



SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BÌNH DƯƠNG

BỘ ĐỀ THI THỬ VÀ ĐÁP ÁN CHI TIẾT
KÌ THI QUỐC GIA NĂM 2016

MÔN TOÁN

NĂM HỌC 2015–2016

MỤC LỤC

MỤC LỤC	1
ĐỀ 1	2
ĐỀ 2	9
ĐỀ 3	14
ĐỀ 4	19
ĐỀ 5	23
ĐỀ 6	27
ĐỀ 7	32
ĐỀ 8	37
ĐỀ 9	42
ĐỀ 10	49
ĐỀ 11	54
ĐỀ 12	60
ĐỀ 13	66
ĐỀ 14	71
ĐỀ 15	77
ĐỀ 16	82
ĐỀ 17	88
ĐỀ 18	95
ĐỀ 19	98
ĐỀ 20	104
ĐỀ 21	109
ĐỀ 22	114
ĐỀ 23	120
ĐỀ 24	125
ĐỀ 25	129
ĐỀ 26	134
ĐỀ 27	138
ĐỀ 28	143
ĐỀ 29	148
ĐỀ 30	153

ĐỀ 1

Câu 1. (1.0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 2. (1.0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$ trên đoạn $[1; e]$.

Câu 3. (1.0 điểm)

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1-2i)z + \bar{z} = 10-4i$. Tính môđun của z .

b) Giải phương trình $\frac{2-\log_2 x}{\log_2 4x} + \frac{4}{\log_2 \frac{x}{2}} = 1$.

Câu 4. (1.0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$.

Câu 5. (1.0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d . Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $MA = \sqrt{11}$.

Câu 6. (1.0 điểm)

a) Giải phương trình $\sin^2 2x = \sin 3x + \cos 2x(\cos 2x - 1)$.

b) Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109$. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^n$ ($x \neq 0$).

Câu 7. (1.0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' lên mặt (ABC) là trung điểm của cạnh BC ; góc giữa cạnh bên AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính theo a thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.

Câu 8. (1.0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh $A(2;2)$. Biết điểm $M(6;3)$ thuộc cạnh BC và điểm $N(4;6)$ thuộc cạnh CD , hãy tìm tọa độ đỉnh C .

Câu 9. (1.0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{9y^2 + (2y+3)(y-x)} + 4\sqrt{xy} = 7x \\ (2y-6)\sqrt{x+4} - (y-5)\sqrt{2x+3} = 3(y-1) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 10. (1.0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương khác nhau đôi một thỏa mãn $xy + yz = 2z^2$ và $2x \leq z$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-z} + \frac{z}{z-x}$$

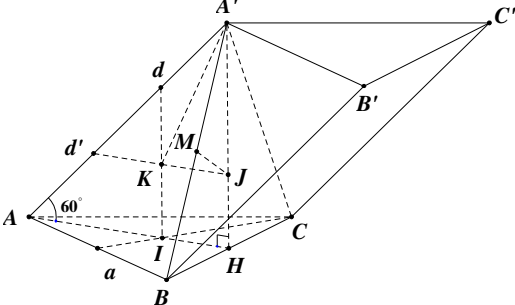
HẾT

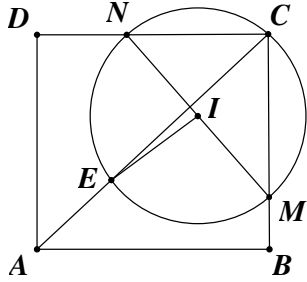
Câu	Đáp án	Điểm
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$	1,00
	<ul style="list-style-type: none"> Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Sự biến thiên của hàm số 	0,25

	$+ y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$													
	<p>+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.</p> <p>+ Hàm số không có cực trị.</p> <p>+ Giới hạn và tiệm cận</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang.</p>	0,25												
	<p>+ Bảng biến thiên</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	$+\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-		-											
y	2	$+\infty$	2											
	<p>• Đồ thị</p> <p>$x = 0 \Rightarrow y = -1$</p> <p>$y = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$.</p>	0,25												
	Nhận xét. Đồ thị nhận giao điểm $I(1; 2)$ làm tâm đối xứng.													
2	<p>Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2}{x} + \ln x$ trên đoạn $[1; e]$</p>	1,00												
	Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[1; e]$.	0,25												
	Ta có $f'(x) = -\frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} = \frac{x-2}{x^2}$													
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$	0,25												
	Ta có $f(1) = 2, f(2) = 1 + \ln 2, f(e) = \frac{2}{e} + 1$.	0,25												
	Vậy $\max_{x \in [1; e]} f(x) = 2$, khi $x = 1$; $\min_{x \in [1; e]} f(x) = 1 + \ln 2$, khi $x = 2$.	0,25												
3														
	a) Tính môđun của z	0,50												

	<p>Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), ta có $(1 - 2i)z + \bar{z} = 10 - 4i$</p> $\Leftrightarrow (1 - 2i)(a + bi) + a - bi = 10 - 4i \Leftrightarrow a + b - ai = 5 - 2i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 5 \\ a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 3. \end{cases}$	0,25
	Vậy môđun của số phức z là $ z = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.	0,25
	b) Giải phương trình $\frac{2 - \log_2 x}{\log_2 4x} + \frac{4}{\log_2 \frac{x}{2}} = 1$ (1)	0,50
	<p>Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{4}, x \neq 2. \end{cases}$</p> $(1) \Leftrightarrow \frac{2 - \log_2 x}{2 + \log_2 x} + \frac{4}{\log_2 x - 1} = 1$ <p>Đặt $t = \log_2 x$ ($t \neq -2, t \neq 1$), ta có</p> $\frac{2 - t}{2 + t} + \frac{4}{t - 1} = 1 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 16. \end{cases}$ <p>Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{1}{2}; x = 16$.</p>	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_1^5 \frac{dx}{x\sqrt{3x+1}}$	1,00
	Đặt $t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow x = \frac{t^2 - 1}{3} \Rightarrow dx = \frac{2}{3} t dt$	0,25
	Đổi cận $x = 1 \Rightarrow t = 2; x = 5 \Rightarrow t = 4$.	0,25
	Khi đó $I = \int_2^4 \frac{2dt}{t^2 - 1} = \int_2^4 \left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1} \right) dt$	0,25
	$= \left(\ln \left(\frac{t-1}{t+1} \right) \right) \Big _2^4 = \ln \frac{9}{5}$	0,25
5		1,00
	<ul style="list-style-type: none"> Viết phương trình mặt phẳng (P) 	0,50
	Đường thẳng d qua điểm $B(2; 1; 1)$ và có một VTCP $\vec{u} = (1; -1; 2)$.	0,25
	Ta có $\vec{BA} = (4; 0; 1)$, suy ra mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{BA}] = (-1; 7; 4)$.	0,25
	Mặt khác, (P) qua A nên có phương trình $x - 7y - 4z + 9 = 0$.	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Tìm tọa độ điểm M thuộc d sao cho $AM = \sqrt{11}$ 	0,50
	Do $M \in d \Rightarrow M(2+t; 1-t; 1+2t)$, ta có $\vec{AM} = (t+4; -t; 1+2t)$	0,25

	Mặt khác $AM = \sqrt{11} \Leftrightarrow AM^2 = 11 \Leftrightarrow (t+4)^2 + t^2 + (1+2t)^2 = 11$	
	$\Leftrightarrow t^2 + 2t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow M(1; 2; -1)$.	
	Vậy điểm cần tìm là $M(1; 2; -1)$.	0,25
6		1,00
	a) Giải phương trình $\sin^2 2x = \sin 3x + \cos 2x(\cos 2x - 1)$ (1)	0,50
	(1) $\Leftrightarrow \cos^2 2x - \sin^2 2x - \cos 2x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \cos 4x - \cos 2x + \sin 3x = 0$	
	$\Leftrightarrow -2\sin 3x \sin x + \sin 3x = 0 \Leftrightarrow \sin 3x(1 - 2\sin x) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin 3x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\frac{\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	Vậy nghiệm của phương trình là $x = k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.	
	b) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^n (x \neq 0)$	0,50
	Ta có $C_n^0 - 2C_n^1 + A_n^2 = 109 (n \in \mathbb{N}, n \geq 2)$	
	$\Leftrightarrow 1 - 2 \cdot \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{(n-2)!} = 109 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 108 = 0 \Leftrightarrow n = 12$.	0,25
	Khi đó, ta có $\left(x^2 + \frac{1}{x^4}\right)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k (x^2)^{12-k} \left(\frac{1}{x^4}\right)^k = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k x^{24-6k}$	
	Số hạng không chứa x ứng với k thỏa mãn $24 - 6k = 0 \Leftrightarrow k = 4$.	0,25
	Vậy số hạng không chứa x là $C_{12}^4 = 495$.	
7		1,00
	• Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$	0,50

	<p>Gọi H là hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) thì H là trung điểm của BC.</p> <p>Do AH là hình chiếu vuông góc của AA' lên mặt phẳng (ABC) nên ta có $(\widehat{AA', (ABC)}) = (\widehat{AA', AH}) = \widehat{A'AH} = 60^\circ$.</p> <p>$\Delta ABC$ là tam giác đều cạnh a nên $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.</p> 	0,25
	<p>$\Delta A'HA$ vuông tại H, ta có $A'H = AH \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}$.</p> <p>Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = S_{\Delta ABC} \cdot A'H = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3a}{2} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.</p>	0,25
	<p>• Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$</p>	0,50
	<p>Gọi I là tâm và d là trục đường tròn ngoại tiếp ΔABC thì I là trọng tâm của ΔABC.</p> <p>Gọi J là tâm và d' là trục đường tròn ngoại tiếp $\Delta A'BC$; do $\Delta A'BC$ cân tại A' nên $J \in A'H$.</p> <p>Vì d, d' cùng nằm trong mặt phẳng $(A'HA)$ và không song song nên cắt nhau tại K.</p> <p>Ta có $\begin{cases} K \in d \Rightarrow KA = KB = KC \\ K \in d' \Rightarrow KA' = KB = KC \end{cases} \Rightarrow KA = KB = KC = KA'$.</p> <p>Suy ra K là tâm và $R = A'K$ là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$.</p>	0,25
	<p>Gọi M là trung điểm của $A'B$ thì $JM \perp A'B$ (do $JA' = JB$).</p> <p>Xét hai tam giác vuông đồng dạng $A'MJ$ và $A'HB$, ta có</p> $\frac{A'J}{A'B} = \frac{A'M}{A'H} \Rightarrow A'J = \frac{A'B^2}{2A'H} = \frac{A'H^2 + BH^2}{2A'H} = \frac{\frac{9a^2}{4} + \frac{a^2}{4}}{3a} = \frac{5a}{6}.$ <p>Tứ giác $IHKJ$ là hình chữ nhật nên ta có $JK = HI = \frac{1}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.</p> <p>$\Delta A'JK$ vuông tại J, ta có</p> $R = A'K = \sqrt{A'J^2 + JK^2} = \sqrt{\frac{25a^2}{36} + \frac{3a^2}{36}} = \frac{a\sqrt{7}}{3}.$ <p>Vậy diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A'.ABC$ là $S = 4\pi R^2 = \frac{28\pi}{9}a^2$.</p>	0,25
8	<p>Tìm tọa độ điểm C</p>	1,00
	<p>Gọi I là trung điểm của đoạn MN thì $I\left(5; \frac{9}{2}\right)$.</p> <p>$\Delta CMN$ vuông tại C nên C thuộc đường tròn (T) tâm I, đường kính MN.</p>	0,25

	<p>Gọi E là giao điểm của AC và (T); do CA là đường phân giác trong của góc \widehat{MCN} nên E là điểm chính giữa cung \widehat{MN} không chứa C (E, A cùng phía đối với MN).</p> <p>Suy ra E là giao điểm của (T) và đường trung trực của đoạn MN.</p>	
	<p>Ta có $\overline{MN} = (-2; 3) \Rightarrow MN = \sqrt{13}$.</p> <p>Phương trình đường tròn (T) có dạng $(x-5)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}$.</p> <p>Gọi Δ là đường trung trực của đoạn MN thì Δ qua I và nhận \overline{MN} làm một VTPT. Phương trình đường thẳng Δ có dạng $4x - 6y + 7 = 0$.</p>	0,25
	<p>Tọa độ điểm E là nghiệm của hệ phương trình</p> $\begin{cases} (x-5)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \\ 4x - 6y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)^2 = \frac{9}{4} \\ y = \frac{4x+7}{6} \end{cases}$  <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{7}{2} \end{cases}$.</p> <p>Vì E, A cùng phía đối với MN nên ta chọn $E\left(\frac{7}{2}; \frac{7}{2}\right)$.</p>	0,25
	<p>Phương trình đường thẳng AE là $x - y = 0$.</p> <p>Tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình</p> $\begin{cases} (x-5)^2 + \left(y - \frac{9}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 6 \text{ hoặc } x = y = \frac{7}{2} \text{ (tọa độ của } E).$ <p>Vậy $C(6; 6)$.</p>	0,25
9	<p>Giải hệ phương trình</p> $\begin{cases} \sqrt{9y^2 + (2y+3)(y-x)} + 4\sqrt{xy} = 7x & (1) \\ (2y-6)\sqrt{x+4} - (y-5)\sqrt{2x+3} = 3(y-1) & (2) \end{cases}$	1,00
	<p>Điều kiện $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ 9y^2 + (2y+3)(y-x) \geq 0. \end{cases}$</p> <p>Xét $x = y = 0$: không thỏa hệ phương trình.</p> <p>Xét $x > 0, y > 0$:</p> $(1) \Leftrightarrow \left(\sqrt{9y^2 + (2y+3)(y-x)} - 3x\right) + 4(\sqrt{xy} - x) = 0$ $\Leftrightarrow \frac{9y^2 + (2y+3)(y-x) - 9x^2}{\sqrt{9y^2 + (2y+3)(y-x)} + 3x} + \frac{4(xy - x^2)}{\sqrt{xy} + x} = 0$	0,25

	$\Leftrightarrow (y-x) \left(\frac{9x+11y+3}{\sqrt{9y^2+(2y+3)(y-x)+3x}} + \frac{4x}{\sqrt{xy+x}} \right) = 0$ $\Leftrightarrow x=y, \text{ do } \frac{9x+11y+3}{\sqrt{9y^2+(2y+3)(y-x)+3x}} + \frac{4x}{\sqrt{xy+x}} > 0, \forall x, y > 0$	
	<p>Với $x=y$:</p> $(2) \Leftrightarrow (2x-6)\sqrt{x+4} - (x-5)\sqrt{2x+3} = 3(x-1)$ <p>Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{x+4} \quad (a \geq 0) \\ b = \sqrt{2x+3} \quad (b \geq 0). \end{cases}$</p> <p>Ta có $2x-6 = b^2 - 9$; $x-5 = a^2 - 9$; $x-1 = -a^2 + b^2$.</p>	0,25
	<p>Do đó</p> $(2) \Leftrightarrow (b^2 - 9)a - (a^2 - 9)b = 3(b^2 - a^2) \Leftrightarrow 3(a^2 - b^2) - ab(a-b) - 9(a-b) = 0$ $\Leftrightarrow (a-b)[3(a+b) - ab - 9] = 0 \Leftrightarrow (a-b)(a-3)(3-b) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ b=3 \\ a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \\ x=5. \end{cases}$ <p>So sánh điều kiện, ta có nghiệm của hệ phương trình là $(x; y) = \{(1;1), (3;3), (5;5)\}$.</p>	0,25
10	<p>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{x-y} + \frac{y}{y-z} + \frac{z}{z-x}$</p>	1,00
	<p>Đặt $\begin{cases} x = az \\ y = bz \end{cases} (a > 0, b > 0)$, ta có $\begin{cases} xy + yz = 2z^2 \\ 2x \leq z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} abz^2 + bz^2 = 2z^2 \\ 2az \leq z \end{cases}$</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} ab + b = 2 \\ 2a \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{2}{a+1} \\ 0 < a \leq \frac{1}{2}. \end{cases}$	0,25
	<p>Khi đó $P = \frac{a}{a-b} + \frac{a}{b-1} + \frac{1}{1-a}$</p> $= \frac{a}{a - \frac{2}{a+1}} + \frac{a}{\frac{2}{a+1} - 1} + \frac{1}{1-a}$ $= \frac{a^2 - 2a - 6}{a^2 + a - 2}$	0,25
	<p>Xét hàm số $f(a) = \frac{a^2 - 2a - 6}{a^2 + a - 2}, a \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$</p> <p>Ta có $f'(a) = \frac{3a^2 + 8a + 10}{(a^2 + a - 2)^2} > 0, \forall a \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$</p> <p>Suy ra $f(a)$ là hàm số đồng biến với mọi $a \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$</p>	0,25

Do đó $f(a) \leq f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{27}{5}$ hay $P \leq \frac{27}{5}, \forall a \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$	
Vậy $\max P = \frac{27}{5}$, đạt được khi $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = \frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{z}{2} \\ y = \frac{4z}{3} \end{cases}$.	0,25

ĐỀ 2

Câu 1 (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$

Câu 2 (1,0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (H). tìm trên đồ thị (H) những điểm M, biết rằng tiếp tuyến với đồ thị (H) tại điểm M cắt hai tiệm cận tại A và B, $IA = IB$ (I là giao điểm của hai đường tiệm cận).

Câu 3 (1,0 điểm)

- Cho số phức z thỏa mãn: $(1+2i)\bar{z} + 1 - 3i = 4 + 2i$. Hãy tìm phần thực, phần ảo của số phức z
- Giải phương trình: $\log_3(x-1) + \log_{\frac{1}{3}}(2x+3) = -1$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (x + e^{2x}) dx$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng Δ có

$$\text{phương trình: } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$$

Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (α)

Câu 6 (1,0 điểm)

- Giải phương trình $\cos 3x + 2\sin 2x - \cos x = 0$
- Cho n là số nguyên dương thỏa $5C_n^1 = C_n^3$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức $(2+x)^n$

Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy trùng với trung điểm H của AD. $SC = a\sqrt{3}; AB = BC = a; AD = 2a$. Góc tạo bởi đường SC và đáy là 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD

Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Cho tam giác ABC có diện tích là $\frac{3}{2}$; $A(2; -3); B(3; -2)$. Tìm tọa độ điểm C biết C nằm trên đường thẳng d có phương trình: $3x - y - 4 = 0$

Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm) Tìm m để phương trình $\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có hai nghiệm phân biệt

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 4$	
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ $y' = 4x^3 - 10x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{10}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$	0,25
	Hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{\sqrt{10}}{2}; 0\right); \left(\frac{\sqrt{10}}{2}; +\infty\right)$ Hàm số nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{\sqrt{10}}{2}\right); \left(0; \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = 4$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2}; y_{CT} = -\frac{9}{4}$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$	0,25
	Bảng biến thiên	0,25
	Đồ thị	0,25
	2 (1,0 điểm)	Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị là (H). tìm trên đồ thị (H) những điểm M, biết rằng tiếp tuyến với đồ thị (H) tại điểm M cắt hai tiệm cận tại A và B, $IA = IB$ (I là giao điểm của hai đường tiệm cận). Ta có $y' = \frac{-3}{(x-1)^2}$ Gọi $M \left(x_0; 2 + \frac{3}{x_0-1}\right) \in (H)$ Tiếp tuyến d với đồ thị (H) tại M có dạng: $y = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(x-x_0) + 2 + \frac{3}{x_0-1}$ Các giao điểm của d với hai tiệm cận:
		0,25

	$A\left(1; 2 + \frac{6}{x_0 - 1}\right); B(2x_0 - 1; 2)$	
	Theo đề bài ta có: $IA = IB \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 - \sqrt{3} \\ x_0 = 1 + \sqrt{3} \end{cases}$	0,25
	Vậy có 2 điểm M cần tìm: $M_1(1 + \sqrt{3}; 2 + \sqrt{3}); M_2(1 - \sqrt{3}; 2 - \sqrt{3})$	0,25
3a (0,5 điểm)	Cho số phức z thỏa mãn: $(1 + 2i)\bar{z} + 1 - 3i = 4 + 2i$. Hãy tìm phần thực, phần ảo của số phức z	
	Ta có $\bar{z} = \frac{3 + 5i}{1 + 2i} = \frac{13}{5} + \frac{1}{5}i \Rightarrow z = \frac{13}{5} - \frac{1}{5}i$	0,25
	Phần thực: $\frac{13}{5}$; phần ảo: $-\frac{1}{5}$	0,25
3b (0,5 điểm)	Giải phương trình: $\log_3(x - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = -1$	
	Điều kiện: $x > 1$ Với điều kiện trên ta có phương trình: $\log_3(x - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = -1$	0,25
	$\Leftrightarrow \log_3 3(x - 1) = \log_3(2x + 3)$	
	$\Leftrightarrow x = 4$	0,25
4. (1,0 điểm)	Tính tích phân $I = \int_0^1 (x + e^{2x}) dx$	
	$I = \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{1}{3} + \int_0^1 xe^{2x} dx$	0,25
	Ta có $\int_0^1 xe^{2x} dx = \frac{1}{2}xe^{2x} \Big _0^1 - \frac{1}{4}e^{2x} \Big _0^1$	0,25
	$= \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}$	0,25
	Vậy: $I = \frac{e^2}{4} + \frac{7}{12}$	0,25
5	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz. Cho điểm $A(1; -2; 3)$ và đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - t \end{cases}$ Viết phương trình mặt phẳng (α) qua điểm A và vuông góc với đường thẳng Δ . Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng Δ với mặt phẳng (α)	
	Δ có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; 1; -1)$	0,25

(1,0 điểm)	$(\alpha) \perp \Delta \Rightarrow$ vecto pháp tuyến của (α) $\vec{n} = \vec{a} = (2; 1; -1)$	
	Phương trình (α) : $2x + y - z + 3 = 0$	0,25
	Gọi $M = \Delta \cap (\alpha)$. Tọa độ M là nghiệm hệ phương trình: $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3 - t \\ 2x + y - z + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \\ z = -2 \\ t = -1 \end{cases}$	0,25
	Vậy: $M(-3; 1; -2)$	0,25
6a (0,5 điểm)	Giải phương trình $\cos 3x + 2 \sin 2x - \cos x = 0$	
	$\cos 3x + 2 \sin 2x - \cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin 2x(1 - \sin x) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow x = k \frac{\pi}{2}$	0,25
6b (0,5 điểm)	Cho n là số nguyên dương thỏa $5C_n^1 = C_n^3$. Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức $(2+x)^n$	
	Ta có: $5C_n^1 = C_n^3 \Leftrightarrow n^2 - 3n - 28 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 7 \\ n = -4 \end{cases}$	0,25
	Vì $n \in \mathbb{Z}^+$ nên $n = 7$ Số hạng tổng quát thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức $(2+x)^7$ là: $T_{k+1} = C_7^k \cdot 2^{7-k} \cdot x^k$ Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển nhị thức $(2+x)^7$ là: $4C_7^5$	0,25
7 (1,0 điểm)	Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, hình chiếu vuông góc của S lên mặt đáy trùng với trung điểm H của AD. $SC = a\sqrt{3}; AB = BC = a; AD = 2a$. Góc tạo bởi đường SC và đáy là 60° . Tính thể tích khối chóp SABCD	
	Hình vẽ	
	Ta có $SH \perp (ABCD)$ $\Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên (ABCD) $\Rightarrow (\widehat{SC, (ABCD)}) = \widehat{SCH} = 60^\circ$	0,25
	Xét tam giác SHC vuông tại H có: $SH = a\sqrt{3}$	0,25

	$S_{ABCD} = \frac{3a^2}{2}$	0,25
	Vậy: $V_{SABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$	0,25
8 (1,0điểm)	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy. Cho tam giác ABC có diện tích là $\frac{3}{2}$; $A(2; -3); B(3; -2)$. Tìm tọa độ điểm C biết C nằm trên đường thẳng d có phương trình: $3x - y - 4 = 0$	
	Gọi $C(a, b)$ Ta có $AB = \sqrt{2}$ AB có phương trình: $x - y - 5 = 0$ $d(C, AB) = \frac{ a - b - 5 }{\sqrt{2}}$ $S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow a - b - 5 = 3 \quad (1)$	0,25
	Vì $C \in d \Rightarrow b = 3a - 4 \quad (2)$	0,25
	Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$ hay $\begin{cases} a = -2 \\ b = -10 \end{cases}$	0,25
	Vậy có 2 điểm C cần tìm: $C_1(1; -1)$ $C_2(-2; -10)$	0,25
9 (1,0 điểm)	Giải hệ phương trình $\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$	
	$\begin{cases} 8x^3y^3 + 27 = 18y^3 \\ 4x^2y + 6x = y^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} (2x)^3 + \left(\frac{3}{y}\right)^3 = 18 \\ 2x(2xy + 3) = y^2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{3}{y} = 3 \\ 2x \cdot \frac{3}{y} = 1 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \\ \frac{3}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 2x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \\ \frac{3}{y} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \end{cases}$	0,25

	Vậy: $\begin{cases} x = \frac{3-\sqrt{5}}{4} \\ y = \frac{6}{3+\sqrt{5}} \end{cases}$ hay $\begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{4} \\ y = \frac{6}{3-\sqrt{5}} \end{cases}$	0,25
10 (1,0 điểm)	Tìm m để phương trình $\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có hai nghiệm phân biệt	
	Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$ Đặt $t = \sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}$ $\Rightarrow t' = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} - \frac{1}{2\sqrt{2+x}} < 0$ $\Rightarrow t \in [-2; 2]$	0,25
	Phương trình trở thành: $t^2 + 2t - 4 = 2m$ Đặt $g(t) = t^2 + 2t - 4$ với $t \in [-2; 2]$ $\Rightarrow g'(t) = 2t + 2$	0,25
	Bảng biến thiên của g(t) trên $[-2; 2]$	0,25
	Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $-5 < 2m < -4 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m < -2$	0,25

ĐỀ 3

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ (C)

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ x_0 , biết $f''(x_0) = -3$

Câu 3 (1,0 điểm)

- Giải phương trình: $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$
- Tìm môđun của số phức $z = (1 - 2i)(2 + i)^2$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\ln 2} e^x \cdot \sqrt{5 - e^x} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho các điểm A(1; 1; -2), B(3; 0; 1), C(-1; 2; 3). Lập phương trình mặt phẳng (ABC). Lập phương trình mặt cầu (S) có bán kính R = 3, đi qua A và có tâm thuộc trục Oy.

Bài 6 (1,0 điểm)

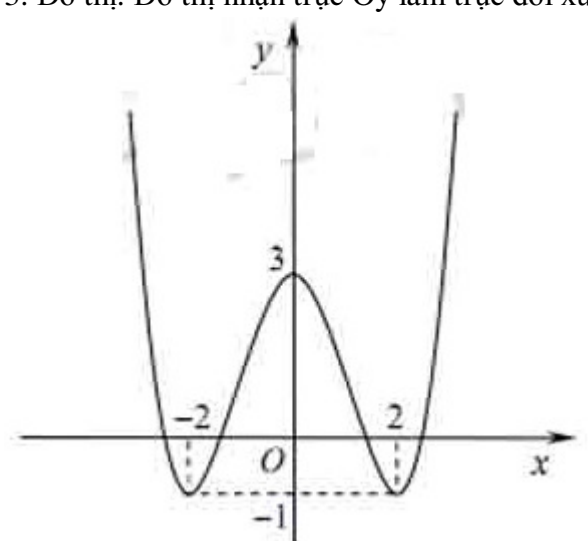
- Giải phương trình: $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x)$
- Một hộp có 5 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu vàng và 8 viên bi màu xanh. Cùng một lần lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất sao cho trong 3 viên bi lấy ra không có viên bi nào là màu đỏ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là một hình chữ nhật và SA = AB = 2a. Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm M của cạnh AB, mặt bên (SCD) hợp với đáy một góc 60° . Hai đường thẳng MC và BD cắt nhau tại I. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ I đến mặt phẳng (SCD).

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có đỉnh A(2;-2), trọng tâm G(0;1) và trực tâm H($\frac{1}{2};1$). Tìm tọa độ các đỉnh B, C và tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Bài 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình: $\frac{3x}{\sqrt{1-x^2}} - 1 < \frac{1}{1-x^2}$

Bài 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là ba số thực dương thỏa mãn $xy + yz + zx - xyz = 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = \frac{\sqrt{2x^2 + y^2}}{xy} + \frac{\sqrt{2y^2 + z^2}}{yz} + \frac{\sqrt{2z^2 + x^2}}{zx}$

Câu	Đáp án	Điểm																										
Câu 1. (1,0 điểm)	1. Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ 2. Sự biến thiên: * Giới hạn vô cực: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ * Chiều biến thiên: Ta có: $y' = x^3 - 4x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2 ; 0)$, $(2 ; +\infty)$; nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty ; -2)$, $(0 ; 2)$ * Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 3$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 2$, $y_{CT} = -1$ * Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>-1</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	y'		-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$			3		-1		-1		$+\infty$	0,5
	x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$																						
y'		-	0	+	0	-	0	+																				
y	$+\infty$			3		-1		-1		$+\infty$																		
3. Đồ thị: Đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng		0,5																										

Câu 2. (1 điểm)	$f'(x) = 6x - 6; f'(x_0) = -3 \Leftrightarrow 6x_0 - 6 = -3 \Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{2}$	0,25
	$y_0 = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{11}{8}; f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{4}$	0,25
	Pttt: $y = -\frac{9}{4}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{11}{8}$	0,25
	Hay: $y = -\frac{9}{4}x + \frac{5}{2}$	0,25
Câu 3. (1,0 điểm)	1) $3^{2x+1} - 4 \cdot 3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x = 1 \\ 3^x = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0,5
	2) $z = (1-2i)(2+i)^2$ $= (1-2i)(4+4i+i^2) = (1-2i)(3+4i) = 3+4i-6i-8i^2 = 11-2i$	0,25
	$z = 11-2i \Rightarrow z = \sqrt{11^2 + 2^2} = 5\sqrt{5}$	0,25
Câu 4. (1,0 điểm)	Đặt $t = \sqrt{5-e^x}$. Tính $e^x dx = -2tdt$	0,25
	Đổi cận: $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 2 \\ x = \ln 2 \Rightarrow t = \sqrt{3} \end{cases}$	0,25
	$I = \int_{\sqrt{3}}^2 2t^2 dt = \frac{2t^3}{3} \Big _{\sqrt{3}}^2 = \frac{16}{3} - 2\sqrt{3}$	0,5
Câu 5. (1,0 điểm)	$\overline{AB} = (2; -1; 3), \overline{AC} = (-2; 1; 5), \overline{AB} \wedge \overline{AC} = (-8; -16; 0)$	0,25
	Do đó: $\vec{n} = (1, 2, 0)$ là vectơ pháp tuyến của mp(ABC)	0,25
	(ABC): $x + 2y - 3 = 0$	
	Gọi I là tâm của mặt cầu (S). Theo giả thiết $I \in Oy$ nên $I(0; y; 0)$ Do (S) có bán kính $R = 3$ và đi qua A nên $IA = R \Rightarrow (y-1)^2 + 5 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = 1 \end{cases}$	0,25
	Với $y = 3$ ta có $I(0; 3; 0)$ nên (S): $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$	0,25
Với $y = 1$ ta có $I(0; 1; 0)$ nên (S): $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$	0,25	
Câu 6. (1,0 điểm)	1) $\cos 2x - \cos x = \sqrt{3}(\sin 2x + \sin x)$ $\Leftrightarrow \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = \sqrt{3} \sin x + \cos x \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x$	0,25
	$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = x - \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x + \frac{\pi}{3} = -x + \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ x = k\frac{2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0,25
	2) Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$ Gọi A là biến cố: “Trong ba viên bi lấy ra không có viên bi nào màu đỏ” Số cách chọn 3 bi không có màu đỏ: $C_{15}^3 = 455$	0,25

	$P(A) = \frac{455}{1140} = \frac{91}{228}$	
Câu 7. (1,0 điểm)	<p>Từ giả thiết SAB là tam giác đều cạnh 2a, SM là đường cao, $SM = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$</p>	0,25
	<p>Gọi N là trung điểm CD, ta có:</p> $MN \perp CD; SN \perp CD \Rightarrow ((SCD), (ABCD)) = \widehat{MNS} = 60^\circ$ $BC = MN = \frac{SM}{\tan 60^\circ} = a$ <p>Thể tích khối chóp S.ABCD là: $V = \frac{1}{3} SM \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} AB \cdot BC \cdot SM = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{3}$</p>	0,25
	<p>Gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên SN thì</p> $MH \perp (SCD) \Rightarrow MH = d(M, (SCD))$ $MH = \frac{MN \cdot MS}{SN} = \frac{MN \cdot SM}{\sqrt{MN^2 + SM^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	0,25
	<p>Từ giả thiết suy ra I là trọng tâm tam giác ABC</p> <p>Kẻ IK // MH thì $K \in CH, IK = \frac{2}{3} MH, IK \perp (SCD)$</p> $\Rightarrow d(K, (SCD)) = IK = \frac{2}{3} MH = \frac{2}{3} \cdot d(M, (SCD)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	0,25
Câu 8. (1,0 điểm)	<p>Gọi M là trung điểm cạnh BC, ta có: $\overline{AM} = \frac{3}{2} \overline{AG} \Rightarrow M \left(-1; \frac{5}{2} \right)$</p> <p>$\overline{AH} = \left(-\frac{3}{2}; 3 \right)$ hay $\vec{n} = (1; -2)$ là vector pháp tuyến của đường thẳng BC</p>	0,25

	<p>Phương trình BC: $x - 2y + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2y + 6$</p> <p>Vì B và C đối xứng với nhau qua M nên gọi B(2m + 6; m) thì có C(4 - 2m; 5 - m)</p>	0,25
	<p>$\overline{AB} = (2m - 8; m + 2); \overline{HC} = \left(\frac{7}{2} - 2m; 4 - m\right)$. Ta có: $\overline{AB} \cdot \overline{HC} = 0$</p> <p>$\Rightarrow (m - 4)(5 - 5m) = 0 \Leftrightarrow m = 4; m = 1$. Vậy B(2;4), C(-4;1) hoặc B(-4;1), C(2;4)</p>	0,25
	<p>Kẻ đường kính AK của đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC</p> <p>Tứ giác BHCK có BH // KC và BK // HC nên BHCK là hình bình hành. Suy ra HK và BC cắt nhau tại M là trung điểm của BC và M cũng là trung điểm của HK.</p> <p>Ta có: $H\left(\frac{1}{2}; 1\right), M\left(-1; \frac{5}{2}\right) \Rightarrow K\left(-\frac{5}{2}; 4\right)$. Bán kính $R = \frac{1}{2}AK = \frac{15}{4}$</p>	0,25
Câu 9. (1,0 điểm)	<p>Điều kiện: $x < 1$. Bất phương trình đã cho tương đương với:</p> $\frac{1 - x^2 + x^2}{1 - x^2} > \frac{3x}{\sqrt{1 - x^2}} - 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{1 - x^2} - \frac{3x}{\sqrt{1 - x^2}} + 2 > 0(1)$	0,25
	<p>Đặt $t = \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$, khi đó bất phương trình (1) trở thành: $t^2 - 3t + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < 1 \\ t > 2 \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Với $t < 1$ thì $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} < 1 \Leftrightarrow x < \sqrt{1 - x^2}$ (2)</p> <p>$-1 < x \leq 0$: bất phương trình (2) đúng</p> <p>$0 < x < 1$: bất phương trình (2) $x^2 < 1 - x^2 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$</p> <p>Tập nghiệm của bất phương trình (2) là $S_1 = \left(-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$</p>	0,25
	<p>Với $t > 2$ thì $\frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} > 2 \Leftrightarrow x > 2\sqrt{1 - x^2}$ (3)</p> <p>Bất phương trình (3) $\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x^2 > 4(1 - x^2) \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{2\sqrt{5}}{5}$</p> <p>Tập nghiệm của bất phương trình (3) là: $S_2 = \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}; 1\right)$</p> <p>Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = S_1 \cup S_2 = \left(-1; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{5}}{5}; 1\right)$</p>	0,25
Câu 10. (1,0 điểm)	<p>Biến đổi: $\frac{\sqrt{2x^2 + y^2}}{xy} = \sqrt{\frac{2x^2 + y^2}{x^2y^2}} = \sqrt{2 \cdot \frac{1}{y^2} + \frac{1}{x^2}}$. Đặt: $a = \frac{1}{x}, b = \frac{1}{y}, c = \frac{1}{z}$.</p> <p>Giả thiết đề bài: $\begin{cases} x, y, z > 0 \\ xy + yz + zx - xyz = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a, b, c > 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases}$ và</p> <p>$F = \sqrt{2b^2 + a^2} + \sqrt{2c^2 + b^2} + \sqrt{2a^2 + c^2}$</p>	0,25

<p>Áp dụng bất đẳng thức: $\left(\left \vec{u}\right \left \vec{v}\right \right)^2 \geq (\vec{u} \cdot \vec{v})^2$, với $\vec{u} = (1; 1; 1)$, $\vec{v} = (b; b; a)$, ta có:</p> $3(2b^2 + a^2) = 3(b^2 + b^2 + a^2) \geq (b + b + a)^2 = (2b + a)^2 \Rightarrow \sqrt{2b^2 + a^2} \geq \frac{1}{\sqrt{3}}(2b + a)(1)$	0,25
<p>Tương tự, $\sqrt{2c^2 + b^2} \geq \frac{1}{\sqrt{3}}(2c + b)(2)$; $\sqrt{2a^2 + c^2} \geq \frac{1}{\sqrt{3}}(2a + c)(3)$</p>	0,25
<p>Cộng (1), (2), (3) vế theo vế ta có:</p> $F = \sqrt{2b^2 + a^2} + \sqrt{2c^2 + b^2} + \sqrt{2a^2 + c^2} \geq \frac{1}{\sqrt{3}}(3a + 3b + 3c) = \sqrt{3}$ <p>Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = y = z = 3$</p> <p>Vậy F có giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{3}$</p>	0,25

ĐỀ 4

Câu 1 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+1}$ (C). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C).

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm số phức z thỏa mãn $\left(\frac{z+2i}{z-i}\right)^4 = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int_0^3 \frac{3 + \ln(x+1)}{(x+1)^2} dx$.

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình: $2 \log_9 x + 1 = \frac{2}{\log_3 x}$.

Câu 5 (1,0 điểm). Giải phương trình: $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2}$.

Câu 6 (1,0 điểm). Xác định hệ số của x^8 trong khai triển $f(x) = (1 + x - 2x^2)^{10}$.

Câu 7 (1,0 điểm). Trong hệ trục tọa độ Oxy cho $\triangle ABC$ có $C(-2; 3)$. Đường cao AH có phương trình $3x - 2y - 25 = 0$. Đường phân giác BE có phương trình $x - y = 0$. Hãy viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AC của $\triangle ABC$.

Câu 8 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD với ABCD là hình thoi cạnh bằng a ($a > 0$). Đường chéo $AC = a$. Mặt phẳng chứa $\triangle SAB$ cân tại S vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc tạo bởi đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng 60° .

a) Tính thể tích khối chóp S.ABCD theo a .

b) Tính $d(A, (SBC))$.

Câu 9 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho hai đường thẳng:

$$(d_1): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{và} \quad (d_2): \frac{x-1}{2} = \frac{1-y}{1} = \frac{3-z}{2}.$$

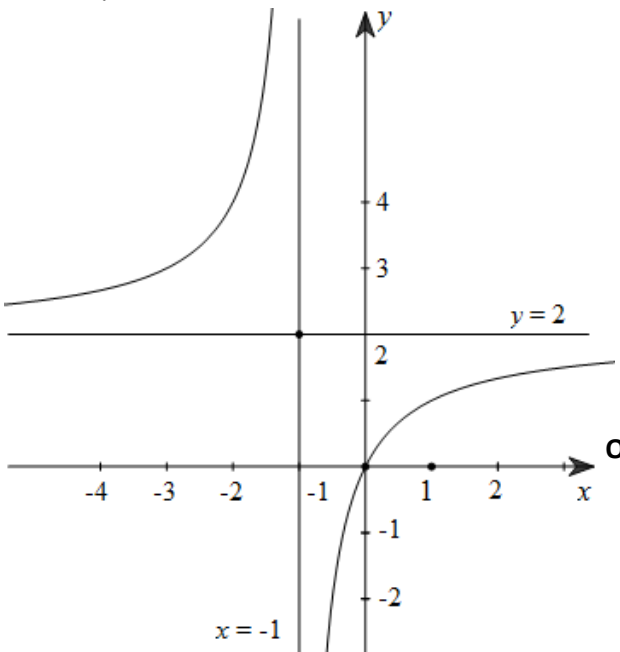
a) Chứng minh rằng (d_1) song song với (d_2) .

b) Viết phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với (d_1) và tiếp xúc với (d_2) tại điểm $B(3; 0; 1)$.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \sqrt[3]{4(x^3 + y^3)} + \sqrt[3]{4(y^3 + z^3)} + \sqrt[3]{4(z^3 + x^3)} + 2\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{z^2} + \frac{z}{x^2}\right)$$

————— HẾT —————

Câu	Đáp án	Điểm												
	<ul style="list-style-type: none"> TXĐ : $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. $y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$. 	0,25												
	<ul style="list-style-type: none"> Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$. 	0,25												
	<ul style="list-style-type: none"> Bảng biến thiên : <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td colspan="2"> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> 2 \nearrow $+\infty$ </div> </td> <td> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> $-\infty$ \nearrow 2 </div> </td> </tr> </table> 	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> 2 \nearrow $+\infty$ </div>		<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> $-\infty$ \nearrow 2 </div>	0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> 2 \nearrow $+\infty$ </div>		<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> $-\infty$ \nearrow 2 </div>											
	<ul style="list-style-type: none"> Trả lời đúng các điểm đặc biệt. Đồ thị :  	0,25												
Câu 1 1,0điểm														
Câu 2 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> $\left(\frac{z+2i}{z-i}\right)^4 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{z+2i}{z-i}\right)^2 = \pm 1$ 	0,25												

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{z+2i}{z-i} = \pm 1 \\ \frac{z+2i}{z-i} = \pm i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z+2i = \pm(z-i) \\ z+2i = \pm i(z-i) \end{cases}$	0,25 0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Vậy $z_1 = -\frac{1}{2}i$; $z_2 = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$; $z_3 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$; 	0,25

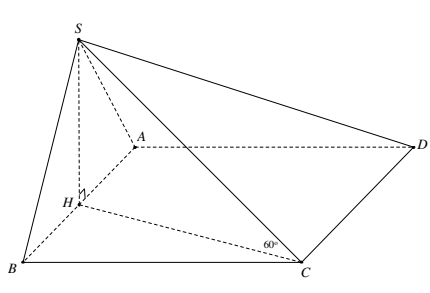
	<ul style="list-style-type: none"> $\begin{cases} u = 3 + \ln(x+1) \\ dv = \frac{dx}{(x+1)^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x+1} \\ v = -\frac{1}{x+1} \end{cases}$ 	0,25
Câu 3 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> $I = -\frac{3 + \ln(x+1)}{x+1} \Big _0^3 + \int_0^3 \frac{dx}{(x+1)^2}$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> $I = \frac{9}{4} - \frac{\ln 2}{2} - \frac{1}{x+1} \Big _0^3$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> $I = 3 - \frac{\ln 2}{2}$ 	0,25

	<ul style="list-style-type: none"> Điều kiện $x > 0$; $x \neq 1$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Phương trình đã cho tương đương với $\log_3^2 x + \log_3 x - 2 = 0$ 	0,25
Câu 4 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (Thỏa điều kiện)} \\ x = \frac{1}{9} \text{ (Thỏa điều kiện)} \end{cases}$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Vậy nghiệm của phương trình là $x = 3$; $x = \frac{1}{9}$. 	0,25

	<ul style="list-style-type: none"> Ta có: $\sin x - \sqrt{3} \cos x = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> $\Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{3} \sin x - \sin \frac{\pi}{3} \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin \left(x - \frac{\pi}{3} \right) = \sin \frac{\pi}{4}$ 	0,25
Câu 5 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> $\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \end{cases}, (k \in \mathbb{Z}).$ 	0,25
Câu 6 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> Ta có: $f(x) = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot (2x^2)^{10-k} \cdot (1+x)^k = \sum_{k=0}^{10} \sum_{j=0}^k C_{10}^k \cdot C_k^j \cdot (-1)^{10-k} \cdot 2^{10-k} \cdot x^{20-2k+j}$ 	0,25

	<ul style="list-style-type: none"> Số hạng chứa x^8 ứng với cặp $(k; j)$ sao cho $\begin{cases} k, j \in \mathbb{N} \\ 0 \leq j \leq k \leq 10 \\ j = 2k - 12 \end{cases}$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Khi đó cặp số $(k; j)$ ứng với các cặp số $(6;0); (7;2); (8;4); (9;6); (10;8)$. 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Hệ số của x^8 là: $C_{10}^6 \cdot C_6^0 \cdot 2^4 - C_{10}^7 \cdot C_7^2 \cdot 2^3 + C_{10}^8 \cdot C_8^4 \cdot 2^2 - C_{10}^9 \cdot C_9^6 \cdot 2 + C_{10}^{10} \cdot C_{10}^8 = -5835$. 	0,25

Câu 7 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> PT đường thẳng BC là $2x + 3y - 5 = 0$. Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + 3y - 5 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$. Tọa độ của điểm B(1;1). 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Gọi F là điểm đối xứng của C qua BE $\Rightarrow F \in AB$. Tính được tọa độ của điểm F(3;-2) 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> PT đường thẳng AB là $3x + 2y - 5 = 0$. Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ: $\begin{cases} 3x + 2y - 5 = 0 \\ 3x - 2y - 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -5 \end{cases}$. Tọa độ của điểm A(5;-5). 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> PT đường thẳng AC là $8x + 7y - 5 = 0$. 	0,25

Câu 8 1,0điểm		<ul style="list-style-type: none"> Chứng minh được $SH \perp (ABCD)$. Tính được diện tích hình thoi $S_{ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ Suy ra: $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$ (đvtt) 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> Tính được $d(H, (SBC)) = \frac{3a\sqrt{13}}{26}$ 	0,25	
	<ul style="list-style-type: none"> Tính được $d(A, (SBC)) = \frac{3a\sqrt{13}}{13}$ 	0,25	
Câu 9 1,0điểm	<ul style="list-style-type: none"> Chứng minh được d_1 song song với d_2 	0,25	
	<ul style="list-style-type: none"> A là hình chiếu vuông góc của B trên d_1. Do đó mặt cầu cần tìm có đường kính AB. 	0,25	

	<ul style="list-style-type: none"> • Tìm được $A\left(\frac{8}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ và bán kính mặt cầu $r = \frac{1}{2}$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> • (S): $\left(x - \frac{17}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 	0,25

Câu 10 1,0 điểm	<ul style="list-style-type: none"> • Ta có : $4(x^3 + y^3) \geq (x+y)^3$ Với $x, y > 0$. <p>Thật vậy $4(x^3 + y^3) \geq (x+y)^3 \Leftrightarrow 4(x^2 - xy + y^2) \geq (x+y)^2 \quad (x+y > 0)$.</p> $(x-y)^2 \geq 0 \text{ Đúng với mọi } x, y.$ <p>Tương tự : $4(x^3 + z^3) \geq (x+z)^3$ Với $x, z > 0$.</p> $4(y^3 + z^3) \geq (y+z)^3 \text{ Với } y, z > 0.$	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> • Suy ra $\sqrt[3]{4(x^3 + y^3)} + \sqrt[3]{4(y^3 + z^3)} + \sqrt[3]{4(z^3 + x^3)} \geq 2(x+y+z) \geq 6\sqrt[3]{xyz}$	0,25
	<p>Mặt khác $2\left(\frac{x}{y^2} + \frac{y}{z^2} + \frac{z}{x^2}\right) \geq 6\sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}$.</p>	
	<ul style="list-style-type: none"> • Suy ra $P \geq 6\left(\sqrt[3]{xyz} + \sqrt[3]{\frac{1}{xyz}}\right) \geq 12$ 	0,25
	<p>Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x = y = z \\ \frac{x}{y^2} = \frac{y}{z^2} = \frac{z}{x^2} \\ xyz = \frac{1}{xyz} \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 1$</p> <p>Vậy Min $P = 12$ khi $x = y = z = 1$.</p>	0,25

ĐỀ 5

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - m = 0$ có một nghiệm duy nhất.

