

KIỂM TRA HỌC KÌ I

TỐÁN 10

Năm học 2022 - 2023

10 ĐỀ ÔN TẬP



10 đề tự luận



100 câu trắc nghiệm

Hoàng Xuân Nhàn

MỤC LỤC

Đề số 01:	01
Hướng dẫn giải Đề số 01:	02
Đề số 02:	07
Hướng dẫn giải Đề số 02:	08
Đề số 03:	12
Hướng dẫn giải Đề số 03:	13
Đề số 04:	17
Hướng dẫn giải Đề số 04:	18
Đề số 05:	22
Hướng dẫn giải Đề số 05:	23
Đề số 06:	28
Hướng dẫn giải Đề số 06:	29
Đề số 07:	33
Hướng dẫn giải Đề số 07:	34
Đề số 08:	38
Hướng dẫn giải Đề số 08:	39
Đề số 09:	42
Hướng dẫn giải Đề số 09:	43
Đề số 10:	47
Hướng dẫn giải Đề số 10:	48
100 Câu trắc nghiệm Toán 10 ôn tập học kì 1:	52
Hướng dẫn giải 100 câu trắc nghiệm toán 10:	65

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 01

Time: 90 phút

Câu 1. Cho đoạn $A = [-5; 1]$, $B = (-3; 2)$. Tìm $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $C_{\mathbb{R}} A$, $C_{\mathbb{R}} (A \cup B)$.

Câu 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x+1}$;

b) $y = \frac{3|x-1|+1}{(x+2)\sqrt{x}}$.

Câu 3. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

a) $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có đỉnh là $I(-2; -1)$.

b) $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(0; 5)$ và có đỉnh $I(3; -4)$.

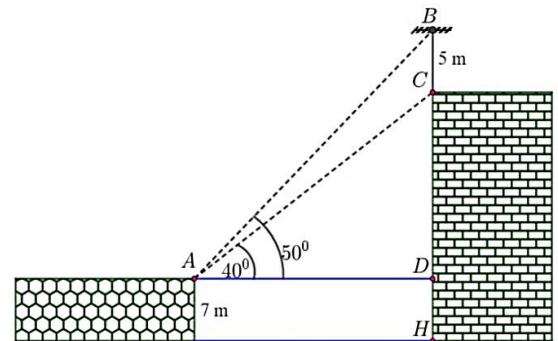
Câu 4. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau:
$$\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$$

Câu 5.

a) Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Tính $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ và $\cot \alpha$.

b) Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$.

Câu 6. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà đó.



Câu 7. Cho tam giác ABC. Xác định các vector:

a) $\vec{u} = 4\vec{AB} - 4\vec{AC}$;

b) $\vec{v} = 2\vec{AB} + 4\vec{AC} - \vec{BC}$.

Câu 8. Cho năm điểm O, A, B, C, D. Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng biết rằng:

a) $\vec{OA} + 2\vec{OB} - 3\vec{OC} = \vec{0}$;

b) $2\vec{OA} + 4\vec{BD} - \vec{OC} + \vec{DO} - 3\vec{AD} = \vec{0}$.

Câu 9. Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao theo thang điểm 100 như sau: 0; 0; 63; 65; 69; 70; 72; 78; 81; 85; 89.

a) Tìm điểm số trung bình của nhóm 11 học sinh này.

b) Tìm trung vị và một của mẫu số liệu đã cho.

Câu 10. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

• Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.

• Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 01

Câu 1. Cho đoạn $A = [-5; 1]$, $B = (-3; 2)$. Tìm $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $C_{\mathbb{R}} A$, $C_{\mathbb{R}} (A \cup B)$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $A \cup B = [-5; 2)$, $A \cap B = (-3; 1]$, $A \setminus B = [-5; -3]$.

$C_{\mathbb{R}} A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$, $C_{\mathbb{R}} (A \cup B) = \mathbb{R} \setminus (A \cup B) = (-\infty; -5) \cup [2; +\infty)$.

Câu 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x+1}$; b) $y = \frac{3|x-1|+1}{(x+2)\sqrt{x}}$.

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$.

Tập xác định hàm số: $D = [-1; +\infty)$.

d) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+2 \neq 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$.

Tập xác định hàm số: $D = (0; +\infty)$.

Câu 3. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

a) (P): $y = ax^2 - 4x + c$ có đỉnh là $I(-2; -1)$.

b) (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $A(0; 5)$ và có đỉnh $I(3; -4)$.

Hướng dẫn giải:

a) (P) có đỉnh $I(-2; -1)$ nên $\begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2a} = -2 \\ y_I = a(-2)^2 - 4(-2) + c = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = -5 \end{cases}$.

Vậy hàm số bậc hai được xác định là $y = -x^2 - 4x - 5$.

b) (P) qua $A(0; 5)$ nên $c = 5$; hoành độ đỉnh $x_I = -\frac{b}{2a} = 3 \Rightarrow 6a + b = 0$ (1).

Mặt khác điểm $I(3; -4)$ thuộc (P) nên $-4 = a.3^2 + b.3 + c \xrightarrow{c=5} 9a + 3b = -9 \Rightarrow 3a + b = -3$ (2).

Giải hệ phương trình (1), (2) ta có: $a = 1, b = -6$. Vậy hàm số được xác định:
 $y = x^2 - 6x + 5$.

Câu 4. Biểu diễn miền nghiệm của mỗi hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ 5x - y \geq -4 \\ x + 2y \leq 5 \end{cases}$

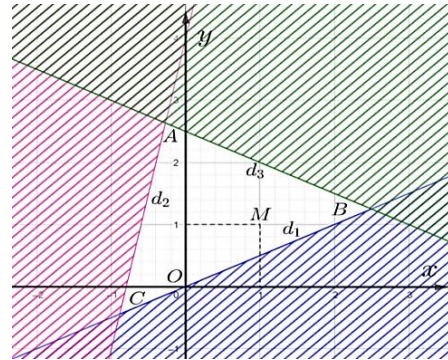
Hướng dẫn giải:

Vẽ các đường thẳng $d_1: x - 2y = 0$, $d_2: 5x - y = -4$, $d_3: x + 2y = 5$. Ta thấy $M(1;1)$ thỏa mãn miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x=1$, $y=1$ vào hệ,

$$\text{ta có: } \begin{cases} 1 - 2 \cdot 1 \leq 0 \\ 5 \cdot 1 - 1 \geq -4 \text{ (đúng).} \\ 1 + 2 \cdot 1 \leq 5 \end{cases}$$

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình (nửa mặt phẳng có bờ là các đường d_1 , d_2 , d_3 và không chứa điểm M). Khi đó, miền nghiệm của bất phương trình chính là miền

của tam giác ABC (kể cả ba cạnh của nó), trong đó $A\left(-\frac{3}{11}; \frac{29}{11}\right)$, $B\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{4}\right)$, $C\left(-\frac{8}{9}; -\frac{4}{9}\right)$.



Câu 5.

a) Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ và $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Tính $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$.

b) Cho $\tan \alpha = \sqrt{2}$. Tính $C = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3\cos^3 \alpha + 2\sin \alpha}$.

Hướng dẫn giải:

a) Vì $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$ nên $\sin \alpha > 0$.

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

$$\text{mà } \sin \alpha > 0, \text{ nên } \sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}; \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}.$$

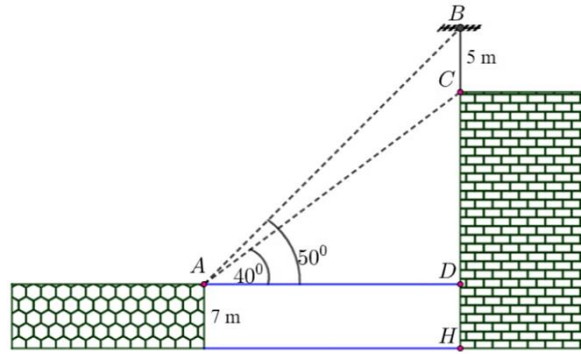
b) Do $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sqrt{2} \Rightarrow \cos \alpha \neq 0$.

Chia cả tử và mẫu của T cho $\cos^3 \alpha$, ta có:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3\cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2\sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha}} \\ &= \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } C = \frac{\sqrt{2}(2+1) - (2+1)}{2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}(2+1)} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}.$$

Câu 6. Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao 5 m. Từ vị trí quan sát A cao 7 m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà đó.



Hướng dẫn giải:

Xét tam giác ABC có $A = 50^\circ - 40^\circ = 10^\circ$, $B = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

Áp dụng định lý Sin cho tam giác ABC ta có;

$$AC = b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{5 \sin 40^\circ}{\sin 10^\circ} \approx 18,5 \text{ m.}$$

Xét tam giác ACD vuông tại D: $\sin 40^\circ = \frac{CD}{AC} \Rightarrow CD = AC \cdot \sin 40^\circ \approx 11,89 \text{ m.}$

Suy ra: $CH = CD + DH \approx 18,89 \text{ m.}$ Vậy chiều cao tòa nhà xấp xỉ 18,89 m.

Câu 7. Cho tam giác ABC. Xác định các vector:

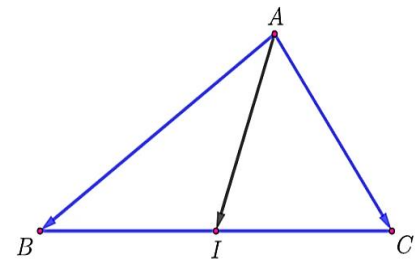
a) $\vec{u} = 4\vec{AB} - 4\vec{AC}$;

b) $\vec{v} = 2\vec{AB} + 4\vec{AC} - \vec{BC}$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $\vec{u} = 4\vec{AB} - 4\vec{AC} = 4(\vec{AB} - \vec{AC}) = 4\vec{CB}$.

b) Ta có: $\vec{v} = 2\vec{AB} + 4\vec{AC} - \vec{BC}$
 $= 2\vec{AB} + 3\vec{AC} + (\vec{AC} - \vec{BC})$
 $= 2\vec{AB} + 3\vec{AC} + \vec{AB} = 3(\vec{AB} + \vec{AC})$
 $= 3.2\vec{AI} = 6\vec{AI}$ (với I là trung điểm đoạn BC).



