

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

A. BÀI TẬP

Câu 1. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm BC . Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của hình chóp đều đó là:

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 3. Thể tích hình tứ diện đều có cạnh bằng a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 4. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đã cho.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{9}a^3$. C. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tính thể tích của khối tứ diện đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng?

A. $4a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng a và các mặt bên hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{25}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{25}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$. B. $V = 4a^3\sqrt{2}$. C. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.

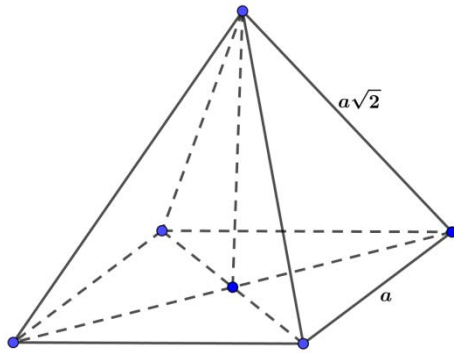
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 13. [Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07 - 2017] Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của (H) bằng:

A. $\frac{4}{5}a^3$.

B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

D. $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 14. Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của hình chóp đó là

A. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos \alpha \sin \alpha$.

B. $\frac{3}{4}b^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha$.

C. $\frac{3}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Nếu

$SB \perp SD$ thì khoảng cách từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng:

A. $\frac{3}{4}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 16. Khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 17. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi.

B. Tăng lên n lần.

C. Tăng lên $n-1$ lần.

D. Giảm đi n lần.

Câu 18. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 19. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng a là:

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.

B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12}$.

- Câu 20.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 21.** Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.
- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.
- Câu 22.** Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ bằng:
- A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}$.
- Câu 23.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi điểm O là giao điểm của AC và BD . Biết khoảng cách từ O đến SC bằng $\frac{a}{\sqrt{6}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.
- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3}{12}$.
- Câu 24.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của hình chóp đã cho.
- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.
- Câu 25.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.
- Câu 26.** Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng:
- A. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. D. $V = \frac{1}{3}a^3$.
- Câu 27.** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.
- A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.
- Câu 28.** Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích hình chóp đó.
- A. $2\sqrt{3}$. B. 2. C. 4. D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 29.]** Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x . Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp bằng:
- A. $\frac{x^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{x^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{x^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{x^3\sqrt{3}}{6}$.
- Câu 30.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, BC . Tính thể tích khối chóp $ABCNM$. Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{48}$. B. $\frac{a^3\sqrt{15}}{32}$. C. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{32}$. D. $\frac{3a^3\sqrt{15}}{16}$.

Câu 31. Người ta gọt một khối lập phương gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết các cạnh của khối lập phương bằng a . Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\frac{a^3}{8}$. B. $\frac{a^3}{6}$. C. $\frac{a^3}{4}$. D. $\frac{a^3}{12}$.

Câu 32. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của (H) bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 33. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$. B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$. C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$. D. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$.

Câu 34. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2\sqrt{6}}{9} a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{10}}{6} a^3$. C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{11}}{6} a^3$.

Câu 35. Thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA = 1$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng AE .

A. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{12}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{54}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{12}}{4}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{18}$

Câu 38. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh a .

A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 39. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a , thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

A. $V = \frac{32a^3}{3}$. B. $V = \frac{10a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3}{8}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 41. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên $SA = a\frac{\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{24}$. D. $V = \frac{a^3}{12}$.

- Câu 42.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi SH là đường cao của hình chóp. Khoảng cách từ trung điểm của SH đến (SBC) bằng b . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
- A. $\frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. B. $\frac{a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$. C. $\frac{2a^3b}{\sqrt{a^2-16b^2}}$. D. $\frac{2ab}{3}$.
- Câu 43.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$. B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$. C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.
- Câu 44.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b . Thể tích của khối chóp là
- A. $\frac{a^2}{6}\sqrt{3b^2-a^2}$. B. $a^2\sqrt{3b^2-a^2}$. C. $\frac{a^2}{4}\sqrt{3b^2-a^2}$. D. $\frac{a^2}{12}\sqrt{3b^2-a^2}$.
- Câu 45.** Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a . Khi đó, khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là:
- A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $h = \frac{a}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.
- Câu 46.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , độ dài cạnh đáy là a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.
- A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{8}$. B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$.
- Câu 47.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.
- Câu 48.** Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AC = CD = DB = BA = 2$ và AD, BC thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ bằng
- A. $\frac{32\sqrt{3}}{27}$. B. $\frac{16\sqrt{3}}{27}$. C. $\frac{32\sqrt{3}}{9}$. D. $\frac{16\sqrt{3}}{9}$.
- Câu 49.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích 16cm^2 , diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\text{cm}^2$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.
- A. $V = \frac{32\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{32\sqrt{13}}{3}\text{cm}^3$. C. $V = \frac{32\sqrt{11}}{3}\text{cm}^3$. D. $V = \frac{32\sqrt{15}}{3}\text{cm}^3$.
- Câu 50.** Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:
- A. Giảm đi hai lần. B. Không thay đổi.
C. Tăng lên hai lần. D. Giảm đi ba lần.
- Câu 51.** Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đó bằng:
- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 52.** Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.
- A. Không thay đổi. B. Tăng lên n lần.
C. Tăng lên $n-1$ lần. D. Giảm đi n lần.
- Câu 53.** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng.
- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $4a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 54. Thể tích khối bát diện đều cạnh a là:

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. D. $\sqrt{2}a^3$.

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA = SB = SC = SD = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 56. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h , góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α .

- A. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$. B. $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$. C. $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. D. $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$.

Câu 57. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

- A. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$. B. $V = 5\sqrt{3}$. C. $V = 27\sqrt{3}$. D. $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Câu 58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

- A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = a^3\sqrt{2}$. D. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 59. Thể tích hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{a^3}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Câu 60. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 61. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 62. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là:

- A. $V = \frac{a^3}{6}$. B. $V = \frac{a^3}{9}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{1}{24}a^3$.

Câu 63. Tính thể tích V của hình tứ diện đều có đường cao $h = a$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

- A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$. C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 65. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{6}$. B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. D. $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{2}$.

Câu 66. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích của khối chóp đó là

- A. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$. B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$. C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$. D. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

Câu 67. Tính thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng 2.

- A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi SH là chiều cao của hình chóp, khoảng cách từ trung điểm I của SH đến mặt bên (SBC) bằng b . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

- A. $V = \frac{ab}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}$. B. $V = \frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}$.
C. $V = \frac{ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$. D. $V = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$.

Câu 69. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

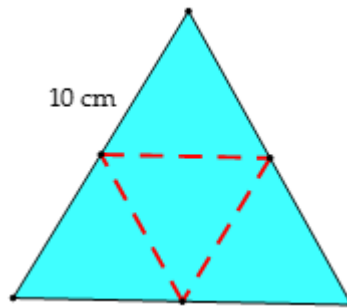
Câu 70. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$. C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$. D. $\sqrt{2}$.

Câu 71. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$. B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$. C. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$. D. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$.

Câu 72. Người ta cắt miếng bìa hình tam giác cạnh bằng 10cm như hình bên và gấp theo các đường kẻ, sau đó dán các mép lại để được hình tứ diện đều. Tính thể tích của khối tứ diện tạo thành.



- A. $V = 250\sqrt{2}\text{cm}^3$. B. $V = \frac{125\sqrt{2}}{12}\text{cm}^3$. C. $V = \frac{1000\sqrt{2}}{3}\text{cm}^3$. D.

$$V = \frac{250\sqrt{2}}{12}\text{cm}^3.$$

Câu 73. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$.

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 74. Thể tích của khối bát diện đều cạnh a là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 75. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Câu 76. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh là S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. B. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$. C. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{3}$. D. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{6}$.

Câu 77. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BD . Lấy điểm không đổi P trên cạnh AB (khác A, B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng

- A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{27\sqrt{2}}{12}$

Câu 78. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là h và bán kính mặt cầu nội tiếp là r ($h > 2r > 0$).

- A. $V = \frac{4r^2h^2}{(h+2r)}$. B. $V = \frac{4r^2h^2}{3(h-2r)}$. C. $V = \frac{3r^2h^2}{4(h-2r)}$. D. $V = \frac{4r^2h^2}{3(h+2r)}$.

Câu 79. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'C'D$ theo a .

- A. $V = \frac{a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 80. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng $2a$ là.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $2a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 81. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi A', B', C' tương ứng là các điểm đối xứng của A, B, C qua S . Thể tích của khối bát diện có các mặt $ABC, A'B'C', A'BC, B'CA, C'AB, AB'C', BA'C', CA'B'$ là

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

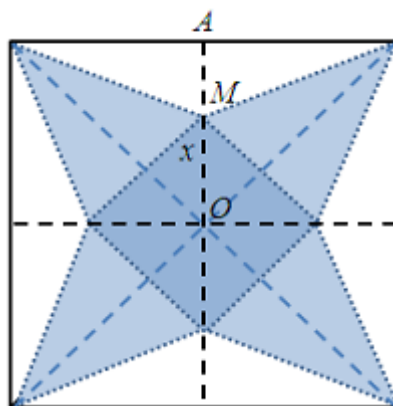
Câu 82. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 83. Cho khối chóp đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích khối chóp đó?

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{26}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{6}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Câu 84. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 cm , $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất



A. $x = 8\text{ cm}$.

B. $x = 6\text{ cm}$.

C. $x = 7\text{ cm}$.

D. $x = 9\text{ cm}$.

Câu 85. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và khoảng cách từ G đến mặt bên (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt bên (SCD) và thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

THỂ TÍCH KHỐI CHÓP ĐỀU

B. LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a , M là trung điểm BC . Thể tích V của khối chóp $M.ABC$ bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{2}$. C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

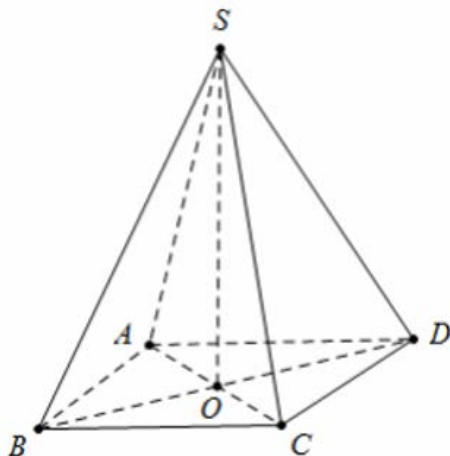
$$\text{Ta có } V_{M.ABC} = \frac{1}{2}V_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}.$$

Câu 2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và cạnh bên tạo với đáy một góc 60° . Thể tích của hình chóp đều đó là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

$$\Rightarrow \widehat{SCO} = 60^\circ \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{SO}{OC} \Rightarrow SO = OC\sqrt{3} = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}$$

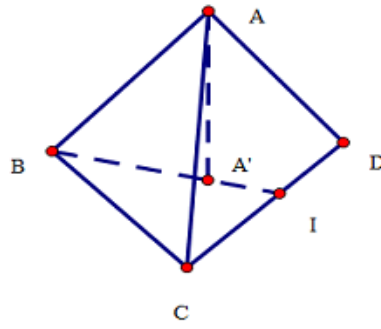
$$\Rightarrow V = \frac{1}{3}a\sqrt{\frac{3}{2}} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 3. Thể tích hình tứ diện đều có cạnh bằng a là:

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{5a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm BA , A' là trọng tâm $\triangle ABC$.

Ta có $BI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $BA' = \frac{2}{3}BI = \frac{a}{\sqrt{3}}$,

diện tích tam giác BCD là $S = \frac{1}{2}CD \cdot AI = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Trong tam giác ABA' vuông tại A' ta có:

$$A'A = \sqrt{AB^2 - A'B^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

Thể tích tứ diện là: $V_x = \frac{1}{3}S_{\triangle ABC} \cdot A'A = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 4. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên gấp hai lần cạnh đáy. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đã cho.

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

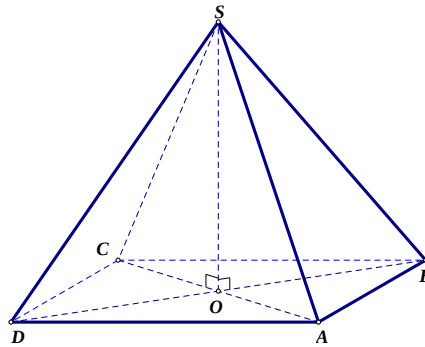
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $AC = a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{14}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{14}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{14}}{6}a^3$.

Câu 5. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

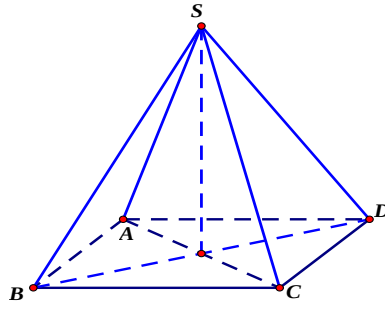
B. $V = \frac{a^3}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi h là chiều cao hình chóp, ta có $h = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot h = \frac{1}{3} a^2 \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} = \frac{a^3\sqrt{10}}{6}.$$

Câu 6. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp đó là:

A. $V = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3$.

B. $V = \frac{\sqrt{2}}{9} a^3$.

C. $V = \frac{2\sqrt{2}}{3} a^3$.

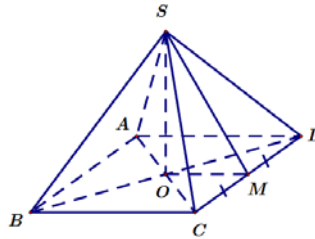
D. $V = \frac{4\sqrt{2}}{3} a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $SM = a\sqrt{3}$. $\triangle SCD$ đều nên $SC = CD = 2a$.