Câu 2 (1,0 điểm)

- Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2\cos x)(\sin x - \cos x) = 0$
- Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - zi + \bar{z}$

Câu 3 (0,5 điểm) Giải bất phương trình: $2\log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2$

Câu 4 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2+y^2+1} = 3 + \sqrt{x^2-y^2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$

Câu 5 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (1-x)(2+e^{2x}) dx$

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh 2a. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA.

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân, cạnh đáy BC có phương trình: $x+y+1=0$, phương trình đường cao kẻ từ B là: $x-2y-2=0$. Điểm M(2;1) thuộc đường cao kẻ từ C. Viết phương trình các cạnh bên của tam giác ABC.

Câu 8 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1;-2;1), B(-1;0;3), C(0;2;1). Lập phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.

Câu 9 (0,5 điểm) Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1,2,3,...,9. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên ba thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ.

Câu 10 (1,0 điểm) Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x \geq y \geq z$ và $x+y+z=3$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y$.

Hết

Câu	Đáp án	Điểm														
1.a (1,0 điểm)	TXĐ: $D = \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 12x + 9$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$	0.25														
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(1; 3)$	0.25														
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0.25														
	BBT <table style="margin-left: 20px;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">x</td> <td style="padding: 2px 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">y'</td> <td style="padding: 2px 5px;">$+$</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">$-$</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">y</td> <td style="padding: 2px 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">-1</td> <td style="padding: 2px 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> Đồ thị : đi qua các điểm $(3; -1), (1; 3), (2; 1), (0; -1)$	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$												
y'	$+$	0	$-$	0												
y	$-\infty$	3	-1	$+\infty$												
1.b (1,0 điểm)	Pt : $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = 2m - 1$ (*)	0.25														
	Pt (*) là pt hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d $y = 2m - 1$ (d cùng phương trục Ox). Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của (C) và d. Dựa vào đồ thị (C), để pt có một nghiệm duy nhất thì :	0.25														
	$\begin{cases} 2m-1 < -1 \\ 2m-1 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$	0.25														
	$\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$															

2.a (0,5 điểm)	$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0.25 0.25
2.b (0,5 điểm)	$(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} = 2+i$ $\Rightarrow w = 2 - i \quad . \quad \text{Số phức } w \text{ có phần ảo bằng } -1$	0.25 0.25
3 (0,5 điểm)	$\text{ĐK: } x > 1 \quad , \quad 2\log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] \leq 1$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \quad \Rightarrow \text{tập nghiệm } S = (1; 2]$	0.25 0.25
4 (1,0 điểm)	<p>Điều kiện: $x+y \geq 0, x-y \geq 0$</p> <p>Đặt: $\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} \sqrt{u} - \sqrt{v} = 2 \quad (u > v) \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 & (1) \\ \sqrt{\frac{(u+v)^2 - 2uv + 2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 & (2) \end{cases}$. Thế (1) vào (2) ta có:</p> <p>$\sqrt{uv + 8\sqrt{uv} + 9} - \sqrt{uv} = 3 \Leftrightarrow uv + 8\sqrt{uv} + 9 = (3 + \sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv = 0$.</p> <p>Kết hợp (1) ta có: $\begin{cases} uv = 0 \\ u+v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow u = 4, v = 0 \text{ (vì } u > v)$.</p> <p>Từ đó ta có: $x=2; y=2$. (Thỏa đ/k)</p> <p>KL: Vậy nghiệm của hệ là: $(x; y) = (2; 2)$.</p>	0.25 0.25 0.25
5 (1,0 điểm)	<p>Đặt $\begin{cases} u = 1-x \\ dv = (2+e^{2x})dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = 2x + \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$</p> <p>$I = (1-x)(2x + \frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + \int_1^2 (2 + \frac{1}{2}e^{2x}) dx$</p> <p>$= (1-x)(2x + \frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + (x^2 + \frac{1}{4}e^{2x}) \Big _0^1 = \frac{e^2 + 1}{4}$</p>	0.25 0.25 0,5
6 (1,0 điểm)	<p>Gọi H là trung điểm AB – Lập luận $SH \perp (ABC)$ – Tính được $SH = a\sqrt{15}$</p> <p>Tính được $V_{S.ABC} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$</p> <p>Qua A vẽ đường thẳng $\Delta // BD$, gọi E là hình chiếu của H lên Δ, K là hình chiếu H lên SE</p> <p>Chứng minh được: $d(BD, SA) = d(BD, (S, \Delta)) = 2d(H, (S, \Delta)) = 2HK$</p>	0.25 0.25 0.25

	<p>Tam giác EAH vuông cân tại E, $HE = \frac{a\sqrt{2}}{2}$</p> $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{31}{15a^2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{15}{31}}a$ $\Rightarrow d(BD, SA) = 2\sqrt{\frac{15}{31}}a$	0.25
7 (1,0 điểm)	Gọi H là trực tâm ΔABC . Tìm được $B(0;-1)$, $\cos \widehat{HBC} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \cos \widehat{HCB}$	0.25
	Pt đthẳng HC có dạng: $a(x-2)+b(y-1)=0$ ($\vec{n} = (a;b)$ là VTPT và $a^2 + b^2 > 0$)	0.25
	$\cos \widehat{HCB} = \frac{ a+b }{\sqrt{2(a^2+b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow 4a^2 + 10ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 5\left(\frac{a}{b}\right) + 2 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2, b = 1 \\ a = -1, b = 2(l) \end{cases}$, phương trình CH: $-2x + y + 3 = 0$	0.25
<p>$AB \perp CH$. Tìm được pt AB: $x+2y+2=0$</p> <p>Tìm được : $C\left(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3}\right)$, pt AC: $6x+3y+1=0$</p>		
8 (1,0 điểm)	Tìm được tọa độ tâm I của mặt cầu $I(0;-1;2)$, bán kính mặt cầu: $R = \sqrt{3}$	0.25
	Phương trình mặt cầu (S): $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$	0.25
	Giả sử $H(x;y;z)$, $\overrightarrow{AH} = (x-1; y+2; z-1)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$, $\overrightarrow{BH} = (x+1; y; z-3)$	0.25
	$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z = -5$	0.25
\overrightarrow{BH} cùng phương $\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ y + z = 3 \end{cases}$, Tìm được $H\left(-\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{23}{9}\right)$		
9 (0,5 điểm)	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 = 84$	0.25
	Số cách chọn 3 thẻ có tích là số lẻ là $n(A) = C_5^3 = 10$	0.25
\Rightarrow Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$		
10 (1,0 điểm)	Ta có $\frac{x}{z} + xz \geq 2x$, $\frac{z}{y} + yz \geq 2z$.	0.25
	Từ đó suy ra $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2x - xz + 2z - yz + 3y$	0.25
	$= 2(x+z) + y(x+y+z) - xz - yz = 2(x+z) + y^2 + x(y-z)$	0.25
	Do $x > 0$ và $y \geq z$ nên $x(y-z) \geq 0$. Từ đây kết hợp với trên ta được	0.25
$P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2(x+z) + y^2 = 2(3-y) + y^2 = (y-1)^2 + 5 \geq 5$.		
Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 5 đạt khi $x=y=z=1$		

ĐỀ 6

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2$ (C).

- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C) khi $m = 2$.
b) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và Ox.

Câu 2 (1,0 điểm).

- a) Cho $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $\left(-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0\right)$. Tính giá trị biểu thức $A = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.
b) Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = iz - \bar{z}$.

Câu 3 (1,0 điểm).

- a) Giải phương trình: $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x$.
b) Giải bất phương trình: $\log_{0,2} x + \log_{0,2}(x + 1) < \log_{0,2}(x + 2)$.

Câu 4 (1,0 điểm).

Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \sqrt{3 \sin x + 1} dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2SM$. Biết $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

Câu 6 (1,0 điểm).

1. Cho một hộp đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi xanh và 7 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một lần ba viên bi. Tính xác suất để trong ba viên bi lấy được chỉ có hai màu.
2. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển của: $x^3 \left(\frac{1}{x^2} + \sqrt{x^5}\right)^n$, biết tổng các hệ số trong khai triển trên bằng 4096 (trong đó n là số nguyên dương và $x > 0$).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có $AB = 2BC$. Gọi H là hình chiếu của A lên đường thẳng BD; E, F lần lượt là trung điểm đoạn CD và BH. Biết $A(1;1)$, phương trình đường thẳng EF là $3x - y - 10 = 0$ và điểm E có tung độ âm. Tìm tọa độ các đỉnh B, C, D.

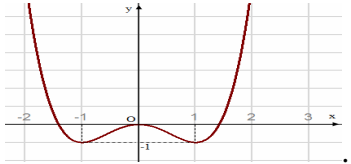
Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 - 7x + 2y + 6 = 0 \\ -7x^3 + 12x^2y - 6xy^2 + y^3 - 2x + 2y = 0. \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 9 (1,0 điểm). Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2 + 1}{4b^2} + \frac{b^2 + 1}{4c^2} + \frac{c^2 + 1}{4a^2} \geq \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}.$$

————— Hết —————

ĐÁP ÁN		
CÂU	a. (1,0 điểm) Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số.	Điểm
1	$y = x^4 - 2x^2$ * TXĐ: $D = R$	0.25

	<p>* Sự biến thiên:</p> <p>– Chiều biến thiên:</p> $y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$ <p>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$</p>																			
	<p>– Cực trị:</p> <p>Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{cd} = y(0) = 0$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1; y_{ct} = y(\pm 1) = -2$</p>	0.25																		
	<p>– Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (x^4 - 2x^2) = +\infty$</p> <p>– Bảng biến thiên</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	-	0	+	-	0	y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$															
y'	-	0	+	-	0															
y	$+\infty$	-1	0	-1	$+\infty$															
	<p>* Đồ thị:</p> <p>Tìm giao với các trục tọa độ.</p> 	0.25																		
	<p>b. (1.0 điểm) Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và Ox.</p>																			
	<p>Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và Ox:</p> $x^4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$	0.25																		
	<p>Diện tích hình phẳng:</p> $S = \int_{-\sqrt{2}}^0 x^4 - 2x^2 dx + \int_0^{\sqrt{2}} x^4 - 2x^2 dx$	0.25																		
	$= \left \int_{-\sqrt{2}}^0 (x^4 - 2x^2) dx \right + \left \int_0^{\sqrt{2}} (x^4 - 2x^2) dx \right $ $= \left \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} \right) \Big _{-\sqrt{2}}^0 \right + \left \left(\frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} \right) \Big _0^{\sqrt{2}} \right $	0.25																		
	$= \frac{16\sqrt{2}}{15}$	0.25																		
2	<p>$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$</p> $= 1 - \left(\frac{4}{5} \right)^2 = \frac{9}{25}$ <p>$\Leftrightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$</p> <p>Vì $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$ nên $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$.</p>	0,25																		

	$A = \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$ $= \sin\alpha \cdot \cos\frac{\pi}{4} - \cos\alpha \cdot \sin\frac{\pi}{4}$ $= \left(-\frac{3}{5}\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$ $= -\frac{7\sqrt{2}}{10}$	0,25
	$\bar{z} = 3 + 2i$	0,25
	$w = i(3 - 2i) - (3 + 2i)$ $= -1 + i$ <p>Phần thực là: -1 Phần ảo là: 1.</p>	0,25
3	<p>a) Ta có: $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + \cos x$</p> $\Leftrightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = 1 + \cos x$ $\Leftrightarrow \cos x(2 \sin x - 1) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \quad (k \in \mathbb{Z}). \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$	0,25
	<p>b) Điều kiện: $x > 0$ (*).</p> $\log_{0,2} x + \log_{0,2}(x + 1) < \log_{0,2}(x + 2)$ $\Leftrightarrow \log_{0,2}(x^2 + x) < \log_{0,2}(x + 2)$ $\Leftrightarrow x^2 + x > x + 2 \Leftrightarrow x > \sqrt{2}$ (vì $x > 0$). <p>Vậy bất phương trình có nghiệm $x > \sqrt{2}$.</p>	0,25
4	Đặt $u = \sqrt{3 \sin x + 1} \Rightarrow \cos x dx = \frac{2}{3} u du$	0,25
	Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 1; x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow u = 2$	0,25
	Khi đó: $I = \int_1^2 u \cdot \frac{2}{3} u du = \frac{2}{3} \frac{u^3}{3} \Big _1^2$	0,25
	Tính được $I = \frac{14}{9}$	0,25
5	Gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Do $(SAB) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$	0,25

	Do SAB là tam giác đều cạnh a nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a\sqrt{2}$	
	Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{6}SH.AB.AC = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$	0.25
	Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại $N \Rightarrow AC \parallel MN \Rightarrow AC \parallel (BMN)$ Ta có $AC \perp AB \Rightarrow AC \perp (SAB)$ mà $MN \parallel AC \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow (SAB) \perp (BMN)$ Từ A kẻ $AK \perp BN (K \in BN) \Rightarrow AK \perp (BMN)$ $\Rightarrow AK = d(A, (BMN)) = d(AC, BM)$	0.25
	Do $\frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{AN}{SA} = \frac{2}{3}$ $\Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3}S_{SAB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$ $BN^2 = AN^2 + AB^2 - 2AN.AB \cos 60^\circ = \frac{7a^2}{9}$ $\Rightarrow BN = \frac{a\sqrt{7}}{3}$, $AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{a\sqrt{21}}{7}$. Vậy $d(AC, BM) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$	0.25
	Gọi A là biến cố “ba viên bi lấy được chỉ có hai màu” Ta có: Số phần tử của không gian mẫu: $C_{16}^3 = 560$	0.25
	Số cách chọn được ba viên bi chỉ có một màu: $C_4^3 + C_5^3 + C_7^3 = 49$ Số cách chọn được ba viên bi có đủ ba màu: $C_4^1 C_5^1 C_7^1 = 140$ Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = 1 - \frac{49+140}{560} = \frac{53}{80}$	0.25
6	Xét khai triển : $x^3 \left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5} \right)^n = x^3 \left(\frac{1}{x^3} + x^{\frac{5}{2}} \right)^n$ $= x^3 \left[C_n^0 \left(\frac{1}{x^3} \right)^n + C_n^1 \left(\frac{1}{x^3} \right)^{n-1} \left(x^{\frac{5}{2}} \right) + \dots + C_n^k \left(\frac{1}{x^3} \right)^{n-k} \left(x^{\frac{5}{2}} \right)^k + \dots + C_n^n \left(x^{\frac{5}{2}} \right)^n \right]$ Thay $x = 1$ vào khai triển ta được: $2^n = [C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n]$ Theo giả thiết ta có: $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^k + \dots + C_n^n = 4096 \Leftrightarrow 2^n = 2^{12} \Leftrightarrow n = 12$	0.25
	Với $n = 12$ ta có khai triển: $x^3 \left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5} \right)^{12}$ Gọi số hạng thứ $k+1 (0 \leq k \leq 12, k \in \mathbb{Z})$ là số hạng chứa x^6 . Ta có: $T_{k+1} = x^3 C_{12}^k \left(\frac{1}{x^3} \right)^{12-k} \left(\sqrt{x^5} \right)^k = C_{12}^k x^{2k-21+\frac{5k}{2}}$	0.25

	<p>Vì số hạng có chứa x^6 nên : $2k - 21 + \frac{5k}{2} = 6 \Leftrightarrow k = \frac{2(21+6)}{9} = 6$.</p> <p>Với $k = 6$ ta có hệ số cần tìm là : $C_{12}^6 = 924$.</p>		
	<p>Gọi E,F,G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng CD, BH AB. Ta chứng minh $AF \perp EF$. Ta thấy các tứ giác ADEG và ADFG nội tiếp nên tứ giác ADEF cũng nội tiếp, do đó $AF \perp EF$.</p>		0.25
7	<p>Đường thẳng AF có pt: $x+3y-4=0$. Tọa độ điểm F là nghiệm của hệ</p> $\begin{cases} 3x - y = 10 \\ x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{17}{5} \\ y = \frac{1}{5} \end{cases} \rightarrow F\left(\frac{17}{5}; \frac{1}{5}\right) \rightarrow AF = \sqrt{\frac{32}{5}}$ <p>$\Delta AFE \sim \Delta DCB \rightarrow EF = \frac{1}{2} AF = 2\sqrt{\frac{2}{5}}$;</p> <p>$E(t; 3t-10) \rightarrow EF^2 = \frac{8}{5} \Leftrightarrow \left(t - \frac{17}{5}\right)^2 + \left(3t - \frac{51}{5}\right)^2 = \frac{8}{5}$</p> <p>$\Leftrightarrow 5t^2 - 34t + 57 = 0 \Leftrightarrow t = 3 \vee t = \frac{19}{5}$ hay $E(3; -1) \vee E\left(\frac{19}{5}; \frac{7}{5}\right)$</p>	0.25	
	<p>Theo giả thiết ta được $E(3; -1)$, pt AE: $x+y-2=0$. Gọi D(x;y), tam giác ADE vuông cân tại D nên</p> $\begin{cases} AD = DE \\ AD \perp DE \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y-1)^2 = (x-3)^2 + (y+1)^2 \\ (x-1)(x-3) = (y-1)(y+1) \end{cases}$ <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2 \\ (x-1)(x-3) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ hay $D(1; -1) \vee D(3; 1)$</p>	0.25	
	<p>Vì D và F nằm về hai phía so với đường thẳng AE nên $D(1; -1)$. Khi đó, $C(5; -1)$; $B(1; 5)$. Vậy $B(1; 5)$; $C(5; -1)$ và $D(1; -1)$.</p>	0.25	
8	<p>Ta có:</p> $-7x^3 + 12x^2y - 6xy^2 + y^3 - 2x + 2y = 0 \Leftrightarrow (y-x) \left[x^2 - x(y-2x) + (y-2x)^2 + 2 \right] = 0.$ <p>(2)</p>	0.25	
	<p>Vì $x^2 - x(y-2x) + (y-2x)^2 + 2 = \left(y - 2x - \frac{x}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}x^2 + 2 > 0, (\forall x, y)$ nên:</p> <p>(2) $\Leftrightarrow x - y = 0$ hay $x = y$.</p>	0.25	

	Hệ tương đương $\begin{cases} y = x \\ 2x^2 - y^2 - 7x + 2y + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x^2 - 5x + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ x = 2 \\ x = 3. \end{cases}$	0.25
	Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm $(x; y) = (2; 2)$ hoặc $(x; y) = (3; 3)$.	0.25
9	Ta có: $VT = \left(\frac{a^2}{4b^2} + \frac{1}{4b^2}\right) + \left(\frac{b^2}{4c^2} + \frac{1}{4c^2}\right) + \left(\frac{c^2}{4a^2} + \frac{1}{4a^2}\right)$ $\geq \frac{a}{2b^2} + \frac{b}{2c^2} + \frac{c}{2a^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2}\right)$	0.25
	Mặt khác: $\frac{a}{b^2} + \frac{1}{a} \geq \frac{2}{b}; \quad \frac{b}{c^2} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{c}; \quad \frac{c}{a^2} + \frac{1}{c} \geq \frac{2}{a}$ Cộng theo vế các BĐT trên ta được: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ Suy ra:	0.25
	$VT \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right)\right]$	0.25
	$\geq \frac{1}{4} \left[\frac{4}{a+b} + \frac{4}{b+c} + \frac{4}{c+a}\right] = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = VP$ Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$	0.25

ĐỀ 7

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$ đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $5z^2 - 8z + 5 = 0$ trên tập số phức.

b) Giải phương trình $2^{1+2x} - 6^x = 3 \cdot 9^x$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (3 \sin x - 1)^2 \cos x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1; 2; -3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của mặt cầu (S) có tâm M tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\cos 5x - 2 \sin^2 x = -1$

b) Để kiểm tra chất lượng an toàn vệ sinh thực phẩm của một công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 6 hộp sữa vị dâu, 4 hộp sữa vị cam và 5 hộp sữa vị xoài. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để kiểm nghiệm. Tính xác suất để 3 hộp sữa được chọn có đủ 3 loại.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a, SA = \frac{7a}{2}$,

mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SAB cân đỉnh S và có G là trọng tâm.

Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ điểm G đến mặt phẳng (SCD) theo a.

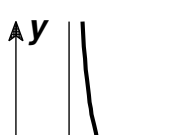
Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có M là trung điểm cạnh AD, đường thẳng CM có phương trình : $x - y - 2 = 0$. Điểm $D(3; -3)$, đỉnh B thuộc đường thẳng d có phương trình: $3x + 2y - 2 = 0$ và B có hoành độ âm. Xác định tọa độ các đỉnh A, B, C.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình $x + 2\sqrt{7-x} > 2\sqrt{x-1} + \sqrt{-x^2 + 8x - 7} + 1$

Câu 10 (1,0 điểm). Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$P = x \left(\sqrt{\frac{x}{y+3}} \right) + y \left(\sqrt{\frac{y}{z+3}} \right) + z \left(\sqrt{\frac{z}{x+3}} \right)$$

HẾT

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1 (1,0 đ)	<ul style="list-style-type: none"> Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> Chiều biến thiên: $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \quad \forall x \neq 1$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng: $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$. Hàm số không có cực trị. 	0,25												
	<ul style="list-style-type: none"> Giới hạn và tiệm cận: <ul style="list-style-type: none"> $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2$; tiệm cận ngang $y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; tiệm cận đứng $x = 1$ 	0,25												
	<ul style="list-style-type: none"> Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td colspan="2" style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">2</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">↘ 2</td> </tr> </table> 	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	↘	↘ 2	0,25
	x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y'	-		-											
y	2	↘	↘ 2											
<ul style="list-style-type: none"> Đồ thị:  	0,25													

Câu 2 (1,0đ)	<p>Tập xác định $D = \mathbb{R}$</p> $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$ $y'' = 2x - 2m$ <p>Để hàm số đạt cực trị tại $x=1$ khi và chỉ khi</p> $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=2 \end{cases}$ <p>Với $m = 1$, suy ra $m = 1$ không thỏa đề bài</p> <p>Với $m = 1$, $y''(1) = -2 < 0$</p> <p>Với $m = 2$, $y''(1) = -2 < 0$ suy ra hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 1$</p> <p>Vậy $m = 2$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25
Câu 3 (1,0đ)	<p>a) $\Delta = -36 = (6i)^2$</p> <p>Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức là:</p> $z_1 = \frac{8+6i}{10} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$ $z_2 = \frac{8-6i}{10} = \frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ <p>b) $2^{1+2x} - 6^x = 3.9^x$</p> $\Leftrightarrow 2.4^x - 6^x - 3.9^x = 0 \Leftrightarrow 2.\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} - \left(\frac{2}{3}\right)^x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{2}{3}\right)^x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$	0,25 0,25 0,25
Câu 4 (1,0đ)	<p>Đặt $t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x . dx$</p> <p>Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0$; $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$</p> $I = \int_0^1 (3t-1)^2 dt = \int_0^1 (9t^2 - 6t + 1) dt$	0,25 0,25

	$= (3t^3 - 3t^2 + t) \Big _0^1$	0,25
	$= 1$	0,25
Câu 5 (1,0đ)	Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) Đường thẳng d đi qua M có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (1; -2; 3)$	0,25
	Phương trình đường thẳng d: $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -3 + 3t \end{cases}$	0,25
	Gọi H là điểm cần tìm Suy ra H là giao điểm của d và (P)	
	$H \in d \Rightarrow H(1 + t; 2 - 2t; -3 + 3t)$ $H \in (P) \Rightarrow 1 + t - 2(2 - 2t) + 3(-3 + 3t) - 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{17}{14}$	0,25
	$H\left(\frac{31}{14}; \frac{-3}{7}; \frac{9}{14}\right)$	0,25
Câu 6 (1,0đ)	a) $\cos 5x - 2\sin^2 x = -1 \Leftrightarrow \cos 5x = -\cos 2x \Leftrightarrow \cos 5x = \cos(\pi - 2x)$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{7} + \frac{k2\pi}{7} \\ x = \frac{-\pi}{3} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b) số phần tử không gian mẫu là $C_{15}^3 = 455$	0,25
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố "3 hộp sữa được chọn có đủ 3 loại" là 120. Xác suất cần tính là $P = \frac{120}{455} = \frac{24}{91}$	0,25
Câu 7 (1,0đ)	Gọi I là trung điểm của AB, K là trung điểm của CD $(SAB) \perp (ABCD), (SAB) \cap (ABCD) = AB$ và $SI \perp AB$ nên $SI \perp (ABCD)$ Tam giác SIA vuông tại I nên $SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = 2a\sqrt{3}$	0,25
	$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SI \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$	0,25
	$CD \perp IK, CD \perp SI$ nên $CD \perp (SIK)$ Kẻ đường cao IH của tam giác SIK, H thuộc SK ta có $IH \perp SK, IH \perp CD$ nên $IH \perp (SCD)$ trong tam giác SIK, kẻ $GE \parallel IH, E \in SK$, suy ra $GE \perp (SCD)$ $GE = d(G; (SCD))$	0,25

	Tam giác SIK vuông tại I: $\frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2}$, suy ra $IH = a\sqrt{3}$ $GE = \frac{2}{3} IH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$	0,25
Câu 8 (1,0đ)	Gọi $B(t; -3t+2) \in d$ $d(B; CM) = 2d(D; CM) = \frac{ t+3t-4 }{\sqrt{2}} = 2 \cdot \frac{4}{\sqrt{2}}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=-1 \end{cases}$ suy ra $B(-1; 5)$ (do điểm B có hoành độ âm)	0,25
	$C(m; m-2) \in d$ ta có $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ và $BC = CD$ Suy ra $m = 5$, vậy $C(5; 3)$	0,25
	Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow A(-3; -1)$ Vậy $B(-1; 5)$, $C(5; 3)$, $A(-3; -1)$	0,25
Câu 9 (1,0đ)	Điều kiện: $1 \leq x \leq 7$ Bất phương trình tương đương với $(\sqrt{x-1})^2 - \sqrt{(x-1)(7-x)} - 2(\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x}) > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x-1} - \sqrt{7-x})(\sqrt{x-1} - 2) > 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x < 4 \end{cases}$	0,25
	Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S = [1; 4) \cup (5; 7]$	0,25
Câu 10 (1,0đ)	$P = x \left(\sqrt{\frac{x}{y+3}} \right) + y \left(\sqrt{\frac{y}{z+3}} \right) + z \left(\sqrt{\frac{z}{x+3}} \right)$	
	Đặt $x = a^2, y = b^2, z = c^2$ suy ra $a^2 + b^2 + c^2 = 3$ Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{a^3}{\sqrt{b^2+3}} + \frac{b^3}{\sqrt{c^2+3}} + \frac{c^3}{\sqrt{a^2+3}}$	0,25
	Áp dụng bất đẳng thức Cô – si ta có $\frac{a^3}{2\sqrt{b^2+3}} + \frac{a^3}{2\sqrt{b^2+3}} + \frac{b^2+3}{16} \geq 3\sqrt{\frac{a^6}{64}} = \frac{3a^2}{4}$ $\frac{b^3}{2\sqrt{c^2+3}} + \frac{b^3}{2\sqrt{c^2+3}} + \frac{a^2+3}{16} \geq 3\sqrt{\frac{b^6}{64}} = \frac{3b^2}{4}$ $\frac{c^3}{2\sqrt{a^2+3}} + \frac{c^3}{2\sqrt{a^2+3}} + \frac{a^2+3}{16} \geq 3\sqrt{\frac{c^6}{64}} = \frac{3c^2}{4}$	0,25

Cộng theo vế ta được	
$P + \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 9}{16} \geq \frac{3}{4} (a^2 + b^2 + c^2) \Leftrightarrow P + \frac{3+9}{16} \geq \frac{3}{4} \cdot 3 \Leftrightarrow P \geq \frac{3}{2}$	0,25
Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $\frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$ khi $x = y = z = 1$	0,25

ĐỀ 8

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.
- Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 là nghiệm của phương trình $y''(x_0) = 12$.

Câu 2 (0,5 điểm).

Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = iz - \bar{z}$.

Câu 3 (0,5 điểm). Giải phương trình $5^{2x+1} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 1; 3)$ và đường thẳng

$d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $\sin 2x + 1 = 6 \sin x + \cos 2x$.

b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A, $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC, mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(1; 4)$, tiếp tuyến tại A của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC cắt BC tại D, đường phân giác trong của \widehat{ADB} có phương trình $x - y + 2 = 0$, điểm $M(-4; 1)$ thuộc cạnh AC. Viết phương trình đường thẳng AB.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2} - y = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases}$$

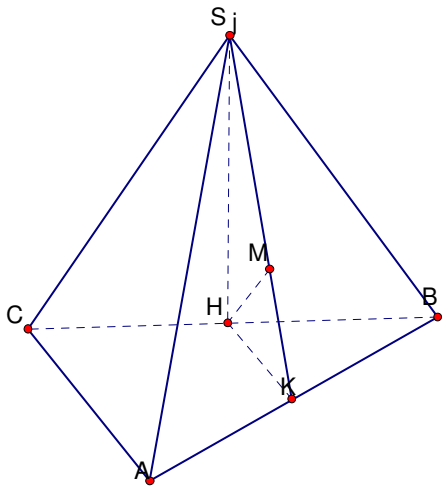
Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

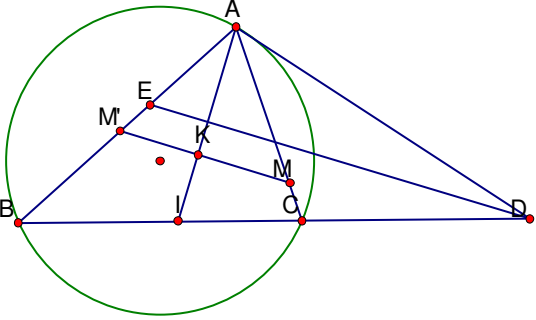
$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$$

.....Hết.....

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm																			
1	a.(1,0 điểm)																				
	Với $m=1$ hàm số trở thành : $y = -x^3 + 3x + 1$ TXĐ: $D = R$ $y' = -3x^2 + 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$	0.25																			
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1, y_{CD} = 3$, đạt cực tiểu tại $x = -1, y_{CT} = -1$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ hoctoanpba.com	0.25																			
	* Bảng biến thiên	0.25																			
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%; text-align: center;">x</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">-1</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">1</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y'</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">0</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">\searrow</td> <td style="text-align: center;">\nearrow</td> <td style="text-align: center;">\searrow</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">∞</td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	+	0	-	0	y	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow		∞	-1	3	-
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$																	
y'	+	0	-	0																	
y	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow																	
	∞	-1	3	-																	
Đồ thị:																					
b.(1,0 điểm)																					
	$y' = -3x^2 + 3$	0.25																			
	$y'' = -6x$																				
	$y''(x_0) = 12 \Rightarrow x_0 = -2; y_0 = 3$	0.25																			
	$\Rightarrow y'(-2) = -9$	0.25																			

	Pttt của (C) là $y = -9x - 15$	0.25
2.	(0,5 điểm) $\bar{z} = 3 + 2i$ $w = i(3 - 2i) - (3 + 2i)$ $= -1 + i$ Phần thực là -1 Phần ảo là 1 .	0.25 0.25
3.	3. (0,5 điểm) $5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của PT là $x = 0$ và $x = -1$	0.25 0.25
4.	(1,0 điểm) $I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$ Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$ Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ $J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$ Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0.25 0.25 0.25
5.	(1,0 điểm) Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ làm VTPT Vậy PT mặt phẳng (P) là: $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$ $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$ Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$	0.25 0.25

	$AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases}$ Vậy $B(-7; 4; 6)$ hoặc $B\left(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7}\right)$	
6.	(1,0 điểm)	
	a. (0,5 điểm) $\sin 2x + 1 = 6 \sin x + \cos 2x$ $\Leftrightarrow (\sin 2x - 6 \sin x) + (1 - \cos 2x) = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3) + 2 \sin^2 x = 0$ $\Leftrightarrow 2 \sin x (\cos x - 3 + \sin x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x + \cos x = 3 (Vn) \end{cases}$ $\Leftrightarrow x = k\pi$. Vậy nghiệm của PT là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0.25
	b. (0,5 điểm) $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$ Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2 \cdot C_6^1 + C_5^1 \cdot C_6^2 = 135$ Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$	0.25 0.25
7.	(1,0 điểm)	
		Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB$ (1) Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $\widehat{SKH} = 60^\circ$ Ta có $SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
	Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$	0.25
	Vì $IH \parallel SB$ nên $IH \parallel (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$	

	Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$	0,25	
	Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25	
8.	(1,0 điểm)		
		<p>Gọi AI là phân giác trong của \widehat{BAC}</p> <p>Ta có : $\widehat{AID} = \widehat{ABC} + \widehat{BAI}$</p> <p>$\widehat{IAD} = \widehat{CAD} + \widehat{CAI}$</p> <p>Mà $\widehat{BAI} = \widehat{CAI}$, $\widehat{ABC} = \widehat{CAD}$ nên</p> <p>$\widehat{AID} = \widehat{IAD}$</p> <p>$\Rightarrow \Delta DAI$ cân tại D $\Rightarrow DE \perp AI$</p>	0,25
	PT đường thẳng AI là : $x + y - 5 = 0$	0,25	
	Gọi M' là điểm đối xứng của M qua AI \Rightarrow PT đường thẳng MM' : $x - y + 5 = 0$ Gọi $K = AI \cap MM' \Rightarrow K(0;5) \Rightarrow M'(4;9)$	0,25	
	VTCP của đường thẳng AB là $\vec{AM'} = (3;5) \Rightarrow$ VTPT của đường thẳng AB là $\vec{n} = (5;-3)$ Vậy PT đường thẳng AB là: $5(x-1) - 3(y-4) = 0 \Leftrightarrow 5x - 3y + 7 = 0$	0,25	
9.	(1,0 điểm).		
	$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2 - y} = 5y + 4(1) \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1(2) \end{cases}$	0,25	
	$\text{Đk: } \begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \end{cases}$ <p>Ta có (1) $\Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x - y)(y + 1)} - 4(y + 1) = 0$</p> <p>Đặt $u = \sqrt{x - y}, v = \sqrt{y + 1}$ ($u \geq 0, v \geq 0$)</p> <p>Khi đó (1) trở thành : $u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(vn) \end{cases}$</p>	0,25	
	Với $u = v$ ta có $x = 2y + 1$, thay vào (2) ta được : $\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y - 1} = 2y$ $\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + (\sqrt{y - 1} - 1) = 0$	0,25	
	$\frac{2(y - 2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y - 2}{\sqrt{y - 1} + 1} = 0$	0,25	

	$\Leftrightarrow (y-2) \left(\frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} \right) = 0$	
	$\Leftrightarrow y = 2 \text{ (vì } \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} > 0 \forall y \geq 1)$ Với $y = 2$ thì $x = 5$. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là $(5; 2)$	0,25
10.	(1,0 điểm) .	
	Vì $a + b + c = 3$ ta có $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$ Vì theo BĐT Cô-Si: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$, dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow b = c$	0,25
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$	0,25
	Suy ra $P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$,	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $\max P = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$.	0,25

ĐỀ 9

Câu 1 (2 điểm). Cho hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$ có đồ thị (C)

- Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số
- Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = 48$

Câu 2 (1 điểm).

- Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - 2 \cos x + 1 = 0$
- Tìm số phức z biết: $(1+2i)z + \bar{z} = 2+4i$

Câu 3 (0,5 điểm) .

Giải bất phương trình: $\log_2(x-1) + 2 \log_4(x-2) > \log_2(2x-4)$

Câu 4. (0,5 điểm) Trong một hộp kín đựng 4 viên bi đỏ, 5 viên bi trắng và 6 viên bi vàng (các viên bi chỉ khác nhau về màu sắc). Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi, tìm xác suất để 4 viên bi lấy ra không có đủ cả ba màu.

Câu 5 (1 điểm) . Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 \left(e^{2x} + \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1} \right) dx$

Câu 6 (1 điểm) . Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho $A(1;0;1)$, $B(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$

- Viết phương trình của mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A; B và vuông góc với mặt phẳng (P)

b) Tìm tọa độ điểm M thuộc đường thẳng AB sao cho khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) bằng 2

Câu 7 (1 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh bằng a, SA vuông góc với đáy. Góc tạo bởi SC và mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Gọi E là trung điểm của BC. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng DE, SC theo a.

Câu 8 (1 điểm). Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{9y^2 + 4} + 3y = 2(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x) \\ x^2 - y^2 + 2\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + y^3 = 2y\sqrt{y-1}(x + \sqrt[3]{x}) \end{cases}$$

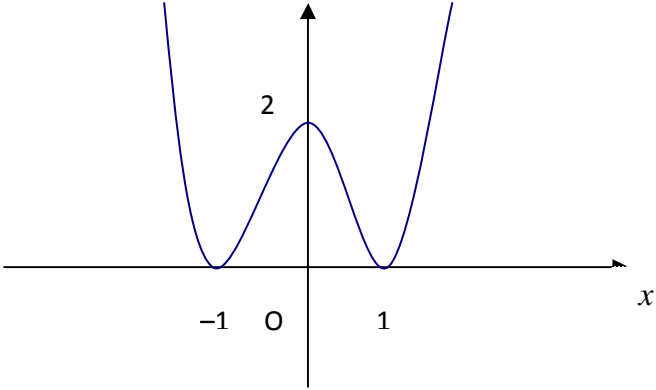
Câu 9 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thoi ABCD tâm I, có diện tích bằng 20.

