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

(D) $D = \mathbb{R}$.

Câu 2. (KSCL THPT Nguyễn Khuyến 2019) Tìm tập xác định của hàm số: $y = (4 - x^2)^{\frac{2}{3}}$ là

(A) $D = (-2; 2)$.

(B) $D = \mathbb{R} \setminus \{2; -2\}$.

(C) $D = \mathbb{R}$.

(D) $D = (2; +\infty)$.

Câu 3. (THPT Lương Tài Số 2 2019) Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có tập xác định $D = \mathbb{R}$?

(A) $y = (2 + \sqrt{x})^\pi$.

(B) $y = \left(2 + \frac{1}{x^2}\right)^\pi$.

(C) $y = (2 + x^2)^\pi$.

(D) $y = (2 + x)^\pi$.

Câu 4. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

(A) $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

(B) $D = \mathbb{R}$.

(C) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

(D) $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Câu 5. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

(A) $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$.

(B) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

(C) $y = (\sqrt{3})^x$.

(D) $y = (0, 5)^x$.

Câu 6. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 + 2x - 3)^{\sqrt{2}}$.

(A) $D = \mathbb{R}$.

(B) $D = (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

(C) $D = (0; +\infty)$.

(D) $D = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$.

Câu 7. (Chuyên KHTN 2019) Tập xác định của hàm số $y = (x - 1)^{\frac{1}{2}}$ là

- (A) $(0; +\infty)$. (B) $[1; +\infty)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-\infty; +\infty)$.

Câu 8. (Liên Trường THPT TP. Vinh Nghệ An 2019) Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 4x)^{\frac{2019}{2020}}$ là

- (A) $(-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. (C) $(0; 4)$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

Câu 9. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Tập xác định của hàm số $y = (-x^2 + 6x - 8)^{\sqrt{2}}$ là

- (A) $D = (2; 4)$. (B) $(-\infty; 2)$. (C) $(4; +\infty)$. (D) $D = \mathbb{R}$.

Câu 10. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 7x + 10)^{-3}$

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{2; 5\}$. (B) $(-\infty; 2) \cup (5; +\infty)$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $(2; 5)$.

Câu 11. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (4x^2 - 1)^{-3}$.

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\}$. (B) $D = \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.
(C) $D = \mathbb{R}$. (D) $D = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 12. (HSG Tỉnh Bắc Ninh 2019) Tập xác định của hàm số $y = (4 - 3x - x^2)^{-2019}$ là

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{-4; 1\}$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $[-4; 1]$. (D) $(-4; 1)$.

Câu 13. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tìm tập xác định của $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{-1}{3}}$

- (A) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (B) $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. (C) $y' = \frac{2x}{(x^2 + 2)\ln 5}$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 14. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\pi}$ là

- (A) $(1; 2)$. (B) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (C) $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. (D) $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.

Câu 15. (Sở Bắc Ninh 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 3x - 4)^{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$.

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}$. (B) $D = (-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$.
(C) $D = \mathbb{R}$. (D) $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 16. (Gia Lai 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = (x^2 - 6x + 9)^{\frac{\pi}{2}}$.

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. (B) $D = (3; +\infty)$. (C) $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. (D) $D = \mathbb{R}$.

Câu 17. (Chuyên Hà Tĩnh 2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = (x^2 - 3x + 2)^{\frac{1}{3}}$ là

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. (B) $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (C) $(1; 2)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 18. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Tập xác định D của hàm số $y = (x^3 - 27)^{\frac{\pi}{2}}$ là

- (A) $D = (3; +\infty)$. (B) $D = [3; +\infty)$. (C) $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. (D) $D = \mathbb{R}$.

Câu 19. (THPT Nguyễn Đăng Đạo - 2017) Đạo hàm của hàm số $y = (2x + 1)^{-\frac{1}{3}}$ trên tập xác định là.

Ⓐ $-\frac{1}{3}(2x+1)^{-\frac{4}{3}}$.

Ⓑ $2(2x+1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x+1)$.

Ⓒ $(2x+1)^{-\frac{1}{3}}\ln(2x+1)$.

Ⓓ $-\frac{2}{3}(2x+1)^{-\frac{4}{3}}$.

Câu 20. (Chuyên Vinh 2018) Đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + x + 1)^{\frac{1}{3}}$ là

Ⓐ $y' = \frac{1}{3}(x^2 + x + 1)^{\frac{8}{3}}$.

Ⓑ $y' = \frac{2x+1}{2\sqrt[3]{x^2+x+1}}$.

Ⓒ $y' = \frac{2x+1}{3\sqrt[3]{(x^2+x+1)^2}}$.

Ⓓ $y' = \frac{1}{3}(x^2+x+1)^{\frac{2}{3}}$.

Câu 21. (THPT Chuyên LHP Nam Định - 2017) Tính đạo hàm của hàm số $y = (1 - \cos 3x)^6$.

Ⓐ $y' = 6\sin 3x(1 - \cos 3x)^5$.

Ⓑ $y' = 6\sin 3x(\cos 3x - 1)^5$.

Ⓒ $y' = 18\sin 3x(\cos 3x - 1)^5$.

Ⓓ $y' = 18\sin 3x(1 - \cos 3x)^5$.

Câu 22. (THPT Chuyên LHP - 2017) Tìm đạo hàm của hàm số $y = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}}$ trên $\mathbb{R}$.

Ⓐ $y' = 2x(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1}$.

Ⓑ $y' = ex\sqrt{(x^2 + 1)^{e-2}}$.

Ⓒ $y' = \frac{e}{2}(x^2 + 1)^{\frac{e}{2}-1}$.

Ⓓ $y' = (x^2 + 1)^{\frac{e}{2}}\ln(x^2 + 1)$.

Câu 23. (Xuân Trường - Nam Định - 2018) Tính đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x + 3^x$

Ⓐ $y' = 2\cos 2x + x3^{x-1}$.

Ⓑ $y' = -\cos 2x + 3^x$.

Ⓒ $y' = -2\cos 2x - 3^x \ln 3$.

Ⓓ $y' = 2\cos 2x + 3^x \ln 3$.

Câu 24. (THPT Thuận Thành - Bắc Ninh - 2018) Đạo hàm của hàm số $y = (2x - 1)^{\frac{1}{3}}$ là:

Ⓐ $y' = \frac{1}{3}(2x - 1)^{-\frac{2}{3}}$.

Ⓑ $y' = (2x - 1)^{\frac{1}{3}} \cdot \ln|2x - 1|$.

Ⓒ $y' = \frac{2}{3}(2x - 1)^{\frac{4}{3}}$.

Ⓓ $y' = \frac{2}{3}(2x - 1)^{-\frac{2}{3}}$.

Câu 25. (THPT Nghèn - Hà Tĩnh - 2018) Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 2^x$ là

Ⓐ $y' = (1 + x \ln 2)2^x$.

Ⓑ $y' = (1 - x \ln 2)2^x$.

Ⓒ $y' = (1 + x)2^x$.

Ⓓ $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. C	4. A	5. C	6. B	7. C	8. B	9. A	10. A
11. A	12. A	13. A	14. B	15. D	16. C	17. B	18. A	19. D	20. C
21. C	22. B	23. D	24. D	25. A					

—HẾT—

§3. LÔGARIT

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Định nghĩa và tính chất

☑ **Định nghĩa:** Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức $a^\alpha = b$ được gọi là lôgarit cơ số a của b và kí hiệu là $\log_a b$.

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^\alpha = b.$$

☑ **Tính chất:** Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, ta có tính chất sau:

① $\log_a 1 = 0.$

② $\log_a a = 1.$

③ $a^{\log_a b} = b.$

④ $\log_a a^\alpha = \alpha.$

2 Các công thức lôgarit cần nhớ

Cho các số dương $a, b, b_1, b_2, \dots, b_n$ với $a \neq 1$, ta có các quy tắc sau:

☑ **Công thức biến đổi tích thương.**

① $\log_a (b_1 b_2) = \log_a b_1 + \log_a b_2;$

② $\log_a (b_1 b_2 \cdots b_n) = \log_a b_1 + \log_a b_2 + \cdots + \log_a b_n.$

③ $\log_a \frac{1}{b} = -\log_a b.$

④ $\log_a \left(\frac{b_1}{b_2} \right) = \log_a b_1 - \log_a b_2.$

☑ **Công thức biến đổi số mũ.**

① $\log_a b^m = m \cdot \log_a b.$

② $\log_{a^n} b = \frac{1}{n} \log_a b.$

③ $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b.$

④ $\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b; \log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \log_a b.$

! Với điều kiện $b \neq 0$ thì $\log_a b^{2n} = 2n \cdot \log_a |b|.$

☑ **Công thức đổi cơ số.**

① $\log_a b = \frac{1}{\log_b a},$ với $b \neq 1$

② $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1, c \neq 1$

③ $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c,$ với $a, b, c > 0$ và $a \neq 1, b \neq 1$

3 Lôgarít thập phân và lôgarít tự nhiên

✓ Lôgarít cơ số 10 gọi là lôgarít thập phân.

✓ $\log_{10} N$, ($N > 0$) được viết là $\log N$ hay $\lg N$.

✓ Lôgarít cơ số e gọi là lôgarít tự nhiên.

✓ $\log_e N$, ($N > 0$) được viết là $\ln N$.

B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 3.24. Câu hỏi lý thuyết

 **Ví dụ 1.** (Đề Minh Họa 2017). Cho hai số thực a và b , với $1 < a < b$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

(A) $\log_b a < 1 < \log_a b$.

(B) $1 < \log_a b < \log_b a$.

(C) $\log_b a < \log_a b < 1$.

(D) $\log_a b < 1 < \log_b a$.

 **Ví dụ 2.** (Mã 110 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

(A) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

(B) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.

(C) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$.

(D) $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

 **Ví dụ 3.** (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

(A) $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$.

(B) $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$.

(C) $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$.

(D) $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Ví dụ 4. (Chuyên Hạ Long 2019) Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- Ⓐ $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
 Ⓑ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
 Ⓒ $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
 Ⓓ $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Ví dụ 5. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019) Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

- Ⓐ $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$.
 Ⓑ $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$.
 Ⓒ $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$.
 Ⓓ $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$.

Ví dụ 6. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$) Mệnh đề nào dưới đây SAI?

- Ⓐ $\log_a a = 2a$.
 Ⓑ $\log_a a^\alpha = \alpha$.
 Ⓒ $\log_a 1 = 0$.
 Ⓓ $a^{\log_a b} = b$.

Ví dụ 7. (Sở Thanh Hóa 2019) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $\log(ab) = \log a \cdot \log b$.
 Ⓑ $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.
 Ⓒ $\log(ab) = \log a + \log b$.
 Ⓓ $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$.

 **Ví dụ 8.** (VTED 03 2019) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ (A) $\ln(ab) = \ln a + \ln b.$

☐ (B) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}.$

☐ (C) $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b.$

☐ (D) $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a.$

.....

 **Ví dụ 9.** (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

☐ (A) $\log(ab) = \log a \cdot \log b.$

☐ (B) $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a.$

☐ (C) $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}.$

☐ (D) $\log(ab) = \log a + \log b.$

.....

 **Ví dụ 10.** Cho $a, b, c > 0, a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

☐ (A) $\log_a a^c = c.$

☐ (B) $\log_a a = 1.$

☐ (C) $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b.$

☐ (D) $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c.$

.....

 **Ví dụ 11 (THPT An Lão Hải Phòng 2019).** Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

☐ (A) $\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \frac{1}{3} \log_a b.$

☐ (B) $a^{\log_b a} = b.$

☐ (C) $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b (\alpha \neq 0).$

☐ (D) $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b.$

.....

Dạng 3.25. So sánh hai lôgarit

☒ Khi $a > 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow b > c > 0.$

☒ Khi $0 < a < 1$ thì $\log_a b > \log_a c \Leftrightarrow 0 < b < c.$

 **Ví dụ 1.** Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

☐ **A** $\log_{\frac{1}{2}} x < \log_{\frac{1}{2}} y \Leftrightarrow x > y > 0.$

☐ **B** $\log x > 0 \Leftrightarrow x > 1.$

☐ **C** $\log_5 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1.$

☐ **D** $\log_4 x^2 > \log_2 y \Leftrightarrow x > y > 0.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$. Chọn khẳng định **sai**.

☐ **A** $\ln a > \ln b.$

☐ **B** $\log_{\frac{1}{2}} (a.b) < 0.$

☐ **C** $\log_a b > \log_b a.$

☐ **D** $\log_a b < \log_b a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

☐ **A** $\log_3 5 > 0.$

☐ **B** $\log_{2+x^2} 2016 < \log_{2+x^2} 2017.$

☐ **C** $\log_{0,3} 0,8 < 0.$

☐ **D** $\log_3 4 > \log_4 \left(\frac{1}{3}\right).$

.....

.....

.....

.....

 Dạng 3.26. Tính - rút gọn biểu thức lôgarit

 **Ví dụ 1 (Đề minh họa 2021-2022).** Với $a > 0$, biểu thức, $\log_2 \left(\frac{a}{64} \right)$ bằng

(A) $-6\log_2 a.$

(B) $6 + \log_2 a.$

(C) $\frac{1}{64}\log_2 a.$

(D) $-6 + \log_2 a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2 (Đề minh họa 2021-2022).** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $a = 4b^3.$

(B) $a = 3b + 4.$

(C) $a = 3b + 2.$

(D) $a = \frac{4}{b^3}.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3 (Đề minh họa 2020-2021).** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

(A) $\frac{1}{2} + \log_3 a.$

(B) $2\log_3 a.$

(C) $(\log_3 a)^2.$

(D) $2 + \log_3 a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 4.** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

(A) $1 + \log_2 a.$

(B) $1 - \log_2 a.$

(C) $2 - \log_2 a.$

(D) $2 + \log_2 a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 5.** (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- ☐ **A** $2 + \log_2 a.$
☐ **B** $\frac{1}{2} + \log_2 a.$
☐ **C** $2\log_2 a.$
☐ **D** $\frac{1}{2} \log_2 a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 6.** (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Với a là hai số thực dương tùy ý, $\log_2 (a^3)$ bằng

- ☐ **A** $\frac{3}{2} \log_2 a.$
☐ **B** $\frac{1}{3} \log_2 a.$
☐ **C** $3 + \log_2 a.$
☐ **D** $3 \log_2 a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 7.** (Mã 103 2019) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

- ☐ **A** $3 + \log_2 a.$
☐ **B** $3 \log_2 a.$
☐ **C** $\frac{1}{3} \log_2 a.$
☐ **D** $\frac{1}{3} + \log_2 a.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 8.** (Mã 102 2019) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

☐ (A) $\frac{1}{3} \log_5 a.$

☐ (B) $\frac{1}{3} + \log_5 a.$

☐ (C) $3 + \log_5 a.$

☐ (D) $3 \log_5 a..$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 9.** (Mã 104 2017) Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

☐ (A) $\log_2 a = \log_a 2.$

☐ (B) $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}.$

☐ (C) $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}.$

☐ (D) $\log_2 a = -\log_a 2.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 10.** Giá trị của $a^{8 \log_a 2^7}$, ($0 < a \neq 1$) bằng

☐ (A) $7^4.$

☐ (B) $7^2.$

☐ (C) $7^{16}.$

☐ (D) $7^8.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 11.** Tính giá trị của biểu thức $A = \log_a \frac{1}{a^2}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.

☐ (A) $A = -2.$

☐ (B) $A = -\frac{1}{2}.$

☐ (C) $A = 2.$

☐ (D) $A = \frac{1}{2}.$

.....

.....

Ví dụ 12. Cho $P = \log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$, với $a > 0$ và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $P = -\frac{7}{3}$.

(B) $P = \frac{7}{3}$.

(C) $P = \frac{5}{3}$.

(D) $P = \frac{2}{3}$.

Ví dụ 13. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

(A) $P = 31$.

(B) $P = 13$.

(C) $P = 30$.

(D) $P = 108$.

Ví dụ 14. Với điều kiện $a > 0$ và $a \neq 1$, giá trị của $M = \log_a \left(a^5 \sqrt{a^3 \sqrt{a \sqrt{a}}} \right)$ bằng

(A) $\frac{7}{10}$.

(B) $\frac{10}{7}$.

(C) $\frac{13}{10}$.

(D) $\frac{10}{13}$.

Ví dụ 15. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $P = 9\log_a b.$

Ⓑ $P = 27\log_a b.$

Ⓒ $P = 15\log_a b.$

Ⓓ $P = 6\log_a b.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 16.** Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right).$

Ⓐ $I = \frac{1}{2}.$

Ⓑ $I = 2.$

Ⓒ $I = -\frac{1}{2}.$

Ⓓ $I = -2.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 17.** Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $\log_a b = 2$. Tính $\log_{\frac{\sqrt{a}}{b}} \left(\sqrt[3]{b} \cdot a \right).$

Ⓐ $-\frac{10}{9}.$

Ⓑ $\frac{2}{3}.$

Ⓒ $\frac{2}{15}.$

Ⓓ $-\frac{2}{9}.$

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 18.** Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

Ⓐ 5.

Ⓑ 4.

Ⓒ 6.

Ⓓ 3.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 19. Giá trị của $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ là

- ☐ A 48.
 ☐ B 36.
 ☐ C 56.
 ☐ D $8 \cdot \log_2 256$.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 20. Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- ☐ A $P = \frac{7}{12}$.
 ☐ B $P = \frac{1}{12}$.
 ☐ C $P = 12$.
 ☐ D $P = \frac{12}{7}$.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 21. Cho $a > 0, b > 0$ và $a \neq 1$ thỏa mãn $\log_a b = \frac{b}{4}$ và $\log_2 a = \frac{16}{b}$. Tính tổng $a + b$.

- ☐ A 16.
 ☐ B 12.
 ☐ C 10.
 ☐ D 18.

.....

.....

.....

.....

Dạng 3.27. Phân tích biểu thức lôgarit theo các lô-ga-rit cho trước

☒ Chú ý công thức đổi cơ số

☒ Bấm máy tính:

Giả sử phân tích (tính) $\log_a X$ theo $\log_b Y$ và $\log_c Z$. Ta thực hiện các thao tác:

① Gán $\log_b Y$ và $\log_c Z$ cho hai biến A, B .

② Bấm $\log_a X - \text{ĐÁP ÁN}$, nếu ĐÁP ÁN nào kết quả là 0 thì ta được phương án đúng.

 **Ví dụ 1.** Biết $\log_{12} 27 = a$. Tính $\log_6 16$ theo a .

Ⓐ $\frac{4(3-a)}{3+a}$.

Ⓑ $\frac{4(3+a)}{3-a}$.

Ⓒ $\frac{3-a}{4(3+a)}$.

Ⓓ $\frac{3+a}{4(3-a)}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Đặt $\log_2 3 = a; \log_2 5 = b$. Hãy biểu diễn $P = \log_3 240$ theo a và b .

Ⓐ $P = \frac{2a+b+4}{a}$.

Ⓑ $P = \frac{2a-b+3}{a}$.

Ⓒ $P = \frac{a-b+3}{a}$.

Ⓓ $P = \frac{a+b+4}{a}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3.** Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

Ⓐ $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$.

Ⓑ $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$.

Ⓒ $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$.

Ⓓ $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$.

.....

.....

Ví dụ 4. Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

- (A) $\frac{(3a+b)c}{1+b}$. (B) $\frac{(3a+b)c}{1+c}$. (C) $\frac{(3a+b)c}{1+a}$. (D) $\frac{(3b+a)c}{1+c}$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- (A) $\log_a 2 \cdot \log_2 a = 1$. (B) $\log_a 1 = 0$. (C) $\log_a a = 1$. (D) $\log_a 2 = \frac{1}{\log_a 2}$.

Câu 2. Cho các số thực $a, b > 1$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

- (A) $\log_a \frac{a}{b} = \log_b a$. (B) $\log_a \frac{a}{b} = 1 + \log_a b$. (C) $\log_a \frac{a}{b} = \log_a b$. (D) $\log_a \frac{a}{b} = 1 - \log_a b$.

Câu 3. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log_2 a = \log_a 2$. (B) $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$. (C) $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$. (D) $\log_2 a = -\log_a 2$.

Câu 4. Với a, b, c là các số thực dương khác 1, mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề sai?

- (A) $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$. (B) $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$. (C) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. (D) $\log_a b = \frac{\ln b}{\ln a}$.

Câu 5. Cho $a, b > 0$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- (A) $\ln \frac{a}{b} = \ln a + \ln \frac{1}{b}$. (B) $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$. (C) $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. (D) $\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln \frac{1}{b}$.

Câu 6. Giá trị của biểu thức $A = 4^{\log_2 7}$ bằng

- (A) 14. (B) 28. (C) 2. (D) 49.

Câu 7. Biết $\log_6 a = 2$ ($0 < a \neq 1$). Tính $I = \log_a 6$.

- (A) $I = 36$. (B) $I = \frac{1}{2}$. (C) $I = 64$. (D) $I = \frac{1}{4}$.

Câu 8. Cho $\log_2 5 = a$. Khi đó $P = \log_4 500$ được tính theo a là

- (A) $3a + 2$. (B) $\frac{3a+2}{2}$. (C) $2(5a+4)$. (D) $6a - 2$.

Câu 9. Tính giá trị của biểu thức $I = a \cdot \log_2 \sqrt{8}$.

- (A) $I = \frac{2}{3}$. (B) $I = \frac{3a}{2}$. (C) $I = \frac{2a}{3}$. (D) $I = \frac{3}{2}$.

Câu 10. Biết rằng $\log_6 \sqrt{a} = 2$. Tính $\log_6 a$.

- (A) $\log_6 a = 36$. (B) $\log_6 a = 4$. (C) $\log_6 a = 6$. (D) $\log_6 a = 1296$.

Câu 11. Biết $a = \frac{\log_2(\log_2 10)}{\log_2 10}$. Giá trị của 10^a là:

- (A) 4. (B) 1. (C) 2. (D) $\log_2 10$.

Câu 12. Tính giá trị của biểu thức $N = \log_a \sqrt{a\sqrt{a}}$ với $0 < a \neq 1$.

- (A) $N = \frac{-3}{4}$. (B) $N = \frac{4}{3}$. (C) $N = \frac{3}{2}$. (D) $N = \frac{3}{4}$.

Câu 13. Biểu thức $\log_2 \left(2 \sin \frac{\pi}{12} \right) + \log_2 \left(2 \cos \frac{\pi}{12} \right)$ có giá trị bằng

- (A) -2. (B) -1. (C) 1. (D) $\log_2 \sqrt{3} - 1$.

Câu 14. Cho $a > 0, a \neq 1$ giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} \sqrt[3]{a^7}$ là

- (A) $-\frac{3}{7}$. (B) $\frac{7}{3}$. (C) $\frac{3}{7}$. (D) $-\frac{7}{3}$.

Câu 15. Cho $\log_c a = 2$ và $\log_c b = 4$. Tính $P = \log_a b^4$.

- (A) $P = 8$. (B) $P = \frac{1}{32}$. (C) $P = \frac{1}{8}$. (D) $P = 32$.

Câu 16. Cho $\log_a b = 5, \log_a c = -3$. Giá trị biểu thức $\log_a \left(\frac{a^4 \sqrt[3]{b}}{c^2} \right)$ là

- (A) $-\frac{1}{3}$. (B) -40. (C) 40. (D) $\frac{35}{3}$.

Câu 17. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$. Giá trị của $a^{\log_{\sqrt{a}} 3}$ bằng?

- (A) 9. (B) $\sqrt{3}$. (C) 6. (D) 3.

Câu 18. Cho a, b là hai số thực dương, khác 1. Đặt $\log_a b = 2$, tính giá trị của $P = \log_{a^2} b - \log_{\sqrt{b}} a^3$.

- (A) $\frac{13}{4}$. (B) -4. (C) $\frac{1}{4}$. (D) -2.

Câu 19. Biết $\log_2 x = a$, tính theo a giá trị của biểu thức $P = \log_2 4x^2$.

- (A) $P = 2 + a$. (B) $P = 4 + 2a$. (C) $P = 4 + a$. (D) $P = 2 + 2a$.

Câu 20. Cho $\log_a x = -1$ và $\log_a y = 4$. Tính giá trị của $P = \log_a (x^2 y^3)$.

- (A) $P = -14$. (B) $P = 3$. (C) $P = 10$. (D) $P = 65$.

Câu 21. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- (A) $\log_{\frac{1}{3}} a > \log_{\frac{1}{3}} b \Leftrightarrow a > b > 0$. (B) $\log_{\frac{1}{2}} a = \log_{\frac{1}{2}} b \Leftrightarrow a = b > 0$.
(C) $\log_2 x < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$. (D) $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Câu 22. Cho $\log_2 7 = a, \log_3 7 = b$ khi đó $\log_6 7$ bằng

- (A) $\frac{1}{a+b}$. (B) $a^2 + b^2$. (C) $a + b$. (D) $\frac{ab}{a+b}$.

Câu 23. Cho $a = \log_3 15, b = \log_3 10$. Tính $\log_{\sqrt{3}} 50$ theo a và b .

- (A) $\log_{\sqrt{3}} 50 = 2(a + b - 1)$. (B) $\log_{\sqrt{3}} 50 = 4(a + b + 1)$.
(C) $\log_{\sqrt{3}} 50 = a + b - 1$. (D) $\log_{\sqrt{3}} 50 = 3(a + b + 1)$.

Câu 24. Cho $\log_2 6 = a; \log_2 7 = b$. Tính $\log_3 7$ theo a và b .

- (A) $\log_3 7 = \frac{b}{a-1}$. (B) $\log_3 7 = \frac{a}{b-1}$. (C) $\log_3 7 = \frac{b}{1-a}$. (D) $\log_3 7 = \frac{a}{1-b}$.