Suy ra: $SO = \frac{AC}{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$.



$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 7. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng $\sqrt{2}a$. Tính thể tích của khối tứ diện đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

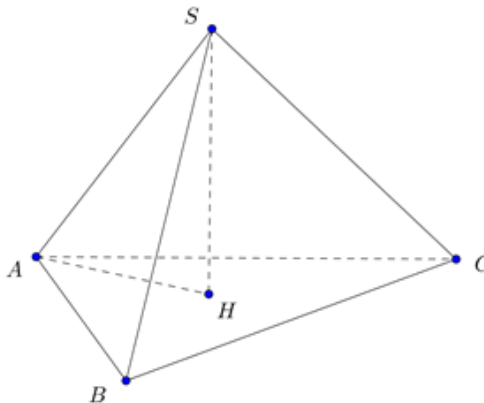
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}; AH = \frac{2}{3} m_a = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{2} a \sqrt{3}}{2} = \frac{a \sqrt{6}}{3}.$$

$$\Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

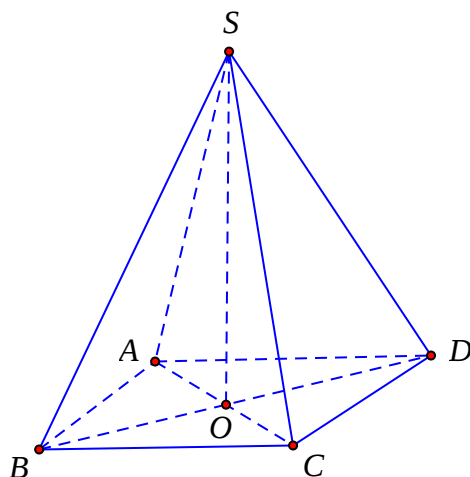
$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 8. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng?

- A. $4a^3\sqrt{3}$. B. $a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$, hình chóp đều $S.ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

Ta có $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD; SA) = d(C; (SAB)) = 2d(O; (SAB))$.

$$\text{Bài ra } d(CD; SA) = a\sqrt{3} \Rightarrow d(O; (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Tứ diện vuông } O.SAB \Rightarrow \frac{1}{h^2} = \frac{1}{OS^2} + \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \text{ với } h = d(O; (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Cạnh } OA = OB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} \Rightarrow \frac{4}{3a^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a^2} \Rightarrow SO = a\sqrt{3}.$$

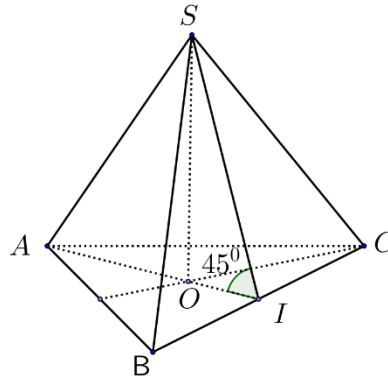
$$\text{Do đó } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 9. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh bên bằng a và các mặt bên hợp với đáy một góc 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{25}$. B. $\frac{a^3\sqrt{5}}{25}$. C. $\frac{a^3}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$.

I là trung điểm của $BC \Rightarrow \widehat{(SBC), (ABC)} = \widehat{SIO} = 45^\circ$.

x là độ dài cạnh của tam giác ABC ($x > 0$).

$$\text{Ta có: } OI = \frac{1}{3}AI = \frac{x\sqrt{3}}{6}; \quad SI = \sqrt{SC^2 - IC^2} = \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}}..$$

$$\text{Trong tam giác } SOI \text{ có: } OI = SI \cos 45^\circ \Rightarrow \frac{x\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{a^2 - \frac{x^2}{4}} \Leftrightarrow 5x^2 = 12a^2 \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{15}a}{5}..$$

$$\text{Suy ra: } SO = OI = \frac{\sqrt{5}}{5}a, \quad S_{\Delta ABC} = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{5}a^2..$$

$$\text{Vậy: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{5}a^2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}a = \frac{a^3\sqrt{15}}{25}..$$

Câu 10. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng nhau, đường cao của một mặt bên là $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{9}$.

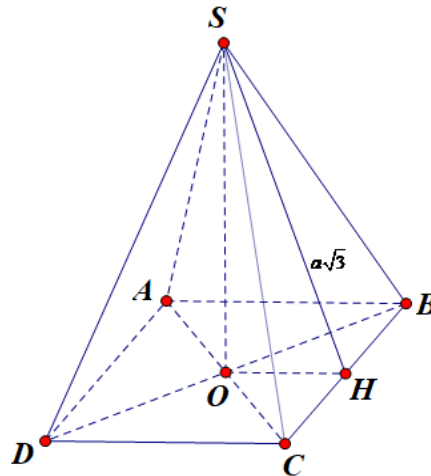
B. $V = 4a^3\sqrt{2}$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi cạnh của hình chóp tứ giác đều là x .

$$\text{Xét tam giác vuông } SCH \text{ ta có } SC^2 - HC^2 = SH^2 \Leftrightarrow x^2 - \frac{x^2}{4} = 3a^2 \Leftrightarrow x = 2a.$$

$$\text{Chiều cao } SO = \sqrt{SH^2 - HO^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$$

Thể tích khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

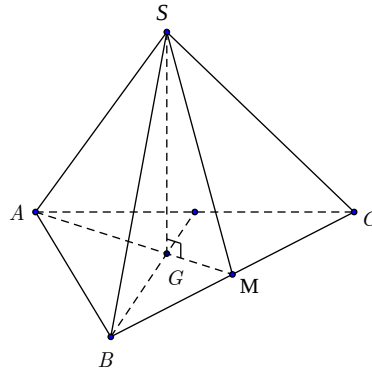
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC , G là trọng tâm $\triangle ABC$.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}..$$

$$GM = \frac{1}{3} \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

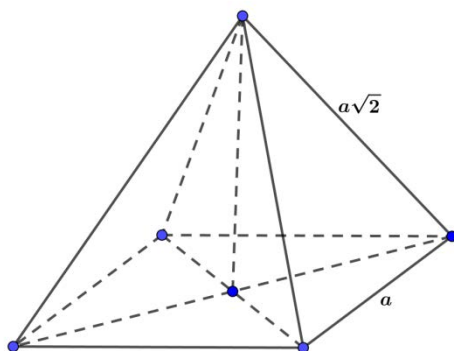
Ta có: góc giữa mặt đáy và mặt bên bằng 60° suy ra $\widehat{SMG} = 60^\circ$. Xét tam giác vuông SGM :

$$\tan \widehat{SMG} = \frac{SG}{GM}..$$

$$\text{Suy ra: } SG = GM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}..$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$$

Câu 12. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ). Thể tích khối chóp là



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

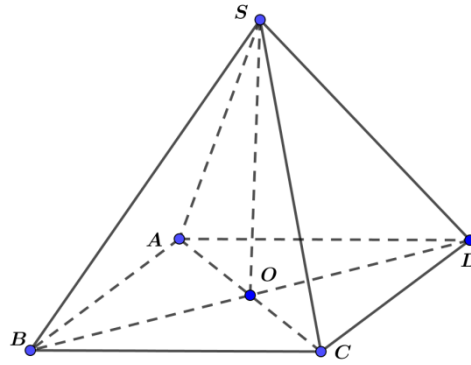
B. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

$$\text{Ta có: } OD = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 13. [Sở GDĐT Lâm Đồng lần 07 - 2017] Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích của (H) bằng:

- A. $\frac{4}{5}a^3$. B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. D. $\frac{4}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$ABCD \text{ hình vuông cạnh } 2a \Rightarrow AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}. SO^2 = SA^2 - AO^2 \Rightarrow SO = a\sqrt{2}.$$

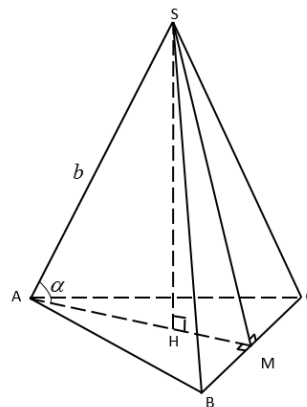
$$V = \frac{1}{3}(2a)^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}a^3.$$

Câu 14. Một hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và cạnh bên tạo với mặt phẳng đáy một góc α . Thể tích của hình chóp đó là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos \alpha \sin \alpha$. B. $\frac{3}{4}b^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha$.
C. $\frac{3}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$. D. $\frac{\sqrt{3}}{4}b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm BC , H là tâm tam giác ABC .

Ta có: $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Xét tam giác } \triangle SHA \text{ vuông tại } H, \text{ ta có: } \begin{cases} SH = SA \sin \alpha = b \sin \alpha \\ AH = SA \cos \alpha = b \cos \alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{3}{2}AH = \frac{3}{2}b \cos \alpha.$$

$$\text{Mà: } AM = \frac{AB\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow AB = \frac{2AM}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \cos \alpha.$$

$$\begin{aligned} V_{SABC} &= \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot b \sin \alpha \cdot \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}b \cos \alpha)^2}{4} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} b^3 \cos^2 \alpha \sin \alpha \end{aligned}$$

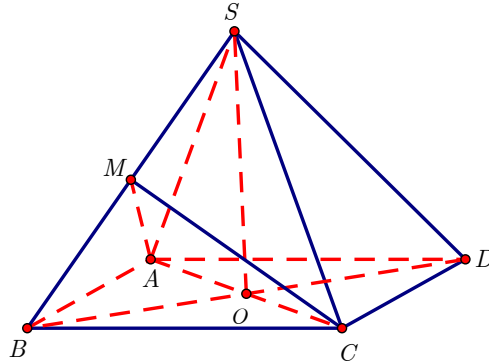
Câu 15. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có thể tích $V = \frac{\sqrt{2}}{6}$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Nếu

$SB \perp SD$ thì khoảng cách từ B đến mặt phẳng (MAC) bằng:

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Giả sử hình chóp có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Khi đó, $BD = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD vuông cân tại S nên $SD = SB = a$ và $SO = \frac{BD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra các tam giác SCD , SAD là các tam giác đều cạnh a và $SD \perp (MAC)$ tại M .

$$\text{Thể tích khối chóp là } V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$$

$$\text{Mà } \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{6} \Rightarrow a = 1$$

Vì O là trung điểm BD nên $d(B, (MAC)) = d(D, (MAC)) = DM = \frac{1}{2}$.

Câu 16. Khối chóp tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a có thể tích bằng:

- A. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Chiều cao của khối chóp là } h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ mà } S_{\text{day}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Do đó thể tích khối chóp là $\frac{1}{3}h.S_{\text{đáy}} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 17. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi.

B. Tăng lên n lần.

C. Tăng lên $n-1$ lần.

D. Giảm đi n lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $V = \frac{1}{3}h.S$, với h là chiều cao, S là diện tích đáy

$$S = \frac{x^2 a}{4 \tan\left(\frac{180^\circ}{a}\right)} \text{ với } x \text{ là độ dài cạnh của đa giác đều, } a \text{ là số đỉnh của đa giác đều.}$$

$$Ycbt \Leftrightarrow V_1 = \frac{1}{3}.nh.\frac{\left(\frac{x}{n}\right)^2 a}{4 \tan\left(\frac{180^\circ}{a}\right)} = \frac{1}{n}.\frac{1}{3}.h.S = \frac{1}{n}.V.$$

Câu 18. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

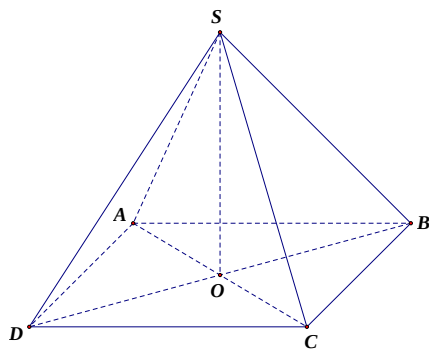
Chọn B

Giả sử cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a .

Diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2$.

$$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp tứ giác đều là: } V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$



Câu 19. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết cạnh bên bằng a là:

A. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{4}$.

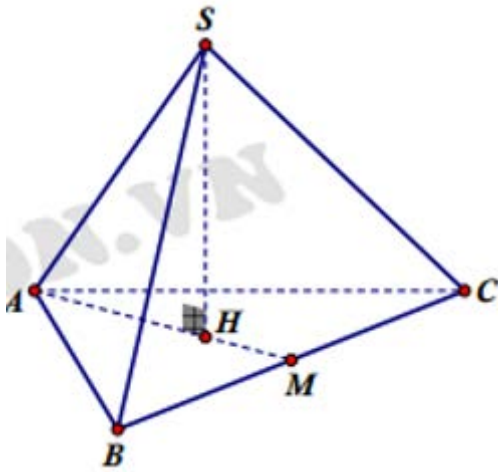
B. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

C. $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V_{S.ABC} = \frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là trọng tâm $\triangle ABC$ đều $\longrightarrow SH \perp (ABC)$.

$$AH = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3} \quad (M \text{ là trung điểm } BC)$$

$$\triangle SAH \text{ vuông tại } H \text{ có } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\triangle ABC \text{ đều cạnh } a \text{ nên } S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với đáy một góc 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

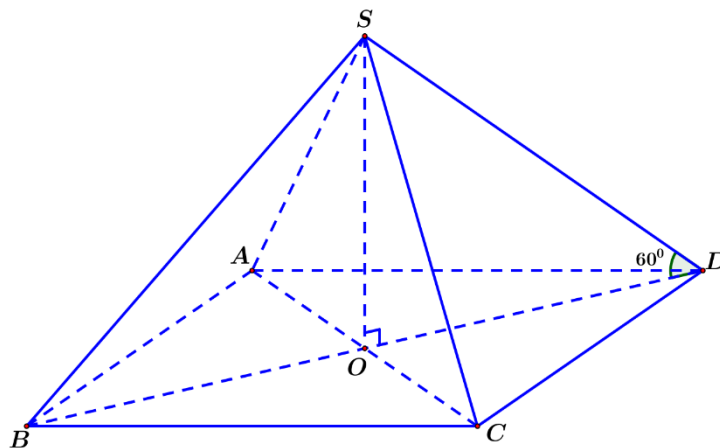
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD$ thì $SO \perp (ABCD)$.