Điểm M(0; 1/3) thuộc đường thẳng AB, điểm N(0; 7) thuộc đường thẳng CD, điểm H(-2; 1) thuộc đường cao kẻ từ I của ΔIMN, trọng tâm G của ΔIMN thuộc đường thẳng Δ: x + 3y - 9 = 0. Tìm tọa độ đỉnh B, biết B có hoành độ dương và AC > BD

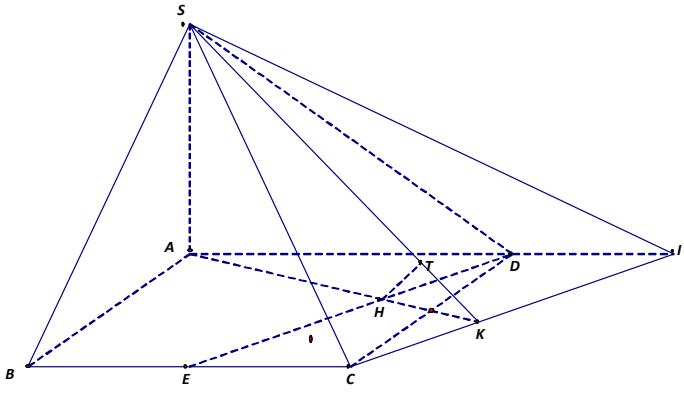
Câu 10 (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn: x³ + y³ + z³ - 3xyz = 1. Tìm giá nhỏ nhất của biểu thức: P = x² + y² + z²

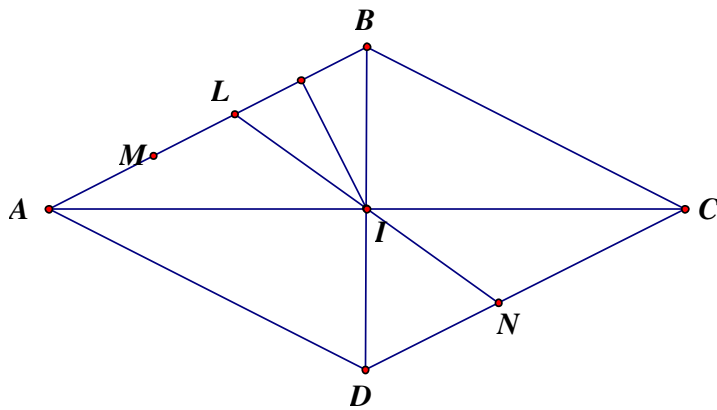
Hết

Câu1	Đáp án	Điểm																		
1a)	Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2$	1đ																		
	Txđ: D=R + Sự biến thiên: $y' = 8x^3 - 8x = 8x(x^2 - 1); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0,25																		
	+ Hàm số đồng biến trên các khoảng (-1; 0) và (1; +∞) + Hàm số nghịch biến trên các khoảng (-∞; -1) và (0; 1) + Hàm số đạt CĐ tại x=0; y _{CĐ} =2; Hàm số đạt CT tại x = ±1; y _{CT} = 0 + Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (2x^4 - 4x^2 + 2) = +\infty$	0,25																		
	+ Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-∞</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>+∞</td> </tr> <tr> <td>y'(x)</td> <td></td> <td>0</td> <td>0</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y(x)</td> <td>+∞</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td>+∞</td> </tr> </table>	x	-∞	-1	0	1	+∞	y'(x)		0	0	0		y(x)	+∞		2		+∞	0.25
x	-∞	-1	0	1	+∞															
y'(x)		0	0	0																
y(x)	+∞		2		+∞															
	+ Đồ thị: 	0,25																		

		
1b	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm ta có: $y'(x_0) = 48$	0,25
	$\Leftrightarrow 8x_0^3 - 8x_0 = 48 \Leftrightarrow x_0^3 - x_0 - 6 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x_0 - 2)(x_0^2 + 2x_0 + 3) = 0$ $\Leftrightarrow x_0 = 2 \Rightarrow M(2; 18)$	0,25
	Vậy phương trình tiếp tuyến là: $y = 48x - 78$	0,25
2a	Giải phương trình: $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x - 2\cos x + 1 = 0$	0,5
	$pt \Leftrightarrow 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 2\cos^2 x - 1 - 2\cos x + 1 = 0$ $\Leftrightarrow 2\cos x(\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \sqrt{3} \sin x + \cos x - 1 = 0 \end{cases}$	0,25
	$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$	
	$\sqrt{3} \sin x + \cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin(x + \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$	0,25
2b	Gọi $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó $\bar{z} = a - bi$ Theo giả thiết ta có: $(1+2i)(a+bi) + a - bi = 2 + 4i$ $\Leftrightarrow 2a - 2b + 2ai = 2 + 4i \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ 2a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \end{cases}$ Vậy $z = 2 + i$	0,5
Câu 3	Giải bất phương trình: $\log_2(x-1) + 2\log_4(x-2) > \log_2(2x-4)$ ĐK: $x > 2$ BPT $\Leftrightarrow \log_2(x-1) + \log_2(x-2) > \log_2(2x-4) \Leftrightarrow \log_2[(x-1)(x-2)] > \log_2(2x-4)$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > 3 \end{cases}$ Kết hợp với điều kiện tập nghiệm của BPT là: $T = (3; +\infty)$	0,5
Câu 4	Số cách chọn 4 bi từ 15 bi là 1365. Số cách chọn 4 bi có đủ 3 màu là 720 nên có 645 cách chọn 4 bi không đủ 3	

	màu. $P = 645/1365 = 43/91$.	
Câu 5	Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 (e^{2x} + \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1}) dx$	1đ
	Ta có: $I = \int_0^1 (e^{2x} + \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1}) dx = \int_0^1 e^{2x} dx + \int_0^1 \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1} dx$	0,25
	Tính $\int_0^1 e^{2x} dx = \frac{1}{2} e^{2x} \Big _0^1 = \frac{1}{2} (e^2 - 1)$	0,25
	Tính $\int_0^1 \frac{18x+6}{\sqrt{3x+1}+1} dx$ Đặt $u = \sqrt{3x+1} \Rightarrow u^2 = 3x+1 \Rightarrow 2udu = 3dx$ Đổi cận: $x=0 \Rightarrow u=1; x=1 \Rightarrow u=2$	0,25
	Ta có $I = \int_0^1 \frac{6(3x+1)}{\sqrt{3x+1}+1} dx = \int_1^2 \frac{4u^3}{u+1} du = \int_1^2 (4u^2 - 4u + 4 - \frac{4}{u+1}) du$ $= (\frac{4u^3}{3} - 2u^2 + 4u - 4\ln(u+1)) \Big _1^2 = \frac{22}{3} + 4\ln \frac{2}{3}$ Vậy $I = \frac{1}{2} (e^2 - 1) + \frac{22}{3} + 4\ln \frac{2}{3}$	0,25
Câu 6		1đ
6a	Ta có: $\vec{AB} = (0; 2; -4); \vec{n}_{(P)} = (2; 2; -1); [\vec{AB}, \vec{n}_{(P)}] = (6; -8; -4)$ Mặt phẳng (Q) $\begin{cases} \text{Qua } A(1; 0; 1) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (3; -4; -2) \end{cases}$ Ta có phương trình của (α) là : $3(x-1) - 4y - 2(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y - 2z - 1 = 0$	0,5
6b	PTTS của đường thẳng AB là: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ Do điểm $M \in AB \Rightarrow M(1; 2t; 1 - 4t)$	0,25
	$d(M, (P)) = 2 \Leftrightarrow \frac{ 2 + 2 \cdot 2t - (1 - 4t) + 1 }{3} = 2$ $\Leftrightarrow 2 + 8t = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{1}{2} \Rightarrow M(1; 1; -1) \\ t = -1 \Rightarrow M(1; -2; 5) \end{cases}$	0,25
Câu 7		

	 <p> $\text{Vì } \begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB) \Rightarrow SB \text{ là hình chiếu của } SC \text{ lên } mp(SAB)$ $\Rightarrow (\widehat{SC, (SAB)}) = (\widehat{SC, SB}) = \widehat{CSB} = 30^\circ \Rightarrow SB = BC \cdot \cot 30^\circ = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$ </p>	0.25
	<p>Vậy thể tích khối chóp S.ABCD là:</p> $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{\sqrt{2}a^3}{3} \text{ (đvtt)}$	0.25
	<p>+ Từ C dựng $CI \parallel DE \Rightarrow CE = DI = \frac{a}{2}$ và $DE \parallel (SCI)$</p> $\Rightarrow d(DE, SC) = d(DE, (SCI))$ <p>Từ A kẻ $AK \perp CI$ cắt ED tại H, cắt CI tại K</p> <p>Ta có: $\begin{cases} SA \perp CI \\ AK \perp CI \end{cases} \Rightarrow CI \perp (SAK) \Rightarrow (SCI) \perp (SAK)$ và $(SCI) \cap (SAK) = SK$</p> <p>Trong (SAK) kẻ: $HT \perp SK \Rightarrow HT \perp (SCI) \Rightarrow d(DE, SC) = d(H, (SCI)) = HT$</p>	0.25
	<p>+ Ta có: $S_{\Delta ACI} = \frac{1}{2} AK \cdot CI = \frac{1}{2} CD \cdot AI \Rightarrow AK = \frac{CD \cdot AI}{CI} = \frac{a \cdot \frac{3}{2}a}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$</p> <p>Ta có: $\frac{AH}{AK} = \frac{AD}{AI} = \frac{2}{3} \Rightarrow AH = \frac{2}{3} AK \Rightarrow HK = \frac{1}{3} AK = \frac{a}{\sqrt{5}}$</p> <p>Lại có ΔASK đồng dạng với ΔTHK</p> $\Rightarrow \frac{AS}{TH} = \frac{SK}{HK} \Rightarrow TH = \frac{AS \cdot HK}{SK} = \frac{a\sqrt{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{5}}}{\sqrt{(a\sqrt{2})^2 + \left(\frac{3a}{\sqrt{5}}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{38}}{19}$ <p>Vậy $d(ED, SC) = \frac{a\sqrt{38}}{19}$</p>	0.25
Câu 8		1đ



$$G \in \Delta \Rightarrow G(9-3a; a)$$

Gọi $I(x; y)$. Do G là trọng tâm của tam giác IMN ta có:

$$\begin{cases} \frac{x}{3} = 9-3a \\ y + \frac{1}{3} + 7 \\ \frac{y}{3} = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27-9a \\ y = 3a - \frac{22}{3} \end{cases} \Rightarrow I(27-9a; 3a - \frac{22}{3}) \Rightarrow \overline{IH}(9a-29; \frac{25}{3}-3a)$$

0,25

Do H thuộc đường cao kẻ từ I của tam giác IMN nên:

$$\overline{IH} \cdot \overline{MN} = 0 \Leftrightarrow \frac{20}{3}(\frac{25}{3}-3a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{25}{9} \Rightarrow I(2; 1)$$

Gọi L là điểm đối xứng với N qua $I \Rightarrow L(4; -5)$

Phương trình đường thẳng $AB: 4x + 3y - 1 = 0$

Khoảng cách từ I đến AB là: $d = \frac{|4 \cdot 2 + 3 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$

$$S_{\Delta IAB} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot d \cdot AB = 5 \Leftrightarrow AB = 5$$

Trong tam giác vuông ABI ta có:

$$\begin{cases} IA^2 + IB^2 = AB^2 \\ \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{d^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA^2 + IB^2 = 25 \\ \frac{1}{IA^2} + \frac{1}{IB^2} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IA = 2\sqrt{5} \\ IB = \sqrt{5} \end{cases} \quad (I)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} IA = \sqrt{5} \\ IB = 2\sqrt{5} \end{cases} \quad (II)$$

0,25

Do $AC > BD \Rightarrow IA > IB$ nên hệ (II) không thỏa mãn

(I) ta có: $IB = \sqrt{5}$

Điểm B là giao điểm của đường thẳng $4x+3y-1=0$ với đường tròn tâm I bán kính $\sqrt{5}$. Tọa độ B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} 4x+3y-1=0 \\ (x-2)^2 + (y-1)^2 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1-4x}{3} \\ 25x^2 - 20x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1-4x}{3} \\ x = 1 \\ x = -\frac{1}{5} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow B(1; -1)$$

0,5

Câu 9	Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} \sqrt{9y^2 + 4} + 3y = 2(\sqrt{9x^2 + 1} + 3x) & (1) \\ x^2 - y^2 + 2\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[3]{x^2} + y^3 = 2y\sqrt{y-1}(x + \sqrt[3]{x}) & (2) \end{cases}$	1đ
	ĐK: $y > 1$ $(1) \Leftrightarrow \sqrt{9y^2 + 4} + 3y = \sqrt{36x^2 + 4} + 6x \Leftrightarrow \sqrt{(3y)^2 + 4} + 3y = \sqrt{(6x)^2 + 4} + 6x$ Xét hàm số: $f(t) = \sqrt{t^2 + 4} + t \Rightarrow f'(t) = \frac{t}{\sqrt{t^2 + 4}} + 1 > 0 \forall t$ nên hàm số đồng biến Từ đó suy ra: $3y = 6x \Leftrightarrow y = 2x$ (3)	0,25
	$(2) \Leftrightarrow x^2 + 2x\sqrt[3]{x} + (\sqrt[3]{x})^2 + y^2(y-1) = 2y\sqrt{y-1}(x + \sqrt[3]{x})$ $\Leftrightarrow (x + \sqrt[3]{x})^2 + y^2(y-1) - 2y\sqrt{y-1}(x + \sqrt[3]{x}) = 0$ $\Leftrightarrow (x + \sqrt[3]{x} - y\sqrt{y-1})^2 = 0 \Leftrightarrow x + \sqrt[3]{x} = y\sqrt{y-1}$ $\Leftrightarrow x + \sqrt[3]{x} = (y-1)\sqrt{y-1} + \sqrt{y-1} \Leftrightarrow (\sqrt[3]{x})^3 + \sqrt[3]{x} = (\sqrt{y-1})^3 + \sqrt{y-1}$ Xét hàm số: $g(t) = t^3 + t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 1$ nên hàm số đồng biến Từ đó suy ra: $\sqrt[3]{x} = \sqrt{y-1} \Leftrightarrow x^2 = (y-1)^3$ (4)	0,25
	Từ (3) và (4) ta có hệ: $\begin{cases} y = 2x \\ x^2 = (y-1)^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ 8x^3 - 13x^2 + 6x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x \\ (x-1)(8x^2 - 5x + 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25
	Vậy hệ phương trình có nghiệm là: $(x; y) = (1; 2)$	0,25
Câu 10	Cho x, y, z là các số thực thoả mãn: $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 1$. Tìm giá nhỏ nhất của biểu thức: $P = x^2 + y^2 + z^2$	1đ
	Ta có: $1 = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ $= (x^3 + x^2y + x^2z) + (y^3 + y^2x + y^2z) + (z^3 + z^2y + z^2x)$ $- (x^2y + y^2x + xyz) - (x^2z + z^2x + xyz) - (y^2z + z^2y + xyz)$ $= x^2(x + y + z) + y^2(x + y + z) + z^2(x + y + z)$ $- xy(x + y + z) - xz(x + y + z) - yz(x + y + z)$ $= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$ $\Rightarrow 1 = (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \quad (*)$ $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = \frac{1}{2}(x - y)^2 + \frac{1}{2}(y - z)^2 + \frac{1}{2}(z - x)^2 \geq 0$ Từ (*) $x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx > 0 \Rightarrow x + y + z > 0$ Đặt $t = x + y + z, t > 0$ Từ (*) ta có: $P = x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{x + y + z} + xy + yz + zx = \frac{1}{t} + \frac{(x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2)}{2}$ $\Rightarrow P = \frac{1}{t} + \frac{t^2 - P}{2} \Leftrightarrow 2P = \frac{2}{t} + t^2 - P \Leftrightarrow P = \frac{2}{3t} + \frac{t^2}{3}$	0,5

Xét hàm số: $f(t) = \frac{2}{3t} + \frac{t^2}{3} \Rightarrow f'(t) = \frac{2t}{3} - \frac{2}{3t^2} = \frac{2}{3t^2}(t^3 - 1)$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$				0,5	
BBT	t	0	1		$+\infty$
	$f'(t)$	-	0		+
	$f(t)$				
Từ bảng biến thiên ta thấy $P = f(t) \geq 1$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 1, đẳng thức xảy ra nếu một trong ba số x,y,z bằng 1 và hai số còn lại bằng 0					

ĐỀ 10

Câu 1.(2.0 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
- Xác định tọa độ giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng (D) : $y = x - 1$

Câu 2. (1,0 điểm) a) Giải phương trình: $\log_2(x-1)^2 = 2 + \log_2(x+2)$

- Cho α là góc thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\sin 4\alpha + 2\sin 2\alpha) \cos \alpha$

Câu 3 (0,5 điểm) Cho số phức z thỏa : $z - 2\bar{z} = 1 - 9i + 3i.z$. Tìm môđun của số phức $w = i - z$

Câu 4. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} y^3 + y^2 + 4(x-y-1) = xy^2 \\ (x^2+1)y^2 + x^2(2y+1) = x^2 - 3x - 2 \end{cases}$$

Câu 5 (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(x^2 + \sin 2x) dx$

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.AHCD$ và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 7 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;5)$, mặt phẳng $(P) : 2x - 2y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với đường thẳng d .

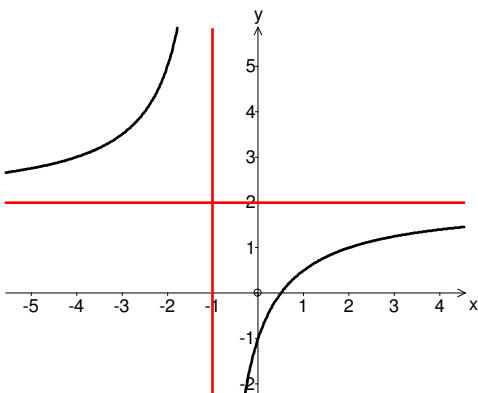
Câu 8 (0,5 điểm) Sau buổi lễ tổng kết năm học 2015–2016 của trường THPT X, một nhóm gồm 7 học sinh của lớp 12C có mời 4 giáo viên dạy bốn môn thi tốt nghiệp trung học phổ thông quốc gia chụp ảnh làm kỉ niệm. Biết rằng 4 giáo viên và 7 em học sinh xếp thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho không có giáo viên nào đứng cạnh nhau.

Câu 9 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$, điểm $M(1;1)$ thuộc cạnh BD biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm M trên cạnh AB và AD đều nằm trên đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C .

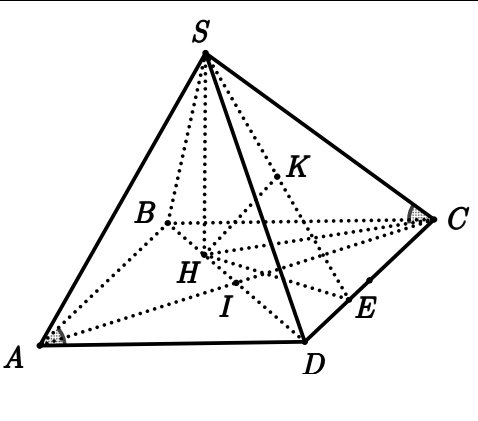
Câu 10 (1,0 điểm) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

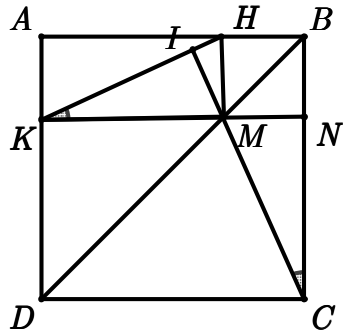
$$\text{thức } A = \frac{7}{a^2 + b^2 + c^2} + \frac{121}{14(ab + bc + ca)}$$

Hết

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM												
Câu 1a	<p>Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2$ Tiệm cận ngang: $y = 2$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty$ Tiệm cận đứng: $x = -1$</p>	0,25												
	<p>$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in D$</p> <p>Hàm số tăng trên $(-\infty; -1), (-1; +\infty)$</p> <p>Hàm số không có cực trị.</p>	0,25												
	<p>Bảng biến thiên</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$+\infty$	$-\infty$	0,25
x	$-\infty$	-1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	2	$+\infty$	$-\infty$											
		0,25												
Câu 1b	<p>2. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (D) là :</p> $\frac{2x-1}{x+1} = x-1 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0$	0,25												
	$\Leftrightarrow x = 0$ hay $x = 2$ suy ra $y = -1$ hay $y = 1$	0,5												
	<p>Vậy tọa độ giao điểm là $(0; -1)$ hay $(2; 1)$</p>	0,25												
Câu 2a	<p>Điều kiện: $-2 < x \neq 1$. Bất phương trình trở thành: $\log_2(x-1)^2 = \log_2(4x+8)$</p>	0,25												
	$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 4x+8 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 7$ (thỏa điều kiện)	0,25												
	<p>Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -1; x = 7$.</p>													

Câu 2b	$A = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha = (\cos 2\alpha + 1)2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha$ $= 2 \cos^2 \alpha \cdot 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha$	0,25
	$= 8 \cos^4 \alpha \cdot \sin \alpha = 8(1 - \sin^2 \alpha)^2 \cdot \sin \alpha = \frac{225}{128}$	0,25
Câu 3	Đặt $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Phương trình trở thành: $(a + bi) - 2(a - bi) = 1 - 9i + 3i(a - bi)$ $\Leftrightarrow -a + 3bi = 1 + 3b + (3a - 9)i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -a = 1 + 3b \\ 3b = 3a - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow z = 2 - i \Rightarrow w = i - z = -2 + 2i \Rightarrow w = 2\sqrt{2}$	0,25
Câu 4	Biến đổi pt ban đầu về dạng $(y - 2)(y + 2)(y + 1 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ y = -2 \\ y = x - 1 \end{cases}$	0,25
	TH 1: Với $y = 2$ thay vào pt (2) : $8x^2 + 3x + 6 = 0$ vô nghiệm	0,25
	TH 2: Với $y = -2$ thay vào (2): $3x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2$ suy ra nghiệm $(x; y) = (-2; -2)$	0,25
	TH 3: Với $y = x - 1$ thay vào (2): $x^4 + x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - \frac{1}{2})^2 + (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{2} = 0$ (vn) Kl: hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (-2; -2)$	0,25
Câu 5	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(x^2 + \sin 2x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3 dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 2x dx = \frac{\pi^4}{64} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 2x dx$	0,25
	Xét $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \sin 2x dx$. Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$	0,25
	$J = -\frac{1}{2} x \cdot \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cdot dx = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$	0,25
	Vậy $I = \frac{\pi^4}{64} + \frac{\pi}{4}$	0,25

<p>Câu 6</p>	<p>Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$ $\Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCH} = 45^\circ$ Theo giả thiết $\widehat{BAD} = 60^\circ \Rightarrow \Delta BAD$ đều $\Rightarrow BD = a$; $HD = \frac{3}{4}a; AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AC = 2AI = a\sqrt{3}$</p>		0,25
	<p>Xét ΔSHC vuông cân tại H, ta có: $SH = HC = \sqrt{IC^2 + HI^2} = \sqrt{\left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}a$ Vậy $V_{S.AHCD} = \frac{1}{3}SH.S_{AHCD} = \frac{1}{3}SH \cdot \frac{1}{2}AC \cdot HD = \frac{\sqrt{39}}{32}a^3$</p>		0,25
	<p>Trong $(ABCD)$ kẻ $HE \perp CD$ và trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ (1). Ta có: $\begin{cases} CD \perp HE \\ CD \perp SH (SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK$</p>		0,25
	<p>Xét ΔHED vuông tại E, ta có $HE = HD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{8}a$ Xét ΔSHE vuông tại H, ta có $HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{79}}a$ Mà $\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD)) = \frac{4}{3}HK = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$ Do $AB // (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$</p>		0,25
<p>Câu 7</p>	<p>Ta có $d(A; (P)) = \frac{ 2(-2) - 2 \cdot 1 + 1 \cdot 5 - 1 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}$</p>		0,25
	<p>(P) có VTPT $\vec{n}_{(P)} = (2; -2; 1)$, d có VTCP $\vec{u}_d = (2; 3; 1)$; $[\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (-5; 0; 10)$</p>		0,25
	<p>(Q) vuông góc với (P) và (Q) song song d nên (Q) có VTPT $\vec{n} = [\vec{n}_{(P)}, \vec{u}_d] = (-5; 0; 10)$</p>		0,25
	<p>Vậy (Q) có phương trình $x - 2z + 12 = 0$</p>		0,25

<p>Câu 8</p>	<p>Xếp 11 người gồm 7 học sinh và 4 giáo viên thành một hàng ngang ta có: $n(\Omega) = 11!$ cách xếp.</p> <p>Gọi A là biến cố: "xếp 4 giáo viên và 7 em học sinh xếp thành một hàng ngang sao cho không có giáo viên nào đứng cạnh nhau".</p> <p>Xếp 7 học sinh thành một hàng ngang, ta có 7! cách xếp.</p> <p>Lúc này giữa 7 em học sinh có 8 khoảng cách. Xếp 4 giáo viên vào 8 khoảng cách đó, ta có A_8^4 cách xếp. Suy ra $n(A) = 7! \cdot A_8^4$</p> <p>Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7! \cdot A_8^4}{11!} = \frac{7}{33}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 9</p>	<p>Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AD</p> <p>Gọi N là giao điểm của KM và BC</p> <p>Gọi I là giao điểm của CM và HK</p> <p>Ta có $\triangle DKM$ vuông tại K và $\widehat{DKM} = 45^\circ$ $\Rightarrow KM = KD \Rightarrow KM = NC$ (1)</p> <p>Lại có $MH = MN$ (do $MHBN$ là hình vuông) Suy ra hai tam giác vuông KMH, CNM bằng nhau $\Rightarrow \widehat{HKM} = \widehat{MCN}$</p> <p>Mà $\widehat{NMC} = \widehat{IMK}$ nên $\widehat{NMC} + \widehat{NCM} = \widehat{IMK} + \widehat{HKM} = 90^\circ$ Suy ra $CI \perp HK$</p> <p>Đường thẳng CI đi qua $M(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng d nên $VTPT \vec{n}_{CI} = VTCP \vec{u}_d = (-1;1)$ nên có phương trình $-(x-1) + (y-1) = 0 \Leftrightarrow x - y = 0$</p> <p>Do điểm C thuộc đường thẳng CI và đường thẳng Δ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \end{cases}$ Vậy $C(2;2)$</p>	 <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 10</p>	<p>Ta có $1 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ $\Rightarrow ab + bc + ca = \frac{1 - (a^2 + b^2 + c^2)}{2}$.</p> <p>Do đó $A = \frac{7}{a^2 + b^2 + c^2} - \frac{121}{7(1 - (a^2 + b^2 + c^2))}$</p>	<p>0,25</p>
	<p>Đặt $t = a^2 + b^2 + c^2$.</p> <p>Vì $a, b, c > 0$ và $a + b + c = 1$ nên $0 < a < 1, 0 < b < 1, 0 < c < 1$</p> <p>Suy ra $t = a^2 + b^2 + c^2 < a + b + c = 1$</p> <p>Mặt khác $1 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \leq 3(a^2 + b^2 + c^2)$</p>	<p>0,25</p>

	Suy ra $t = a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$. Vậy $t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right)$													
	<p>Xét hàm số $f(t) = \frac{7}{t} + \frac{121}{7(1-t)}$, $t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right)$</p> <p>$f'(t) = -\frac{7}{t^2} + \frac{121}{7(1-t)^2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{7}{18}$</p> <p>BBT</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">t</td> <td style="padding: 0 10px;">$\frac{1}{3}$</td> <td style="padding: 0 10px;">$\frac{7}{18}$</td> <td style="padding: 0 10px;">1</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">$f'(t)$</td> <td style="padding: 0 10px;"></td> <td style="padding: 0 10px;">-</td> <td style="padding: 0 10px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">$f(t)$</td> <td style="padding: 0 10px;"></td> <td style="padding: 0 10px;"></td> <td style="padding: 0 10px;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$\frac{324}{7}$</p>	t	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{18}$	1	$f'(t)$		-	0	$f(t)$			+	0,25
t	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{18}$	1											
$f'(t)$		-	0											
$f(t)$			+											
	<p>Suy ra $f(t) \geq \frac{324}{7}$, $\forall t \in \left[\frac{1}{3}; 1\right)$. Vậy $A \geq \frac{324}{7}$ với mọi a, b, c thỏa điều kiện đề bài.</p> <p>Hơn nữa, với $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{3}; c = \frac{1}{6}$ thì $\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = \frac{7}{18} \\ a + b + c = 1 \end{cases}$ và $A = \frac{324}{7}$</p> <p>Vậy $\min A = \frac{324}{7}$</p>	0,25												

ĐỀ 11

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$.

Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $5^{2x+1} - 6 \cdot 5^x + 1 = 0$.

b) Cho số phức z thỏa mãn: $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Tính mô đun của z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4; 1; 3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$$

a) Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d .

b) Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $10 \cdot \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 7 \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 6 = 0$

b) Tìm số hạng không chứa x của khai triển $(x - \frac{2}{x^3})^{20}$

Câu 7 (1,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

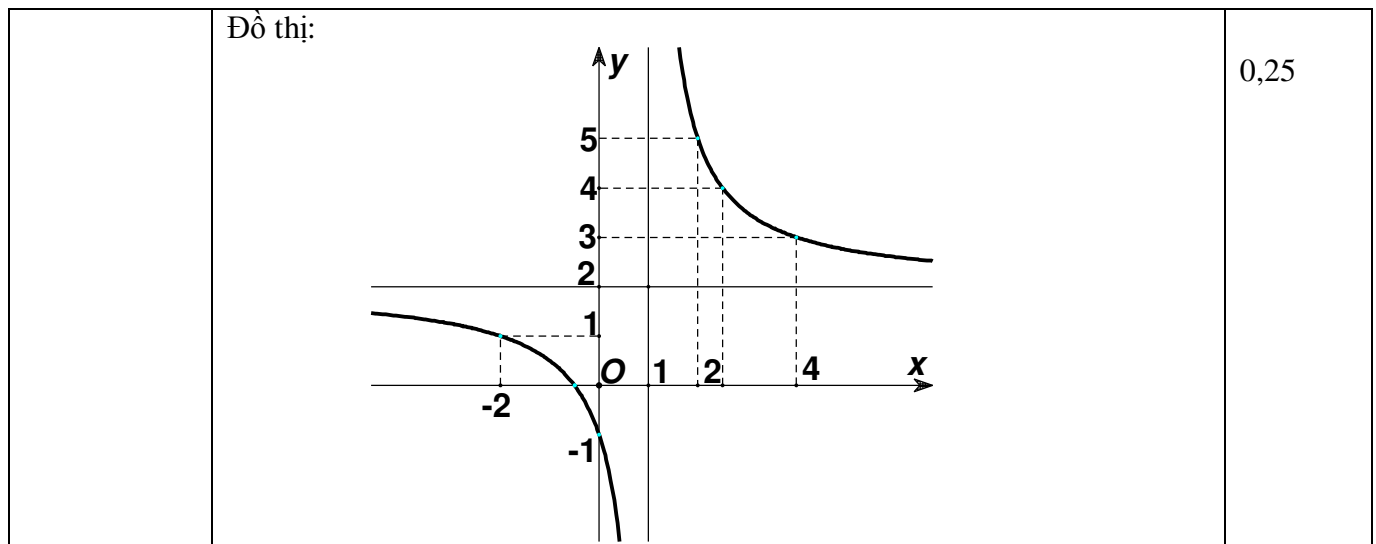
Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC với $A(1; -2)$, đường cao $CH: x - y + 1 = 0$, phân giác trong $BN: 2x + y + 5 = 0$. Tìm tọa độ các đỉnh B, C và tính diện tích tam giác ABC

Câu 9. (1,0 điểm) Giải hệ phương trình: $x^2 - 4x - 3 = \sqrt{x+5}$

Câu 10 (1 điểm) Cho a, b, c là ba số dương thỏa mãn: $a + b + c = \frac{3}{4}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

$$\text{thức } P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}}$$

Câu 1 (1 điểm)	Đáp án	Điểm												
	<p>Hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$</p> <p>Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$</p> <p>Đạo hàm: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$</p> <p>Hàm số luôn NB trên các khoảng $(-\infty; 1); (1; +\infty)$ và không đạt cực trị.</p>	0,25												
	<p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.</p>	0,25												
	<p>Bảng biến thiên</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="2">+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>Giao điểm với trục hoành: cho $y = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$</p> <p>Giao điểm với trục tung: cho $x = 0 \Rightarrow y = -1$</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	+		+	y	2	$-\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	+		+											
y	2	$-\infty$	2											



0,25

Câu 2 (1 điểm)

Câu	Đáp án	Điểm															
Câu2 (1 điểm)	$y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$. Tìm m để hàm f(x) đạt cực đại tại x = 1.																
	$y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$	0,25															
	Hàm f(x) đạt cực đại tại x = 1 nên $y'(1) = 0$ hay $m^2 - 3m + 2 = 0$ khi m = 1 v m = 2	0,25															
	m = 1: $y' = (x - 1)^2 \geq 0, \forall x$ m = 2: $y' = x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">x</td> <td style="padding: 2px 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px 5px;">1</td> <td style="padding: 2px 5px;">3</td> <td style="padding: 2px 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">y'</td> <td style="padding: 2px 5px;">+</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> <td style="padding: 2px 5px;">-</td> <td style="padding: 2px 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 5px;">y</td> <td style="padding: 2px 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$\nearrow \frac{7}{3}$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$\searrow 1$</td> <td style="padding: 2px 5px;">$\nearrow +\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	+	0	-	0	y	$-\infty$	$\nearrow \frac{7}{3}$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	0,25
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$													
y'	+	0	-	0													
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{7}{3}$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$													
	Vậy, m=2 hàm số f(x) đạt cực đại tại x=1	0,25															

Câu 3(1 điểm)

Câu 3	Đáp án	Điểm
3a (0,5 điểm)	$5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$ Vậy nghiệm của PT là x = 0 và x = -1	0,25
3b(0,5 điểm)	$(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$	
	Gọi $z = x + yi (x, y \in R)$. Phương trình đã cho trở thành: $(1+2i)(x+yi) + (2-3i)(x-yi) = -2-2i$	0,25

	$\Leftrightarrow (x-2y) + (2x+y)i + (2x-3y) + (-3x-2y)i = -2-2i$ $\Leftrightarrow (3x-5y) + (-x-y)i = -2-2i$	
	Do đó $ z = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$	0,25

Câu 4(1 điểm)

Câu 4	Đáp án	Điểm
	$I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	0,25
	<p>Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$</p> <p>Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$</p> <p>Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$</p>	0,25
	$J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$	0,25
	Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0,25

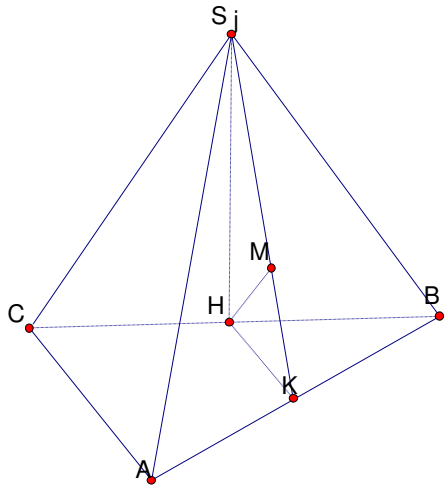
Câu 5 (1 điểm)

Câu 5	Đáp án	Điểm
	<p>Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$</p> <p>Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$ làm VTPT</p>	0,25
	<p>Vậy PT mặt phẳng (P) là : $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$</p> $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$	0,25
	<p>Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$</p> $AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27$ $\Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases} \text{ Vậy } B(-7; 4; 6) ; B\left(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7}\right)$	0,25

Câu 6 (1 điểm)

câu	Đáp án	Điểm
6a(0,5 điểm)	$10 \cdot \cos^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 7 \cdot \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 6 = 0$	

	$\begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \\ \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{-6}{5} \text{ (vn)} \end{cases}$	0,25
	$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \cos\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
6b(0,5 điểm)	<p>Số hạng tổng quát :</p> $T_{k+1} = C_{20}^k \cdot x^k \cdot \left(\frac{-2}{x^3}\right)^{20-k} = C_{20}^k \cdot (-2)^{20-k} \cdot x^{4k-60} \quad 0 \leq k \leq 20.$ <p>Từ gt bài toán nên $4k - 60 = 0$ hay $k = 15$</p>	0,25
	Vậy số hạng không chứa x của khai triển là : $T_{16} = C_{20}^{15} \cdot (-2)^5$	0,25

Câu 7	Đáp án	Điểm
	 <p>Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB$ (1) Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $\widehat{SKH} = 60^\circ$ Ta có $SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$</p>	0,25
	Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$	0,25

	Vì $IH // SB$ nên $IH // (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$ TùH kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$ Ta có $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2}$	0,25
	$\Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0,25

Câu 8

Câu 8	Đáp án	Điểm
	Do $AB \perp CH$ nên $AB: x + y + 1 = 0$. Giải hệ: $\begin{cases} 2x + y + 5 = 0 \\ x + y + 1 = 0 \end{cases}$ ta có $(x; y) = (-4; 3)$. Do đó: $AB \cap BN = B(-4; 3)$.	0,25
	Lấy A' đối xứng A qua BN thì $A' \in BC$. Phương trình đường thẳng (d) qua A và vuông góc với BN là $(d): x - 2y - 5 = 0$. Gọi $I = (d) \cap BN$. Giải hệ: $\begin{cases} 2x + y + 5 = 0 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases}$. Suy ra: $I(-1; 3) \Rightarrow A'(-3; -4)$	0,25
	Phương trình $BC: 7x + y + 25 = 0$. Giải hệ: $\begin{cases} 7x + y + 25 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases}$ Suy ra: $C(-\frac{13}{4}; -\frac{9}{4})$.	0,25
	$BC = \sqrt{(-4 + 13/4)^2 + (3 + 9/4)^2} = \frac{\sqrt{450}}{4}$ $d(A; BC) = \frac{ 7 \cdot 1 + 1(-2) + 25 }{\sqrt{7^2 + 1^2}} = 3\sqrt{2}$. Suy ra: $S_{ABC} = \frac{1}{2} d(A; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{450}}{4} = \frac{45}{4}$.	0,25

Câu 9 (1điểm)

Câu 9	Đáp án	Điểm
	Điều kiện: $x \geq -5$ Phương trình đã cho tương đương $(x-2)^2 - 7 = \sqrt{x+5}$ Đặt $y - 2 = \sqrt{x+5}$, $y \geq 2 \Rightarrow (y-2)^2 = x+5$ Ta có hệ phương trình :	0,25
	$\begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ (y-2)^2 = x+5 \\ y \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ (x-y)(x+y+3) = 0 \\ y \geq 2 \end{cases}$	0,25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ x-y=0 \end{cases} \\ \begin{cases} (x-2)^2 = y+5 \\ x+y+3=0 \\ y \geq 2 \end{cases} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5+\sqrt{29}}{2} \\ x = -1 \end{cases}$	0,25

Câu10	Đáp án	Điểm
	<p>áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có</p> $(x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 3\sqrt[3]{xyz} \cdot \frac{3}{\sqrt[3]{xyz}} = 9 \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq \frac{9}{x+y+z} \quad (*)$ <p>áp dụng (*) ta có</p> $P = \frac{1}{\sqrt[3]{a+3b}} + \frac{1}{\sqrt[3]{b+3c}} + \frac{1}{\sqrt[3]{c+3a}} \geq \frac{9}{\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a}}$	0,25
	<p>áp dụng Bất đẳng thức Côsi cho ba số dương ta có</p> $\sqrt[3]{(a+3b)1.1} \leq \frac{a+3b+1+1}{3} = \frac{1}{3}(a+3b+2)$ $\sqrt[3]{(b+3c)1.1} \leq \frac{b+3c+1+1}{3} = \frac{1}{3}(b+3c+2)$ $\sqrt[3]{(c+3a)1.1} \leq \frac{c+3a+1+1}{3} = \frac{1}{3}(c+3a+2)$	0,25
	<p>Suy ra</p> $\sqrt[3]{a+3b} + \sqrt[3]{b+3c} + \sqrt[3]{c+3a} \leq \frac{1}{3}[4(a+b+c)+6]$ $\leq \frac{1}{3}\left[4 \cdot \frac{3}{4} + 6\right] = 3$ <p>Do đó $P \geq 3$</p>	0,25
	<p>Dấu = xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c = \frac{3}{4} \\ a+3b = b+3c = c+3a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a=b=c = \frac{1}{4}$</p> <p>Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 khi $a=b=c = \frac{1}{4}$</p>	0,25

ĐỀ 12

Câu 1: (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

Câu 2: (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số sau $[-3;3]$

$$f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 10$$

Câu 3: (1,0 điểm).

a) Số phức z thỏa: $z - 2\bar{z} = 1 - 9i + 3i\bar{z}$. Tìm môđun của số phức $w = i - z$

b) Giải phương trình: $\log_2(x - 1)^2 = 2 + \log_2(x + 2)$

Câu 4: (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(x^2 + \sin 2x) dx$

Câu 5: (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;5)$, mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z}{1}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A , vuông góc với mặt phẳng (P) và song song với đường thẳng d .

Câu 6: (1,0 điểm).

a Cho α là góc thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

b. Sau buổi lễ tổng kết năm học 2015 – 2016 của trường THPT Tân Phước Khánh, một nhóm gồm 7 học sinh của lớp 12 có mời 4 giáo viên dạy bốn môn thi tốt nghiệp trung học phổ thông quốc gia chụp ảnh làm kỉ niệm. Biết rằng 4 giáo viên và 7 em học sinh xếp thành một hàng ngang một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho không có giáo viên nào đứng cạnh nhau.

Câu 7: (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a , góc $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp $S.AHCD$ và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) .

Câu 8: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$, điểm $M(1;1)$ thuộc cạnh BD biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm M trên cạnh AB và AD đều nằm trên đường thẳng $(\Delta): x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C .

Câu 9: (1,0 điểm). Giải hệ phương trình.