Câu 25. Đặt $a = \log_{12} 6, b = \log_{12} 7$. Hãy biểu diễn $\log_2 7$ theo a và b .

- (A) $\frac{b}{a+1}$. (B) $\frac{b}{1-a}$. (C) $\frac{a}{b-1}$. (D) $\frac{a}{b+1}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. B	5. A	6. D	7. B	8. B	9. B	10. B
11. D	12. D	13. B	14. D	15. A	16. D	17. A	18. D	19. D	20. C
21. A	22. D	23. A	24. A	25. B					

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1, \log_a b$ bằng:

- (A) $5 \log_a b$. (B) $\frac{1}{5} + \log_a b$. (C) $5 + \log_a b$. (D) $\frac{1}{5} \log_a b$.

Câu 2. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1, \log_a b$ bằng

- (A) $3 + \log_a b$. (B) $3 \log_a b$. (C) $\frac{1}{3} + \log_a b$. (D) $\frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 3. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 (5a)$ bằng

- (A) $5 + \log_5 a$. (B) $5 - \log_5 a$. (C) $1 + \log_5 a$. (D) $1 - \log_5 a$.

Câu 4. (Mã 104 2019) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- (A) $\frac{1}{2} \log_2 a$. (B) $2 + \log_2 a$. (C) $2 \log_2 a$. (D) $\frac{1}{2} + \log_2 a$.

Câu 5. (Đề Tham Khảo 2019) Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- (A) $2(\log a + \log b)$. (B) $\log a + \frac{1}{2} \log b$. (C) $2 \log a + \log b$. (D) $\log a + 2 \log b$.

Câu 6. (Đề Tham Khảo 2017) Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log \sqrt[3]{a} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $P = \frac{1}{3}$. (B) $P = 3$. (C) $P = 1$. (D) $P = 9$.

Câu 7. (Mã 101 2019) Với a là số thực dương tùy ý, bằng $\log_5 a^2$

- (A) $\frac{1}{2} \log_5 a$. (B) $2 + \log_5 a$. (C) $\frac{1}{2} + \log_5 a$. (D) $2 \log_5 a$.

Câu 8. (Mã 103 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

- (A) $\frac{\ln 7}{\ln 3}$. (B) $\ln \frac{7}{3}$. (C) $\ln(4a)$. (D) $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$.

Câu 9. (Mã 101 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

- (A) $\ln \frac{5}{3}$. (B) $\frac{\ln 5}{\ln 3}$. (C) $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$. (D) $\ln(2a)$.

Câu 10. (Mã 102 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

- (A) $1 - \log_3 a$. (B) $3 \log_3 a$. (C) $3 + \log_3 a$. (D) $1 + \log_3 a$.

Câu 11. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- (A) $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. (B) $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$. (C) $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. (D) $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Câu 12. (Mã 123 2017) Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$

- (A) $I = -2$. (B) $I = 2$. (C) $I = \frac{1}{2}$. (D) $I = 0$.

Câu 13. (Mã 104 2018) Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{3}{a}\right)$ bằng:

- (A) $1 - \log_3 a$. (B) $3 - \log_3 a$. (C) $\frac{1}{\log_3 a}$. (D) $1 + \log_3 a$.

Câu 14. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$. (B) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$.
(C) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$. (D) $\log_2\left(\frac{2a^3}{b}\right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$.

Câu 15. (Mã 110 2017) Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- (A) $P = 13$. (B) $P = 31$. (C) $P = 30$. (D) $P = 108$.

Câu 16. (Mã 102 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

- (A) 4. (B) 5. (C) 2. (D) 32.

Câu 17. (Đề Tham Khảo 2017) Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1, a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$.
Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- (A) $P = -5 + 3\sqrt{3}$. (B) $P = -1 + \sqrt{3}$. (C) $P = -1 - \sqrt{3}$. (D) $P = -5 - 3\sqrt{3}$.

Câu 18. (Mã 103 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

- (A) 2. (B) 8. (C) 16. (D) 4.

Câu 19. (Mã 104 2017) Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha, \log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$. (B) $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} + \beta\right)$.
(C) $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$. (D) $\log_{27}\left(\frac{\sqrt{x}}{y}\right)^3 = 9\left(\frac{\alpha}{2} - \beta\right)$.

Câu 20. (Mã 101 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4 \log_2 a + \log_2 b$ bằng

- (A) 4. (B) 2. (C) 16. (D) 8.

Câu 21. (Đề Minh Họa 2017) Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

- (A) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{4}\log_a b$. (B) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_a b$.
(C) $\log_{a^2}(ab) = \frac{1}{2}\log_a b$. (D) $\log_{a^2}(ab) = 2 + 2\log_a b$.

Câu 22. (Mã 123 2017) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $P = 6\log_a b$. (B) $P = 27\log_a b$. (C) $P = 15\log_a b$. (D) $P = 9\log_a b$.

Câu 23. (Đề Tham Khảo 2018) Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$. (B) $\log(3a) = 3\log a$. (C) $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$. (D) $\log a^3 = 3\log a$.

Câu 24. (Mã 105 2017) Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.

- (A) $I = \frac{5}{4}$. (B) $I = 0$. (C) $I = 4$. (D) $I = \frac{3}{2}$.

Câu 25. (Mã 105 2017) Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- (A) $I = 2$. (B) $I = -\frac{1}{2}$. (C) $I = -2$. (D) $I = \frac{1}{2}$.

Câu 26. (Mã 104 2017) Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $x = 5a + 3b$. (B) $x = a^5 + b^3$. (C) $x = a^5 b^3$. (D) $x = 3a + 5b$.

Câu 27. (Mã 104 2019) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- (A) 6. (B) 2. (C) 3. (D) 8.

Câu 28. (Mã 105 2017) Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$. (B) $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$.
(C) $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$. (D) $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$.

Câu 29. (Mã 123 2017) Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$

- (A) $P = 12$. (B) $P = \frac{12}{7}$. (C) $P = \frac{7}{12}$. (D) $P = \frac{1}{12}$.

Câu 30. (Mã 110 2017) Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$.

Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12}(x+3y)}$.

- (A) $M = \frac{1}{2}$. (B) $M = \frac{1}{3}$. (C) $M = \frac{1}{4}$. (D) $M = 1$.

Câu 31. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8(ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = b^2$.

(B) $a^3 = b$.

(C) $a = b$.

(D) $a^2 = b$.

Câu 32. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng

(A) $a + 2b = 2$.

(B) $4a + 2b = 1$.

(C) $4ab = 1$.

(D) $2a + 4b = 1$.

Câu 33. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng

(A) 3.

(B) 6.

(C) 2.

(D) 4.

Câu 34. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = 9b^2$.

(B) $a = 9b$.

(C) $a = 6b$.

(D) $a = 9b^2$.

Câu 35. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = 27b$.

(B) $a = 9b$.

(C) $a = 27b^4$.

(D) $a = 27b^2$.

Câu 36. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $a = 16b^2$.

(B) $a = 8b$.

(C) $a = 16b$.

(D) $a = 16b^4$.

Câu 37. (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$

(A) $P = x^2 y^3$.

(B) $P = 6xy$.

(C) $P = 3x + 2y$.

(D) $P = x^2 + y^2$.

Câu 38. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

(A) 48.

(B) 56.

(C) 36.

(D) $8\log_2 256$.

Câu 39. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định đúng là

(A) $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$.

(B) $mn = 9$.

(C) $mn = 9 \log_2 c$.

(D) $mn = \frac{1}{9}$.

Câu 40. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a(x^2 y^3)$

(A) $P = 18$.

(B) $P = 6$.

(C) $P = 14$.

(D) $P = 10$.

Câu 41. (Sở Bình Phước 2019) Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2(a^3 b^4)$ bằng

(A) $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$.

(B) $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$.

(C) $2(\log_2 a + \log_4 b)$.

(D) $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$.

Câu 42. (Chuyên Hạ Long -2019) Cho $P = \sqrt[20]{3 \sqrt[7]{27 \sqrt[4]{243}}}$. Tính $\log_3 P$

(A) $\frac{45}{28}$.

(B) $\frac{9}{112}$.

(C) $\frac{45}{56}$.

(D) Đáp án khác.

Câu 43. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng

- (A) 1. (B) 0.
(C) $\ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$. (D) $\ln(abcd)$.

Câu 44. Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

- (A) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$. (B) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$.
(C) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$. (D) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$.

Câu 45. (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019) Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $P = 27 \log_a b$. (B) $P = 15 \log_a b$. (C) $P = 9 \log_a b$. (D) $P = 6 \log_a b$.

Câu 46. (THPT Quang Trung Đống Đa Hà Nội 2019) Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- (A) $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b$. (B) $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$.
(C) $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b$. (D) $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b$.

Câu 47. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$. (B) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$.
(C) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$. (D) $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$.

Câu 48. (Chuyên Bắc Giang -2019) Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$. (B) $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$.
(C) $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$. (D) $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$.

Câu 49. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

- (A) 13. (B) 5. (C) 8. (D) 10.

Câu 50. (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019) Rút gọn biểu thức $M = 3 \log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6 \log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$

- (A) $M = -\log_3 (3x)$. (B) $M = 2 + \log_3 \left(\frac{x}{3} \right)$. (C) $M = -\log_3 \left(\frac{x}{3} \right)$. (D) $M = 1 + \log_3 x$.

Câu 51. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

- (A) $P = 56$. (B) $P = 16$. (C) $P = 8$. (D) $P = 64$.

Câu 52. (Hsg Bắc Ninh 2019) Cho hai số thực dương a, b . Nếu viết $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x\log_2 a + y\log_4 b$ ($x, y \in \mathbb{Q}$) thì biểu thức $P = xy$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- (A) $P = \frac{1}{3}$. (B) $P = \frac{2}{3}$. (C) $P = -\frac{1}{12}$. (D) $P = \frac{1}{12}$.

Câu 53. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

- (A) $T = 7$. (B) $T = 3$. (C) $T = 2$. (D) $T = 1$.

Câu 54. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$. (B) $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.
(C) $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$. (D) $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

Câu 55. Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

- (A) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$. (B) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$.
(C) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$. (D) $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$.

Câu 56. (Sở Vĩnh Phúc 2019) Cho $\alpha = \log_a x, \beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ bằng.

- (A) $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$. (B) $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. (C) $\frac{2}{2\alpha+\beta}$. (D) $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$.

Câu 57. (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019) Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2})$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

- (A) $\sqrt{3}$. (B) 1. (C) $\sqrt{2}$. (D) 2.

Câu 58. (Toán Học Tuổi Trẻ 2019) Đặt $M = \log_6 56, N = a + \frac{\log_3 7 - b}{\log_3 2 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bộ số a, b, c nào dưới đây để có $M = N$?

- (A) $a = 3, b = 3, c = 1$. (B) $a = 3, b = \sqrt{2}, c = 1$.
(C) $a = 1, b = 2, c = 3$. (D) $a = 1, b = -3, c = 2$.

Câu 59. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$

- (A) $\frac{1}{10}$. (B) -2. (C) $\frac{1}{100}$. (D) 2.

Câu 60. Cho $a, b, x > 0; a > b$ và $x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$. Khi đó biểu thức

$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

- (A) $P = \frac{5}{4}$. (B) $P = \frac{2}{3}$. (C) $P = \frac{16}{15}$. (D) $P = \frac{4}{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. C	5. D	6. D	7. D	8. B	9. B	10. D
11. A	12. B	13. A	14. C	15. A	16. B	17. C	18. D	19. D	20. A

21. B	22. A	23. D	24. D	25. A	26. C	27. C	28. C	29. B	30. D
31. D	32. D	33. D	34. B	35. A	36. C	37. C	38. C	39. D	40. D
41. B	42. B	43. B	44. D	45. D	46. A	47. C	48. B	49. C	50. A
51. A	52. B	53. D	54. D	55. D	56. B	57. B	58. A	59. B	60. A

—HẾT—

§4. HÀM SỐ MŨ, HÀM SỐ LÔGARIT

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Hàm số mũ

✓ Dạng: $y = a^x$, trong đó $0 < a \neq 1$.

✓ Đạo hàm:

① $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

② Hàm hợp: $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$.

③ $(e^x)' = e^x$.

④ Hàm hợp: $(e^u)' = u' \cdot e^u$.

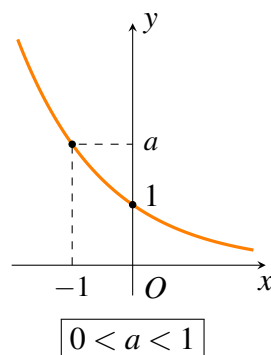
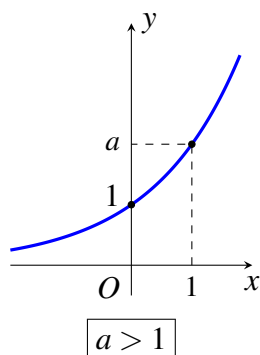
✓ Đồ thị hàm số $y = a^x$:

① Hàm số đồng biến khi $a > 1$.

② Hàm số nghịch biến khi $0 < a < 1$.

③ Đồ thị luôn qua $(0; 1)$ và luôn nằm phía trên trục hoành.

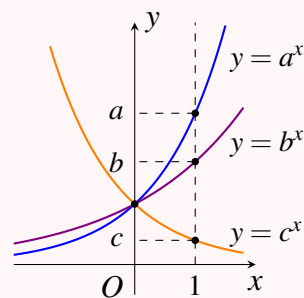
④ Đồ thị nhận đường thẳng $y = 0$ làm tiệm cận ngang.



Giả sử ta có đồ thị ba hàm số $y = a^x$, $y = b^x$ và $y = c^x$ như hình bên. Để so sánh a , b và c ta làm như sau:

① Nhìn đồng biến, nghịch biến sẽ suy ra được điều kiện của các cơ số. Cụ thể như hình vẽ bên thì $a, b > 1$ và $0 < c < 1$.

② Vẽ đường thẳng $x = 1$ cắt các đồ thị tại các điểm tương ứng. Nhìn tung độ giao điểm sẽ so sánh được a, b, c với nhau. Cụ thể như hình vẽ bên thì $c < b < a$.



So sánh a, b, c

2 Hàm số lôgarit

☑ Dạng: $y = \log_a x$, trong đó $0 < a \neq 1$ và $x > 0$.

☑ Đạo hàm:

① $(\log_a |x|)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$, với $x \neq 0$.

② Hàm hợp: $(\log_a |u|)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$.

③ $(\ln |x|)' = \frac{1}{x}$, với $x \neq 0$.

④ Hàm hợp: $(\ln |u|)' = \frac{u'}{u}$.

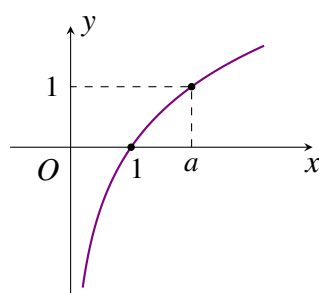
☑ Đồ thị hàm số $y = \log_a x$.

① Hàm số đồng biến khi $a > 1$.

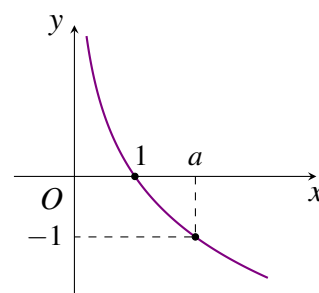
② Hàm số nghịch biến khi $0 < a < 1$.

③ Đồ thị luôn qua $(1;0)$ và luôn nằm bên phải trục tung.

④ Đồ thị nhận đường thẳng $x = 0$ làm tiệm cận đứng.



$a > 1$



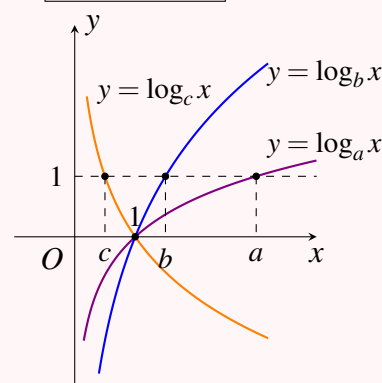
$0 < a < 1$

Giả sử ta có đồ thị ba hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ và $y = \log_c x$ như hình bên. Để so sánh a , b và c ta làm như sau:

① Nhìn đồng biến, nghịch biến sẽ suy ra được điều kiện của các cơ số. Cụ thể như hình vẽ bên thì $a, b > 1$ và $0 < c < 1$.

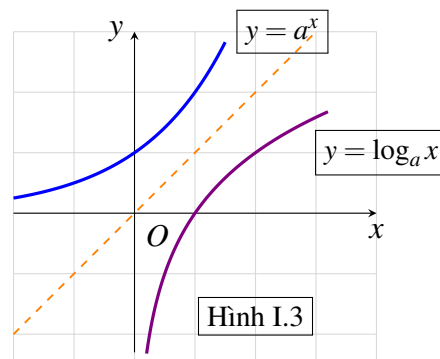
② Vẽ đường thẳng $y = 1$ cắt các đồ thị tại các điểm tương ứng. Nhìn hoành độ giao điểm sẽ so sánh được a, b, c với nhau. Cụ thể như hình vẽ bên thì $c < b < a$.

So sánh a, b, c



3 Liên hệ đồ thị của hai hàm số

Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất **Hình I.3**



B. CÁC DẠNG TOÁN CƠ BẢN

Dạng 4.28. Tìm tập xác định

☑ Đối với hàm số $y = a^{u(x)}$: Ta chỉ cần tìm điều kiện để $u(x)$ có nghĩa.

☑ Đối với hàm số $y = \log_a u(x)$: Ta tìm điều kiện để $u(x) > 0$.



① Với hàm số $y = \log_a b^{2n}$, ta chỉ cần điều kiện $b \neq 0$.

② Nếu cơ số a có chứa tham số, ta thêm điều kiện $0 < a \neq 1$.

Ví dụ 1 (Mã 101- 2022). Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y = \log[(6-x)(x+2)]$?

Ⓐ 7.

Ⓑ 8.

Ⓒ 9.

Ⓓ Vô số.

.....

Ví dụ 2 (Mã 101- 2022). Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-4)$ là.

Ⓐ $(-\infty; 4)$.

Ⓑ $(4; +\infty)$.

Ⓒ $(5; +\infty)$.

Ⓓ $(-\infty; +\infty)$.

.....

Ví dụ 3 (Mã 102- 2022). Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

Ⓐ $(2; +\infty)$.

Ⓑ $(-\infty; +\infty)$.

Ⓒ $(1; +\infty)$.

Ⓓ $(-\infty; 1)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 4 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2). Tập xác định của hàm số $y = \log_2 x$ là

- (A)** $[0; +\infty)$. **(B)** $(-\infty; +\infty)$. **(C)** $(0; +\infty)$. **(D)** $[2; +\infty)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 5 (Mã 101 - 2020 Lần 1). Tập xác định của hàm số $y = \log_5 x$ là

- (A)** $[0; +\infty)$. **(B)** $(-\infty; 0)$. **(C)** $(0; +\infty)$. **(D)** $(-\infty; +\infty)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 6 (Mã 103 - 2020 Lần 1). Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- (A)** $(-\infty; 0)$. **(B)** $(0; +\infty)$. **(C)** $(-\infty; +\infty)$. **(D)** $[0; +\infty)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 7 (Mã 104 - 2020 Lần 1). Tập xác định của hàm số $y = \log_4 x$ là

- (A)** $(-\infty; 0)$. **(B)** y . **(C)** $(0; +\infty)$. **(D)** $(-\infty; +\infty)$.

.....

.....

✎ Ví dụ 8 (Mã 102 - 2020 Lần 2). Tập xác định của hàm số $y = 5^x$ là

- (A)** $\mathbb{R}$. **(B)** $(0; +\infty)$. **(C)** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **(D)** $[0; +\infty)$.

.....

.....

 **Ví dụ 9.** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tập xác định của hàm số $y = 2^x$ là

- ☐ (A) $\mathbb{R}$.
 ☐ (B) $(0; +\infty)$.
 ☐ (C) $[0; +\infty)$.
 ☐ (D) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
-
-

 **Ví dụ 10.** (Mã 123 2017) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$

- ☐ (A) $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.
 ☐ (B) $D = (-2; 3)$.
 ☐ (C) $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
 ☐ (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
-
-

 **Ví dụ 11.** Tập xác định của hàm số $y = 7^{x^2+x-2}$ là

- ☐ (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 ☐ (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{1; -2\}$.
 ☐ (C) $\mathcal{D} = (-2; 1)$.
 ☐ (D) $\mathcal{D} = [2; 1]$.
-
-

 **Ví dụ 12.** Tập xác định của hàm số $y = 3^{\frac{x+2}{x-1}}$ là

- ☐ (A) $\mathbb{R}$.
 ☐ (B) $(1; +\infty)$.
 ☐ (C) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 ☐ (D) $(-\infty; 1)$.
-
-

 **Ví dụ 13.** Tập xác định của hàm số $y = \log_3 (2x+1)$ là

- ☐ (A) $(-\infty; -\frac{1}{2})$.
 ☐ (B) $(-\infty; \frac{1}{2})$.
 ☐ (C) $(\frac{1}{2}; +\infty)$.
 ☐ (D) $(-\frac{1}{2}; +\infty)$.
-
-

 **Ví dụ 14.** Tập xác định của hàm số $y = \ln(2^x - 2)$ là

- ☐ (A) $\mathcal{D} = (1; +\infty)$.
 ☐ (B) $\mathcal{D} = [-2; 2]$.
 ☐ (C) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
 ☐ (D) $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

Ví dụ 15. Tập xác định của biểu thức $A = \log_{x+1}(2-x)$ là

- ☐ A $(-\infty; 2)$.
 ☐ B $(-1; 2) \setminus \{0\}$.
 ☐ C $(-1; 2)$.
 ☐ D $(-\infty; 2) \setminus \{0\}$.

Ví dụ 16. Tập xác định của hàm số $y = \log_6(2x - x^2)$ là

- ☐ A $\mathcal{D} = (0; 2)$.
 ☐ B $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.
 ☐ C $\mathcal{D} = (-1; 1)$.
 ☐ D $\mathcal{D} = (-\infty; 3)$.

Ví dụ 17. Tập xác định của hàm số $y = \log_3(2+x) + \log_2(2-x)$ là

- ☐ A $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
 ☐ B $\mathcal{D} = [-2; 2]$.
 ☐ C $\mathcal{D} = (-2; 2)$.
 ☐ D $\mathcal{D} = [2; +\infty)$.

Ví dụ 18. Tập xác định của hàm số $y = \log(x^3 + x^2 + 3x)$ là

- ☐ A $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.
 ☐ B $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.
 ☐ C $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.
 ☐ D $\mathcal{D} = [0; +\infty)$.

Ví dụ 19. Hàm số $y = \log_2 \frac{x+3}{2-x}$ có nghĩa khi và chỉ khi

- ☐ A $x \neq 2$.
 ☐ B $x < -3$ hoặc $x > 2$.
 ☐ C $-3 \leq x < 2$.
 ☐ D $-3 < x < 2$.

 **Ví dụ 20.** Hàm số $y = (x^2 - 16)^{-5} - \ln(24 - 5x - x^2)$ có tập xác định là

☐ (A) $(-8; -4) \cup (3; +\infty)$.

☐ (B) $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$.

☐ (C) $(-8; 3) \setminus \{-4\}$.

☐ (D) $(-4; 3)$.

.....

.....

 **Ví dụ 21.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \frac{3}{\log_2 x - 4}$ là

☐ (A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

☐ (B) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{16\}$.

☐ (C) $\mathcal{D} = (0; 16)$.

☐ (D) $\mathcal{D} = (0; 16) \cup (16; +\infty)$.

.....

.....

 **Ví dụ 22.** Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \ln x^2$ là

☐ (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

☐ (B) $\mathcal{D} = (-\infty; 0)$.

☐ (C) $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

☐ (D) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

.....

.....

 **Ví dụ 23.** Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_2 (x^3 - 8)^{1000}$.

☐ (A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

☐ (B) $\mathcal{D} = (2; +\infty)$.

☐ (C) $\mathcal{D} = (-\infty; 2)$.

☐ (D) $\mathcal{D} = (-2; +\infty) \cup (-\infty; 2)$.

.....

.....

 **Ví dụ 24.** Hàm số $y = \ln |1 - \sin x|$ có tập xác định là

☐ (A) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

☐ (B) $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

☐ (C) $\mathbb{R} \setminus \{\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

☐ (D) $\mathbb{R}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x + m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

(A) $m = 0$.

(B) $0 < m < 3$.

(C) $m < -1$ hoặc $m > 0$.

(D) $m > 0$.

.....

.....

✎ Ví dụ 26. Tìm tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{\log_3(x^2 - 2x + 3m)}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$.

(A) $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

(B) $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

(C) $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

(D) $\left[\frac{2}{3}; 10\right]$.

.....

.....

📄 Dạng 4.29. Tính đạo hàm

✎ Ví dụ 1 (Mã 104- 2021- Lần 2). Đạo hàm của hàm số $y = 6^x$ là

(A) $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$.

(B) $y' = x \cdot 6^{x-1}$.

(C) $y' = 6^x \ln 6$.

(D) $y' = 6^x$.

.....

.....

✎ Ví dụ 2 (Mã 102- 2021- Lần 2). Đạo hàm của hàm số $y = 4^x$ là

(A) $y' = x \cdot 4^{x-1}$.

(B) $y' = 4^x \cdot \ln 4$.

(C) $y' = \frac{4^x}{\ln 4}$.

(D) $y' = 4^x$.

.....

.....

✎ Ví dụ 3 (Đề Tham Khảo 2017). Tìm đạo hàm của hàm số $y = \log x$.

(A) $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

(B) $y' = \frac{1}{x \ln 10}$.

(C) $y' = \frac{1}{10 \ln x}$.