Ta có góc giữa cạnh bên và mặt đáy là góc $\widehat{SDO} = 60^\circ$.

Mà $ABCD$ là hình vuông nên $BD = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD đều nên $SO = BD \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 21. Cho hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a và các mặt bên đều tạo với mặt phẳng đáy một góc 60° . Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$

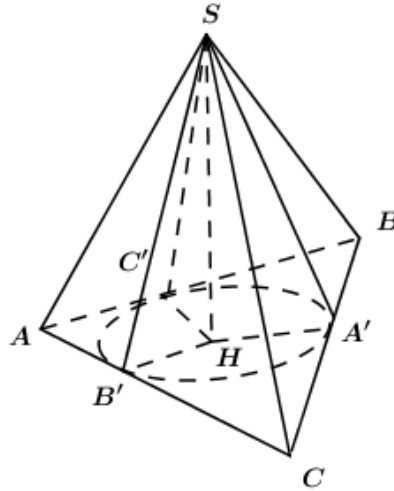
D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi hình chóp tam giác đó là $S.ABC$, kẻ $SH \perp (ABC)$ tại H .

Gọi A', B', C' lần lượt là chân đường cao hạ từ H xuống BC, CA, AB .



Xét $\triangle SHA', \triangle SHB', \triangle SHC'$ đều vuông tại H có SH chung.

$$\widehat{SB'H} = \widehat{SC'H} = \widehat{SA'H} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{HSC'} = \widehat{HSA'} = \widehat{HSB'}.$$

$$\Rightarrow \triangle SHA' = \triangle SHB' = \triangle SHC' \quad (g - g - g) \Rightarrow HA' = HB' = HC'..$$

Do đó H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC .

$$\text{Tam giác } ABC \text{ đều cạnh } a \Rightarrow S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{AB + BC + CA}{2} \cdot HA'.$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3a}{2} HA' \Rightarrow HA' = \frac{\sqrt{3}}{6} a..$$

$$\text{Tam giác } SHA' \text{ vuông tại } H \text{ và } \widehat{HA'S} = 60^\circ \Rightarrow SH = HA' \cdot \tan 60 = \frac{a}{2}..$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{24} a^3..$$

Câu 22. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có chiều cao bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ và cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$ bằng:

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}.$

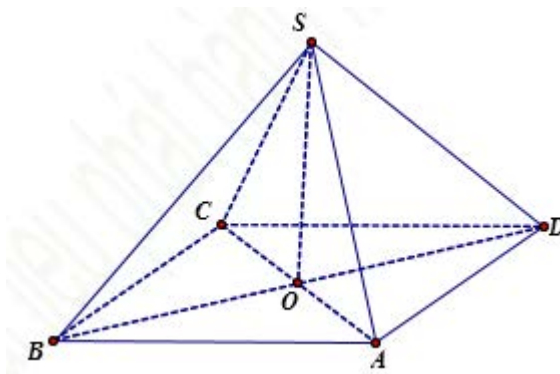
B. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}.$

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}.$

D. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có : $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot (a\sqrt{3})^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 23. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi điểm O là giao điểm của AC và BD . Biết khoảng cách từ O đến SC bằng $\frac{a}{\sqrt{6}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

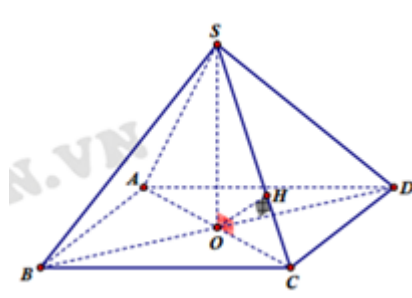
B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



H là hình chiếu của O lên SC nên $OH = \frac{a}{\sqrt{6}}$,

$ABCD$ là hình vuông có $OC = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

ΔSOC vuông tại O có OH là đường cao

$$\longrightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OC^2} \longrightarrow SO = \frac{a}{2}.$$

$$\longrightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3}{12}.$$

Câu 24. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a , góc hợp bởi cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích của hình chóp đã cho.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

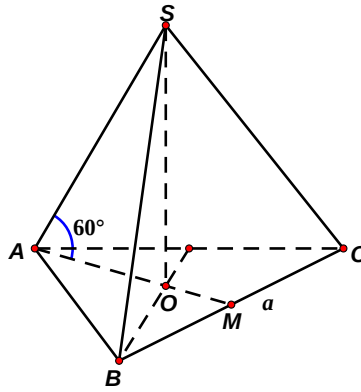
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm của cạnh BC , O là tâm của tam giác đều ABC .
 Hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° , nên $\widehat{SAM} = 60^\circ$.

Ta có: $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích tam giác ABC : $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Xét tam giác SAO vuông tại O có: $SO = AO \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$.

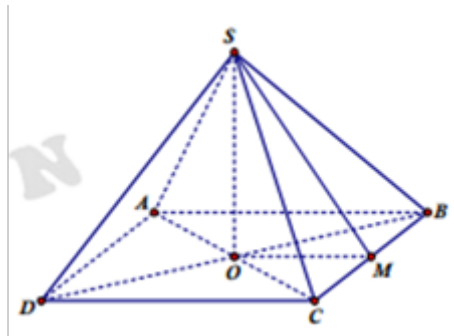
Thể tích khối chóp tam giác đều $S.ABC$: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 25. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45° .
 Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. D. $V = a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của $BC \longrightarrow OM \perp BC$ mà $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM)$
 $\longrightarrow BC \perp SM$.

$BC = (SBC) \cap (ABCD) \rightarrow \text{Góc} [(SBC), (ABCD)] = \widehat{SMO} = 45^\circ$

Do hình chóp đều nên đáy $ABCD$ là hình vuông có $AD = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$

ΔSOM vuông tại O có $\widehat{SMO} = 45^\circ$ nên $SO = OM = \frac{1}{2}AD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3}(a\sqrt{2})^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 26. Khối chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ có thể tích bằng:

A. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$.

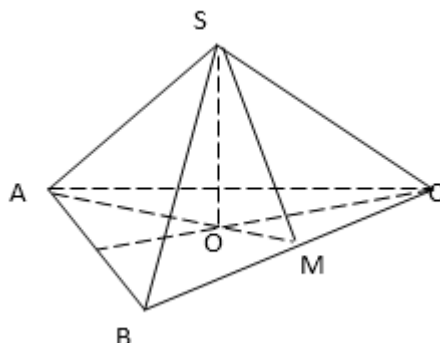
B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

D. $V = \frac{1}{3}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C



$$ABC \text{ đều cạnh } a \Rightarrow AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$SO^2 = SA^2 - AO^2 = 3a^2 - \frac{a^2}{3} = \frac{8a^2}{3}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} a \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a \Leftrightarrow V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3.$$

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

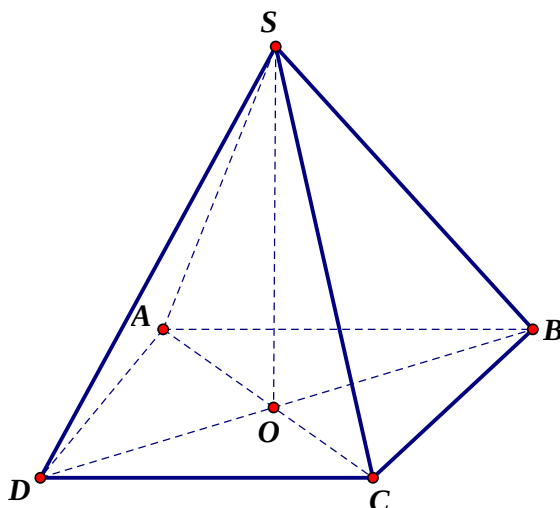
B. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{2}$.

C. $V = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



$$\text{Ta có: } SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}a}{2}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{\sqrt{14}a}{2} = \frac{\sqrt{14}a^3}{6}.$$

Câu 28. Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích hình chóp đó.

A. $2\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 4.

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Ta có diện tích tam giác đều cạnh 2 là $S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot 4 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

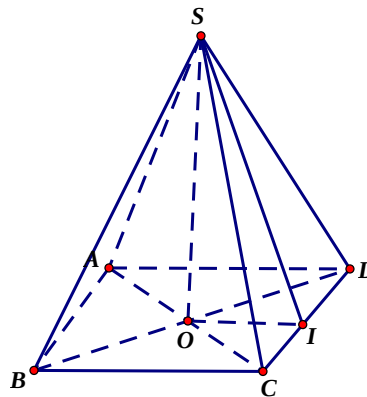
Câu 29.] Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x . Diện tích xung quanh gấp đôi diện tích đáy. Khi đó thể tích của khối chóp bằng:

A. $\frac{x^3 \cdot \sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{x^3 \cdot \sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{x^3 \cdot \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{x^3 \cdot \sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải:**Chọn D**

$$S_{ABCD} = x^2; S_{xq} = 4 \cdot S_{SCD} = 2SI \cdot x.$$

Theo yêu cầu bài toán.

$$2SI \cdot x = x^2 \Leftrightarrow SI = x.$$

$$SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}} = x \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot x \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x^2 = \frac{x^3 \cdot \sqrt{3}}{6}.$$

Câu 30. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB, BC . Tính thể tích khối chóp $ABCNM$. Biết mặt phẳng (AMN) vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

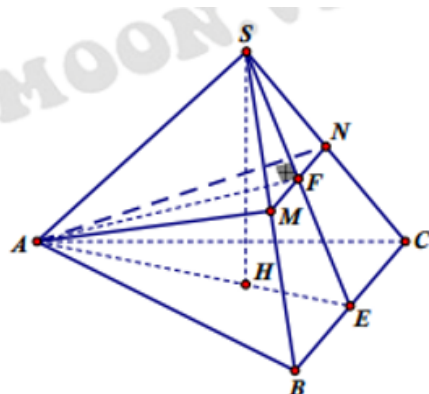
A. $\frac{3a^3 \sqrt{15}}{48}$.

B. $\frac{a^3 \sqrt{15}}{32}$.

C. $\frac{3a^3 \sqrt{15}}{32}$.

D. $\frac{3a^3 \sqrt{15}}{16}$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**



E là trung điểm BC nên $CB \perp AE, CB \perp SH$

$\longrightarrow CB \perp (SAE) \rightarrow CB \perp SE$.

SE vừa là trung tuyến vừa là đường cao nên $\triangle SBC$ cân tại S

F là giao điểm của MN với $SE \longrightarrow SF \perp MN, SF = \frac{1}{2}SE$.

Giả thiết $\begin{cases} (AMN) \perp (SBC) \\ (AMN) \cap (SBC) = MN \end{cases} \xrightarrow{SF \perp MN} SF \perp (AMN)$

$\rightarrow SE \perp AF$ và $SF = \frac{1}{2}SE$ nên $\triangle SAE$ cân tại $A \rightarrow AE = AS = \frac{3a}{2}$

$$AH = \frac{2}{3}AE = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a}{2} = a \longrightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3} \cdot \left(a\sqrt{3}\right)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} = \frac{a^3\sqrt{15}}{8}.$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{4} \longrightarrow V_{S.AMN} = \frac{a^3\sqrt{15}}{32}.$$

$$\text{Vậy } V = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = \frac{3a^3\sqrt{15}}{32}.$$

Câu 31. Người ta gọt một khối lập phương gỗ để lấy khối tám mặt đều nội tiếp nó (tức là khối có các đỉnh là các tâm của các mặt khối lập phương). Biết các cạnh của khối lập phương bằng a . Hãy tính thể tích của khối tám mặt đều đó:

A. $\frac{a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3}{6}$.

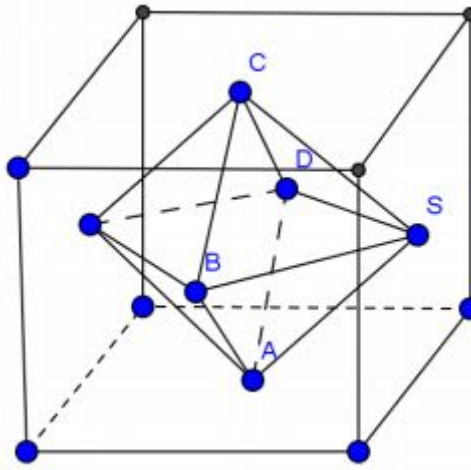
C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựng được hình như hình bên.



+ Thấy được thể tích cần tính bằng 2 lần thể tích của hình chóp $S.ABCD$.

+ Nhiệm vụ bây giờ đi tìm thể tích của $S.ABCD$.

+ $ABCD$ là hình vuông có tâm O đồng thời chính là hình chiếu của S lên mặt đáy.