Câu 8. Cho năm điểm O, A, B, C, D. Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng biết rằng:

a) $\vec{OA} + 2\vec{OB} - 3\vec{OC} = \vec{0}$;

b) $2\vec{OA} + 4\vec{BD} - \vec{OC} + \vec{DO} - 3\vec{AD} = \vec{0}$.

Định hướng:

a) Biến đổi hệ thức và khử (làm mất) điểm O để hệ thức sau cùng chỉ còn chứa ba điểm A, B, C.

b) Biến đổi và khử (làm mất) hai điểm O, D để hệ thức sau cùng chỉ còn chứa ba điểm A, B, C .

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có: } \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{OC} &= \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{OA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}. \end{aligned}$$

Vậy hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương nên ba điểm A, B, C thẳng hàng. $\square$

$$\begin{aligned} \text{b) Ta có: } 2\overrightarrow{OA} + 4\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{DO} - 3\overrightarrow{AD} &= \vec{0} \\ &\Leftrightarrow (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD}) + 4\overrightarrow{BD} - 3\overrightarrow{AD} = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DA} + 4\overrightarrow{BD} - 3\overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} + 3(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AD}) = \vec{0} \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} + 3\overrightarrow{BA} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}. \end{aligned}$$

Vậy hai vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương nên ba điểm A, B, C thẳng hàng. $\square$

Câu 9. Một nhóm 11 học sinh tham gia một kì thi. Số điểm thi của 11 học sinh đó được sắp xếp từ thấp đến cao theo thang điểm 100 như sau: 0; 0; 63; 65; 69; 70; 72; 78; 81; 85; 89.

- Tìm điểm số trung bình của nhóm 11 học sinh này.
- Tìm trung vị và một của mẫu số liệu đã cho.

Hướng dẫn giải:

- Điểm trung bình là: $\bar{x} = \frac{0+0+63+\dots+85+89}{11} = \frac{672}{11} \approx 61,09$.
- Vì $n=11$ (lẻ) nên trung vị là số chính giữa của mẫu số liệu này (vị trí thứ 6). Vậy trung vị là 70. Vì giá trị 0 xuất hiện 2 lần (nhiều nhất) trong mẫu số liệu nên 0 là một của mẫu số liệu này.

Câu 10. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm là sản phẩm loại I và sản phẩm loại II:

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, thu lời được 40 nghìn.
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, thu lời được 30 nghìn.

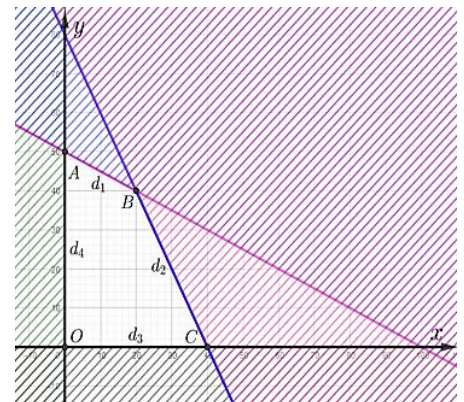
Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc tối đa. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

Hướng dẫn giải:

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II mà xưởng sản xuất được.

Tổng nguyên liệu được dùng là $2x + 4y$ (kg); tổng thời gian sản xuất là $30x + 15y$ (giờ); $x, y \geq 0$.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình: } \begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \leq 100 \\ 2x + y \leq 80 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$



Về trên cùng hệ trục các đường thẳng $d_1: x + 2y = 100$, $d_2: 2x + y = 80$, $d_3: y = 0$, $d_4: x = 0$.

Ta có điểm $M(1;1)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay tọa độ điểm này vào hệ:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1+2.1 \leq 100 \\ 2.1+1 \leq 80 \\ 1 \geq 0 \\ 1 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{đúng}).$$

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4 và không chứa điểm M). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của tứ giác $OABC$ (kể cả các cạnh của tứ giác đó) với $O(0;0), A(0;50), B(20;40), C(40;0)$.

Lãi thu về từ việc sản xuất hai sản phẩm: $F(x; y) = 40x + 30y$ (nghìn đồng).

Tại $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 0$; tại $A(0;50)$, ta có $F(0; 50) = 1500$; tại $B(20;40)$, ta có $F(20; 40) = 2000$; tại $C(40;0)$, ta có $F(40; 0) = 1600$.

Vậy lãi suất cao nhất thu được bằng 2 000 000 đồng, khi đó $x = 20, y = 40$ (tức là xưởng cần sản xuất ra 20 sản phẩm loại I và 40 sản phẩm loại II).

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 2

Time: 90 phút

Câu 1. Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 3 < n^2 < 30\}$.

Câu 2. Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Tìm m để $A \subset C_{\mathbb{R}} B$.

Câu 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}$; b) $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$;

Câu 4. Xét sự biến thiên của các hàm số sau trên khoảng $(1; +\infty)$:

a) $f(x) = \frac{3}{x-1}$; b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

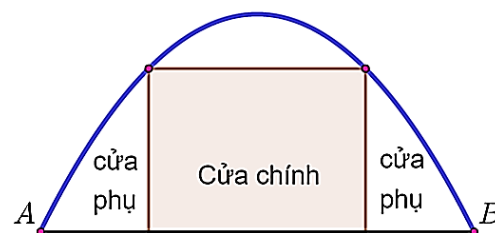
Câu 5. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6; y \leq 6 \end{cases}$$

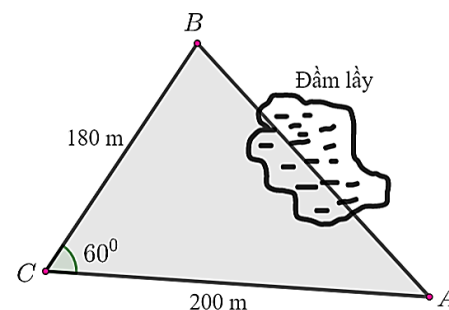
Câu 6. Lập bảng biến thiên và cho biến sự đồng biến, nghịch biến của hàm số. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của hàm số trên tập xác định của nó.

a) $y = -x^2 + 2x - 5$; b) $y = -x^2 + 3$;

Câu 7. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4 m, cửa chính (ở giữa parabol) cao 3 m và rộng 4 m. Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol ấy (đoạn AB trên hình vẽ).



Câu 8. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° . Biết $CA = 200$ m, $CB = 180$ m. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?



Câu 9. Cho hình bình hành ABCD có tâm O, M là một điểm bất kỳ. Chứng minh rằng:

a) $\vec{AB} + 5\vec{AC} + \vec{AD} = 6\vec{AC}$;
b) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = 4\vec{MO}$.

Câu 10. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý, G là trọng tâm tam giác ABC. Điểm N thỏa mãn $\vec{MN} = 4\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}$. Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn qua một điểm cố định.

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 02

Câu 1. Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$; b) $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid 3 < x^2 < 30\}$.

Hướng dẫn giải:

a) $A = \left\{-\frac{1}{2}; 0; 2\right\}$ vì $(2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - x^2 = 0 \\ 2x^2 - 3x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$.

b) $B = \{2; 3; 4; 5\}$.

Câu 2. Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Tìm m để $A \subset_{\mathbb{R}} B$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; 3m - 1) \cup (3m + 3; +\infty)$. Vì vậy: $A \subset_{\mathbb{R}} B \Leftrightarrow m \leq 3m - 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$.

Câu 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = 2\sqrt{3 - x} + \sqrt{x + 1}$;

b) $y = \frac{x - 1}{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}$;

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 3 - x \geq 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 3$.

Tập xác định hàm số: $D = [-1; 3]$.

b) Hàm số xác định khi và chỉ khi $x^2 - 2x + 3 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + 2 > 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$. Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R}$.

Câu 4. Xét sự biến thiên của các hàm số sau trên khoảng $(1; +\infty)$:

a) $f(x) = \frac{3}{x - 1}$;

b) $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

a) Xét $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$.

Khi đó: $f(x_1) - f(x_2) = \frac{3}{x_1 - 1} - \frac{3}{x_2 - 1} = \frac{3(x_2 - 1) - 3(x_1 - 1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} = \frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)}$.

Vì $x_1 < x_2 \Rightarrow 3(x_2 - x_1) > 0$; $x_1, x_2 \in (1; +\infty) \Rightarrow (x_1 - 1)(x_2 - 1) > 0$.

Suy ra $\frac{3(x_2 - x_1)}{(x_1 - 1)(x_2 - 1)} > 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) Xét $x_1, x_2 \in (1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$. Khi đó: $f(x_1) - f(x_2) = x_1 + \frac{1}{x_1} - \left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right) = (x_1 - x_2) + \frac{x_2 - x_1}{x_1 x_2}$

$$= (x_1 - x_2) \left(1 - \frac{1}{x_1 x_2}\right) = (x_1 - x_2) \left(\frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2}\right).$$

Vì $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$; $x_1, x_2 \in (1; +\infty) \Rightarrow \frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2} > 0$.