(D) $y' = \frac{1}{x}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 4 (Mã 103 - 2019). Hàm số $y = 2^{x^2-x}$ có đạo hàm là

(A) $2^{x^2-x} \cdot \ln 2.$

(B) $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x} \cdot \ln 2.$

(C) $(x^2-x) \cdot 2^{x^2-x-1}.$

(D) $(2x-1) \cdot 2^{x^2-x}.$

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 5 (Mã 104 - 2019). Hàm số $y = 3^{x^2-x}$ có đạo hàm là

(A) $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x}.$

(B) $(x^2-x) \cdot 3^{x^2-x-1}.$

(C) $(2x-1) \cdot 3^{x^2-x} \cdot \ln 3.$

(D) $3^{x^2-x} \cdot \ln 3.$

.....

.....

✎ Ví dụ 6 (Đề Minh Họa 2017). Tính đạo hàm của hàm số $y = 13^x$

(A) $y' = \frac{13^x}{\ln 13}.$

(B) $y' = x \cdot 13^{x-1}.$

(C) $y' = 13^x \ln 13.$

(D) $y' = 13^x.$

.....

.....

✎ Ví dụ 7 (Mã 110 2017). Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1).$

(A) $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}.$

(B) $y' = \frac{1}{(2x+1)\ln 2}.$

(C) $y' = \frac{2}{2x+1}.$

(D) $y' = \frac{1}{2x+1}.$

.....

.....

✎ Ví dụ 8 (Đề Minh Họa 2017). Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{x+1}{4^x}$

(A) $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

(B) $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{2x}}.$

(C) $y' = \frac{1-2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

(D) $y' = \frac{1+2(x+1)\ln 2}{2^{x^2}}.$

.....

.....

✎ Ví dụ 9 (Đề Tham Khảo 2019). Hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 2x)$ có đạo hàm

(A) $f'(x) = \frac{\ln 2}{x^2 - 2x}.$

(B) $f'(x) = \frac{1}{(x^2 - 2x) \ln 2}.$

(C) $f'(x) = \frac{(2x - 2) \ln 2}{x^2 - 2x}.$

(D) $f'(x) = \frac{2x - 2}{(x^2 - 2x) \ln 2}.$

✎ Ví dụ 10. Đạo hàm của hàm số $y = 3^{2x}$ bằng

(A) $y' = 3^{2x}.$

(B) $y' = \frac{3^{2x}}{\ln 3}.$

(C) $y' = 2 \cdot 3^{2x} \ln 3.$

(D) $y' = 3^{2x} \cdot \ln 3.$

✎ Ví dụ 11. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{1-2x}$.

(A) $y' = -2 \cdot 2^{1-2x}.$

(B) $y' = 2^{1-2x} \ln 2.$

(C) $y' = -2^{2-2x} \ln 2.$

(D) $y' = (1 - 2x)^{-2x}.$

✎ Ví dụ 12. Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$.

(A) $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}.$

(B) $y' = \frac{1}{x}.$

(C) $y' = \frac{1}{x \ln 10}.$

(D) $y' = 3^x \cdot \ln 3.$

✎ Ví dụ 13. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + 1)$ là

(A) $y' = \frac{2x \ln 3}{x^2 + 1}.$

(B) $y' = \frac{\ln 3}{x^2 + 1}.$

(C) $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}.$

(D) $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1) \ln 3}.$

✎ Ví dụ 14. Cho hàm số $f(x) = x \ln^2 x$, ta có $f'(e)$ bằng

(A) 3.

(B) $\frac{2}{e}.$

(C) $2e + 1.$

(D) $2e.$

Ví dụ 15. Cho hàm số $f(x) = \ln(3x - x^2)$. Tìm tập nghiệm S của phương trình $f'(x) = 0$.

(A) $S = \emptyset$.

(B) $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

(C) $S = \{0; 3\}$.

(D) $S = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$.

Ví dụ 16. Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = x \ln x^2$ tại điểm $x = 4$ có kết quả là $f'(4) = a \ln 2 + b$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = a + 2^b$ bằng bao nhiêu?

(A) $P = 4$.

(B) $P = 8$.

(C) $P = 10$.

(D) $P = 16$.

Ví dụ 17. Cho hàm số $y = e^x(x^2 + mx)$. Biết $y'(0) = 1$. Tính $y'(1)$.

(A) $5e$.

(B) $3e$.

(C) $6e$.

(D) $4e$.

Ví dụ 18. Cho hàm số $f(x) = \ln \frac{2018x}{x+1}$. Tính tổng $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2018)$.

(A) $S = \ln 2018$.

(B) $S = 1$.

(C) $S = 2018$.

(D) $S = \frac{2018}{2019}$.

Ví dụ 19. Cho hàm số $y = \ln \left(\frac{7}{x+7} \right)$. Hệ thức nào sau đây là hệ thức đúng?

(A) $xy' + 7 = -e^y$.

(B) $xy' - 1 = e^y$.

(C) $xy' + 1 = e^y$.

(D) $xy' - 7 = e^y$.

✎ Ví dụ 20. Cho hàm số $y = e^x \cos x$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau

- Ⓐ $2y' - y'' = 2y$. Ⓑ $2y' - y'' = y$. Ⓒ $y - y' = y''$. Ⓓ $y'' - 2y' = y$.

📄 Dạng 4.30. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất

✎ Ví dụ 1 (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\ln x}{x}$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng

- Ⓐ $\frac{\ln 2}{2}$. Ⓑ $\frac{\ln 3}{3}$. Ⓒ $\frac{3}{e^2}$. Ⓓ $\frac{1}{e}$.

✎ Ví dụ 2. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{x^3 - 3x + 3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- Ⓐ e^2 . Ⓑ e^3 . Ⓒ e^5 . Ⓓ e .

✎ Ví dụ 3. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 2)$ trên đoạn $[1; 3]$

- Ⓐ $\max_{[1;3]} y = \ln 14$. Ⓑ $\max_{[1;3]} y = \ln 12$. Ⓒ $\max_{[1;3]} y = \ln 4$. Ⓓ $\max_{[1;3]} y = \ln 10$.

.....

Ví dụ 4. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên đoạn $[2; 3]$ là

A $\max_{[2;3]} y = e.$

B $\max_{[2;3]} y = -2 + 2 \ln 2.$

C $\max_{[2;3]} y = 4 - 2 \ln 2.$

D $\max_{[2;3]} y = 1.$

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{\ln^2 x}{x}$ trên đoạn $[1; e^3]$ là $M = \frac{m}{e^n}$, trong đó m, n là các số tự nhiên. Tính $S = m^2 + 2n^3$.

A $S = 135.$

B $S = 24.$

C $S = 22.$

D $S = 32.$

Dạng 4.31. Các bài toán liên quan đến đồ thị

.....

Ví dụ 1. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực R .

A $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x.$

B $y = \log_{\frac{\pi}{4}}(2x^2 + 1).$

C $y = \left(\frac{2}{e}\right)^x.$

D $y = \log_{\frac{2}{3}} x.$

Ví dụ 2. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- ☐ A $y = \log_{\sqrt{3}} x$.
 ☐ B $y = \log_2 (\sqrt{x} + 1)$.
 ☐ C $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.
 ☐ D $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.

.....

.....

Ví dụ 3. (Chuyên Bắc Giang -2019 Cho hàm số $y = \frac{3^x}{\ln 3} - 9x + 17$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- ☐ A Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 ☐ B Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 ☐ C Hàm số đạt cực trị tại $x = 2$.
 ☐ D Hàm số có giá trị cực tiểu là $y = \frac{9}{\ln 3} - 1$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào nghịch biến trên tập số thực $\mathbb{R}$.

- ☐ A $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.
 ☐ B $y = \left(\frac{2}{\pi}\right)^x$.
 ☐ C $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$.
 ☐ D $y = \log_{\frac{\pi}{4}} (2x^2 + 1)$.

.....

.....

Ví dụ 5. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- ☐ A $y = (\ln 2)^x$.
 ☐ B $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.
 ☐ C $y = \left(\frac{3}{2 + \sin 2018}\right)^x$.
 ☐ D $y = (\sin 2018)^x$.

.....

.....

Ví dụ 6.

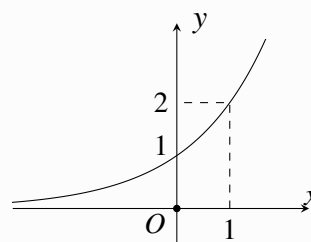
Đường cong trong hình sau là đồ thị hàm số nào?

(A) $y = 2^x$.

(B) $y = (\sqrt{2})^x$.

(C) $y = \log_2(2x)$.

(D) $y = \frac{1}{2}x + 1$.



.....

.....

Ví dụ 7.

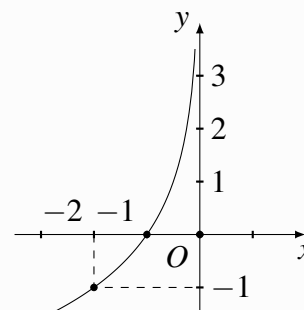
Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

(A) $y = -2^{-x}$.

(B) $y = 2^{-x}$.

(C) $y = \log_2(-x)$.

(D) $y = -\log_2(-x)$.



.....

.....

Ví dụ 8.

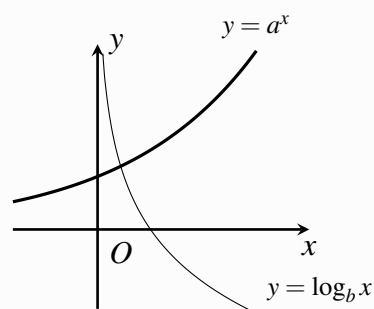
Cho $a > 0, b > 0, a \neq 1, b \neq 1$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = \log_b x$ được xác định như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

(A) $a > 1; 0 < b < 1$.

(B) $0 < a < 1; b > 1$.

(C) $0 < a < 1; 0 < b < 1$.

(D) $a > 1; b > 1$.



.....

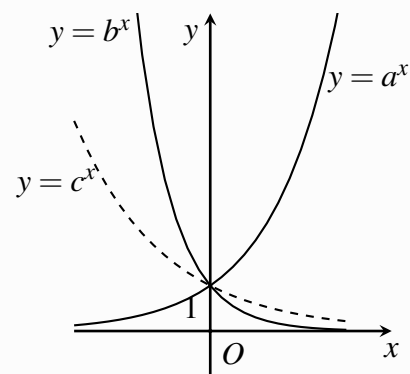
.....

.....

.....

Ví dụ 9.

Trên hình vẽ, đồ thị của ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ (a, b, c là ba số dương khác 1 cho trước) được vẽ trong cùng một mặt phẳng tọa độ. Dựa vào đồ thị và các tính chất của lũy thừa, hãy so sánh ba số a, b và c .



- ☐ A $c > b > a$.
 ☐ B $b > c > a$.
 ☐ C $a > c > b$.
 ☐ D $a > b > c$.

.....

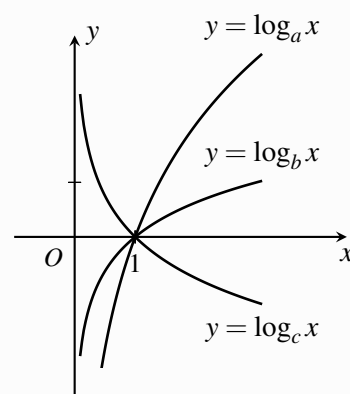
.....

.....

.....

Ví dụ 10.

Hình bên là đồ thị của ba hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ được vẽ trên cùng một hệ trục tọa độ. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?



- ☐ A $a > c > b$.
 ☐ B $b > c > a$.
 ☐ C $b > a > c$.
 ☐ D $a > b > c$.

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

- ☐ A $[0; +\infty)$.
 ☐ B $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 ☐ C $\mathbb{R}$.
 ☐ D $(0; +\infty)$.

Câu 2. Hàm số nào trong các hàm số sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

(A) $y = \log_2 x$.

(B) $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

(C) $y = \tan x$.

(D) $y = x^3 - 3x^2 + 4x - 1$.

Câu 3. Tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log_{2018}(2x-1)$ là

(A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(D) $\mathcal{D} = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 4. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2 \sqrt{6-x}$.

(A) $D = \mathbb{R} \setminus \{6\}$.

(B) $D = (-\infty; 6)$.

(C) $D = (6; +\infty)$.

(D) $D = (-\infty; 6]$.

Câu 5. Tập xác định của hàm số $y = \ln |4-x^2|$ là

(A) $\mathbb{R} \setminus [-2; 2]$.

(B) $\mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

(C) $\mathbb{R}$.

(D) $(-2; 2)$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\ln(5-x)}$ là

(A) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

(B) $[-1; 5] \setminus \{4\}$.

(C) $(-1; 5)$.

(D) $[-1; 5]$.

Câu 7. Hàm số $y = \log_5(4x-x^2)$ có tập xác định là

(A) $\mathcal{D} = (0; +\infty)$.

(B) $\mathcal{D} = (0; 4)$.

(C) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$.

Câu 8. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \log(x^2 + 2x + 3)$.

(A) $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2; -1\}$.

(B) $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

(C) $\mathcal{D} = \emptyset$.

(D) $\mathcal{D} = (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = 3^{x+1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A) $y'(1) = \frac{9}{\ln 3}$.

(B) $y'(1) = 3 \ln 3$.

(C) $y'(1) = 9 \ln 3$.

(D) $y'(1) = \frac{3}{\ln 3}$.

Câu 10. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \ln x$ là

(A) $y'' = \frac{1}{x^2}$.

(B) $y'' = \frac{-1}{x^2}$.

(C) $y'' = \frac{1}{x}$.

(D) $y'' = \frac{-1}{x}$.

Câu 11. Đạo hàm y' của hàm $y = e^{x^2+x}$ là hàm số nào?

(A) $y' = (2x+1)e^{x^2+x}$.

(B) $y' = (2x+1)e^x$.

(C) $y' = (x^2+x)e^{2x+1}$.

(D) $y' = (2x+1)e^{2x+1}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = \ln(4-x^2)$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \leq 0$ là

(A) $(0; 2]$.

(B) $[0; 2]$.

(C) $[0; 2)$.

(D) $(0; 2)$.

Câu 13. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

(A) $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.

(B) $y = \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{e}\right)^x$.

(C) $y = \log_7(x^4+5)$.

(D) $y = \left(\frac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

Câu 14. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = \pi^{\cos x}, x \in \mathbb{R}$.

(A) $M = \pi, m = \frac{1}{\pi}$.

(B) $M = \sqrt{\pi}, m = 1$.

(C) $M = \pi, m = 1$.

(D) $M = \pi, m = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$.

Câu 15. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - \ln x + 7$ là

- (A) 7. (B) 8. (C) 1. (D) không có.

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^2 e^x$ trên đoạn $[-1; 1]$.

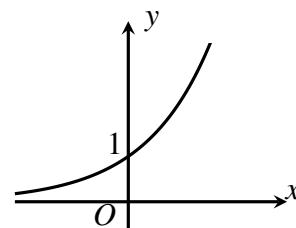
- (A) $\max_{[-1;1]} f(x) = e$. (B) $\max_{[-1;1]} f(x) = 0$. (C) $\max_{[-1;1]} f(x) = 2e$. (D) $\max_{[-1;1]} f(x) = \frac{1}{e}$.

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(2 - \ln x)$ trên đoạn $[2; 3]$ là

- (A) $\max_{[2;3]} y = 4 - \ln 2$. (B) $\max_{[2;3]} y = 6 - 3 \ln 3$. (C) $\max_{[2;3]} y = e$. (D) $\max_{[2;3]} y = 4 - 2 \ln 2$.

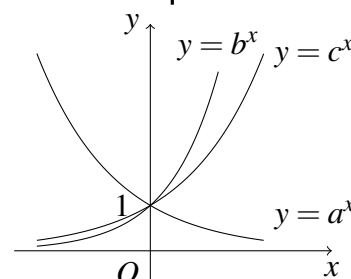
Câu 18. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

- (A) $y = 2^x$. (B) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. (C) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. (D) $y = \log_2 x$.



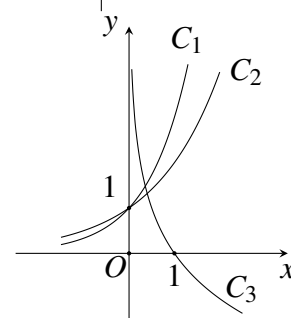
Câu 19. Cho a, b, c là các số thực dương, khác 1. Đồ thị các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = c^x$ được cho trong hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $1 < a < c < b$. (B) $a < 1 < c < b$.
(C) $a < 1 < b < c$. (D) $1 < a < b < c$.

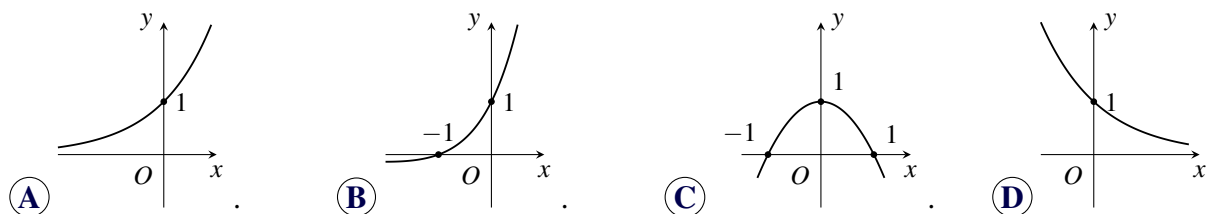


Câu 20. Cho ba hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$ lần lượt có đồ thị $(C_1), (C_2), (C_3)$ như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $a > b > c$. (B) $b > a > c$. (C) $c > b > a$. (D) $c > a > b$.



Câu 21. Cho hàm số $y = f(x) = x \cdot e^x$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị là một trong bốn hình sau đây. Hỏi đó là hình nào?



Câu 22. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-25; 25]$ để hàm số $y = 16^x - 4^{x+2} - 2mx + 2018$ đồng biến trên khoảng $(1; 4)$?

- (A) 3. (B) 4. (C) 10. (D) 28.

Câu 23. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1, \sqrt{a} \leq b < a$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b}\right)$ bằng

- (A) 7. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 24. Tìm các giá trị thực của m để hàm số $y = 2^{x^3 - x^2 + mx + 1}$ đồng biến trên $[1; 2]$.

- (A) $m > -8$. (B) $m \geq -1$. (C) $m \leq -8$. (D) $m < -1$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_{2018}(mx - m + 2)$ xác định trên $[1; +\infty)$.

- (A) $m < 0$. (B) $m \geq 0$. (C) $m \leq 0$. (D) $m > 0$.

Câu 26. Cho hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C') (như hình vẽ bên). Đường thẳng $x = 9$ cắt trục hoành và các đồ thị (C) và (C') lần lượt tại M, N và P . Biết rằng $MN = NP$, hãy xác định biểu thức liên hệ giữa a và b

- (A) $a = b^2$. (B) $a = 9b$.
(C) $a = 3b$. (D) $a = b + 3$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Biết rằng trục hoành là tiệm cận ngang của đồ thị. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = 4^{m+2\log_4 \sqrt{2}}$ có hai nghiệm phân biệt dương.

- (A) $m > 1$. (B) $0 < m < 1$.
(C) $m < 0$. (D) $0 < m < 2$.

Câu 28. Cho hàm số $y = e^{-2x^2}$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Xét $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho A và B thuộc (C) , C và D luôn nằm trên trục hoành. Tính giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$.

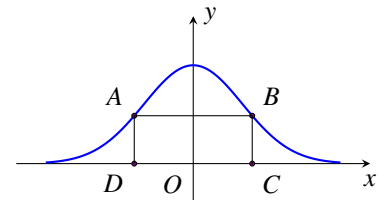
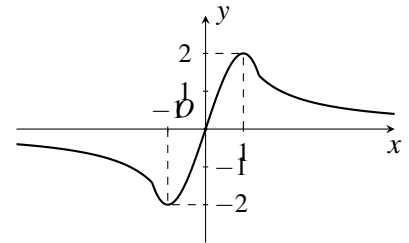
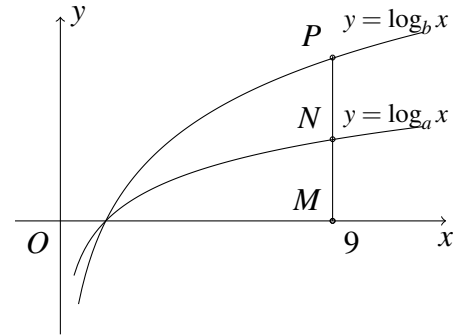
- (A) $\sqrt{e}$. (B) $e^{\sqrt{2}}$. (C) $\frac{1}{e^{\sqrt{2}}}$. (D) $\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 29. Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $\ln x + \ln y \geq \ln(x^2 + y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

- (A) $P = 6$. (B) $P = 2 + 3\sqrt{2}$. (C) $P = 3 + 2\sqrt{2}$. (D) $P = \sqrt{17} + \sqrt{3}$.

Câu 30. Xét hàm số $f(x) = e^x(a \sin x + b \cos x)$ với a, b là tham số. Biết rằng tồn tại $x \in \mathbb{R}$ để $f(x) + f''(x) = 5e^x$. Khi đó, nhận xét nào sau đây là đúng?

- (A) $a + b = 5$. (B) $a^2 + b^2 \geq 5$. (C) $|a - b| \leq 5$. (D) $a^2 + b^2 = 25$.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. C	5. B	6. B	7. B	8. B	9. C	10. B
11. A	12. C	13. B	14. A	15. B	16. A	17. C	18. A	19. B	20. A
21. B	22. C	23. C	24. B	25. B	26. A	27. C	28. D	29. C	30. B

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1 (Mã 101- 2022). Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x - 4)$ là

- (A) $(5; +\infty)$. (B) $(-\infty; +\infty)$. (C) $(4; +\infty)$. (D) $(-\infty; 4)$.

Câu 2 (Đề Minh Họa 2017). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$

- (A) $D = (-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. (B) $D = [-1; 3]$.
(C) $D = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. (D) $D = (-1; 3)$.

Câu 3 (Mã 104 2017). Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_3(x^2 - 4x + 3)$.

- (A) $D = (1; 3)$. (B) $D = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$.
(C) $D = (-\infty; 2 - \sqrt{2}) \cup (2 + \sqrt{2}; +\infty)$. (D) $D = (2 - \sqrt{2}; 1) \cup (3; 2 + \sqrt{2})$.

Câu 4 (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019).

Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2018}(3x - x^2)$.

- (A) $D = \mathbb{R}$. (B) $D = (0; +\infty)$.
(C) $D = (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$. (D) $D = (0; 3)$.

Câu 5. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- (A) $[2; 3]$. (B) $(2; 3)$. (C) $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. (D) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 6. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{6-x}$.

- (A) $(-\infty; 6)$. (B) $\mathbb{R}$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(6; +\infty)$.

Câu 7. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3 - 2x - x^2)$ là

- (A) $D = (-1; 1)$. (B) $D = (-1; 3)$. (C) $D = (-3; 1)$. (D) $D = (0; 1)$.

Câu 8. (Sở Vĩnh Phúc 2019) Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x^2 - 2x - 3)$ là

- (A) $(-1; 3)$. (B) $[-1; 3]$.
(C) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. (D) $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$.

Câu 9. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tìm tập xác định của hàm số: $y = 2^{\sqrt{x}} + \log(3 - x)$

- (A) $[0; +\infty)$. (B) $(0; 3)$. (C) $(-\infty; 3)$. (D) $[0; 3)$.

Câu 10. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Tập xác định của hàm số $y = [\ln(x - 2)]^\pi$ là

- (A) $\mathbb{R}$. (B) $(3; +\infty)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 11. (THPT Ba Đình 2019) Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_{2019}(4 - x^2) + (2x - 3)^{-2019}$

- (A) $D = \left[-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right]$. (B) $D = \left(-2; \frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}; 2\right)$.
(C) $D = \left(\frac{3}{2}; 2\right)$. (D) $D = (-2; 2)$.

Câu 12. (Mã 101 - 2019) Hàm số $y = 2^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- (A) $(2x-3)2^{x^2-3x}\ln 2$. (B) $2^{x^2-3x}\ln 2$. (C) $(2x-3)2^{x^2-3x}$. (D) $(x^2-3x)2^{x^2-3x+1}$.

Câu 13. (Mã 102 - 2019) Hàm số $y = 3^{x^2-3x}$ có đạo hàm là

- (A) $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x}$. (B) $3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.
(C) $(x^2-3x) \cdot 3^{x^2-3x-1}$. (D) $(2x-3) \cdot 3^{x^2-3x} \cdot \ln 3$.

Câu 14. Tính đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + \sqrt{x+1})$.

- (A) $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$. (B) $y' = \frac{2}{\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$.
(C) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}(1+\sqrt{x+1})}$. (D) $y' = \frac{1}{1+\sqrt{x+1}}$.

Câu 15. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- (A) $y' = 2e^{1-2x}$. (B) $y' = -2e^{1-2x}$. (C) $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$. (D) $y' = e^{1-2x}$.

Câu 16. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(x^2 + x + 1)$ là:

- (A) $y' = \frac{(2x+1)\ln 3}{x^2+x+1}$. (B) $y' = \frac{2x+1}{(x^2+x+1)\ln 3}$.
(C) $y' = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$. (D) $y' = \frac{1}{(x^2+x+1)\ln 3}$.

Câu 17. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = e^{x^2+x}$.

- (A) $(2x+1)e^x$. (B) $(2x+1)e^{x^2+x}$. (C) $(2x+1)e^{2x+1}$. (D) $(x^2+x)e^{2x+1}$.

Câu 18. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019) Tìm đạo hàm của hàm số $y = \ln(1 + e^{2x})$.