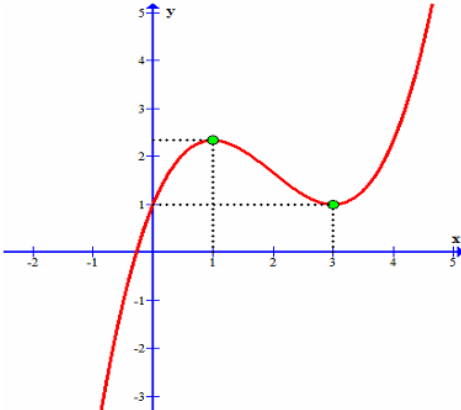
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x-1} - \sqrt{y^4+2} = y \\ x^2 + 2x(y-1) + y^2 - 6y + 1 = 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10: (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $(a+c)(b+c) = 4c^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

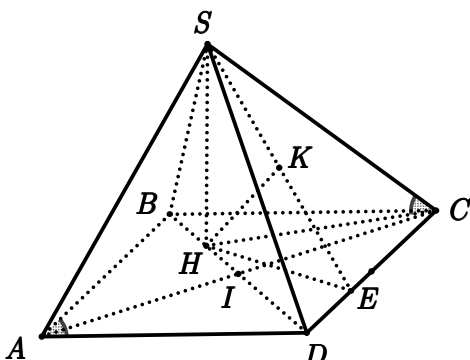
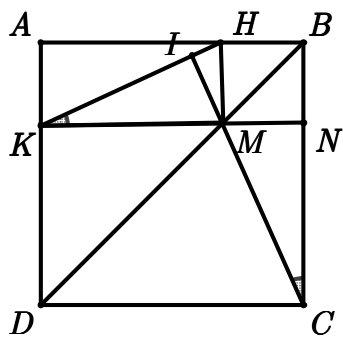
biểu thức $P = \frac{32a^2}{(b+3c)^3} + \frac{32b^2}{(a+3c)^3} - \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$

Hết

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	$y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ <p>Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.</p> $y' = x^2 - 4x + 3$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25

Câu 1	<p>Sự biến thiên: + Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$ + Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$ Cực trị: + Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$; giá trị cực đại $y = \frac{7}{3}$ + Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$; giá trị cực tiểu $y = 1$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$</p>	0,25																													
	<p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" data-bbox="416 551 1310 786"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td></td> <td></td> <td>$\frac{7}{3}$</td> <td></td> <td>1</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+		y			$\frac{7}{3}$		1		$+\infty$		$-\infty$							0,25
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																											
y'		+	0	-	0	+																									
y			$\frac{7}{3}$		1		$+\infty$																								
	$-\infty$																														
	<p>Đồ thị:</p> 	0,25																													
Câu 2	<p>Ta có $f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ $f'(x) = 6x^2 - 6x - 12$</p>	0,25																													
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																													
Câu 2	$f(-3) = -35$; $f(3) = 1$; $f(-1) = 17$; $f(2) = -10$	0,25																													
	$\max_{[-3;3]} f(x) = f(-1) = 17$ $\min_{[-3;3]} f(x) = f(-3) = -35$	0,25																													
Câu 3a	<p>Đặt $Z = 2 + bi (a, b \in R)$. Phương trình trở thành: $(a + bi) - 2(a - bi) = 1 - 9i + 3i(a - bi)$ $\Leftrightarrow -a + 3bi = 1 + 3b + (3a - 9)i$</p>	0,25																													
	$\Leftrightarrow \begin{cases} -a = 1 + 3b \\ 3b = 3a - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$ Vậy $Z = 2 - i$, $W = -2 + 2i$, $ W = 2\sqrt{2}$	0,25																													
Câu 3b	<p>Điều kiện: $-2 < x \neq 1$. Bất phương trình trở thành: $\log_2(x - 1)^2 = \log_2(4x + 8)$</p>	0,25																													

	$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 4x+8 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 7 \end{cases} \text{ (thỏa điều kiện)}$ <p>Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -1; x = 7$.</p>	0,25
Câu 4	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^3 dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx = \frac{\pi^4}{64} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$	0,25
	<p>Xét. $j = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$, Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$</p>	0,25
	$j = -\frac{1}{2} x \cdot \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$	0,25
	<p>Vậy $I = \frac{\pi^4}{64} + \frac{\pi}{4}$</p>	0,25
Câu 5	<p>Ta có $d(A; (P)) = \frac{ 2(-2) - 2 \cdot 1 + 1 \cdot 5 - 1 }{\sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2}} = \frac{2}{3}$</p>	0,25
	<p>(P) có VTPT $\vec{n} = (2; -2; 1)$, d có VTCP $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{n} \wedge \vec{a} = (-5; 0; 10)$</p>	0,25
	<p>(Q) vuông góc với (P) và (Q) song song d nên (Q) có VTPT $\vec{b} = \vec{n} \wedge \vec{a} = (-5; 0; 10)$</p>	0,25
	<p>Vậy (Q) có phương trình $x - 2z + 12 = 0$</p>	0,25
Câu 6a	$A = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha = (\cos 2\alpha + 1) 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha$ $= 2 \cos^2 \alpha \cdot 2 \sin 2\alpha \cdot \cos \alpha$	0,25
	$= 8 \cos^4 \alpha \cdot \sin \alpha = 8(1 - \sin^2 \alpha)^2 \cdot \sin \alpha = \frac{225}{128}$	0,25
Câu 6b	<p>Xếp 11 người gồm 7 học sinh và 4 giáo viên thành một hàng ngang ta có: $n(\Omega) = 11!$ cách xếp.</p> <p>Gọi A là biến cố: "xếp 4 giáo viên và 7 em học sinh xếp thành một hàng ngang sao cho không có giáo viên nào đứng cạnh nhau".</p> <p>Xếp 7 học sinh thành một hàng ngang, ta có $7!$ cách xếp.</p>	0,25
	<p>Lúc này giữa 7 em học sinh có 8 khoảng cách. Xếp 4 giáo viên vào 8 khoảng cách đó, ta có A_8^4 cách xếp. Suy ra $n(A) = 7! \cdot A_8^4$</p>	0,25
	<p>Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{7! \cdot A_8^4}{11!} = \frac{7}{33}$</p>	

<p>Câu 7</p>	<p>Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu vuông góc của SC trên $(ABCD)$ suy ra góc tạo bởi giữa SC với mặt phẳng $(ABCD)$ là góc SCH Theo giả thiết ΔABD đều $\Rightarrow BD = a; HD = \frac{3}{4}a; AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AC = 2AI = a\sqrt{3}$</p> 	<p>0,25</p>
<p>Câu 7</p>	<p>Xét ΔSHC vuông cân tại H, ta có: $SH = HC = \sqrt{IC^2 + HI^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}a$ Vậy $V_{S.AHCD} = \frac{1}{3}SH.S_{AHCD} = \frac{1}{3}SH.\frac{1}{2}AC.HD = \frac{\sqrt{39}}{32}a^3$</p>	<p>0,25</p>
<p>Câu 7</p>	<p>Trong $(ABCD)$ kẻ $HE \perp CD$ và trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ (1). Ta có: $\begin{cases} CD \perp HE \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD)) = HK$</p>	<p>0,25</p>
<p>Câu 7</p>	<p>Xét ΔHED vuông tại E, ta có $HE = HD.\sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{8}a$ Xét ΔSHE vuông tại H, ta có $HK = \frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{79}}a$ Mà $\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{4}{3}d(H, (SCD)) = \frac{4}{3}HK = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$ Do $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}}a$</p>	<p>0,25</p>
<p>Câu 8</p>	<p>Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AD Gọi N là giao điểm của KM và BC Gọi I là giao điểm của CM và HK Ta có ΔDKM vuông tại K và góc DKM bằng 45° $\Rightarrow KM = KD \Rightarrow KM = NC$ (1) Lại có $MH = MN$ (do $MHBN$ là hình vuông) Suy ra hai tam giác vuông KMH, CNM bằng nhau Suy ra góc HKM và góc MCN bằng nhau</p> 	<p>0,25</p>
<p>Câu 8</p>	<p>Mà $\hat{NMC} = \hat{IMK}$ nên $\hat{NMC} + \hat{NCM} = \hat{IMK} + \hat{HMM} = 90^\circ$ Suy ra $CI \perp HK$</p>	<p>0,25</p>

	Đường thẳng CI đi qua $M(1;1)$ và vuông góc với đường thẳng Δ nên nên có phương trình $x-y=0$	0,25
	Do điểm C thuộc đường thẳng CI và đường thẳng d nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x-y=0 \\ x+2y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$ Vậy $C(2;2)$	0,25
	Điều kiện: $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 1$ Biến đổi phương trình thứ hai của hệ có dạng: $(x^2 + y^2 + 1 + 2xy - 2x - 2y) - 4y = 0 \Leftrightarrow (x + y - 1)^2 - 4y = 0$ $\Leftrightarrow 4y = (x + y - 1)$ (*) Suy ra $y \geq 0$	0,25
Câu 9	Biến đổi phương trình thứ nhất của hệ về dạng: $\sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x-1} = \sqrt{y^4 + 2} + y$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x-1} = \sqrt{(y^4 + 1) + 1} + \sqrt[4]{(y^4 + 1) - 1}$ (**) Đặt $f(t) = \sqrt{x+1} + \sqrt[4]{x-1}$ thì f đồng biến trên $[1; +\infty)$ Nên (**) có dạng $f(x) = f(y^4 + 1) \Leftrightarrow x = y^4 + 1$	0,25
	Thế vào (*) ta có: $4y = (y^4 + y)^2 = y^8 + 2y^5 + y^2 \Leftrightarrow y(y^7 + 2y^4 + y - 4) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y^7 + 2y^4 + y = 4 \end{cases}$	0,25
	Ta lần lượt: + Với $y = 0$ thì $x=1$, thỏa mãn điều kiện. + Vì $g(y) = y^7 + 2y^4 + y$ đồng biến trên $[0; +\infty)$ nên phương trình $y^7 + 2y^4 + y = 4$ có nghiệm duy nhất $y = 1$, suy ra $x = 2$. Vậy, hệ phương trình có các cặp nghiệm $(1;0)$ và $(2;1)$	0,25
	Giả thiết ta có: $(\frac{a}{c} + 1)(\frac{b}{c} + 1) = 4$ Đặt: $\begin{cases} \frac{a}{c} = x \\ \frac{b}{c} = y \end{cases} (x, y > 0) \Rightarrow (x+1)(y+1) = 4 \Leftrightarrow (x+y) + xy = 3$ Do: $xy \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow 3 - (x+y) \leq \frac{(x+y)^2}{4} \Rightarrow x+y \geq 2$ (do $x+y > 0$)	0,25
Câu 10	Đặt $S = x + y \geq 2$, ta được: $P = 32 \left[\left(\frac{a}{b+3c} \right)^3 + \left(\frac{b}{a+3c} \right)^3 \right] - \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2}}$	0,25

	$= 32 \left[\left(\frac{a/c}{b/c+3} \right)^3 + \left(\frac{b/c}{a/c+3} \right)^3 \right] - \sqrt{\left(\frac{a}{c} \right)^2 + \left(\frac{b}{c} \right)^2}$ $= 32 \left[\left(\frac{x}{y+3} \right)^3 + \left(\frac{y}{x+3} \right)^3 \right] - \sqrt{x^2 + y^2}$	
	<p>Trong đó: $x^2 + y^2 \leq \frac{(x+y)^2}{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} \leq \frac{x+y}{\sqrt{2}} \Rightarrow -\sqrt{x^2 + y^2} \geq \frac{x+y}{\sqrt{2}}$</p> $\left(\frac{x}{y+3} \right)^3 + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{64} \cdot \left(\frac{x}{y+3} \right)^3} = \frac{3}{16} \cdot \frac{x}{y+3}$ $\left(\frac{y}{x+3} \right)^3 + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{64} \cdot \left(\frac{y}{x+3} \right)^3} = \frac{3}{16} \cdot \frac{y}{x+3}$	0,25
	<p>Từ đó: $P \geq 32 \left[\frac{3}{16} \frac{x}{y+3} - \frac{1}{32} + \frac{3}{16} \frac{y}{x+3} - \frac{1}{32} \right] - \frac{x+y}{\sqrt{2}}$</p> $= 6 \left[\frac{(x+y)^2 + 3(x+y) - 2xy}{xy + 3(x+y) + 9} \right] - 2 - \frac{x+y}{\sqrt{2}}$ $= 6 \left[\frac{(S)^2 + 5S}{2S + 12} \right] - 2 - \frac{S}{\sqrt{2}} = 3S - 5 - \frac{S}{\sqrt{2}}$ <p>Xét $f(S) = 3S - 5 - \frac{S}{\sqrt{2}} \cdot (S \geq 2)$</p> $f'(S) = 3 - \frac{1}{\sqrt{2}} > 0 \Rightarrow P \geq f(2) = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow \text{Min}P = 1 - \sqrt{2} \text{ xảy ra khi } x = y = 1$ <p>hay $a = b = c$.</p>	0,25

ĐỀ 13

Câu 1 (1,5 điểm). Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ (1).

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số (1).
- Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=x-1$

Câu 2 (0,5 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x-1) \cdot e^x$ trên đoạn $[-1;1]$

Câu 3: (2 điểm)

- Giải phương trình: $2 \log_2 (x-1) = 2 + \log_2 (x+2)$
- Cho α là góc nhọn thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức $A = (\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1) \cdot e^x dx$

Câu 5 (1,0 điểm) Một đội tuyển văn nghệ của trường THPT Thường Tân có 3 học sinh nữ khối 12 và 4 học sinh nam khối 11 và 2 học sinh nữ khối 10. Để thành lập đội văn nghệ dự thi cấp tỉnh của trường, cần chọn 5 học sinh trong 9 học sinh trên. Tính xác suất để 5 học sinh được chọn có cả nam và nữ và đủ 3 khối.

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp S ABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm I và có cạnh bằng a, góc BAD bằng 60° . Gọi H là trung điểm của IB và SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Góc giữa SC và mặt phẳng (ABCD) bằng 45° . Tính thể tích của khối chóp S.AHCD và tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

Câu 7 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có đỉnh C thuộc đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$, điểm $M(1;1)$ thuộc cạnh BD biết rằng hình chiếu vuông góc của điểm M trên cạnh AB và AD đều nằm trên đường thẳng $\Delta: x + y - 1 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:

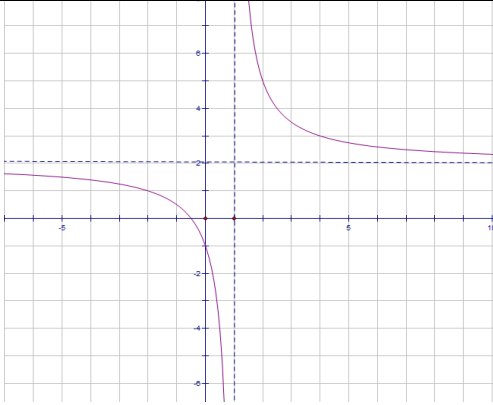
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x + y + 3} = (x + y)^2 + 2\sqrt{x + y} \\ \sqrt{x^2 + x + y + 2} + \sqrt{x - y} = 3 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

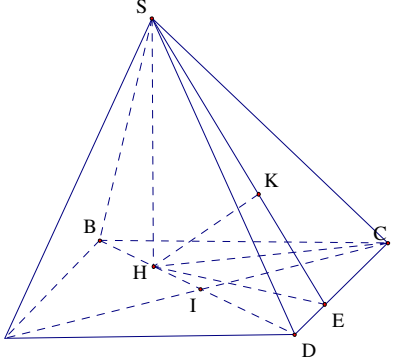
Câu 9 (1,0 điểm). Xét các số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y + xy = 3$.

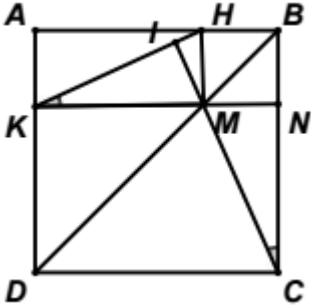
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{3x}{y+1} + \frac{3y}{x+1} + \frac{xy}{x+y} - (x^2 + y^2)$.

Hết

Câu	Đáp án	Điểm
1a (1đ)	<p>a) số $y = \frac{2x+1}{x-1}$.</p> <p>* Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$</p> <p>* Sự biến thiên</p> <ul style="list-style-type: none"> • Chiều biến thiên: $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$ <p>+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty, 1)$ và $(1, +\infty)$.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Cực trị: Hàm số không có cực trị • Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow TCN: y = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ $\Rightarrow TCD: x = 1$ • Bảng biến thiên: 	0,25
		0,25

	<p>* Đồ thị: Điểm thuộc đồ thị $(0, -1); (2;5)$</p> 	
1b (0.5đ)	<p>b) Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d: $y=x-1$</p> <p>Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-1}=x-1$ (đk: $x \neq 1$)</p> <p>$\Leftrightarrow x^2-4x=0 \Leftrightarrow x=0; x=4$</p> <p>KL: A(0;-1); B(4;3)</p>	0,25 0,25
2 (0.5đ)	<p>Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=(x-1).e^x$ trên đoạn $[-1;1]$</p> <p>Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $[-1;1]$</p> <p>$f'(x)=e^x+(x-1)e^x = xe^x$</p> <p>$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$</p> <p>$f(0) = -1; f(-1) = \frac{-2}{e}; f(1) = 0$</p> <p>KL:</p> <p>$\max_{[-1;1]} f(x) = 0$ khi $x = 1$</p> <p>$\min_{[-1;1]} f(x) = -1$ khi $x = 0$</p>	0,25 0,25
3a 1đ	<p>a) Giải phương trình: $2 \log_2 (x-1) = 2 + \log_2 (x+2)$ (*)</p> <p>ĐK: $x > 1$</p> <p>(*) $\Leftrightarrow \log_2 \frac{(x-1)^2}{x+2} = 2$</p> <p>$\Leftrightarrow \frac{(x-1)^2}{x+2} = 4 \Leftrightarrow x = -1$ (loại); $x = 7$</p>	0,25 0,25 0,5
3b 1đ	<p>b/Cho α là góc nhọn thỏa $\sin \alpha = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức</p> <p>A = $(\sin 4\alpha + 2 \sin 2\alpha) \cos \alpha$</p> <p>$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 15/16 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{4}$</p> <p>$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sqrt{15}}{8}$</p> <p>$\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 7/8$</p> <p>$\sin 4\alpha = 2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{7\sqrt{15}}{32}$</p> <p>Vậy $A = 225/128$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25

4 1đ	<p>Câu 4 (1.0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^1 (x-1).e^x dx$</p> <p>Đặt $u=x-1 \Rightarrow du=dx$ $dv=e^x dx \Rightarrow v=e^x$</p> $I = (x-1)e^x \Big _0^1 - \int_0^1 e^x dx = (x-1)e^x \Big _0^1 - e^x \Big _0^1 = (xe^x - 2e^x) \Big _0^1 = 2 - e$	0.5 0.5
5 1đ	<p>Số cách chọn 5 học sinh từ 9 học sinh trên là: C_9^5</p> <p>Để chọn 5 học sinh thỏa mãn các điều kiện trên ta xét các trường hợp sau:</p> <p>+) 1 nữ 12, 2 nam 11, 2 nữ 10 có $C_3^1 C_4^2 C_2^2$</p> <p>+) 2 nữ 12, 2 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^2 C_4^2 C_2^1$</p> <p>+) 2 nữ 12, 1 nam 11, 2 nữ 10 có $C_3^2 C_4^1 C_2^2$</p> <p>+) 3 nữ 12, 3 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^3 C_4^1 C_2^1$</p> <p>+) 1 nữ 12, 3 nam 11, 1 nữ 10 có $C_3^1 C_4^3 C_2^1$</p> <p>Gọi A là biến cố “số học sinh được chọn có cả nam và nữ và đủ 3 khối » $\Rightarrow n(A)=98$</p> <p>Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=7/9$</p>	0.5 0.5
6 1đ	 <p>Ta có $SH \perp (ABCD) \Rightarrow HC$ là hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ \Rightarrow Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc SCH bằng 45°</p> <p>Ta có góc BAD bằng $60^\circ \Rightarrow$ Tam giác BAD đều</p> <p>$\Rightarrow BD=a; HD=\frac{3}{4}a; AI=\frac{\sqrt{3}}{2}a; AC=2AI=\sqrt{3}a$</p> <p>Xét tam giác SHC vuông cân tại H, ta có: $SH=HC=\sqrt{IC^2 + IH^2} = \frac{\sqrt{13}}{4}a$</p> <p>Vậy thể tích $V_{S.AHCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{AHCD} = \frac{1}{6} SH \cdot AC \cdot HD = \frac{\sqrt{39}}{32} a^3$</p> <p>Trong $(ABCD)$, kẻ $HE \perp CD$; trong (SHE) kẻ $HK \perp SE$ (1). Ta có: $CD \perp HE$ và $CD \perp SH \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK$ (2)</p> <p>(1) và (2) $\Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H, (SCD))=HK$</p> <p>Xét tam giác HED vuông tại E, ta có $HE=HD \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{8}a$</p>	0.25 0.25 0.25

	<p>Xét tam giác SHE vuông tại H, ta có $HK = \frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \frac{3\sqrt{39}}{4\sqrt{79}} a$</p> <p>Mà $\frac{d(B, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{BD}{HD} = \frac{4}{3} \Rightarrow d(B, (SCD)) = \frac{4}{3} d(H, (SCD)) = \frac{4}{3} HK = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}} a$</p> <p>Do $AB \parallel (SCD)$ nên $d(A, (SCD)) = d(B, (SCD)) = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{79}} a$</p>	
<p>7 1đ</p>	 <p>Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên AB, AD Gọi N là giao điểm của KM và BC Gọi I là giao điểm của CM và HK Ta có tam giác DKM vuông tại K và góc DKM bằng 45° $\Rightarrow KM = KD \Rightarrow KM = NC$ (1) Lại có $MH = MN$ (Do MHBN là hình vuông) Suy ra hai tam giác vuông KMH và CNM bằng nhau \Rightarrow Góc HKM và góc MCN bằng nhau Mà góc NMC bằng góc IMK nên $\widehat{NMC} + \widehat{NCM} = \widehat{IMK} + \widehat{HKM} = 90^\circ$ Suy ra $CI \perp HK$ Đường thẳng CI qua M(1;1) và vuông góc với đường thẳng Δ nên có VTPT (-1;1) $\Rightarrow CI: x - y = 0$ Tọa độ C là nghiệm hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$ Vậy C(2;2)</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
<p>8 1đ</p>	<p>Giải hệ: $\begin{cases} x + y + \sqrt{x + y + 3} = (x + y)^2 + 2\sqrt{x + y} & (1) \\ \sqrt{x^2 + x + y + 2} + \sqrt{x - y} = 3 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$ Điều</p> <p>kiện: $\begin{cases} x + y \geq 0 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ (*)</p> <p>Đặt $t = x + y \geq 0$, từ (1) ta có:</p> $t + \sqrt{t + 3} = t^2 + 2\sqrt{t} \Leftrightarrow t - t^2 + \sqrt{t + 3} - 2\sqrt{t} = 0$ $\Leftrightarrow t(1 - t) + \frac{3(1 - t)}{\sqrt{t + 3} + 2\sqrt{t}} = 0 \Leftrightarrow (1 - t) \left(t + \frac{3}{\sqrt{t + 3} + 2\sqrt{t}} \right) = 0$	<p>0.25</p> <p>0.25</p>

	$\Leftrightarrow t = 1 \text{ (Vì } t + \frac{3}{\sqrt{t+3} + 2\sqrt{t}} > 0, \forall t \geq 0).$ <p>Suy ra $x + y = 1 \Leftrightarrow y = 1 - x$ (3).</p> <p>Thay (3) vào (2) ta có: $\sqrt{x^2 + 3} + \sqrt{2x - 1} = 3$</p> $\Leftrightarrow (\sqrt{x^2 + 3} - 2) + (\sqrt{2x - 1} - 1) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} + \frac{2x - 2}{\sqrt{2x - 1} + 1} = 0$ $\Leftrightarrow (x - 1) \left(\frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} + \frac{2}{\sqrt{2x - 1} + 1} \right) = 0$ $\Leftrightarrow x = 1 \text{ (Vì } \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} + \frac{2}{\sqrt{2x - 1} + 1} > 0, x \geq \frac{1}{2}).$ <p>Suy ra $(x = 1; y = 0)$, thoả mãn (*).</p> <p>Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x = 1; y = 0)$.</p>	0.25 0.25
9 1đ	<p>Đặt $t = x + y \Rightarrow xy = 3 - t; x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = t^2 - 2(3 - t) = t^2 + 2t - 6$</p> <p>Ta có: $xy \leq \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 \Rightarrow 3 - t \leq \frac{1}{4}t^2 \Leftrightarrow t \geq 2$</p> <p>Suy ra $P = \frac{3(x^2 + y^2) + 3(x + y)}{xy + x + y + 1} + \frac{xy}{x + y} - (x^2 + y^2) = -t^2 + t + \frac{12}{t} - \frac{5}{2}$</p> <p>Xét hàm số $f(t) = -t^2 + t + \frac{12}{t} - \frac{5}{2} \quad (t \geq 2)$</p> <p>Ta có $f'(t) = -2t + 1 + \frac{-2}{t^2} < 0, \forall t \geq 2$</p> <p>$\Rightarrow f(t)$ nghịch biến với mọi $t \geq 2$</p> <p>$\Rightarrow \Rightarrow P \leq f(t) \leq f(2) = \frac{3}{2}$</p> <p>Vậy gtn của P bằng $\frac{3}{2}$ đạt được khi $x = y = 1$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25

ĐỀ 14

Câu 1. (1.0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

Câu 2. (1.0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - x^2 + m - 1$, tìm giá trị thực của m để điểm cực đại của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $y = 3x + 2$

Câu 3. (1.0 điểm) a. Giải bất phương trình: $9^{x+1} - 3^{x+2} - 18 \leq 0$

b. Tìm số phức liên hợp của số phức z biết rằng: $3z + 9 = 2i\bar{z} + 11i$.

Câu 4. (1.0 điểm)

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x + x; y = x + 2$ và trục tung.

Câu 5. (1.0 điểm)

a. Giải phương trình $\cos 5x + \cos x = 2\sqrt{3} \cos 3x \cdot \sin 2x$

b. Tìm số hạng của khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là một số nguyên

- Câu 6.** (1.0 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz cho điểm $M(2;1;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d và phương trình mặt cầu (S) tâm M tiếp xúc đường thẳng d.
- Câu 7.** (1.0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và D. Hai mặt bên SAD và SAB là những tam giác vuông tại A. Góc giữa SC và đáy ABCD bằng 45° . $AD=DC=2a; AB=4a$. Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa SD và BC.
- Câu 8.** (1.0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có đỉnh $C(2; -5)$ và nội tiếp đường tròn tâm I. Trên cung nhỏ BC của đường tròn (I) lấy điểm E, trên tia đối của tia EA lấy điểm $M(8; -3)$ sao cho $EM = EC$. Tìm tọa độ điểm A, biết đỉnh B thuộc đường thẳng $d: y - 2 = 0$.

Câu 9. (1.0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (y+1)\sqrt{x-1} + (x+2)\sqrt{y-3} = 27 & (1) \\ (y+2)\sqrt{(2y+1)(4x-4)} = x^2 + x - 2 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 10. (1.0 điểm).

Cho x, y, z là các số thực không âm và thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

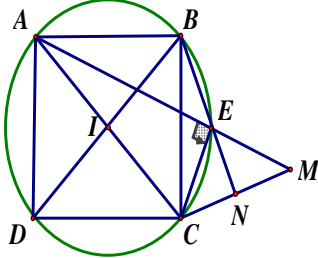
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} + \frac{y + z}{x + y + z + 1} - \frac{1 + yz}{9}$

—————Hết—————

Câu	Đáp án	Điểm																
1	a) (1,0 điểm)																	
(1,0đ)	<ul style="list-style-type: none"> Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Sự biến thiên: – Chiều biến thiên: $y' = -\frac{1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$. Hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; -\infty)$. Hàm số không có cực trị 	0,25																
	<ul style="list-style-type: none"> Giới hạn và tiệm cận: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty \Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng. 	0,25																
	<ul style="list-style-type: none"> Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="2">-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>\searrow</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-		-	y	2	\searrow	$+\infty$			$-\infty$	2	0,25
x	$-\infty$	1	$+\infty$															
y'	-		-															
y	2	\searrow	$+\infty$															
		$-\infty$	2															
	<ul style="list-style-type: none"> Đồ thị: 	0,25																

2 (1,0đ)	Tập xác định $D = \mathbb{R}$. $y' = 3x^2 - 2x$	0,25
	$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$	0,25
	Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $A(0; m-1)$	
	điểm cực đại của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng $y = 3x + 2$ khi và chỉ khi $m-1=2$	0,25
	Vậy: $m=3$	0,25
3a (0,5đ)	$9^{x+1} - 3^{x+2} - 18 \leq 0 \Leftrightarrow 9 \cdot 9^x - 9 \cdot 3^x - 18 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq 3^x \leq 2$	0,25
	$\Leftrightarrow 3^x \leq 2 \Leftrightarrow x \leq \log_3 2$	0,25
3b (0,5đ)	Ta có, $3z + 9 = 2i\bar{z} + 11i \Leftrightarrow 3z - 2i\bar{z} = -9 + 11i$ (1) Đặt $z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi$, (a, b thuộc \mathbb{R}) thay vào phương trình (1) ta được $3(a + bi) - 2i(a - bi) = -9 + 11i \Leftrightarrow 3a + 3bi - 2ai + 2bi^2 = -9 + 11i$	0,25
	$\Leftrightarrow 3a - 2b + (3b - 2a)i = -9 + 11i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = -9 \\ 3b - 2a = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$ • Vậy, $z = -1 + 3i \Rightarrow \bar{z} = -1 - 3i$	0,25
4 (1,0đ)	Phương trình hoành độ giao điểm $e^x + x = x + 2 \Leftrightarrow e^x = 2 \Leftrightarrow x = \ln 2$	0,25
	Diện tích cần tìm $S = \int_0^{\ln 2} e^x - 2 dx = \left \int_0^{\ln 2} (e^x - 2) dx \right $	0,25
	$S = \left (e^x - 2x) \Big _0^{\ln 2} \right $	0,25
	$S = 2 \ln 2 - 1$	0,25
5 a. 0,5 đ	$\cos 5x + \cos x = 2\sqrt{3} \cos 3x \cdot \sin 2x$ $\Leftrightarrow 2 \cos 3x \cdot \cos 2x = 2\sqrt{3} \cos 3x \cdot \sin 2x$ $\Leftrightarrow \cos 3x \cdot (\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 0 \end{cases}$	0,25

	$\cos 3x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$ $\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \cot 2x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_9^k (\sqrt{3})^{9-k} \cdot (\sqrt{2})^k = C_9^k 3^{\frac{9-k}{2}} \cdot 2^{\frac{k}{2}}$ ($0 \leq k \leq 9; k \in \mathbb{Z}$)	0,25
b. 0,5 đ	$T_{k+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9-k}{2} \in \mathbb{Z} \\ \frac{k}{2} \in \mathbb{Z} \\ 0 \leq k \leq 9 \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=3 \\ k=9 \end{cases}$ <p>Số hạng của khai triển $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$ là số nguyên là : $T_4 = 4536; T_{10} = 8$</p>	0,25
6 (1,0đ)	Mặt phẳng (P) đi qua M (2;1;3) và nhận vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{n} = (-1; 2; 3)$ làm vectơ pháp tuyến	0,25
	Phương trình mặt phẳng (P): $x - 2y - 3z + 9 = 0$	0,25
	Gọi H là hình chiếu của M trên d ta có H(0;0;3) Bán kính mặt cầu (S) là $d(M, d) = MH = \sqrt{5}$	0,25
	Phương trình mặt cầu (S): $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 5$	0,25
7 (1,0đ)	<p>Theo giả thiết $SA \perp AB; SA \perp AC \Rightarrow SA \perp (ABCD)$ Góc giữa SC và mp(ABCD) là góc \widehat{SCA}. Do đó $\widehat{SCA} = 45^\circ$ $SA = AC = 2a\sqrt{2}$</p>	0,25

	$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AD(AB + DC) = 3a^2$ <p>Thể tích khối chóp S.ABCD là</p> $V = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2a\sqrt{2}.3a^2 = 2a^3\sqrt{2}$	
	<p>Gọi N là trung điểm của AB ;DN song song BC; Gọi O là giao điểm của DN và AC $d(BC;SD)=d(BC;(SDN))=d(C;(SDN))$</p>	0,25
	<p>Thể tích khối chóp C.SDN bằng thể tích khối chóp S.CDN</p> $V_{S.CND} = \frac{1}{3} SA.\frac{1}{2} DC.CN = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}; SO = \sqrt{SA^2 + OA^2} = a\sqrt{10}$ <p>Diện tích tam giác SDN là $S_{SDN} = \frac{1}{2} SO.DN = 2a^2\sqrt{5}$</p> $d(C;(SDN)) = \frac{3V_{SCDN}}{S_{SDN}} = \frac{2a\sqrt{10}}{5}$	0,25
8 (1,0đ)	 <p> $\widehat{AEC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{MEC} = 90^\circ$ Gọi N là trung điểm CM, suy ra EN là đường trung trực CM và $\widehat{CEN} = 45^\circ$ Vì có $\widehat{BEA} = \widehat{BCA} = 45^\circ$. Từ đó suy ra $\widehat{BEN} = 180^\circ$. Do đó B thuộc trung trực EN và đoạn thẳng CM Phương trình BN: $3x + y - 11 = 0$ </p>	0,25
	<p>Tọa độ điểm B thỏa $\begin{cases} y - 2 = 0 \\ 3x + y - 11 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow B(3;2)$</p>	0,25
	<p>Phương trình AB: $x + 7y - 17 = 0$ Điểm $A \in AB$ nên $A(17 - 7t; t)$ Ta có $AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow (14 - 7t)^2 + (t - 2)^2 = 50 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow A(-4;3), A(10;1)$</p>	0,25
	<p>Do A và M khác phía so với BC nên ta chọn $A(-4;3)$</p>	0,25
9 (1,0đ)	$\Leftrightarrow \sqrt{x-1} \left[(2y+4)\sqrt{2y+1} - (x+2)\sqrt{x-1} \right] = 0$ <p>ĐK: $\begin{cases} y \geq 3 \\ x \geq 1 \end{cases}$. Phương trình (2)</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ (2y+4)\sqrt{2y+1} = (x+2)\sqrt{x-1} \end{cases} \quad (3)$	0,25
	<p>Với $x = 1$ thế vào pt(1) ta có $\sqrt{y-3} = 9 \Leftrightarrow y = 84$</p>	0,25
	<p>Pt(3) $\Leftrightarrow (\sqrt{2y+1})^3 + 3\sqrt{2y+1} = (\sqrt{x-1})^3 + 3\sqrt{x-1}$ (*) Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t, t \geq 0 \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 3 > 0$ Hàm số f(t) đồng biến trên $(0; +\infty)$. Khi đó (*)</p>	0,25

	$\Leftrightarrow \sqrt{2y+1} = \sqrt{x-1} \Leftrightarrow x-1 = 2y+1$	
	Thay vào phương trình (1): $(y+1)\sqrt{2y+1} + (2y+4)\sqrt{y-3} = 27$ $\Leftrightarrow (y+1)(\sqrt{2y+1}-3) + (2y+4)(\sqrt{y-3}-1) + 5y - 20 = 0$ $\Leftrightarrow (y-4) \left(\frac{2y+2}{\sqrt{2y+1}+3} + \frac{2y+4}{\sqrt{y-3}+1} + 5 \right) = 0$ $\Leftrightarrow y = 4 \Rightarrow x = 10$ Vì $\frac{2y+2}{\sqrt{2y+1}+3} + \frac{2y+4}{\sqrt{y-3}+1} + 5 > 0, \forall y \geq 3$ Vậy hệ có nghiệm $(1; 84); (10; 4)$	0,25
10	Ta có $x^2 + yz + x + 1 = x(x + y + z + 1) + (1 - xy - xz + yz)$ và $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz + 2yz = 2(1 - xy - xz + yz) \geq 0$ Nên $x^2 + yz + x + 1 \geq x(x + y + z + 1)$ Từ đó suy ra $\frac{x^2}{x^2 + yz + x + 1} \leq \frac{x}{x + y + z + 1}$ Mặt khác : $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2x(y + z) + 2yz$ $= 2 + 2yz + 2x(y + z) \leq 2 + 2yz + [x^2 + (y + z)^2] = 4(1 + yz)$ Suy ra $\frac{1 + yz}{9} \geq \frac{(x + y + z)^2}{36}$ Do đó $P \leq \frac{x + y + z}{x + y + z + 1} - \frac{(x + y + z)^2}{36} = \frac{t}{t+1} - \frac{t^2}{36}, t = x + y + z$	0,25
	$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz \geq 2$ $(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$ $\leq 2 + (x^2 + y^2) + (y^2 + z^2) + (z^2 + x^2) = 6$ Suy ra $2 \leq t^2 \leq 6 \Rightarrow \sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{6}$	0,25

	<p>Xét hàm số $f(t) = \frac{t}{t+1} - \frac{t^2}{36}, t \in [\sqrt{2}, \sqrt{6}]$</p> <p>Ta có $f'(t) = \frac{1}{(t+1)^2} - \frac{t}{18}, f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$</p> <p>Bảng biến thiên</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>t</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>2</td> <td>$\sqrt{6}$</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>$f(t)$</td> <td></td> <td>$\frac{5}{9}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td>$\frac{35-18\sqrt{2}}{18}$</td> <td></td> <td>$\frac{31-6\sqrt{6}}{30}$</td> </tr> </table>	t	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{6}$	$f'(t)$	+	0	-	$f(t)$		$\frac{5}{9}$			$\frac{35-18\sqrt{2}}{18}$		$\frac{31-6\sqrt{6}}{30}$	0,25
t	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{6}$															
$f'(t)$	+	0	-															
$f(t)$		$\frac{5}{9}$																
	$\frac{35-18\sqrt{2}}{18}$		$\frac{31-6\sqrt{6}}{30}$															
	<p>Từ bảng biến thiên suy ra $f(t) \leq \frac{5}{9} \Rightarrow P \leq \frac{5}{9}$</p> <p>Giá trị lớn nhất của $P = \frac{5}{9}$ khi $x = y = 1, z = 0$</p>																	

ĐỀ 15

Câu 1 (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

Câu 2 (1 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$, biết tiếp tuyến có hệ số góc

$$k = -2.$$

Câu 3 (1 điểm).

a. Giải phương trình trên tập số phức $x^2 - 2x + \sqrt{2} = 0$.

b. Giải bất phương trình $7^x + 7^{1-x} < 8$.

Câu 4 (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{dx}{x + x \ln x}$.

Câu 5 (1 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + 2z - 14 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P), tìm tọa độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Câu 6 (1 điểm).

a. Giải phương trình $\cos 2x + \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$

b. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức sau $\left(3x^2 - \frac{2}{x}\right)^{21}$.

Câu 7 (1 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc hợp bởi cạnh bên SB và mặt phẳng đáy là 60° , $AB = 3a$, $AC = 5a$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC, AB.

Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 1$ và $(C_2): (x - 3)^2 + y^2 = 4$

Câu 9 (1 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x^2 - y^2} = 12 \\ y \cdot \sqrt{x^2 - y^2} = 12 \end{cases}.$$

Câu 10 (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương lớn hơn 1 và thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 2$. Tìm

giá trị lớn nhất của biểu thức $A = (x - 1)(y - 1)(z - 1)$.

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN

Câu 1 (1 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2$.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$					
$y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$					
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$					
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	-	+	-	0	+
y	$+\infty$	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow
		-1	0	-1	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty; -1), (0; 1)$ và đồng biến trên hai khoảng $(-1; 0), (1; +\infty)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x = 0 \rightarrow y_{CD} = 0$

Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1 \rightarrow y_{CD} = -1$

Đồ thị:

x	± 2
y	8

(Vẽ đúng đồ thị)

Câu 2 (1 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$, biết tiếp tuyến có hệ số góc $k = -2$.

$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$
Ta có $y'(x_0) = -2 \rightarrow \frac{-2}{(x_0-1)^2} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \rightarrow y_0 = -1 \\ x_0 = 2 \rightarrow y_0 = 3 \end{cases}$
Có hai tiếp tuyến $y = -2(x-0) - 1 \Leftrightarrow y = -2x - 1$
$y = -2(x-2) + 3 \Leftrightarrow y = -2x + 7$

Câu 3 (1 điểm).

a. Giải phương trình trên tập số phức $x^2 - 2x + \sqrt{2} = 0$.

b. Giải bất phương trình $7^x + 7^{1-x} < 8$.

a.	$\Delta = 4 - 4\sqrt{2} < 0$
	Phương trình có hai nghiệm phức $x_{1,2} = \frac{2 \pm i\sqrt{4\sqrt{2} - 4}}{2} = 1 \pm i\sqrt{\sqrt{2} - 1}$
b.	(pt) $\Leftrightarrow 7^x + \frac{7}{7^x} < 8 \Leftrightarrow 7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 < 0 \Leftrightarrow 1 < 7^x < 7 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

Câu 4 (1 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \frac{dx}{x + x \ln x}$.

	$I = \int_1^e \frac{dx}{x(1 + \ln x)}$ <p>Đặt $t = 1 + \ln x \rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$, $x = 1 \rightarrow t = 1$, $x = e \rightarrow t = 2$</p> $I = \int_1^2 \frac{dt}{t} = \ln t \Big _1^2 = \ln 2$	
--	--	--

Câu 5 (1 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y + 2z - 14 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) , tìm tọa độ tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) .

	<p>Theo đề mặt cầu (S) có bán kính $R = d(A; (P)) = 3$.</p> <p>Phương trình mặt cầu (S) là $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$</p> <p>Gọi H là tiếp điểm của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S), khi đó $AH \perp (P)$</p> <p>$\overrightarrow{AH} = (x_H - 1; y_H - 1; z_H - 1)$, mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n}_p = (1; 2; 2)$.</p> <p>\overrightarrow{AH} cùng phương $\vec{n}_p \leftrightarrow \overrightarrow{AH} = t \cdot \vec{n}_p \rightarrow H(1 + t; 1 + 2t; 1 + 2t)$</p> <p>Mà $H \in (P) \rightarrow (1 + t) + 2(1 + 2t) + 2(1 + 2t) - 14 = 0 \leftrightarrow t = 1$.</p> <p>Vậy $H(2; 3; 3)$.</p>	
--	---	--

Câu 6 (1 điểm).

a. Giải phương trình $\cos 2x + \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = 0$

b. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức sau $\left(3x^2 - \frac{2}{x} \right)^{21}$.

a.	<p>(pt) $\leftrightarrow \sin \left(\frac{\pi}{2} - 2x \right) = \sin \left(\frac{\pi}{6} - x \right)$</p> $\leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - 2x = \frac{\pi}{6} - x + k2\pi \\ \frac{\pi}{2} - 2x = \pi - \frac{\pi}{6} + x + k2\pi \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} - k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{9} - k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	
b.	$\left(3x^2 - \frac{2}{x} \right)^{21} = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k (3x^2)^{21-k} \left(-\frac{2}{x} \right)^k = \sum_{k=0}^{21} C_{21}^k 3^{21-k} (-2)^k x^{42-3k}$ <p>Số hạng không chứa x thì có $42 - 3k = 0 \leftrightarrow k = 14$</p> <p>Vậy số hạng cần tìm là: $T_{15} = C_{21}^{14} \cdot 3^7 \cdot 2^{14}$</p>	

Câu 7 (1 điểm). Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc hợp bởi cạnh bên SB và mặt phẳng đáy là 60° , $AB = 3a$, $AC = 5a$. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng SC, AB.

	<p>(vẽ hình)</p> <p>Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}$</p> <p>$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = 4a \rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = 6a^2$</p> <p>Ta có AB là hình chiếu vuông góc của SB trên đáy ABC $\rightarrow (SB, ABC) = \widehat{SBA} = 60^\circ \rightarrow SA = AB.tan 60^\circ = 3a\sqrt{3}$</p> <p>$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}3a\sqrt{3}.6a^2 = 6a^3\sqrt{3}$</p> <p>Dựng điểm D sao cho tứ giác ABCD là hình chữ nhật $AB // CD \rightarrow AB // (SCD) \rightarrow d(AB, SC) = d(AB, SCD) = d(A, SCD)$</p> <p>Kẻ $AK \perp SD$ để dàng suy ra $AK \perp (SCD)$</p> <p>Vậy $d(AB, SC) = AK = \frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{43}}$</p>	
--	--	--

Câu 8 (1 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, hãy viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 = 1$ và $(C_2): (x - 3)^2 + y^2 = 4$

	<p>Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(0;0)$, bán kính $R_1=1$ Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(3;0)$, bán kính $R_2=2$ Gọi $\Delta: ax + by + c = 0, a^2 + b^2 \neq 0$ là tiếp tuyến cần tìm.</p> <p>Ta có</p> $\begin{cases} d(I_1; \Delta) = R_1 \\ d(I_2; \Delta) = R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{ c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 1 \\ \frac{ 3a + c }{\sqrt{a^2 + b^2}} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (1) \\ 3a + c = 2\sqrt{a^2 + b^2} \quad (2) \end{cases}$ <p>Từ (1,2) $\rightarrow 3a + c = 2 c \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3a \\ c = -a \end{cases}$</p> <p>*Với $c = 3a$ thay vào (1) ta được $3a = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow 8a^2 - b^2 = 0$ chọn $a = 1 \rightarrow b = \pm 2\sqrt{2}, c = 3$</p> <p>*Với $c = -a$ thay vào (1) ta được $-a = \sqrt{a^2 + b^2} \Leftrightarrow b = 0$ chọn $a = 1 \rightarrow c = -1$</p> <p>Vậy có 3 tiếp tuyến $x \pm 2\sqrt{2}y + 3 = 0, x - 1 = 0$</p>	
--	---	--

Câu 9 (1 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + \sqrt{x^2 - y^2} = 12 \\ y \cdot \sqrt{x^2 - y^2} = 12 \end{cases}$$
.

$\begin{cases} x + y + \sqrt{x^2 - y^2} = 12 & (1) \\ y \cdot \sqrt{x^2 - y^2} = 12 & (2) \end{cases}$ <p>ĐK: $x > y > 0$.</p> <p>Ta có $(y + \sqrt{x^2 - y^2})^2 = x^2 + 2y \cdot \sqrt{x^2 - y^2}$ (3)</p> <p>Thay (1),(2) vào (3) ta được</p> $(12 - x)^2 = x^2 + 24 \Leftrightarrow -24x = -120 \Leftrightarrow x = 5$ $y \cdot \sqrt{25 - y^2} = 12 \Leftrightarrow y^4 - 25y^2 + 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 = 9 \\ y^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ y = 4 \end{cases} \quad (\text{vì } y > 0)$ <p>Vậy nghiệm (5;3), (5;4).</p>	
---	--

Câu 10 (1 điểm). Cho x, y, z là các số thực dương lớn hơn 1 và thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = (x - 1)(y - 1)(z - 1)$.

<p>Ta có $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \geq 2$ và $x, y, z > 1$ nên</p> $\frac{1}{x} \geq 1 - \frac{1}{y} + 1 - \frac{1}{z} = \frac{y-1}{y} + \frac{z-1}{z} \geq 2 \sqrt{\frac{(y-1)(z-1)}{yz}} \quad (1)$ <p>Tương tự:</p> $\frac{1}{y} \geq 2 \sqrt{\frac{(x-1)(z-1)}{xz}} \quad (2); \quad \frac{1}{z} \geq 2 \sqrt{\frac{(x-1)(y-1)}{xy}} \quad (3)$ <p>Nhân vế theo vế (1),(2),(3) ta được: $(x-1)(y-1)(z-1) \leq \frac{1}{8}$.</p> <p>Vậy $\text{Max} A = \frac{1}{8}$ khi $x = y = z = \frac{3}{2}$.</p>	
--	--

ĐỀ 16

Câu 1 (1,0 điểm): Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 2 (1,0 điểm): Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số: $y = e^x(x^2 - x - 1)$ trên đoạn $[0;2]$.

Câu 3 (1,0 điểm):

a. Giải phương trình $\log_2 x + \log_3 x - \log_2 x \log_3 x = 0$.

b. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z , biết: $2z - i = 10 - 3\bar{z}$.

Câu 4 (1,0 điểm):

a. Giải phương trình $2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x = 1$.

b. Một bài trắc nghiệm có 50 câu. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một câu trả lời đúng. Nếu trả lời đúng thì được 0.2 điểm, nếu trả lời sai không được điểm. Bạn An không học bài nên làm bài bằng cách đánh ngẫu nhiên. Tính xác suất để bạn An được 5 điểm.

Câu 5 (1,0 điểm): Tính tích phân $\int_0^2 4x\sqrt{2x^2+1}dx$.

Câu 6 (1,0 điểm): Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên $AA' = a$, hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm I của AB . Gọi K là trung điểm BC . Tính theo a thể tích khối chóp $A'.IKD$ và khoảng cách từ I đến mặt phẳng $(A'KD)$

Câu 7 (1,0 điểm): Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Lập phương trình đường thẳng d đi qua điểm M , cắt và vuông góc với Δ .

Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có trực tâm H , có phương trình AB, AC lần lượt là: $4x - 3y - 20 = 0; 2x + y + 10 = 0$, đường tròn (C) đi qua trung điểm đoạn HA, HB, HC có phương trình: $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC với $x_C > -4$.