$SO = \frac{a}{2}$; $BD = a$ (cạnh của hình lập phương). Suy ra các cạnh của hình vuông $ABCD = \frac{\sqrt{2}}{2}a$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) a^3 = \frac{a^3}{12}.$$

$$V_{\text{khối đa diện}} = 2 \cdot V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 32. Cho (H) là khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích của (H) bằng.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

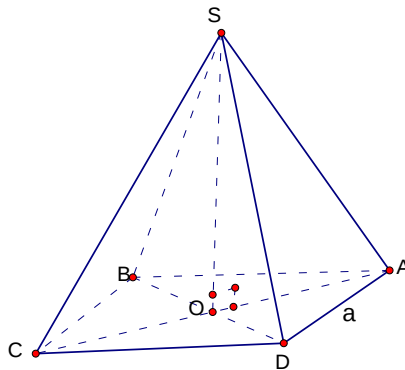
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B



Tính diện tích $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2$.

Xác định chiều cao:

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO$ là chiều cao của khối chóp.

$$\Delta SOA \text{ vuông tại } O \text{ cho ta } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = a\sqrt{\frac{1}{2}}.$$

$$\text{Vậy: } V_{SABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 33. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$.

C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$.

D. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi h là đường cao của hình chóp ta có $h = \frac{a}{2} \tan \alpha$, $S_{\text{day}} = a^2$

Vậy $V = \frac{1}{3} h \cdot S_{\text{day}} = \frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

Câu 34. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2\sqrt{6}}{9} a^3$.

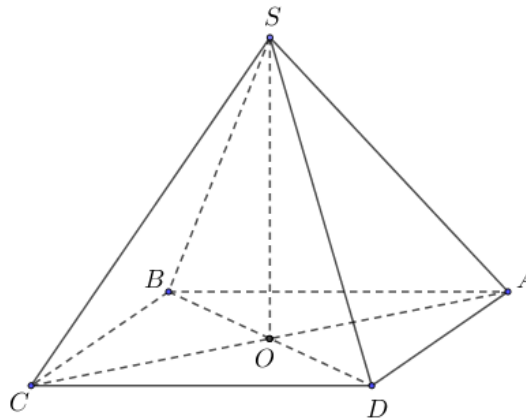
B. $V = \frac{\sqrt{10}}{6} a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{11}}{6} a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{3a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$$

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{10}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{10}}{6} a^3$.

Câu 35. Thể tích của chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

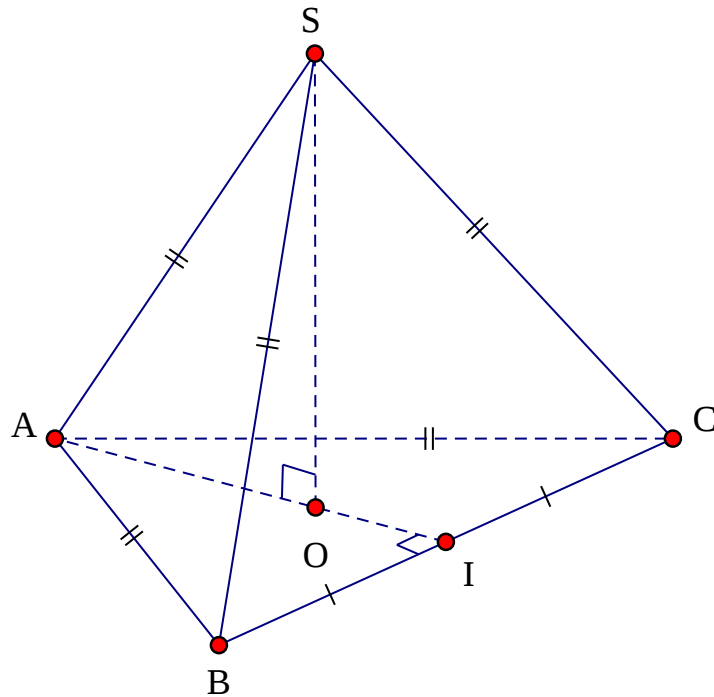
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Theo tư luận



Gọi O là tâm mặt đáy (ABC) và I là trung điểm cạnh BC .

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SO \perp (ABC)$.

ΔSAO vuông tại O có:

$$AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp cần tìm là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SO.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Cách 2: Tính bằng công thức tính nhanh.

Hình chóp tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là hình tứ diện đều cạnh a .

$$\Rightarrow V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 36. Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng cạnh bên bằng $2a$. Tính thể tích khối chóp đã cho.

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

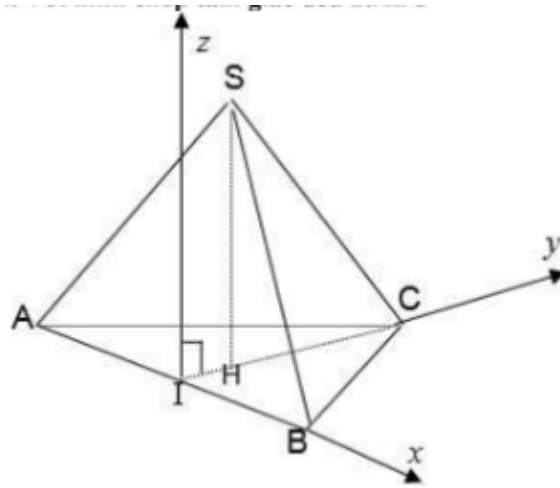
Gọi khối chóp đó là $S.ABCD$ có tâm O . Vẽ hình nhanh ta thấy $OA = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$.

$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = a\sqrt{2} \longrightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3} \cdot 4a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 37. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có $SA=1$. Gọi D, E lần lượt là trung điểm của hai cạnh SA, SC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$, biết đường thẳng BD vuông góc với đường thẳng AE .

- A. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{2}}{12}$ B. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{54}$ C. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{12}}{4}$ D. $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{21}}{18}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử cạnh đáy có độ dài a ; $SH = h$. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có:

$$I(0;0;0); A\left(-\frac{a}{2};0;0\right); B\left(\frac{a}{2};0;0\right); C\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};0\right); S\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{6};h\right); D\left(-\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{3}}{12};\frac{h}{2}\right); E\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{3};\frac{h}{2}\right).$$

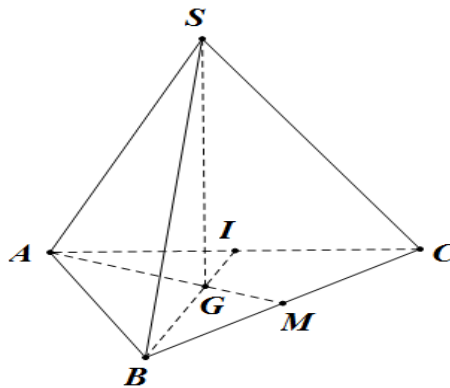
$$\text{Lại có } BD \perp AE \Leftrightarrow \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AE} = 0 \Rightarrow a = h\sqrt{\frac{6}{7}} = \sqrt{\frac{3-a^2}{3} \cdot \frac{6}{7}} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \frac{\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{21}}{54}.$$

Câu 38. Tính thể tích khối tứ diện đều có cạnh a .

- A. a^3 . B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Ta có:

$$\text{Vậy: } V_{SABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều có cạnh a bằng: $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 39. Trong tất cả các khối chóp tứ giác đều ngoại tiếp mặt cầu bán kính bằng a , thể tích V của khối chóp có thể tích nhỏ nhất.

A. $V = \frac{32a^3}{3}$.

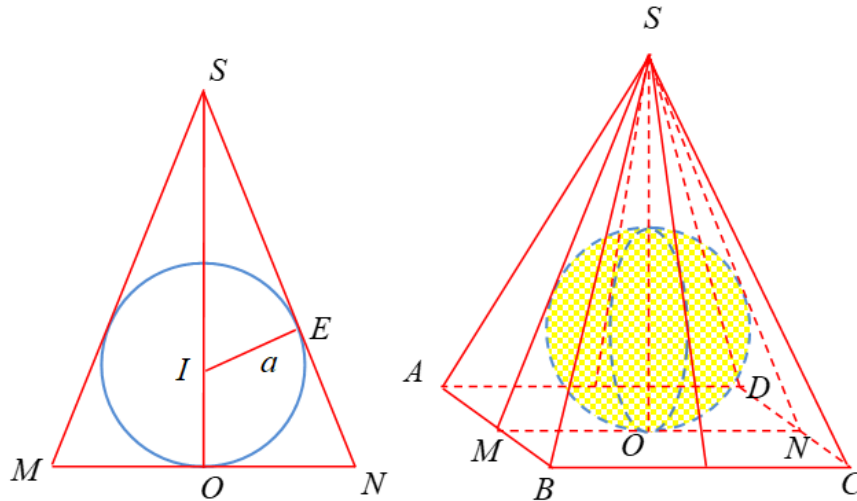
B. $V = \frac{10a^3}{3}$.

C. $V = 2a^3$.

D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử $SO = x$ ta có: $SI = x - a$; $SE = \sqrt{(x - a)^2 - a^2} = \sqrt{x^2 - 2ax}$

Xét $\triangle SEI \sim \triangle SON$ ta có: $\frac{SE}{SO} = \frac{IE}{NO} \Rightarrow NO = \frac{IE \cdot SO}{SE} = \frac{ax}{\sqrt{x^2 - 2ax}}$

Thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}x \cdot \left(\frac{2ax}{\sqrt{x^2 - 2ax}} \right)^2 = \frac{4a^2x^2}{3(x - 2a)}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2}{x - 2a}$ ($0 < 2a < x$)

$f'(x) = \frac{x^2 - 4ax}{(x - 2a)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4a$ (do $0 < 2a < x$)

Bảng biến thiên

x	$2a$	$4a$	$+\infty$
$f'(x)$		0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$8a$	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích là: $V = \frac{32a^3}{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích khối chóp $S.ABC$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

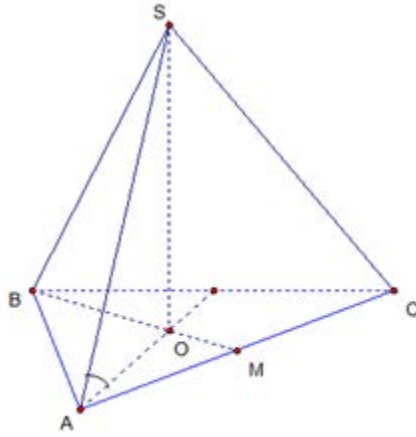
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3}{8}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O trọng tâm tam giác E , khi đó $SO \perp (ABC)$.

Ta có: $AO = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SO = a$.

Suy ra: $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 41. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có $AB = a$, cạnh bên $SA = a\frac{\sqrt{6}}{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

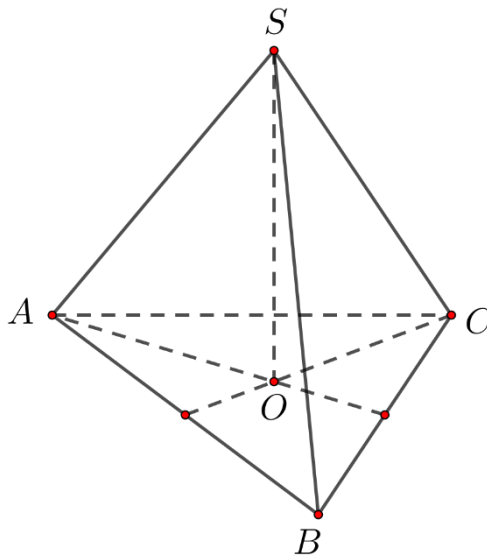
B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{a^3}{24}$.

D. $V = \frac{a^3}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là tâm của tam giác đều ABC khi đó $AO = \frac{2}{3}a\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Vì SO là đường cao của khối chóp nên $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{\left(a\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2 - \left(a\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Diện tích $S_{\triangle ABC} = a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$, suy ra thể tích $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}a^2\frac{\sqrt{3}}{4}a\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{12}$.

Câu 42. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi SH là đường cao của hình chóp. Khoảng cách từ trung điểm của SH đến (SBC) bằng b . Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$.

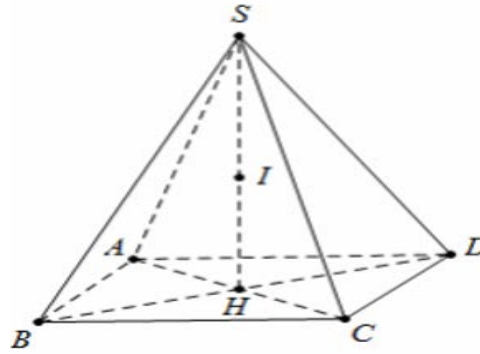
B. $\frac{a^3b}{3\sqrt{a^2-16b^2}}$.

C. $\frac{2a^3b}{\sqrt{a^2-16b^2}}$.

D. $\frac{2ab}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Hình chóp tứ giác đều $H = AC \cap BD$ và tứ giác $ABCD$ là hình vuông. Gọi I là trung điểm của cạnh SH

$$\Rightarrow d(H, (SBC)) = 2d(I, (SBC)) = 2b$$

$$\text{Tứ diện vuông } SHBC \Rightarrow \frac{1}{(2b)^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HB^2} + \frac{1}{HC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{4b^2} - \frac{1}{\frac{a^2}{2}} - \frac{1}{\frac{a^2}{2}} = \frac{1}{4b^2} - \frac{4}{a^2} = \frac{a^2 - 16b^2}{4a^2b^2}$$

$$\Rightarrow SH = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}} \cdot a^2 = \frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}.$$

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD . Cho biết MN tạo với mặt đáy một góc bằng 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{15}}{5}$.

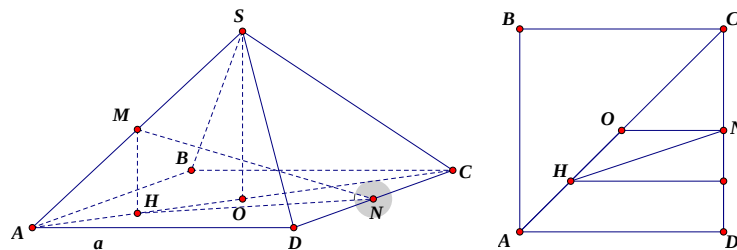
B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{18}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{5}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Gọi $O = AC \cap BD$, ta có $SO \perp (ABCD)$.