- (A) $y' = \frac{-2e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$. (B) $y' = \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}$. (C) $y' = \frac{1}{e^{2x}+1}$. (D) $y' = \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+1}$.

Câu 19. (Chuyen Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = \frac{1-x}{2^x}$

- (A) $y' = \frac{2-x}{2^x}$. (B) $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{(2^x)^2}$.
(C) $y' = \frac{x-2}{2^x}$. (D) $y' = \frac{\ln 2 \cdot (x-1) - 1}{2^x}$.

Câu 20. (Chuyên Lê Quý Đôn Quảng Trị 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_9(x^2 + 1)$.

- (A) $y' = \frac{1}{(x^2+1)\ln 9}$. (B) $y' = \frac{x}{(x^2+1)\ln 3}$. (C) $y' = \frac{2x\ln 9}{x^2+1}$. (D) $y' = \frac{2\ln 3}{x^2+1}$.

Câu 21. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Cho hàm số $y = \frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x > 0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

- (A) $\frac{x}{x+1}$. (B) $1 + \frac{1}{x}$. (C) $\frac{x}{1+x+\ln x}$. (D) $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$.

Câu 22. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^x \ln x - \frac{1}{e^x}$.

- (A) $y' = 2^x \left(\frac{1}{x} + (\ln 2)(\ln x) \right) + \frac{1}{e^x}$. (B) $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} + e^{-x}$.
(C) $y' = 2^x \frac{1}{x} \ln 2 + \frac{1}{e^x}$. (D) $y' = 2^x \ln 2 + \frac{1}{x} - e^x$.

Câu 23. (Chuyên Bắc Giang 2019) Trong các hàm số sau hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- Ⓐ $\log_3 x^2$. Ⓑ $y = \log(x^3)$. Ⓒ $y = \left(\frac{e}{4}\right)^x$. Ⓓ $y = \left(\frac{2}{5}\right)^{-x}$.

Câu 24. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây **sai**?

- Ⓐ Hàm số $y = \left(\frac{2018}{\pi}\right)^{x^2+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 Ⓑ Hàm số $y = \log x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.
 Ⓒ Hàm số $y = \ln(-x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
 Ⓓ Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 25. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập xác định của nó?

- Ⓐ $y = \left(\frac{1}{\pi}\right)^x$. Ⓑ $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. Ⓒ $y = (\sqrt{3})^x$. Ⓓ $y = (0,5)^x$.

Câu 26. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hàm số $y = \log_2 x$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- Ⓐ Đạo hàm của hàm số là $y' = \frac{1}{x \ln 2}$.
 Ⓑ Đồ thị hàm số nhận trục Oy làm tiệm cận đứng.
 Ⓒ Tập xác định của hàm số là $(-\infty; +\infty)$.
 Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 27. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- Ⓐ $y = \left(\frac{2015}{2016}\right)^x$. Ⓑ $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2016} - \sqrt{2}}\right)^x$.
 Ⓒ $y = (0,1)^{2x}$. Ⓓ $y = (2016)^{2x}$.

Câu 28. (Chuyên Lê Thánh Tông 2019) Tìm hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- Ⓐ $f(x) = 3^x$. Ⓑ $f(x) = 3^{-x}$. Ⓒ $f(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. Ⓓ $f(x) = \frac{3}{3^x}$.

Câu 29. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Cho hàm số $y = \log_{\sqrt{3}} x$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **sai**?

- Ⓐ Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định.
 Ⓑ Hàm số đã cho có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.
 Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho có một tiệm cận đứng là trục tung.
 Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 30. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến?

- Ⓐ $y = \ln x$. Ⓑ $y = \log_{1-\sqrt{\frac{2018}{2019}}} x$. Ⓒ $y = \log_{\pi} x$. Ⓓ $y = \log_{4-\sqrt{3}} x$.

Câu 31. (Sở Hà Nội 2019) Đồ thị hàm số $y = \ln x$ đi qua điểm

- Ⓐ $(1; 0)$. Ⓑ $(2; e^2)$. Ⓒ $(2e; 2)$. Ⓓ $(0; 1)$.

Câu 32. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn nghịch biến trên tập xác định của nó?

(A) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^2$. (B) $y = \log x$. (C) $y = 2^x$. (D) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

Câu 33. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Chọn khẳng định sai trong các khẳng định sau:

- (A) Hàm số $y = \log_2 x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 (B) Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.
 (C) Hàm số $y = 2^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 (D) Hàm số $y = x^{\sqrt{2}}$ có tập xác định là $(0; +\infty)$.

Câu 34. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$?

(A) $y = \log_{\sqrt{3}} x$. (B) $y = \log_{\frac{\pi}{6}} x$. (C) $y = \log_{\frac{2}{3}} x$. (D) $y = \log_{\frac{1}{4}} x$.

Câu 35. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên -2019) Đồ thị (L) của hàm số $f(x) = \ln x$ cắt trục hoành tại điểm A, tiếp tuyến của (L) tại A có phương trình là:

(A) $y = 2x + 1$. (B) $y = x - 1$. (C) $y = 3x$. (D) $y = 4x - 3$.

Câu 36. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Hàm số $y = xe^{-3x}$ đạt cực đại tại

(A) $x = \frac{1}{3e}$. (B) $x = \frac{1}{3}$. (C) $x = \frac{1}{e}$. (D) $x = 0$.

Câu 37. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

(A) $(2; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(0; 1)$.

Câu 38. (Sở Ninh Bình 2019) Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

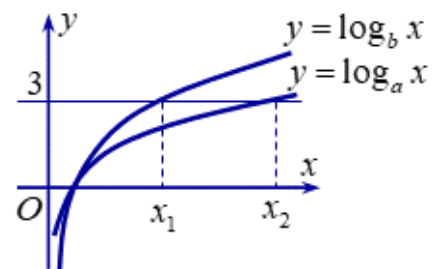
- (A) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 (B) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
 (C) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.
 (D) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 39. (HSG Bắc Ninh 2019) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng:

(A) $2e^4$. (B) $-e^2$. (C) $2e^2$. (D) $-2e^2$.

Câu 40 (Mã 103-2020 Lần 2). Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên. Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là $x_1; x_2$. Biết rằng $x_1 = 2x_2$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

(A) $\frac{1}{3}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) 2. (D) $\sqrt[3]{2}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

2. C	3. B	4. D	5. B	6. A	7. C	8. C	9. D	10. B	11. B
12. A	13. D	14. C	15. B	16. B	17. B	18. D	19. D	20. B	21. B

23. C	24. C	25. C	26. C	27. D	28. A	29. B	31. A	32. D	33. A
34. A	35. B	36. B	37. B	38. A	39. B	40. D			

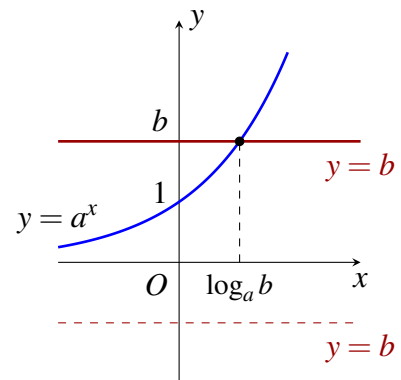
—HẾT—

§5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ, PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Công thức nghiệm của phương trình mũ

- ✓ Dạng $a^x = b$ (1), với $0 < a$ và $a \neq 1$.
- ✓ Về mặt đồ thị, nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = a^x$ với đường thẳng $y = b$ (nằm ngang). Từ hình vẽ, ta có các kết quả sau:



① $b > 0$ (1) có nghiệm duy nhất $x = \log_a b$.

② $b \leq 0$ (1) vô nghiệm.

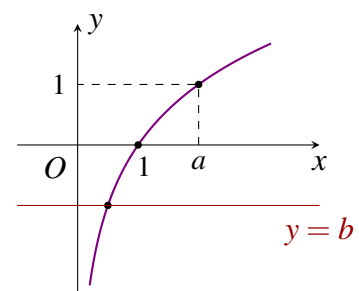
- ✓ **Tóm lại:** Với $a > 0$ và $a \neq 1$, $b > 0$, ta có các công thức sau đây:

① $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$

② $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$

2 Công thức nghiệm của phương trình lôgarit

- ✓ Dạng $\log_a x = b$ (1), với $0 < a$ và $a \neq 1$.
- ✓ Về mặt đồ thị, nghiệm của (1) là hoành độ giao điểm của đồ thị $y = \log_a x$ với đường thẳng $y = b$ (nằm ngang). Từ hình vẽ, ta có các kết quả sau:



① Với mọi b , (1) luôn có nghiệm duy nhất.

② $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

- ✓ **Tóm lại:** Với $a > 0$ và $a \neq 1$, b bất kì, ta có các công thức sau đây:

① $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.

② $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 5.32. Giải phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

Xác định cơ số chung cần chuyển đổi và đưa về một trong hai dạng sau:

① $a^{f(x)} = b \Leftrightarrow f(x) = \log_a b$, với $a > 0, a \neq 1$ và $(b > 0)$

② $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$, với $a > 0, a \neq 1$

 **Ví dụ 1 (Mã 102- 2022).** Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{2-x}$ là

Ⓐ $x = \frac{1}{3}$.

Ⓑ $x = 0$.

Ⓒ $x = -1$.

Ⓓ $x = 1$.

.....

 **Ví dụ 2 (Mã 102- 2021- Lần 2).** Nghiệm của phương trình $5^x = 2$ là:

Ⓐ $x = \log_2 5$.

Ⓑ $x = \log_5 2$.

Ⓒ $x = \frac{2}{5}$.

Ⓓ $x = \sqrt{5}$.

.....

 **Ví dụ 3 (Mã 104- 2021- Lần 2).** Nghiệm của phương trình $7^x = 2$ là

Ⓐ $x = \log_2 7$.

Ⓑ $x = \frac{2}{7}$.

Ⓒ $x = \log_7 2$.

Ⓓ $x = \sqrt{7}$.

.....

 **Ví dụ 4.** Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2+1} = 4$ là

Ⓐ 1.

Ⓑ 2.

Ⓒ 3.

Ⓓ 0.

.....

 **Ví dụ 5 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2).** Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

Ⓐ $x = 4$.

Ⓑ $x = 3$.

Ⓒ $x = 2$.

Ⓓ $x = 1$.

 **Ví dụ 6 (Mã 101 - 2020 Lần 1).** Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 9$ là:

☐ (A) $x = -2$.

☐ (B) $x = 3$.

☐ (C) $x = 2$.

☐ (D) $x = -3$.

$3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow x - 1 = \log_3 9 \Leftrightarrow x - 1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$

 **Ví dụ 7 (Mã 103 - 2020 Lần 1).** Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9$ là

☐ (A) $x = 1$.

☐ (B) $x = 2$.

☐ (C) $x = -2$.

☐ (D) $x = -1$.

 **Ví dụ 8 (Mã 104 - 2020 Lần 1).** Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

☐ (A) $x = -2$.

☐ (B) $x = -1$.

☐ (C) $x = 2$.

☐ (D) $x = 1$.

 **Ví dụ 9 (Mã 102 - 2020 Lần 2).** Nghiệm của phương trình $2^{2x-4} = 2^x$ là

☐ (A) $x = 16$.

☐ (B) $x = -16$.

☐ (C) $x = -4$.

☐ (D) $x = 4$.

 **Ví dụ 10.** Phương trình $2^{x-1} = 32$ có nghiệm là

☐ (A) $x = 5$.

☐ (B) $x = 6$.

☐ (C) $x = 4$.

☐ (D) $x = 3$.

 **Ví dụ 11.** Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

☐ A $x = \frac{5}{2}$.

☐ B $x = \frac{3}{2}$.

☐ C $x = 3$.

☐ D $x = 1$.

.....

.....

 **Ví dụ 12.** Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x+5} = 2^{2-x}$.

☐ A $-\frac{8}{5}$.

☐ B $\frac{12}{5}$.

☐ C 3.

☐ D $\frac{8}{5}$.

.....

.....

 **Ví dụ 13.** Tìm số nghiệm của phương trình $27^{\frac{x-2}{x-1}} = \frac{\sqrt{3}^{7x}}{243}$.

☐ A 0.

☐ B 1.

☐ C 2.

☐ D Vô số.

.....

.....

 **Ví dụ 14.** Tìm nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$

☐ A $x = 10$.

☐ B $x = 9$.

☐ C $x = 3$.

☐ D $x = 4$.

.....

.....

 **Ví dụ 15 (Mã 104 2018).** Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

☐ A $x = \frac{5}{2}$.

☐ B $x = 1$.

☐ C $x = 3$.

☐ D $x = \frac{3}{2}$.

.....

.....

 **Ví dụ 16 (Mã 101 2018).** Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

☐ A $x = 3$.

☐ B $x = \frac{5}{2}$.

☐ C $x = 2$.

☐ D $x = \frac{3}{2}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 17 (Mã 104 - 2019). Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 32$ là

- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = \frac{17}{2}$. Ⓒ $x = \frac{5}{2}$. Ⓓ $x = 3$.

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 18 (Mã 103 - 2019). Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

- Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = \frac{5}{2}$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x = \frac{3}{2}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 19 (Mã 104 2017). Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $3^x = m$ có nghiệm thực.

- Ⓐ $m \geq 1$. Ⓑ $m \geq 0$. Ⓒ $m > 0$. Ⓓ $m \neq 0$.

.....

.....

✎ Ví dụ 20. Tập nghiệm của phương trình: $4^{x+1} + 4^{x-1} = 272$ là

- Ⓐ $\{3; 2\}$. Ⓑ $\{2\}$. Ⓒ $\{3\}$. Ⓓ $\{3; 5\}$.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 21. (HKI-NK HCM-2019) Phương trình $27^{2x-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2+2}$ có tập nghiệm là

- Ⓐ $\{-1; 7\}$. Ⓑ $\{-1; -7\}$. Ⓒ $\{1; 7\}$. Ⓓ $\{1; -7\}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 22.** (THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019) Phương trình $3^x \cdot 2^{x+1} = 72$ có nghiệm là

☐ **A** $x = \frac{5}{2}$.

☐ **B** $x = 2$.

☐ **C** $x = \frac{3}{2}$.

☐ **D** $x = 3$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 23.** (Chuyên Bắc Giang 2019) Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$ là

☐ **A** $x = -1; x = 2$.

☐ **B** $x = 1; x = -2$.

☐ **C** $x = 1; x = 2$.

☐ **D** Vô nghiệm.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 24.** Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là

☐ **A** $\{-1\}$.

☐ **B** $\{-1; 2\}$.

☐ **C** $\{-1; 4\}$.

☐ **D** $\{2\}$.

.....

.....

.....

.....

Dạng 5.33. Giải phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Cho $m_n, m_{n-1}, \dots, m_1, m_0$ là các số thực cho trước (hệ số) và $0 < a \neq 1$.

① Dạng bậc hai đối với ẩn a^x :

$$m_2 \cdot a^{2x} + m_1 \cdot a^x + m_0 = 0$$

- Đặt $t = a^x$ ($t > 0$), ta được $m_2 t^2 + m_1 t + m_0 = 0$.
- Giải tìm $t_0 > 0$. Thay trở lại, tìm nghiệm $x = \log_a t_0$.

② Tổng quát phương trình bậc n theo ẩn a^x :

$$m_n \cdot a^{nx} + m_{n-1} a^{(n-1)x} + \dots + m_1 a^x + m_0 = 0$$

- Đặt $t = a^x$, với $t > 0$;
- Ta được phương trình $m_n t^n + m_{n-1} t^{n-1} + \dots + m_1 t + m_0 = 0$.

③ Dạng tích hai cơ số bằng 1

$$ma^x + na^{-x} + k = 0$$

Đặt $t = a^x$, ta được phương trình $mt + n \cdot \frac{1}{t} + k = 0$

$$a^x + b^x = c, \text{ với } a \cdot b = 1$$

Đặt $t = a^x > 0$ suy ra $b^x = \frac{1}{t}$. Ta được phương trình $t + \frac{1}{t} = c$.

④ Dạng đồng bậc hai (đẳng cấp bậc hai):

$$\alpha \cdot a^{2x} + \beta \cdot (a \cdot b)^x + \gamma \cdot b^{2x} = 0$$

- Chia hai vế phương trình cho b^{2x} , ta được: $\alpha \left(\frac{a}{b}\right)^{2x} + \beta \left(\frac{a}{b}\right)^x + \gamma = 0$;
- Đặt $t = \left(\frac{a}{b}\right)^x > 0$, suy ra $\alpha t^2 + \beta t + \gamma = 0$.

 **Ví dụ 1.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $9^x - 2018 \cdot 3^x + 2016 = 0$ bằng

- Ⓐ $\log_3 1008$. Ⓑ $\log_3 2018$. Ⓒ $\log_3 1009$. Ⓓ $\log_3 2016$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Cho phương trình $3^{2x+10} - 18 \cdot 3^{x+4} - 3 = 0$ (1). Nếu đặt $t = 3^{x+5}$, $t > 0$ thì phương trình (1) trở thành phương trình nào sau đây?

- ☐ A $9t^2 - 2t - 3 = 0$. ☐ B $t^2 - 18t - 3 = 0$. ☐ C $t^2 - 6t - 3 = 0$. ☐ D $9t^2 - 6t - 3 = 0$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3.** Biết rằng phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$ có hai nghiệm. Hãy tính tổng của hai nghiệm đó.

- ☐ A 1. ☐ B 3. ☐ C 0. ☐ D 2.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 4.** Cho phương trình $2^x + 2^{3-x} - 9 = 0$. Tìm S là tổng các nghiệm của phương trình.

- ☐ A $S = 8$. ☐ B $S = 9$. ☐ C $S = 4$. ☐ D $S = 3$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 5.** Gọi x_1, x_2 là các nghiệm của phương trình $3^x + 6 \cdot 3^{-x} - 5 = 0$. Tính giá trị biểu thức $A = |x_1 - x_2|$.

- Ⓐ $A = 1 + \log_3 2$. Ⓑ $A = 1$. Ⓒ $A = \log_3 \frac{2}{3}$. Ⓓ $A = \log_3 \frac{3}{2}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 6.** Tính tổng các nghiệm của phương trình của phương trình $2^{x^2-x} - 2^{2+x-x^2} = 3$.

- Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 3.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 7.** Số nghiệm của phương trình $6 \cdot 9^x - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$ là

- Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

.....

.....

.....

.....

Dạng 5.34. Giải phương trình mũ bằng phương pháp lôgarít hóa

- Lấy lôgarít cơ số a hai vế, (thường chọn a là cơ số cho sẵn trong phương trình).
- Biến đổi về phương trình cơ bản.

Ví dụ 1. Phương trình $5^{x^2-3x+2} = 3^{x-2}$ có một nghiệm dạng $x = \log_a b$ với a, b là các số nguyên dương lớn hơn 4 và nhỏ hơn 16. Khi đó $a + 2b$ bằng

- (A) 35. (B) 30. (C) 40. (D) 25.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Số nghiệm của phương trình $2^{x^3+2x^2-3x} \cdot 3^{x-1} = 1$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

.....

.....

.....

.....

Dạng 5.35. Giải phương trình lôgarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

Xác định cơ số chung cần chuyển đổi và đưa về một trong hai dạng sau:

$$\textcircled{1} \log_a f(x) = b \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (không cần cũng được)} \\ f(x) = a^b. \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \text{ (hoặc } g(x) > 0) \\ f(x) = g(x) \end{cases}.$$

Ví dụ 1. Nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-1) = 0$ là

- (A) $x = \frac{3}{4}$. (B) $x = 1$. (C) $x = \frac{1}{2}$. (D) $x = \frac{2}{3}$.

.....

.....

Ví dụ 2. (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x - 1) = 2$ là:

- ☐ A $x = 3.$
☐ B $x = 5.$
☐ C $x = \frac{9}{2}.$
☐ D $x = \frac{7}{2}.$
-
-

Ví dụ 3. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 1) = 2$ là

- ☐ A $x = 8.$
☐ B $x = 9.$
☐ C $x = 7.$
☐ D $x = 10.$
-
-

Ví dụ 4. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_2(x - 2) = 3$ là:

- ☐ A $x = 6.$
☐ B $x = 8.$
☐ C $x = 11.$
☐ D $x = 10.$
-
-

Ví dụ 5. (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - x + 2) = 1$ là:

- ☐ A $\{0\}.$
☐ B $\{0; 1\}.$
☐ C $\{-1; 0\}.$
☐ D $\{1\}.$
-
-

Ví dụ 6. (Đề Minh Họa 2017) Giải phương trình $\log_4(x - 1) = 3$

- ☐ A $x = 65.$
☐ B $x = 80.$
☐ C $x = 82.$
☐ D $x = 63.$
-
-

Ví dụ 7. (Mã 110 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(1 - x) = 2.$

- ☐ A $x = 5.$
☐ B $x = -3.$
☐ C $x = -4.$
☐ D $x = 3.$
-

.....

✎ Ví dụ 8. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là

Ⓐ $x = \frac{25}{3}$. Ⓑ $x = 87$. Ⓒ $x = \frac{29}{3}$. Ⓓ $x = \frac{11}{3}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 9. (THPT Ba Đình 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - x + 3) = 1$ là

Ⓐ $\{1\}$. Ⓑ $\{0; 1\}$. Ⓒ $\{-1; 0\}$. Ⓓ $\{0\}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 10. (THPT Cù Huy Cận 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + x + 3) = 1$ là:

Ⓐ $\{-1; 0\}$. Ⓑ $\{0; 1\}$. Ⓒ $\{0\}$. Ⓓ $\{-1\}$.

.....

.....

✎ Ví dụ 11. Phương trình $\log_2(x^2 - 9x) = 3$ có tích hai nghiệm bằng

Ⓐ 9. Ⓑ 3. Ⓒ 27. Ⓓ -8.

.....

.....

✎ Ví dụ 12. Tìm tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x^2 + x + 3) = 1$.

Ⓐ $\{0\}$. Ⓑ $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. Ⓒ $\left\{0; -\frac{1}{2}\right\}$. Ⓓ $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

.....

.....

 **Ví dụ 13.** Tính tổng các nghiệm của phương trình $\log(10^{100x}) + \log(10^{100x^2}) = 200$.

(A) -2 .

(B) 4 .

(C) -1 .

(D) 3 .

.....

 **Ví dụ 14.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 4|x| + 4) = 2$ là

(A) 2 .

(B) 3 .

(C) 4 .

(D) 1 .

.....

 **Ví dụ 15.** Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x = \log_2(x^2 - x)$ là

(A) $\{2\}$.

(B) $\{0\}$.

(C) $\{0; 2\}$.

(D) $\{1; 2\}$.

.....

 **Ví dụ 16.** Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x = 18$ bằng

(A) $\frac{37}{6}$.

(B) 8 .

(C) $\frac{65}{8}$.

(D) $\frac{63}{8}$.

.....

 **Ví dụ 17.** Tổng tất cả các nghiệm thực của phương trình $2\log_4(x-3) + \log_4(x-5)^2 = 0$ là

- Ⓐ 8. Ⓑ $8 + \sqrt{2}$. Ⓒ $8 - \sqrt{2}$. Ⓓ $4 + \sqrt{2}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 18.** Số nghiệm của phương trình $\log_2(4^x + 4) = x - \log_{\frac{1}{2}}(2^{x+1} - 3)$ là

- Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 19.** Cho số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \cdots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403.$$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- Ⓐ $131 < n < 158$. Ⓑ $n < 126$. Ⓒ $166 < n < 170$. Ⓓ $n > 207$.

.....

.....

.....

.....

Dạng 5.36. Giải phương trình lôgarít bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Giải phương trình $f[\log_a g(x)] = 0$ ($0 < a \neq 1$).

- Đặt $t = \log_a g(x)$ (*) và tìm điều kiện của t (nếu có).
- Ta được phương trình $f(t) = 0$. Giải tìm nghiệm t .
- Thay vào (*) để tìm x .

Các dạng thường gặp:

① $m \cdot \log_a^2 x + n \cdot \log_a x + k = 0 \rightarrow$ Đặt $t = \log_a x$, ta được $mt^2 + nt + k = 0$.

② $m \cdot \log_a x + n \cdot \log_x a + k = 0 \rightarrow$ Đặt $t = \log_a x$, ta được $m \cdot t + n \cdot \frac{1}{t} + k = 0$.

Chú ý các biến đổi sau:



① $\log_{\sqrt{a}}^2 x = (\log_{\sqrt{a}} x)^2 = (\log_{a^{\frac{1}{2}}} x)^2 = 4 \log_a^2 x$

② $\log_a [f(x)]^2 = 2 \log_a |f(x)|$ (mũ chẵn, khi hạ mũ xuống phải có trị tuyệt đối)

Ví dụ 1. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_3 9 \cdot \log_2 x = 3$

- Ⓐ 2. Ⓑ 8. Ⓒ -2. Ⓓ $\frac{17}{2}$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5 \log_3 x + 6 = 0$. Tính T .

- Ⓐ $T = 36$. Ⓑ $T = \frac{1}{243}$. Ⓒ $T = 5$. Ⓓ $T = -3$.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 3. Biết rằng phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

(A) 8.

(B) 5.

(C) 3.

(D) 1.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 4. Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

(A) (1;3).

(B) (5;9).

(C) (3;5).

(D) (0;1).

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 5. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x + 3\log_x 2 = 4$ là

(A) 0.

(B) 1.

(C) 4.

(D) 2.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 6. Cho phương trình $4\log_{25} x + \log_x 5 = 3$. Tích các nghiệm của phương trình là bao nhiêu?

(A) $5\sqrt{5}$.

(B) $3\sqrt{3}$.

(C) $2\sqrt{2}$.

(D) 8.

.....

.....

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1. Phương trình $2^{2x+1} = 32$ có nghiệm là

- (A) $x = \frac{5}{2}$. (B) $x = 2$. (C) $x = \frac{3}{2}$. (D) $x = 3$.