Suy ra $(x_1 - x_2) \left(\frac{x_1 x_2 - 1}{x_1 x_2}\right) < 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) < 0 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 5. Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau:

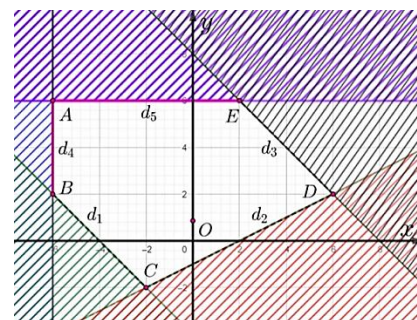
$$\begin{cases} -x - y < 4 \\ -x + 2y > -2 \\ x + y < 8 \\ x \geq -6; y \leq 6 \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải:

Vẽ các đường thẳng $d_1: -x - y = 4$, $d_2: -x + 2y = -2$, $d_3: x + y = 8$, $d_4: x = -6$, $d_5: y = 6$.

Ta có điểm $O(0; 0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình vì khi thay $x = 0, y = 0$ vào hệ, ta được: $0 < 4, 0 > -2, 0 < 8, 0 \geq -6, 0 \leq 6$ (đúng).

Gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm của mỗi bất phương trình trong hệ (nửa mặt phẳng có bờ là các đường thẳng d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 và không chứa điểm O). Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình chính là miền của ngũ giác $ABCDE$ (không kể các cạnh BC, CD, DE) với $A(-6; 6), B(-6; 2), C(-2; -2), D(6; 2), E(2; 6)$.



Câu 6. Lập bảng biến thiên và cho biết sự đồng biến, nghịch biến của hàm số. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của hàm số trên tập xác định của nó.

a) $y = -x^2 + 2x - 5$;

b) $y = -x^2 + 3$;

Hướng dẫn giải:

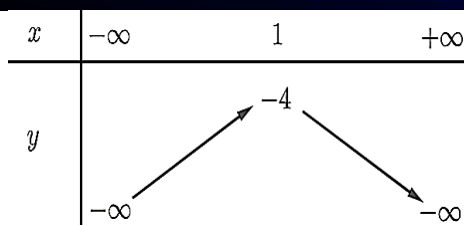
a) $y = -x^2 + 2x - 5$; ($a = -1, b = 2, c = -5$).

Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = 1, y_I = -1^2 + 2 \cdot 1 - 5 = -4$ hay $I(1; -4)$.

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

Bảng biến thiên:

Kết luận:



• Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

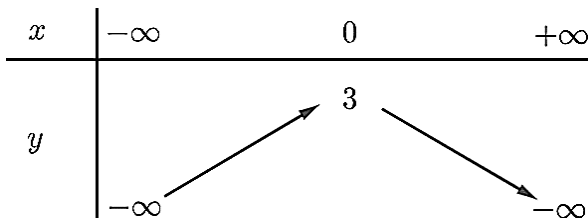
• Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = -4$, khi đó $x = 1$.
(Hàm số không có giá trị nhỏ nhất).

b) $y = -x^2 + 3$; ($a = -1, b = 0, c = 3$).

b) Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = 0, y_I = -0^2 + 3 = 3$ hay $I(0; 3)$.

Định hướng cho bảng biến thiên: Do $a = -1 < 0$ nên bề lõm parabol hướng xuống.

Bảng biến thiên:

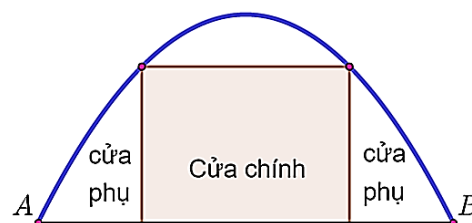


Kết luận:

• Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

• Giá trị lớn nhất của hàm số là $y_{\max} = 3$, khi đó $x = 0$. (Hàm số không có giá trị nhỏ nhất).

Câu 7. Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4 m, cửa chính (ở giữa parabol) cao 3 m và rộng 4 m. Tính khoảng cách giữa hai chân cổng parabol ấy (đoạn AB trên hình vẽ).



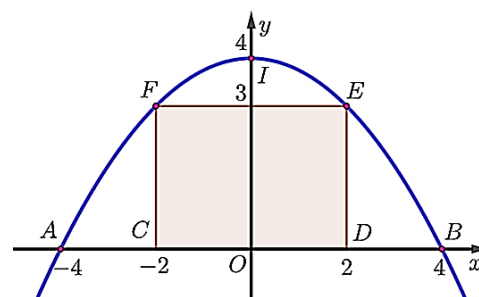
Hướng dẫn giải:

Dựng trục Oxy như hình vẽ. Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì (P) qua các điểm $I(0; 4), E(2; 3), F(-2; 3)$ nên

$$\begin{cases} c = 4 \\ 4a + 2b + c = 3 \\ 4a - 2b + c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = 4 \end{cases}.$$

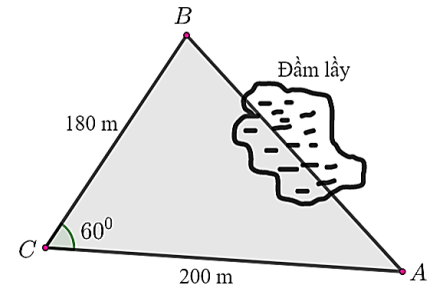
Ta có $(P): y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.



Hai điểm A, B là giao điểm của (P) với Ox nên hoành độ thỏa mãn $-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 4$.

Do vậy $A(-4; 0), B(4; 0) \Rightarrow AB = 8$.

Câu 8. Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc 60° . Biết $CA = 200$ m, $CB = 180$ m. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải:

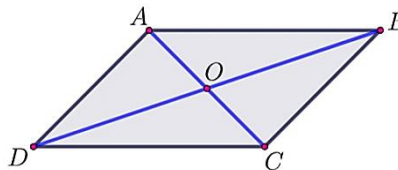
Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos 60^\circ = 36\,400 \Rightarrow AB = 20\sqrt{91} \approx 190,79$ m.

Câu 9. Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm O , M là một điểm bất kỳ. Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 6\overrightarrow{AC}$;

b) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MO}$.

Hướng dẫn giải:



a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + 5\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + 5\overrightarrow{AC} = 6\overrightarrow{AC}$. $\square$

b) Ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OD}$
 $= 4\overrightarrow{MO} + \underbrace{(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC})}_0 + \underbrace{(\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD})}_0 = 4\overrightarrow{MO}$. $\square$

Câu 10. Cho tam giác ABC và một điểm M tùy ý, G là trọng tâm tam giác ABC . Điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$. Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn qua một điểm cố định.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MA} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC})$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MG} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 3(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MG}) \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 6\overrightarrow{MI}$ (với I là trung điểm AG).

Vậy hai vectơ $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{MI}$ cùng phương nên ba điểm M , N , I thẳng hàng.

Do đó đường thẳng MN luôn qua điểm I cố định.

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 03**Time: 90 phút**

Câu 1. Giả sử $A = \{2; 4; 6\}$, $B = \{2; 6\}$, $C = \{4; 6\}$, $D = \{4; 6; 8\}$. Hãy xác định xem tập nào là tập con của tập nào?

Câu 2. Một lớp có 45 học sinh, đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao là bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao?

Câu 3. Tìm tập xác định mỗi hàm số sau:

a) $y = -x^3 - |x| + 1$;

b) $y = \frac{1}{\sqrt{2-|x|}}$.

Câu 4. Tìm parabol (P) : $y = ax^2 + bx + 2$ trong các trường hợp sau:

a) Parabol (P) đi qua $A(3; 4)$ và có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$.

b) Parabol (P) đi qua $B(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh là $-\frac{1}{4}$.

Câu 5.

a) Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

b) Tính $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$.

Câu 6. Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích $8ha$. Trên diện tích mỗi ha , nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180?

Câu 7. Cho tam giác ABC biết cạnh $a = 137,5$ cm, $B = 83^\circ$, $C = 57^\circ$. Tính góc A , bán kính R của đường tròn ngoại tiếp, cạnh b và c của tam giác.

Câu 8. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 10, M là trung điểm cạnh AB . Tìm độ dài vector tổng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$;

b) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$,

$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Chứng minh hai đường thẳng MN và AC song song.

Câu 10. Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng Oth trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao ban đầu 1,2m so với mặt đất; sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m; sau 2 giây nó đạt độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo quả bóng trong tình huống này.

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 03

Câu 1. Giả sử $A = \{2; 4; 6\}$, $B = \{2; 6\}$, $C = \{4; 6\}$, $D = \{4; 6; 8\}$. Hãy xác định xem tập nào là tập con của tập nào?

Hướng dẫn giải:

Vì $2 \in A$, $6 \in A \Rightarrow B \subset A$. Vì $4 \in A$, $6 \in A \Rightarrow C \subset A$. Vì $4 \in D$, $6 \in D \Rightarrow C \subset D$.

Ngoài ra không còn tập nào là con của tập nào nữa.

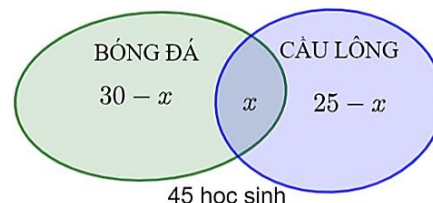
Câu 2. Một lớp có 45 học sinh, đăng kí chơi ít nhất một trong hai môn thể thao là bóng đá và cầu lông. Có 30 em đăng kí môn bóng đá, 25 em đăng kí môn cầu lông. Hỏi có bao nhiêu em đăng kí cả hai môn thể thao?

Hướng dẫn giải:

☺ **Cách giải 1:** Gọi x là số học sinh tham gia cả hai môn thể thao bóng đá và cầu lông. Dựa vào biểu đồ Ven, ta có:

Số học sinh chỉ tham gia bóng đá là $30 - x$ (em), số học sinh chỉ tham gia cầu lông là $25 - x$ (em).