Gọi H là trung điểm OA , ta có $MH \parallel SO \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Do đó $(MN, (ABCD)) = (MN, NH) = \widehat{MNH} = 30^\circ$.

$$\text{Ta có: } NH^2 = \left(\frac{3}{4}AD\right)^2 + \left(\frac{1}{4}CD\right)^2 = \frac{5}{8}a^2 \Rightarrow NH = \frac{a\sqrt{10}}{4}.$$

$$\tan \widehat{MNH} = \frac{MH}{NH} = \frac{MH}{\frac{a\sqrt{10}}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{30}}{12}.$$

$$\text{Mặt khác: } SO = 2MH = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABCD \text{ là: } V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot \frac{a\sqrt{30}}{6} = \frac{a^3\sqrt{30}}{18}.$$

- Câu 44.** Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a và cạnh bên bằng b . Thể tích của khối chóp là
- A. $\frac{a^2}{6}\sqrt{3b^2 - a^2}$. B. $a^2\sqrt{3b^2 - a^2}$. C. $\frac{a^2}{4}\sqrt{3b^2 - a^2}$. D. $\frac{a^2}{12}\sqrt{3b^2 - a^2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều và G là trọng tâm tam giác ABC . Khi đó $SG \perp (ABC)$

$$\text{và } AB = a, SB = b, AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{\frac{3b^2 - a^2}{3}} = \frac{a^2}{12}\sqrt{3b^2 - a^2}.$$

- Câu 45.** Cho hình chóp tứ giác đều có độ dài cạnh bên và cạnh đáy cùng bằng a . Khi đó, khoảng cách h giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (SBC) là:

A. $h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$. B. $h = \frac{a}{2}$. C. $h = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $h = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

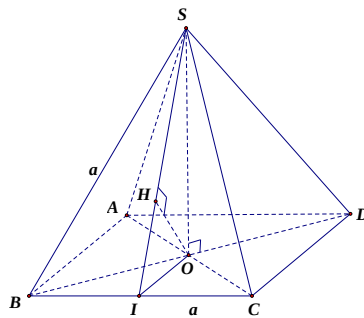
Hướng dẫn giải:

Chọn A

$d(AD, (SBC)) = d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.

$$\text{Gọi } I \text{ là trung điểm } BC \Rightarrow \begin{cases} BC \perp OI \\ BC \perp SO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SOI) \Rightarrow (SBC) \perp (SOI).$$

Ta có $(SBC) \cap (SOI) = SI$, kẻ $OH \perp SI$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH$.



$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$OH = \frac{SO \cdot OI}{\sqrt{SO^2 + OI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a}{2}}{\sqrt{\frac{2a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

$$d(AD, (SBC)) = 2OH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 46. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ đỉnh S , độ dài cạnh đáy là a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi I là trung điểm của cạnh BC . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABI$.

A. $\frac{a^3\sqrt{11}}{8}$.

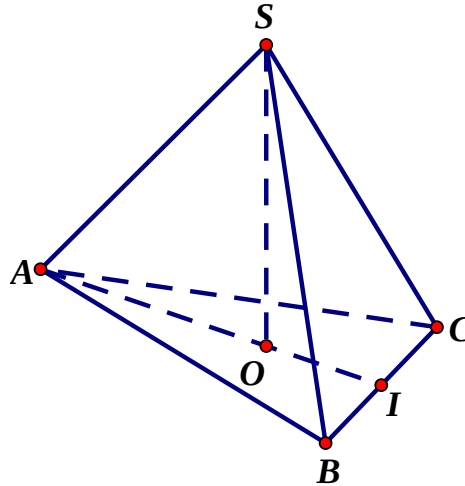
B. $\frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{11}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi O là hình chiếu của S lên (ABC) ta có: $SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{3} S_{\triangle ABI} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{33}}{3} = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}.$$

Câu 47. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$.

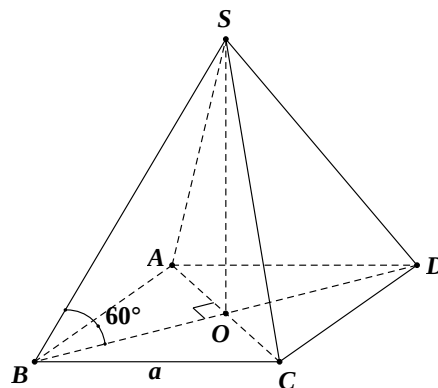
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $\widehat{SBO} = 60^\circ$.

$$SO = OB \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

$$S_{ABCD} = a^2$$

$$\text{Suy ra } V_{SABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

Câu 48. Xét tứ diện $ABCD$ có các cạnh $AC = CD = DB = BA = 2$ và AD, BC thay đổi. Giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}}{27}$.

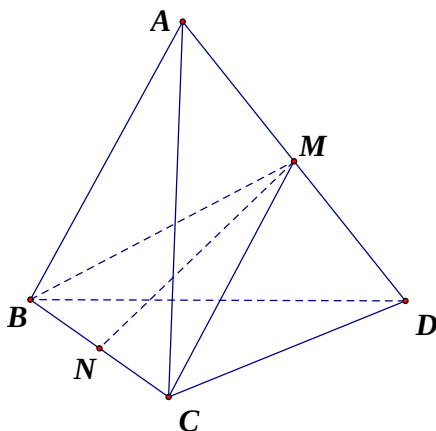
B. $\frac{16\sqrt{3}}{27}$.

C. $\frac{32\sqrt{3}}{9}$.

D. $\frac{16\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC .

Theo giả thiết ta có: ABD và ACD là các tam giác cân có M là trung điểm của AD nên $BM \perp AD$ và $CM \perp AD \Rightarrow AD \perp (BMC)$. Và có $BM = CM \Rightarrow \triangle MBC$ cân tại M .

Trong tam giác $\triangle MBC$ có MN vừa là đường cao vừa là trung tuyến nên $MN^2 = MB^2 - \frac{BC^2}{4}$

$$\Leftrightarrow MN^2 = AB^2 - \frac{AD^2}{4} - \frac{BC^2}{4} \Leftrightarrow MN = \sqrt{4 - \frac{AD^2 + BC^2}{4}}.$$

Khi đó diện tích tam giác $\triangle MBC$ là: $S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2}MN \cdot BC = \frac{1}{2}BC \cdot \sqrt{4 - \frac{AD^2 + BC^2}{4}}$

Thể tích tứ diện $ABCD$ là: $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot AD \cdot S_{\triangle MBC} = \frac{1}{3} \cdot BC \cdot AD \cdot \sqrt{4 - \frac{AD^2 + BC^2}{4}}$.

Đặt $AD = x, BC = y$ ta có: $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot y \cdot \sqrt{4 - \frac{x^2 + y^2}{4}}$.

Ta có: $x^2 + y^2 \geq 2xy \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{4} \geq \frac{xy}{2} \Leftrightarrow -\frac{x^2 + y^2}{4} \leq -\frac{xy}{2}$.

Do đó: $V_{ABCD} \leq \frac{1}{3} \cdot x \cdot y \cdot \sqrt{4 - \frac{xy}{2}} \Leftrightarrow V_{ABCD} \leq \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{(xy)^2 (8 - xy)}$. Dấu bằng xảy ra khi $x = y$.

Ta lại có: $(xy)^2 (8 - xy) = 4 \cdot \frac{xy}{2} \cdot \frac{xy}{2} \cdot (8 - xy) \leq 4 \cdot \left(\frac{\frac{xy}{2} + \frac{xy}{2} + 8 - xy}{3} \right)^3 = \frac{4 \cdot 8^3}{27}$.

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{xy}{2} = 8 - xy \Leftrightarrow xy = \frac{16}{3} \Leftrightarrow x = y = \frac{4}{\sqrt{3}}$.

Vậy giá trị lớn nhất của thể tích tứ diện $ABCD$ là: tập xác định $\max V_{ABCD} = \frac{\sqrt{2}}{6} \sqrt{\frac{4 \cdot 8^3}{27}} = \frac{32\sqrt{3}}{27}$.

Câu 49. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy $ABCD$ có diện tích 16cm^2 , diện tích một mặt bên là $8\sqrt{3}\text{cm}^2$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$.

B. $V = \frac{32\sqrt{13}}{3} \text{ cm}^3$.

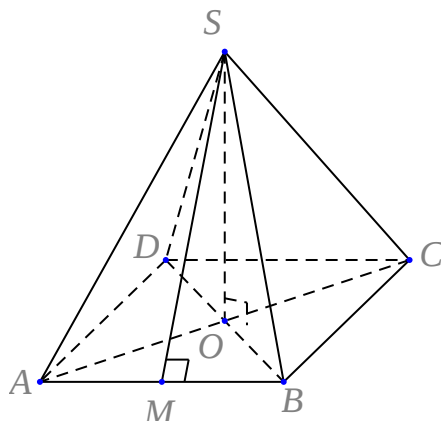
C. $V = \frac{32\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3$.

D.

$V = \frac{32\sqrt{15}}{3} \text{ cm}^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $S_{ABCD} = AB^2 = 16 \text{ cm}^2 \Rightarrow AB = 4 \text{ cm} \Rightarrow AO = 2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Gọi M là trung điểm của AB. Khi đó $SM \perp AB$.

$$S_{SAB} = \frac{1}{2} SM \cdot AB = 8\sqrt{3} \text{ cm}^2 \Rightarrow SM = 4\sqrt{3} \text{ cm}.$$

$$SA = \sqrt{SM^2 + AM^2} = 2\sqrt{13} \text{ cm}. \quad SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = 2\sqrt{11} \text{ cm}.$$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 2\sqrt{11} = \frac{32\sqrt{11}}{3} \text{ cm}^3.$$

Câu 50. Cho khối chóp tam giác đều. Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần và giảm chiều cao đi bốn lần thì thể tích của khối chóp đó sẽ:

A. Giảm đi hai lần.

B. Không thay đổi.

C. Tăng lên hai lần.

D. Giảm đi ba lần.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nếu tăng cạnh đáy lên hai lần thì diện tích đáy tăng bốn lần. Vì giảm chiều cao đi bốn lần nên thể tích khối chóp không thay đổi.

Câu 51. Hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Thể tích khối chóp đó bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

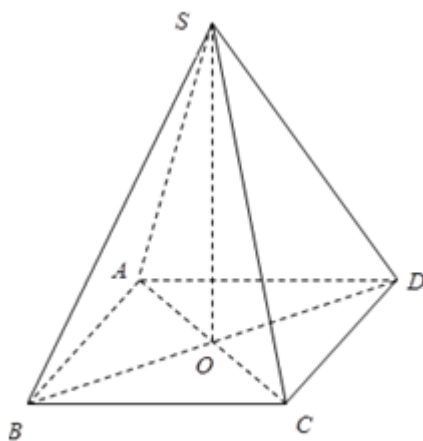
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, khi đó $SO \perp (ABCD)$.

Ta có: $AO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra: $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó: $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 52. Khi chiều cao của một hình chóp đều tăng lên n lần nhưng mỗi cạnh đáy giảm đi n lần thì thể tích của nó.

A. Không thay đổi.

B. Tăng lên n lần.

C. Tăng lên $n-1$ lần.

D. Giảm đi n lần.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot S$, với h là chiều cao, S là diện tích đáy

$$S = \frac{x^2 a}{4 \tan\left(\frac{180^\circ}{a}\right)}$$

với x là độ dài cạnh của đa giác đều, a là số đỉnh của đa giác đều.

$$Ycbt \Leftrightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot nh \cdot \frac{\left(\frac{x}{n}\right)^2 a}{4 \tan\left(\frac{180^\circ}{a}\right)} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{3} \cdot h \cdot S = \frac{1}{n} \cdot V.$$

Câu 53. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy bằng $2a$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp đều $S.ABCD$ bằng.

A. $a^3\sqrt{3}$.

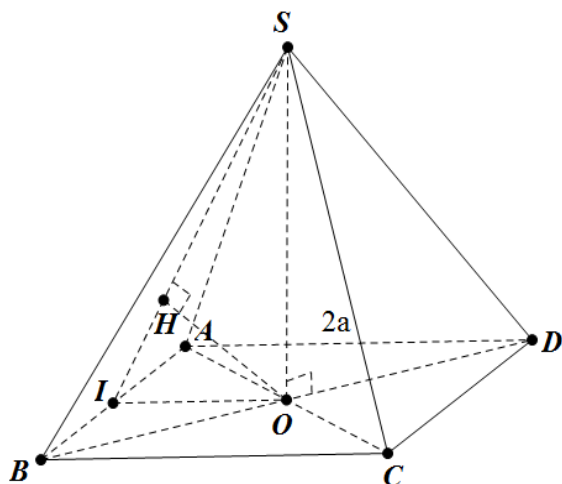
B. $4a^3\sqrt{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$.

Suy ra $d(CD; AB) = d(CD; (SAB)) = d(C; (SAB)) = 2d(O; (SAB)) \Rightarrow d(O; (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB $\Rightarrow SI \perp AB$ (tam giác SAB cân tại S).

Dựng $OH \perp SI$ (với $H \in SI$). Khi đó ta có:

$$\begin{cases} OH \perp AB \text{ (} AB \perp (SOI) \text{)} \\ OH \perp SI \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O; (SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Tam giác SOI vuông tại O ta có:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow SO = \frac{OH \cdot OI}{\sqrt{OI^2 - OH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a}{\sqrt{a^2 - \frac{3a^2}{4}}} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot 4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 54. Thể tích khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{\sqrt{2}}{3} a^3$.