Câu 2. Cho phương trình $3^{x^2-3x+8} = 9^{2x-1}$. Tập nghiệm S của phương trình đó là

- (A) $S = \left\{ \frac{5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$. (B) $S = \left\{ \frac{-5 - \sqrt{61}}{2}; \frac{-5 + \sqrt{61}}{2} \right\}$.
 (C) $S = \{2; 5\}$. (D) $S = \{-2; -5\}$.

Câu 3. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{x^2+x} = 4$ bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) -2. (D) -1.

Câu 4. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $2^{2x-3} = 2^x$ là

- (A) $x = 8$. (B) $x = -8$. (C) $x = 3$. (D) $x = -3$.

Câu 5. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình Ox là

- (A) $x = -2$. (B) $x = 2$. (C) $x = -4$. (D) $x = 4$.

Câu 6. (Mã 101 - 2019) Nghiệm của phương trình: $3^{2x-1} = 27$ là

- (A) $x = 1$. (B) $x = 2$. (C) $x = 4$. (D) $x = 5$.

Câu 7. (Mã 102 - 2019) Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

- (A) 5. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 8. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Tìm tập nghiệm S của phương trình $5^{2x^2-x} = 5$.

- (A) $S =$. (B) $S = \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\}$. (C) $S = \{0; 2\}$. (D) $S = \left\{ 1; -\frac{1}{2} \right\}$.

Câu 9. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Tìm tập nghiệm S của phương trình $2^{x+1} = 8$.

- (A) $S = \{4\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{3\}$. (D) $S = \{2\}$.

Câu 10. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Phương trình $(\sqrt{5})^{x^2+4x+6} = \log_2 128$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

Câu 11. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Tập nghiệm S của phương trình $3^{x^2-2x} = 27$.

- (A) $S = \{1; 3\}$. (B) $S = \{-3; 1\}$. (C) $S = \{-3; -1\}$. (D) $S = \{-1; 3\}$.

Câu 12. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $e^{x^2} = \sqrt{3}$ là:

- (A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Câu 13. (Sở Ninh Bình 2019) Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \{3\}$. (B) $S = \{2\}$. (C) $S = \{0\}$. (D) $S = \{-2\}$.

Câu 14. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Họ nghiệm của phương trình $4^{\cos^2 x} - 1 = 0$ là

- (A) $\{k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. (B) $\left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$. (C) $\{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$. (D) $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi; k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 15. (Chuyên Bắc Ninh 2019) Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$

- (A) $-\frac{5}{2}$. (B) -1 . (C) 1 . (D) $\frac{5}{2}$.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $3^{2x-1} + 2m^2 - m - 3 = 0$ có nghiệm.

- (A) $m \in \left(-1; \frac{3}{2}\right)$. (B) $m \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. (C) $m \in (0; +\infty)$. (D) $m \in \left[-1; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 17. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2-2x+1} = 8$ bằng

- (A) 0. (B) -2 . (C) 2. (D) 1.

Câu 18. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019) Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- (A) 1. (B) $\frac{5}{2}$. (C) -1 . (D) $-\frac{5}{2}$.

Câu 19. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Phương trình $5^{2x^2+5x+4} = 25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- (A) 1. (B) $\frac{5}{2}$. (C) -1 . (D) $-\frac{5}{2}$.

Câu 20. (Sở Bắc Ninh 2019) Phương trình $7^{2x^2+5x+4} = 49$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

- (A) $-\frac{5}{2}$. (B) 1. (C) -1 . (D) $\frac{5}{2}$.

Câu 21. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- (A) -6 . (B) -5 . (C) 5. (D) 6.

Câu 22. (SGD Điện Biên - 2019) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- (A) 17. (B) 1. (C) 5. (D) 3.

Câu 23. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- (A) 2. (B) 5. (C) 0. (D) 3.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là

- (A) $x = 2$. (B) $x = -3$. (C) $x = -2$. (D) $x = 1$.

Câu 25. (THPT Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2018) Giải phương trình $(2,5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

- (A) $x \geq 1$. (B) $x = 1$. (C) $x < 1$. (D) $x = 2$.

Câu 26. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018) Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- (A) -6 . (B) -5 . (C) 6 . (D) -2 .

Câu 27. (Sở Quảng Nam - 2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- (A) 5 . (B) -5 . (C) 6 . (D) -6 .

Câu 28. (THPT Thăng Long - Hà Nội - 2018) Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- (A) $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. (B) $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. (C) $\{0; 2\}$. (D) $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 29. (THPT Hải An - Hải Phòng - 2018) Tìm nghiệm của phương trình $(7+4\sqrt{3})^{2x+1} = 2 - \sqrt{3}$.

- (A) $x = \frac{1}{4}$. (B) $x = -1 + \log_{7+4\sqrt{3}}(2 - \sqrt{3})$.
(C) $x = -\frac{3}{4}$. (D) $x = \frac{25 - 15\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30. (THPT Kim Liên - Hà Nội - 2018) Tính tổng $S = x_1 + x_2$ biết x_1, x_2 là các giá trị thực thỏa mãn đẳng thức $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$.

- (A) $S = -5$. (B) $S = 8$. (C) $S = 4$. (D) $S = 2$.

Câu 31. (THCS & THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Giải phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$.

- (A) $x = \frac{6}{7}$. (B) $x = \frac{2}{3}$. (C) $x = 2$. (D) $x = \frac{4}{5}$.

Câu 32. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 2^{-x} + 3$ và đường thẳng $y = 11$ là

- (A) $(-3; 11)$. (B) $(4; 11)$. (C) $(-4; 11)$. (D) $(3; 11)$.

Câu 33. Biết rằng phương trình $2^{x^2-4x+2} = 2^{x-4}$ có hai nghiệm phân biệt là x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $S = x_1^4 + x_2^4$.

- (A) $S = 17$. (B) $S = 257$. (C) $S = 97$. (D) $S = 92$.

Câu 34. Tìm nghiệm của phương trình $5^{2018x} = \sqrt{5}^{2018}$.

- (A) $x = 1 - \log_5 2$. (B) $x = -\log_5 2$. (C) $x = \frac{1}{2}$. (D) $x = 2$.

Câu 35. Tìm nghiệm của phương trình $9^{\sqrt{x-1}} = e^{\ln 81}$.

- (A) $x = 5$. (B) $x = 4$. (C) $x = 6$. (D) $x = 17$.

Câu 36. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2x-6}$

- (A) $S = \{-1\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{-3\}$. (D) $S = \{3\}$.

Câu 37. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $5^x - 1 - m = 0$ có nghiệm.

- (A) $m > 0$. (B) $m > -1$. (C) $m < 0$. (D) $m < -1$.

Câu 38. Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $5^{x^2} + 1 - m = 0$ có nghiệm.

- (A) $m \geq 2$. (B) $m > -1$. (C) $m < 0$. (D) $m < -1$.

Câu 39. (Chuyên Bắc Giang 2019) Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3} = 5^{x+1}$ là

- (A) $x = -1; x = 2$. (B) $x = 1; x = -2$. (C) $x = 1; x = 2$. (D) Vô nghiệm.

Câu 40. Tập nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3} = 7^{x+1}$ là

- (A) $\{-1\}$. (B) $\{-1; 2\}$. (C) $\{-1; 4\}$. (D) $\{2\}$.

Câu 41. Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- (A) -6 . (B) -5 . (C) 5 . (D) 6 .

Câu 42. (SGD Điện Biên - 2019) Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $7^{x+1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{x^2-2x-3}$. Khi đó $x_1^2 + x_2^2$ bằng:

- (A) 17 . (B) 1 . (C) 5 . (D) 3 .

Câu 43. Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $5^{3x-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x^2}$ bằng

- (A) 2 . (B) 5 . (C) 0 . (D) 3 .

Câu 44. Nghiệm của phương trình $2^{7x-1} = 8^{2x-1}$ là

- (A) $x = 2$. (B) $x = -3$. (C) $x = -2$. (D) $x = 1$.

Câu 45. (THPT Lương Văn Tụy - Ninh Bình - 2018) Giải phương trình $(2, 5)^{5x-7} = \left(\frac{2}{5}\right)^{x+1}$.

- (A) $x \geq 1$. (B) $x = 1$. (C) $x < 1$. (D) $x = 2$.

Câu 46. (THPT Nguyễn Thị Minh Khai - Hà Tĩnh - 2018) Phương trình $3^{x^2-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{3x-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 x_2$.

- (A) -6 . (B) -5 . (C) 6 . (D) -2 .

Câu 47. (Sở Quảng Nam - 2018) Tổng các nghiệm của phương trình $2^{x^2+2x} = 8^{2-x}$ bằng

- (A) 5 . (B) -5 . (C) 6 . (D) -6 .

Câu 48. (THPT Thăng Long - Hà Nội - 2018) Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- (A) $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. (B) $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$. (C) $\{0; 2\}$. (D) $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$.

Câu 49. (THPT Kim Liên - Hà Nội - 2018) Tính tổng $S = x_1 + x_2$ biết x_1, x_2 là các giá trị thực thỏa mãn đẳng thức $2^{x^2-6x+1} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-3}$.

- (A) $S = -5$. (B) $S = 8$. (C) $S = 4$. (D) $S = 2$.

Câu 50. (THCS & THPT Nguyễn Khuyến - Bình Dương - 2018) Giải phương trình $4^{2x+3} = 8^{4-x}$.

- (A) $x = \frac{6}{7}$. (B) $x = \frac{2}{3}$. (C) $x = 2$. (D) $x = \frac{4}{5}$.

Câu 51. (Mã 123 2017) Cho phương trình $4^x + 2^{x+1} - 3 = 0$ Khi đặt $t = 2^x$ ta được phương trình nào sau đây

- (A) $2t^2 - 3t = 0$. (B) $4t - 3 = 0$. (C) $t^2 + t - 3 = 0$. (D) $t^2 + 2t - 3 = 0$.

Câu 52. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $4^x - 6 \cdot 2^x + 2 = 0$ bằng

- (A) 0. (B) 1. (C) 6. (D) 2.

Câu 53. (Cụm 8 Trường Chuyên 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) -1. (D) 3.

Câu 54. Gọi x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 4$. Khi đó $x_1^2 + 2x_2^2$ bằng

- (A) 2. (B) 3. (C) 5. (D) 4.

Câu 55. (Đề Thi Công Bằng KHTN 2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^x - 9 \cdot 2^x + 4 = 0$ bằng.

- (A) 2. (B) -1. (C) 0. (D) 1.

Câu 56. (THPT Nghĩa Hưng ND 2019) Phương trình $6^{2x-1} - 5 \cdot 6^{x-1} + 1 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó tổng hai nghiệm $x_1 + x_2$ là.

- (A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 57. Cho phương trình $25^x - 20 \cdot 5^{x-1} + 3 = 0$. Khi đặt $t = 5^x$, ta được phương trình nào sau đây.

- (A) $t^2 - 3 = 0$. (B) $t^2 - 4t + 3 = 0$. (C) $t^2 - 20t + 3 = 0$. (D) $t - \frac{20}{t} + 3 = 0$.

Câu 58. (Sở Bình Phước -2019) Tập nghiệm của phương trình $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$ là

- (A) $\{0; 1\}$. (B) $\{1\}$. (C) $\{0\}$. (D) $\{1; 3\}$.

Câu 59. (Chuyên Thái Nguyên 2019) Số nghiệm thực của phương trình $4^{x-1} + 2^{x+3} - 4 = 0$ là:

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 60. (Chuyên Bắc Giang 2019) Tập nghiệm của phương trình $3^{2+x} + 3^{2-x} = 30$ là

- (A) $S = \left\{3; \frac{1}{3}\right\}$. (B) $S = \{-1\}$. (C) $S = \{1; -1\}$. (D) $S = \{3; 1\}$.

Câu 61. (Chuyên KHTN 2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng

- (A) 9. (B) 18. (C) 3. (D) 27.

Câu 62. Phương trình $9^x - 6^x = 2^{2x+1}$ có bao nhiêu nghiệm âm?

- (A) 3. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

Câu 63. (Chuyên Bắc Giang 2019) Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Tính $|x_1 - x_2|$

- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

Câu 64. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0$?

- (A) 5. (B) -5. (C) $\frac{4}{27}$. (D) $-\frac{4}{27}$.

Câu 65. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{2x} - 2 \cdot 3^{x+2} + 27 = 0$ bằng

- (A) 0. (B) 18. (C) 3. (D) 27.

Câu 66. (Hội 8 trường chuyên ĐBSH 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x+1} + 3^{1-x} = 10$ là

- (A) 1. (B) 3. (C) -1. (D) 0.

Câu 67. (SGD Điện Biên - 2019) Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^x + 3^{4-x} = 30$ bằng

- (A) 3. (B) 1. (C) 9. (D) 27.

Câu 68. (Thi thử hội 8 trường chuyên 2019) Kí hiệu x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $4^{x^2-x} + 2^{x^2-x+1} = 3$. Giá trị của $|x_1 - x_2|$ bằng

- (A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 69. Tập nghiệm S của phương trình $4^x - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$ là

- (A) $S = \{1; \log_3 2\}$. (B) $S = \{1; 6\}$. (C) $S = \{2; 3\}$. (D) $S = \{1; \log_2 3\}$.

Câu 70. Cho phương trình $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$. Khi đặt $t = 3^{x+1}$, phương trình đã cho trở thành phương trình nào trong các phương trình dưới đây.

- (A) $81t^2 - 3t - 2 = 0$. (B) $27t^2 - 3t - 2 = 0$. (C) $27t^2 + 3t - 2 = 0$. (D) $3t^2 - t - 2 = 0$.

Câu 71. Số nghiệm của phương trình $9^x + 2 \cdot 3^{x+1} - 7 = 0$ là

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 0.

Câu 72. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $2^{2x+1} - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$.

- (A) 0. (B) $\frac{5}{2}$. (C) 1. (D) 2.

Câu 73. Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x = 14$.

- (A) 0. (B) 8. (C) 4. (D) 16.

Câu 74. Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $2 \cdot 4^{x+2018} - \frac{5}{2} \cdot 2^{x+2019} + 2 = 0$ bằng

- (A) $\frac{5}{2}$. (B) 0. (C) -4036. (D) 4037.

Câu 75. Tìm tích T tất cả các nghiệm của phương trình $4^{x^2-1} - 6 \cdot 2^{x^2-2} + 2 = 0$.

- (A) $T = 2$. (B) $T = 8$. (C) $T = 6$. (D) $T = 4$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. C	4. C	5. B	6. B	7. D	8. D	9. D	10. C
11. D	12. D	13. D	14. B	15. A	16. A	17. C	18. D	19. D	21. B
22. C	23. B	24. C	25. B	26. A	27. B	28. D	29. C	30. C	31. A
32. A	33. C	34. C	35. A	36. B	37. B	38. B	39. A	40. B	41. B
42. C	43. B	44. C	45. B	46. A	47. B	48. D	49. C	50. A	51. D
52. B	53. B	54. B	55. D	56. D	57. B	58. A	59. A	60. C	61. C
62. B	63. D	64. B	65. C	66. D	67. A	68. D	69. D	70. B	71. A
72. A	73. B	74. C	75. A						

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- (A) 9. (B) 6. (C) 8. (D) 5.

Câu 2. Tìm nghiệm của phương trình $\log_{64}(x+1) = \frac{1}{2}$.

- (A) -1. (B) 4. (C) 7. (D) $-\frac{1}{2}$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- (A) $\{-3; 3\}$. (B) $\{-3\}$. (C) $\{3\}$. (D) $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.

Câu 4. Tìm nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$.

- (A) 99. (B) 101. (C) $e^2 - 1$. (D) $e^2 + 1$.

Câu 5. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \log_2(x^2 + 3x)$ và đường thẳng $y = 2$ là

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}|x+1| = 2$ bằng

- (A) 3. (B) -1. (C) 0. (D) -2.

Câu 7. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = 2$ là

- (A) $x = 11$. (B) $x = 10$. (C) $x = 7$. (D) 8.

Câu 8. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+9) = 5$ là

- (A) $x = 41$. (B) $x = 23$. (C) $x = 1$. (D) $x = 16$.

Câu 9. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+6) = 5$ là:

- (A) $x = 4$. (B) $x = 19$. (C) $x = 38$. (D) $x = 26$.

Câu 10. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+7) = 5$ là

- (A) $x = 18$. (B) $x = 25$. (C) $x = 39$. (D) $x = 3$.

Câu 11. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Nghiệm của phương trình $\log_2(x+8) = 5$ bằng

- (A) $x = 17$. (B) $x = 24$. (C) $x = 2$. (D) $x = 40$.

Câu 12. (Mã 102 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2 - 1) = 3$ là

- (A) $\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$. (B) $\{-3; 3\}$. (C) $\{-3\}$. (D) $\{3\}$.

Câu 13. (Mã 104 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5) = 4$.

- (A) $x = 11$. (B) $x = 13$. (C) $x = 21$. (D) $x = 3$.

Câu 14. (Mã 103 2018) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 - 7) = 2$ là

- (A) $\{4\}$. (B) $\{-4\}$. (C) $\{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$. (D) $\{-4; 4\}$.

Câu 15. (Mã 105 2017) Tìm nghiệm của phương trình $\log_{25}(x+1) = \frac{1}{2}$.

- (A) $x = 6$. (B) $x = 4$. (C) $x = \frac{23}{2}$. (D) $x = -6$.

Câu 16. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log(x^2 - 2x + 2) = 1$ là

- (A) $\emptyset$. (B) $\{-2; 4\}$. (C) $\{4\}$. (D) $\{-2\}$.

Câu 17. (Chuyên Lương Thế Vinh Đồng Nai 2019) Cho phương trình $\log_2(2x-1)^2 = 2\log_2(x-2)$ Số nghiệm thực của phương trình là:

- (A) 1. (B) 0. (C) 3. (D) 2.

Câu 18. (Chuyên Sơn La 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 2x) = 1$ là

- (A) $\{1; -3\}$. (B) $\{1; 3\}$. (C) $\{0\}$. (D) $\{-3\}$.

Câu 19. (THPT Quỳnh Lưu 3 Nghệ An 2019) Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

- (A) $[0; +\infty)$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $\mathbb{R}$. (D) $(0; +\infty)$.

Câu 20. (Chuyên Bắc Giang 2019) Tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) = 0$ bằng

- (A) 6. (B) 5. (C) 13. (D) 7.

Câu 21. (THPT-T. Long-HN - 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là

- (A) 6. (B) 5. (C) 4. (D) 0.

Câu 22. (THPT-Thạch-Long-Hà-Nội 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_{0,25}(x^2 - 3x) = -1$ là:

- (A) $\{4\}$. (B) $\{1; -4\}$.
(C) $\left\{\frac{3-2\sqrt{2}}{2}; \frac{3+2\sqrt{2}}{2}\right\}$. (D) $\{-1; 4\}$.

Câu 23. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Nghiệm nhỏ nhất của phương trình $\log_5(x^2 - 3x + 5) = 1$ là

- (A) -3 . (B) a . (C) 3 . (D) 0 .

Câu 24. (Sở Hà Nội 2019) Số nghiệm dương của phương trình $\ln|x^2 - 5| = 0$ là

- (A) 2 . (B) 4 . (C) 0 . (D) 1 .

Câu 25. (Chuyên Hạ Long 2019) Số nghiệm của phương trình $(x + 3)\log_2(5 - x^2) = 0$.

- (A) 2 . (B) 0 . (C) 1 . (D) 3 .

Câu 26. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $(2x^2 - 5x + 2)[\log_x(7x - 6) - 1] = 0$ bằng

- (A) $\frac{17}{2}$. (B) 9 . (C) 8 . (D) $\frac{19}{2}$.

Câu 27. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019) Tập hợp các số thực m để phương trình $\log_2 x = m$ có nghiệm thực là

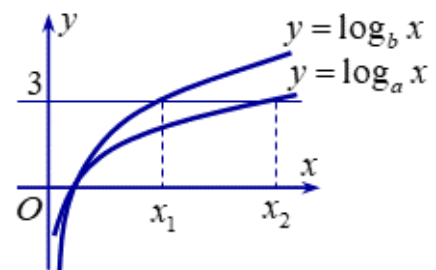
- (A) $(0; +\infty)$. (B) $[0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $\mathbb{R}$.

Câu 28. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Hàm số $y = \log_a x$ và $y = \log_b x$ có đồ thị như hình bên.

Đường thẳng $y = 3$ cắt hai đồ thị tại các điểm có hoành độ là $x_1; x_2$.

Biết rằng $x_1 = 2x_2$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) 2 . (D) $\sqrt[3]{2}$.



Câu 29. (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$.

- (A) $S = \{3\}$. (B) $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$.
(C) $S = \{-3; 3\}$. (D) $S = \{4\}$.

Câu 30. (Mã 103 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 1) + 1 = \log_2(3x - 1)$ là

- (A) $x = 1$. (B) $x = 2$. (C) $x = -1$. (D) $x = 3$.

Câu 31. (Mã 105 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x + 1) - \log_3(x - 1) = 1$.

- (A) $S = \{3\}$. (B) $S = \{4\}$. (C) $S = \{1\}$. (D) $S = \{-2\}$.

Câu 32. (Mã 101 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(x + 1) + 1 = \log_3(4x + 1)$

- (A) $x = 4$. (B) $x = 2$. (C) $x = 3$. (D) $x = -3$.

Câu 33. (Mã 104 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_3(2x + 1) = 1 + \log_3(x - 1)$ là

- (A) $x = 4$. (B) $x = -2$. (C) $x = 1$. (D) $x = 2$.

Câu 34. (Mã 102 - 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2(x + 1) = 1 + \log_2(x - 1)$ là

- (A) $x = 3$. (B) $x = 2$. (C) $x = 1$. (D) $x = -2$.

Câu 35. (THPT Lê Quy Đôn Điện Biên 2019) Số nghiệm của phương trình $\ln(x+1) + \ln(x+3) = \ln(x+7)$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

Câu 36. Tìm số nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2$

- (A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

Câu 37. (HSG Bắc Ninh 2019) Số nghiệm của phương trình $\log_3(6+x) + \log_3 9x - 5 = 0$.

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 38. (THPT Đoàn Thượng - Hải Dương - 2019) Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\log_3(2x+1) - \log_3(x-1) = 1$.

- (A) $S = \{3\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{2\}$. (D) $S = \{4\}$.

Câu 39. (Sở Bắc Giang 2019) Phương trình $\log_2 x + \log_2(x-1) = 1$ có tập nghiệm là

- (A) $S = \{-1; 3\}$. (B) $S = \{1; 3\}$. (C) $S = \{2\}$. (D) $S = \{1\}$.

Câu 40. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-2) = \log_5 125$ là

- (A) $\frac{3+\sqrt{33}}{2}$. (B) $\frac{3-\sqrt{33}}{2}$. (C) 3. (D) $\sqrt{33}$.

Câu 41. (THPT Ngô Sĩ Liên Bắc Giang 2019) Tập nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2(x-3) = 2$ là

- (A) $S = \{4\}$. (B) $S = \{-1, 4\}$. (C) $S = \{-1\}$. (D) $S = \{4, 5\}$.

Câu 42. (Chuyên Thái Nguyên 2019) Số nghiệm của phương trình $\log_3 x + \log_3(x-6) = \log_3 7$ là

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Câu 43. (Mã 110 2017) Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-1) + \log_{\frac{1}{2}}(x+1) = 1$

- (A) $S = \{3\}$. (B) $S = \{2 - \sqrt{5}; 2 + \sqrt{5}\}$.
(C) $S = \{2 + \sqrt{5}\}$. (D) $S = \left\{\frac{3 + \sqrt{13}}{2}\right\}$.

Câu 44. (THPT Hàm Rồng Thanh Hóa 2019) Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = 0$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 45. (Đề Tham Khảo 2018) Tổng giá trị tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3 x \cdot \log_9 x \cdot \log_{27} x \cdot \log_{81} x = \frac{2}{3}$ bằng

- (A) 0. (B) $\frac{80}{9}$. (C) 9. (D) $\frac{82}{9}$.

Câu 46. (VTED 2019) Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_4 x = \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{3}$ là

- (A) $x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. (B) $x = \sqrt[3]{3}$. (C) $x = \frac{1}{3}$. (D) $x = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 47. (THPT Lê Quý Đôn - ĐN - 2019) Gọi S là tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x+1) = \log_2(x^2+2) - 1$. Số phần tử của tập S là

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 48. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Số nghiệm thực của phương trình $3\log_3(x-1) - \log_{\frac{1}{3}}(x-5)^3 = 3$ là

- (A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 49. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{3}}(x-2) + \log_3(x-4)^2 = 0$ là $S = a + b\sqrt{2}$ (với a, b là các số nguyên). Giá trị của biểu thức $Q = a.b$ bằng

- (A) 0. (B) 3. (C) 9. (D) 6.

Câu 50. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Phương trình $\log_3(3x-2) = 3$ có nghiệm là:

- (A) $x = \frac{25}{3}$. (B) 87. (C) $x = \frac{29}{3}$. (D) $x = \frac{11}{3}$.

Câu 51. Phương trình $\log_x 2 + \log_2 x = \frac{5}{2}$ có hai nghiệm x_1, x_2 ($x_1 < x_2$). Khi đó tổng $x_1^2 + x_2$ bằng

- (A) $\frac{9}{2}$. (B) 3. (C) 6. (D) $\frac{9}{4}$.

Câu 52. (SGD Gia Lai 2019) Số nghiệm của phương trình $\log_2^2 x^2 + 8\log_2 x + 4 = 0$ là:

- (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.

Câu 53. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 x - 7 = 0$ là

- (A) 9. (B) -7. (C) 1. (D) 2.