Ta có: $(30 - x) + x + (25 - x) = 45 \Leftrightarrow x = 10$.



Vậy có 10 học sinh của lớp đăng kí cả hai môn bóng đá và cầu lông.

☺ **Cách giải 2:** Dựa vào công thức $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$ trong đó ký hiệu $|A \cup B|$ là số phần tử của tập $A \cup B$, ký hiệu $|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$ lần lượt là số phần tử của các tập A , B , $A \cap B$.

Gọi A là tập hợp các em học sinh đăng kí môn bóng đá, B là tập hợp các em đăng kí cầu lông.

Số học sinh của lớp đăng kí cả hai môn thể thao trên là: $|A \cap B|$.

Ta có: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| \Leftrightarrow |A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 30 + 25 - 45 = 10$ (em).

Vậy có 10 bạn đăng kí cả hai môn.

Câu 3. Tìm tập xác định mỗi hàm số sau:

a) $y = -x^3 - |x| + 1$;

b) $y = \frac{1}{\sqrt{2 - |x|}}$.

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow 2 - |x| > 0 \Leftrightarrow |x| < 2 \Leftrightarrow -2 < x < 2$. Tập xác định hàm số: $D = (-2; 2)$.

Câu 4. Tìm parabol (P) : $y = ax^2 + bx + 2$ trong các trường hợp sau:

a) Parabol (P) đi qua $A(3; 4)$ và có trục đối xứng là $x = -\frac{3}{2}$.

b) Parabol (P) đi qua $B(-1; 6)$ và có tung độ đỉnh là $-\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải:

a) (P) có trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{3}{2} \Rightarrow 3a - b = 0$ (1); (P) qua $A(3; 4)$ nên $9a + 3b + 2 = 4$ (2).

Giải hệ (1) và (2) suy ra $a = \frac{1}{9}, b = \frac{1}{3}$. Vậy $(P): y = \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{3}x + 2$.

b) (P) đi qua $B(-1; 6) \Rightarrow a - b + 2 = 6 \Rightarrow a = b + 4$ (1).

Tung độ đỉnh I của parabol: $-\frac{\Delta}{4a} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \Delta = a \Rightarrow b^2 - 4ac = a \Rightarrow b^2 = 9a$ (2).

Thay (1) vào (2): $b^2 = 9(b + 4) \Leftrightarrow b^2 - 9b - 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ b = -3 \end{cases}$.

Với $b = 12$ thì $a = 16$, khi đó: $(P): y = 16x^2 + 12x + 2$.

Với $b = -3$ thì $a = 1$, khi đó: $(P): y = x^2 - 3x + 2$.

Câu 5.

a) Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.

b) Tính $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $7 = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = (\tan \alpha + \cot \alpha)^2 - 2 = m^2 - 2 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$.

b) $B = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \tan 89^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \tan 88^\circ) \dots (\tan 44^\circ \tan 46^\circ) \cdot \tan 45^\circ$
 $= (\tan 1^\circ \cdot \cot 1^\circ) \cdot (\tan 2^\circ \cot 2^\circ) \dots (\tan 44^\circ \cot 44^\circ) \cdot \tan 45^\circ = 1 \cdot 1 \dots 1 = 1$.

Câu 6. Một hộ nông dân định trồng dưa và củ đậu trên diện tích $8ha$. Trên diện tích mỗi ha , nếu trồng dưa thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng, nếu trồng củ đậu thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu ha để thu được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.

Hướng dẫn giải:

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng dưa và củ đậu. Điều kiện: $0 \leq x \leq 8, 0 \leq y \leq 8$.

Tổng diện tích trồng là $x + y$ (ha); tổng số công cần thiết là $20x + 30y$ (công).

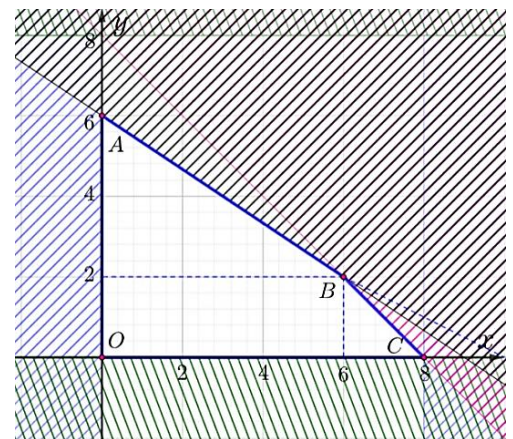
Số tiền thu được là $T(x, y) = 3x + 4y$. Ta có hệ bất phương

$$\text{trình} \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases} (*)$$

Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ (kể cả biên) với $O(0; 0), A(0; 6), B(6; 2), C(8; 0)$ Khi đó $T(x, y)$ đạt cực đại tại một trong các đỉnh của tứ giác $OABC$.

Ta có: $T(0, 0) = 0; T(0; 6) = 24; T(6; 2) = 26;$

$T(8; 0) = 24$.



Vậy giá trị lớn nhất của $T(x, y)$ bằng 26 (triệu đồng), khi đó $x = 6$, $y = 2$ (tức là hộ nông dân cần trồng 6 ha dưa và 2 ha củ đậu để có thể thu lợi số tiền nhiều nhất).

Câu 7. Cho tam giác ABC biết cạnh $a = 137,5$ cm, $B = 83^\circ$, $C = 57^\circ$. Tính góc A , bán kính R của đường tròn ngoại tiếp, cạnh b và c của tam giác.

Hướng dẫn giải:

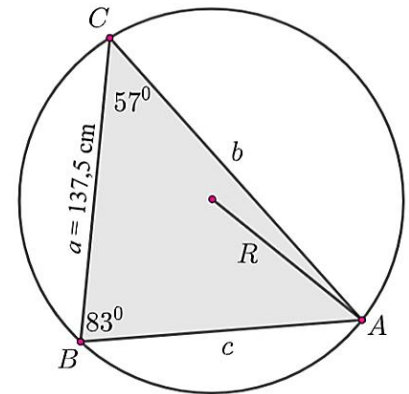
Ta có: $A = 180^\circ - (B + C) = 180^\circ - (83^\circ + 57^\circ) = 40^\circ$.

Theo định lí Sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

Suy ra $R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{137,5}{2 \sin 40^\circ} \approx 106,96$ cm;

$b = \frac{a \sin B}{\sin A} = \frac{137,5 \cdot \sin 83^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 212,32$ cm;

$c = \frac{a \sin C}{\sin A} = \frac{137,5 \cdot \sin 57^\circ}{\sin 40^\circ} \approx 179,4$ cm.



Câu 8. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 10, M là trung điểm cạnh AB . Tìm độ dài vector tổng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$;

b) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải:

a) Theo quy tắc hình bình hành, ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lí Pytago: $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 10^2 + 10^2 = 200 \Rightarrow AC = 10\sqrt{2}$.

Vậy $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = 10\sqrt{2}$.

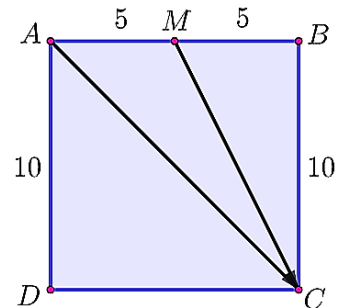
b) Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MB}$, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{MC}$ (quy tắc ba điểm).

Áp dụng định lí Pytago cho tam giác MBC :

$MC^2 = MB^2 + BC^2 = 5^2 + 10^2 = 125 \Rightarrow MC = 5\sqrt{5}$.

Vậy $|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}| = |\overrightarrow{MC}| = MC = 5\sqrt{5}$.



Câu 9. Cho tam giác ABC . Hai điểm M, N được xác định bởi các hệ thức:

$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0}$, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0}$. Chứng minh hai đường thẳng MN và AC song song.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) - 3\overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{MN} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{AC}$.

Suy ra hai vector $\overrightarrow{MN}$, $\overrightarrow{AC}$ cùng phương (1).

Xét: $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BC}$. Do đó M là một đỉnh của hình bình hành $ABCM$ hay M không thuộc đường thẳng AC (2)

Từ (1) và (2) suy ra hai đường thẳng MN và AC song song. $\square$

Câu 10. Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả bóng là một cung parabol trong mặt phẳng Oth trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi quả bóng được đá lên, h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao ban đầu 1,2m so với mặt đất; sau đó 1 giây nó đạt độ cao 8,5m; sau 2 giây nó đạt độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo quả bóng trong tình huống này.

Hướng dẫn giải:

Chọn hệ trục Oth như hình vẽ, gọi parabo (P) : $h = at^2 + bt + c$.

$$(P) \text{ qua ba điểm } A(0;1,2), B(1;8,5), C(2;6) \text{ nên thỏa mãn } \begin{cases} c = 1,2 \\ a + b + c = 8,5 \\ 4a + 2b + c = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4,9 \\ b = 12,2 \\ c = 1,2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số được xác định là $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 04**Time: 90 phút****Câu 1.** Xác định các tập hợp sau:

a) $(-3; 7) \cap (0; 10);$

b) $(-\infty; 5) \cap (2; +\infty).$

Câu 2. Tìm tập xác định mỗi hàm số sau:

a) $y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x\sqrt{x+2}};$

b) $y = \frac{3x-2}{(x^2-x+1)(x-x^2)}.$

Câu 3. Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau:

a) $d: y = -x + 1, (P): y = x^2 - 4x + 3;$

b) $(P_1): y = x^2 + 2x - 1, (P_2): y = 2x^2 - 2x + 2.$

Câu 4. Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa):

a) $A = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x};$

b) $B = (1 - \sin x) \tan^2 x (1 + \sin x).$

Câu 5. Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x :

$$f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x).$$

Câu 6. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB};$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}.$

Câu 7. Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Tìm m để $A \subset C_{\mathbb{R}} B$.**Câu 8.** Cho tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\frac{h_a}{h_b} + \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{h_b}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} + \frac{h_a}{h_c}$. Chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.**Câu 9.** Tìm a để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x \in [-1; 1]$.**Câu 10.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn mỗi hệ thức sau:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}|.$$

Câu 11. Một gia đình cần ít nhất 900 g chất protein và 400 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1 600 g thịt bò, 1 100 g thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 45 000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35 000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

- Lập hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán rồi biểu diễn hình học miền nghiệm (S) của hệ đó.
- Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Hãy biểu diễn T theo x, y .
- Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kilogram thịt mỗi loại để chi phí là ít nhất?