Câu 9 (1,0 điểm): Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^3 + 2x^2y - 3xy^2 + xy + x - 2y = 2y^2(5y+1) \\ \sqrt{4yx+32y+18} + \sqrt{x^2-1} = 4y+4 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm): Cho x, y, z là các số thực thuộc đoạn $[1; 2]$

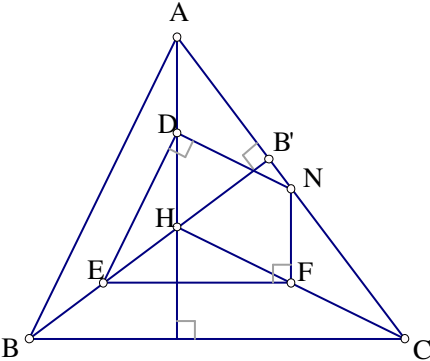
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \left(\frac{x^2+z^2+4xz}{x^2+z^2}\right)^3 + \left(\frac{y^2+2yz-5z^2}{yz-4z^2}\right)^3 - \sqrt{3x-x^2}$

HẾT

Câu	Nội dung	Điểm
1 (1,0 điểm)	<ul style="list-style-type: none"> Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ Sự biến thiên: <ul style="list-style-type: none"> Chiều biến thiên: $y' = 4x^3 - 8x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$ 	0,25
	<p>Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$, đồng biến trên các khoảng $(-\sqrt{2}; 0)$ và $(\sqrt{2}; +\infty)$.</p> <ul style="list-style-type: none"> Cực trị: <ul style="list-style-type: none"> Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{2}; y_{CT} = -3$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 0; y_{CD} = 1$ Giới hạn: <ul style="list-style-type: none"> $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ 	0,25

	<p>– Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr> <td style="border: none;">x</td> <td style="border: none;">$-\infty$</td> <td style="border: none;">$-\sqrt{2}$</td> <td style="border: none;">0</td> <td style="border: none;">$\sqrt{2}$</td> <td style="border: none;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">y'</td> <td style="border: none;">–</td> <td style="border: none;">0</td> <td style="border: none;">+</td> <td style="border: none;">0</td> <td style="border: none;">–</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">y</td> <td style="border: none;">$+\infty$</td> <td style="border: none;">\searrow</td> <td style="border: none;">–3</td> <td style="border: none;">\nearrow</td> <td style="border: none;">1</td> </tr> <tr> <td style="border: none;"></td> <td style="border: none;">\nearrow</td> <td style="border: none;">\searrow</td> <td style="border: none;">–3</td> <td style="border: none;">\nearrow</td> <td style="border: none;">$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'	–	0	+	0	–	y	$+\infty$	\searrow	–3	\nearrow	1		\nearrow	\searrow	–3	\nearrow	$+\infty$	0,25
x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$																					
y'	–	0	+	0	–																					
y	$+\infty$	\searrow	–3	\nearrow	1																					
	\nearrow	\searrow	–3	\nearrow	$+\infty$																					
	<p>c) Đồ thị (C):</p>	0,25																								
2 (1,0 điểm)	Hàm số $y = e^x(x^2 - x - 1)$ liên tục trên đoạn $[0;2]$	0,25																								
	$y' = (e^x)'(x^2 - x - 1) + e^x(x^2 - x - 1)' = e^x(x^2 - x - 1) + e^x(2x - 1) = e^x(x^2 + x - 2)$	0,25																								
	Cho $y' = 0 \Leftrightarrow e^x(x^2 + x - 2) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [0;2] \text{ (nhận)} \\ x = -2 \notin [0;2] \text{ (loại)} \end{cases}$	0,25																								
	Ta có, $f(1) = e^1(1^2 - 1 - 1) = -e$; $f(0) = e^0(0^2 - 0 - 1) = -1$; $f(2) = e^2(2^2 - 2 - 1) = e^2$	0,25																								
	Vậy, $\min_{[0;2]} y = -e$ khi $x = 1$; $\max_{[0;2]} y = e^2$ khi $x = 2$	0,25																								
Câu 3 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)																									
	ĐK $x > 0$																									
	$\log_2 x + \log_3 2\log_2 x - \log_2 x \log_3 x = 0 \Leftrightarrow \log_2 x(1 + \log_3 2 - \log_3 x) = 0$	0,25																								
	$\begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_3 x = \log_3 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 6 \end{cases} \text{ (TM)}$	0,25																								
	b. (0,5 điểm)																									
	Giả sử $z = a + bi$ (với $a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Suy ra $\bar{z} = a - bi$																									
	$2z - i = 10 - 3\bar{z} \Leftrightarrow 2(a + bi) - i = 10 - 3(a - bi)$	0,25																								
	$\Leftrightarrow 5a - 10 + (-b - 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5a - 10 = 0 \\ -b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$. Vậy phần thực là: 2, phần ảo là -1	0,25																								
Câu 4 (1,0 điểm)	a. (0,5 điểm)																									
	$2\sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x + \cos^2 x = 1 \Leftrightarrow \sin^2 x - \sqrt{3}\sin x \cos x = 0$																									
	$\Leftrightarrow \sin x(\sin x - \sqrt{3}\cos x) = 0$	0,25																								

	<ul style="list-style-type: none"> • $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ • $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0 \Leftrightarrow \tan x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 	0,25
	b. (0,5 điểm)	
	<p>Có 50 câu , mỗi câu có 4 phương án trả lời: $\Omega = 4^{50}$</p> <p>Gọi A là biến cố : “Bạn An được 5 điểm”</p> <p>Bạn An được 5 điểm tức trả lời đúng 25 câu và trả lời sai 25 câu</p> <p>Bước 1: chọn 25 câu đúng trong 50 câu có : C_{50}^{25} cách (vì một câu đúng chỉ có 1 phương án)</p>	0,25
	<p>Bước 2: Còn 25 câu còn lại sai . Mỗi câu sai có 3 phương án chọn, nên số cách chọn để 25 câu còn lại sai: 3^{25}</p> <p>Theo quy tắc nhân ta có : $\Omega_A = C_{50}^{25} 3^{25}$</p> <p>Xác suất xảy ra biến cố A: $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } \approx 8.45.10^{-5}$</p>	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	<p>Đặt $t = 2x^2 + 1 \Rightarrow dt = 4xdx$</p> <p>Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 1; x = 2 \Rightarrow t = 9$</p>	0,25 0,25
	<p>Do đó $I = \int_1^9 \sqrt{t} dt = \frac{2}{3} t^{\frac{3}{2}} \Big _1^9 = \frac{52}{3}$</p>	0,25 0,25
Câu 6 (1,0 điểm)		0,25
	<p>Gọi $H = DK \cap IC$, do $ABCD$ là hình vuông cạnh a , suy ra $IC \perp DK$</p> <p>$DK = IC = \frac{a\sqrt{5}}{2}; CH = \frac{CK \cdot CD}{DK} = \frac{a\sqrt{5}}{5}; IH = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$</p> <p>Xét tam giác $A'AI$, ta có: $A'I = \frac{a\sqrt{3}}{2}$</p>	0,25
	<p>Thể tích : $V_{A'.IDK} = \frac{1}{3} \cdot A'I \cdot S_{IDK} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot DK \cdot IH \cdot A'I = \frac{a^3 \sqrt{3}}{16}$ (đvtt)</p>	0,25
	<p>Do $DK \perp IH, DK \perp A'I \Rightarrow DK \perp (A'IH) \Rightarrow (A'IH) \perp (A'DK)$</p> <p>Trong $(A'IH)$, kẻ $IE \perp A'H$</p>	

	<p>Khi đó : $IE \perp (A'KD)$</p> $d(I, (A'KD)) = IE = \frac{A'I \cdot IH}{\sqrt{A'I^2 + IH^2}} = \frac{3a\sqrt{2}}{8}$ <p>Vậy : $d(I, (A'KD)) = \frac{3a\sqrt{2}}{8}$.</p>	0,25
Câu 7 (1,0 điểm)	Ta có $\vec{u}_\Delta = (2; 1; -1)$ là VTCP của Δ	0,25
	Gọi $H = d \cap \Delta$, Giả sử $H(1+2t; -1+t; -t)$	0,25
	$\vec{MH} = (2t-1; t-2; -t)$	0,25
	Ta có $\vec{MH} \perp \vec{u}_\Delta \Leftrightarrow 2(2t-1) + (t-2) - (-t) = 0 \Leftrightarrow t = 2/3$	0,25
	$\vec{u}_d = 3\vec{MH} = (1; -4; -2)$	
	Vậy phương trình đường thẳng d cần tìm là $d : \begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-4t \\ z = 2t \end{cases}$	0,25
Câu 8 (1,0 điểm)	 <p>Tọa độ điểm $A(-1; -8)$</p>	0,25
	Gọi D, E, F, N lần lượt là trung điểm AH, HB, HC, AC và B' là chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC	0,25
	Ta có : $\widehat{EDN} = \widehat{EFN} = 90^\circ$	0,25
	Khi đó, tứ giác $DEFN$ nội tiếp đường tròn (C) với đường kính EN	0,25
	Vậy tọa độ N là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x + y + 10 = 0 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ x = -7 \\ y = 4 \end{cases}$	0,25
Vậy $N(-4; -2)$, suy ra $C(-3; -4)$		
Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$ và là trung điểm EN suy ra $E(4; 2)$		
Đường cao BB' qua E và nhận \vec{AC} làm VTPT có phương trình: $x - 2y = 0$		
Tọa độ B là nghiệm hệ $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 4x - 3y - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = -5/2 \end{cases}$		
Vậy $A(-1; -8), B(-5; 5/2), C(-3; -4)$	0,25	

Câu 9 (1,0 điểm)	Điều kiện : $\begin{cases} 4xy + 32y + 18 \geq 0 \\ x \geq 1 \\ x \leq -1 \\ y \geq -1 \end{cases}$ Từ phương trình đầu ta có : $x(x^2 + 5y^2 + y + 1 + 4xy) = 2y(5y^2 + y + 1 + x^2 + 4xy)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y \\ (x+2y)^2 + y^2 + y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2y$	0,25
	Thay vào phương trình còn lại ta có: $\sqrt{2x^2 + 16x + 18} + \sqrt{x^2 - 1} = 2x + 4$ $\Leftrightarrow \frac{-2(x^2 - 1)}{\sqrt{2x^2 + 16x + 18} + 2x + 4} + \sqrt{x^2 - 1} = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x^2 - 1} \left(1 - \frac{2\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{2x^2 + 16x + 18} + 2x + 4} \right) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ \sqrt{2x^2 + 16x + 18} + 2x + 4 = 2\sqrt{x^2 - 1} \end{cases}$	0,25
	Ta có $\begin{cases} \sqrt{2x^2 + 16x + 18} + \sqrt{x^2 - 1} = 2x + 4 \\ \sqrt{2x^2 + 16x + 18} - 2\sqrt{x^2 - 1} = -2x - 4 \end{cases}$ $\Rightarrow 3\sqrt{x^2 - 1} = 4x + 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ 7x^2 + 64x + 73 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-32 + 3\sqrt{57}}{7}$	0,25
	So điều kiện hệ, suy ra nghiệm hệ : $(x; y) \in \left\{ \left(1; \frac{1}{2} \right), \left(-1; -\frac{1}{2} \right), \left(\frac{-32 + 3\sqrt{57}}{7}; \frac{-32 + 3\sqrt{57}}{14} \right) \right\}$	0,25
Câu 10 (1,0 điểm)	Đặt $x = az, y = bz$ với $a, b \in \left[\frac{1}{2}; 2 \right]$ Khi đó : $P = \left(\frac{a^2 + 4a + 1}{a^2 + 1} \right)^3 + \left(\frac{b^2 + 2b - 5}{b - 4} \right) - \sqrt{3x - x^2}$	0,25
	Xét hàm số $f(a) = \frac{a^2 + 4a + 1}{a^2 + 1}; g(b) = \frac{b^2 + 2b - 5}{b - 4}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2}; 2 \right]$ Và $h(x) = -\sqrt{3x - x^2}$ trên đoạn $[1; 2]$ Ta có : $f'(a) = -\frac{4(a^2 - 1)}{(a^2 + 1)^2}; f'(a) = 0 \Leftrightarrow a = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2 \right]$ Suy ra $\max_{\left[\frac{1}{2}; 2 \right]} f(a) = f(1) = 3; \min_{\left[\frac{1}{2}; 2 \right]} f(a) = f(2) = f(1/2) = \frac{13}{5}$	0,25

	$g'(b) = \frac{b^2 - 8b - 3}{(b-4)^2} < 0, \forall b \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$ <p>Suy ra: $\max_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} g(b) = g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{14}; \min_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} g(b) = g(2) = -\frac{3}{2}$</p> $h'(x) = -\frac{3-2x}{2\sqrt{3x-x^2}}; h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3/2$ <p>Suy ra: $\max h(x) = h(1) = h(2) = \sqrt{2}; \min h(x) = h\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}$</p>	0,25
	<p>Ta có $P = (f(a))^3 + (g(b))^3 + h(x)$</p> <p>Ta có : $P_{\max} = (\max f(a))^3 + (\max g(b))^3 + \max h(x) = 3^3 + \left(\frac{15}{14}\right)^3 - \sqrt{2}$</p> <p>Dấu “=” xảy ra khi : $\begin{cases} a = 1 \\ b = 1/2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = z \\ y = \frac{1}{2}z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \\ z = 2 \end{cases}$</p>	0,25

ĐỀ 17

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = x^2 - 8\ln x \text{ trên đoạn } [1; e].$$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = (\bar{z} + 2)i$. Tính môđun của số phức z .

b) Giải phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(3x-4) - 1 = 0$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x \, dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2; -1; 2)$, $B(0; 0; 2)$ và đường

thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d

và phương trình mặt cầu có tâm B, tiếp xúc với (P).

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{12}{13}$. Tính $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$.

b) Trong kỳ thi học sinh giỏi Quốc gia, lớp 12A Có 2 học sinh đạt giải môn Toán đều là học sinh nam và 4 học sinh đạt giải môn Vật lí trong đó có 2 học sinh nam và 2 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong các học sinh đạt giải đó đi dự lễ tổng kết năm học của tỉnh. Tính xác suất

để 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ, đồng thời còn có cả học sinh đạt giải môn Toán và học sinh đạt giải môn Vật lí.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = 2BC = 2a$, $AD = 3a$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AB . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) biết $SD = a\sqrt{13}$.

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2AB$. Điểm $M(2; -2)$ là trung điểm của cạnh BC . Gọi E là điểm thuộc cạnh AC sao cho $EC = 3EA$, điểm $K\left(\frac{4}{5}; \frac{8}{5}\right)$ là giao điểm của AM và BE . Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC , biết điểm E nằm trên đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình

$$(x+2)(x-2\sqrt{2x+5})-9 \leq (x+2)(3\sqrt{x^2+5}-x^2-12)+\sqrt[3]{5x^2+7}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $5(x^2 + y^2 + z^2) = 9(xy + 2yz + zx)$. Tìm

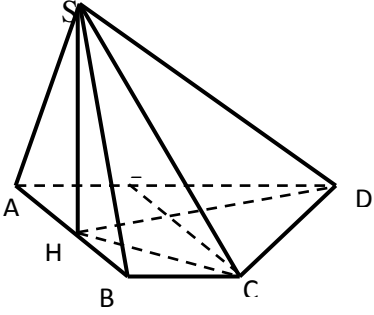
$$\text{giá trị lớn nhất của biểu thức } P = \frac{x}{y^2 + z^2} - \frac{1}{(x + y + z)^3}.$$

Hết

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (1 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$	
	+Tập xác định: $D = R$ + Sự biến thiên: Chiều biến thiên: $y' = 6x^2 - 6x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$	0,25
	Các khoảng đồng biến: $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$; khoảng nghịch biến: $(0; 1)$ Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 1$; hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y_{CT} = 0$ Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$	0,25
	Bảng biến thiên :	0,25
	+ Vẽ đồ thị:	0,25
Câu 2 (1 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 8\ln x$ trên đoạn $[1; e]$.	
	Hàm số liên tục trên đoạn $[1; e]$ Ta có: $f'(x) = \frac{2(x^2 - 4)}{x}$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$	0,25

	$f(1) = 1; f(2) = 4 - 8\ln 2; f(e) = e^2 - 8$	0,25
	Vậy $\max_{[1;e]} f(x) = f(1) = 1; \min_{[1;e]} f(x) = f(2) = 4 - 8\ln 2$	0,25
Câu 3 (1 điểm)		
a)	Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = (\bar{z} + 2)i$ (*). Tính môđun của số phức z .	
	Đặt $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$; khi đó $\bar{z} = a - bi$. Do đó (*) $\Leftrightarrow (1+i)(a+bi) = (a-bi+2)i$ $\Leftrightarrow (a-b) + (a+b)i = b + (a+2)i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b = b \\ a+b = a+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow z = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$	0,25
b)	Giải phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(3x-4) - 1 = 0$.	
	Điều kiện xác định: $x > \frac{4}{3}$ (*). Với điều kiện (*), ta có (1) $\Leftrightarrow \log_2(x-1)(3x-4) = 1 \Leftrightarrow \log_2(3x^2 - 7x + 4) = \log_2 2$	0,25
	$\Leftrightarrow 3x^2 - 7x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (do điều kiện (*)). Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x = 2$.	0,25
Câu 4 (1 điểm)	Tính tích phân $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x dx$.	
	Ta có: $I = \int_1^e \left(x + \frac{1}{x}\right) \ln x dx = \int_1^e x \ln x dx + \int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx$.	0,25
	• Tính $\int_1^e x \ln x dx$. Đặt $u = \ln x$ và $dv = x dx$. Suy ra $du = \frac{1}{x} dx$ và $v = \frac{x^2}{2}$ Do đó, $\int_1^e x \ln x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \frac{x^2}{4} \Big _1^e = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$	0,25
	• Tính $\int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx$. Đặt $t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx$. Khi $x = 1$ thì $t = 0$, khi $x = e$ thì $t = 1$. Ta có: $\int_1^e \frac{1}{x} \ln x dx = \int_0^1 t dt = \frac{t^2}{2} \Big _0^1 = \frac{1}{2}$.	0,25
	Vậy, $I = \frac{e^2 + 3}{4}$.	0,25
Câu 5 (1 điểm)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(2; -1; 2), B(0; 0; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-6}{2} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình mặt	

	phẳng (P) đi qua A và vuông góc với d và phương trình mặt cầu có tâm B, tiếp xúc với (P).	
	Véc tơ chỉ phương của d là $\vec{u} = (-2; 2; 1)$ (P) \perp d \Rightarrow (P) nhận $\vec{u} = (-2; 2; 1)$ là véc tơ pháp tuyến	0,25
	\Rightarrow Phương trình của (P): $-2(x-2) + 2(y+1) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow -2x + 2y + z + 4 = 0$	0,25
	Gọi (S) là mặt cầu tâm B, có bán kính là R Ta có (S) tiếp xúc với (P) nên ta có $R = d(B; (P)) = 2$	0,25
	\Rightarrow phương trình mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$	0,25
Câu 6 (1 điểm)		
a)	Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{12}{13}$. Tính $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$	
	Ta có $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)$ $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169} \Leftrightarrow \cos \alpha = \pm \frac{5}{13}$	0,25
	$\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{5}{13}$ (do $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$)	0,25
b)	Trong kỳ thi học sinh giỏi Quốc gia, lớp 12A Có 2 học sinh đạt giải môn Toán đều là học sinh nam và 4 học sinh đạt giải môn Vật lí trong đó có 2 học sinh nam và 2 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong các học sinh đạt giải đó đi dự lễ tổng kết năm học của tỉnh. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ, đồng thời còn có cả học sinh đạt giải môn Toán và học sinh đạt giải môn Vật lí.	
	Không gian mẫu Ω là tập hợp gồm tất cả các cách chọn ra 3 học sinh trong các học sinh đạt giải của kỳ thi học sinh giỏi quốc gia, do đó ta có $n(\Omega) = C_6^3 = 20$ Kí hiệu A là biến cố “4 học sinh được chọn có 2 nam và 2 nữ, đồng thời còn có cả học sinh đạt giải môn Toán và học sinh đạt giải môn Vật lí”. Vì chỉ có đúng 2 học sinh nữ đạt giải đều thuộc môn Vật lí, do đó phải chọn tiếp ra 2 học sinh nam lại phải có mặt ở hai môn khác nhau thì chỉ có thể là 2 học sinh nam đạt giải môn Toán hoặc 1 học sinh nam đạt giải môn Toán và 1 học sinh nam đạt giải môn Vật lí. Vậy ta có $n(A) = 1 + C_2^1 \cdot C_2^1 = 5$	0,25
	Xác suất của A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}$	0,25
Câu 7 (1 điểm)	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, $AB = 2BC = 2a, AD = 3a$. Hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm của cạnh AB. Tính theo a thể	

	<p>tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) biết $SD = a\sqrt{13}$.</p>	
	 <p>Ta có $HD = \sqrt{AD^2 + HA^2} = \sqrt{9a^2 + a^2} = a\sqrt{10}$ $\Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{13a^2 - 10a^2} = a\sqrt{3}$</p>	0,25
	<p>Diện tích của hình thang vuông $ABCD$ là</p> $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC)AB = \frac{1}{2}(3a + a)2a = 4a^2$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3} \text{ (đvtt)}$	0,25
	$V_{S.ACD} = V_{S.ABCD} - V_{S.ABC} = V_{S.ABCD} - \frac{1}{6}SH.AB.CD$ $= \frac{4a^3\sqrt{3}}{3} - \frac{a^3\sqrt{3}}{3} = a^3\sqrt{3}$ <p>Ta có $\triangle HBC$ vuông cân tại B, $HB = a \Rightarrow HC = a\sqrt{2}$.</p> <p>Do đó $SC = \sqrt{SH^2 + HC^2} = a\sqrt{5}$. Kẻ $CE \perp AD$ tại E, khi đó ta có $\triangle CED$ vuông cân tại E, $CE = ED = 2a \Rightarrow CD = 2a\sqrt{2}$</p>	0,25
	<p>Xét $\triangle SCD$ có $SC^2 + CD^2 = 5a^2 + 8a^2 = 13a^2 = SD^2 \Rightarrow \triangle SCD$ vuông tại C. Do đó $S_{\triangle SCD} = \frac{1}{2}SC.CD = a^2\sqrt{10}$. Vậy</p> $d(A;(SCD)) = \frac{3V_{S.ACD}}{S_{\triangle SCD}} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{a^2\sqrt{10}} = \frac{3a\sqrt{30}}{10}$	0,25
Câu 8 (1 điểm)	<p>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2AB$. Điểm $M(2; -2)$ là trung điểm của cạnh BC. Gọi E là điểm thuộc cạnh AC sao cho $EC = 3EA$, điểm $K\left(\frac{4}{5}; \frac{8}{5}\right)$ là giao điểm của AM và BE. Xác định tọa độ các đỉnh của tam giác ABC, biết điểm E nằm trên đường thẳng $d: x + 2y - 6 = 0$.</p>	

	Kẻ $MI \perp AC$ tại I và $BD \perp MI$ tại D . Khi đó ta có tứ giác $AIDB$ là hình vuông có M, E lần lượt là trung điểm của BC, AI . Do đó ta có $BE \perp AM$ tại K	0,25
	\Rightarrow véc tơ pháp tuyến của BE là $\overrightarrow{KM} = \left(\frac{6}{5}; -\frac{18}{5}\right)$ hay $\vec{n} = (1; -3) \Rightarrow$ phương trình $BE: x - 3y + 4 = 0$. Ta có $E = BE \cap d: x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow E(2; 2)$ $AD \perp BI, ME$ là đường trung bình của ΔAID nên suy ra $BI \perp ME$ tại $F(2; 0)$ là trung điểm của ME	0,25
	\Rightarrow phương trình $BI: y = 0$; vậy $B = BE \cap BI \Rightarrow B(-4; 0) \Rightarrow C(8; -4)$ (vì $M(2; -2)$ là trung điểm của BC)	0,25
	Ta có $\overrightarrow{BI} = 4\overrightarrow{FI} \Rightarrow$ tọa độ điểm $I(4; 0)$ \Rightarrow tọa độ điểm $A(0; 4)$ (vì $I(4; 0)$ là trung điểm của AC)	0,25
Câu 9 (1 điểm)	Giải bất phương trình $(x + 2)(x - 2\sqrt{2x + 5}) - 9 \leq (x + 2)(3\sqrt{x^2 + 5} - x^2 - 12) + \sqrt[3]{5x^2 + 7}$ (1)	
	Điều kiện xác định: $x \geq -\frac{5}{2}$. Khi đó ta có $(1) \Leftrightarrow x^3 + 3x^2 + 14x + 15 - 2(x + 2)\sqrt{2x + 5} - 3(x + 2)\sqrt{x^2 + 5} - \sqrt[3]{5x^2 + 7} \leq 0$ $\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - x - 18 - 2(x + 2)(\sqrt{2x + 5} - 3) - 3(x + 2)(\sqrt{x^2 + 5} - 3) + 3 - \sqrt[3]{5x^2 + 7} \leq 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (x - 2) \left(x^2 + 5x + 9 - \frac{4(x + 2)}{\sqrt{2x + 5} + 3} - \frac{3(x + 2)^2}{\sqrt{x^2 + 5} + 3} - \frac{5(x + 2)}{9 + 3\sqrt[3]{5x^2 + 7} + (\sqrt[3]{5x^2 + 7})^2} \right) \leq 0$ (*)	0,25
	Ta có với	

	$x \geq -\frac{5}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{4(x+2)}{\sqrt{2x+5}+3} \leq \frac{4}{3}(x+2); \frac{3(x+2)^2}{\sqrt{x^2+5}+3} < \frac{3}{5}(x+2)^2 \\ \frac{5(x+2)}{9+3\sqrt{5x^2+7}+(\sqrt[3]{5x^2+7})^2} < \frac{5(x+2)}{9} \end{cases}$ $\Rightarrow x^2+5x+9 - \frac{4(x+2)}{\sqrt{2x+5}+3} - \frac{3(x+2)^2}{\sqrt{x^2+5}+3} - \frac{5(x+2)}{9+3\sqrt{5x^2+7}+(\sqrt[3]{5x^2+7})^2} > \frac{18x^2+57x+127}{45} > 0, \forall x \geq -\frac{5}{2}$	0,25
	<p>Do đó (*) $\Leftrightarrow x-2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq 2$, kết hợp với điều kiện $x \geq -\frac{5}{2}$ ta suy ra bất phương trình đã cho có nghiệm là $-\frac{5}{2} \leq x \leq 2$</p>	0,25
Câu 10 (1 điểm)	<p>Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn $5(x^2+y^2+z^2) = 9(xy+2yz+zx)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{x}{y^2+z^2} - \frac{1}{(x+y+z)^3}$.</p>	
	<p>Theo giả thiết ta có</p> $5(x^2+y^2+z^2) = 9(xy+2yz+zx)$ $\Leftrightarrow 5(x+y+z)^2 = 9(xy+2yz+zx) + 10(xy+yz+zx)$ $\Leftrightarrow 5(x+y+z)^2 = 19x(y+z) + 28yz \leq 19x(y+z) + 7(y+z)^2$ $\Leftrightarrow 5\left(\frac{x}{y+z} + 1\right) \leq \frac{19x}{y+z} + 7 \Leftrightarrow \frac{x}{y+z} \leq 2 \Leftrightarrow x \leq 2(y+z)$ <p>Mặt khác ta có $(y+z)^2 \leq 2(y^2+z^2) \Leftrightarrow y^2+z^2 \geq \frac{1}{2}(y+z)^2$</p>	0,25
	<p>Vì vậy $P \leq \frac{2(y+z)}{\frac{1}{2}(y+z)^2} - \frac{1}{(2(y+z)+y+z)^3} = \frac{4}{y+z} - \frac{1}{27(y+z)^3}$</p>	
	<p>Đặt $t = y+z > 0 \Rightarrow P \leq \frac{4}{t} - \frac{1}{27t^3} = -\frac{(6t-1)^2(2t+1)}{27t^3} + 16 \leq 16$</p>	
	<p>Vậy $\min P = 16$; dấu bằng đạt tại $\begin{cases} x = 2(y+z) \\ y = z \\ y+z = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = z = \frac{1}{12} \end{cases}$</p>	0,25

ĐỀ 18

- Câu 1 (2,0 điểm)** Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$
- a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.
 - b) Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - m = 0$ có một nghiệm duy nhất:
- Câu 2 (1,0 điểm)**
- a) Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$
 - b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - zi + \bar{z}$
- Câu 3 (0,5 điểm)** Giải bất phương trình: $2 \log_3(x - 1) + \log_{\sqrt{3}}(2x - 1) \leq 2$
- Câu 4 (1,0 điểm)** Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2 + y^2 + 1} = 3 + \sqrt{x^2 - y^2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$
- Câu 5 (1,0 điểm)** Tính tích phân $I = \int_0^1 (1-x)(2 + e^{2x}) dx$
- Câu 6 (1,0 điểm)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA .
- Câu 7 (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân, cạnh đáy BC có phương trình: $x + y + 1 = 0$, phương trình đường cao kẻ từ B là: $x - 2y - 2 = 0$. Điểm $M(2;1)$ thuộc đường cao kẻ từ C . Viết phương trình các cạnh bên của tam giác ABC .
- Câu 8 (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;-2;1)$, $B(-1;0;3)$, $C(0;2;1)$. Lập phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC .
- Câu 9 (0,5 điểm)** Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1, 2, 3, \dots, 9$. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên ba thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ.
- Câu 10 (1,0 điểm)** Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x \geq y \geq z$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y$.

Câu	Đáp án	Điểm														
1.a (1,0 điểm)	$TXĐ: D = \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 12x + 9. \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$	0.25														
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(1; 3)$	0.25														
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$															
	BBT <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">$+$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$-$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> <td style="padding: 5px;">\searrow</td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'	$+$	0	$-$	0	y		\nearrow	\searrow	\nearrow
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$												
y'	$+$	0	$-$	0												
y		\nearrow	\searrow	\nearrow												
		0.25														

	$-\infty$ -1	
	Đồ thị : đi qua các điểm $(3;-1), (1;3), (2;1), (0;-1)$	
1.b (1,0 điểm)	<p>Pt : $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = 2m - 1 (*)$</p> <p>Pt (*) là pt hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d $y = 2m - 1$ (d cùng phương trục Ox). Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của (C) và d.</p> <p>Dựa vào đồ thị (C), để pt có một nghiệm duy nhất thì : $\begin{cases} 2m - 1 < -1 \\ 2m - 1 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow$</p> $\begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$	<p>0.25 0.25 0.25 0.25</p>
2.a (0,5 điểm)	$\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	<p>0.25 0.25</p>
2.b (0,5 điểm)	$(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} = 2+i$ <p>=> $w = 2 - i$. Số phức w có phần ảo bằng -1</p>	<p>0.25 0.25</p>
3 (0,5 điểm)	<p>ĐK: $x > 1, \quad 2 \log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] \leq 1$</p> $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0$ <p>$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \Rightarrow$ tập nghiệm S = (1;2]</p>	<p>0.25 0.25</p>
4 (1,0 điểm)	<p>Điều kiện: $x+y \geq 0, x-y \geq 0$</p> <p>Đặt: $\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} \sqrt{u} - \sqrt{v} = 2 \quad (u > v) \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 & (1) \\ \sqrt{\frac{(u+v)^2 - 2uv + 2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 & (2) \end{cases}$. Thế (1) vào (2) ta có:</p> <p>$\sqrt{uv + 8\sqrt{uv} + 9} - \sqrt{uv} = 3 \Leftrightarrow uv + 8\sqrt{uv} + 9 = (3 + \sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv = 0$.</p>	<p>0.25 0.25 0.25</p>

	<p>Kết hợp (1) ta có: $\begin{cases} uv = 0 \\ u + v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow u = 4, v = 0$ (vì $u > v$).</p> <p>Từ đó ta có: $x = 2; y = 2$. (Thỏa đk)</p> <p>KL: Vậy nghiệm của hệ là: $(x; y) = (2; 2)$.</p>	0.25
5 (1,0 điểm)	<p>Đặt $\begin{cases} u = 1 - x \\ dv = (2 + e^{2x})dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = 2x + \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$</p> <p>$I = (1 - x)(2x + \frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + \int_1^2 (2 + \frac{1}{2}e^{2x})dx$</p> <p>$= (1 - x)(2x + \frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + (x^2 + \frac{1}{4}e^{2x}) \Big _0^1 = \frac{e^2 + 1}{4}$</p>	0.25 0.25 0,5
6 (1,0 điểm)	<p>Gọi H là trung điểm AB – Lập luận $SH \perp (ABC)$ – Tính được $SH = a\sqrt{15}$</p> <p>Tính được $V_{S.ABC} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$</p> <p>Qua A vẽ đường thẳng $\Delta // BD$, gọi E là hình chiếu của H lên Δ, K là hình chiếu H lên SE</p> <p>Chứng minh được: $d(BD, SA) = d(BD, (S, \Delta)) = 2d(H, (S, \Delta)) = 2HK$</p> <p>Tam giác EAH vuông cân tại E, $HE = \frac{a\sqrt{2}}{2}$</p> <p>$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{31}{15a^2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{15}{31}}a$</p> <p>$\Rightarrow d(BD, SA) = 2\sqrt{\frac{15}{31}}a$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
7 (1,0 điểm)	<p>Gọi H là trực tâm ΔABC. Tìm được $B(0; -1)$, $\cos \widehat{HBC} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \cos \widehat{HCB}$</p> <p>Pt đthẳng HC có dạng: $a(x-2) + b(y-1) = 0$ ($\vec{n} = (a; b)$ là VTPT và $a^2 + b^2 > 0$)</p> <p>$\cos \widehat{HCB} = \frac{ a+b }{\sqrt{2(a^2+b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow 4a^2 + 10ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 5\left(\frac{a}{b}\right) + 2 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2, b = 1 \\ a = -1, b = 2 \end{cases}$, phương trình $CH: -2x + y + 3 = 0$</p> <p>$AB \perp CH$. Tìm được pt $AB: x + 2y + 2 = 0$</p> <p>Tìm được: $C(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3})$, pt $AC: 6x + 3y + 1 = 0$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
8	<p>Tìm được tọa độ tâm I của mặt cầu $I(0; -1; 2)$, bán kính mặt cầu: $R = \sqrt{3}$</p>	0.25 0.25

(1,0 điểm)	Phương trình mặt cầu (S): $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$ Giả sử $H(x;y;z)$, $\overrightarrow{AH} = (x-1; y+2; z-1)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$, $\overrightarrow{BH} = (x+1; y; z-3)$ $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x+2y-2z = -5$ \overrightarrow{BH} cùng phương $\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y = -2 \\ y+z = 3 \end{cases}$, Tìm được $H(-\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{23}{9})$	0.25 0.25
9 (0,5 điểm)	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 = 84$ Số cách chọn 3 thẻ có tích là số lẻ là $n(A) = C_5^3 = 10$ \Rightarrow Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$	0.25 0.25
10 (1,0 điểm)	Ta có $\frac{x}{z} + xz \geq 2x$, $\frac{z}{y} + yz \geq 2z$. Từ đó suy ra $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2x - xz + 2z - yz + 3y$ $= 2(x+z) + y(x+y+z) - xz - yz = 2(x+z) + y^2 + x(y-z)$ Do $x > 0$ và $y \geq z$ nên $x(y-z) \geq 0$. Từ đây kết hợp với trên ta được $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2(x+z) + y^2 = 2(3-y) + y^2 = (y-1)^2 + 5 \geq 5$. Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 5 đạt khi $x=y=z=1$	0.25 0.25 0.25 0.25

ĐỀ 19

Câu 1. (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-1}$

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$ trên đoạn $[0; 2]$

Câu 3. (1,0 điểm)

a) Tìm số phức z thỏa $(1+2i)z$ là số thuần ảo và $|2z - \bar{z}| = \sqrt{13}$.

b) Giải phương trình $\log_2^2 x + \log_2 x - 2 = 0$

Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$

Câu 5. (1,0 điểm) Cho điểm $M(-1; 3; -2)$, $\vec{n}(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 2+t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$

Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm M và nhận vectơ \vec{n} làm vectơ pháp tuyến. Tìm tọa độ giao điểm của (P) và đường thẳng (d).

Câu 6. (1,0 điểm)

a) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$

b) Trong cụm thi để xét công nhận tốt nghiệp THPT thí sinh phải thi 4 môn trong đó có 3 môn bắt buộc là Toán, Văn, Ngoại ngữ và 1 môn do thí sinh tự chọn trong số các môn: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử và Địa lí. Trường X có 40 học sinh đăng kí dự thi, trong đó 10 học sinh chọn môn Vật lí và 20 học sinh chọn môn Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 học sinh bất kỳ của trường X. Tính xác suất để trong 3 học sinh đó luôn có học sinh chọn môn Vật lí và học sinh chọn môn Hóa học.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, BC . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SMN) .

Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại B , $BC = 2BA$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BC, AC . Trên tia đối của tia FE lấy điểm M sao cho $FM = 3FE$. Biết điểm M có tọa độ $(5; -1)$, đường thẳng AC có phương trình $2x + y - 3 = 0$, điểm A có hoành độ là số nguyên. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC .

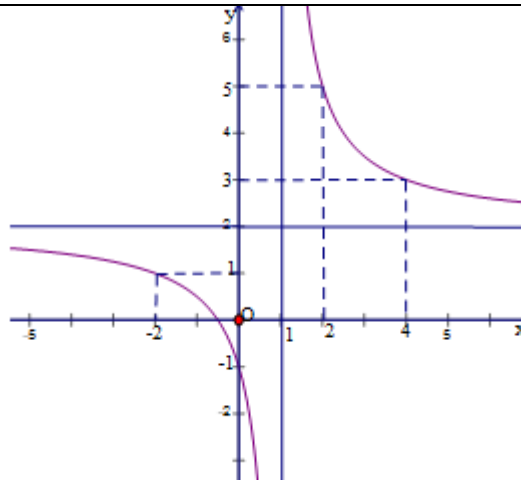
Câu 9. (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{x} \geq \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^3 - 2x^2 + 2x}$, $(x \in \mathbb{R})$

Câu 10. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

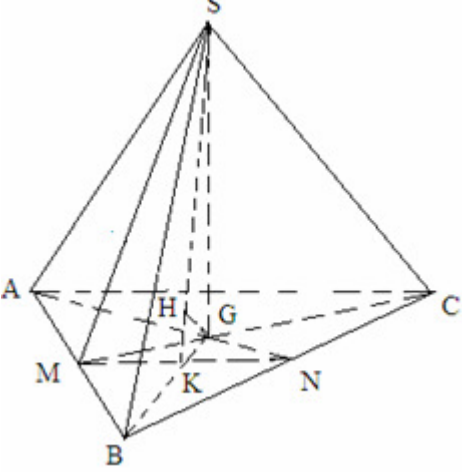
$$P = \frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} - \frac{3}{4}(a+b)^2.$$

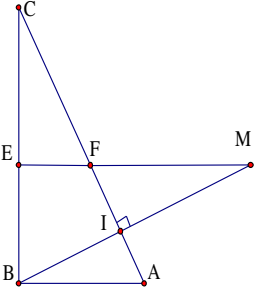
Hết

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1	<p>- Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$</p> <p>- Sự biến thiên $y' = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0$ với $\forall x \in D$</p> <p>+ Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1), (1; +\infty)$</p> <p>+ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y(x) = 2$, suy ra đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị</p> <p>+ $\lim_{x \rightarrow 1^+} y(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} y(x) = -\infty$, suy ra đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị</p> <p>+ Bảng biến thiên</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'(x)</td> <td colspan="2">-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> <td>2</td> </tr> </table> <p>- Đồ thị</p> <p>+ Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0; -1), (-2; 1), (4; 3), (2; 5)$</p>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'(x)	-		-	y	2	$+\infty$	2	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'(x)	-		-											
y	2	$+\infty$	2											



<p>Câu 2</p>	<p>Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = -2x^4 + 4x^2 + 10$ trên đoạn $[0; 2]$</p> <p>$f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$, ta có: $f'(x) = -8x^3 + 8x$</p> <p>Với $x \in [0; 2]$ thì: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$. Ta có: $f(0) = 10$; $f(1) = 12$; $f(2) = -6$</p> <p>Vậy: $\text{Max}_{[0;2]} f(x) = f(1) = 12$; $\text{min}_{[0;2]} f(x) = f(2) = -6$</p>	
<p>Câu 3a</p>	<p>Giả sử $z = a + bi$ ($a, b \in R$), khi đó $(1 + 2i)z = (1 + 2i)(a + bi) = (a - 2b) + (2a + b)i$</p> <p>$(1 + 2i)z$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b$</p> <p>$2z - \bar{z} = a + 3bi = 2b + 3bi = \sqrt{13b^2} = \sqrt{13} \Leftrightarrow b = \pm 1$</p> <p>Có hai số phức thỏa mãn đề bài: $z = 2 + i$; $z = -2 - i$</p>	
<p>Câu 3b</p>	<p>Giải phương trình: $\log_2^2 + \log_2 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 1 \\ \log_2 x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{1}{4} \end{cases}$</p>	
<p>Câu 4</p>	<p>Tính tích phân: $I = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$</p> <p>Đặt $u = \ln(x+1)$; $dv = x dx \Rightarrow du = \frac{1}{x+1} dx$; $v = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x-1)(x+1)$</p> <p>$I = \frac{1}{2}(x^2 - 1) \ln(x+1) \Big _0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 (x-1) dx = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}x^2 - x \right) \Big _0^1 = \frac{1}{4}$.</p>	
<p>Câu 5</p>	<p>Phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm M và nhận vecto \vec{n} làm vecto pháp tuyến là:</p> $1(x+1) + 2(y-3) + 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 3z + 1 = 0$ <p>Vậy phương trình (P) là: $x + 2y + 3z + 1 = 0$</p> <p>Thay x, y, z từ phương trình đường thẳng (d) vào mặt phẳng (P) ta được:</p> $2t + 2t + 3(2+t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow x = -2, y = -1, z = 1$ <p>Vậy tọa độ giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng là $I(-2; -1; 1)$</p>	

Câu 6.a	$A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha} = \frac{3 \tan \alpha - 2}{\cos^2 \alpha (5 \tan^3 \alpha + 4)} = \frac{3 \tan \alpha - 2}{5 \tan^3 \alpha + 4} (1 + \tan^2 \alpha) = \frac{70}{139}$	
Câu 6.b	<p>b/</p> <p>Số phần tử của không gian mẫu là $n_{\Omega} = C_{40}^3$</p> <p>Gọi A là biến cố “3 học sinh được chọn luôn có học sinh chọn môn Vật lý và học sinh chọn môn Hóa học”</p> <p>Số phần tử của biến cố A là $n_A = C_{10}^1 \cdot C_{20}^2 + C_{10}^2 \cdot C_{20}^1 + C_{20}^1 \cdot C_{10}^1 \cdot C_{10}^1$</p> <p>Vậy xác suất để xảy ra biến cố A là $P_A = \frac{n_A}{n_{\Omega}} = \frac{120}{247}$</p>	
Câu 7	<div style="text-align: center;">  </div> <p>Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên ABC là tam giác đều tâm G và</p> $SG \perp (ABC) \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SG \cdot S_{ABC}$ <p>Tam giác ABC đều cạnh a nên $AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$</p> <p>Có AG là hình chiếu của AS trên (ABC) nên góc giữa cạnh bên SA với đáy là $(SA, AG) = \widehat{SAG} = 60^\circ$ (vì $SG \perp AG \Rightarrow \widehat{SAG}$ nhọn)</p> <p>Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $AG = \frac{2}{3} AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$</p> <p>Trong tam giác SAG có $SG = AG \cdot \tan 60^\circ = a$</p> <p>Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$</p> <p>Do G là trọng tâm tam giác ABC nên C, G, M thẳng hàng và $CM = 3GM$ mà $M \in (SMN)$ nên $d_{(C, (SMN))} = 3d_{(G, (SMN))}$</p> <p>Ta có tam giác ABC đều nên tại K</p> $SG \perp (ABC) \Rightarrow SG \perp MN$ $\Rightarrow MN \perp (SGK).$ <p>Trong (GKH), kẻ $GH \perp SK \Rightarrow GH \perp MN \Rightarrow GH \perp (SMN), H \in SK$</p> $\Rightarrow d_{(G, (SMN))} = GH$	

	<p>Ta có $BK = \frac{1}{2}AN$; $BG = AG = \frac{2}{3}AN \Rightarrow GK = \frac{2}{3}AN - \frac{1}{2}AN = \frac{1}{6}AN = \frac{a\sqrt{3}}{12}$</p> <p>Trong tam giác vuông SGK có GH là đường cao nên</p> $\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{SG^2} + \frac{1}{GK^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{48}{a^2} = \frac{49}{a^2} \Rightarrow GH = \frac{a}{7}$ <p>Vậy $d_{(C,(SMN))} = 3GH = \frac{3a}{7}$</p>	
Câu 8	 <p>Gọi I là giao điểm của BM và AC. Ta thấy $BC = 2BA \Rightarrow EB = BA, FM = 3FE \Rightarrow EM = BC$</p> <p>$\triangle ABC = \triangle BEM \Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{CAB} \Rightarrow BM \perp AC$.</p> <p>Đường thẳng BM đi qua M vuông góc với AC $BM: x - 2y - 7 = 0$.</p> <p>Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ</p> $\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x - 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{13}{5} \\ y = \frac{-11}{5} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{13}{5}; \frac{-11}{5}\right) \Rightarrow \overline{IM} = \left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}\right),$ $\overline{IB} = -\frac{2}{3}\overline{IM} = \left(\frac{-8}{5}; \frac{-4}{5}\right) \Rightarrow B(1; -3)$ <p>Trong $\triangle ABC$ ta có $\frac{1}{BI^2} = \frac{1}{BA^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{5}{4BA^2} \Rightarrow BA = \frac{\sqrt{5}}{2}BI$</p> <p>Mặt khác $BI = \sqrt{\left(\frac{-8}{5}\right)^2 + \left(\frac{-4}{5}\right)^2} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$, suy ra $BA = \frac{\sqrt{5}}{2}BI = 2$</p> <p>Gọi toạ độ A(a, 3-2a), Ta có</p> $BA^2 = 4 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (6-2a)^2 = 4 \Leftrightarrow 5a^2 - 26a + 33 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ a = \frac{11}{5} \end{cases}$ <p>Do a là số nguyên suy ra $A(3; -3)$. $\overline{AI} = \left(\frac{-2}{5}; \frac{4}{5}\right)$</p> <p>Ta có $\overline{AC} = 5\overline{AI} = (-2; 4) \Rightarrow C(1; 1)$. Vậy $A(3; -3), B(1; -3), C(1; 1)$</p>	
Câu 9	<p>Điều kiện: $x > 0$</p> <p>Bất phương trình</p> $\sqrt{x} \geq \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^3 - 2x^2 + 2x} \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq \frac{(x+1)(x-1)^3}{x[(x-1)^2 + 1]} \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x})^3}{x+1} \geq \frac{(x-1)^3}{(x-1)^2 + 1} \quad (1)$	

	<p>Xét hàm số $f(t) = \frac{t^3}{t^2 + 1}$ trên \mathbb{R}</p> <p>Ta có: $f'(t) = \frac{t^4 + 3t^2}{(t^2 + 1)^2} \geq 0 \forall t \in \mathbb{R}$</p> <p>Mà $f(t)$ liên tục trên \mathbb{R} nên $f(t)$ đồng biến trên \mathbb{R}.</p> <p>(1) có dạng: $f(\sqrt{x}) \geq f(x-1) \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq x-1 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{3+\sqrt{5}}{2}$</p>													
Câu 10	<p>Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có</p> $\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} \geq \frac{a^2}{(b+c)^2 + \frac{5}{4}(b+c)^2} = \frac{4a^2}{9(b+c)^2}. \quad \text{Tương tự, ta có}$ $\frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} \geq \frac{4b^2}{9(c+a)^2}.$ <p>Suy ra $\frac{a^2}{(b+c)^2 + 5bc} + \frac{b^2}{(c+a)^2 + 5ca} \geq \frac{4}{9} \left(\frac{a^2}{(b+c)^2} + \frac{b^2}{(c+a)^2} \right) \geq \frac{2}{9} \left(\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} \right)^2$ $= \frac{2}{9} \left(\frac{a^2 + b^2 + c(a+b)}{ab + c(a+b) + c^2} \right)^2 \geq \frac{2}{9} \left(\frac{\frac{(a+b)^2}{2} + c(a+b)}{\frac{(a+b)^2}{4} + c(a+b) + c^2} \right)^2 = \frac{2}{9} \left(\frac{2(a+b)^2 + 4c(a+b)}{(a+b)^2 + 4c(a+b)} \right)^2$ <p>Vì $a+b+c=1 \Leftrightarrow a+b=1-c$ nên</p> $P \geq \frac{2}{9} \left(\frac{2(1-c)^2 + 4c(1-c)}{(1-c)^2 + 4c(1-c) + 4c^2} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2 = \frac{8}{9} \left(1 - \frac{2}{c+1} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2. \quad (1)$ <p>Xét hàm số $f(c) = \frac{8}{9} \left(1 - \frac{2}{c+1} \right)^2 - \frac{3}{4}(1-c)^2$ với $c \in (0; 1)$.</p> <p>Ta có $f'(c) = \frac{16}{9} \left(1 - \frac{2}{c+1} \right) \cdot \frac{2}{(c+1)^2} - \frac{3}{2}(c-1)$;</p> $f'(c) = 0 \Leftrightarrow (c-1)(64 - (3c+3)^3) = 0 \Leftrightarrow c = \frac{1}{3}.$ <p>Bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td style="border: none;">c</td> <td style="border: none;">0</td> <td style="border: none;">$\frac{1}{3}$</td> <td style="border: none;">1</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$f'(c)$</td> <td style="border: none;">-</td> <td style="border: none;">0</td> <td style="border: none;">+</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">$f(c)$</td> <td colspan="3" style="border: none; text-align: center;"> </td> </tr> </tbody> </table> <p>Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(c) \geq -\frac{1}{9}$ với mọi $c \in (0; 1)$.</p> <p>(2)</p> <p>Từ (1) và (2) suy ra $P \geq -\frac{1}{9}$, dấu đẳng thức xảy ra khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.</p> </p>	c	0	$\frac{1}{3}$	1	$f'(c)$	-	0	+	$f(c)$				
c	0	$\frac{1}{3}$	1											
$f'(c)$	-	0	+											
$f(c)$														

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{9}$, đạt khi $a = b = c = \frac{1}{3}$.	
--	--

ĐỀ 20

Câu 1 (1.0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$.

