

Phần I. TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Câu 1. Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Newton của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là

- A. $2^2 C_{10}^8$. B. C_{10}^4 . C. $2^4 A_{10}^4$. D. $2^4 C_{10}^4$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$ có M là trung điểm của AC . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng AB và CD . Mặt phẳng (P) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang cân.
C. Hình bình hành. D. Hình thoi.

Câu 3. Một hộp bi có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp bi đó. Xác suất để 3 viên bi lấy được là 3 viên bi cùng màu là

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2020 \sin x + 2021}{2 \cos x + 1}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, M, N lần lượt là trung điểm của SA, AB và CD . Mặt phẳng (EMN) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình gì?

- A. Tam giác. B. Hình thang. C. Lục giác. D. Ngũ giác.

Câu 6. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(A'BN) \parallel (AC'M)$. B. $(A'MN) \parallel (ACC')$.
C. $CN \parallel (ABB')$. D. $B'M \parallel (AA'C')$.

Câu 7. Một hộp đựng thẻ gồm 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp thẻ đó. Xác suất để rút được hai thẻ có tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{9}{38}$. C. $\frac{10}{19}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 8. Cho tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số tập con của tập X là

- A. $10!$. B. 10^{10} . C. $2^{10} - 1$. D. 2^{10} .

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có điểm G là trọng tâm tam giác ABD và điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. MG cắt AC . B. $MG \parallel AB$. C. $MG \parallel (ACD)$. D. $MG \parallel (ABC)$.

Câu 10. Lớp 11A có 40 học sinh gồm 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một đội văn nghệ gồm 3 học sinh của lớp 11A, trong đó có 1 bạn nam và 2 bạn nữ?

- A. 5250. B. 2625. C. 9880. D. 59280.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -2 \cos x - 5$ là

- A. -7. B. -3. C. -5. D. -2.

Câu 12. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan x + \sqrt{3} = 0$ là

- A. $x = \frac{2\pi}{3}$. B. $x = \frac{5\pi}{3}$. C. $x = \frac{5\pi}{6}$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Phần II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Bài 1 (1 điểm). Giải phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

Bài 2 (1 điểm). Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

Bài 3 (2 điểm).

1. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển Newton của biểu thức $\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{15}$.
2. Đội thanh niên tình nguyện của nhà trường có 20 học sinh, trong đó có 5 học sinh khối 12; 8 học sinh khối 11 và 7 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội thanh niên tình nguyện của nhà trường đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ cả ba khối 10, 11 và 12.

Bài 4 (2,5 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M và N là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh SB và SD sao cho $2SM = 3MB$ và $2SN = 3ND$. Gọi E là trung điểm của OC .

1. Chứng minh BD song song với mặt phẳng (EMN) .
2. Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EMN) .
3. Gọi K là giao điểm của SA và mặt phẳng (EMN) . Tính tỷ số $\frac{SK}{KA}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Chứng minh đẳng thức

$$C_{10}^0 \cdot C_{90}^{10} + C_{10}^1 \cdot C_{90}^9 + \cdots + C_{10}^9 \cdot C_{90}^1 + C_{10}^{10} \cdot C_{90}^0 = C_{100}^{10}.$$

————— **HẾT** —————

Ghi chú:

- Học sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Phần I. TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E, M, N lần lượt là trung điểm của SA, AB và CD . Mặt phẳng (EMN) cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là một hình gì?

- A. Ngũ giác. B. Lục giác. C. Tam giác. D. Hình thang.

Câu 2. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(A'BN) \parallel (AC'M)$. B. $CN \parallel (ABB')$.
C. $B'M \parallel (AA'C')$. D. $(A'MN) \parallel (ACC')$.

Câu 3. Cho tập $X = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Số tập con của tập X là

- A. $2^{10} - 1$. B. 2^{10} . C. 10^{10} . D. $10!$.

Câu 4. Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\tan x + \sqrt{3} = 0$ là

- A. $x = \frac{5\pi}{6}$. B. $x = \frac{5\pi}{3}$. C. $x = \frac{2\pi}{3}$. D. $x = \frac{\pi}{3}$.

Câu 5. Lớp 11A có 40 học sinh gồm 25 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một đội văn nghệ gồm 3 học sinh của lớp 11A, trong đó có 1 bạn nam và 2 bạn nữ?

- A. 59280. B. 2625. C. 9880. D. 5250.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -2\cos x - 5$ là

- A. -3. B. -5. C. -7. D. -2.

Câu 7. Một hộp bi có 6 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp bi đó. Xác suất để 3 viên bi lấy được là 3 viên bi cùng màu là

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 8. Một hộp đựng thẻ gồm 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Rút ngẫu nhiên hai thẻ từ hộp thẻ đó. Xác suất để rút được hai thẻ có tích hai số ghi trên hai thẻ là một số lẻ bằng

- A. $\frac{9}{38}$. B. $\frac{10}{19}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$ có M là trung điểm của AC . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng AB và CD . Mặt phẳng (P) cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là một hình gì?

- A. Hình bình hành. B. Hình thang cân.
C. Tam giác. D. Hình thoi.

Câu 10. Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Newton của biểu thức $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^{10}$ là

- A. C_{10}^4 . B. $2^4 A_{10}^4$. C. $2^2 C_{10}^8$. D. $2^4 C_{10}^4$.

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có điểm G là trọng tâm tam giác ABD và điểm M thuộc cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $MG \parallel (ABC)$. B. $MG \parallel AB$. C. MG cắt AC . D. $MG \parallel (ACD)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \frac{2020 \sin x + 2021}{2 \cos x + 1}$ là

- A. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Phần II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Bài 1 (1 điểm). Giải phương trình $\sqrt{3} \sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

Bài 2 (1 điểm). Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

Bài 3 (2 điểm).

1. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển Newton của biểu thức $\left(2x - \frac{3}{x^2}\right)^{15}$.
2. Đội thanh niên tình nguyện của nhà trường có 20 học sinh, trong đó có 5 học sinh khối 12; 8 học sinh khối 11 và 7 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong đội thanh niên tình nguyện của nhà trường đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ cả ba khối 10, 11 và 12.

Bài 4 (2,5 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M và N là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh SB và SD sao cho $2SM = 3MB$ và $2SN = 3ND$. Gọi E là trung điểm của OC .

1. Chứng minh BD song song với mặt phẳng (EMN) .
2. Xác định thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (EMN) .
3. Gọi K là giao điểm của SA và mặt phẳng (EMN) . Tính tỷ số $\frac{SK}{KA}$.

Bài 5 (0,5 điểm). Chứng minh đẳng thức

$$C_{10}^0 \cdot C_{90}^{10} + C_{10}^1 \cdot C_{90}^9 + \cdots + C_{10}^9 \cdot C_{90}^1 + C_{10}^{10} \cdot C_{90}^0 = C_{100}^{10}.$$

————— **HẾT** —————

Ghi chú:

- Học sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.