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 04**Câu 1.** Xác định các tập hợp sau:

a) $(-3; 7) \cap (0; 10);$

b) $(-\infty; 5) \cap (2; +\infty);$

Hướng dẫn giải:

a) $(-3; 7) \cap (0; 10) = (0; 7).$

b) $(-\infty; 5) \cap (2; +\infty) = (2; 5).$

Câu 2. Tìm tập xác định mỗi hàm số sau:

a) $y = \frac{\sqrt[3]{x+2}}{x\sqrt{x+2}};$

b) $y = \frac{3x-2}{(x^2-x+1)(x-x^2)}.$

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -2 \end{cases}.$

Tập xác định hàm số: $D = (-2; +\infty) \setminus \{0\}.$

b) Hàm số xác định $(x^2-x+1)(x-x^2) \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x+1 \neq 0 \\ x-x^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \neq 0 \\ x(1-x) \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x \neq 0 \wedge x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 1. \text{ Tập xác định hàm số: } D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}.$

Câu 3. Tìm tọa độ giao điểm của các đường sau:

a) $d: y = -x+1, (P): y = x^2-4x+3;$

b) $(P_1): y = x^2+2x-1, (P_2): y = 2x^2-2x+2.$

Hướng dẫn giải:

a) Phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): x^2-4x+3 = -x+1 \Leftrightarrow x^2-3x+2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}.$

Với $x=1$ thì $y=0$; với $x=2$ thì $y=-1$. Vậy d và (P) có hai giao điểm là $(1; 0), (2; -1).$

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) và $(P_2): 2x^2-2x+2 = x^2+2x-1$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}. \text{ Với } x=1 \text{ thì } y=2; \text{ với } x=3 \text{ thì } y=14.$

Vậy hai parabol đã cho cắt nhau tại hai điểm: $(1; 2), (3; 14).$ **Câu 4.** Đơn giản các biểu thức sau (giả sử mỗi biểu thức sau luôn có nghĩa):

a) $A = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x};$

b) $B = (1 - \sin x) \tan^2 x (1 + \sin x).$

Hướng dẫn giải:

a) $A = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x}{\sin x} + \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\cos x(1 + \cos x) + \sin x \cdot \sin x}{\sin x(1 + \cos x)}$

$$= \frac{\cos x + \cos^2 x + \sin^2 x}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{\cos x + 1}{\sin x(1 + \cos x)} = \frac{1}{\sin x}.$$

b) $B = (1 - \sin x) \tan^2 x (1 + \sin x) = (1 - \sin^2 x) \tan^2 x = \cos^2 x \cdot \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \sin^2 x.$

Câu 5. Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào biến x :

$$f(x) = 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x).$$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x$, $\sin^6 x + \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x$.

Suy ra: $f(x) = 3(1 - 2\sin^2 x \cos^2 x) - 2(1 - 3\sin^2 x \cos^2 x) = 1.$

Vậy biểu thức không phụ thuộc vào x . $\square$

Câu 6. Cho bốn điểm A, B, C, D . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB};$

b) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}.$

Hướng dẫn giải:

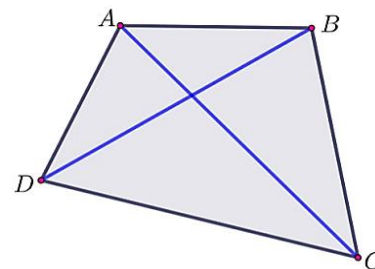
a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng). } \square$$

b) Ta có: $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{DB} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}) = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DA} = \vec{0} \text{ (luôn đúng). } \square$$



Câu 7. Cho các tập hợp $A = (-\infty; m)$ và $B = [3m - 1; 3m + 3]$. Tìm m để $A \subset_{\mathbb{R}} B$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $C_{\mathbb{R}} B = (-\infty; 3m - 1) \cup (3m + 3; +\infty).$

Vì vậy: $A \subset C_{\mathbb{R}} B \Leftrightarrow m \leq 3m - 1 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}.$

Câu 8. Cho tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\frac{h_a}{h_b} + \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{h_b}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} + \frac{h_a}{h_c}$. Chứng minh tam giác ABC là tam giác cân.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} h_a a = \frac{1}{2} h_b b = \frac{1}{2} h_c c \Rightarrow h_a = \frac{2S_{\triangle ABC}}{a}, h_b = \frac{2S_{\triangle ABC}}{b}, h_c = \frac{2S_{\triangle ABC}}{c}.$

Ta có: $\frac{h_a}{h_b} + \frac{h_b}{h_c} + \frac{h_c}{h_a} = \frac{h_b}{h_a} + \frac{h_c}{h_b} + \frac{h_a}{h_c} \Leftrightarrow \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} = \frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}$

$\Leftrightarrow b^2c + c^2a + a^2b = a^2c + b^2a + c^2b \Leftrightarrow (a-b)(ab+c^2-ac-bc) = 0$

$\Leftrightarrow (a-b)(b-c)(a-c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ b=c \\ a=c \end{cases}.$ Vậy tam giác ABC cân. $\square$

Câu 9. Tìm a để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ xác định với mọi $x \in [-1;1]$.

Hướng dẫn giải:

Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+3a-2 \geq 0 \\ a+2-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2-3a \\ x \leq a+2 \end{cases}.$

Trường hợp 1: $2-3a > a+2 \Leftrightarrow a < 0.$

Khi đó tập xác định hàm số $D = \emptyset$ không thể chứa đoạn $[-1;1]$.

Trường hợp 2: $2-3a \leq a+2 \Leftrightarrow a \geq 0$ (*). Khi đó tập xác định hàm số $D = [2-3a; a+2]$.

Hàm số xác định $\forall x \in [-1;1] \Leftrightarrow [-1;1] \subset [2-3a; a+2] \Leftrightarrow \begin{cases} 2-3a \leq -1 \\ 1 \leq a+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 1 \\ a \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow a \geq 1$ (thỏa (*)).

Vậy với $a \geq 1$ thì hàm số đã cho xác định với mọi $x \in [-1;1]$.

Câu 10. Cho tam giác ABC có trọng tâm G. Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn hệ thức sau:

$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}|.$

Hướng dẫn giải:

Ta có: $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{BM}|$

$\Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG} - 3\overrightarrow{MC}| = BM \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{MG} - \overrightarrow{MC}| = BM \Leftrightarrow 3|\overrightarrow{CG}| = BM \Leftrightarrow BM = 3CG.$

Nhận xét: Ba điểm B, C, G cố định. Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm B, bán kính $R = 3CG$.

Câu 11. Một gia đình cần ít nhất 900 g chất protein và 400 g chất lipid trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% protein và 20% lipid. Thịt lợn chứa 60% protein và 40% lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1 600 g thịt bò, 1 100 g thịt lợn, giá tiền 1 kg thịt bò là 45 000 đồng, 1 kg thịt lợn là 35 000 đồng. Giả sử gia đình mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn.

a) Lập hệ bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán rồi biểu diễn hình học miền nghiệm (S) của hệ đó.

b) Gọi T (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x (kilogram) thịt bò và y (kilogram) thịt lợn. Hãy biểu diễn T theo x, y .

c) Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kilogram thịt mỗi loại để chi phí là ít nhất?

Hướng dẫn giải:

- a) Giả sử gia đình đó mua x (kg) thịt bò và y (kg) thịt lợn.

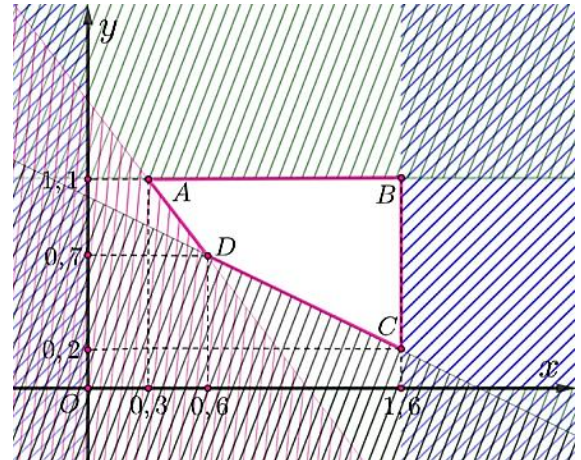
Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$.

Khi đó lượng protein có được là $80\%x + 60\%y$ và lượng lipid có được là $20\%x + 40\%y$.

Vì gia đình đó cần ít nhất 0,9 kg protein và 0,4 kg lipid trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $80\%x + 60\%y \geq 0,9$ và $20\%x + 40\%y \geq 0,4$.

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 4x + 3y \geq 4,5 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ trên là miền của tứ giác lồi $ABCD$ (kể cả biên) được mô tả ở hình bên.