Câu 2 (1.0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \ln(1-2x)$ trên đoạn $[-2; 0]$.

Câu 3 (1.0 điểm) a) Tìm môđun của số phức z biết rằng $(1-2i)z - \frac{9+7i}{3-i} = 5-2i$.

b) Giải phương trình: $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$

Câu 4 (1.0 điểm) Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$

Câu 5 (1.0 điểm) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x+3y-3z+1=0$ và ba điểm $A(4;0;3), B(-1;-1;3), C(3;2;6)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) .

Câu 6 (1.0 điểm)

1) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3}$. Tính $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.

2) Trong môn học Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

Câu 7 (1.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

Câu 8 (1.0 điểm)

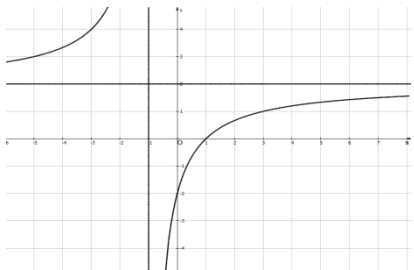
Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $ABCD$ có tâm $I(1;3)$. Gọi N là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AN = \frac{2}{3}AB$. Biết đường thẳng DN có phương trình $x+y-2=0$ và $AB=3AD$. Tìm tọa độ điểm B .

Câu 9 (1.0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} + 4(2x+1) = \sqrt{y-1} + 3y \\ (x+y)(2x-y) + 4 = -6x - 3y \end{cases}$$

Câu 10 (1.0 điểm) Cho $x, y, z \geq 0$ và thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

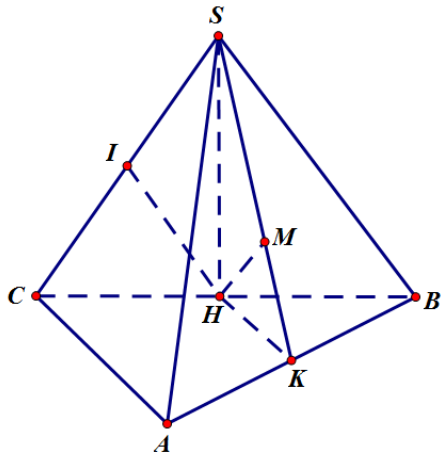
$$P = \frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y} + \frac{z}{1+z}$$

Hết

Câu	Đáp án	Điểm												
Câu 1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$.	1												
	<ul style="list-style-type: none"> Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ Sự biến thiên: $y' = \frac{4}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$ 	0,25												
	Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ Hàm số không có cực trị Giới hạn và tiệm cận : $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty, \lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty \Rightarrow$ Tiệm cận đứng : $x = -1$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow$ Tiệm cận ngang : $y = 2$	0,25												
	<ul style="list-style-type: none"> Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">2</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">2</td> </tr> </table> <p>Vậy:</p>	x	$-\infty$	-1	$+\infty$	y'	+	+		y	2	$+\infty$	2	0,25
	x	$-\infty$	-1	$+\infty$										
y'	+	+												
y	2	$+\infty$	2											
<ul style="list-style-type: none"> Đồ thị: Với $x = 0 \Rightarrow y = -2$ Với $y = 0 \Rightarrow y = 1$ 	0,25													
Câu 2 (1,0đ)	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - \ln(1-2x)$ trên đoạn $[-2; 0]$.	1												
	Ta có hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2; 0]$;	0,25												
	$f'(x) = \frac{-4x^2 + 2x + 2}{1-2x}$	0,25												
	Với $x \in [-2; 0]$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$	0,25												
	Ta có $f(-2) = 4 - \ln 5; f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4} - \ln 2; f(0) = 0$.	0,25												
Vậy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 0]$ lần lượt là														

	$4 - \ln 5$ và $\frac{1}{4} - \ln 2$.	0,25
Câu 3 (1,0đ)	a) Tìm môđun của số phức z biết rằng $(1 - 2i)z - \frac{9 + 7i}{3 - i} = 5 - 2i$	0.5
	$(1 - 2i)z - \frac{9 + 7i}{3 - i} = 5 - 2i \Leftrightarrow (1 - 2i)z = 7 + i \Leftrightarrow z = 1 + 3i$	0.25
	$z = 1 + 3i \Rightarrow z = \sqrt{10}$	0.25
	b) Giải phương trình: $2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0$	0.5
	$2^{2x+1} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 2 \\ 2^x = -\frac{1}{2} \text{ (VN)} \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow x = 1$ Vậy nghiệm của PT là $x = 1$.	0.25
Câu 4 (1,0đ)	Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x^3 - 2 \ln x}{x^2} dx$.	1
	$I = \int_1^2 x dx - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{x^2}{2} \Big _1^2 - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \frac{3}{2} - 2 \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	0,25
	Tính $J = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx$	
	Đặt $u = \ln x, dv = \frac{1}{x^2} dx$. Khi đó $du = \frac{1}{x} dx, v = -\frac{1}{x}$	0,25
	Do đó $J = -\frac{1}{x} \ln x \Big _1^2 + \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$	
$J = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{x} \Big _1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{1}{2}$	0,25	
Vậy $I = \frac{1}{2} + \ln 2$	0,25	
Câu 5 (1,0đ)	Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 3z + 1 = 0$ và ba điểm $A(4; 0; 3), B(-1; -1; 3), C(3; 2; 6)$. Viết phương trình mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm thuộc mặt phẳng (P) .	1
	Xét mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$ bán kính R thỏa bài toán, ta có: $\begin{cases} IA = IB \\ IA = IC \\ I \in (P) \end{cases}$	0.25

	$\Leftrightarrow \begin{cases} (4-a)^2 + (0-b)^2 + (3-c)^2 = (-1-a)^2 + (-1-b)^2 + (3-c)^2 \\ (4-a)^2 + (0-b)^2 + (3-c)^2 = (3-a)^2 + (2-b)^2 + (6-c)^2 \\ 2a + 3b - 3c + 1 = 0 \end{cases}$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$ <p>Bán kính của (S) là $R = \sqrt{13}$</p>	0.25
	Phương trình của (S) là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 13$	0.25
Câu 6 (1,0đ)	a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3}$. Tính $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$.	0.5
	Ta có: $\sin(\alpha + \pi) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{3}$ $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$	0,25
	Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \Rightarrow \cot \alpha < 0$. Do đó	0,25
	$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \cot \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -2\sqrt{2}$ Vậy $\tan\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right) = -2\sqrt{2}$.	
	b) Trong môn học Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.	0.5
	Không gian mẫu của việc tạo đề thi là: $ \Omega = C_{40}^7 = 18643560$ Gọi A là biến cố chọn được đề thi có đủ 3 loại câu hỏi (khó, trung bình, dễ) và số câu hỏi dễ không ít hơn 4. $ \Omega_A = C_{20}^4 \cdot C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_{20}^4 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^2 + C_{20}^5 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^1 = 4433175$	0.25
Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{915}{3848}$	0.25	
Câu 7 (1,0đ)	Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .	1



Gọi K là trung điểm của AB

$$\Rightarrow HK \perp AB \quad (1)$$

Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$

Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $\widehat{SKH} = 60^\circ$

$$\text{Ta có } SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

0.25

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$$

0.25

Vì $IH \parallel SB$ nên $IH \parallel (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$

Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$

0.25

$$\text{Ta có } \frac{1}{HM^2} = \frac{1}{HK^2} + \frac{1}{SH^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Vậy } d(I, (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

0.25

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD có tâm I(1;3). Gọi N là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AN = \frac{2}{3} AB$. Biết đường thẳng DN có phương trình $x+y-2=0$ và $AB=3AD$. Tìm tọa độ điểm B.

1

$$\text{Đặt } AD = x (x > 0) \Rightarrow AB = 3x, AN = 2x, NB = x, DN = x\sqrt{5}, BD = x\sqrt{10}$$

0,25

$$\text{Xét tam giác BDN có } \cos \widehat{BDN} = \frac{BD^2 + DN^2 - NB^2}{2BD \cdot DN} = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

Gọi $\vec{n}(a;b) (a^2 + b^2 \neq 0)$ là vectơ pháp tuyến của BD, BD đi qua điểm I(1;3),
PT BD: $ax + by - a - 3b = 0$

0,25

$$\cos \widehat{BDN} = \left| \cos(\vec{n}, \vec{n}_1) \right| = \frac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2} \sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{10} \Leftrightarrow 24a^2 + 24b^2 - 50ab = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 4b \\ 4a = 3b \end{cases}$$

+) Với $3a = 4b$, chọn $a=4, b=3$, PT BD: $4x+3y-13=0$

$$D = BD \cap DN \Rightarrow D(7; -5) \Rightarrow B(-5; 11)$$

0,25

+) Với $4a = 3b$, chọn $a=3, b=4$, PT BD: $3x+4y-15=0$

Câu 8
(1,0đ)

	$D = BD \cap DN \Rightarrow D(-7;9) \Rightarrow B(9;-3)$	0,25
Câu 9 (1,0đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{3x-1} + 4(2x+1) = \sqrt{y-1} + 3y & (1) \\ (x+y)(2x-y) + 4 = -6x - 3y & (2) \end{cases}$	1
	Điều kiện: $x \geq \frac{1}{3}, y \geq 1$ $(2) \Leftrightarrow (x+y)(2x-y) + 4 + 4(x+y) + (2x-y) = 0$ $\Leftrightarrow (x+y+1)(2x-y+4) = 0$ $\Leftrightarrow y = 2x + 4$ (do từ điều kiện suy ra $x+y+1 \geq \frac{7}{3} > 0$)	0,25
	Thay vào (1) ta được: $\sqrt{3x-1} + 2x - 8 = \sqrt{2x+3}$ $\Leftrightarrow 2(3x-1) + \sqrt{3x-1} = 2(2x+3) + \sqrt{2x+3}$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = 2t^2 + t$ với $t \geq 0$. Khi đó $(3) \Leftrightarrow f(\sqrt{3x-1}) = f(\sqrt{2x+3})$ Mà $f'(t) = 4t + 1 > 0 \forall t \geq 0$ nên hàm số f đồng biến trên $[0; +\infty)$.	0,25
	Do đó: $f(\sqrt{3x-1}) = f(\sqrt{2x+3}) \Leftrightarrow \sqrt{3x-1} = \sqrt{2x+3} \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow y = 12$ Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 12)$.	0,25
Câu 10	Cho $x, y, z \geq 0$ và thỏa mãn $x+y+z=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{1+x} + \frac{y}{1+y} + \frac{z}{1+z}$	1
	Ta có: $P = \frac{x+1-1}{x+1} + \frac{y+1-1}{y+1} + \frac{z+1-1}{z+1} = 3 - \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{y+1} + \frac{1}{z+1}\right)$	0,25
	$\leq 3 - \frac{3}{\sqrt[3]{(1+x)(1+y)(1+z)}}$	0,25
	$\leq 3 - \frac{3}{\frac{1+x+1+y+1+z}{3}} = 3 - \frac{9}{3+x+y+z} = \frac{3}{4}$	0,25
	Mặt khác $x = y = z = \frac{1}{3}$ thì $P = \frac{3}{4}$. Vậy $\text{Max } P = \frac{3}{4}$	0,25

ĐỀ 21

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

Câu 2 (1,0 điểm). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$, tại điểm có tung độ bằng $y = 1$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình $5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0$.

b) Cho số phức z thỏa mãn hệ thức: $(1+2i)z + (2-3i)\bar{z} = -2-2i$. Tính mô đun của z .

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^{\sqrt{6}} x\sqrt{x^2+3} dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;1;3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{3}$$

Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d . Tìm tọa độ điểm B thuộc d sao cho $AB = \sqrt{27}$.

Câu 6 (1,0 điểm). a) Giải phương trình $2 - \cos x = \cos 2x$.

b) Một tổ có 5 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để làm trực nhật. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $CD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+3)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + m - 7 = 0$. Tìm m để trên d có duy nhất một điểm M mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến MA, MB tới (C) (A, B là các tiếp điểm) sao cho góc AMB bằng 120°

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} x + 3\sqrt{xy + x - y^2} - y = 5y + 4 \\ \sqrt{4y^2 - x - 2} + \sqrt{y - 1} = x - 1 \end{cases}$$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho các số thực dương a, b, c đôi một khác nhau thỏa mãn $2a \leq c$ và $ab + bc = 2c^2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{a}{a-b} + \frac{b}{b-c} + \frac{c}{c-a}$.

_____ **HẾT**

Câu	Đáp án	Điểm
1 (1,0đ)	TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \forall x \in D$ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Hàm số không có cực trị.	0,25
	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ tiệm cận ngang: $y = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ tiệm cận đứng $x = 1$	0,25
	Bảng biến thiên 	0,25

	<p>Đồ thị</p>	0,25
2 (1,0đ)	<p>Hoành độ của tiếp điểm là nghiệm của phương trình $x^3 + 3x^2 + 1 = 1$. Suy ra $x_0 = 0; x_0 = -3$</p>	0,25
	<p>Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến là: $y'(0) = 0; y'(-3) = 9$</p>	0,25
	<p>Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm (0;1) là: $y=1$</p>	0,25
	<p>Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm (-3;1) là: $y=9x+28$</p>	0,25
3a (0,5đ)	$5^{2x+1} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 5.5^{2x} - 6.5^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = \frac{1}{5} \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25
3b (0,5đ)	<p>Gọi $z=x+yi (x, y \in R)$. Phương trình đã cho trở thành:</p> $(1+2i)(x+yi) + (2-3i)(x-yi) = -2-2i$ $\Leftrightarrow (x-2y) + (2x+y)i + (2x-3y) + (-3x-2y)i = -2-2i$ $\Leftrightarrow (3x-5y) + (-x-y)i = -2-2i$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5y = -2 \\ -x-y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ <p>Do đó $z = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$</p>	0,25
4 (1,0đ)	$I = \int_1^{\sqrt{6}} x\sqrt{x^2+3} dx$ <p>Đặt $u = \sqrt{x^2+3}$ suy ra $udu = xdx$</p>	0,25
	$x=1 \Rightarrow u=2$ $x=\sqrt{6} \Rightarrow u=3$	0,25
	<p>Ta có $I = \int_2^3 u^2 du$</p>	0,25
	$I = \frac{1}{3} u^3 \Big _2^3 = \frac{19}{3}$	0,25
	<p>Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}_d = (-2; 1; 3)$</p>	0,25

(1,0đ)	Vì $(P) \perp d$ nên (P) nhận $\overline{u_d} = (-2; 1; 3)$ làm VTPT	
	Vậy PT mặt phẳng (P) là: $-2(x+4) + 1(y-1) + 3(z-3) = 0$ $\Leftrightarrow -2x + y + 3z - 18 = 0$	0,25
	Vì $B \in d$ nên $B(-1-2t; 1+t; -3+3t)$ $AB = \sqrt{27} \Leftrightarrow AB^2 = 27 \Leftrightarrow (3-2t)^2 + t^2 + (-6+3t)^2 = 27 \Leftrightarrow 7t^2 - 24t + 9 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = \frac{3}{7} \end{cases}$ Vậy $B(-7; 4; 6)$ hoặc $B\left(-\frac{13}{7}; \frac{10}{7}; -\frac{12}{7}\right)$	0,25
6a (0,5đ)	Pt $\Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = \frac{-3}{2} \text{ (vô nghiệm)} \\ \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$	0,25 0,25
	6b (0,5đ)	$n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$ Số cách chọn 3 học sinh có cả nam và nữ là $C_5^2 \cdot C_6^1 + C_5^1 \cdot C_6^2 = 135$ Do đó xác suất để 3 học sinh được chọn có cả nam và nữ là $\frac{135}{165} = \frac{9}{11}$
7 (1,0đ)	Kẻ đường thẳng qua C và song song với AB cắt AD tại E. Ta có: $AE = BC = a$; $DE = DE = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$ Suy ra diện tích hình thang ABCD là: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} a^2 (2 + \sqrt{3})$	0,25
	Vậy: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{SABCD} = \frac{1}{6} a^3 (2 + \sqrt{3})$	0,25
	Vì $AD \parallel (SBC)$ nên $d(D, (SBC)) = d(A, (SBC))$ Kẻ AI vuông góc SB tại I, chứng minh được AI vuông góc (SBC). Nên $d(A, (SBC)) = AI$	0,25
	Trong tam giác SAB vuông tại A có AI là đường cao nên: $\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2}$ Suy ra: $AI = \frac{SA \cdot AB}{SB} = \frac{a}{\sqrt{2}}$	0,25
8 (1,0đ)	Đường tròn (C) có tâm I(2;-3) và bán kính R=2. Theo giả thiết ta có tam giác IAM vuông ở A và $\widehat{AMI} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{MIA} = 30^\circ$. Suy ra: $IM = \frac{AI}{\cos 30^\circ} = \frac{4}{\sqrt{3}}$.	0,25
	Vì $M \in (d)$ nên $M = (1 + 4t; -1 + \frac{m}{4} + 3t)$. Ta có $IM^2 = (4t-1)^2 + \left(3t + \frac{m}{4} + 2\right)^2 = 25t^2 + \left(\frac{3m}{2} + 4\right)t + \frac{m^2}{16} + m + 4$	0,25

	<p>Suy ra: $25t^2 + \left(\frac{3m}{2} + 4\right)t + \frac{m^2}{16} + m + 4 = \frac{16}{3}$</p> <p>$\Leftrightarrow 25t^2 + \left(\frac{3m}{2} + 4\right)t + \frac{m^2}{16} + m - \frac{4}{3} = 0$ (*)</p> <p>Ta có: $\Delta = \left(\frac{3m}{2} + 4\right)^2 - 100\left(\frac{m^2}{16} + m - \frac{4}{3}\right) = 4m^2 - 88m + \frac{448}{3}$</p>	0,25
	<p>Để có 1 điểm M thỏa mãn đề bài thì PT(*) có 1 nghiệm duy nhất</p> <p>$\Leftrightarrow 4m^2 - 88m + \frac{448}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 11 \pm \sqrt{\frac{251}{3}}$</p>	0,25
9 (1,0đ)	<p>Đk: $\begin{cases} xy + x - y^2 - y \geq 0 \\ 4y^2 - x - 2 \geq 0 \\ y - 1 \geq 0 \end{cases}$</p> <p>Ta có (1) $\Leftrightarrow x - y + 3\sqrt{(x-y)(y+1)} - 4(y+1) = 0$</p> <p>Đặt $u = \sqrt{x-y}, v = \sqrt{y+1}$ ($u \geq 0, v \geq 0$)</p> <p>Khi đó (1) trở thành: $u^2 + 3uv - 4v^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u = -4v(vn) \end{cases}$</p>	0,25
	<p>Với $u = v$ ta có $x = 2y + 1$, thay vào (2) ta được: $\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + \sqrt{y-1} = 2y$</p> <p>$\Leftrightarrow \sqrt{4y^2 - 2y - 3} - (2y - 1) + (\sqrt{y-1} - 1) = 0$</p>	0,25
	<p>$\frac{2(y-2)}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{y-2}{\sqrt{y-1} + 1} = 0 \Leftrightarrow (y-2) \left(\frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} \right) = 0$</p>	0,25
	<p>$\Leftrightarrow y = 2$ (vì $\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{4y^2 - 2y - 3} + 2y - 1} + \frac{1}{\sqrt{y-1} + 1} > 0 \forall y \geq 1$)</p> <p>Với $y = 2$ thì $x = 5$. Đối chiếu Đk ta được nghiệm của hệ PT là (5; 2)</p>	0,25
10	<p>Theo giả thiết: $2a \leq c$ nên $\frac{a}{c} \leq \frac{1}{2}$; $ab + bc = 2c^2 \Leftrightarrow \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} + \frac{b}{c} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{2c}{b} - 1$</p> <p>Vì $\frac{a}{c} \leq \frac{1}{2}$ nên $\frac{b}{c} \geq \frac{4}{3}$</p> <p>Đặt $t = \frac{c}{b}$ thì $0 < t \leq \frac{3}{4}$</p>	0,25

(1,0đ)	$P = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{a}{c} - \frac{b}{c}} + \frac{\frac{b}{c}}{\frac{b}{c} - 1} + \frac{1}{1 - \frac{a}{c}} = \frac{2t^2 - t}{2t^2 - t - 1} + \frac{1}{1-t} + \frac{1}{2(1-t)} = 1 - \frac{2}{2t+1} + \frac{7}{6(1-t)}$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = 1 - \frac{2}{2t+1} + \frac{7}{6(1-t)}, t \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$. Ta có: $f'(t) > 0, \forall t \in \left(0; \frac{3}{4}\right]$, do đó $f(t)$ đồng biến trên $\left(0; \frac{3}{4}\right]$	0,25
	Do đó GTLN của hàm số đạt tại $t = \frac{3}{4}$, suy ra $\max P = \frac{27}{5}$ Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} ab+bc = 2c^2 \\ 2a = c \end{cases} \Leftrightarrow 8a = 3b = 4c$, chẳng hạn chọn được (a,b,c)=(3,8,6).	0,25

ĐỀ 22

Câu 1 (2,0 điểm). Cho hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ (C_m)

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số khi $m = 0$.
- Cho điểm $I(1;3)$. Tìm m để đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $A(0;4)$, B, C sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 4.

Câu 2 (1,0 điểm).

- Giải phương trình $4\sin x + \cos x = 2 + \sin 2x$
- Giải phương trình $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$

Câu 3 (1,0 điểm). Tính tích phân: $I = \int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{2x} dx$

Câu 4 (1,0 điểm).

- Tính mô đun của số phức sau: $z = (2-i)^2 - (1+2i)$.
- Một tổ 11 người gồm 5 nam và 6 nữ, chọn ngẫu nhiên 5 người tham gia lao động. Tính xác suất để 5 người được chọn ra có đúng 3 nữ.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng (P): $x + 2y - z + 5 = 0$ và mặt cầu (S): $(x+4)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 15$. Viết phương trình mặt phẳng(Q) đi qua $A(1;0;-4)$, vuông góc với (P) đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 4π .

Câu 6 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $SC = \frac{a\sqrt{26}}{2}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng (ABCD) là trung điểm H của AB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC).

Câu 7 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật ABCD. Các đường thẳng AB và BD lần lượt có phương trình $x - 2y + 1 = 0$ và $x - 7y + 14 = 0$. Viết phương trình tổng quát của đường thẳng AC, biết đường thẳng AC đi qua điểm $M(2;1)$.

Câu 8 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (8x-3)\sqrt{2x-1} - y - 4y^3 = 0 \\ 4x^2 - 8x + 2y^3 + y^2 - 2y + 3 = 0 \end{cases}$$

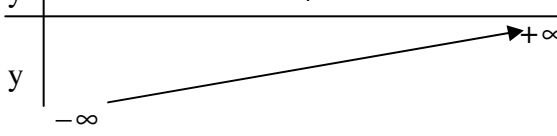
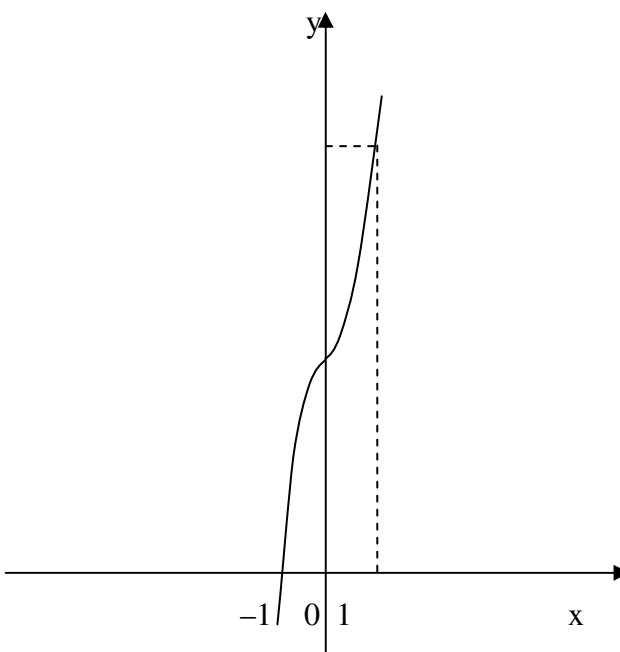
Câu 9 (1,0 điểm). Cho x, y, z là 3 số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

Sưu tầm và trình bày: Page: TOÁN HỌC BẮC - TRUNG - NAM

<https://www.facebook.com/toanhocbactrungnam>

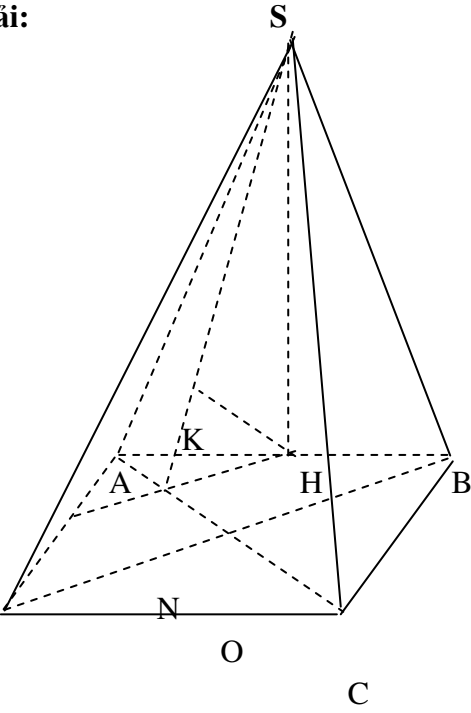
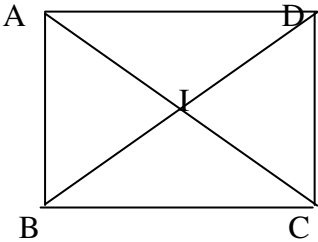
$$P = \frac{3}{2x + y + 2\sqrt{2yz}} - \frac{8}{3 + \sqrt{2(x+z)^2 + 2y^2}} - \frac{1}{x + y + z}.$$

==== Hết ====

Câu	Đáp án	Điểm						
<p>Câu 1 (2,0điểm)</p>	<p>a) Khi $m=0$ ta có : $y = x^3 + 3x + 4$ *Tập xác định : $D = R$ *Sự biến thiên : – Chiều biến thiên : $y' = 3x^2 + 3 ; y' > 0, \forall x \in R$ – Hàm số đồng biến trên R và hàm số không có cực trị. – Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ – Bảng biến thiên :</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">  </p> <p>..... – Đồ thị :</p> <div style="text-align: center;">  </div>	x	$-\infty$	$+\infty$	y'		+	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
x	$-\infty$	$+\infty$						
y'		+						
	<p>b) Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và d:</p> $x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = x + 4 \quad (1)$ $\Leftrightarrow x(x^2 + 2mx + m + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \quad (2) \end{cases}$ <p>.....</p>	<p>0,25</p>						

	<p>(1) có 3 nghiệm phân biệt \Leftrightarrow (2) có 2 nghiệm phân biệt khác 0</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \quad (*) \\ m \neq -2 \end{cases}$ <p>.....</p> <p>Khi đó x_B, x_C là các nghiệm của (2) $\Rightarrow x_B + x_C = -2m, x_B \cdot x_C = m + 2$</p> $S_{\Delta ABC} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(I;d).BC = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x_B - x_C)^2} = 4 \Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B \cdot x_C - 16 = 0$ <p>.....</p> $\Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 3 \end{cases} \text{ .Kết hợp ĐK (*)} \Rightarrow m = 3.$ <p>Vậy với $m = 3$ thỏa yêu cầu của bài toán.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 2 (1 điểm)</p>	<p>a) $4\sin x + \cos x = 2 + \sin 2x$ (1)</p> $\Leftrightarrow 4\sin x + \cos x = 2 + 2\sin x \cdot \cos x \Leftrightarrow 2\sin x(2 - \cos x) - (2 - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (2 - \cos x)(2\sin x - 1) = 0$ <p>.....</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} 2 - \cos x = 0 & (VN) \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$ <p>Kết luận.....</p> <p>.....</p> <p>b) $\log_2(x-3) + \log_2(x-1) = 3$ (1)</p> <p>ĐKXD: $x > 3$ (*)</p> <p>Với ĐK (*) (1) $\Leftrightarrow \log_2[(x-3)(x-1)] = 3 \Leftrightarrow (x-3)(x-1) = 2^3$</p> <p>.....</p> $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 & (\text{loại}) \\ x = 5 & (\text{nhân}) \end{cases} \quad \text{Vậy nghiệm của (1) } x = 5$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

<p>Câu 3 (1 điểm)</p> <p>.....</p>	$I = \int_1^e \frac{\sqrt{3 + \ln x}}{2x} dx. \text{ Đặt } t = \sqrt{3 + \ln x} \Rightarrow t^2 = 3 + \ln x$ $\Rightarrow 2t dt = \frac{dx}{x} \Rightarrow t dt = \frac{dx}{2x}$ <p>Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = \sqrt{3}, x = e \Rightarrow t = 2$</p> $I = \int_{\sqrt{3}}^2 t^2 dt = \frac{t^3}{3} \Big _{\sqrt{3}}^2 = \frac{8 - 3\sqrt{3}}{3}$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 4 (1 điểm)</p>	<p>a) Không gian mẫu: $\Omega = C_{11}^5 = 462$</p> <p>Gọi A là biến cố 5 người được chọn ra có đúng 3 nữ, suy ra $\Omega_A = C_6^3 \cdot C_5^2 = 200$.</p> <p>Vậy xác suất $P(A) = \frac{ \Omega_A }{ \Omega } = \frac{100}{231}$</p> <p>.....</p> <p>b) $z = (2-i)^2 - (1+2i) = 4 - 4i + i^2 - 1 - 2i = 2 - 6i$</p> <p>Suy ra $z = \sqrt{4 + 36} = 2\sqrt{10}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 5 (1 điểm)</p>	<p>Mặt cầu (S) có tâm $I(-4; 1; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{15}$, $\vec{n}_p(1; 2; -1)$ là véc tơ pháp tuyến của (P).</p> <p>Gọi phương trình mặt phẳng (Q) qua A có dạng: $A(x-1) + By + C(z+4) = 0$ với $A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$ và $\vec{n}_q(A; B; C)$ là vtpt của (Q).</p> <p>(Q) \perp (P) $\Leftrightarrow \vec{n}_q \cdot \vec{n}_p = 0 \Leftrightarrow A + 2B - C = 0 \Leftrightarrow C = A + 2B$ (1)</p> <p>Gọi r là bán kính đường tròn giao tuyến, ta có $r = 2$</p> <p>Suy ra $d(I; (Q)) = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{15 - 4} = \sqrt{11}$ (2)</p> <p>Mặt khác $d(I; (Q)) = \frac{ -5A + B + 5C }{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ (3)</p> <p>Từ (1), (2), (3) ta có $\frac{ 11B }{\sqrt{2A^2 + 5B^2 + 4AB}} = \sqrt{11} \Leftrightarrow A^2 - 3B^2 + 2AB = 0$</p> <p>$A=0$ không thỏa mãn, Chọn $A=1 \Rightarrow B=1$ hoặc $B=-\frac{1}{3}$.</p> <p>*Với $A=1; B=1; C=3$. Mp(Q): $(x-1) + y + 3(z+4) = 0 \Leftrightarrow x + y + 3z + 11 = 0$.</p> <p>*Với $A=1; B=-\frac{1}{3}; C=\frac{1}{3}$. Mp(Q): $(x-1) - \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}(z+4) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + z + 1 = 0$.</p> <p>Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $x + y + 3z + 11 = 0$ và $3x - y + z + 1 = 0$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 6 (1 điểm)</p>	<p>a) Tam giác BHC vuông tại B, suy ra $HC = \sqrt{BH^2 + BC^2} = \frac{a\sqrt{10}}{2}$</p> <p>Tam giác SHC vuông tại H, suy ra $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = 2a$</p> <p>.....</p> <p>$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>

	<p>Vẽ hình sai không chấm bài giải:</p> 	
	<p>b) Gọi O là giao điểm $AC \cap BD$</p> <p>Qua H dựng đt $\Delta // BD$, Δ cắt AC tại N Suy ra $HN = \frac{1}{2} OB = \frac{a}{2}$</p> <p>và $\begin{cases} AC \perp HN \\ AC \perp SH \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHN)$</p> <p>Trong ΔSHN dựng $HK \perp SN$, suy ra $HK \perp (SAC)$</p> <p>.....</p> <p>$\Rightarrow d(B, (SAC)) = 2HK = 2 \cdot \frac{HN^2 \cdot HS^2}{HN^2 + HS^2} = \frac{4a}{\sqrt{17}}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 7 (1 điểm)</p>	<ul style="list-style-type: none"> - VTCP của đường thẳng AB : $\vec{v}_1 = (2; 1)$ - VTCP của đường thẳng BD : $\vec{v}_2 = (7; 1)$ - Gọi VTCP của đường thẳng AC là $\vec{v}_3 = (a; b)$, với $a^2 + b^2 \neq 0$.  <p>Gọi I là giao điểm của AC và BD, suy ra tam giác ABI cân tại I</p> <p>Suy ra $\cos(BAI) = \cos(ABI) \Rightarrow \frac{ \vec{v}_3 \cdot \vec{v}_1 }{ \vec{v}_3 \vec{v}_1 } = \frac{ \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 }{ \vec{v}_1 \vec{v}_2 } \Leftrightarrow \frac{ 2a + b }{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{5}} = \frac{ 15 }{\sqrt{5} \cdot \sqrt{50}}$</p> <p>$\Leftrightarrow 2(2a + b)^2 = 9(a^2 + b^2)$</p>	<p>0,25</p> <p>.....</p> <p>0,25</p>

	$\Leftrightarrow a^2 - 8ab + 7b^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a = 7b \end{cases}$ <p>+ $a = b$, suy ra một VTCP của đường thẳng AC: $\vec{v}' = (1; 1)$ \Rightarrow PTCT của đt AC: $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} \Rightarrow$ PTTQ của AC: $x - y - 1 = 0$</p> <p>.....</p> <p>+ $a = 7b$, suy ra một VTCP của đường thẳng AC: $\vec{v}'' = (7; 1)$, suy ra không tồn tại phương trình đường thẳng AC vì \vec{v}'' cùng phương với \vec{v}_2.</p> <p>Vậy PTTQ của AC: $x - y - 1 = 0$.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 8 (1 điểm)</p>	$\begin{cases} (8x-3)\sqrt{2x-1} - y - 4y^3 = 0 & (1) \\ 4x^2 - 8x + 2y^3 + y^2 - 2y + 3 = 0 & (2) \end{cases}$ $\text{ĐKXĐ : } x \geq \frac{1}{2}, \quad (1) \Leftrightarrow 4\sqrt{(2x-1)^3} + \sqrt{2x-1} = 4y^3 + y \quad (3)$ <p>.....</p> <p>Xét hàm số $g(t) = t^3 + t, g'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ Suy ra hàm số $g(t) = t^3 + t$ đồng biến trên \mathbb{R}. Suy ra (3) có nghiệm khi $y = \sqrt{2x-1}$. Thay $y = \sqrt{2x-1}$ vào (2) ta được :</p> $4x^2 - 8x + 2(\sqrt{2x-1})^3 + (2x-1) - 2\sqrt{2x-1} + 3 = 0$ <p>.....</p> $\Leftrightarrow (2x-1)^2 + 2(\sqrt{2x-1})^3 - (2x-1) - 2\sqrt{2x-1} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2x-1} = 0 & (\text{nhân}) \\ \sqrt{2x-1} = 1 & (\text{nhân}) \\ \sqrt{2x-1} = -1 & (\text{loại}) \\ \sqrt{2x-1} = -2 & (\text{loại}) \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1=0 \\ 2x-1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn})$ <p>Vậy nghiệm của hệ đã cho là : $(\frac{1}{2}; 0)$ và $(1; 1)$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 9 (1 điểm)</p>	<p>Áp dụng BĐT Cauchy : $2\sqrt{y \cdot 2z} \leq y + 2z$</p> $\Rightarrow \frac{3}{2x + y + 2\sqrt{2yz}} \geq \frac{3}{2(x + y + z)}$ <p>Áp dụng BĐT Bunhiacôpxki : $[1 \cdot (x + z) + 1 \cdot y]^2 \leq (1^2 + 1^2)[(x + z)^2 + y^2]$</p> $\Rightarrow \sqrt{2(x + z)^2 + 2y^2} \geq (x + z) + y$	<p>0,25</p>

	$\Rightarrow \frac{-8}{3 + \sqrt{2(x+z)^2 + 2y^2}} \geq \frac{-8}{3+x+y+z}$ <p>Suy ra $P \geq \frac{3}{2(x+y+z)} - \frac{8}{3+z+y+z} - \frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{2(x+y+z)} - \frac{8}{3+x+y+z}$</p> <p>Đặt $t = x + y + z, t > 0$. Xét hàm số $f(t) = \frac{1}{2t} - \frac{8}{3+t}$, với $t > 0$.</p> $f'(t) = -\frac{1}{2t^2} + \frac{8}{(t+3)^2} = \frac{-(t+3)^2 + 16t^2}{2t^2(t+3)^2} = \frac{15t^2 - 6t - 9}{2t^2(t+3)^2}$ $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 15t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 & (\text{nhân}) \\ t = -\frac{3}{5} & (\text{loại}) \end{cases}$ <p>Bảng biến thiên :</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f'(x)$</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$f(x)$</p> <p style="text-align: center;">$\frac{-3}{2}$</p> <p>Từ BBT suy ra $f(t) \geq f(1) = -\frac{3}{2}$ với mọi $t > 0$</p> $P_{\min} = -\frac{3}{2} \text{ khi } \begin{cases} x+y+z=1 \\ y=2z \\ y=x+z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4} \\ z=\frac{1}{4} \\ y=\frac{1}{2} \end{cases}$	x	0	1	$+\infty$	$f'(x)$		-	0			-	+	<p>0,25</p> <p>.....</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
x	0	1	$+\infty$											
$f'(x)$		-	0											
		-	+											

ĐỀ 23

Câu 1. (1 điểm) : Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ (C)

Câu 2. (1 điểm) : Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C).

Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và Oy.

Câu 3. (1 điểm) Giải phương trình :

a. $2 \cos 2x - 3 \sin x + 5 = 0$

b. $\log_2 x + 2 \log_4(x-1) - \log_2 6 = 0$

Câu 4. (0,5 điểm) Tìm số phức z thỏa : $(1+i)z + \bar{z} = 5 + 2i$

Câu 5. (0,5 điểm) Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên n có 4 chữ số phân biệt thỏa $n = \overline{abcd}$ và $a < b < c < d$.

Câu 6. (1 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật với $AB=a$, $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc mặt đáy và cạnh bên SC tạo với mặt đáy 1 góc 60° . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ S đến mặt phẳng (DMN).

Câu 7. (1 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $A(2;1;1)$, $B(0;-1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-7}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song Δ , và viết phương trình mặt cầu (S) qua A, B và có tâm nằm trên đường thẳng d.

Câu 8. (1 điểm) Trong mặt phẳng Oxy cho hình thang cân ABCD có diện tích bằng $\frac{45}{2}$, đáy lớn CD nằm trên đường thẳng $x-3y-3=0$, biết hai đường chéo AC, BD vuông góc với nhau tại $I(2;3)$. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh BC biết C có hoành độ dương.