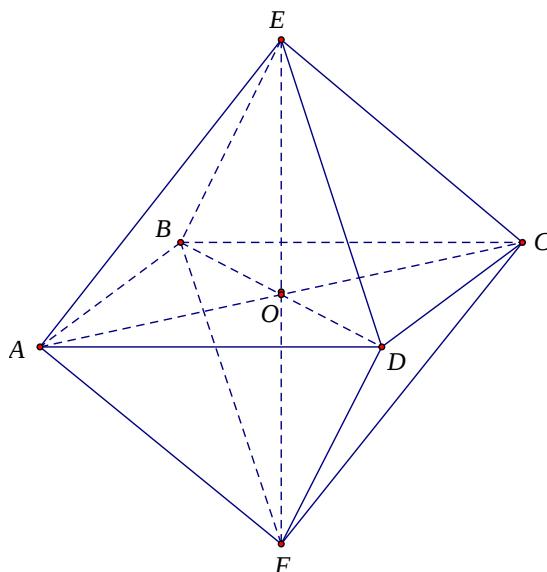
B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

D. $\sqrt{2}a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì hình bát diện $ABCDEF$ có các cạnh bằng $a \Rightarrow EF = a\sqrt{2}$.

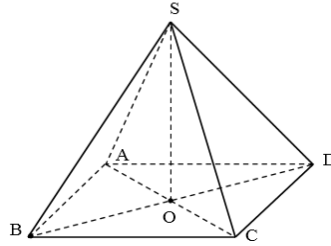
$$\text{Khi đó } V_{ABCDEF} = 2V_{E.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot EO \cdot S_{ABCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3.$$

Câu 55. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{3}$ và $SA = SB = SC = SD = \sqrt{2}a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$?

- A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Có: $S_{ABCD} = AB^2 = (a\sqrt{3})^2 = 3a^2$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vì $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{2a^2 - \frac{3a^2}{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot 3a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 56. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h , góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α .

- A. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$. B. $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$. C. $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. D. $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$.

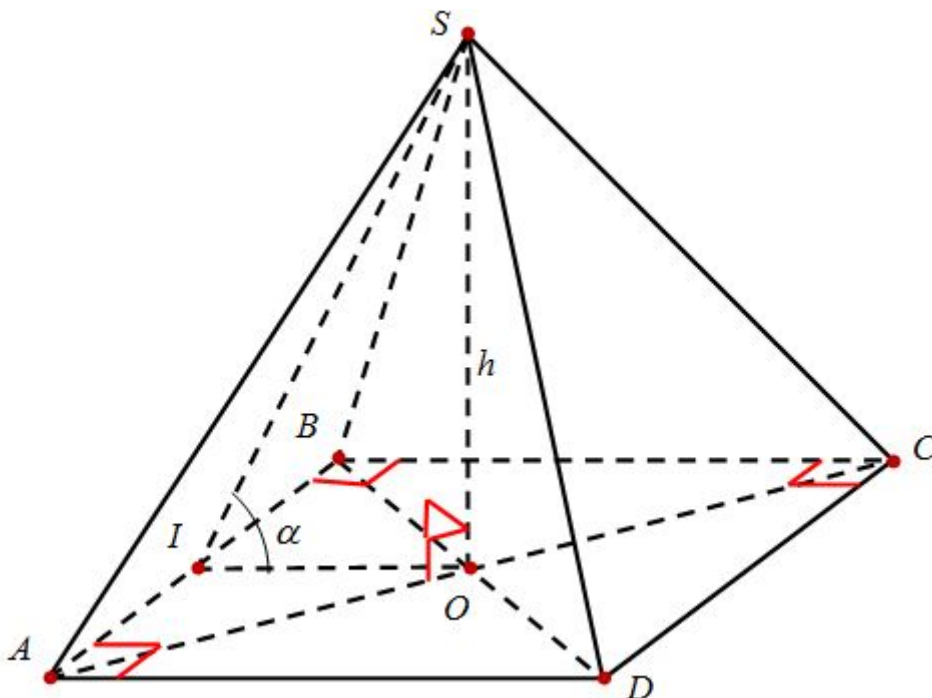
Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi O là tâm của đáy. Do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$, các cạnh bên bằng nhau và đáy là hình vuông. Gọi I là trung điểm của AB , ta có $SI \perp AB$ suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SIO} = \alpha$.

Ta có: $OI = \frac{SO}{\tan SIO} = \frac{h}{\tan \alpha}$ suy ra $AD = 2OI = \frac{2h}{\tan \alpha}$. Vậy thể tích hình chóp $S.ABCD$:

$$V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot h \cdot \left(\frac{2h}{\tan \alpha} \right)^2 = \frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}.$$



Câu 57. Cho tứ diện đều $ABCD$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng 6. Tính thể tích V của tứ diện $ABCD$.

A. $V = \frac{9\sqrt{3}}{2}$.

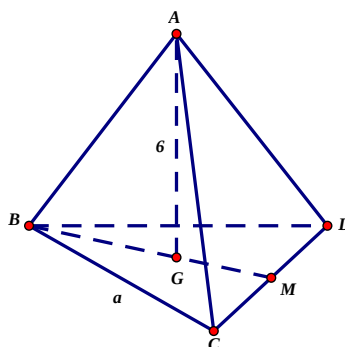
B. $V = 5\sqrt{3}$.

C. $V = 27\sqrt{3}$.

D. $V = \frac{27\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A



Gọi cạnh của tứ diện đều $ABCD$ là a .

Gọi M là trung điểm cạnh CD và G là trọng tâm tam giác BCD .

$$\text{Ta có } AG^2 + BG^2 = AB^2 \Leftrightarrow 6^2 + \left(\frac{2}{3}BM^2\right) = a^2 \Leftrightarrow 36 + \left(\frac{2}{3} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = a^2 \Rightarrow a = 3.$$

$$\text{Khi đó } S_{\triangle BCD} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Thể tích của tứ diện } ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}S_{\triangle BCD} \cdot AG = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 6 = \frac{9\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, mặt bên (SBC) tạo với đáy $(ABCD)$ một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$?

A. $V = \frac{a^3}{2}$.

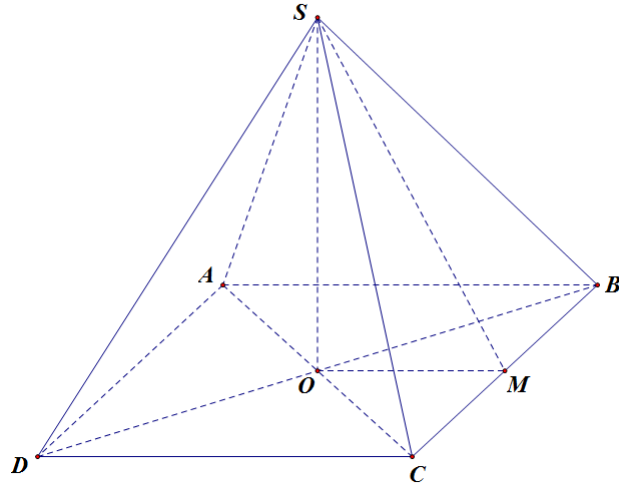
B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $V = a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $ABCD$ là hình vuông nên $AC = AB\sqrt{2} \Rightarrow AB = \frac{AC}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Gọi M là trung điểm BC

Ta có góc giữa mặt bên (SBC) và đáy chính là góc giữa SM và MO hay $\widehat{SMO} = 45^\circ$.

Do đó $\triangle SOM$ vuông cân tại $O \Rightarrow SO = OM = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ngoài ra $S_{ABCD} = AB^2 = 2a^2$.

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot 2a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 59. Thể tích hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

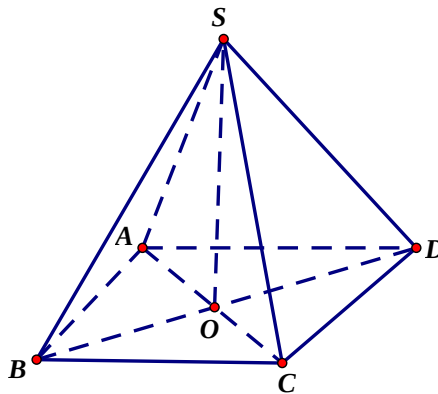
B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{a^3}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Hướng dẫn giải

Chọn D



$$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{2}}{2}; SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}.$$

Câu 60. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $a\sqrt{2}$ và độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

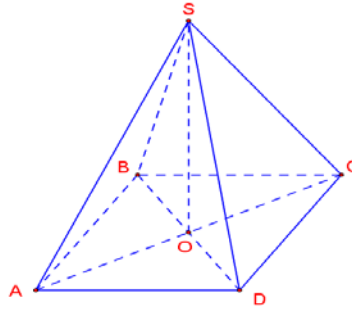
B. $\frac{10a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{10a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C



Ta có $BO = \sqrt{SA^2 - SO^2} = 2a$. Vậy $BD = 4a$, suy ra $AB = 2a\sqrt{2}$.

Vậy $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}AB^2.SO = \frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 61. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

B. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

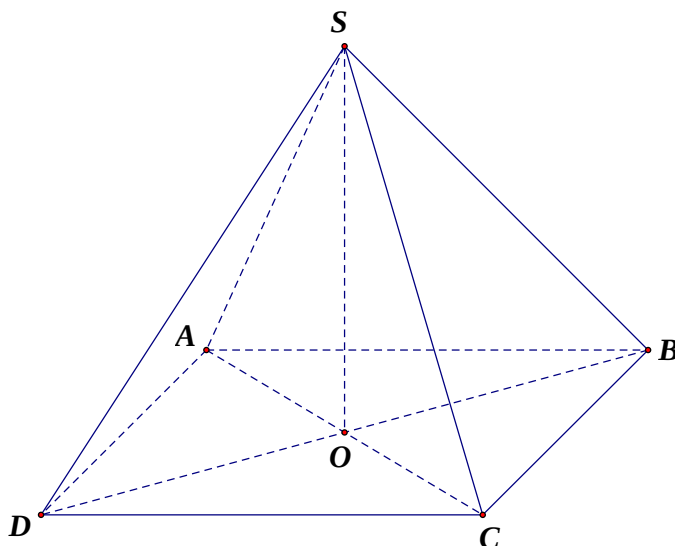
Chọn A

Giả sử cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a .

Diện tích đáy $ABCD$: $S_{ABCD} = a^2$.

$AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp tứ giác đều là: $V = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.a^2.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.



Câu 62. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và mặt bên tạo với đáy một góc 45° . Thể tích V khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $V = \frac{a^3}{6}$.

B. $V = \frac{a^3}{9}$.

C. $V = \frac{a^3}{2}$.

D. $V = \frac{1}{24}a^3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $(ABCD)$, M là trung điểm của BC .

$$\widehat{SMH} = 45^\circ \Rightarrow SH = HM = \frac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{a^3}{6}.$$

Câu 63. Tính thể tích V của hình tứ diện đều có đường cao $h = a$.

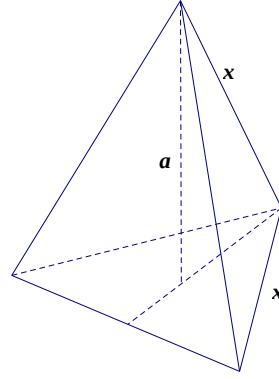
A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi x là độ dài một cạnh của tứ diện. Ta có chiều cao.

$$h = \sqrt{x^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}x \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{3}{2}}h = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Suy ra diện tích tam giác đáy là.

$$S = \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}. \text{ Vậy } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2\sqrt{3}}{8} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

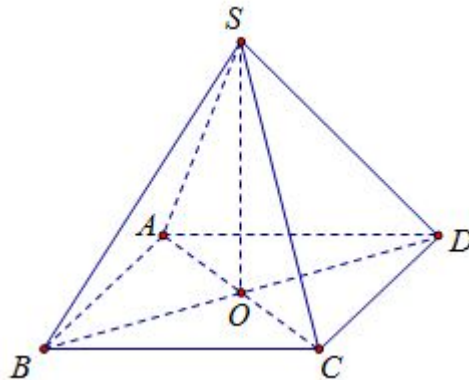
A. $V = 4\sqrt{7}a^3.$

B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}.$

C. $V = \frac{4a^3}{3}.$

D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trong mặt phẳng $ABCD$, gọi $O = AC \cap BD$, do hình chóp $S.ABCD$ đều nên $SO \perp (ABCD)$.

$$\text{Đáy là hình vuông vạnh } 2a \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAO \text{ có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{7}$$

Thể tích V của khối chóp trên là $V = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a \sqrt{7} 4a^2 = \frac{4a^3 \sqrt{7}}{3}$.

Câu 65. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{6}$.

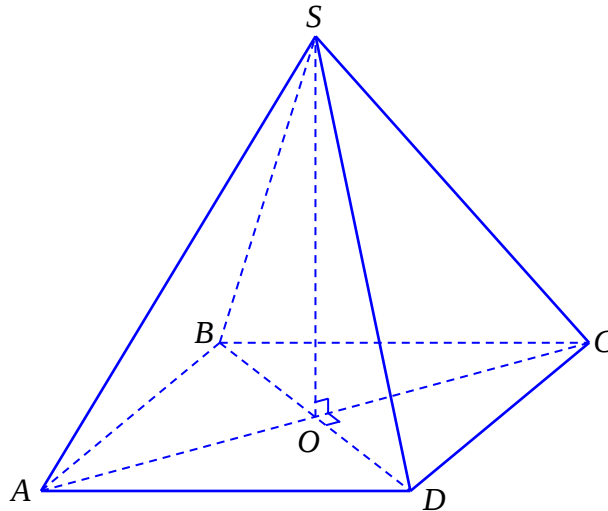
B. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{6}$.