- b) Chi phí để mua x (kg) thịt bò và y (kg) thịt lợn là: $T = 45x + 35y$ (nghìn đồng).
 c) Ta đã biết T đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh tứ giác $ABCD$ trong đó $A(0,3;1,1)$, $B(1,6;1,1)$, $C(1,6;0,2)$, $D(0,6;0,7)$.

Xét $A(0,3;1,1)$, ta có $T = 45.0,3 + 35.1,1 = 52$; xét $B(1,6;1,1)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.1,1 = 110,5$;

xét $C(1,6;0,2)$, ta có $T = 45.1,6 + 35.0,2 = 79$; xét $D(0,6;0,7)$, ta có $T = 45.0,6 + 35.0,7 = 51,5$.

.

So sánh các giá trị trên, ta thấy được T đạt giá trị nhỏ nhất bằng 51,5 (nghìn đồng), khi đó $\begin{cases} x = 0,6 \\ y = 0,7 \end{cases}$

(tức là gia đình đó mua 0,6kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn thì chi phí là ít nhất).

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 05

Time: 90 phút

Câu 1. Cho $A = [3; +\infty)$, $B = (0; 4)$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $C_{\mathbb{R}} A$, $C_{\mathbb{R}} B$.

Câu 2. Cho tập hợp $X = \{a; b; c; d; e; g\}$.

a) Xác định tập Y sao cho $Y \subset X$ và $X \setminus Y = \{b; c; e\}$.

b) Xác định hai tập A, B sao cho $A \cup B = X$, $B \setminus A = \{d; e\}$, $A \setminus B = \{a; b; c\}$.

Câu 3. Tìm tập xác định mỗi hàm số sau:

a) $y = \frac{3x-2}{x^2-x}$;

b) $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}$;

Câu 4. Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$.

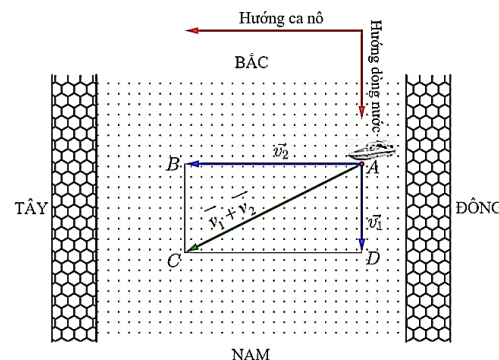
Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a .

Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ và $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$.

Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

$f(x) = x^2 - 3x + 1$ biết $x \in [0; 4]$.

Câu 7. Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc 10 km/h, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ.

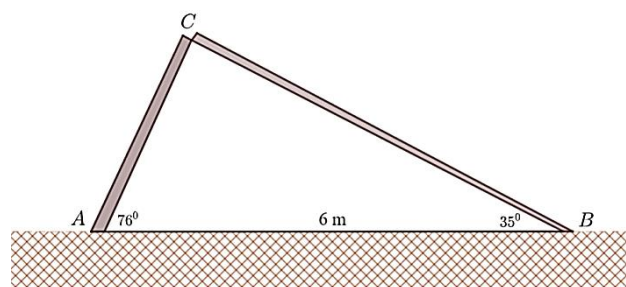


Câu 8. Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng bên. Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Câu 9. Cho tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $4m_a^2 = b^2 + c^2$, trong đó m_a là độ dài trung tuyến tam giác kẻ từ A ; a, b, c là các cạnh của tam giác. Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông.

Câu 10. Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6$ m, hai góc $CAB = 76^\circ$, $CBA = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây).



=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 05

Câu 1. Cho $A = [3; +\infty)$, $B = (0; 4)$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $C_{\mathbb{R}} A$, $C_{\mathbb{R}} B$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $A \cap B = [3; 4)$, $A \cup B = (0; +\infty)$, $A \setminus B = [4; +\infty)$, $B \setminus A = (0; 3)$, $C_{\mathbb{R}} A = \mathbb{R} \setminus A = (-\infty; 3)$, $C_{\mathbb{R}} B = \mathbb{R} \setminus B = (-\infty; 0] \cup [4; +\infty)$.

Câu 2. Cho tập hợp $X = \{a; b; c; d; e; g\}$.

a) Xác định tập Y sao cho $Y \subset X$ và $X \setminus Y = \{b; c; e\}$.

b) Xác định hai tập A, B sao cho $A \cup B = X$, $B \setminus A = \{d; e\}$, $A \setminus B = \{a; b; c\}$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $X \setminus Y = \{b; c; e\}$ nên a, d, g thuộc Y và b, c, e không thuộc Y . Mặt khác do $Y \subset X$ nên Y không chứa phần tử nào ngoài a, b, c, d, e, g . Vậy $Y = \{a; d; g\}$.

b) Do $B \setminus A = \{d; e\}$ nên B có chứa d, e và A không chứa d, e . Vì $A \setminus B = \{a; b; c\}$ nên A có chứa a, b, c và B không chứa a, b, c . Ta lại có $A \cup B = X$ nên g thuộc A hoặc g thuộc B . Mặt khác $g \notin B \setminus A$, $g \notin A \setminus B$ nên g thuộc A và g thuộc B . Vậy $A = \{a; b; c; g\}$, $B = \{d; e; g\}$.

Câu 3. Tìm tập xác định mỗi hàm số sau:

a) $y = \frac{3x-2}{x^2-x}$;

b) $y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}$;

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$. Tập xác định hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$.

b) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$. Tập xác định hàm số: $D = [1; +\infty)$.

Câu 4. Vẽ các đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 1$.

Hướng dẫn giải:

Xét $y = x^2 - 4x + 1$; ($a = 1, b = -4, c = 1$).

Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$, $y_I = (2)^2 - 4 \cdot 2 + 1 = -3$ hay $I(2; -3)$.

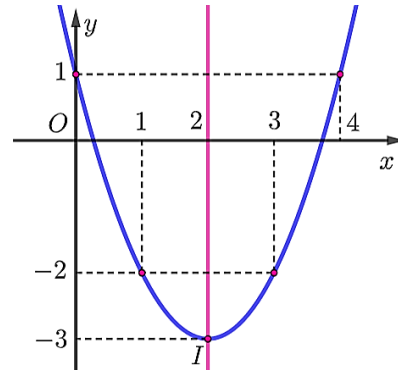
Phương trình trục đối xứng parabol: $x = 2$. Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

Đề ý: Nếu ta tìm giao điểm giữa parabol với Ox , tức là giải phương trình $x^2 - 4x + 1 = 0$ trước, tuy nhiên phương trình này cho ta hai nghiệm vô tỉ (không đẹp). Chính vì thế nên ta chọn giải pháp lập bảng giá trị để tìm ra năm cặp $(x; y)$ thỏa hàm số với đỉnh I làm tâm của bảng giá trị đó.

Bảng giá trị:

x	0	1	2	3	4
y	1	-2	-3	-2	1

Đồ thị hàm số:



Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$ và $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$.

Hướng dẫn giải:

Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}|$:

Theo quy tắc hình bình hành, ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lý Pytago: $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $= a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow AC = a\sqrt{2}$

Vậy $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}| = AC = a\sqrt{2}$.

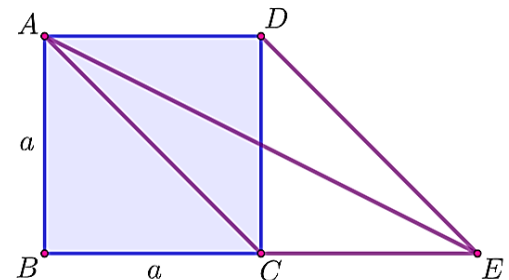
Tính $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}|$:

Gọi E là điểm đối xứng với B qua C . Do $CE = AD = a$, $CE \parallel AD$ nên $ADEC$ là hình bình hành.

Ta có: $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE}$. Áp dụng định lý Pytago cho tam giác ABE :

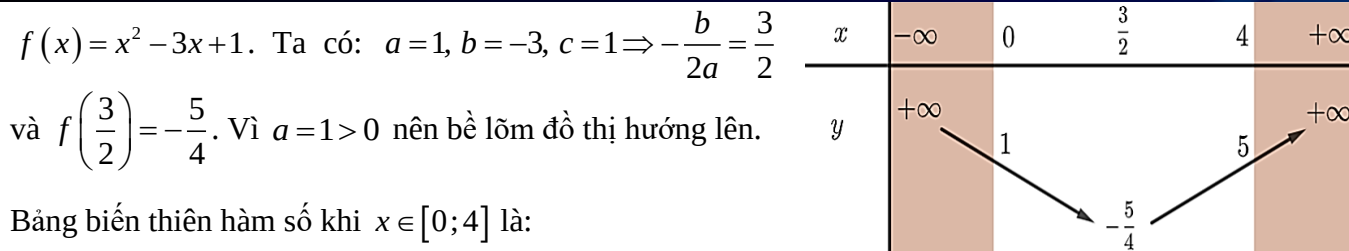
$AE^2 = AB^2 + BE^2 = a^2 + (2a)^2 = 5a^2 \Rightarrow AE = a\sqrt{5}$.

Vậy $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| = AE = a\sqrt{5}$.



Câu 6. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 1$ biết $x \in [0; 4]$;

Hướng dẫn giải:



Ta có thể kết luận: Với $x \in [0; 4]$, hàm số **đạt giá trị lớn nhất** bằng 5, khi đó $x = 4$; hàm số **đạt giá trị nhỏ nhất** bằng $-\frac{5}{4}$, khi đó $x = \frac{3}{2}$.

Câu 7. Một dòng sông chảy từ phía bắc xuống phía nam với vận tốc 10 km/h, có một chiếc ca nô chuyển động từ phía đông sang phía tây với vận tốc 35 km/h so với dòng nước. Tìm vận tốc của ca nô so với bờ.