Câu 54. (Yên Dũng 2-Bắc Giang 2019) Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x - \log_2 9 \cdot \log_3 x = 3$ là

- (A) 2. (B) $\frac{17}{2}$. (C) 8. (D) -2.

Câu 55. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2019) Biết phương trình $\log_2^2(2x) - 5\log_2 x = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

- (A) 8. (B) 5. (C) 3. (D) 1.

Câu 56. (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 . Giá trị của $x_1 x_2$ bằng

- (A) 128. (B) 64. (C) 9. (D) 512.

Câu 57. (Hội 8 trường chuyên ĐBSH - 2019) Cho phương trình $\log_2^2(4x) - \log_{\sqrt{2}}(2x) = 5$. Nghiệm nhỏ nhất của phương trình thuộc khoảng

- (A) (0;1). (B) (3;5). (C) (5;9). (D) (1;3).

Câu 58. Gọi T là tổng các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x - 5\log_3 x + 4 = 0$. Tính T .

- (A) $L = 4$. (B) $T = -5$. (C) $T = 84$. (D) $T = 5$.

Câu 59. (Ngô Quyền - Hải Phòng 2019) Phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 .
 Tính tích $x_1 \cdot x_2$.

- (A) 32. (B) 36. (C) 8. (D) 16.

Câu 60. (Chuyên ĐH Vinh 2019) Cho các số thực a, b thỏa mãn $1 < a < b$ và $\log_a b + \log_b a^2 = 3$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_{ab} \frac{a^2 + b}{2}$.

- (A) $\frac{1}{6}$. (B) $\frac{3}{2}$. (C) 6. (D) $\frac{2}{3}$.

Câu 61. Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - \log_2(2018x) - 2019 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Tích $x_1 \cdot x_2$ bằng

- (A) $\log_2 2018$. (B) 0,5. (C) 1. (D) 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. A	4. B	5. B	6. D	7. A	8. B	9. D	10. B
11. B	12. B	13. C	14. D	15. B	16. B	17. B	18. A	19. C	20. C
21. D	22. D	23. D	24. A	25. A	26. C	27. D	28. D	29. A	30. D
31. B	32. B	33. A	34. A	35. A	36. B	37. C	38. D	40. A	41. A
42. C	43. C	44. D	45. D	46. A	47. C	48. B	49. D	50. C	51. C
52. D	53. A	54. B	55. A	56. A	57. A	58. C	59. A	60. D	61. D

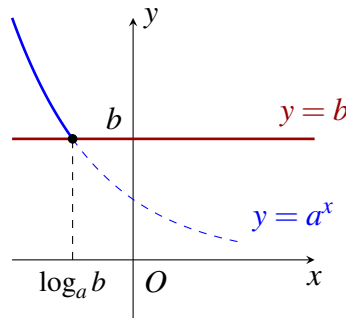
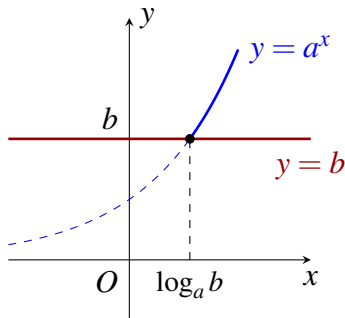
—HẾT—

§6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, BẤT PHƯƠNG TRÌNH LOGARIT CƠ BẢN

A. LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Công thức nghiệm của bất phương trình mũ

Minh họa dạng $a^x > b$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.



• Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm của bất phương trình là $\mathbb{R}$.

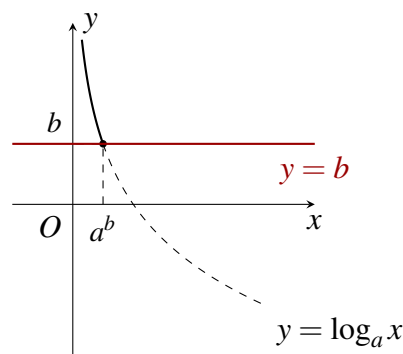
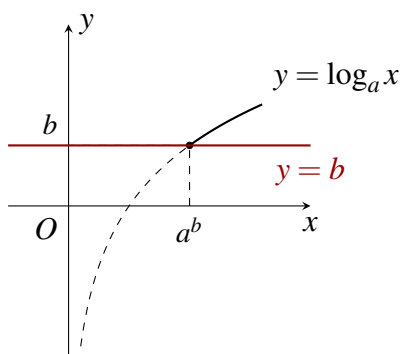
• Nếu $b > 0$, ta có hai trường hợp:

① Với $a > 1$ thì $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$ (Hình 1).

② Với $0 < a < 1$ thì $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$ (Hình 2).

2 Công thức nghiệm của bất phương trình lôgarit

Minh họa dạng $\log_a x > b$, với $a > 0$ và $a \neq 1$.



• Điều kiện xác định $x > 0$.

• Ta có hai trường hợp:

① Với $a > 1$ thì $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$ (Hình 1).

② Với $0 < a < 1$ thì $\log_a x > b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$ (Hình 2).

Các trường hợp $a^x \geq b$, $a^x < b$, $a^x \leq b$, $\log_a x \geq b$, $\log_a x < b$, $\log_a x \leq b$... ta suy luận tương tự.



- Cơ số $a > 1$: Ta so sánh "cùng chiều";
- Cơ số $0 < a < 1$: Ta so sánh "nghịch chiều".

B. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 6.37. Giải bất phương trình mũ cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

- Với $a > 1$ ta có
 - ① $a^{f(x)} \leq b \Leftrightarrow f(x) \leq \log_a b \quad (b > 0)$;
 - ② $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \leq g(x)$.
- Với $0 < a < 1$ ta có
 - ① $a^{f(x)} \leq b \Leftrightarrow f(x) \geq \log_a b \quad (b > 0)$;
 - ② $a^{f(x)} \leq a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) \geq g(x)$.

Ví dụ 1 (Mã 101- 2021- Lần 1). Tập nghiệm của bất phương trình $3^x < 2$ là

- Ⓐ $(-\infty; \log_3 2)$. Ⓑ $(\log_3 2; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; \log_2 3)$. Ⓓ $(\log_2 3; +\infty)$.
-
-

Ví dụ 2 (Mã 102- 2021- Lần 1). Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 5$ là

- Ⓐ $(-\infty; \log_2 5)$. Ⓑ $(\log_2 5; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; \log_5 2)$. Ⓓ $(\log_5 2; +\infty)$.
-
-

Ví dụ 3 (Mã 104- 2021- Lần 1). Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

- Ⓐ $(\log_3 2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; \log_2 3)$. Ⓒ $(-\infty; \log_3 2)$. Ⓓ $(\log_2 3; +\infty)$.
-
-

 **Ví dụ 4 (Đề Minh Họa 2020 Lần 1).** Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

☐ A $[-2; 4]$.

☐ B $[-4; 2]$.

☐ C $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.

☐ D $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.

.....

 **Ví dụ 5 (Mã 101 - 2020 Lần 1).** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

☐ A $(4; +\infty)$.

☐ B $(-4; 4)$.

☐ C $(-\infty; 4)$.

☐ D $(0; 4)$.

.....

 **Ví dụ 6.** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x-1} > 27$ là

☐ A $(2; +\infty)$.

☐ B $(3; +\infty)$.

☐ C $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

☐ D $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

.....

 **Ví dụ 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+1} > 0$ là

☐ A $x \in \mathbb{R}$.

☐ B $x > -1$.

☐ C $x > 1$.

☐ D $x > 0$.

.....

 **Ví dụ 8.** Nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > 3^{3-x}$ là

☐ A $x > -\frac{2}{3}$.

☐ B $x > \frac{3}{2}$.

☐ C $x > \frac{2}{3}$.

☐ D $x < \frac{2}{3}$.

.....

Ví dụ 9. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

(A) $S = \{x \in \mathbb{R} | x > 3\}$.

(B) $S = \{x \in \mathbb{R} | 1 < x \leq 3\}$.

(C) $S = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 3\}$.

(D) $S = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}$.

Ví dụ 10. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$.

(A) $S = (1; +\infty)$.

(B) $S = (-\infty; 1)$.

(C) $S = (0; 1)$.

(D) $S = (-\infty; +\infty)$.

Ví dụ 11. Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x+1} > \left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}$ là

(A) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$.

(B) $(1; +\infty)$.

(C) $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right)$.

(D) $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

Ví dụ 12. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-3x} \geq \frac{25}{4}$.

(A) $[1; +\infty)$.

(B) $\left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

(C) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$.

(D) $(-\infty; 1]$.

Ví dụ 13. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{x-1} < 5^{x+3}$ là

(A) $(-\infty; -5)$.

(B) $(-\infty; 0)$.

(C) $(-5; +\infty)$.

(D) $(0; +\infty)$.

 **Ví dụ 14.** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $25^{x-5} - 5^x \leq 0$.

- Ⓐ $S = (0; 10]$. Ⓑ $S = (\infty; 10]$. Ⓒ $S = (-\infty; 10)$. Ⓓ $S = (0; 10)$.

.....

.....

 **Ví dụ 15.** Tập nghiệm của bất phương trình $(2 - \sqrt{3})^x > (7 - 4\sqrt{3})(2 + \sqrt{3})^{x+1}$ là

- Ⓐ $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ⓒ $\left(-2; \frac{1}{2}\right)$. Ⓓ $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

.....

.....

 **Ví dụ 16.** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3^{x+1}$ là

- Ⓐ $\emptyset$. Ⓑ $\left(-\infty; \log_{\frac{2}{3}} 3\right)$. Ⓒ $\left(-\infty; \log_2 3\right]$. Ⓓ $\left(\log_{\frac{2}{3}} 3; +\infty\right)$.

.....

.....

 **Ví dụ 17.** Cho hàm số $f(x) = 3^x \cdot 2^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_3 2 < 0$. Ⓑ $f(x) < 1 \Leftrightarrow -\log_2 3 < x < 0$.
 Ⓒ $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 3 + x^2 \ln 2 < 0$. Ⓓ $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_3 2 < 0$.

.....

.....

Dạng 6.38. Giải bất phương trình mũ bằng phương pháp đặt ẩn phụ

 **Ví dụ 1 (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2).** Tập nghiệm của bất phương trình $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 > 0$ là

- Ⓐ $[0; +\infty)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $(1; +\infty)$. Ⓓ $[1; +\infty)$.

.....

.....

Ví dụ 2. Bất phương trình $4^x < 2^{x+1} + 3$ có tập nghiệm là

- Ⓐ $S = (\log_2 3; 5)$. Ⓑ $S = (2; 4)$. Ⓒ $S = (-\infty; \log_2 3)$. Ⓓ $S = (1; 3)$.

.....

.....

Ví dụ 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \leq 0$.

- Ⓐ $S = (0; 1)$. Ⓑ $S = [1; 4]$. Ⓒ $S = (1; 4)$. Ⓓ $S = [0; 1]$.

.....

.....

Ví dụ 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$ trong đó a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng

- Ⓐ 7. Ⓑ $\frac{43}{3}$. Ⓒ 3. Ⓓ $\frac{8}{3}$.

.....

.....

Ví dụ 5. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- Ⓐ 4. Ⓑ 6. Ⓒ 7. Ⓓ Vô số.

.....

.....

Ví dụ 6. Cho bất phương trình $12 \cdot 9^x - 35 \cdot 6^x + 18 \cdot 4^x > 0$. Nếu đặt $t = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ với $t > 0$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào trong các bất phương trình dưới đây?

- Ⓐ $12t^2 - 35t + 18 > 0$. Ⓑ $18t^2 - 35t + 12 > 0$.
Ⓒ $12t^2 - 35t + 18 < 0$. Ⓓ $18t^2 - 35t + 12 < 0$.

.....

.....

Ví dụ 7. Bất phương trình $25^{x+1} + 9^{x+1} \geq 34 \cdot 15^x$ có tập nghiệm S là

(A) $S = (-\infty; 2]$.

(B) $S = [-2; 0]$.

(C) $S = (-\infty; -2] \cup [0; +\infty)$.

(D) $S = [0; +\infty)$.

Ví dụ 8. Tập nghiệm của bất phương trình $2 \cdot 7^{x+2} + 7 \cdot 2^{x+2} \leq 351 \cdot \sqrt{14^x}$ có dạng là đoạn $S = [a; b]$. Giá trị $b - 2a$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $(3; \sqrt{10})$.

(B) $(-4; 2)$.

(C) $(\sqrt{7}; 4\sqrt{10})$.

(D) $\left(\frac{2}{9}; \frac{49}{5}\right)$.

Ví dụ 9. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $(\sqrt{2} - 1)^x + (\sqrt{2} + 1)^x - 2\sqrt{2} \leq 0$.

(A) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$.

(B) $(-1; 1)$.

(C) $[-1; 1]$.

(D) $(-\infty; -1) \cup [1; +\infty)$.

Ví dụ 10. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $(\sqrt{3} + 1)^x + (\sqrt{3} - 1)^x \leq \sqrt{2^x}$.

(A) $S = \mathbb{R}$.

(B) $S = (0; +\infty)$.

(C) $S = (-\infty; 0]$.

(D) $S = \emptyset$.

Dạng 6.39. Giải bất phương trình logarit cơ bản, phương pháp đưa về cùng cơ số

$$\log_a u > b$$

Điều kiện: $u > 0$
 Khi đó: $\log_a u > b \Rightarrow u > a^b$

Điều kiện: $u > 0$
 Khi đó: $\log_a u > b \Rightarrow u < a^b$

$\log_a u \geq b$	
$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \geq b \Rightarrow u \geq a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \geq b \Rightarrow u \leq a^b$

$\log_a u < b$	
$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u < b \Rightarrow u < a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u < b \Rightarrow u > a^b$

$\log_a u \leq b$	
$a > 1$	$0 < a < 1$
Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \leq b \Rightarrow u \leq a^b$	Điều kiện: $u > 0$ Khi đó: $\log_a u \leq b \Rightarrow u \geq a^b$

Ví dụ 1 (Mã 101- 2022). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- ☐ (A) $(9; +\infty)$.
 ☐ (B) $(25; +\infty)$.
 ☐ (C) $(31; +\infty)$.
 ☐ (D) $(24; +\infty)$.

.....

.....

Ví dụ 2 (Mã 102- 2021- Lần 2). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x) > 2$ là

- ☐ (A) $(0; 4)$.
 ☐ (B) $\left(\frac{9}{2}; +\infty\right)$.
 ☐ (C) $\left(0; \frac{9}{2}\right)$.
 ☐ (D) $(4; +\infty)$.

.....

.....

Ví dụ 3 (Mã 103- 2021- Lần 2). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x) > 3$ là

- ☐ (A) $\left(\frac{8}{3}; +\infty\right)$.
 ☐ (B) $\left(0; \frac{8}{3}\right)$.
 ☐ (C) $(0; 3)$.
 ☐ (D) $(3; +\infty)$.

.....

.....

Ví dụ 4. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-1) > 3$.

- ☐ (A) $S = (-\infty; 3)$.
 ☐ (B) $S = \left(-\infty; \frac{10}{3}\right)$.
 ☐ (C) $S = \left(\frac{10}{3}; +\infty\right)$.
 ☐ (D) $S = (3; +\infty)$.

.....

.....

Ví dụ 5 (Mã 102- 2022). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x+1) > 2$ là

- Ⓐ $(24; +\infty)$. Ⓑ $(9; +\infty)$. Ⓒ $(25; +\infty)$. Ⓓ $(31; +\infty)$.

.....

Ví dụ 6. (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- Ⓐ $(10; +\infty)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $[10; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 10)$.

.....

Ví dụ 7. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13 - x^2) \geq 2$ là

- Ⓐ $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 2]$.
Ⓒ $(0; 2]$. Ⓓ $[-2; 2]$.

.....

Ví dụ 8. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(36 - x^2) \geq 3$ là

- Ⓐ $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 3]$.
Ⓒ $[-3; 3]$. Ⓓ $(0; 3]$.

.....

Ví dụ 9. (Mã 101 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) \geq 2$ là

- Ⓐ $(-\infty; 3]$. Ⓑ $(0; 3]$.
Ⓒ $[-3; 3]$. Ⓓ $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

Ví dụ 10. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) > 0$.

- Ⓐ $[-2; 0)$. Ⓑ $(-1; +\infty)$. Ⓒ $(-2; -1)$. Ⓓ $(-\infty; -1)$.

.....

.....

Ví dụ 11. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x-2) \leq 3$.

- Ⓐ $\left[\frac{10}{3}; +\infty\right)$. Ⓑ $\left[\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right]$. Ⓒ $\left(-\infty; \frac{10}{3}\right]$. Ⓓ $\left(\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right]$.

.....

.....

Ví dụ 12. Tìm tập xác định $\mathcal{D}$ của hàm số $y = \sqrt{1 + \log_{0,8}(x-2)}$.

- Ⓐ $\mathcal{D} = \left(\frac{13}{4}; +\infty\right)$. Ⓑ $\mathcal{D} = \left[\frac{13}{4}; +\infty\right)$. Ⓒ $\mathcal{D} = \left[2; \frac{13}{4}\right]$. Ⓓ $\mathcal{D} = \left(2; \frac{13}{4}\right]$.

.....

.....

$$\log_a f(x) > \log_a g(x).$$

$a > 1$	$0 < a < 1$
$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) > g(x) \end{cases}$	$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) < g(x) \end{cases}$

Ví dụ 13. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

- Ⓐ $S = (2; +\infty)$. Ⓑ $S = (-1; 2)$. Ⓒ $S = (-\infty; 2)$. Ⓓ $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

.....

.....

Ví dụ 14. (THPT Đông Sơn Thanh Hóa 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(5-2x) > \log_{\frac{3}{10}} 9$ là

- Ⓐ $\left(0; \frac{5}{2}\right)$. Ⓑ $(-\infty; -2)$. Ⓒ $\left(-2; \frac{5}{2}\right)$. Ⓓ $(-2; +\infty)$.

.....

✎ Ví dụ 15. (HSG Bắc Ninh 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

(A) $(-1; 6)$.

(B) $\left(\frac{5}{2}; 6\right)$.

(C) $(6; +\infty)$.

(D) $(-\infty; 6)$.

.....

✎ Ví dụ 16. (Sở Thanh Hóa 2019) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 > \ln(4x-4)$.

(A) $S = (2; +\infty)$.

(B) $S = (1; +\infty)$.

(C) $S = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

(D) $S = (1; +\infty) \setminus \{2\}$.

.....

✎ Ví dụ 17. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x+3) < \log_3(1-x)$

(A) $\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

(B) $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{2}{3}\right)$.

(C) $\left(-\frac{3}{2}; 1\right)$.

(D) $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right)$.

.....

✎ Ví dụ 18. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3 x > \log_3(2x-1)$.

(A) $S = \left[\frac{1}{2}; 1\right)$.

(B) $S = (-\infty; 1)$.

(C) $S = \left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

(D) $S = (0; 1)$.

.....

✎ Ví dụ 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(3x-5) > \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$ là

(A) $S = \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$.

(B) $S = (-\infty; 3)$.

(C) $S = \left(\frac{3}{5}; 3\right)$.

(D) $S = \left(\frac{5}{3}; 3\right)$.

Ví dụ 20. Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a;b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

(A) $S = \frac{26}{5}$.

(B) $S = \frac{8}{3}$.

(C) $S = \frac{28}{15}$.

(D) $S = \frac{11}{5}$.

Dạng 6.40. Giải bất phương trình lôgarit bằng phương pháp đặt ẩn phụ

Ví dụ 1 (THPTQG 2017). Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2^2 x - 5\log_2 x + 4 \geq 0$.

(A) $S = (-\infty; 2] \cup [16; +\infty)$.

(B) $S = [2; 16]$.

(C) $S = (0; 2] \cup [16; +\infty)$.

(D) $S = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Ví dụ 2. Bất phương trình $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$ có số nghiệm nguyên là

(A) 3.

(B) 2.

(C) 1.

(D) 0.

Ví dụ 3. Tập nghiệm của BPT $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$ có dạng $S = [a;b]$. Giá trị của $A = a \cdot b$ thuộc khoảng nào dưới đây?

(A) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

(B) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$.

(C) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$.

(D) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Ví dụ 4. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\sqrt{3}} x \left(1 + \frac{1}{3} \log_{\sqrt{3}} 3x\right) \leq 6$ là $[a;b]$. Tính $T = 81a^2 + b^2$.

Ⓐ $T = \frac{82}{9}$.

Ⓑ $T = \frac{84}{3}$.

Ⓒ $T = \frac{80}{9}$.

Ⓓ $T = \frac{80}{3}$.

.....

.....

Dạng 6.41. Bài toán lãi kép

Công thức $A_n = A_0(1 + r\%)^n$

Trong đó

- A_0 là số tiền gửi ban đầu;
- A_n là số có được sau n kì hạn;
- $r\%$ là lãi suất mỗi kì hạn.

 **Ví dụ 1 (Mã 101- 2020).** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 600 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1000 ha?

Ⓐ Năm 2028.

Ⓑ Năm 2047..

Ⓒ Năm 2027..

Ⓓ Năm 2046..

.....

.....

 **Ví dụ 2 (Mã 102- 2020).** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 1000 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha.

Ⓐ 2043.

Ⓑ 2025.

Ⓒ 2024.

Ⓓ 2042.

.....

.....

 **Ví dụ 3 (Mã 103- 2020).** Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 900 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng

trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên của tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1700 ha?

- Ⓐ Năm 2029. Ⓑ Năm 2051. Ⓒ Năm 2030. Ⓓ Năm 2050.

.....

.....

✎ Ví dụ 4 (Mã 104- 2020). Trong năm 2019, diện tích rừng trồng mới của tỉnh A là 800 ha. Giả sử diện tích rừng trồng mới của tỉnh A mỗi năm tiếp theo đều tăng 6% so với diện tích rừng trồng mới của năm liền trước. Kể từ sau năm 2019, năm nào dưới đây là năm đầu tiên tỉnh A có diện tích rừng trồng mới trong năm đó đạt trên 1400 ha?

- Ⓐ Năm 2029. Ⓑ Năm 2028. Ⓒ Năm 2048. Ⓓ Năm 2049.

.....

.....

✎ Ví dụ 5. Một người gửi ngân hàng 200 triệu đồng theo hình thức lãi kép, lãi suất 0,58% một tháng (kể từ tháng thứ hai trở đi, tiền lãi được tính theo phần trăm của tổng tiền gốc và tiền lãi tháng trước đó). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì người đó có 225 triệu đồng?

- Ⓐ 30 tháng. Ⓑ 21 tháng. Ⓒ 24 tháng. Ⓓ 22 tháng.

.....

.....

✎ Ví dụ 6. Anh Nam muốn mua một ngôi nhà trị giá 500 triệu đồng sau 3 năm nữa. Biết rằng lãi suất hàng năm vẫn không đổi là 8% một năm. Vậy ngay từ bây giờ số tiền ít nhất anh Nam phải gửi tiết kiệm vào ngân hàng theo thể thức lãi kép để có đủ tiền mua nhà (kết quả làm tròn đến hàng triệu) là

- Ⓐ 397 triệu đồng. Ⓑ 396 triệu đồng. Ⓒ 395 triệu đồng. Ⓓ 394 triệu đồng.

.....

.....

Ví dụ 7. Một người gửi 50 triệu đồng vào một ngân hàng theo thể thức lãi kép, với lãi suất 1,85%/quý. Sau tối thiểu bao nhiêu quý, người đó nhận được ít nhất 72 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi?

- (A) 20 quý. (B) 19 quý. (C) 14 quý. (D) 15 quý.

.....

.....

Ví dụ 8. Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

- (A) 18 tháng. (B) 17 tháng. (C) 16 tháng. (D) 19 tháng.

.....

.....

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 1

Câu 1. Giải bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$.

- (A) $x > 0$. (B) $x < 0$. (C) $x < 4$. (D) $x \geq -4$.

Câu 2. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

- (A) $S = (-\infty; 3]$. (B) $S = [3; +\infty)$. (C) $S = (-\infty; 1]$. (D) $S = [1; +\infty)$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 8$.

- (A) $S = (-3; +\infty)$. (B) $S = (-\infty; 3)$. (C) $S = (-\infty; -3)$. (D) $S = (3; +\infty)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- (A) $(0; 6)$. (B) $(-\infty; 6)$. (C) $(0; 64)$. (D) $(6; +\infty)$.

Câu 5. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có tập nghiệm là $S = (a; b)$. Khi đó giá trị $b - a$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 6. (D) 8.

Câu 6. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{2})^{x^2-2x} \leq (\sqrt{2})^3$ là

- (A) 3. (B) 2. (C) 5. (D) 4.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,3}(3x-2) \geq 0$ là

- Ⓐ $\left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$. Ⓑ $\left(\frac{2}{3}; 1\right)$. Ⓒ $\left(\frac{2}{3}; 1\right]$. Ⓓ $(2; +\infty)$.

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-3) < \log_{0,5}(x^2-4x+3)$ là

- Ⓐ $(3; +\infty)$. Ⓑ $\mathbb{R}$. Ⓒ $\emptyset$. Ⓓ $(2; 3)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1) \leq \log x$ là

- Ⓐ $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Ⓑ $(-\infty; 1]$. Ⓒ $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$. Ⓓ $(0; 1]$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x-1) \leq \log x$ là

- Ⓐ $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$. Ⓑ $(-\infty; 1]$. Ⓒ $\left(\frac{1}{2}; 1\right]$. Ⓓ $(0; 1]$.

Câu 11. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+7) > 0$ là

- Ⓐ $S = (-\infty; 2)$. Ⓑ $S = (2; 3)$.
Ⓒ $S = (3; +\infty)$. Ⓓ $S = (-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(1 + \log_{\frac{1}{9}}x - \log_9x\right) < 1$ có dạng $S = \left(\frac{1}{a}; b\right)$ với a, b là những số nguyên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- Ⓐ $a = -b$. Ⓑ $a + b = 1$. Ⓒ $a = b$. Ⓓ $a = 2b$.