C. $V = \frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.

D. $V = \frac{\sqrt{34}a^3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi O là tâm mặt đáy $(ABCD)$ của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.

Ta có $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO$ là đường cao của hình chóp.

Tam giác SAO vuông tại O có $OA = \frac{1}{2} AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$, $SA = 3a \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \frac{a\sqrt{34}}{2}$.

Khi đó thể tích khối chóp tứ giác đều là $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{a^3 \sqrt{34}}{6}$.

Câu 66. Một hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông cạnh a , các mặt bên tạo với đáy một góc α . Thể tích của khối chóp đó là

A. $\frac{a^3}{2} \sin \alpha$.

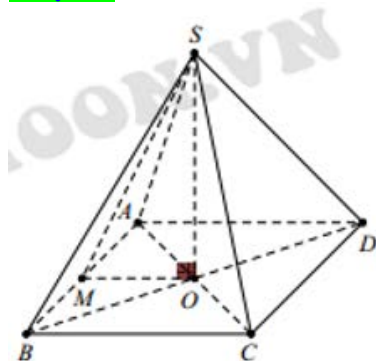
B. $\frac{a^3}{2} \tan \alpha$.

C. $\frac{a^3}{6} \cot \alpha$.

D. $\frac{a^3}{6} \tan \alpha$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Xét hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O .

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $\begin{cases} OM \perp AB \\ SO \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SMO)$.

Khi đó $(\widehat{SAB}, \widehat{ABCD}) = (\widehat{SM}, \widehat{OM}) = \widehat{SMO} = \alpha$.

Tam giác SMO vuông tại O , có $\tan \widehat{SMO} = \frac{SO}{MO} \Rightarrow SO = \frac{a \cdot \tan \alpha}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3}{6} \cdot \tan \alpha$.

Câu 67. Tính thể tích của khối bát diện đều có cạnh bằng 2.

A. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

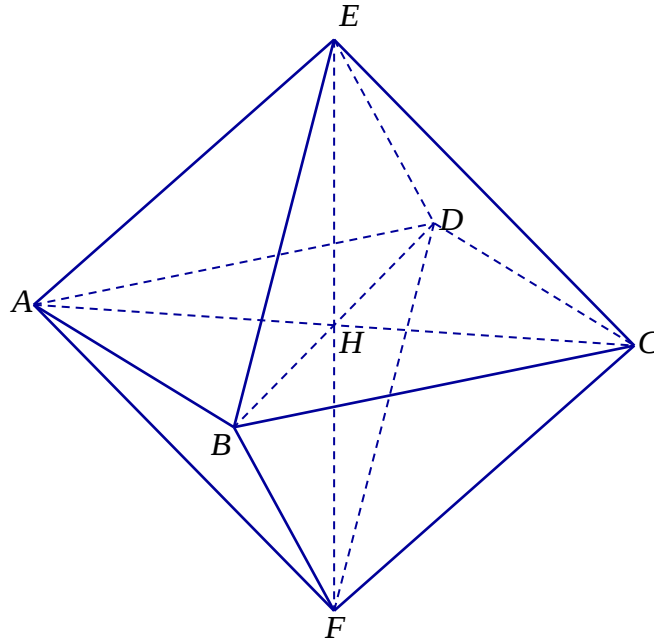
B. $\frac{16}{3}$.

C. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi $ABCDEF$ là hình bát diện đều có tâm H (như hình vẽ) có cạnh bằng 2.

Ta có $EH = AH = \frac{AC}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

Thể tích của bát diện đều đã cho là

$$V = 2V_{E.ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot EH = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{2} = \frac{8\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 68. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi SH là chiều cao của hình chóp, khoảng cách từ trung điểm I của SH đến mặt bên (SBC) bằng b . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{ab}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}$.

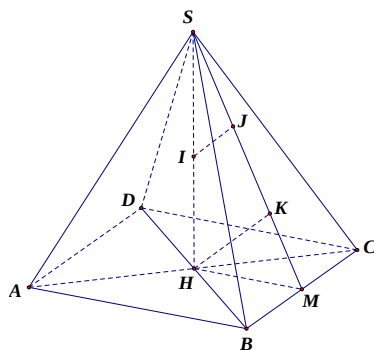
B. $V = \frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}$.

C. $V = \frac{ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$.

D. $V = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều suy ra H là tâm của hình vuông $ABCD$.
Gọi M là trung điểm BC , K là hình chiếu vuông góc của H lên SM .

Ta có: $\left. \begin{array}{l} BC \perp SH \\ BC \perp HM \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (SHM).$

$\Rightarrow (SBC) \perp (SHM)$, mà $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SBC).$

Suy ra $HK = 2IJ = 2b$, ta có.

$$SH = \sqrt{\frac{HK^2 \cdot HM^2}{HM^2 - HK^2}} = \frac{2ab}{\sqrt{a^2 - 16b^2}}. \text{ Vậy } V = \frac{2a^3b}{3\sqrt{a^2 - 16b^2}}.$$

Câu 69. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$

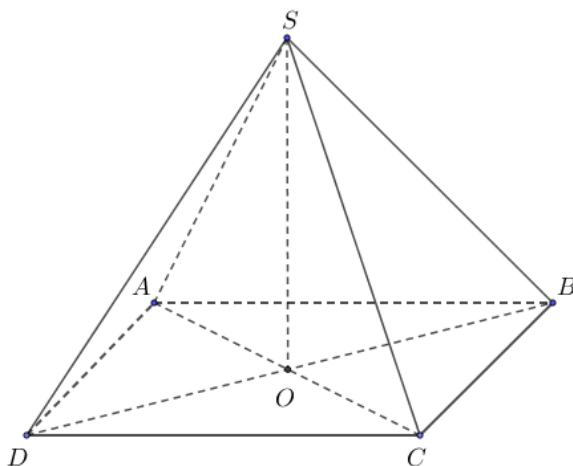
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi O là tâm của mặt đáy $\Rightarrow \widehat{(SO, (ABCD))} = \widehat{SBO} = 60^\circ$.

Ta có $SO = BO \cdot \sqrt{3} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Vậy thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 70. Thể tích của khối tứ diện đều có cạnh bằng 3.

A. $2\sqrt{2}$.

B. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

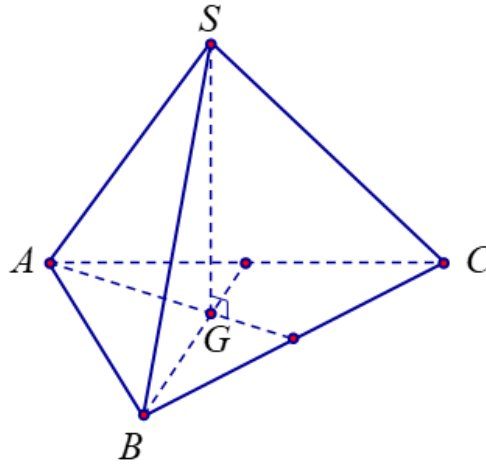
C. $\frac{9\sqrt{2}}{4}$.

D. $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1: Áp dụng công thức tính nhanh thể tích khối tứ diện đều: $V = \frac{3^3\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$.



Cách 2: Khối tứ diện đều $S.ABC$ có đáy là tam giác đều và đường cao SG .

$$S_{\triangle ABC} = \frac{AB^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}, \quad AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \sqrt{9 - 3} = \sqrt{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC} \cdot SG = \frac{9\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 71. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy hợp với mặt bên một góc 45° . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{32\sqrt{2}}{9}$.

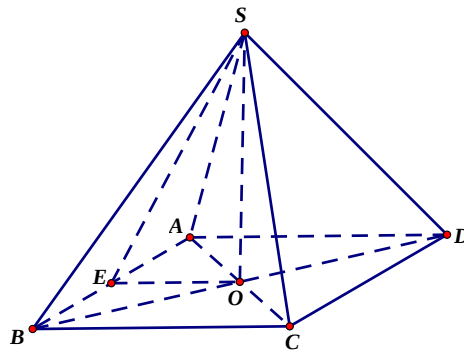
B. $\frac{64\sqrt{2}}{27}$.

C. $\frac{64\sqrt{2}}{81}$.

D. $\frac{128\sqrt{2}}{81}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



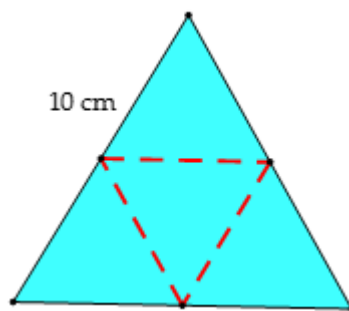
Đặt $AB = a$. Gọi O là tâm $ABCD$, E là trung điểm AB . Khi đó $(SAB, ABCD) = SEO = 45^\circ$.

$$\text{Suy ra } SO = OE = \frac{a}{2} \text{ và } SA = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mà } R_{S.ABCD} = \frac{SA^2}{2SO} = \frac{\frac{3a^2}{4}}{2 \cdot \frac{a}{2}} = \frac{3a}{4} = \sqrt{2} \Rightarrow a = \frac{4\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Nên } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{32}{9} = \frac{64\sqrt{2}}{81}.$$

Câu 72. Người ta cắt miếng bìa hình tam giác cạnh bằng 10cm như hình bên và gấp theo các đường kẻ, sau đó dán các mép lại để được hình tứ diện đều. Tính thể tích của khối tứ diện tạo thành.



A. $V = 250\sqrt{2}cm^3$.

B. $V = \frac{125\sqrt{2}}{12}cm^3$.

C. $V = \frac{1000\sqrt{2}}{3}cm^3$.

D.

$V = \frac{250\sqrt{2}}{12}cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tứ diện đều tạo thành là tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $5cm$.

Diện tích đáy là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{25\sqrt{3}}{4}cm^2$.

Đường cao $AH = \sqrt{AD^2 - DH^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{6}}{3}$, với H là tâm đáy.

Thể tích $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{25\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{5\sqrt{6}}{3} = \frac{125\sqrt{2}}{12}$.

Ghi nhớ: Thể tích khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$

Câu 73. Tính thể tích khối chóp tứ giác đều cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $3a$.

A. a^3 .

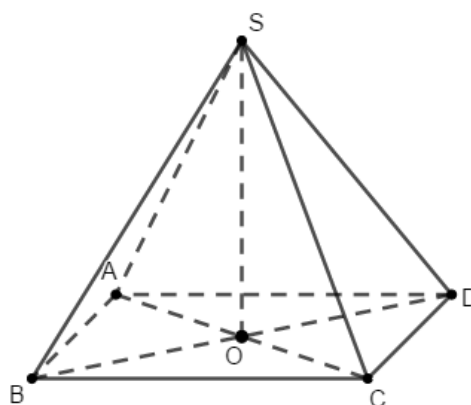
B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

C. $\frac{a^3}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}h.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.a^2 = a^3$

Câu 74. Thể tích của khối bát diện đều cạnh a là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khối bát diện đều là khối ghép bởi 2 khối chóp tứ giác $S.ABCD$ đều cạnh a , với O là tâm đáy.

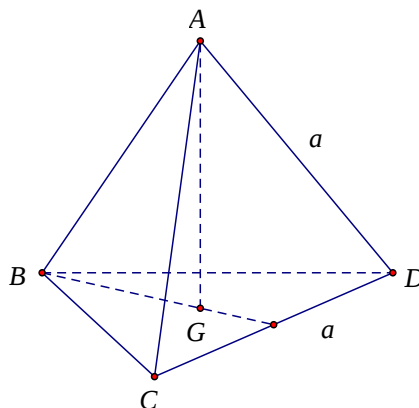
$$SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \rightarrow V = 2.V_{S.ABCD} = \frac{2}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 75. Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là

- A. $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi tứ diện đều cạnh a là $ABCD$.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Ta có: $AG \perp (ABC)$.

Xét $\triangle ABG$ vuông tại G , ta có: $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích của khối tứ diện đều là: $V = \frac{1}{3}.S_{BCD}.AG = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 76. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , diện tích mỗi mặt bên bằng $2a^2$. Thể tích khối nón có đỉnh là S và có đáy là đường tròn ngoại tiếp hình vuông $ABCD$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{7}}{4}\pi a^3$. B. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$. C. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{3}$. D. $\frac{\pi\sqrt{7}a^3}{6}$.