Hướng dẫn giải:

Gọi $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ lần lượt là vector vận tốc của dòng nước đối với bờ và ca nô đối với dòng nước.

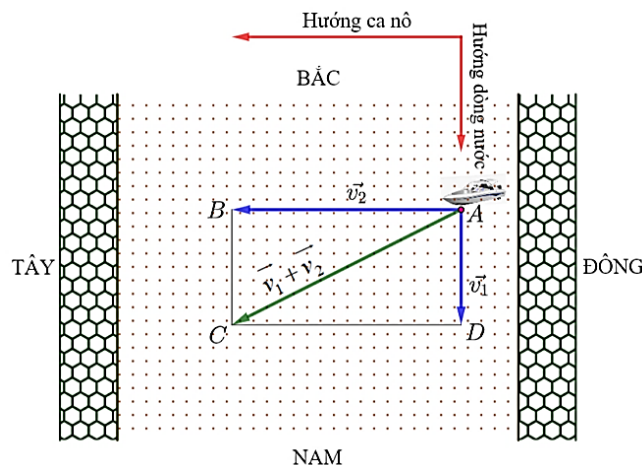
Khi đó vận tốc của ca nô đối với bờ chính là tổng $\vec{v}_1 + \vec{v}_2$.

Đặt $\vec{v}_1 = \overrightarrow{AD}, \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB}$ với A là vị trí của ca nô.

Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có: $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Theo định lí Pytago: $AC = \sqrt{10^2 + 35^2} = 5\sqrt{53} \approx 36,4$ km/h.

Vậy vận tốc của ca nô đối với bờ là xấp xỉ 36,4 km/h.



Câu 8. Có ba nhóm máy X, Y, Z dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại lần lượt phải dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được dùng cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị	
		Loại I	Loại II
X	10	2	2
Y	4	0	2
Z	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm loại I lãi 3 nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi 5 nghìn đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất để cho tổng số tiền lãi thu được là cao nhất.

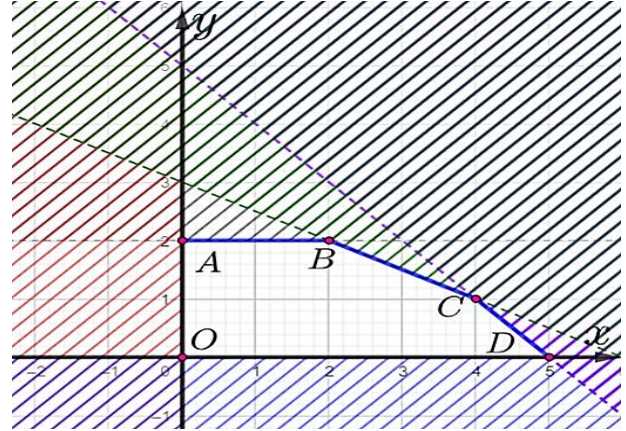
Hướng dẫn giải:

Gọi x là số đơn vị sản phẩm loại I, y là số đơn vị sản phẩm loại II sản xuất ra.

Như vậy tiền lãi có được là $F(x; y) = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

Theo giả thiết, số máy cần dùng nhóm X: $2x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Y là $0x + 2y$ (máy); số máy cần dùng ở nhóm Z là $2x + 4y$ (máy).

Ta có hệ bất phương trình (*):

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x + 4y \leq 12 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$


Miền nghiệm của hệ (*) được biểu diễn là miền của ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0)$, $A(0;2)$, $B(2;2)$, $C(4;1)$, $D(5;0)$.

Xét $O(0;0)$, ta có $F(0;0) = 3.0 + 5.0 = 0$; xét $A(0;2)$, ta có $F(0;2) = 3.0 + 5.2 = 10$; xét $B(2;2)$, ta có $F(2;2) = 3.2 + 5.2 = 16$; xét $C(4;1)$, ta có $F(4;1) = 3.4 + 5.1 = 17$; xét $D(5;0)$, ta có $F(5;0) = 3.5 + 5.0 = 15$.

Từ các kết quả trên, ta thấy khoản lãi lớn nhất ($F(x; y)$ lớn nhất) bằng 17 (ngàn đồng), khi đó người ta cần làm ra 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II (tức là $x = 4$, $y = 1$).

Câu 9. Cho tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $4m_a^2 = b^2 + c^2$, trong đó m_a là độ dài trung tuyến tam giác kẻ từ A ; a, b, c là các cạnh của tam giác. Chứng minh tam giác ABC là tam giác vuông.

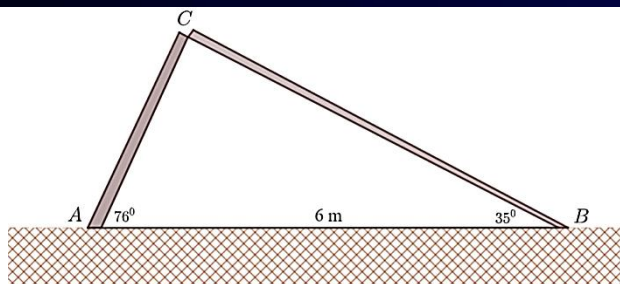
Hướng dẫn giải:

Ta có: $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4} \Rightarrow 4m_a^2 = 2(b^2 + c^2) - a^2$.

Kết hợp giả thiết: $4m_a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow 2(b^2 + c^2) - a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2$.

Vậy tam giác ABC vuông tại A . $\square$

Câu 10. Một cái cây dạng thẳng đứng bị gió mạnh làm gãy không hoàn toàn (hai đoạn thân bị gãy vẫn dính liền nhau như hình vẽ). Một người muốn đo chiều cao của cây trước khi gãy, người ấy đo được đoạn thẳng nối từ gốc cây đến ngọn cây (đã ngã) là $AB = 6$ m, hai góc $CAB = 76^\circ$, $CBA = 35^\circ$. Tính chiều dài của cây trước khi bị gãy (giả sử sự biến dạng lúc gãy không ảnh hưởng đến tổng độ dài của cây).



Hướng dẫn giải:

Ta có: $C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (76^\circ + 35^\circ) = 69^\circ$.

Theo định lí Sin: $\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 3,69 \text{ m};$

$\Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{6 \cdot \sin 76^\circ}{\sin 69^\circ} \approx 6,24 \text{ m} \Rightarrow AC + BC \approx 9,93 \text{ m}.$

Vậy chiều cao ban đầu của cây xấp xỉ bằng 9,93 m.

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 06

Time: 90 phút

Câu 1. Cho $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Viết tất cả các tập con của A có ít nhất ba phần tử.

Câu 2. Xét xem các cặp số $(x; y)$ sau đây có là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$?

a) $(0; 0)$;

b) $(1; 1)$;

c) $(-2; 1)$.

Câu 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$;

b) $y = \frac{1-2x}{4\sqrt{2x+1}-3x}$.

Câu 4. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

a) $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x = 2$, đồng thời (P) qua $M(4; -3)$.

b) $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1; 7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 5. Cho mẫu số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 10 hộ gia đình:

112	111	112	113	114	116	115	114	115	114
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

a) Tìm giá trị trung bình của mẫu số liệu trên.

b) Viết mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm và tìm trung vị, mốt của nó.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $B = 20^\circ$, $C = 31^\circ$, cạnh $b = AC = 210$ cm. Tính góc A, độ dài các cạnh còn lại và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

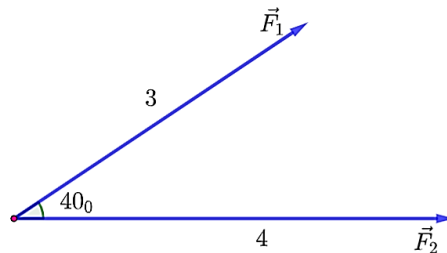
Câu 7. Cho hai điểm phân biệt A, B . Xác định các điểm M, N sao cho:

a) $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$;

b) $2\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{NB} = \vec{0}$.

Câu 8. Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Hỏi anh này nên lựa chọn nhà hàng nào để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)?

Câu 9. Biết hai lực cùng tác động vào một vật tạo với nhau góc 40° . Cường độ của hai lực đó là 3N và 4N. Tính cường độ của lực tổng hợp.



Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và số thực k . Tìm tập hợp điểm M sao cho

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = k.$$

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 06

Câu 1. Cho $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Viết tất cả các tập con của A có ít nhất ba phần tử.

Hướng dẫn giải:

Các tập con có ít nhất ba phần tử của A là: $\{1; 2; 3\}, \{1; 2; 4\}, \{1; 2; 5\}, \{1; 3; 4\}, \{1; 3; 5\}, \{1; 4; 5\},$
 $\{2; 3; 4\}, \{2; 3; 5\}, \{2; 4; 5\}, \{3; 4; 5\}, \{1; 2; 3; 4\},$
 $\{1; 2; 3; 5\}, \{1; 2; 4; 5\}, \{1; 3; 4; 5\}, \{2; 3; 4; 5\}, \{1; 2; 3; 4; 5\}$ (gồm 16 tập).

Câu 2. Xét xem các cặp số $(x; y)$ sau đây có là nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$?

a) $(0; 0)$;

b) $(1; 1)$;

c) $(-2; 1)$.