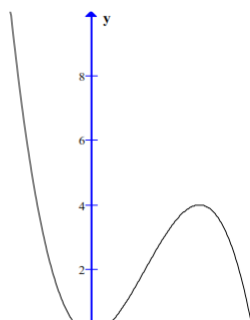
Câu 9. (1 điểm) Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2 + xy + x + 3 = 0 \\ (x+1)^2 + 3(y+1) + 2(xy - \sqrt{x^2y + 2y}) = 0 \end{cases} \quad (x, y \in R)$$

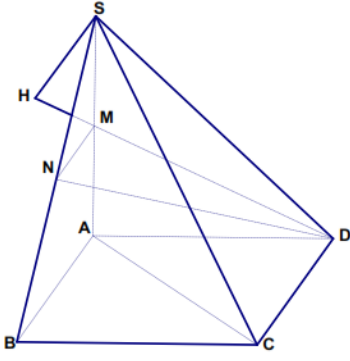
Câu 10. (1 điểm) Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức :

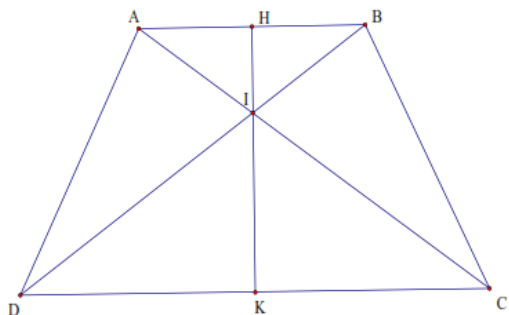
$$P = \frac{1}{2a+b+\sqrt{8bc}} - \frac{8}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}}$$

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm															
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ (C)																
	Tập xác định : $D=R$ $y' = -3x^2 + 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25															
	Các khoảng đồng biến : $(-\infty; 0), (2; +\infty)$, khoảng đồng biến $(0; 2)$ Cực trị : Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT} = 0$, đạt cực đại tại $x=2$, $y_{CD} = 4$ Giới hạn tại vô cực : $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$	0,25															
	Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td> </td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	-		+	-	y	$+\infty$		4	$-\infty$	0,25
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	-		+	-													
y	$+\infty$		4	$-\infty$													
	Điểm đặc biệt : $A(-1;4), B(3;0)$																



		0,25
2	Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại giao điểm của (C) và Oy.	
	Gọi (d) là tiếp tuyến cần tìm $M(x_0; y_0)$ là điểm tiếp xúc ta có $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = -1$	0,25
	$y' = \frac{-2}{(x-1)^2} \Rightarrow y'(0) = -2$	0,25– 0,25
	(d) : $y = -2x - 1$	0,25
3a	Giải phương trình : $2\cos 2x - 3\sin x + 5 = 0(1)$	
	(1) $\Leftrightarrow -4\sin^2 x - 3\sin x + 7 = 0$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{-7}{4} (VN) \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \quad (k \in Z)$	0,25
3b	Giải phương trình : $\log_2 x + 2\log_4(x-1) - \log_2 6 = 0(1)$	
	Điều kiện : $x > 1$	
	(1) $\Leftrightarrow x(x-1) = 6$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow x = 3$	0,25
4	Tìm số phức z thỏa : $(1+i)z + \bar{z} = 5+2i$	
	Gọi $z = x + yi \quad (x, y \in R)$	
	Ta có : $(1+i)(x+yi) + x - yi = 5 + 2i$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 5 \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$	0,25
	Vậy $z = 2 - i$	0,25
5	Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên n có 4 chữ số phân biệt thỏa $n = \overline{abcd}$ và	

	$a < b < c < d$.	
	$C_9^4 = 126$	0,5
6		
	<p>Ta có $SA \perp (ABCD)$ nên AC là hình chiếu của SC xuống (ABCD) $\Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ$ $AC = a\sqrt{5}$, $SA = a\sqrt{15}$</p>	0,25
	$V_{S.ABCD} = \frac{2\sqrt{15}a^3}{3}$	0,25
	<p>Trong mặt phẳng (SAD) kẻ $SH \perp MD$, ta có $AB \perp (SAD)$, mà $MN \parallel AB$ $\Rightarrow MN \perp (SAD) \Rightarrow NM \perp HS$ $\Rightarrow SH \perp (DMN) \Rightarrow SH = d(S, (DMN))$</p>	0,25
	$\Delta SHM \sim \Delta DAM \Rightarrow \frac{SH}{DA} = \frac{SM}{DM} \Rightarrow SH = \frac{SA \cdot DA}{2DM} = \frac{2a\sqrt{15}}{\sqrt{31}}$	0,25
7	<p>Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho $A(2;1;1)$, $B(0;-1;3)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-7}{2} = \frac{y-5}{3} = \frac{z-1}{-1}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A, B và song song Δ, và viết phương trình mặt cầu (S) qua A, B và có tâm nằm trên đường thẳng d.</p>	
	<p>$\overline{AB} = (-2; -2; 2)$ Δ qua $M(7;5;-1)$ và có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;3;-1)$ (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{u} \wedge \overline{AB} = (4; -2; 2)$</p>	0,25
	(P): $2x - y + z - 4 = 0$	0,25
	<p>Gọi I là tâm (S) Ta có $I(7 + 2t; 5 + 3t; 1 - t)$ Do mặt cầu (S) qua A, B nên $AI = BI$ $(5 + 2t)^2 + (4 + 3t)^2 + t^2 = (7 + 2t)^2 + (6 + 3t)^2 + (-2 - t)^2$ $\Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow I(3; -1; 3)$ (S) có bán kính $R = AI = 3$</p>	0,25

	(S): $(x-3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$	0,25
8		
	<p>Do ABCD là hình thang cân với đáy lớn CD, mà 2 đường chéo AC, BD vuông góc nhau nên $\triangle ICD$ vuông cân tại I</p> <p>đường thẳng qua I và vuông góc CD có phương trình: $3x + y - 9 = 0$</p> <p>Gọi K là trung điểm CD. Khi đó tọa độ K là nghiệm của hệ:</p> $\begin{cases} x - 3y - 3 = 0 \\ 3x + y - 9 = 0 \end{cases} \Rightarrow K(3;0)$	0,25
	<p>Mà $KI = KC = KD$ nên C, D là giao điểm của CD và đường tròn tâm K, bán kính $KI = \sqrt{10}$</p> <p>Do đó, tọa độ của chúng thỏa hệ:</p> $\begin{cases} x - 3y - 3 = 0 \\ (x-3)^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ <p>Vậy $C(6;1)$, $D(0;-1)$ (do C có hoành độ dương)</p>	0,25
	<p>Gọi H là trung điểm AB, ta có:</p> $\frac{45}{2} = S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)HK = (IH + IK)HK = (IH + \sqrt{10})$ $\Rightarrow IH = \frac{\sqrt{10}}{2}$ <p>Mà $\frac{ID}{IB} = \frac{IK}{IH} = 2 \Rightarrow \overline{DI} = 2\overline{IB} \Rightarrow B(3;5)$</p>	0,25
	(BC): $4x + 3y - 27 = 0$	0,25
9	<p>Giải hệ phương trình:</p> $\begin{cases} x^2 + xy + x + 3 = 0 & (1) \\ (x+1)^2 + 3(y+1) + 2(xy - \sqrt{x^2y + 2y}) = 0 & (2) \end{cases} \quad (x, y \in R)$	
	Điều kiện: $x^2y + 2y \geq 0 \Leftrightarrow y \geq 0$	0,25

	$(1) \Leftrightarrow xy = -x^2 - x - 3$ $(x+1)^2 + 3(y+1) - 2x^2 - 2x - 6 - 2\sqrt{x^2y + 2y} = 0$ Thế vào (2) ta được : $\Leftrightarrow 3\frac{y}{x^2+2} - 2\sqrt{\frac{y}{x^2+2}} - 1 = 0$	0,25
	Suy ra $y = x^2 + 2$	0,25
	Thay vào (1) : $x^2 + x(x^2 + 2) + x + 3 = 0$ $\Leftrightarrow (x+1)(x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow x = -1$	
	Suy ra $y = 3$ Vậy nghiệm $x = -1, y = 3$	
10	Cho các số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \frac{1}{2a+b+\sqrt{8bc}} - \frac{8}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}}$	
	Ta có : $\sqrt{8bc} = 2\sqrt{b \cdot 2c} \leq b + 2c \Rightarrow \frac{1}{2a+b+\sqrt{8bc}} \geq \frac{1}{2(a+b+c)}$	0,25
	Mặt khác : $\sqrt{2(a+c)^2+2b^2} \geq a+c+b \Rightarrow \frac{-8}{\sqrt{2b^2+2(a+c)^2+3}} \geq \frac{-8}{3+a+b+c}$	0,25
	Do đó : $P \geq \frac{1}{2(a+b+c)} + \frac{-8}{3+a+b+c}$ Đặt $a+b+c = t$ ($t > 0$). Xét hàm số : $f(t) = \frac{1}{2t} - \frac{8}{3+t}, t > 0$ Ta có : $f'(t) = \frac{-1}{2t^2} + \frac{8}{(3+t)^2} = \frac{3(t-1)(5t+3)}{2t^2(3+t)^2}, t > 0$ $f'(t) > 0, \forall t > 1$ và $f'(t) < 0, \forall t \in (0;1)$ $\Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $(0;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$ Từ đó suy ra $f(t) \geq f(1) = \frac{-3}{2}, \forall t > 0$	0,25
	Do đó $P \geq \frac{-3}{2}$. Dấu “=” xảy ra khi $\begin{cases} a+b+c=1 \\ b=2c \\ b=a+c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=c=\frac{1}{4} \\ b=\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25

ĐỀ 24

Câu 1 (2,0 điểm) Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho.

b) Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - m = 0$ có một nghiệm duy nhất:

Câu 2 (1,0 điểm)

a) Giải phương trình: $\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$

b) Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$. Tìm phần ảo của số phức $w = 1 - zi + \bar{z}$

Câu 3 (0,5 điểm) Giải bất phương trình: $2 \log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2$

Câu 4 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} - \sqrt{x-y} = 2 \\ \sqrt{x^2+y^2+1} = 3 + \sqrt{x^2-y^2} \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

Câu 5 (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^1 (1-x)(2+e^{2x}) dx$

Câu 6 (1,0 điểm) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, góc giữa cạnh bên SC và đáy bằng 60° . Tính theo a thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SA.**Câu 7 (1,0 điểm)** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân, cạnh đáy BC có phương trình: $x + y + 1 = 0$, phương trình đường cao kẻ từ B là: $x - 2y - 2 = 0$. Điểm M(2;1) thuộc đường cao kẻ từ C. Viết phương trình các cạnh bên của tam giác ABC.**Câu 8 (1,0 điểm)** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1;-2;1), B(-1;0;3), C(0;2;1). Lập phương trình mặt cầu đường kính AB và tìm tọa độ điểm H là chân đường cao kẻ từ A của tam giác ABC.**Câu 9 (0,5 điểm)** Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1,2,3,...,9. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ và nhân 3 số ghi trên ba thẻ với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là một số lẻ.**Câu 10 (1,0 điểm)** Cho x, y, z là các số thực dương thỏa mãn $x \geq y \geq z$ và $x + y + z = 3$. Tìm giá trị

nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y$.

Hết

Câu	Đáp án	Điểm																			
1.a (1,0 điểm)	TXĐ: $D = \mathbb{R}, y' = 3x^2 - 12x + 9$. $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 1 \end{cases}$	0.25																			
	Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$, đồng biến trên khoảng $(1; 3)$	0.25																			
	$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$																				
	BBT	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>↗ 3</td> <td>↘ -1</td> <td></td> <td>↗ $+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	y'		+	0	-	0	+	y	$-\infty$		↗ 3	↘ -1		↗ $+\infty$
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$																	
y'		+	0	-	0	+															
y	$-\infty$		↗ 3	↘ -1		↗ $+\infty$															
	Đồ thị : đi qua các điểm $(3;-1), (1;3), (2;1), (0;-1)$	0.25																			
1.b (1,0 điểm)	Pt : $\frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + \frac{9}{2}x - m = 0 \Leftrightarrow x^3 - 6x^2 + 9x - 1 = 2m - 1$ (*)	0.25																			
	Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của (C) và d: $y = 2m - 1$.	0.25																			

	pt có một nghiệm duy nhất thì : $\begin{cases} 2m-1 < -1 \\ 2m-1 > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m > 2 \end{cases}$	0.25 0.25
2.a (0,5 điểm)	$\cos 2x + (1 + 2 \cos x)(\sin x - \cos x) = 0$ $\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - \cos x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x - \cos x = 0 \\ \sin x - \cos x = 1 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(x - \frac{\pi}{4}) = 0 \\ \sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0.25 0.25
2.b (0,5 điểm)	$(1+i)\bar{z} - 1 - 3i = 0 \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{1+3i}{1+i} = 2+i$ $\Rightarrow w = 2 - i$. Số phức w có phần ảo bằng -1	0.25 0.25
3 (0,5 điểm)	ĐK: $x > 1$, $2\log_3(x-1) + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) \leq 2 \Leftrightarrow \log_3[(x-1)(2x-1)] \leq 1$ $\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 2 \Rightarrow$ tập nghiệm S = (1;2]	0.25 0.25
4 (1,0 điểm)	Điều kiện: $x+y \geq 0, x-y \geq 0$ Đặt: $\begin{cases} u = x+y \\ v = x-y \end{cases}$ ta có hệ: $\begin{cases} \sqrt{u} - \sqrt{v} = 2 \quad (u > v) \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 \\ \sqrt{\frac{u^2+v^2+2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} u+v = 2\sqrt{uv} + 4 \quad (1) \\ \sqrt{\frac{(u+v)^2 - 2uv + 2}{2}} - \sqrt{uv} = 3 \quad (2) \end{cases}$. Thế (1) vào (2) ta có: $\sqrt{uv + 8\sqrt{uv} + 9} - \sqrt{uv} = 3 \Leftrightarrow uv + 8\sqrt{uv} + 9 = (3 + \sqrt{uv})^2 \Leftrightarrow uv = 0$. Kết hợp (1) ta có: $\begin{cases} uv = 0 \\ u+v = 4 \end{cases} \Leftrightarrow u = 4, v = 0$ (vì $u > v$). Từ đó ta có: $x=2; y=2$. (Thỏa đ/k) KL: Vậy nghiệm của hệ là: $(x; y) = (2; 2)$..	0.25 0.25 0.25
5 (1,0 điểm)	Đặt $\begin{cases} u = 1-x \\ dv = (2+e^{2x})dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -dx \\ v = 2x + \frac{1}{2}e^{2x} \end{cases}$ $I = (1-x)(2x + \frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + \int_1^2 (2 + \frac{1}{2}e^{2x}) dx$ $= (1-x)(2x + \frac{1}{2}e^{2x}) \Big _0^1 + (x^2 + \frac{1}{4}e^{2x}) \Big _0^1 = \frac{e^2 + 1}{4}$	0.25 0.25 0,5
6 (1,0 điểm)	Gọi H là trung điểm AB – Lập luận $SH \perp (ABC)$ – Tính được $SH = a\sqrt{15}$ Tính được $V_{S.ABC} = \frac{4a^3\sqrt{15}}{3}$ Qua A vẽ đường thẳng $\Delta // BD$, gọi E là hình chiếu của H lên Δ , K là hình chiếu H	0.25 0.25

	<p>lên SE</p> <p>Chứng minh được: $d(BD, SA) = d(BD, (S, \Delta)) = 2d(H, (S, \Delta)) = 2HK$</p> <p>Tam giác EAH vuông cân tại E, $HE = \frac{a\sqrt{2}}{2}$</p> <p>$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} = \frac{31}{15a^2} \Rightarrow HK = \sqrt{\frac{15}{31}}a$</p> <p>$\Rightarrow d(BD, SA) = 2\sqrt{\frac{15}{31}}a$</p>	0.25	
7 (1,0 điểm)	Gọi H là trực tâm ΔABC . Tìm được $B(0; -1)$, $\cos \widehat{HBC} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \cos \widehat{HCB}$	0.25	
	Pt đ thẳng HC có dạng: $a(x-2) + b(y-1) = 0$ ($\vec{n} = (a; b)$ là VTPT và $a^2 + b^2 > 0$)	0.25	
	$\cos \widehat{HCB} = \frac{ a+b }{\sqrt{2(a^2+b^2)}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \Rightarrow 4a^2 + 10ab + 4b^2 = 0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}\right)^2 + 5\left(\frac{a}{b}\right) + 2 = 0$	0.25	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2, b = 1 \\ a = -1, b = 2(l) \end{cases}$, phương trình CH: $-2x + y + 3 = 0$	0.25	
AB \perp CH. Tìm được pt AB: $x + 2y + 2 = 0$			
Tìm được: $C\left(\frac{2}{3}; -\frac{5}{3}\right)$, pt AC: $6x + 3y + 1 = 0$			
8 (1,0 điểm)	Tìm được tọa độ tâm I của mặt cầu $I(0; -1; 2)$, bán kính mặt cầu: $R = \sqrt{3}$	0.25	
	Phương trình mặt cầu (S): $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$	0.25	
	Giả sử $H(x; y; z)$, $\overrightarrow{AH} = (x-1; y+2; z-1)$, $\overrightarrow{BC} = (1; 2; -2)$, $\overrightarrow{BH} = (x+1; y; z-3)$	0.25	
	$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 2z = -5$	0.25	
\overrightarrow{BH} cùng phương $\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -2 \\ y + z = 3 \end{cases}$, Tìm được $H\left(-\frac{7}{9}; \frac{4}{9}; \frac{23}{9}\right)$			
9 (0,5 điểm)	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^3 = 84$	0.25	
	Số cách chọn 3 thẻ có tích là số lẻ là $n(A) = C_5^3 = 10$	0.25	
	\Rightarrow Xác suất cần tính là $P(A) = \frac{10}{84} = \frac{5}{42}$		
10 (1,0 điểm)	Ta có $\frac{x}{z} + xz \geq 2x$, $\frac{z}{y} + yz \geq 2z$.	0.25	
	Từ đó suy ra $P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2x - xz + 2z - yz + 3y$	0.25	
	$= 2(x+z) + y(x+y+z) - xz - yz = 2(x+z) + y^2 + x(y-z)$	0.25	
	Do $x > 0$ và $y \geq z$ nên $x(y-z) \geq 0$. Từ đây kết hợp với trên ta được		
	$P = \frac{x}{z} + \frac{z}{y} + 3y \geq 2(x+z) + y^2 = 2(3-y) + y^2 = (y-1)^2 + 5 \geq 5$.	0.25	
Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 5 đạt khi $x=y=z=1$			

ĐỀ 25

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm cực trị của hàm số $y = x + 2 - \sin 2x$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Tìm số phức z biết $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 2+2i$.

b) Giải phương trình $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$.

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_1^e x^3 \ln x dx$.

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 2 = 0$. Tìm tọa độ A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) và viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A' và đi qua A .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Tính giá trị của biểu thức $P = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$, với $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

b) Trong đợt đi dã ngoại tại Hồ Cốc (Vũng Tàu) của trường THPT B. Ban tổ chức chia một cách ngẫu nhiên 10 lớp A1, A2, A3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10 thành hai nhóm, mỗi nhóm 5 lớp, để chơi trò kéo co. Tính xác suất để 3 lớp A1, A2, A3 ở cùng một nhóm.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, có $SA \perp (ABCD)$, $AD = 2AB = 2a$, góc giữa SC và mặt phẳng chứa đáy là α với $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD.

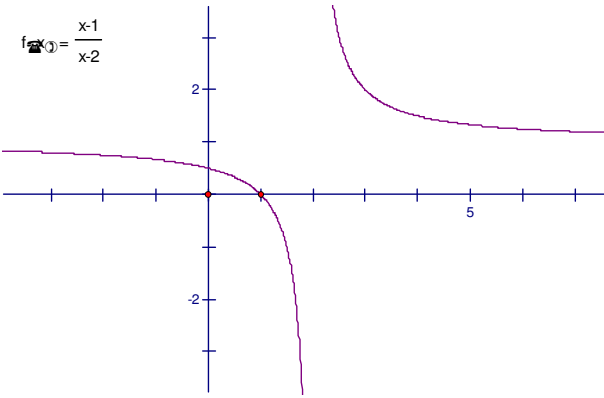
Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và B có $AB = AD < BC$, điểm $D(1; 2)$, đường thẳng BD có phương trình là $y - 2 = 0$. Đường thẳng qua D vuông góc với CD cắt cạnh AB tại M. Đường phân giác trong góc \widehat{MDC} cắt cạnh BC tại N. Biết MN có phương trình $7x - y - 25 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{9x^2 + (2y+3)(y-x)} + 4\sqrt{xy} = 7x \\ (2y-1)\sqrt{1+x} + (2y+1)\sqrt{1-x} = 2y \end{cases}$ trên tập số thực.

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c^2 = ab + 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2a}{a^2 + b^2 + 18} + \frac{b}{a + b + 4c} - \frac{4(a+b)}{25c}$.

————— **Hết** —————

Câu	Nội dung – đáp án	Điểm
	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$.	
	Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 1$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 1$ suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang. $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty$ suy ra $x = 2$ là tiệm cận đứng.	0,25

1	$y' = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0 \forall x \neq 2$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$ và không có cực trị.	0,25												
	Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>$-\infty$</th> <th>2</th> <th>$+\infty$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td> -</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td> $+\infty$</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-	-		y	1	$+\infty$	1	0,25
	x	$-\infty$	2	$+\infty$										
y'	-	-												
y	1	$+\infty$	1											
Đồ thị: Đồ thị đi qua các điểm $(0; \frac{1}{2})$, $(1; 0)$, $(3; 2)$ 	0,25													
2	Tìm cực trị của hàm số $y = x + 2 - \sin 2x$.													
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$ $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$, $f''(x) = 4 \sin 2x$	0,25												
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25												
	$f''(-\frac{\pi}{6} + k\pi) = 4 \sin 2\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -2\sqrt{3} < 0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x_i = -\frac{\pi}{6} + k\pi$ với $y_{CD} = f\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25												
	$f''(\frac{\pi}{6} + k\pi) = 4 \sin 2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3} > 0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x_i = \frac{\pi}{6} + k\pi$ với $y_{CT} = f\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25												
3	a) Tìm số phức z biết $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 2 + 2i$.													
	Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 2 + 2i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = 2 + 2i$	0,25												
	$\Leftrightarrow 3a + 2b - bi = 2 + 2i \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b = 2 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$	0,25												
	Vậy $z = 2 - 2i$													
b) Giải phương trình $2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2}$.														
Tập xác định: \mathbb{R}														

	$2^{x^2-1} - 3^{x^2} = 3^{x^2-1} - 2^{x^2+2} \Leftrightarrow 2^{x^2-1}(1+8) = 3^{x^2-1}(1+3)$	0,25
	$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-1} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow x^2 - 1 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$	0,25
4	Tính tích phân $I = \int_1^e x^3 \ln x dx$.	
	Đặt $u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$, $dv = x^3 dx \Rightarrow v = \frac{1}{4} x^4$	0,5
	$I = \left(\frac{1}{4} x^4 \ln x\right) \Big _1^e - \frac{1}{4} \int_1^e x^4 dx = \frac{3e^4 + 1}{16}$	0,5
5	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 2 = 0$. Tìm tọa độ A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (P) và viết phương trình mặt cầu (S) có tâm A' và đi qua A .	
	(P) có vtpt $\vec{n} = (1; -2; 1)$, d đi qua A và vuông góc với (P) có vtcp $\vec{u} = \vec{n} = (1; -2; 1)$	0,25
	Phương trình đường thẳng $d \begin{cases} x = 2+t \\ y = -1-2t \\ z = t \end{cases}$. Do $A' \in d \Rightarrow A'(2+t; -1-2t; t)$	0,25
	A' thuộc (P) nên $(2+t) - 2(-1-2t) + t + 2 = 0 \Leftrightarrow t = -1$. Vậy $A'(1; 1; -1)$	0,25
	Mặt cầu (S) có bán kính $R = AA' = \sqrt{6}$ nên phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$	0,25
6	a) Tính giá trị của biểu thức $P = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)$, với $\tan \alpha = 2$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.	
	$\cos^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$. Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \cos \alpha < 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$	0,25
	$\sin \alpha = \cos \alpha \cdot \tan \alpha = \frac{-2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = \sin \alpha \cdot \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{2\sqrt{5} - \sqrt{15}}{10}$	0,25
	b) Trong đợt đi dã ngoại tại Hồ Cốc (Vũng Tàu) của trường THPT B. Ban tổ chức chia một cách ngẫu nhiên 10 lớp A1, A2, A3, B4, B5, B6, B7, B8, B9, B10 thành hai nhóm, mỗi nhóm 5 lớp, để chơi trò kéo co. Tính xác suất để 3 lớp A1, A2, A3 ở cùng một nhóm.	
Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = \frac{1}{2} C_{10}^5$. Gọi X là biến cố “ba lớp A1, A2, A3 ở cùng một nhóm”.	0,25	
Ta có $n(\Omega_X) = C_7^2$ nên $P(X) = \frac{2C_7^2}{C_{10}^5} = \frac{1}{6}$.	0,25	

7	Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật, có $SA \perp (ABCD), AD = 2AB = 2a$, góc giữa SC và mặt phẳng chứa đáy là α với $\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Tính theo a thể tích của khối chóp S.ABCD và khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBM) với M là trung điểm của CD.		
		Ta có hình chiếu vuông góc của SC lên mặt đáy là AC $\Rightarrow SA = AC \tan \alpha = a$	0,25
		$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a^2$ Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2a^3}{3}$.	0,25
		Ta có $d(D, (SBM)) = d(C, (SBM)) = \frac{1}{2} d(A, (SBM))$ Kẻ $AN \perp BM$ (N thuộc BM), $AH \perp SN$ (H thuộc SN) Ta có $BM \perp AN, BM \perp SA \Rightarrow BM \perp AH$ và $AH \perp BM, AH \perp SN \Rightarrow AH \perp (SBM)$ $\Rightarrow d(A, (SBM)) = AH$	0,25
	Ta có $S_{ABM} = S_{ABCD} - 2S_{ADM} = a^2; S_{ABM} = \frac{1}{2} AN \cdot BM$ $\Rightarrow AN = \frac{2a^2}{BM} = \frac{4a\sqrt{17}}{17}$. Tam giác SAN vuông có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH = \frac{4a\sqrt{33}}{33}$ $\Rightarrow d(D, (SBM)) = \frac{2a\sqrt{33}}{33}$	0,25	
8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình thang ABCD vuông tại A và B có AB = AD < BC, điểm D(1; 2), đường thẳng BD có phương trình là $y - 2 = 0$. Đường thẳng qua D vuông góc với CD cắt cạnh AB tại M. Đường phân giác trong góc \widehat{MDC} cắt cạnh BC tại N. Biết MN có phương trình $7x - y - 25 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh B.		
		Tứ giác DMBC nội tiếp được $\Rightarrow \widehat{DMC} = \widehat{DBC} = \widehat{BDA} = 45^\circ$ $\Rightarrow \triangle DMC$ vuông cân tại D, DN là phân giác trong góc $\widehat{MDC} \Rightarrow M, C$ đối xứng nhau qua DN	0,25
		$\Rightarrow AB = d(D, CN) = d(D, MN) = 2\sqrt{2}$	0,25
	Do $AB = AD \Rightarrow BD = AB\sqrt{2} = 4$	0,25	

	$BD: y - 2 = 0 \Rightarrow B(a; 2), BD = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = -3 \end{cases}$	0,25
	Vậy có hai điểm thỏa: B(5; 2) hoặc B(-3; 2)	
9	Giải hệ phương trình $\begin{cases} \sqrt{9x^2 + (2y+3)(y-x)} + 4\sqrt{xy} = 7x \\ (2y-1)\sqrt{1+x} + (2y+1)\sqrt{1-x} = 2y \end{cases}$ trên tập số thực.	
	Điều kiện: $9x^2 + (2y+3)(y-x) \geq 0; xy \geq 0; -1 \leq x \leq 1$ Từ phương trình thứ nhất ta có $x \geq 0 \Rightarrow y \geq 0$ + Xét $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$, thỏa mãn hệ phương trình. + Xét x, y không đồng thời bằng không. Phương trình thứ nhất tương đương với $\sqrt{9x^2 + (2y+3)(y-x)} - 3x + 4\sqrt{xy} - 4x = 0$ $\Leftrightarrow \frac{9x^2 + (2y+3)(y-x) - 9x^2}{\sqrt{9x^2 + (2y+3)(y-x)} + 3x} + \frac{4(xy - x^2)}{\sqrt{xy} + x} = 0$ $\Leftrightarrow (y-x) \left[\frac{(2y+3)}{\sqrt{9x^2 + (2y+3)(y-x)} + 3x} + \frac{4x}{\sqrt{xy} + x} \right] = 0 \Leftrightarrow x = y.$	0,25
	Thế $y = x$ vào phương trình thứ hai, ta có $(2x-1)\sqrt{1+x} + (2x+1)\sqrt{1-x} = 2x \Leftrightarrow 2x(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} - 1) - (\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) = 0$ Đặt $\begin{cases} a = \sqrt{1+x} \\ b = \sqrt{1-x} \end{cases} (a \geq 0, b \geq 0) \Rightarrow 2x = a^2 - b^2.$ Phương trình trở thành $(a^2 - b^2)(a+b-1) - (a-b) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (a-b)[(a+b)(a+b-1) - 1] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ (a+b)^2 + (a+b) - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b \\ a+b = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$ + Với $a = b \Leftrightarrow \sqrt{1+x} = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow x = 0$ (loại)	0,25
	+ Với $a+b = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}$ Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (0; 0), (x; y) = \left(\sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}}; \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{8}} \right).$	0,25
Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c^2 = ab+5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2a}{a^2+b^2+18} + \frac{b}{a+b+4c} - \frac{4(a+b)}{25c}$.		
Áp dụng bất đẳng thức Cô-si, ta có: $a^2 + b^2 \geq 2ab = 2(a+b+c^2 - 5) \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 10 \geq 2(a+b+c^2)$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 + 18 \geq 2(a+b) + 2(c^2 + 4) \geq 2(a+b) + 8z = 2(a+b+4c)$	0,25	

10	<p>Suy ra $\frac{2a}{a^2+b^2+18} \leq \frac{2a}{2(a+b+4c)} = \frac{a}{a+b+4c}$.</p> <p>Khi đó</p> $P \leq \frac{a}{a+b+4c} + \frac{b}{a+b+4c} - \frac{4(a+b)}{25c} = \frac{a+b}{a+b+4c} - \frac{4(a+b)}{25c}$ $= \frac{\frac{a+b}{c} + 4}{\frac{a+b}{c} + 4} - \frac{4(a+b)}{25c}$	0,25
	<p>Đặt $t = \frac{a+b}{c} > 0$, xét hàm $f(t) = \frac{t}{t+4} - \frac{4}{25}t$ có</p> $f'(t) = \frac{t}{(t+4)^2} - \frac{4}{25}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$	0,25
	<p>Do đó ta có $f(t) \leq f(1) = \frac{1}{25} \Rightarrow \max P = \frac{1}{25}$.</p> <p>Dấu đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases} a=b \\ c^2=4 \\ \frac{a+b}{c}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b=1 \\ c=2 \end{cases}$.</p> <p>Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức P là $\frac{1}{25}$.</p>	0,25

ĐỀ 26

Câu 1: (2 đ) Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$ (1)

1/ Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1)

2/ Tìm m để pt : $x^2(x^2 - 2) + 3 = m$ có hai nghiệm thực

Câu 2: (1 đ) Giải pt : $2 \cos 3x = -(\cos x + \sqrt{3} \sin x)$

Câu 3(1 đ) Giải pt : $\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_4(x-1)^8 = 3 \log_8(4x)$

Câu 4(1 đ) Tính tích phân : $I = \int_1^e x(5\sqrt{x} + \ln x) dx$

Câu 5(1 đ) Tìm m để pt sau có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

$$\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} - \sqrt{(2-x)(2+x)} = m$$

Câu 6: (1 đ) Cho hình chóp lục giác đều S.ABCDEF, với SA=a, AB=b. Tính thể tích của hình chóp và khoảng cách giữa đường thẳng SA, BE.

Câu 7: (1 đ) Trong không gian oxyz cho 3 điểm A(1;3;-2) và mp (P) : $2x - y + 2z - 1 = 0$.

a/ Tìm tọa độ hình chiếu của A trên mp (P)

b/ Viết pt mặt cầu tâm A và đi qua gốc tọa độ O.

Câu 8 (1đ) Trong mp oxy cho tam giác ABC vuông cân tại A. Biết M (1;-1), là trung điểm của BC và G ($\frac{2}{3}; 0$) là trọng tâm tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C.

Câu 9 (1đ) Cho x, y, z là ba số thực dương thay đổi. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = x \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{yz} \right) + y \left(\frac{y}{2} + \frac{1}{zx} \right) + z \left(\frac{z}{2} + \frac{1}{xy} \right)$$

HẾT

Câu	Đáp án	Điểm																							
1.1	<p>Ta có hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$</p> <p>Tập xác định D = R.</p> <p>Sự biến thiên.</p> <p>+ Chiều biến thiên.</p> <p>$y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 1; x = -1$.</p> <p>Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$.</p> <p>Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$.</p> <p>Cực trị. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = y(0) = 4$</p> <p>Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm\sqrt{3}$, $y_{CT} = y(\pm\sqrt{3}) = -2$.</p> <p>Giới hạn. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - 2x^2 + 4) = +\infty$. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 2x^2 + 4) = +\infty$</p> <p>Đồ thị hàm số không có tiệm cận.</p> <p>Bảng biến thiên.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-</td> <td>1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td></td> <td>$Y_{CD}=4$</td> <td></td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>$Y_{ct}=3$ $Y_{ct}=3$</p>	x	$-\infty$	-	1	0	1	+	y'	-	0	+	0	-	0	+	y	$+\infty$			$Y_{CD}=4$			$+\infty$	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
x	$-\infty$	-	1	0	1	+																			
y'	-	0	+	0	-	0	+																		
y	$+\infty$			$Y_{CD}=4$			$+\infty$																		
1.2	<p>. Tìm m để phương trình $x^2(x^2 - 2) + 3 = m$ (*) có hai nghiệm thực</p> <p>. Pt(*) tương đương : $x^4 - 2x^2 + 3 = m \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 4 = m + 1$</p> <p>$\Rightarrow \begin{cases} y = x^4 - 2x^2 + 4(C) \\ y = m + 1(d) \end{cases}$</p> <p>. Số nghiệm pt(*) bằng số điểm chung giữa (C) và (d)</p>	<p>1,0</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>																							

	Dựa vào đồ thị : $m = 2$ hoặc $m > 3$ pt (*) có 2 nghiệm thực	
Câu	PT $2 \cos 3x = -(\cos x + \sqrt{3} \sin x) \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \cos(\pi - 3x)$	0,25
	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin x + \frac{1}{2} \cos x = \cos(\pi - 3x) \Leftrightarrow \sin x \cdot \sin \frac{\pi}{3} + \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos x = \cos(\pi - 3x)$	0,25
	$\Leftrightarrow \cos(\frac{\pi}{3} - x) = \cos(\pi - 3x) \Leftrightarrow (\pi - 3x) = \pm(\frac{\pi}{3} - x) + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$	
	+) $\pi - 3x = \frac{\pi}{3} - x + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} - k\pi$	0,25
+) $\pi - 3x = -\frac{\pi}{3} + x + k_2 2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} - k \frac{\pi}{2}$		
	Vậy nghiệm phương trình: $x = \frac{\pi}{3} + k \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$	0,25
Câu	$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{2}}(x+3) + \frac{1}{4} \log_4(x-1)^8 = 3 \log_8(4x), \text{ĐK } x > 0, x \neq 1$	
	$\Leftrightarrow \log_2(x+3) + \log_2 x-1 = \log_2(4x)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x+3) x-1 = 4x$	0,25
	-) $x > 1$ ta có: $x = 3$ thỏa mãn	0,25
	-) $x < 1$ ta có $x = -3 + 2\sqrt{3}$ thỏa mãn	0,25
	Vậy $x = 3; x = -3 + 2\sqrt{3}$	
Câu	Câu 4(1 đ) Tính tích phân : $I = \int_1^e x(5\sqrt{x} + \ln x) dx$	
	$I = \int_1^e 5x^{\frac{3}{2}} dx + \int_1^e x \ln x dx$	
	*Tính I_1 $I_1 = 5 \int_1^e x^{\frac{3}{2}} dx = 2x^{\frac{5}{2}} \Big _1^e = 2 \left(e^{\frac{5}{2}} - 1 \right)$	0,25
	*Tính I_2 $I_2 = \int_1^e x \ln x dx$	0,25
	Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$	0,25
	$I_2 = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{2} \int_1^e x dx = \frac{x^2}{2} \ln x \Big _1^e - \frac{1}{4} x^2 \Big _1^e$	0,25
	$= \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}$	

<p>Câu</p>	<p>Đặt $t = \sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} \Rightarrow t' = \frac{-1}{2\sqrt{2-x}} - \frac{1}{2\sqrt{2+x}} < 0$. Hàm số $t = t(x)$ liên tục trên $[-2; 2]$, $t'(x) < 0, \forall x \in (-2; 2) \Rightarrow t = t(x)$ nghịch biến trên $[-2; 2] \Rightarrow t \in [-2; 2]$.</p> <p>Khi đó: PT $\Rightarrow 2m = t^2 + 2t - 4$ (*)</p> <p>Xét hàm $f(t) = t^2 + 2t - 4$ với $t \in [-2; 2]$.</p> <p>Có $f'(t) = 2t + 2, f'(t) = 0 \Rightarrow t = -1$</p> <p>Bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: none;">t</td> <td style="border: none;">-2</td> <td style="border: none;">-1</td> <td style="border: none;">2</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">f'(t)</td> <td style="border: none;">-</td> <td style="border: none;">0</td> <td style="border: none;">+</td> </tr> <tr> <td style="border: none;">f(t)</td> <td style="border: none;">-4</td> <td style="border: none;">-5</td> <td style="border: none;">4</td> </tr> </table> <p>Từ BBT \Rightarrow Phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt $t \in [-2; 2] \Leftrightarrow$ P.trình ban đầu có hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -5 < 2m \leq -4 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m \leq -2$</p>	t	-2	-1	2	f'(t)	-	0	+	f(t)	-4	-5	4	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
t	-2	-1	2											
f'(t)	-	0	+											
f(t)	-4	-5	4											
<p>Câu</p>	<p>Nhận xét: Tâm O của lục giác đều ABCDEF là trung điểm của các đường chéo AD, BE, CF. $SO \perp (ABCDEF)$. Các tam giác OAB, OBC, OCD, ODE, OEF, OFA là các tam giác đều bằng nhau cạnh b.</p> <p>Diện tích đáy: $S_{\text{đáy}} = 6S_{\Delta OAB} = 6b^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}b^2}{2}$ (đvdt) Chiều cao $h = SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{a^2 - b^2}$</p> <p>$\Rightarrow$ Thể tích $V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} h = \frac{b^2 \sqrt{3(a^2 - b^2)}}{2}$</p> <p>* Xác định được $d(SA, BE) = d(O, (SAF)) = OJ$. Chứng minh $OJ \perp (SAF)$</p> <p>Trong ΔSOJ vuông tại O ta có $OJ = \frac{OI \cdot SO}{\sqrt{OI^2 + SO^2}} = b \sqrt{\frac{3(a^2 - b^2)}{4a^2 - b^2}}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>												
<p>Câu</p>	<p>(P) : $2x - y + 2z - 1 = 0$ có vtpt $\vec{n} = (2; -1; 2)$</p> <p>① Gọi H($x_0; y_0; z_0$) là hình chiếu vuông góc của điểm A(1; 3; -2) lên mp(P) thì $\overrightarrow{AH} = t \cdot \vec{n} \Leftrightarrow (x_0 - 1; y_0 - 3; z_0 + 2) = t(2; -1; 2), t \in \mathbb{R}$</p> <p>• Do đó, $\begin{cases} x_0 = 1 + 2t \\ y_0 = 3 - t \\ z_0 = -2 + 2t \end{cases}$ (*)</p> <p>• Thay (*) vào PTTQ của (P) : $2(1 + 2t) - (3 - t) + 2(-2 + 2t) - 1 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$</p> <p>• Thay $t = \frac{2}{3}$ vào (*) ta được: $x_0 = \frac{7}{3}; y_0 = \frac{7}{3}; z_0 = -\frac{2}{3}$</p> <p>• Vậy, tọa độ hình chiếu vuông góc của A lên mp(P) là $H\left(\frac{7}{3}; \frac{7}{3}; -\frac{2}{3}\right)$</p> <p>② Gọi (S) là mặt cầu tâm A và đi qua O</p> <p>• Tâm của mặt cầu: A(1; 3; -2)</p> <p>• Bán kính của mặt cầu: $R = OA = \sqrt{1^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{14}$</p> <p>• Vậy, phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 14$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>												

Câu	<p>Ta có: $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{GM} \Rightarrow A(0; 2)$</p> <p>Đường thẳng AM có phương trình $\frac{x-0}{1-0} = \frac{y-2}{-1-2} \Leftrightarrow 3x + y - 2 = 0$</p> <p>Đường thẳng BC qua M và vuông góc với AM nên có phương trình $-x + 3y + 4 = 0$ (i)</p> <p>Vì MB = MC = MA = $\sqrt{10}$ nên tọa độ (x ; y) của B, C thỏa mãn $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 10$ (ii)</p> <p>Từ (i), (ii) $\Rightarrow B(4; 0), C(-2; -2)$ hoặc $C(4; 0), B(-2; -2)$</p>	0,25 0,25 0,25 0,25												
Câu	<p>Ta có $P = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} + \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xyz}$</p> <p>Do $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{x^2 + y^2}{2} + \frac{y^2 + z^2}{2} + \frac{z^2 + x^2}{2} \geq xy + yz + zx$</p> <p>Nên $P \geq (\frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}) + (\frac{y^2}{2} + \frac{1}{y}) + (\frac{z^2}{2} + \frac{1}{z})$</p> <p>Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2}{2} + \frac{1}{t}$ liên tục với $t > 0$. ta có: $f'(t) = t - \frac{1}{t^2} = \frac{t^3 - 1}{t^2}$</p> <p>Ta có bảng biến thiên:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>t</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(t)$</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(t)</td> <td>$+\infty$</td> <td>$\frac{3}{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> <p>Suy ra, $f(t) \geq \frac{3}{2}, \forall t > 0$. Do đó, $P \geq 3 \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$</p> <p>Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = 1$. Vậy $\min P = \frac{9}{2}$</p>	t	0	1	$+\infty$	$f'(t)$	-	0	+	f(t)	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	0,25 0,25 0,25 0,25
t	0	1	$+\infty$											
$f'(t)$	-	0	+											
f(t)	$+\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$											

ĐỀ 27

Câu 1:(2đ) Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-2}$ (C)

a/Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số.

b/Tìm m để đường thẳng(d) : $y = x + m$ cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho $AB=4\sqrt{2}$.

Câu 2:(1đ) a/ giải phương trình: $16\sin^2 \frac{x}{2} - \cos 2x = 15$

b/ Cho số phức z thỏa: $(1-i)z + (2+i)\bar{z} = 4+i$. Tính mô đun của z.

Câu 3:(0.5đ) Giải phương trình: $\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4$.

Câu 4:(1đ) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (\sqrt{y^2 + 1})^2 + \frac{y^2}{x} = y^2 + 2\sqrt{x-2} \\ x + \frac{x-1}{y} + \frac{x}{y} = y^2 + y \end{cases}$$

Câu 5:(1đ) Tính tích phân : $I = \int_1^4 \frac{\sqrt{x-4} \ln x}{x^2} dx$.

Câu 6:(1đ) Cho hình chóp S.ABC có $SC = \frac{a\sqrt{70}}{5}$; đáy ABC là tam giác vuông tại A; $AB=2a$; $AC=a$; hình chiếu của S lên mp(ABC) là trung điểm cạnh AB. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng BC và SA.

Câu 7:(1đ) Trong mặt phẳng Oxy ;H(3;-2);I(8;11);K(4;-1) lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC. Tìm tọa độ các điểm A,B,C.

Câu 8:(1đ) Trong không gian Oxyz; cho A(2;1;-1); B(1;3;1); C(1;2;0). Viết phương trình đường thẳng d qua A; vuông góc và cắt đường thẳng BC.

Câu 9:(0,5đ) Gọi X là tập hợp số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1;2;3;4;5;6;7;8;9 Chọn ngẫu nhiên một số từ tập X.Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là số lẻ.