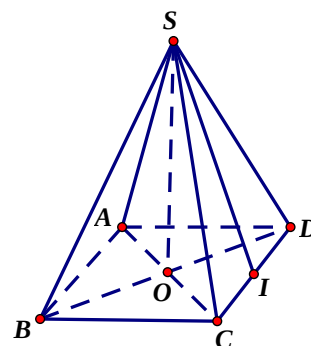
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{SCD} = \frac{1}{2}a.SI = 2a^2 \Rightarrow SI = 4a$; $SO = \sqrt{16a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{\sqrt{63}a}{2}$

Khối nón có $h = SO = \frac{a.3\sqrt{7}}{2}$; $r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

$V = \frac{1}{3}\pi \frac{a^2}{2} \cdot \frac{3\sqrt{7}a}{2} = \frac{\pi\sqrt{7}a^3}{4}$

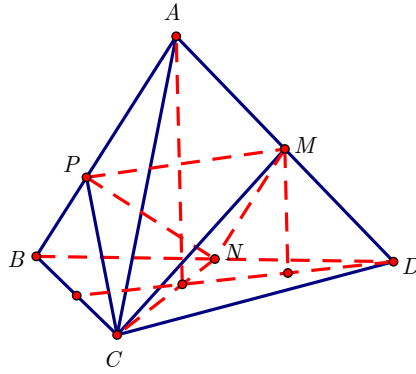


Câu 77. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 3. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BD . Lấy điểm không đối P trên cạnh AB (khác A, B). Thể tích khối chóp $PMNC$ bằng

- A. $\frac{9\sqrt{2}}{16}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $\frac{27\sqrt{2}}{12}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Do $AB \parallel (CMN)$ nên $d(P, (CMN)) = d(A, (CMN)) = d(D, (CMN))$

$$\text{Vậy } V_{PCMN} = V_{DPMN} = V_{MCND} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$$

(Do diện tích đáy và chiều cao đều bằng một nửa).

$$\text{Mặt khác } V_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} = \frac{27\sqrt{2}}{12} \text{ nên } V_{MCND} = \frac{1}{4} \cdot \frac{27\sqrt{2}}{12} = \frac{9\sqrt{2}}{16}$$

Câu 78. Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều có chiều cao là h và bán kính mặt cầu nội tiếp là r ($h > 2r > 0$).

A. $V = \frac{4r^2 h^2}{(h+2r)}.$

B. $V = \frac{4r^2 h^2}{3(h-2r)}.$

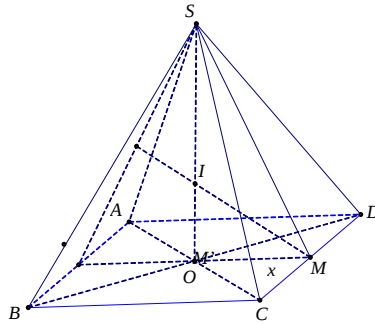
C. $V = \frac{3r^2 h^2}{4(h-2r)}.$

D. $V = \frac{4r^2 h^2}{3(h+2r)}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi I là giao điểm ba đường phân giác trong tam giác $\Delta SMM'$. Nên I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\Delta SMM'$. Mặt khác, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên I là tâm mặt cầu nội tiếp hình chóp.



Xét ΔSMO có MI là đường phân giác ta có:

$$\frac{SM}{MO} = \frac{SI}{IO} \Rightarrow \frac{\sqrt{h^2 + x^2}}{x} = \frac{h-r}{r} \text{ (với } x = MO \text{)}. \Rightarrow x^2 = \frac{hr^2}{h-2r} \Rightarrow AB^2 = 4 \frac{hr^2}{h-2r}$$

$$\text{Vậy thể tích cần tìm là } V = \frac{1}{3} h \cdot 4x^2 = \frac{4h^2 r^2}{3(h-2r)}.$$

Câu 79. Cho khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AC . Tính thể tích V của khối tứ diện $AB'C'D$ theo a .

A. $V = \frac{a^3}{24}.$

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{24}.$

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{48}.$

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{48}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\frac{V_{AB'C'D}}{V_{ABCD}} = \frac{AB'}{AB} \cdot \frac{AC'}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{AB'C'D} = \frac{1}{4} V_{ABCD}$

Khối tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a thì $V_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{AB'C'D} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}$.

Câu 80. Thể tích khối tứ diện đều có cạnh bằng $2a$ là.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. C. $2a^3\sqrt{2}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

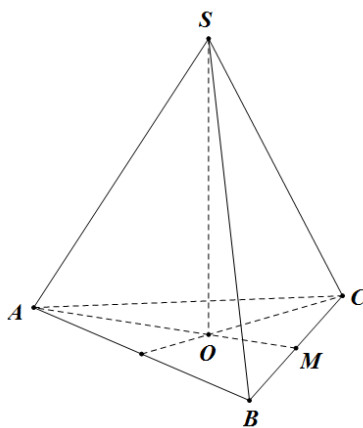
Chọn D

Giả sử khối tứ diện đều là $ABCD$ như hình bên.

Tam giác đều ABC cạnh a có.

$$S_{\triangle ABC} = a^2\sqrt{3}.$$

$$AO = \frac{2}{3} AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$



Tam giác SAO vuông tại O có.

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{4a^2}{3}} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}.$$

Thể tích cần tìm.

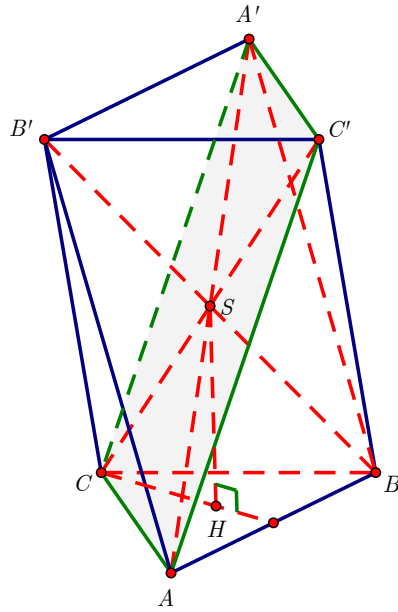
$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{6}}{3} \cdot a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 81. Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy cạnh bằng a , góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Gọi A' , B' , C' tương ứng là các điểm đối xứng của A , B , C qua S . Thể tích của khối bát diện có các mặt ABC , $A'B'C'$, $A'BC$, $B'CA$, $C'AB$, $AB'C'$, $BA'C'$, $CA'B'$ là

- A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. B. $2\sqrt{3}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Cách 1: Ta tính thể tích khối chóp $S.ABC$:

Gọi H là tâm tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow CH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$. Góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng

(ABC) bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{SCH} = 60^\circ \Rightarrow SH = a \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

$$V = 2V_{B.ACA'C'} = 2.4V_{B.ACS} = 8V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Cách 2: Ta có thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Diện tích tam giác SBC là: $S_{SBC} = \frac{a^2\sqrt{39}}{12}$.

Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) là: $d(A, (SBC)) = \frac{3a}{\sqrt{13}}$.

Tứ giác $BCB'C'$ là hình chữ nhật vì có hai đường chéo bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

$$\text{Có } SB = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BB' = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow B'C = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

Diện tích $BCB'C'$ là: $S_{BCB'C'} = \frac{a^2\sqrt{39}}{3}$.

Thể tích khối 8 mặt cần tìm là: $V = 2 \cdot \frac{1}{3} d(A, (SBC)) \cdot S_{BCB'C'} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Cách 3 (Tham khảo Hướng dẫn giải của Ngọc HuyềnLB).

Thể tích khối bát diện đã cho là $V = 2V_{A'B'C'BC} = 2.4V_{A'.SBC} = 8V_{S.ABC} = 8 \cdot \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC}$.

Ta có: $(\widehat{SA; (ABC)}) = \widehat{SAG} = 60^\circ$. Xét $\triangle SGA$ vuông tại G :

$$\tan \widehat{SAG} = \frac{SG}{AG} \Leftrightarrow SG = AG \cdot \tan \widehat{SAG} = a.$$

$$\text{Vậy } V = 8 \cdot \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC} = 8 \cdot \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}.$$

Câu 82. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$, cạnh đáy bằng a . Mặt bên tạo với mặt đáy một góc 60° .
 Tính thể tích V của hình chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

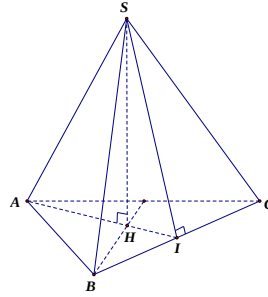
B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi các điểm như hình vẽ. Theo đề suy ra $\widehat{SIA} = 60^\circ$.

Ta có $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow SH = \frac{a}{2}$.

Vậy $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 83. Cho khối chóp đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích khối chóp đó ?

A. $V = \frac{a^3\sqrt{26}}{12}$.

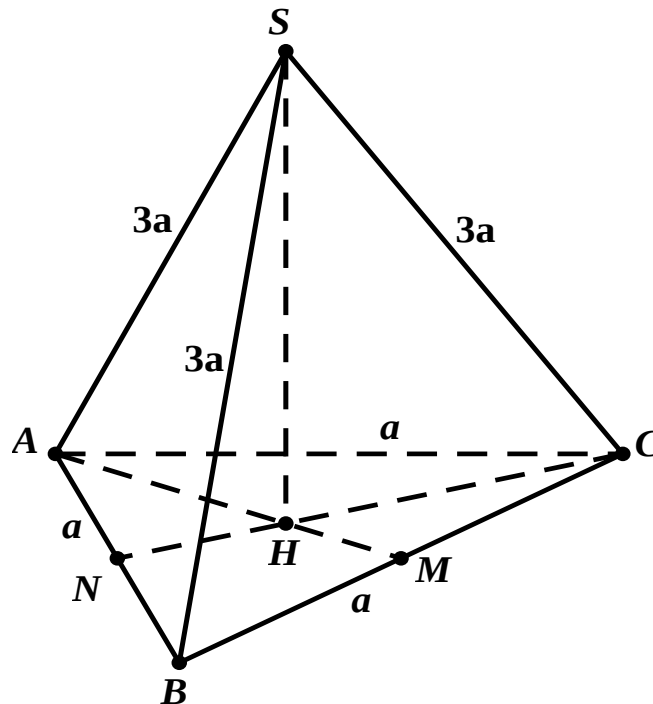
B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



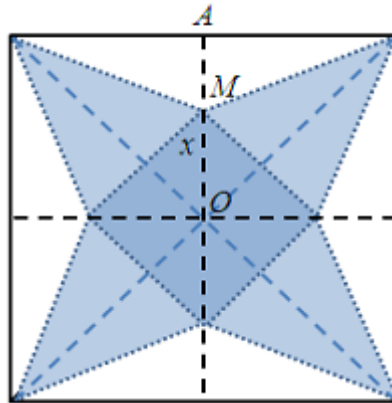
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

$V = \frac{1}{3} SG \cdot S_{\triangle ABC}$ (do khối chóp $S.ABC$ đều).

Ta có $AG = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SG = \sqrt{SA^2 - AG^2} = \frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}}; S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4};$

$$\text{Suy ra } V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{26}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{26}}{12} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 84. Cắt một miếng giấy hình vuông như hình bên và xếp thành hình một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh hình vuông bằng 20 cm , $OM = x(\text{cm})$. Tìm x để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất



A. $x = 8\text{ cm}$.

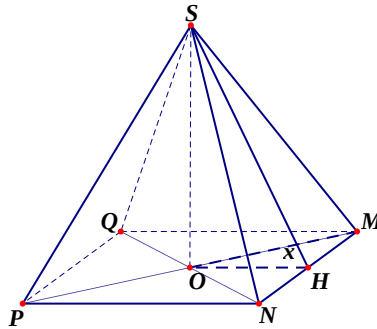
B. $x = 6\text{ cm}$.

C. $x = 7\text{ cm}$.

D. $x = 9\text{ cm}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Giả sử được hình chóp tứ giác đều như hình vẽ

Ta có $OM = x \Rightarrow OH = HM = \frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow SH = 10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}$ nên

$$SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{\left(10\sqrt{2} - \frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{20(10 - x)}. \text{ Suy ra cạnh đáy bằng } x\sqrt{2}.$$

$$\text{Thể tích } V = \frac{1}{3} \cdot S_{MNPQ} \cdot SO = \frac{1}{3} \cdot 2x^2 \cdot \sqrt{20(10 - x)} = \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot x^2 \cdot \sqrt{40 - 4x}, \text{ (với } 0 \leq x \leq 10).$$

Tìm GTLN của V ta được $V_{\max} = 90,51$ khi $x = 8$

* Cách 1 – tìm GTLN: Áp dụng BĐT Cauchy cho 4 số không âm, ta có:

$$\sqrt{40 - 4x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \leq \left(\frac{40 - 4x + x + x + x + x}{4} \right)^4 \Leftrightarrow \sqrt{40 - 4x} \cdot x^2 \leq 10^4$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot x^2 \sqrt{40 - 4x} \leq \frac{\sqrt{20}}{3} \cdot 10^4. \text{ Dấu bằng xảy ra khi } 40 - 4x = x \Leftrightarrow x = 8.$$

* Cách 2 – tìm GTLN: Có thể sử dụng máy tính – phần bảng (mode 7) để tìm GTLN cho nhanh:

$f(x) = x^2 \cdot \sqrt{10 - x}$ 	Start? 	End? 	Step?

Câu 85. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC và khoảng cách từ G đến mặt bên (SCD) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. Tính khoảng cách từ tâm O của đáy đến mặt bên (SCD) và thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

A. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

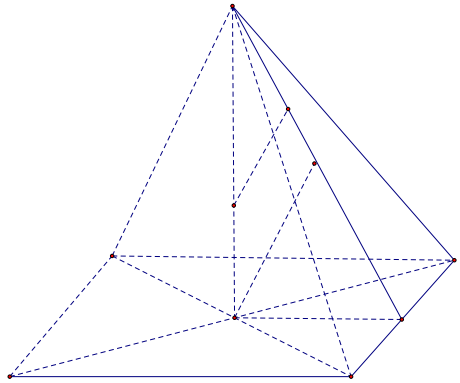
B. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

D. $d_{(O,(SCD))} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm của CD .

$$\Rightarrow OI \perp CD \Rightarrow (SOI) \perp CD \Rightarrow (SOI) \perp (SCD).$$

$$\text{Kẻ } OK, GH \perp SI \Rightarrow OK \perp (SCD), GH \perp (SCD).$$

$$\Rightarrow d_{(O,(SCD))} = OK, \text{ mà } OK = \frac{3}{2}GH \Rightarrow OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

$$SO = \sqrt{\frac{OI^2 \cdot OK^2}{OI^2 - OK^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$