

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 2 (1 điểm). Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m+2)x + m - 1$ có hai điểm cực trị.

Câu 3 (1,0 điểm).

1) Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)\bar{z} + (3+2i)z = 8+14i$. Tính môđun của số phức $w = 1+i+z$.

2) Giải phương trình $2^x - 3 \cdot 2^{\frac{x+2}{2}} + 8 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{2 + \cos x} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và điểm $A(1; -4; 1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ và viết phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng d .

Câu 6 (1,0 điểm).

1) Cho $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \sin^3 x + \cos^3 x$.

2) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^9$, $x \neq 0$.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30° . Gọi N là trung điểm của cạnh BB' . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CN .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AD = 2AB$. Trên đoạn thẳng BD lấy điểm M sao cho $DM = 4MB$ và gọi E, F lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng DM và BC . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C, D biết $E(1; 6)$, $F(2; 3)$, D có hoành độ lớn hơn 1 và A có hoành độ âm.

Câu 9 (1 điểm). Giải phương trình trên tập số thực: $\frac{1 + 2\sqrt{3(1-x)^3}}{3\sqrt[3]{3(2x-1)+2}} = 1-x$.

Câu 9 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực dương thỏa mãn: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$. Tìm GTNN biểu thức:

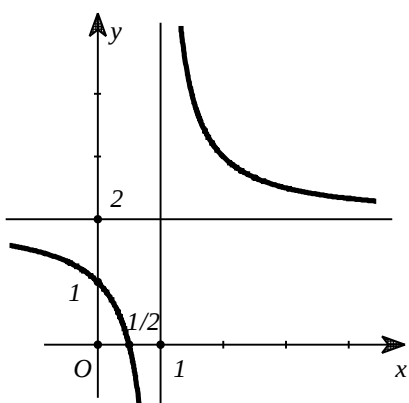
$$P = (a+1)(b+1)(c+1) + \frac{4}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + 1}}.$$

----- Hết -----

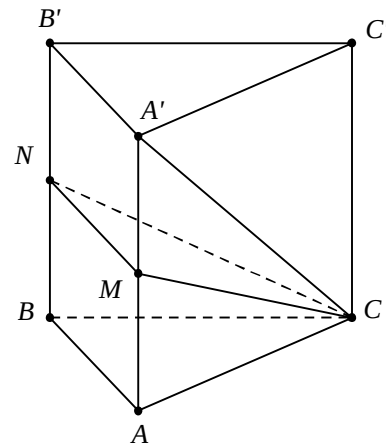
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

ĐÁP ÁN

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1	Khảo sát... - TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. - Sự biến thiên +) Chiều biến thiên: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. +) Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang: $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; tiệm cận đứng: $x = 1$. +) Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>-</td><td></td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>$+\infty$</td><td>2</td></tr></table> - Đồ thị 	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$+\infty$	2	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-		-											
y	2	$+\infty$	2											
Câu 2	Tìm m để... TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3(x^2 - 2mx + m + 2)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m + 2 = 0 (*)$. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt, hay $\Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow m < -1$ hoặc $m > 2$.	0,5 0,5												
Câu 3	1) Đặt $z = x + yi$, ta có $(1 + 2i)(x - yi) + (3 + 2i)(x + yi) = 8 + 14i$ $\Leftrightarrow 4x + (4x + 2y)i = 8 + 14i \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 8 \\ 4x + 2y = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow z = 2 + 3i$. Suy ra $w = 3 + 4i$ nên $w = 5$. 2) Phương trình tương đương với $2^x - 6 \cdot 2^{\frac{x}{2}} + 8 = 0 \Leftrightarrow 2^{\frac{x}{2}} = 2$ hoặc $2^{\frac{x}{2}} = 4$ Suy ra $x = 2$ hoặc $x = 4$ là nghiệm của phương trình.	0,25 0,25 0,25												
Câu 4	Ta có $I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x \cdot \sin x dx}{2 + \cos x}$.	0,5												

	Đặt $t = 2 + \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$. Đổi cận $x = 0 \Rightarrow t = 3, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 2$	
	Khi đó $I = 2 \int_2^3 \frac{t-2}{t} dt = 2 \int_2^3 \left(1 - \frac{2}{t}\right) dt = 2(t - 2 \ln t) \Big _2^3 = 2\left(1 - 2 \ln \frac{3}{2}\right)$.	0,5
Câu 5	Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên Δ , ta có $H(1+2t; t; -1-t), \overline{AH} = (2t; t+4; -t-2)$.	0,25
	Vì $AH \perp \Delta$ nên $AH \cdot u_{\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2.2t + t + 4 + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; -1; 0)$.	0,25
	Bán kính mặt cầu $R = AH = \sqrt{14}$.	0,25
	Phương trình mặt cầu $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 14$.	0,25
Câu 6	1) Ta có $(\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin x \cos x = -\frac{3}{8}$.	0,25
	Do đó $A = (\sin x + \cos x)^3 - 3 \sin x \cos x (\sin x + \cos x) = \frac{1}{8} + \frac{9}{16} = \frac{11}{16}$.	0,25
	2) Số hạng tổng quát: $C_9^k (3x^2)^{9-k} \left(-\frac{2}{x}\right)^k = C_9^k 3^{9-k} (-2)^k x^{18-3k}$.	0,25
	Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $18 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 6$. Vậy số hạng không chứa x là: $C_9^6 \cdot 3^3 \cdot 2^6 = 145152$.	0,25
Câu 7	Ta có AC là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng (ABC) nên $\widehat{A'CA} = 30^\circ$. Suy ra $AA' = AC \cdot \tan 30^\circ = a$.	0,25
	$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối lăng trụ là: $V = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$.	0,25
	Gọi M là trung điểm của AA' , ta có $AB \parallel MN$ nên góc giữa hai đường thẳng AB và CN là góc $\widehat{MNC}$.	0,25
	Ta có $NM \perp CM$ và $MN = AB = a, CN = \sqrt{BC^2 + BN^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2}$. Suy ra $\cos \widehat{MNC} = \frac{MN}{NC} = \frac{2}{\sqrt{17}}$. Vậy $\cos(AB, CN) = \frac{2}{\sqrt{17}}$.	0,25