Câu 13. Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2-x^2)] > 0$?

- Ⓐ Vô số. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Câu 14. Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $3^x + 1 \geq m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- Ⓐ $m < 0$. Ⓑ $m \leq 1$. Ⓒ $m \leq 0$. Ⓓ $m > 1$.

Câu 15. Tìm tất cả giá trị của tham số m để bất phương trình $3^{\cos^2 x} \geq m$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

- Ⓐ $m < 0$. Ⓑ $m \leq 0$. Ⓒ $m > 1$. Ⓓ $m \leq 1$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $16^x - 5 \cdot 4^x + 4 \geq 0$ là

- Ⓐ $T = (-\infty; 1) \cup (4; +\infty)$. Ⓑ $T = (-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.
Ⓒ $T = (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. Ⓓ $T = (-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$.

Câu 17. Giải bất phương trình $(10 + 3\sqrt{11})^x + (10 - 3\sqrt{11})^x \leq 20$.

- Ⓐ $0 \leq x \leq 1$. Ⓑ $-1 \leq x < 1$. Ⓒ $-1 < x \leq 1$. Ⓓ $-1 \leq x \leq 1$.

Câu 18. Biết rằng bất phương trình $\log_2(5^x + 2) + 2\log_{5^x+2}2 > 3$ có tập nghiệm là $S = (\log_a b; +\infty)$, với a, b là các số nguyên dương nhỏ hơn 6 và $a \neq 1$. Tính $P = 2a + 3b$.

- Ⓐ $P = 16$. Ⓑ $P = 7$. Ⓒ $P = 11$. Ⓓ $P = 18$.

Câu 19. Bất phương trình $2^{x+2} + 8 \cdot 2^{-x} - 33 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- Ⓐ 4. Ⓑ 6. Ⓒ 7. Ⓓ Vô số.

Câu 20. Giải bất phương trình $\sqrt{4-2^x} \cdot \log_2(x+1) \geq 0$.

- (A) $x \geq 0$. (B) $-1 < x \leq 2$. (C) $0 \leq x \leq 2$. (D) $-1 \leq x \leq 2$.

Câu 21. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^x + 9 \cdot 3^{-x} < 10$ là

- (A) Vô số. (B) 2. (C) 0. (D) 1.

Câu 22. Giải bất phương trình $64 \cdot 9^x - 84 \cdot 12^x + 27 \cdot 16^x < 0$.

- (A) $\frac{9}{16} < x < \frac{3}{4}$. (B) $x < 1 \vee x > 2$. (C) $1 < x < 2$. (D) Vô nghiệm.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}^2 x - \log_{0,2} x - 6 \leq 0$ có dạng $S = [a; b]$. Giá trị của $A = a \cdot b$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- (A) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. (B) $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. (C) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. (D) $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 24. Biết tập nghiệm S của bất phương trình $\log(-x^2 + 100x - 2400) < 2$ có dạng $S = (a; b) \setminus \{x_0\}$.

Giá trị của $a + b - x_0$ bằng

- (A) 150. (B) 100. (C) 30. (D) 50.

Câu 25. Bất phương trình $\log_2^2 x - \log_2(4x) < 0$ có số nghiệm nguyên là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

Câu 26. Cho $f(x) = \frac{1}{2} \cdot 5^{2x+1}$; $g(x) = 5^x + 4x \cdot \ln 5$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > g'(x)$ là

- (A) $x < 0$. (B) $x > 1$. (C) $0 < x < 1$. (D) $x > 0$.

Câu 27. Một người sử dụng xe máy có giá trị ban đầu là 40 triệu đồng. Sau mỗi năm, giá trị xe giảm 10% so với năm trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì giá trị xe nhỏ hơn 12 triệu đồng?

- (A) 9. (B) 10. (C) 11. (D) 12.

Câu 28. Ông A gửi vào ngân hàng 300 triệu đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất 10%/năm. Trong quá trình gửi lãi suất không đổi và ông A không rút tiền ra. Hỏi sau ít nhất mấy năm thì ông A rút được số tiền cả vốn và lãi đủ 500 triệu đồng?

- (A) 4 năm. (B) 3 năm. (C) 6 năm. (D) 5 năm.

Câu 29. Một người gửi ngân hàng số tiền 350.000.000 đồng (ba trăm năm mươi triệu đồng) với lãi suất tiền gửi là 0,6% mỗi tháng theo hình thức lãi kép. Cuối mỗi tháng người đó đều đặn gửi thêm vào ngân hàng số tiền 15.000.000 đồng (mười lăm triệu đồng). Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì số tiền người đó tích lũy được lớn hơn 650.000.000 đồng (sáu trăm năm mươi triệu đồng)?

- (A) 18 tháng. (B) 17 tháng. (C) 16 tháng. (D) 19 tháng.

Câu 30. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4% một năm và lãi hằng năm được nhập vào vốn. Hỏi sau bao nhiêu năm người đó thu được ít nhất số tiền gấp ba lần số tiền ban đầu?

- (A) 9. (B) 14. (C) 13. (D) 12.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. C	4. B	5. C	6. C	7. C	8. C	9. C	10. C
11. B	12. C	13. C	14. B	15. D	16. D	17. D	18. A	19. A	20. C
21. D	22. C	23. A	24. D	25. A	26. D	27. D	28. C	29. A	30. B

D. BÀI TẬP TỰ LUYỆN 2

Câu 1. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 (31 - x^2) \geq 3$ là

- ☐ A $(-\infty; 2]$.
 ☐ B $[-2; 2]$.
 ☐ C $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
 ☐ D $(0; 2]$.

Câu 2. (Đề Minh Họa 2017) Giải bất phương trình $\log_2 (3x - 1) > 3$.

- ☐ A $x > 3$.
 ☐ B $\frac{1}{3} < x < 3$.
 ☐ C $x < 3$.
 ☐ D $x > \frac{10}{3}$.

Câu 3. (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\ln x^2 < 0$.

- ☐ A $S = (-1; 1)$.
 ☐ B $S = (-1; 0)$.
 ☐ C $S = (-1; 1) \setminus \{0\}$.
 ☐ D $S = (0; 1)$.

Câu 4. (THPT - Yên Định Thanh Hóa 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2 (2x + 3) \geq 0$ là

- ☐ A $S = (-\infty; -1]$.
 ☐ B $S = [-1; +\infty)$.
 ☐ C $S = (-\infty; -1)$.
 ☐ D $S = (-\infty; 0]$.

Câu 5. (Chuyên ĐHSP Hà Nội 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} (x - 1) > 1$ là

- ☐ A $(-\infty; -\frac{3}{2})$.
 ☐ B $(1; \frac{3}{2})$.
 ☐ C $(\frac{3}{2}; +\infty)$.
 ☐ D $[1; \frac{3}{2})$.

Câu 6. (THPT Cẩm Giàng 2 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 (\log_{\frac{1}{2}} x) < 1$ là

- ☐ A $(0; 1)$.
 ☐ B $(\frac{1}{8}; 3)$.
 ☐ C $(\frac{1}{8}; 1)$.
 ☐ D $(\frac{1}{8}; +\infty)$.

Câu 7. (Liên Trường Thpt Tp Vinh Nghệ An 2019) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8} (15x + 2) > \log_{0,8} (13x + 8)$ là

- ☐ A Vô số.
 ☐ B 4.
 ☐ C 2.
 ☐ D 3.

Câu 8. (Sở Vĩnh Phúc 2019) Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log_2 (4 - x) - 1}$ là

- ☐ A $(-\infty; 4)$.
 ☐ B $[2; 4)$.
 ☐ C $(-\infty; 2]$.
 ☐ D $(-\infty; 2)$.

Câu 9. (Sở Bình Phước 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (3x + 1) < 2$ là

- ☐ A $[-\frac{1}{3}; 1)$.
 ☐ B $(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3})$.
 ☐ C $(-\frac{1}{3}; 1)$.
 ☐ D $(-\infty; 1)$.

Câu 10. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 (x^2 - 1) \geq 3$ là?

- ☐ A $[-2; 2]$.
 ☐ B $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
 ☐ C $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.
 ☐ D $[-3; 3]$.

Câu 11. (Sở Bắc Giang 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{0,8}(2x-1) < 0$ là

- Ⓐ $S = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. Ⓑ $S = (1; +\infty)$. Ⓒ $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$. Ⓓ $S = (-\infty; 1)$.

Câu 12. (Sở Bắc Giang 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(5x+14) \leq \log_{0,5}(x^2+6x+8)$ là

- Ⓐ $(-2; 2]$. Ⓑ $(-\infty; 2]$. Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \left[-\frac{3}{2}; 0\right]$. Ⓓ $[-3; 2]$.

Câu 13. (Chuyên Trần Phú Hải Phòng 2019) Bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

- Ⓐ $(0; +\infty)$. Ⓑ $\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. Ⓒ $(-3; 1)$. Ⓓ $\left(1; \frac{6}{5}\right)$.

Câu 14. (KTNL GV THPT Lý Thái Tổ 2019) Tập hợp nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1) < 3$ là:

- Ⓐ $S = (-1; 8)$. Ⓑ $S = (-\infty; 7)$. Ⓒ $S = (-\infty; 8)$. Ⓓ $S = (-1; 7)$.

Câu 15. (Chuyên Phan Bội Châu 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2[x^2-1] \geq 3$ là:

- Ⓐ $[-2; 2]$. Ⓑ $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.
Ⓒ $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$. Ⓓ $[-3; 3]$.

Câu 16. (Chuyên KHTN 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{\log(x^2-9)}{\log(3-x)} \leq 1$ là:

- Ⓐ $(-4; -3)$. Ⓑ $[-4; -3)$. Ⓒ $(3; 4]$. Ⓓ $\emptyset$.

Câu 17. (Chuyên Thái Bình 2019) Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để bất phương trình $\log_2(x^2+mx+m+2) \geq \log_2(x^2+2)$ nghiệm đúng $\forall x \in \mathbb{R}$?

- Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 18. (Việt Đức Hà Nội 2019) Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- Ⓐ $S = \frac{26}{5}$. Ⓑ $S = \frac{11}{5}$. Ⓒ $S = \frac{28}{15}$. Ⓓ $S = \frac{8}{3}$.

Câu 19. (Sở Ninh Bình 2019) Bất phương trình $\log_3(x^2-2x) > 1$ có tập nghiệm là

- Ⓐ $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. Ⓑ $S = (-1; 3)$.
Ⓒ $S = (3; +\infty)$. Ⓓ $S = (-\infty; -1)$.

Câu 20. (Hậu Lộc 2-Thanh Hóa 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\ln 3x < \ln(2x+6)$ là:

- Ⓐ $[0; 6)$. Ⓑ $(0; 6)$. Ⓒ $(6; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 6)$.

Câu 21. (Hội 8 trường chuyên ĐBSH - 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- Ⓐ $S = (1; 9)$. Ⓑ $S = (1; 10)$. Ⓒ $S = (-\infty; 9)$. Ⓓ $S = (-\infty; 10)$.

Câu 22. (THPT Phan Bội Châu - Nghệ An -2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2-1) \geq 3$ là?

(A) $[-2; 2]$.

(B) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.

(C) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$.

(D) $[-3; 3]$.

Câu 23. (Bắc Ninh 2019) Bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ có tập nghiệm là $(a; b)$. Tổng $a + b$ bằng

(A) $\frac{8}{3}$.

(B) $\frac{28}{15}$.

(C) $\frac{26}{5}$.

(D) $\frac{11}{5}$.

Câu 24. (THPT Hai Bà Trưng - Huế - 2019) Có tất cả bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}[\log_2(2 - x^2)] > 0$?

(A) Vô số.

(B) 1.

(C) 0.

(D) 2.

Câu 25. (THPT Cẩm Bình 2019) Nghiệm của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(2x - 5) \geq \log_{2-\sqrt{3}}(x - 1)$ là

(A) $\frac{5}{2} < x \leq 4$.

(B) $1 < x \leq 4$.

(C) $\frac{5}{2} \leq x \leq 41$.

(D) $x \geq 4$.

Câu 26. (THPT Hàm Rồng 2019) Bất phương trình $\log_4(x + 7) > \log_2(x + 1)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

(A) 3.

(B) 1.

(C) 4.

(D) 2.

Câu 27. (Thi thử cụm Vũng Tàu - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{3}{5}}(2x^2 - x + 1) < 0$ là

(A) $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

(B) $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

(C) $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

(D) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 28. (Bình Phước - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x + 1) < 2$ là

(A) $\left[-\frac{1}{3}; 1\right)$.

(B) $\left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

(C) $\left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

(D) $(-\infty; 1)$.

Câu 29. (Ngô Quyền - Hải Phòng - 2019) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \geq -4$ là

(A) 6.

(B) Vô số.

(C) 4.

(D) 5.

Câu 30. (THPT Thuận Thành 3 - Bắc Ninh 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_6 x^2 < \log_6(x + 6)$ là

(A) $S = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

(B) $S = (-2; 3)$.

(C) $S = (-3; 2) \setminus \{0\}$.

(D) $S = (-2; 3) \setminus \{0\}$.

Câu 31. (Nho Quan A - Ninh Bình - 2019) Bất phương trình $\log_2(x - 2) < 2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

(A) 4.

(B) 2.

(C) 5.

(D) 3.

Câu 32. (Cần Thơ 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}(x - 4) + 1 > 0$ là

(A) $(4; +\infty)$.

(B) $(4; 9)$.

(C) $(-\infty; 9)$.

(D) $(9; +\infty)$.

Câu 33. (THPT Cẩm Bình Hà Tĩnh 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(7-x) + \log_{\frac{1}{2}}(x-1) \leq 0$ là

- (A) $S = (1; 4]$. (B) $S = (-\infty; 4]$. (C) $S = [4; +\infty)$. (D) $S = [4; 7)$.

Câu 34. (NK HCM-2019) Bất phương trình $1 + \log_2(x-2) > \log_2(x^2 - 3x + 2)$ có các nghiệm là

- (A) $S = (3; +\infty)$. (B) $S = (1; 3)$. (C) $S = (2; +\infty)$. (D) $S = (2; 3)$.

Câu 35. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-7} < 4$ là

- (A) $(-3; 3)$. (B) $(0; 3)$. (C) $(-\infty; 3)$. (D) $(-3; 0)$.

Câu 36. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-1} < 8$ là

- (A) $(0; 2)$. (B) $(-\infty; 2)$. (C) $(-2; 2)$. (D) $(2; +\infty)$.

Câu 37. (Đề Tham Khảo 2018) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:

- (A) $(-\infty; 6)$. (B) $(0; 64)$. (C) $(6; +\infty)$. (D) $(0; 6)$.

Câu 38. (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- (A) $(3; +\infty)$. (B) $(-1; 3)$.
(C) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$. (D) $(-\infty; -1)$.

Câu 39. (Đề Minh Họa 2017) Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 7^{x^2}$ Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

- (A) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x + x^2 \log_2 7 < 0$. (B) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \ln 2 + x^2 \ln 7 < 0$.
(C) $f(x) < 1 \Leftrightarrow x \log_7 2 + x^2 < 0$. (D) $f(x) < 1 \Leftrightarrow 1 + x \log_2 7 < 0$.

Câu 40. (Đề Tham Khảo 2017) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1} - \frac{1}{5} > 0$.

- (A) $S = (-\infty; -2)$. (B) $S = (1; +\infty)$. (C) $S = (-1; +\infty)$. (D) $S = (-2; +\infty)$.

Câu 41. (THPT Hoàng Hoa Thám Hưng Yên 2019) Cho hàm số $y = e^{x^2+2x-3} - 1$. Tập nghiệm của bất phương trình $y' \geq 0$ là:

- (A) $(-\infty; -1]$. (B) $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$.
(C) $[-3; 1]$. (D) $[-1; +\infty)$.

Câu 42. (Thpt Hùng Vương Bình Phước 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ trên tập số thực là

- (A) $(2; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2)$. (C) $(-\infty; 2)$. (D) $(-2; +\infty)$.

Câu 43. (THPT Bạch Đằng Quảng Ninh 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $4^{x+1} \leq 8^{x-2}$ là

- (A) $[8; +\infty)$. (B) $\emptyset$. (C) $(0; 8)$. (D) $(-\infty; 8]$.

Câu 44. (THPT Cù Huy Cận 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

- (A) $(-\infty; -3]$. (B) $[-3; 1]$. (C) $(-3; 1)$. (D) $(-3; 1]$.

Câu 45. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

- (A) $S = (-\infty; 2)$. (B) $S = (-\infty; 1)$. (C) $S = (1; +\infty)$. (D) $S = (2; +\infty)$.

Câu 46. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Tập nghiệm bất phương trình $2^{x^2-3x} < 16$ là

- Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(4; +\infty)$.
Ⓒ $(-1; 4)$. Ⓓ $(-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$.

Câu 47. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019) Tập nghiệm bất phương trình: $2^x > 8$ là

- Ⓐ $(-\infty; 3)$. Ⓑ $[3; +\infty)$. Ⓒ $(3; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 3]$.

Câu 48. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

- Ⓐ $S = [1; 2]$. Ⓑ $S = (-\infty; 1)$. Ⓒ $S = (1; 2)$. Ⓓ $S = (2; +\infty)$.

Câu 49. (Đề Tham Khảo 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-2x} < 27$ là

- Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(3; +\infty)$.
Ⓒ $(-1; 3)$. Ⓓ $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 50. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Cho $f(x) = x.e^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

- Ⓐ $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. Ⓑ $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. Ⓒ $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. Ⓓ $(0; 1)$.

Câu 51. (THPT Ba Đình 2019) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

- Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ vô số. Ⓓ 8.

Câu 52. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-6}$ là

- Ⓐ $(0; 6)$. Ⓑ $(-\infty; 6)$. Ⓒ $(0; 64)$. Ⓓ $(6; +\infty)$.

Câu 53. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

- Ⓐ $[3; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; -1]$. Ⓒ $[-1; 3]$. Ⓓ $(-1; 3)$.

Câu 54. (THPT Yên Phong 1 Bắc Ninh 2019) Nghiệm nguyên lớn nhất của bất phương trình $4^{x^2-2x} < 64$ là

- Ⓐ 2. Ⓑ -1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

Câu 55. (Sở Hà Nội 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{-x^2} > \frac{81}{256}$ là

- Ⓐ $(-\infty; -2)$. Ⓑ $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.
Ⓒ $\mathbb{R}$. Ⓓ $(-2; 2)$.

Câu 56. (Chuyên Sơn La 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2x} > 8$ là

- Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(-1; 3)$.
Ⓒ $(3; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

Câu 57. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{e}{\pi}\right)^x > 1$ là
 (A) $\mathbb{R}$. (B) $(-\infty; 0)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $[0; +\infty)$.

Câu 58. (Chuyên Lam Sơn Thanh Hóa 2019) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x} \leq 16$ là số nào sau đây ?

(A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 3.

Câu 59. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là:

(A) $(-\infty; 0)$. (B) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. (C) $(0; +\infty)$. (D) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 60. (Cụm 8 Trường Chuyên 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < e^x$ là:

(A) $S = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. (B) $S = (0; +\infty)$. (C) $S = \mathbb{R}$. (D) $S = (-\infty; 0)$.

Câu 61. (Nguyễn Huệ- Ninh Bình- 2019) Bất phương trình $2^{x+1} \leq 4$ có tập nghiệm là:

(A) $[1; +\infty)$. (B) $(-\infty; 1)$. (C) $(1; +\infty)$. (D) $(-\infty; 1]$.

Câu 62. (THPT Minh Khai - 2019) Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < 9$

(A) $S = (-\infty; 2]$. (B) $S = (2; +\infty)$. (C) $S = (-\infty; 2)$. (D) $S = \{2\}$.

Câu 63. (Lô môn xôp - Hà Nội 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x \leq \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ là:

(A) $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. (B) $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$. (C) $\left(0; \frac{1}{2}\right]$. (D) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$.

Câu 64. (Đồng Nai - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

(A) $[-4; +\infty)$. (B) $(-\infty; 4)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $[0; +\infty)$.

Câu 65. (Chuyên Long An-2019) Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \frac{1}{4}$.

(A) $x \leq 3$. (B) $x > 3$. (C) $x \geq 3$. (D) $1 < x \leq 3$.

Câu 66. (Chuyên - Vĩnh Phúc - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1$ (với a là tham số, $a \neq 0$) là

(A) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. (B) $(0; +\infty)$. (C) $(-\infty; 0)$. (D) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 67. (Chuyên Lam Sơn-2019) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $2^{x^2+3x} \leq 16$ là

(A) 5. (B) 6. (C) 4. (D) 3.

Câu 68. (chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

(A) $[3; +\infty)$. (B) $(-\infty; -1]$. (C) $[-1; 3]$. (D) $(-1; 3)$.

Câu 69. (Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình 2019) Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

(A) 3. (B) 4. (C) 2. (D) 1.

Câu 70. (SGD Hưng Yên 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1$ là

- Ⓐ $(-\infty; 0)$. Ⓑ $(0; +\infty)$. Ⓒ $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. Ⓓ $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 71. (Ngô Quyền - Ba Vì - Hải Phòng 2019) Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x} < 8$ là

- Ⓐ $S = (-\infty; 3)$. Ⓑ $S = (1; +\infty)$.
Ⓒ $S = (-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$. Ⓓ $S = (1; 3)$.

Câu 72. (Cần Thơ - 2019) Nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-x} \leq 4$ là

- Ⓐ $-1 \leq x \leq 2$. Ⓑ $x \leq 1$. Ⓒ $x \leq 2$. Ⓓ $-2 \leq x \leq 1$.

Câu 73. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{x+1} \leq 3^x + 3^{x-1}$.

- Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 2)$. Ⓒ $(-\infty; 2]$. Ⓓ $[2; +\infty)$.

Câu 74. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho bất phương trình $4^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 16 \leq 0$ có tập nghiệm là đoạn $[a; b]$. Tính $\log(a^2 + b^2)$

- Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 10.

Câu 75. (Thi thử cụm Vũng Tàu - 2019) Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

- Ⓐ -2. Ⓑ -1. Ⓒ 1. Ⓓ 2.

Câu 76. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} \geq 3$.

- Ⓐ $S = (-\infty; 1]$. Ⓑ $S = (1; +\infty)$. Ⓒ $S = [1; +\infty)$. Ⓓ $S = (-\infty; 1)$.

Câu 77. (Sở Hà Nam - 2019) Tập nghiệm của bất phương trình $(5)^{4+x^2} < \left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-6x}$ là

- Ⓐ $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. Ⓑ $(2; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 1)$. Ⓓ $(1; 2)$.

Câu 78. (Chu Văn An - Hà Nội - 2019) Bất phương trình $\left(\frac{\pi}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{\pi}{2}\right)^{2x+3}$ có nghiệm là

- Ⓐ $x \leq -4$. Ⓑ $x > -4$. Ⓒ $x < -4$. Ⓓ $x \geq -4$.

Câu 79. (Mã 102 - 2020 Lần 2) Năm 2020 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

- Ⓐ 677.941.000 đồng. Ⓑ 675.000.000 đồng. Ⓒ 664.382.000 đồng. Ⓓ 691.776.000 đồng.

Câu 80. (Mã 103 - 2020 Lần 2) Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước.

Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

- (A) 708.674.000 đồng. (B) 737.895.000 đồng. (C) 723.137.000 đồng. (D) 720.000.000 đồng.

Câu 81. (Đề Tham Khảo 2018) Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,4\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

- (A) 102.16.000đồng. (B) 102.017.000đồng. (C) 102.424.000đồng. (D) 102.423.000đồng.

Câu 82. (Mã 104 2018) Một người gửi tiết kiệm vào một ngân hàng với lãi suất $6,1\%$ /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó thu được (cả số tiền gửi ban đầu và lãi) gấp đôi số tiền gửi ban đầu, giả định trong khoảng thời gian này lãi suất không thay đổi và người đó không rút tiền ra?

- (A) 11 năm. (B) 12 năm. (C) 13 năm. (D) 10 năm.

Câu 83. Anh An gửi số tiền 58 triệu đồng vào một ngân hàng theo hình thức lãi kép và ổn định trong 9 tháng thì lĩnh về được 61758000đ. Hỏi lãi suất ngân hàng hàng tháng là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất không thay đổi trong thời gian gửi.

- (A) $0,8\%$. (B) $0,6\%$. (C) $0,7\%$. (D) $0,5\%$.

Câu 84. (Chuyên Bắc Giang 2019) Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,6\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- (A) 18 tháng. (B) 16 tháng. (C) 17 tháng. (D) 15 tháng.

Câu 85. (KTNL Gia Bình 2019) Ông An gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào ngân hàng với kỳ hạn 3 tháng, lãi suất $8,4\%$ một năm theo hình thức lãi kép. Ông gửi được đúng 3 kỳ hạn thì ngân hàng thay đổi lãi suất, ông gửi tiếp 12 tháng nữa với kỳ hạn như cũ và lãi suất trong thời gian này là 12% một năm thì ông rút tiền về. Số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là: (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)

- (A) 62255910 đồng. (B) 59895767 đồng. (C) 59993756 đồng. (D) 63545193 đồng.

Câu 86. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Ngày 01 tháng 01 năm 2017, ông An đem 800 triệu đồng gửi vào một ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ một tháng. Từ đó, cứ tròn mỗi tháng, ông đến ngân hàng rút 6 triệu

để chi tiêu cho gia đình. Hỏi đến ngày 01 tháng 01 năm 2018, sau khi rút tiền, số tiền tiết kiệm của ông An còn lại là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất trong suốt thời gian ông An gửi không thay đổi

- (A) $800 \cdot (1,005)^{11} - 72$ (triệu đồng). (B) $1200 - 400 \cdot (1,005)^{12}$ (triệu đồng).
(C) $800 \cdot (1,005)^{12} - 72$ (triệu đồng). (D) $1200 - 400 \cdot (1,005)^{11}$ (triệu đồng).