Câu 10:(1đ) Cho hai số thực x; y thỏa điều kiện: $x^4 + 16y^4 + 2(2xy - 5)^2 = 41$

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = xy - \frac{3}{x^2 + 4y^4 + 3}$$

Hết

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm
Câu 1: (2 đ)	<p>a) * TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$</p> <p>* $y' = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0 \quad \forall x \in D$</p> <p>* $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là TCN của (C)</p> <p>$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 2$ là TCD của (C)</p> <p>* Bảng biến thiên: Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2); (2; +\infty)$</p> <p>* Vẽ đồ thị (C) nhận I(2;2) làm tâm đối xứng</p> <p>b) phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là</p> $\frac{2x-1}{x-2} = x+m \Leftrightarrow x^2 + (m-4)x + 1 - 2m = 0 (*)$ <p>$\Delta = m^2 + 12 > 0, \forall m \Rightarrow (*)$ luôn có 2 nghiệm $\forall m$</p> <p>Và $\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 - m \\ x_1 \cdot x_2 = 1 - 2m \end{cases}$</p> $AB = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = 4\sqrt{2}$ $\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16$ $\Leftrightarrow (4 - m)^2 - 4(1 - 2m) = 16$ $\Leftrightarrow m = \pm 2$	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 2: (1 đ)	<p>a) $16 \sin^2 \frac{x}{2} - \cos 2x = 15$</p> $\Leftrightarrow 8(1 - \cos x) - (2 \cos^2 x - 1) = 15$	0.25

	$\Leftrightarrow 2 \cos^2 x + 8 \cos x + 6 = 0$ $\Leftrightarrow \cos x = -1$ $\Leftrightarrow x = \pi + 2k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$ <p>b) $(1-i)Z + (2+i)\bar{Z} = 4+i$ (*) gọi $Z = a+bi \quad (a, b \in \mathbb{R})$ (*) $\Leftrightarrow (1-i)(a+bi) + (2+i)(a-bi) = 4+i$ $\Leftrightarrow a = 2; b = -1$ $\Rightarrow Z = 2-i \Rightarrow Z = \sqrt{5}$ </p>	0.25 0.25 0.25
Câu 3: (0,5 đ)	$\log_2^2 x = \log_2 \frac{x}{4} + 4; \quad \text{ĐK: } x > 0$ $\Rightarrow \log_2^2 x = \log_2 x + 2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = -1 \\ \log_2 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = 4 \end{cases}$	0.25 0.25
Câu 4: (1 đ)	$\Leftrightarrow \begin{cases} (\sqrt{y}+1)^2 + \frac{y^2}{x} = y^2 + 2\sqrt{x-2} & (1) \\ x + \frac{x-1}{y} + \frac{y}{x} = y^2 + y & (2) \end{cases}$ <p>ĐK: $x \geq 2; y > 0$</p> <p>(2) $\Leftrightarrow (x-y^2)(xy+x-1) = 0$ $\Leftrightarrow x = y^2 \quad (\text{do } xy+x-1 > 0)$</p> $(1) \Leftrightarrow (\sqrt{y}+1)^2 = (\sqrt{y^2-2}+1)^2$ $\Leftrightarrow \sqrt{y}+1 = \sqrt{y^2-2}+1$ $\Rightarrow y = 2 \quad (\forall y > 0)$ <p>Vậy pt có nghiệm $x = 4; y = 2$</p>	0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 5 (1đ)	$I = \int_1^4 \frac{\sqrt{x} - 4 \ln x}{x^2} dx$ $= \int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{x^2} dx - 4 \int_1^4 \frac{\ln x}{x^2} dx = I_1 - 4I_2$	0,25
	<p>* Tính $I_1 = -\frac{2}{\sqrt{x}} \Big _1^4 = 1$</p>	0,25
	<p>* Tính $I_2 = \int_1^4 \frac{\ln x}{x^2} dx = -\frac{\ln x + 1}{x} \Big _1^4 = \frac{3 - \ln 4}{4}$</p>	0,25
	Vậy $I = 1 + \ln 4 - 3 = 2\ln 2 - 2$	0,25
Câu 6 (1đ)		

	<p>Hình vẽ</p>	
	<p>* ΔAHC vuông cân tại A, cạnh $AC = AH = a$. $\Rightarrow CH = a\sqrt{2}$</p> <p>* ΔSHC vuông tại H $\Rightarrow SH = \frac{2a}{\sqrt{5}}$</p>	<p>0,25</p>
	<p>* $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = a^2$</p> <p>* $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{\Delta ABC} = \frac{2a^3}{3\sqrt{5}}$</p>	<p>0,25</p>
	<p>* $AK \perp BC; HI \perp BC; AD \parallel BC \Rightarrow BC \parallel (SAD)$ $\Rightarrow d(BC; SA) = d(BC; (SAD)) = d(B; (SAD))$ $= 2d(H; (SAD))$ $AD \perp (SHD) \Rightarrow (SAD) \perp (SHD)$ Kẻ $HJ \perp SD \Rightarrow HJ \perp (SAD)$ $\Rightarrow d(H; (SAD)) = HJ$</p>	<p>0,25</p>
	<p>* $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AK = \frac{2a}{\sqrt{5}} \Rightarrow HD = \frac{a}{\sqrt{5}}$</p> <p>$\frac{1}{HJ^2} = \frac{1}{HD^2} + \frac{1}{HS^2} \Rightarrow HJ = \frac{2a}{5}$</p> <p>Vậy $d(BC; SA) = \frac{4a}{5}$</p>	<p>0,25</p>
<p>Câu 7 (1đ)</p>	<p>Hình vẽ</p> <p>* $\vec{HK} = (1; 1)$ $\Rightarrow AK : x - y - 5 = 0$ $BC : x + y - 3 = 0$</p>	<p>0,25</p>
	<p>* Gọi M là trung điểm BC $\Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM : x - y + 3 = 0$ $\Rightarrow M(0; 3)$</p> <p>* $\vec{HA} = 2\vec{MI} = (16; 16) \Rightarrow A(19; 14)$</p>	<p>0,25</p>

	<p>* $B(b; 3 - b) \in BC \Rightarrow C(-b; b + 3)$ Ta có : $\overrightarrow{BH} = (3 - b; b - 5)$; $\overrightarrow{CA} = (19 + b; 11 - b)$ Ta có : $BH \perp AC \Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} = 0$ $\Rightarrow b = \pm 1$ Với $b = 1$ ta có $B(1; 2)$; $C(-1; 4)$ Với $b = -1$ ta có $B(-1; 4)$, $C(1; 2)$</p>	0,25 0,25
Câu 8 (1đ)	$\overrightarrow{BC} = (0; -1; -1) \Rightarrow \text{pt BC} : \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = -t \end{cases}$	0,25
	<p>$H \in BC \Rightarrow H(1; 2 - t; -t)$ $AH \perp BC \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow t = 1$ Vậy $H(1; 1; -1)$</p>	0,25
	<p>* d qua A, $d \perp BC$, d cắt BC \Rightarrow d là AH Với $\overrightarrow{AH} = (-1; 0; 0)$</p>	0,25
	$\Rightarrow \text{pt d} : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$	0,25
Câu 9 (0,5đ)	<p>Ta có : $n(X) = A_9^5 = 15120$. Gọi A là biến cố “Tổng các chữ số lẻ” A_1 là tập hợp các số thuộc X có 5 chữ số lẻ $\Rightarrow n(A_1) = 5! = 120$ A_2 là tập hợp các số thuộc X có 3 chữ số lẻ, 2 chữ số chẵn $\Rightarrow n(A_2) = C_5^3 A_3^3 A_4^2 = 7200$ A_3 là tập hợp các số thuộc X có 1 chữ số lẻ, 4 chữ số chẵn $\Rightarrow n(A_3) = C_5^1 A_5^1 P_4 = 600$ Ta được : $n(A) = n(A_1) + n(A_2) + n(A_3) = 7920$</p>	0,25
	<p>Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(X)} = \frac{11}{21}$</p>	0,25
Câu 10 (1đ)	<p>$x^4 + 16y^4 + 2(2xy - 5)^2 = 41$ $\Leftrightarrow (x^2 + 4y^2)^2 + 9 = 40xy$ Đặt $t = x^2 + 4y^2 \Rightarrow t^2 + 9 = 40xy = 10 \cdot 2 \cdot x \cdot 2y$ $\Rightarrow 10(x^2 + 4y^2) = 10t$ Suy ra : $1 \leq t \leq 9$</p>	0,25
	$P = xy - \frac{3}{x^2 + 4y^2 + 3} = \frac{t^2 + 9}{40} - \frac{3}{t + 3}$	0,25
	<p>Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2 + 9}{40} - \frac{3}{t + 3}$; $t \in [1; 9]$ $f'(t) = \frac{t}{20} + \frac{3}{(t + 3)^2} > 0$; $\forall t \in [1; 9]$ \Rightarrow hàm số đồng biến trên $[1; 9]$</p>	

	$\Rightarrow f(1) \leq f(t) \leq f(9) \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq P \leq 2$	
	Vậy giá trị lớn nhất của P là 2 khi $\begin{cases} x = \frac{3}{\sqrt{2}} \\ y = \frac{3}{2\sqrt{2}} \end{cases}$	0,25
	giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{1}{2}$ khi $\begin{cases} x = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ y = \frac{1}{2\sqrt{2}} \end{cases}$	0,25

ĐỀ 28

Câu 1 (1,0 điểm): Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

Câu 2 (1,0 điểm): Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với trục Ox.

Câu 3 (1,0 điểm):

a) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$

b) Giải phương trình: $2^{x^2-x-4} = 4^x$

Câu 4 (1,0 điểm): Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x dx$

Câu 5 (1,0 điểm): Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;0;-2)$, mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) và tìm tọa độ giao điểm giữa đường thẳng Δ với mặt phẳng (P).

Câu 6 (1,0 điểm):

a) Tìm hệ số chứa x^5 trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14}$

b) Trong một hộp đựng 40 viên bi gồm 5 bi đỏ, 15 bi vàng và 20 bi xanh. Một người lấy ngẫu nhiên 7 viên bi trong hộp. Tính xác suất để chọn được 7 viên bi có đủ ba màu (đỏ, vàng, xanh) và số viên bi xanh không ít hơn 4.

Câu 7 (1,0 điểm): Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM.

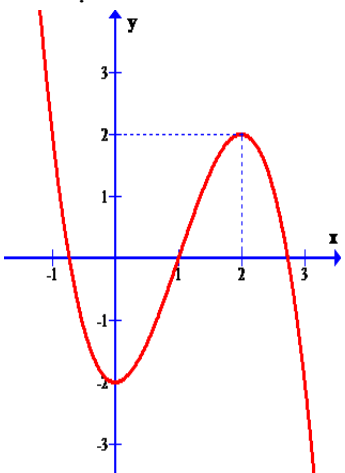
Câu 8 (1,0 điểm): Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm của tam giác ABM. Gọi $D(7;-2)$ là điểm nằm trên MC sao cho $GA = GD$. Tìm tọa độ điểm A biết AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$

Câu 9 (1,0 điểm): Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^3 - 4x^2 + 3x - 1 = 2x^2(2 - y)\sqrt{3 - 2y} \\ \sqrt{x + 2} = \sqrt[3]{14 - x\sqrt{3 - 2y}} + 1 \end{cases}$$

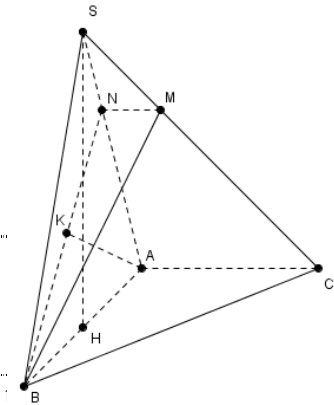
Câu 10 (1,0 điểm): Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

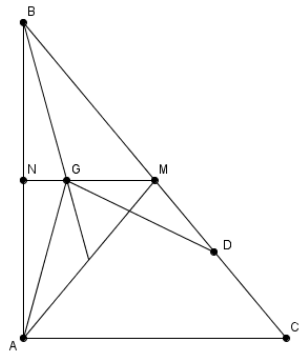
$$P = \frac{a + 3c}{a + 2b + c} + \frac{4b}{a + b + 2c} - \frac{8c}{a + b + 3c}$$

HẾT

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																								
1 (1,0đ)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$	1.0																								
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ Sự biến thiên: Ta có: $y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(0; 2)$	0.25																								
	Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0; y_{CT} = -2$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 2; y_{CD} = 2$ Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty$	0.25																								
	Bảng biến thiên: <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td></td> <td>0</td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>2</td> <td></td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$		0		2		$+\infty$	y'		-	0	+	0	-		y	$+\infty$				2		$-\infty$	0.25
	x	$-\infty$		0		2		$+\infty$																		
y'		-	0	+	0	-																				
y	$+\infty$				2		$-\infty$																			
Đồ thị: 	0.25																									
2 2 (1,0đ)	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x-2}$ (C) tại giao điểm của đồ thị (C) với trục Ox.	1.0																								
	Đồ thị (C) cắt trục Ox tại $M(1; 0)$	0.25																								

	$f'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}, \forall x \neq 2$	0.25
	Hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $k = f'(1) = -1$	0.25
	Phương trình tiếp tuyến tại M: $y = -1(x-1) + 0 \Leftrightarrow y = -x + 1$	0.25
3 (1,0đ)	a) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$	0.5
	Ta có: $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} (3 \tan \alpha - 2)}{5 \tan^3 \alpha + 4} = \frac{(1 + \tan^2 \alpha)(3 \tan \alpha - 2)}{5 \tan^2 \alpha + 4}$	0.25
	Thay $\tan \alpha = 3$ vào ta được: $A = \frac{(1+3^2)(3 \cdot 3 - 2)}{5 \cdot 3^2 + 4} = \frac{70}{139}$	0.25
	b) Giải phương trình: $2^{x^2-x-4} = 4^x$	0.5
	Ta có: $2^{x^2-x-4} = 4^x \Leftrightarrow 2^{x^2-x-4} = 2^{2x} \Leftrightarrow x^2 - x - 4 = 2x$	0.25
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$ Vậy phương trình có nghiệm $x = -1; x = 4$	0.25
4 (1,0đ)	Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x dx$	1.0
	Đặt $\begin{cases} u = 2x+1 \\ dv = \cos x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2dx \\ v = \sin x \end{cases}$	0.25
	$I = (2x+1) \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$	0.25
	$I = \pi + 1 + 2 \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}}$	0.25
	$I = \pi + 1 + 2(0-1) = \pi - 1$	0.25
5 (1,0đ)	Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $A(1;0;-2)$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 9 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song với mặt phẳng (P) và tìm tọa độ giao điểm giữa đường thẳng Δ với mặt phẳng (P)	1.0
	Mặt phẳng (Q) song song với (P) có dạng: $2x - y + 2z + D = 0 (D \neq 9)$	0.25
	Vì $A \in (Q) \Rightarrow 2 - 0 - 4 + D = 0 \Leftrightarrow D = 2$ Vậy $(Q): 2x - y + 2z + 2 = 0$	0.25
	Gọi M là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) $M \in \Delta \Rightarrow M(1+3t; -1+4t; 2t)$	0.25
	$M \in (P) \Rightarrow 2(1+3t) - (-1+4t) + 2 \cdot 2t + 9 = 0 \Leftrightarrow 6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = -2$ Vậy $M(-5; -9; -4)$	0.25

6 (1,0đ)	a) Tìm hệ số chứa x^5 trong khai triển: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14}$	0.5	
	Ta có: $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^{14} = \sum_{k=0}^{14} C_{14}^k x^{14-3k} \cdot 2^k$	0.25	
	Số hạng chứa x^5 trong khai triển ứng với k thỏa mãn $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$ Hệ số cần tìm là $C_{14}^3 \cdot 2^3 = 2912$	0.25	
	b) Trong một hộp đựng 40 viên bi gồm 5 bi đỏ, 15 bi vàng và 20 bi xanh. Một người lấy ngẫu nhiên 7 viên bi trong hộp. Tính xác suất để chọn được 7 viên bi có đủ ba màu (đỏ, vàng, xanh) và số viên bi xanh không ít hơn 4.	0.5	
	Không gian mẫu: $ \Omega = C_{40}^7$ Gọi A là biến cố “Chọn được 7 viên bi có đủ ba màu và số viên bi xanh không ít hơn 4” $ A = C_{20}^4 \cdot C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_{20}^4 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^2 + C_{20}^5 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^1 = 4433175$	0.25	
Xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{915}{3848}$	0.25		
7 (1,0đ)	Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$. Tính thể tích của khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM.	1.0	
	Gọi H là trung điểm của cạnh AB $\Rightarrow SH \perp AB$ (vì ΔSAB đều) Vì $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$		0.25
	Ta có: $SH = \frac{3\sqrt{3}}{2}; AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3\sqrt{2}$		0.25
	Thể tích khối chóp S.ABC: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} SH \cdot AB \cdot AC = \frac{9\sqrt{6}}{4}$ (đvtt)	0.25	
	Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại N $\Rightarrow AC \parallel MN \Rightarrow AC \parallel (BMN)$ $\left. \begin{array}{l} AC \perp AB \\ AC \perp SH \end{array} \right\} \Rightarrow AC \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$ $\Rightarrow (BMN) \perp (SAB)$ theo giao tuyến BN Ta có: $AC \parallel (BMN) \Rightarrow d(AC, BM) = d(AC, (BMN)) = d(A, (BMN)) = AK$ với K là hình chiếu vuông góc của A trên BN.	0.25	
Ta có: $\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3} S_{SAB} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ và $AN = \frac{2}{3} SA = 2$ $BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$	0.25		

	Vậy $d(AC, BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7}$ (đvdd)		
8 (1,0đ)	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm của tam giác ABM. Gọi $D(7; -2)$ là điểm nằm trên MC sao cho $GA = GD$. Tìm tọa độ điểm A biết AG có phương trình $3x - y - 13 = 0$	1.0	
	Ta có: $d(D, AG) = \frac{ 3 \cdot 7 - (-2) - 13 }{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \sqrt{10}$ ΔABM vuông cân $\Rightarrow GA = GB = GM \Rightarrow G$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABD		0.25
	Ta có: $\widehat{AGD} = 2\widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow \Delta GAD$ vuông cân tại G. Do đó $GA = GD = d(D, AG) = \sqrt{10}$		0.25
	$\Rightarrow AD^2 = 20$ Gọi $A(a; 3a - 13)$. Khi đó $AD^2 = 20 \Leftrightarrow (a - 7)^2 + (3a - 11)^2 = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ a = 3 \end{cases}$		0.25
	Vậy có hai điểm thỏa yêu cầu bài toán: $A(3; -4)$ và $A(5; 2)$		0.25
9 (1,0đ)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^3 - 4x^2 + 3x - 1 = 2x^2(2 - y)\sqrt{3 - 2y} & (1) \\ \sqrt{x + 2} = \sqrt[3]{14 - x\sqrt{3 - 2y}} + 1 & (2) \end{cases}$	1.0	
	Ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của hệ. chia hai vế của (1) cho x^3 ta được: (1) $\Leftrightarrow 2 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{1}{x^3} = 2(2 - y)\sqrt{3 - 2y}$ $\Leftrightarrow \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3 + \left(1 - \frac{1}{x}\right) = (3 - 2y)\sqrt{3 - 2y} + \sqrt{3 - 2y}$ (*)	0.25	
	Xét hàm $f(t) = t^3 + t$ luôn đồng biến trên \mathbb{R} (*) $\Leftrightarrow 1 - \frac{1}{x} = \sqrt{3 - 2y}$ (3)	0.25	
	Thay (3) vào (2) ta được: $\sqrt{x + 2} = \sqrt[3]{15 - x} + 1 \Leftrightarrow \sqrt{x + 2} = 3 + 2 - \sqrt[3]{15 - x} = 0$ $\Leftrightarrow (x - 7) \left(\frac{1}{\sqrt{x + 2} + 3} + \frac{1}{4 - 2\sqrt[3]{x + 15} + (\sqrt[3]{x + 15})^2} \right) = 0$	0.25	
	$\Leftrightarrow x = 7$ vì $\frac{1}{\sqrt{x + 2} + 3} + \frac{1}{4 - 2\sqrt[3]{x + 15} + (\sqrt[3]{x + 15})^2} > 0$	0.25	

	Vậy hệ đã cho có nghiệm $(x; y) = \left(7; \frac{111}{98}\right)$	
10 (1,0đ)	Cho a, b, c là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a+3c}{a+2b+c} + \frac{4b}{a+b+2c} - \frac{8c}{a+b+3c}$	1.0
	Đặt $\begin{cases} x = 2 + 2b + c \\ y = a + b + 2c \\ z = a + b + 3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -x + 5y - 3z \\ b = x - 2y + z \\ c = -y + z \end{cases}$	0.25
	Do đó ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{-x+2y}{x} + \frac{4x-8y+4z}{y} - \frac{-8y+8z}{z} = \left(\frac{4x}{y} + \frac{2y}{x}\right) + \left(\frac{8y}{z} + \frac{4z}{y}\right) - 17$	0.25
	$P \geq 2\sqrt{\frac{4x}{y} \cdot \frac{2y}{x}} + 2\sqrt{\frac{8y}{z} \cdot \frac{4z}{y}} - 17 = 12\sqrt{2} - 17$	0.25
	Dấu đẳng thức xảy ra khi $b = (1 + \sqrt{2})a; c = (4 + 3\sqrt{2})a$ Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $12\sqrt{2} - 17$	0.25

ĐỀ 29

Câu 1. (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = -x^4 + 4x^2 - 3$

Câu 2. (1,0 điểm). Cho hàm số: $y = \frac{2x+1}{x-1}$ Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm trên (C) có tung độ bằng 5.

Câu 3. (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$

b) Cho số phức $z = 1 + 3i$. Tìm số nghịch đảo của số phức: $\omega = z^2 + z\bar{z}$

Câu 4. (1,0 điểm) Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 \frac{2x+1}{x+1} dx$.

Câu 5. (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + z + 2 = 0$.

Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua A và có tâm I là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P).

Câu 6: (1,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức $P = 5 \sin a \cdot \sin 2a + \cos 2a$, biết $\cos a = \frac{3}{5}$.

b) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^{20}$, $x \neq 0$.

Câu 7: (1,0 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = a$, I là trung điểm của SC , hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của BC , mặt phẳng (SAB) tạo với đáy 1 góc bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ và tính khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (SAB) theo a .

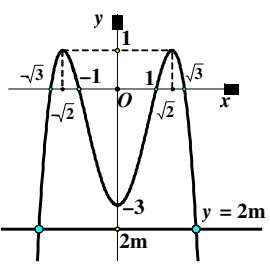
Câu 8: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng chứa hệ trục tọa độ Oxy cho hình thang ABCD vuông tại A và D, đáy lớn là cạnh CD; đường thẳng chứa cạnh AD có phương trình $3x - y = 0$, đường thẳng chứa cạnh BD có phương trình $x - 2y = 0$; góc tạo bởi 2 đường thẳng BC và AB bằng 45° . Biết diện tích hình thang ABCD bằng 24. Viết phương trình đường thẳng BC, biết điểm B có hoành độ dương.

Câu 9: (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{4x^2 + 3} + 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15}$.

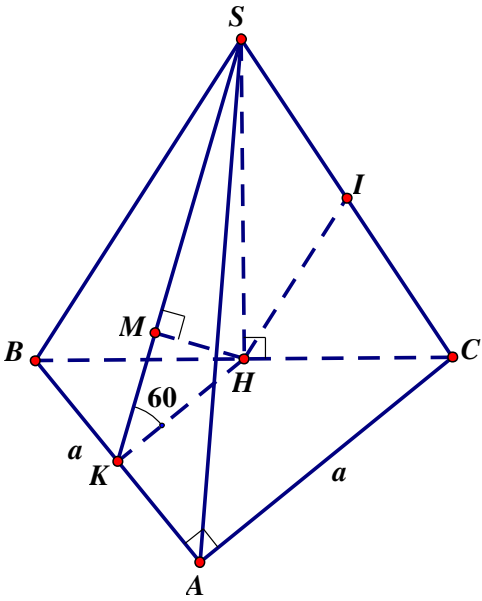
Câu 10: (1,0 điểm) Cho a, b, c là ba số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2 + 1}{4b^2} + \frac{b^2 + 1}{4c^2} + \frac{c^2 + 1}{4a^2} \geq \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a}$$

—HẾT—

Câu	ĐÁP ÁN	Điểm																		
Câu 1																				
	<ul style="list-style-type: none"> • Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ • Giới hạn tại vô cực: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ 	0,25																		
	<ul style="list-style-type: none"> • Đạo hàm: $y' = -4x^3 + 8x$ $y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow 4x(-x^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$	0,25																		
	<ul style="list-style-type: none"> • Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>$-\sqrt{2}$</td> <td>0</td> <td>$\sqrt{2}$</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td>$+ 0 -$</td> <td>$0 + 0 -$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>$\nearrow 1$</td> <td>$\searrow -3$</td> <td>$\nearrow 1$</td> <td>$\searrow -\infty$</td> </tr> </tbody> </table>	x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$	y'		$+ 0 -$	$0 + 0 -$			y	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -3$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$	0,25
x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$															
y'		$+ 0 -$	$0 + 0 -$																	
y	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow -3$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$															
	<ul style="list-style-type: none"> • Giao điểm với trục hoành: cho $y = 0 \Leftrightarrow -x^4 + 4x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$																			
	<ul style="list-style-type: none"> • Giao điểm với trục tung: cho $x = 0 \Rightarrow y = -3$ • Đồ thị hàm số: 	0,25																		

Câu 2	(C): $y = \frac{2x+1}{x-1}$	
	Gọi $(x_0; y_0)$ là tọa độ của tiếp điểm M \Rightarrow Phương trình tiếp tuyến có dạng: $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$	0,25
	Ta có: $y_0 = 5 \Leftrightarrow \frac{2x_0+1}{x_0-1} = 5 \Leftrightarrow 2x_0+1 = 5x_0-5 \Leftrightarrow x_0 = 2$	0,25
	$f'(x_0) = \frac{-3}{(2-1)^2} = -3$	0,25
	Phương trình tiếp tuyến cần tìm: $y - 5 = -3(x - 2) \Leftrightarrow y = -3x + 11$	0,25
Câu 3	a) Giải phương trình: $\log_2(x^2 - 3) - \log_2(6x - 10) + 1 = 0$ (1)	
	ĐK: $\begin{cases} x^2 - 3 > 0 \\ 6x - 10 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \sqrt{3}$	
	PT (1) $\Leftrightarrow \log_2(x^2 - 3) + 1 = \log_2(6x - 10)$	0,25
	$\Leftrightarrow \log_2 2(x^2 - 3) = \log_2(6x - 10) \Leftrightarrow 2(x^2 - 3) = 6x - 10$	
	$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(L) \\ x = 2(n) \end{cases}$. Vậy PT có nghiệm duy nhất $x = 2$	0,25
	b) Cho số phức $z = 1 + 3i$. Tìm số nghịch đảo của số phức: $\omega = z^2 + z\bar{z}$	
	Với $z = 1 + 3i$, ta có: $\omega = z^2 + z\bar{z} = (1 + 3i)^2 + (1 + 3i)(1 - 3i) = 1 + 6i + 9i^2 + 1^2 - 9i^2 = 2 + 6i$	0,25
	$\frac{1}{\omega} = \frac{1}{2 + 6i} = \frac{2 - 6i}{(2 + 6i)(2 - 6i)} = \frac{2 - 6i}{2^2 - 36i^2} = \frac{2 - 6i}{40} = \frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$	0,25
Câu 4	Tính tích phân sau: $I = \int_0^1 \frac{2x+1}{x+1} dx$.	
	$I = \int_0^1 \frac{2x+1}{x+1} dx = \int_0^1 \left(2 - \frac{1}{x+1} \right) dx$	0,25
	$I = \int_0^1 2dx - \int_0^1 \frac{dx}{x+1}$	0,25
	$I = (2x - \ln(x+1)) \Big _1^0$	0,25
	$I = 2 - \ln 2$	0,25
Câu 5	Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và mặt phẳng (P): $x - 2y + z + 2 = 0$. Lập phương trình mặt cầu (S) đi qua A và có tâm I là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P).	
	(P) có VTPT $\vec{n} = (1; -2; 1)$, d đi qua A và vuông góc với (P) có VTCP $\vec{u} = \vec{n} = (1; -2; 1)$	0,25

	Phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = t \end{cases}, I \in d \Rightarrow I(2+t; -1-2t; t)$	0,25
	$I \in (P) \Rightarrow 2+t-2(-1-2t)+t+2=0 \Leftrightarrow t=-1$. Nên $I(1; -1)$	0,25
	Mặt cầu (S) có $R = IA = \sqrt{6}$ có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 6$	0,25
Câu 6	a) Tính giá trị biểu thức $P = 5 \sin a \cdot \sin 2a + \cos 2a$, biết $\cos a = \frac{3}{5}$.	
	Ta có: $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = -\frac{7}{25}, \sin^2 a = 1 - \cos^2 a = \frac{16}{25}$	0,25
	Vậy $P = 5 \sin a \cdot \sin 2a + \cos 2a = 10 \sin^2 a \cdot \cos a + \cos 2a = \frac{89}{25}$	0,25
	b) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $P(x) = \left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^{20}, x \neq 0$.	
	Ta có: $P(x) = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot (2x)^{20-k} \cdot \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{20} C_{20}^k \cdot (-1)^k \cdot 2^{20-k} \cdot x^{20-3k}$	0,25
	Ta phải có: $20 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 5$. Vậy số hạng chứa x^5 là: $-C_{20}^5 \cdot 2^{15} \cdot x^5$	0,25
Câu 7		
		
	Gọi K là trung điểm của AB $\Rightarrow HK \perp AB$ (1) Vì $SH \perp (ABC)$ nên $SH \perp AB$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\Rightarrow AB \perp SK$ Do đó góc giữa (SAB) với đáy bằng góc giữa SK và HK và bằng $\widehat{SKH} = 60^\circ$	0.25
	Ta có $SH = HK \tan \widehat{SKH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$	
	Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot SH = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$	0.25
	Vì $IH // SB$ nên $IH // (SAB)$. Do đó $d(I, (SAB)) = d(H, (SAB))$	

	Từ H kẻ $HM \perp SK$ tại M $\Rightarrow HM \perp (SAB) \Rightarrow d(H, (SAB)) = HM$	0.25
	Ta có: $\frac{1}{HM^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{16}{3a^2} \Rightarrow HM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$	0.25
Câu 8		
	*Tọa độ điểm D là nghiệm hệ: $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(0; 0)$ $AD: 3x - y = 0$ có vtpt $\vec{n}_1(3; -1)$; $BD: x - 2y = 0$ có vtpt $\vec{n}_2(1; -2)$	0.25
	$\cos(AD, BD) = \cos \widehat{ADB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{ADB} = 45^\circ \Rightarrow AD = AB$	0.25
	Vì $(\widehat{BC}, \widehat{AB}) = 45^\circ$ nên $\widehat{BCD} = 45^\circ \Rightarrow \Delta BCD$ vuông cân tại B $\Rightarrow DC = 2AB$	
	*Ta có: $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AB + CD)AD = \frac{3AB^2}{2} = 24 \Rightarrow AB = 4 \Rightarrow BD = 4\sqrt{2}$	0.25
	$B \in BD: x - 2y = 0 \Rightarrow B(b; \frac{b}{2}), (b > 0)$.	
	$BD = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{4}} = 4\sqrt{2} \Rightarrow b = \frac{8\sqrt{10}}{5} \Rightarrow B\left(\frac{8\sqrt{10}}{5}; \frac{4\sqrt{10}}{5}\right)$	0.25
	*Đường thẳng $BC \perp BD$ và đi qua B $\Rightarrow BC: 2x + y - 4\sqrt{10} = 0$	
Câu 9	$\sqrt{4x^2 + 3} + 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15} \quad (1)$	
	Đk: $x \in \mathbb{R}$	
	BPT(1) $\Leftrightarrow \sqrt{4x^2 + 3} - 2 + 6x - 3 + 4 - \sqrt{4x^2 + 15} \geq 0$ $\Leftrightarrow \frac{4x^2 - 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3(2x - 1) + \frac{1 - 4x^2}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} \geq 0$ $\Leftrightarrow (2x - 1) \left(\frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3 - \frac{2x + 1}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} \right) \geq 0 \quad (2)$	0.25
	Ta có: $\sqrt{4x^2 + 3} + 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15}$ $\Rightarrow 6x - 1 \geq \sqrt{4x^2 + 15} - \sqrt{4x^2 + 3} > 0$ $\Rightarrow x > \frac{1}{6} \Rightarrow 2x + 1 > 0$	0.25
	Vì $\sqrt{4x^2 + 3} + 2 < 4 + \sqrt{4x^2 + 15}$ nên $\frac{2x + 1}{\sqrt{4x^2 + 3} + 2} + 3 - \frac{2x + 1}{4 + \sqrt{4x^2 + 15}} > 0$	0.25
	BPT(2) $\Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$	0.25

	Vậy BPT(1) có nghiệm là: $x > \frac{1}{2}$	
Câu 10		
	Ta có: $VT = \left(\frac{a^2}{4b^2} + \frac{1}{4b^2} \right) + \left(\frac{b^2}{4c^2} + \frac{1}{4c^2} \right) + \left(\frac{c^2}{4a^2} + \frac{1}{4a^2} \right)$ $\geq \frac{a}{2b^2} + \frac{b}{2c^2} + \frac{c}{2a^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} \right)$	0.25
	Mặt khác: $\frac{a}{b^2} + \frac{1}{a} \geq \frac{2}{b}$; $\frac{b}{c^2} + \frac{1}{b} \geq \frac{2}{c}$; $\frac{c}{a^2} + \frac{1}{c} \geq \frac{2}{a}$ Cộng theo về các BĐT trên ta được: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{c^2} + \frac{c}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$	0.25
	Suy ra: $VT \geq \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) + \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \right) \right]$ $\geq \frac{1}{4} \left[\frac{4}{a+b} + \frac{4}{b+c} + \frac{4}{c+a} \right] = \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = VP$	0.25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$	0.25

ĐỀ 30

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+4$ trên đoạn $[-2;1]$.

Câu 3 (1,0 điểm) a) Giải phương trình: $\log_2^2 x + \log_5 x - 2 = 0$.

b) Tính mô đun của số phức z biết $z = \frac{-1+2i}{1+i} + \frac{3+i}{2}$

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân sau : $I = \int_1^e x^3 \ln x dx$

Câu 5 (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu

(S): $x^2 + y^2 + z^2 - x - 2y + 4z - \frac{15}{4} = 0$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 13 = 0$. Tìm tâm và bán kính

của mặt cầu (S). Viết phương trình mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) đồng thời tiếp xúc với mặt cầu (S).

Câu 6 (1,0 điểm) a) Giải phương trình: $\sin 2x + 4\cos(\pi - x) = 0$.

b) Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, tìm xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số bạn nam nhiều hơn số bạn nữ.

Câu 7. (1,0 điểm) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách từ đường thẳng BC đến $mp(AB'C')$ theo a .

Câu 8. (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình vuông $ABCD$ có $A(-1; 2)$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AD và DC ; K là giao điểm của BN và CM . Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK , biết BN có phương trình: $2x + y - 8 = 0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 2.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải bất phương trình: $\sqrt{x} \geq \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^3 - 2x^2 + 2x}$ ($x \in \mathbb{R}$)

Câu 10. (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{bc}{\sqrt{3a + bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b + ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c + ab}}$$

Hết

CÂU	ĐÁP ÁN	ĐIỂM																	
Câu 1 (1,0 điểm)	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 4$.																		
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ $y' = 4x^3 - 4x$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm 1$	0,25																	
	Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0); (1; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1); (0; 1)$ Điểm cực đại $(0; 4)$. Điểm cực tiểu $(-1; 3), (1; 3)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = +\infty$	0,25																	
	Bảng biến thiên <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$+\infty$</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'	$-$	0	$+$	0	$+$	y	$+\infty$	3	4	3	$+\infty$
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$														
y'	$-$	0	$+$	0	$+$														
y	$+\infty$	3	4	3	$+\infty$														
Đồ thị		0,25																	

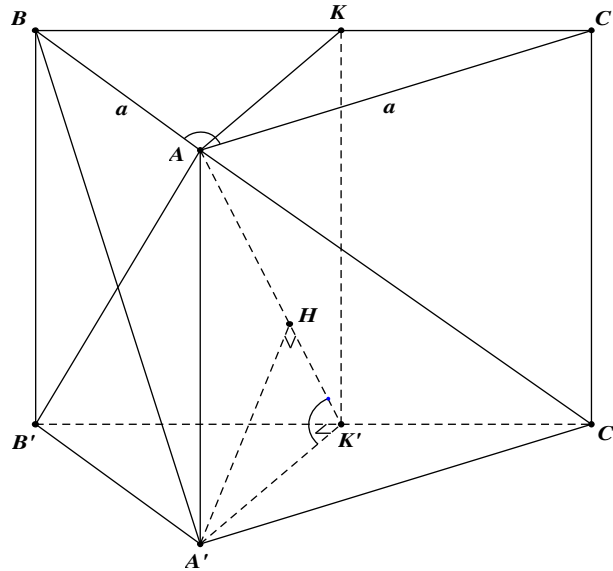
Sưu tầm và trình bày:

<https://www.facebook.com/www.vcu.wjwvn/>

G - NAM

Câu 2 (1,0 điểm)	$f'(x) = 3x^2 - 6x$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in (-2; 1) \\ x = 2 \notin (-2; 1) \end{cases}$	0,25
	$f(-2) = -16; f(0) = 4; f(1) = 2$	0,25
	$\max_{[-2;1]} f(x) = 4 = f(0); \min_{[-2;1]} f(x) = -16 = f(-2)$	0,25
Câu 3 (1,0 điểm)	a/ Giải phương trình: $\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0$	
	Điều kiện : $x > 0$	
	$\log_5^2 x + \log_5 x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_5 x = 1 \\ \log_5 x = -2 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{1}{25} \end{cases}$	0,25
	Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x=5, x=1/25$	
	b) Tính mô đun của số phức z biết $z = \frac{-1+2i}{1+i} + \frac{3+i}{2}$	
$z = \frac{-1+2i}{1+i} + \frac{3+i}{2} = \frac{(-1+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + \frac{3+i}{2} = 1-i$	0,25	
$ z = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$	0,25	
Câu 4 (1,0 điểm)	Tính tích phân sau : $I = \int_1^e x^3 \ln x dx$	
	Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} dx \\ v = \frac{x^4}{4} \end{cases}$	0,25
	$I = \frac{1}{4} x^4 \ln x \Big _1^e - \int_1^e \frac{1}{4} x^4 \cdot \frac{1}{x} dx$	0,25
	$I = \frac{e^4}{4} - \frac{1}{16} x^4 \Big _1^e$	0,25

	$= \frac{3e^4 + 1}{16}$	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Mặt cầu có tâm I(1/2;1;-2) và bán kính R=3	0,25
	(Q)//(P) nên (Q) có phương trình dạng : $2x-y+2z+D=0$, $D \neq 13$	0,25
	(Q) tiếp xúc với (S) nên $d(I, (Q)) = R \Leftrightarrow \frac{ -4+D }{\sqrt{9}} = 3$	0,25
	$\Leftrightarrow D-4 =9 \Leftrightarrow \begin{cases} D=13 \\ D=-5 \end{cases}$ Do $D \neq 13$ nên chỉ nhận $D=-5$. Vậy (Q): $2x-y+2z-5=0$	0,25
Câu 6 (1,0 điểm)	a/ Giải phương trình: $\sin 2x + 4\cos(\pi - x) = 0$.	
	$\sin 2x + 4\cos(\pi - x) = 0 \Leftrightarrow 2\sin x \cdot \cos x - 4\cos x = 0$ $\Leftrightarrow 2\cos x \cdot (\sin x - 2) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
	b/ Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, tìm xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số bạn nam nhiều hơn số bạn nữ.	
	Số cách chọn 5 bạn bất kì: $C_{12}^5 = 729$. Để chọn 5 bạn thỏa yêu cầu bài toán, ta có hai khả năng sau: – TH1: chọn 4 bạn nam và 1 bạn nữ, có: $C_5^4 \cdot C_7^1 = 35$ cách chọn	0,25
– TH2: Chọn 3 bạn nam và 2 bạn nữ, có: $C_5^3 \cdot C_7^2 = 210$ cách chọn Vậy xác suất cần tìm là $P = \frac{35 + 210}{729} = \frac{245}{729}$	0,25	
Câu 7 (1,0 điểm)	Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác cân, $AB = AC = a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Mặt phẳng (AB'C') tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích của khối lăng trụ ABC.A'B'C' và khoảng cách từ đường thẳng BC đến mp(AB'C') theo a.	



Kẻ $A'K' \perp B'C'$. $B'C' \perp AA' \Rightarrow AK' \perp B'C'$

\Rightarrow góc giữa $(AB'C')$ và đáy là góc $\widehat{AKA'} = 60^\circ$.

$$A'K' = a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}a \Rightarrow AA' = A'K' \cdot \tan 60^\circ = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

0,25

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$:

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{3 \cdot a^3}{8}$$

0,25

Do $BC \parallel (AB'C')$ nên $d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C'))$

$(AA'K') \perp (AB'C')$. Trong mp $(AA'K')$ dựng $A'H \perp AK'$

$\Rightarrow A'H \perp (AB'C')$

$\Rightarrow d(BC, (AB'C')) = d(B, (AB'C')) = d(K, (AB'C'))$

$= d(A', (AB'C')) = A'H$

0,25

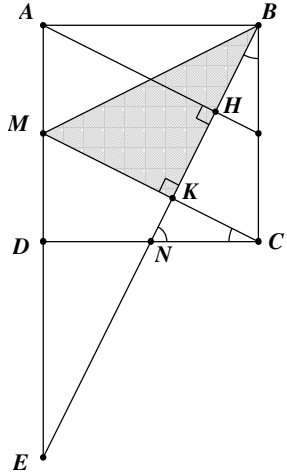
Trong $\Delta AA'K'$ vuông tại A' ta có:

$$\frac{1}{A'H^2} = \frac{1}{A'K'^2} + \frac{1}{A'A^2} \Rightarrow A'H = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

0,25

Câu 8
(1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho hình vuông ABCD có $A(-1; 2)$. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AD và DC; K là giao điểm của BN và CM. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK, biết BN có phương trình: $2x + y - 8 = 0$ và điểm B có hoành độ lớn hơn 2.

		
	<p>Gọi E là giao điểm của BN và AD \Rightarrow D là trung điểm của AE</p> <p>Kẻ AH \perp BN tại H \Rightarrow AH = d(A, BN) = $\frac{8}{\sqrt{5}}$</p> <p>Trong tam giác vuông ABE: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AE^2} = \frac{5}{4AB^2}$</p> <p>$\Rightarrow$ AB = 4</p>	0,25
	<p>B \in BN \Rightarrow B(b ; 8 - 2b), với b > 2</p> <p>Mà AB = 4 \Rightarrow B(3 ; 2)</p>	0,25
	<p>Phương trình của AE : x + 1 = 0</p> <p>\Rightarrow E(-1 ; 10) \Rightarrow D(-1 ; 6) \Rightarrow M(-1 ; 4)</p>	0,25
	<p>Gọi I là tâm của đường tròn ngoại tiếp ΔBKM \Rightarrow I là trung điểm của đoạn thẳng BM \Rightarrow I(1 ; 3)</p> <p>Bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔBKM là R = $\frac{1}{2}$BM = $\sqrt{5}$</p> <p>Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác BMK là $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 5$</p>	0,25
<p>Câu 9 (1,0 điểm)</p>	<p>Giải bất phương trình: $\sqrt{x} \geq \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^3 - 2x^2 + 2x} \quad (x \in \mathbb{R})$</p> <p>Điều kiện: x > 0, BPT tương đương:</p> $\sqrt{x} \geq \frac{(x+1)(x-1)^3}{x[(x-1)^2 + 1]} \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x})^3}{x+1} \geq \frac{(x-1)^3}{(x-1)^2 + 1} \quad (1)$ <p>Xét hàm số f(t) = $\frac{t^3}{t^2 + 1}$ trên R</p> $f'(t) = \frac{t^4 + 3t^2}{(t^2 + 1)^2} \geq 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}$ <p>f(t) liên tục trên R nên f(t) đồng biến trên R</p> <p>(1) có dạng: f(\sqrt{x}) \geq f(x - 1) \Leftrightarrow $\sqrt{x} \geq x - 1 \Leftrightarrow 0 < x \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>

Câu 10 (1,0 điểm)	Cho a, b, c là các số dương và $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} + \frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} + \frac{ab}{\sqrt{3c+ab}}$	
	Vì $a + b + c = 3$ ta có $\frac{bc}{\sqrt{3a+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{a(a+b+c)+bc}} = \frac{bc}{\sqrt{(a+b)(a+c)}} \leq \frac{bc}{2} \left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \right)$ Vì theo BĐT Cô-Si: $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{2}{\sqrt{(a+b)(a+c)}}$ dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow b = c$	0,25
	Tương tự $\frac{ca}{\sqrt{3b+ca}} \leq \frac{ca}{2} \left(\frac{1}{b+a} + \frac{1}{b+c} \right)$ và $\frac{ab}{\sqrt{3c+ab}} \leq \frac{ab}{2} \left(\frac{1}{c+a} + \frac{1}{c+b} \right)$	0,25
	Suy ra $P \leq \frac{bc+ca}{2(a+b)} + \frac{ab+bc}{2(c+a)} + \frac{ab+ca}{2(b+c)} = \frac{a+b+c}{2} = \frac{3}{2}$,	0,25
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b = c = 1$. Vậy $\max P = \frac{3}{2}$ khi $a = b = c = 1$.	0,25