Câu 8	Đặt $AB = a$, suy ra $AD = 2a$, $\frac{BM}{BD} = \frac{BA^2}{BD^2} = \frac{1}{5}$ nên $EM = ED = \frac{2}{5} BD$ Ta có $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AD} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{FE} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \frac{3}{5} \overrightarrow{BD} = -\frac{3}{5} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{10} \overrightarrow{AD}$. Suy ra $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{FE} = -\frac{6}{25} AB^2 + \frac{3}{50} AD^2 = 0$ nên $AE \perp FE$. Mà $\overrightarrow{EF} = (1; -3)$ nên ta có phương trình $AE : x - 3y + 17 = 0$. Suy ra $A(3a - 17; a)$. Lại có $FE^2 = \frac{9}{25} AB^2 + \frac{1}{100} AD^2 = \frac{2}{5} a^2 \Rightarrow a = 5$, suy ra $AE^2 = \frac{9}{25} AD^2 + \frac{4}{25} AB^2 = 40 \Leftrightarrow (3a - 18)^2 + (a - 6)^2 = 40 \Leftrightarrow a = 8, a = 4$. Mà $x_A < 0$ nên $A(-5; 4)$. Từ $AD = 10$ và $FA = FD$ nên tọa độ của D là nghiệm của hệ : $\begin{cases} (x+5)^2 + (y-4)^2 = 100 \\ (x-2)^2 + (y-3)^2 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 10 \end{cases} \Rightarrow D(3; 10) \text{ (do } x_D > 1).$ Vì $\overrightarrow{BD} = \frac{5}{2} \overrightarrow{ED}$ nên ta suy ra $B(-2; 0)$. Suy ra $C(6; 6)$.	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 9	Điều kiện: $x < 1$. Phương trình $\Leftrightarrow 1 + 2\sqrt{3(1-x)^3} = (1-x) \left[3\sqrt[3]{3(2x-1)} + 2 \right]$. $\Leftrightarrow \frac{1}{1-x} + 2\sqrt{3(1-x)} = 3\sqrt[3]{3(2x-1)} + 2$ (do $x = 1$ không là nghiệm của phương trình) $\Leftrightarrow \frac{3(2x-1)}{3(1-x)} + 2\sqrt{3(1-x)} = 3\sqrt[3]{3(2x-1)}$. Đặt $a = \sqrt{3(1-x)}$, $b = \sqrt[3]{3(2x-1)}$ ta có phương trình $\frac{b^3}{a^2} + 2a = 3b \Leftrightarrow 2a^3 - 3a^2b + b^3 = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)^2(2a+b) = 0 \Leftrightarrow a = b, b = -2a$. Mặt khác $2a^2 + b^3 = 3$. +) $a = b$, ta có $2a^2 + a^3 = 3 \Leftrightarrow a = 1 \Leftrightarrow \sqrt{3(1-x)} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$. +) $b = -2a$, ta có $2a^2 - 8a^3 = 3 \Leftrightarrow 8a^3 - 2a^2 + 3 = 0$ (1). Vì $a > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có $a^3 + a^3 + 1 \geq 3a^2 \Rightarrow 2a^3 + 1 > 2a^2$. Do đó, ta suy ra được (1) vô nghiệm. Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = \frac{2}{3}$.	0,25 0,25 0,25 0,25

Câu 10	Ta có $ab + bc + ca = 3abc$. Nên $(a+1)(b+1)(c+1) = abc + ab + bc + ca + a + b + c + 1$ $= \frac{4}{3}(ab + bc + ca) + a + b + c + 1.$	0,25
	Mà $(ab + bc + ca)^2 \geq 3abc(a + b + c) \Rightarrow a + b + c \leq ab + bc + ca$. Do đó $a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca) \leq (ab + bc + ca)^2 - 2(ab + bc + ca)$	0,25
	Đặt $t = ab + bc + ca$, ta có $a + b + c \geq \sqrt{3t}$ nên $t \geq \sqrt{3t} \Rightarrow t \geq 3$. $P \geq \frac{4}{3}t + \sqrt{3t} + 1 + \frac{4}{\sqrt{t^2 - 2t + 1}} = \frac{4}{3}t + \sqrt{3t} + \frac{4}{t-1} + 1 = f(t).$	0,25
	Xét hàm số $f(t)$ với $t \geq 3$ ta có $f'(t) = \frac{4}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{t}} - \frac{4}{(t-1)^2}.$ Vì $t \geq 3$ nên $(t-1)^2 \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{(t-1)^2} \leq \frac{1}{4}$. Do đó $f'(t) > 0 \forall t \geq 3$, suy ra $f(t) \geq f(3) = 10 \Rightarrow P \geq 10$. Đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = 1$. Vậy GTNN của P là 10.	0,25

Ghi chú: Nếu học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.