Câu 87. (THPT Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Ông An gửi 100 triệu vào tiết kiệm ngân hàng theo thể thức lãi kép trong một thời gian khá lâu mà không rút ra với lãi suất ổn định trong mấy chục năm qua là 10%/1 năm. Tết năm nay do ông kẹt tiền nên rút hết ra để gia đình đón Tết. Sau khi rút cả vốn lẫn lãi, ông trích ra gần 10 triệu để sắm sửa đồ Tết trong nhà thì ông còn 250 triệu. Hỏi ông đã gửi tiết kiệm bao nhiêu lâu?

- (A) 10 năm. (B) 17 năm. (C) 15 năm. (D) 20 năm.

Câu 88. Một học sinh A khi 15 tuổi được hưởng tài sản thừa kế 200000000 VNĐ. Số tiền này được bảo quản trong ngân hàng B với kì hạn thanh toán 1 năm và học sinh A chỉ nhận được số tiền này khi 18 tuổi. Biết rằng khi 18 tuổi, số tiền mà học sinh A được nhận sẽ là 231525000 VNĐ. Vậy lãi suất kì hạn một năm của ngân hàng B là bao nhiêu?

- (A) 8%/năm. (B) 7%/năm. (C) 6%/năm. (D) 5%/năm.

Câu 89. (THPT Minh Khai Hà Tĩnh 2019) Ông Anh gửi vào ngân hàng 60 triệu đồng theo hình thức lãi kép. Lãi suất ngân hàng là 8% trên năm. Sau 5 năm ông An tiếp tục gửi thêm 60 triệu đồng nữa. Hỏi sau 10 năm kể từ lần gửi đầu tiên ông An đến rút toàn bộ tiền gốc và tiền lãi được là bao nhiêu? (Biết lãi suất không thay đổi qua các năm ông gửi tiền).

- (A) 231,815 (triệu đồng). (B) 197,201 (triệu đồng).
(C) 217,695 (triệu đồng). (D) 190,271 (triệu đồng).

Câu 90. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau.

- (A) 613.000 đồng. (B) 645.000 đồng. (C) 635.000 đồng. (D) 535.000 đồng.

Câu 91. (Chuyên Hùng Vương Gia Lai 2019) Anh Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn là một quý với lãi suất 3% một quý. Sau đúng 6 tháng anh Nam gửi thêm 100 triệu đồng với kì hạn và lãi suất như trước đó. Hỏi sau 1 năm số tiền (cả vốn lẫn lãi) anh Nam nhận được là bao nhiêu? (Giả sử lãi suất không thay đổi).

- (A) 218,64 triệu đồng. (B) 208,25 triệu đồng. (C) 210,45 triệu đồng. (D) 209,25 triệu đồng.

Câu 92. (Chuyên Sơn La 2019) Ông A gửi vào ngân hàng 50 triệu đồng với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng thì ông A có được số tiền cả gốc lẫn lãi nhiều hơn 60 triệu đồng? Biết rằng trong suốt thời gian gửi, lãi suất ngân hàng không đổi và ông A không rút tiền ra.

- Ⓐ 36 tháng. Ⓑ 38 tháng. Ⓒ 37 tháng. Ⓓ 40 tháng.

Câu 93. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Một người gửi 300 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm, người đó nhận được số tiền nhiều hơn 600 triệu đồng bao gồm cả gốc và lãi? Giả định trong suốt thời gian gửi, lãi suất không đổi và người đó không rút tiền ra.

- Ⓐ 9 năm. Ⓑ 10 năm. Ⓒ 11 năm. Ⓓ 12 năm.

Câu 94. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019) Anh Bảo gửi 27 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kỳ hạn là một quý, với lãi suất 1,85% một quý. Hỏi thời gian tối thiểu bao nhiêu để anh Bảo có được ít nhất 36 triệu đồng tính cả vốn lẫn lãi?

- Ⓐ 16 quý. Ⓑ 20 quý. Ⓒ 19 quý. Ⓓ 15 quý.

Câu 95. (Sở Bắc Giang 2019) Ông An gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,8%/ tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng số tiền lãi sẽ được nhập vào gốc để tính lãi cho tháng tiếp theo và từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng ông gửi thêm vào tài khoản với số tiền 2 triệu đồng. Hỏi sau đúng 2 năm số tiền ông An nhận được cả gốc lẫn lãi là bao nhiêu? Biết rằng trong suốt thời gian gửi lãi suất không thay đổi và ông An không rút tiền ra (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

- Ⓐ 169.871.000 đồng. Ⓑ 171.761.000 đồng. Ⓒ 173.807.000 đồng. Ⓓ 169.675.000 đồng.

Câu 96. Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 900.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán năm trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

- Ⓐ 810.000.000. Ⓑ 813.529.000. Ⓒ 797.258.000. Ⓓ 830.131.000.

Câu 97. (Mã 104 - 2020 Lần 2) Năm 2020, một hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là 850.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

- Ⓐ 768.333.000 đồng. Ⓑ 765.000.000 đồng. Ⓒ 752.966.000 đồng. Ⓓ 784.013.000 đồng.

Câu 98. (Chuyên Lương Văn Chánh - Phú Yên - 2020) Một ngân hàng X, quy định về số tiền nhận được của khách hàng sau n năm gửi tiền vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A(1 + 8\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng B phải gửi vào ngân hàng X là bao nhiêu để sau ba năm khách hàng đó rút ra được lớn hơn 850 triệu đồng (Kết quả làm tròn đến hàng triệu)?

- Ⓐ 675 triệu đồng. Ⓑ 676 triệu đồng. Ⓒ 677 triệu đồng. Ⓓ 674 triệu đồng.

Câu 99. (Chuyên Nguyễn Bình Khiêm - Quảng Nam - 2020) Ông Tuấn gửi 100 triệu vào ngân hàng với hình thức lãi kép, kỳ hạn 1 năm với lãi suất 8%. Sau 5 năm ông rút toàn bộ tiền và dùng một nửa để sửa nhà, số tiền còn lại ông tiếp tục gửi ngân hàng với lãi suất như lần trước. Số tiền lãi ông Tuấn nhận được sau 10 năm gửi gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- (A) 46,933 triệu. (B) 34,480 triệu. (C) 81,413 triệu. (D) 107,946 triệu.

Câu 100. (Nguyễn Huệ - Phú Yên - 2020) Dân số thế giới được ước tính theo công thức $S = A.e^{ni}$, trong đó A là dân số của năm lấy mốc, S là dân số sau n năm, i là tỷ lệ tăng dân số hàng năm. Biết năm 2005 dân số của thành phố Tuy Hòa là khoảng 202.300 người và tỉ lệ tăng dân số là 1,47%. Hỏi với mức tăng dân số không đổi thì đến năm bao nhiêu dân số thành phố Tuy Hòa đạt được 255.000 người?

- (A) 2020. (B) 2021. (C) 2023. (D) 2022.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. C	4. B	5. B	6. C	7. D	8. C	9. C	10. B
11. B	12. A	13. D	14. D	15. B	16. B	17. D	18. B	19. A	20. B
21. A	22. B	23. D	24. C	25. A	26. D	27. C	28. C	29. C	30. D
31. D	32. B	33. D	34. D	36. C	37. A	38. B	39. D	40. D	41. D
42. B	43. A	44. B	45. D	46. C	47. C	48. C	49. C	50. A	51. A
52. B	53. C	54. A	55. C	56. D	57. B	58. B	59. B	60. D	61. D
62. C	63. C	64. A	65. A	66. A	67. B	68. C	69. A	70. C	71. C
72. A	73. D	74. B	75. C	76. A	77. D	78. D	79. A	80. C	83. C
84. B	85. B	86. B	87. A	88. D	89. C	90. C	91. A	92. C	93. C
94. A	95. B	97. A	98. A	99. C	100. B				

—HẾT—

§ 7. PHƯƠNG TRÌNH VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ, LOGARIT CHỨA THAM SỐ

A. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

Dạng 7.42. Phương trình có nghiệm đẹp – Định lý Viét

 **Ví dụ 1.** Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $16^x - m \cdot 4^{x+1} + 5m^2 - 45 = 0$ có hai nghiệm phân biệt. Hỏi S có bao nhiêu phần tử?

- (A) 3. (B) 13. (C) 4. (D) 6.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Giả sử phương trình $\log_2^2 x - (m+2)\log_2 x + 2m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 6$. Giá trị của biểu thức $|x_1 - x_2|$ là

- (A) 3. (B) 8. (C) 2. (D) 4.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3.** Gọi S là tập hợp tất cả giá trị của tham số m để phương trình $4^x - (2m+3)2^x + m^2 + 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$ thỏa $3x_1 + x_2 = 1$. Số phần tử của tập S là

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 4. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để phương trình $4^x - m2^{x+1} + 2m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- ☐ A $m_0 \in (-2; 0)$. ☐ B $m_0 \in (3; 5)$. ☐ C $m_0 \in (0; 2)$. ☐ D $m_0 \in (5; 7)$.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 5. Biết phương trình $8\log_2^2 \sqrt[3]{x} + 2(m-1)\log_{\frac{1}{4}} x - 2019 = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- ☐ A $m \in (1; 2)$. ☐ B $m \in (2; 5)$. ☐ C $m \in (0; 1)$. ☐ D $m \in (4; 7)$.

.....

.....

.....

.....

✎ Ví dụ 6. Biết phương trình $\log_2^2 x + 2\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} x + m - \frac{3}{2} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 520$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A $m \in (3; 5)$. ☐ B $m \in (-3; -1)$. ☐ C $m \in (-1; 1)$. ☐ D $m \in (1; 3)$.

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Tìm các giá thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72$.

- ☐ A $m = \frac{61}{2}$.
 ☐ B $m = 3$.
 ☐ C Không tồn tại.
 ☐ D $m = \frac{9}{2}$.

Ví dụ 8. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\log_3(x+3) + m \log_{\sqrt{x+3}} 9 = 16$ có hai nghiệm thỏa mãn $-2 < x_1 < x_2$.

- ☐ A 15.
 ☐ B 17.
 ☐ C 14.
 ☐ D 16.

Ví dụ 9. Tìm m để phương trình $9^{x^2} - 2 \cdot 3^{x^2+1} + 3m - 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

- ☐ A $m = 2$.
 ☐ B $2 < m < \frac{10}{3}$.
 ☐ C $m < 2$.
 ☐ D $m > 2$.

Ví dụ 10. Cho phương trình $(2 \log_3^2 x - \log_3 x - 1) \sqrt{5^x - m} = 0$ (m là tham số thực). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt?

- ☐ A 123.
 ☐ B 125.
 ☐ C Vô số.
 ☐ D 124.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 11.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$$4^{1+x} + 4^{1-x} = (m+1)(2^{2+x} - 2^{2-x}) + 16 - 8m$$

có nghiệm trên $[0; 1]$.

(A) 2.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 3.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 12.** Cho hai số thực a, b lớn hơn 1 thỏa mãn $a + b = 2020$. Gọi m, n là hai nghiệm của phương trình $(\log_a x)(\log_b x) - 2\log_a x - 2 = 0$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $m.n + 4a$ bằng

(A) 8076.

(B) 2028.

(C) 1011.

(D) 3622.

.....

.....

.....

.....

Dạng 7.43. Phương trình không có nghiệm đẹp – Phương pháp hàm số

 **Ví dụ 1.** Gọi $(a; b)$ là các tập giá trị của tham số m để phương trình $2e^{2x} - 8e^x - m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc khoảng $(0; \ln 5)$. Tổng $a + b$.

Ⓐ 2.

Ⓑ 4.

Ⓒ -6.

Ⓓ -14.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Tìm tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $4^{x+1} - 2^{x+2} + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Ⓐ $m \geq 1$.Ⓑ $0 < m < 1$.Ⓒ $m \leq 0$.Ⓓ $m < 1$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 3.** Phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2m - 1 = 0$ có nghiệm trên $(1; 3^{\sqrt{3}}]$ khi

Ⓐ $m \in [2; +\infty)$.Ⓑ $m \in (-\infty; 0)$.Ⓒ $m \in [0; 2]$.Ⓓ $m \in (0; 2]$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 4.** Cho phương trình $(\sqrt{5} + 1)^x + 2m(\sqrt{5} - 1)^x = 2^x$. Tìm m để phương trình có một nghiệm duy nhất.

Ⓐ $m < 0$.Ⓑ $m \leq 0, m = \frac{1}{8}$.Ⓒ $0 < m \leq \frac{1}{8}$.Ⓓ $m < 0, m = \frac{1}{8}$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 5.** Phương trình $2^{\sin^2 x} + 2^{\cos^2 x} = m$ có nghiệm khi và chỉ khi

- Ⓐ $1 \leq m \leq \sqrt{2}$. Ⓑ $\sqrt{2} \leq m \leq 2\sqrt{2}$. Ⓒ $2\sqrt{2} \leq m \leq 3$. Ⓓ $3 \leq m \leq 4$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 6.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.

- Ⓐ $\log_4 3 < m < 1$. Ⓑ $1 < m < \log_3 4$. Ⓒ $\log_4 3 \leq m < 1$. Ⓓ $1 < m \leq \log_3 4$.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 7.** Cho phương trình $2^{x^3+x^2-2x+m} - 2^{x^2+x} + x^3 - 3x + m = 0$. Tập các giá trị m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng $(a; b)$. Tổng $a + 2b$ bằng

- Ⓐ 1. Ⓑ -2. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 8.** Cho các số thực x, y thỏa mãn $5 + 16 \cdot 4^{x^2-2y} = (5 + 16^{x^2-2y}) \cdot 7^{2y-x^2+2}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{10x+6y+26}{2x+2y+5}$. Tính $T = M + m$.

(A) $T = 10$.

(B) $T = \frac{21}{2}$.

(C) $T = \frac{19}{2}$.

(D) $T = 15$.

.....

.....

.....

.....

Dạng 7.44. Bất phương trình – Phương pháp hàm số

 **Ví dụ 1.** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương nhỏ hơn 10 của tham số m để bất phương trình $m \cdot 9^x + (m-1)3^{x+2} + m-1 > 0$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$?

(A) 3.

(B) 9.

(C) 8.

(D) 2.

.....

.....

.....

.....

 **Ví dụ 2.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $(3m+1)12^x + (2-m)6^x + 3^x \leq 0$ có nghiệm đúng với $\forall x > 0$.

(A) $m < -2$.

(B) $m > -2$.

(C) $m \leq -2$.

(D) $m \geq -2$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Cho bất phương trình $m \cdot 9^{2x^2-x} - (2m+1)6^{2x^2-x} + m \cdot 4^{2x^2-x} \leq 0$. Tìm m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x \geq \frac{1}{2}$.

A $m < \frac{3}{2}$.

B $m \leq \frac{3}{2}$.

C $m \leq 0$.

D $m < 0$.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 4.

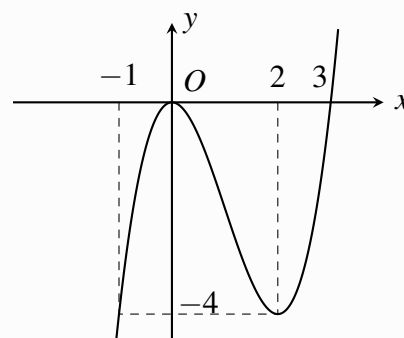
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên biết $f(2) = -4$, $f(3) = 0$. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (\ln 2; 1)$ khi và chỉ khi

A $m > -\frac{4}{1011}$.

B $m > -\frac{4}{2025}$.

C $m \geq \frac{4}{3e+2019}$.

D $m > \frac{f(e)}{3e+2019}$.



.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tập hợp các giá trị của m để bất phương trình $\sqrt{2^x+2} + \sqrt{6-2^x} \geq m$ có nghiệm là

A $2\sqrt{2} \leq m \leq 4$.

B $0 \leq m \leq 2\sqrt{2}$.

C $m \geq 4$.

D $m \leq 4$.

.....

.....

.....

B. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1. Phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + m = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = -1$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $(-5; 0)$. (B) $(-7; -5)$. (C) $(0; 1)$. (D) $(5; 7)$.

Câu 2. Biết phương trình $\log_3^2 x - (m+2)\log_3 x + 3m - 1 = 0$ với m là tham số thực, có hai nghiệm là x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 27$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $m \in (-2; -1)$. (B) $m \in (0; 2)$. (C) $m \in (-1; 0)$. (D) $m \in (2; 4)$.

Câu 3. Phương trình $9^x - 3m \cdot 3^x + 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m > \frac{a}{b}$ (với $a, b \in \mathbb{Z}_+$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của biểu thức $b - a$ bằng

- (A) -2 . (B) -1 . (C) 1 . (D) 2 .

Câu 4. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2^x + (2-m)4^x - 8^x = 0$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 1)$?

- (A) 3 . (B) 2 . (C) 0 . (D) 1 .

Câu 5. Giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x - (2m+3)2^x + 64 = 0$ có hai nghiệm thực thỏa mãn $(x_1 + 2)(x_2 + 2) = 24$ thuộc khoảng nào sau đây?

- (A) $\left(0; \frac{3}{2}\right)$. (B) $\left(-\frac{3}{2}; 0\right)$. (C) $\left(\frac{21}{2}; \frac{29}{2}\right)$. (D) $\left(\frac{11}{2}; \frac{19}{2}\right)$.

Câu 6. Số giá trị nguyên của m để phương trình $(m+1) \cdot 16^x - 2(2m-3) \cdot 4^x + 6m+5 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

- (A) 2 . (B) 0 . (C) 1 . (D) 3 .

Câu 7. Tìm m để phương trình $4^x - 2m \cdot 2^x + 4m + 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt?

- (A) $m > -\frac{5}{4}$. (B) $m > 5$. (C) $\begin{cases} m < -1 \\ m > 5 \end{cases}$. (D) $m > 0$.

Câu 8. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số k để phương trình $\log_3^2 x + \sqrt{\log_3^2 x + 1} - 2k - 1 = 0$ có nghiệm thuộc $[1; 3^{\sqrt{3}}]$?

- (A) 0 . (B) 4 . (C) 3 . (D) 7 .

Câu 9. Có bao nhiêu số nguyên dương m nhỏ hơn 2018 để phương trình $3^{|x|+1} + x^2 - m = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- (A) 2017. (B) 2014. (C) 2015. (D) 2016.

Câu 10. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $4^x + 2^x + 4 = 3^m(2^x + 1)$ có hai nghiệm phân biệt.

- (A) $\log_4 3 < m < 1$. (B) $1 < m < \log_3 4$. (C) $\log_4 3 \leq m < 1$. (D) $1 < m \leq \log_3 4$.

Câu 11. Biết x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) là hai nghiệm của phương trình $\log_3 (\sqrt{x^2 - 3x + 2} + 2) + 5^{x^2 - 3x + 1} = 2$ và $x_1 + 2x_2 = \frac{1}{2}(a + \sqrt{b})$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $a + b$.

- (A) $a + b = 13$. (B) $a + b = 14$. (C) $a + b = 11$. (D) $a + b = 17$.

Câu 12. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $1 \leq x \leq 2020$ và $x + x^2 - 9^y = 3^y$

- (A) 2020. (B) 1010. (C) 6. (D) 7.

Câu 13. Có bao nhiêu số nguyên dương x thỏa mãn $2.2^x + x + \sin^2 x = 2^{\cos^2 x}$

- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

Câu 14. Cho phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ để phương trình đã cho có nghiệm?

- (A) 20. (B) 21. (C) 9. (D) 19.

Câu 15. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để phương trình $2^{x^2 + 2x + 3} - 2^{m^2 x^2 + 1} = (1 - m^2)x^2 + 2x + 2$ có hai nghiệm phân biệt. Số phần tử của S là

- (A) 15. (B) 17. (C) 18. (D) 16.

Câu 16. Có bao nhiêu giá trị của tham số $m \in (0; 2018)$ để phương trình $\log_2(m + \sqrt{m + 2^x}) = 2x$ có nghiệm thực?

- (A) 2017. (B) 2018. (C) 2016. (D) 2015.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

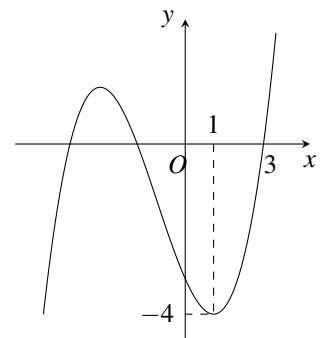
- (A) 7. (B) 4. (C) 5. (D) 6.

Câu 18. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương, nhỏ hơn 10 để bất phương trình $7^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} \leq m \cdot 4^{\cos^2 x}$ có nghiệm?

- (A) 11. (B) 9. (C) 10. (D) 2.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình bên. Bất phương trình $f(e^x) < m(3e^x + 2019)$ có nghiệm $x \in (0; 1)$ khi và chỉ khi

- (A) $m > -\frac{4}{1011}$. (B) $m \geq -\frac{4}{3e + 2019}$.
(C) $m \geq -\frac{2}{1011}$. (D) $m \geq \frac{f(e)}{3e + 2019}$.



Câu 20. Cho hàm số $f(x) = 2020^x - 2020^{-x}$. Gọi m_0 là số nguyên lớn nhất trong số nguyên m thỏa mãn $f(m+1) + f\left(\frac{m}{2020} - 2020\right) < 0$. Tìm m_0 .

- (A) $m_0 = 2018$. (B) $m_0 = 2019$. (C) $m_0 = 2020$. (D) $m_0 = 2021$.

Câu 21. Hỏi có bao nhiêu giá trị m nguyên trong $[-2017; 2017]$ để phương trình $\log(mx) = 2\log(x+1)$ có nghiệm duy nhất?

- (A) 2017. (B) 4014. (C) 2018. (D) 4015.

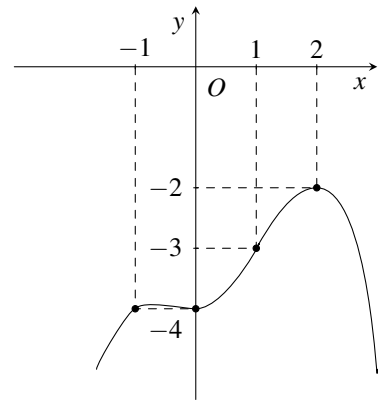
Câu 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$\sqrt{2}$	2	$+\infty$
y'	+	+	0	-	-
y	$+\infty$ $-1 \nearrow$	4 $-\infty \nearrow \searrow -\infty$	$+\infty$ $-\infty \searrow -1$		

Phương trình $f(2^{\sin x}) = 3$ có bao nhiêu nghiệm trên đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{6}\right]$?

- (A) 3. (B) 2. (C) 4. (D) 5.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Bất phương trình $f(x) \leq 3^x - 2x + m$ có nghiệm trên $(-\infty; 1]$ khi và chỉ khi



- (A) $m \geq f(1) - 1$. (B) $m > f(1) + 1$.
(C) $m \leq f(1) - 1$. (D) $m < f(1) - 1$.

Câu 24. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình sau có nghiệm thực

$$\ln\left(\frac{\sin^3 x + 4}{-3\sin x + 4 + m}\right) + \sin^3 x + 3\sin x - m = 0.$$

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

Câu 25. Cho phương trình $9^{x^2+m} - 3^{(x+2)^2} = -x^2 + 4x + 4 - 2m$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m nằm trong khoảng $(-2018; 2018)$ để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt?

- (A) 2021. (B) 2022. (C) 2020. (D) 2019.

Câu 26. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để phương trình $\log_2(2x+m) = \log_{\sqrt{2}}(x-1)$ có nghiệm duy nhất?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

Câu 27. Cho phương trình $2^{x^3+x^2-2x+m} - 2^{x^2+x} + x^3 - 3x + m = 0$. Tập các giá trị m để phương trình có 3 nghiệm phân biệt có dạng $(a; b)$. Tổng $a + 2b$ bằng

- (A) 1. (B) 0. (C) -2. (D) 2.

Câu 28. Cho $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_2(2x+2) + x - 3y = 8^y$. Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ nguyên thỏa mãn các điều kiện trên?

- (A) 2019. (B) 2018. (C) 1. (D) 4.

Câu 29. Cho $\begin{cases} x, y \in \mathbb{R} \\ x, y \geq 1 \end{cases}$ sao cho $\ln\left(2 + \frac{x}{y}\right) + x^3 - \ln 3 = 19y^3 - 6xy(x+2y)$. Tìm giá trị nhỏ nhất m của biểu thức $T = x + \frac{1}{x+3y}$.

- (A) $m = 1 + \sqrt{3}$. (B) $m = 2$. (C) $m = \frac{5}{4}$. (D) $m = 1$.

Câu 30 (Mã 101- 2022). Xét tất cả các số thực x, y sao cho $a^{4x - \log_5 a^2} \leq 25^{40 - y^2}$ với mọi số thực dương a . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + x - 3y$ bằng

- (A) $\frac{125}{2}$. (B) 80. (C) 60. (D) 20.

Câu 31 (Mã 101- 2022). Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho ứng với mỗi a có đúng ba số nguyên b thỏa mãn $(3^b - 3)(a \cdot 2^b - 18) < 0$?

- (A) 72. (B) 73. (C) 71. (D) 74.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. C	4. D	5. D	6. A	7. B	8. C	9. B	10. B
11. B	12. D	13. D	14. D	15. D	16. A	17. B	18. B	19. C	20. A
21. C	22. A	23. A	24. A	25. A	26. D	27. D	28. D	29. C	

—HẾT CHƯƠNG II—