Hướng dẫn giải:

a) Thay $x = 0, y = 0$ vào hệ bất phương trình, ta được : $\begin{cases} 0 + 0 - 2 \leq 0 \\ 2.0 - 3.0 + 2 > 0 \end{cases}$ (đúng), do đó cặp số $(0; 0)$ là một nghiệm của hệ đã cho.

b) Thay $x = 1, y = 1$ vào hệ bất phương trình, ta được : $\begin{cases} 1 + 1 - 2 \leq 0 \\ 2.1 - 3.1 + 2 > 0 \end{cases}$ (đúng), do đó cặp số $(1; 1)$ là một nghiệm của hệ đã cho.

c) Thay $x = -2, y = 1$ vào hệ bất phương trình, ta được : $\begin{cases} (-2) + 1 - 2 \leq 0 \\ 2(-2) - 3.1 + 2 > 0 \end{cases}$ (sai), do đó cặp số $(-2; 1)$ không là một nghiệm của hệ đã cho.

Câu 3. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{\frac{3-x}{x+2}} + \sqrt[3]{x-1}$;

b) $y = \frac{1-2x}{4\sqrt{2x+1}-3x}$.

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\frac{3-x}{x+2} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \vee \begin{cases} 3-x \leq 0 \\ x+2 < 0 \end{cases}$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -2 \end{cases} \vee \begin{cases} x \geq 3 \\ x < -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 3$. Tập xác định hàm số: $D = (-2; 3]$.

b) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 4\sqrt{2x+1}-3x \neq 0 \end{cases}$ (*).

Xét $4\sqrt{2x+1}-3x=0 \Leftrightarrow 4\sqrt{2x+1}=3x \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq 0 \\ 16(2x+1)=9x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x=4 \vee x=-\frac{4}{9} \end{cases} \Leftrightarrow x=4$.

$$\text{Do vậy } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \neq 4 \end{cases}. \text{ Tập xác định hàm số: } D = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{4\}.$$

Câu 4. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol (P) biết:

- a) $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị lớn nhất bằng 1 khi $x = 2$, đồng thời (P) qua $M(4; -3)$.
 b) $(P): y = ax^2 + bx + c$ có giá trị nhỏ nhất bằng -1 ; biết (P) đi qua điểm $A(-1; 7)$ và (P) cắt Oy tại điểm có tung độ bằng 1.

Hướng dẫn giải:

a) Theo giả thiết thì $-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow 4a + b = 0$ (1); (P) qua hai điểm $I(2; 1)$, $M(4; -3)$ nên

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 & (2) \\ 16a + 4b + c = -3 & (3) \end{cases}. \text{ Giải hệ (1), (2), (3): } \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = -3 \end{cases}. \text{ Vậy hàm số được xác định: } y = -x^2 + 4x - 3.$$

$$\text{b) } (P) \text{ đi qua hai điểm } A(-1; 7) \text{ và } B(0; 1) \text{ nên } \begin{cases} a - b + c = 7 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 6 \\ c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 6 \\ c = 1 \end{cases} \quad (1).$$

$$\text{Mặt khác } y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \stackrel{c=1}{=} \frac{4a - b^2}{4a} = -1$$

$$\Rightarrow 4a - b^2 = -4a \Rightarrow b^2 - 8a = 0 \quad (2).$$

$$\text{Thay (1) vào (2): } b^2 - 8(b + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 12 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Với $b = 12$ thì $a = 18 > 0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y = 18x^2 + 12x + 1$.

Với $b = -4$ thì $a = 2 > 0$ (nhận). Hàm số được xác định: $y = 2x^2 - 4x + 1$.

Câu 5. Cho mẫu số liệu thống kê về sản lượng chè thu được trong 1 năm (kg/sào) của 10 hộ gia đình:

112	111	112	113	114	116	115	114	115	114
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

- a) Tìm giá trị trung bình của mẫu số liệu trên.
 b) Viết mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm và tìm trung vị, mốt của nó.

Hướng dẫn giải:

a) Sản lượng chè trung bình thu được trong một năm của mỗi gia đình là

$$\bar{x} = \frac{112 + 111 + 112 + 113 + 114 + 116 + 115 + 114 + 115 + 114}{10} \approx 113,6 \text{ (kg/sào)}.$$

b) Ta viết lại mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm:

111 112 112 113 114 114 114 115 115 116

Vì số giá trị của mẫu $n = 10$ (chẵn) nên trung bình cộng hai số chính giữa mẫu chính là trung vị,

$$\text{vậy trung vị là: } \frac{114 + 114}{2} = 114.$$

Trong mẫu trên, giá trị 114 xuất hiện nhiều nhất (3 lần) nên 114 là mốt của mẫu số liệu đã cho.

Câu 6. Cho tam giác ABC có $B = 20^\circ$, $C = 31^\circ$, cạnh $b = AC = 210$ cm. Tính góc A , độ dài các cạnh còn lại và bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hướng dẫn giải:

Ta có: $A = 180^\circ - (B + C) = 180 - (20^\circ + 31^\circ) = 129^\circ$.

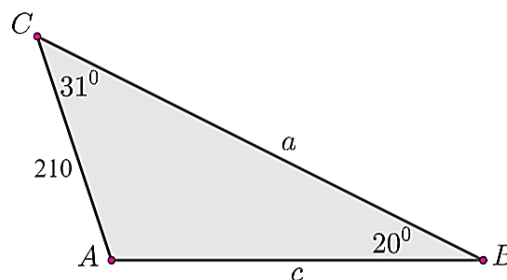
Theo định lí Sin:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

$$\text{Suy ra: } a = \frac{b \sin A}{\sin B}$$

$$= \frac{210 \cdot \sin 129^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 477,2 \text{ cm};$$

$$c = \frac{b \sin C}{\sin B} = \frac{210 \cdot \sin 31^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 316,2 \text{ cm}; \quad R = \frac{a}{2 \sin A} \approx \frac{477,2}{2 \sin 129^\circ} \approx 307,02 \text{ cm}.$$



Câu 7. Cho hai điểm phân biệt A, B . Xác định các điểm M, N sao cho:

a) $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0}$;

b) $2\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{NB} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải:

a) Ta có: $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}) + \overrightarrow{BM} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} = \vec{0}$.

Vậy M là trung điểm của đoạn AB .

b) Ta có: $2\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{NB} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{NA} - 3(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow -\overrightarrow{NA} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB}$.

Do vậy hai vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{AB}$ cùng hướng và $AN = 3AB$.



Câu 8. Một người cần đặt một tiệc cưới ước tính khoảng 30 đến 35 bàn. Nhà hàng thứ nhất đề nghị anh nay đóng tiền cố định 20 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2 triệu đồng/1 bàn. Nhà hàng thứ hai đề nghị anh đóng tiền cố định 10 triệu đồng, sau khi tiệc cưới diễn ra sẽ đóng khoản còn lại với số tiền 2,5 triệu/1 bàn. Hỏi anh này nên lựa chọn nhà hàng nào để tiết kiệm được chi phí cho tiệc cưới (giả sử rằng chất lượng phục vụ hai nhà hàng trên là ngang nhau)?

Hướng dẫn giải:

Gọi x là số bàn tiệc thực tế trong đám cưới (x nguyên dương và $x \in [30; 35]$) và y (triệu đồng) là số tiền mà người đó phải trả cho nhà hàng.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ nhất, người đó sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2x + 20$.

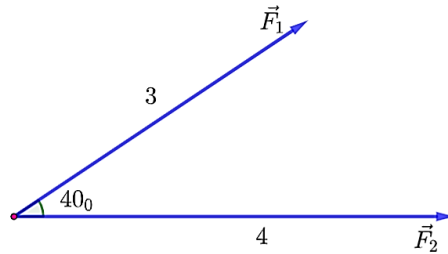
Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [80; 90]$, tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 80 triệu đến 90 triệu cho nhà hàng thứ nhất.

Nếu đăng ký tại nhà hàng thứ hai, người đó sẽ trả tiền theo công thức: $y = 2,5x + 10$.

Với $x \in [30; 35]$ thì $y \in [85; 97,5]$, tức là người đó phải trả khoản tiền khoảng 85 triệu đến 97,5 triệu cho nhà hàng thứ hai.

Vậy, nếu chất lượng phục vụ hai nhà hàng là tương đương, người đó nên chọn nhà hàng thứ nhất để tiết kiệm một khoản chi phí tiệc cưới.

Câu 9. Biết hai lực cùng tác động vào một vật tạo với nhau góc 40° . Cường độ của hai lực đó là 3N và 4N. Tính cường độ của lực tổng hợp.



Hướng dẫn giải:

Giả sử vật được đặt ở vị trí A, hai lực tác động vào A lần lượt là các vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ có độ lớn là 3N, 4N.

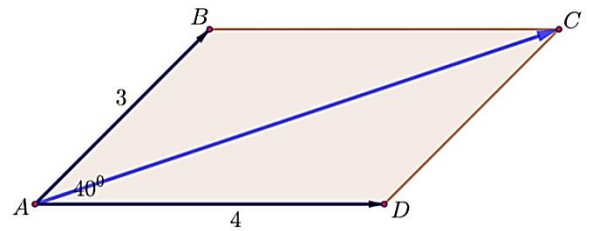
Vẽ hình bình hành $ABCD$, ta có hợp lực tác động vào A là: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $AD = BC = 4$.

Ta có: $\angle ABC = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$. Xét tam giác ABC , theo định lí Cô-sin ta có:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 140^\circ \approx 43,39 \Rightarrow AC \approx 6,59.$$

Vậy độ lớn của lực tổng hợp tác động vào vật A là xấp xỉ 6,59N.



Câu 10. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a và số thực k . Tìm tập hợp điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = k$.

Hướng dẫn giải:

Gọi I là tâm của hình vuông $ABCD$.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})$$

$$= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) \cdot (\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) = \overrightarrow{MI}^2 - \overrightarrow{IA}^2 = MI^2 - IA^2.$$

$$\text{Hoàn toàn tương tự, ta có: } \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = MI^2 - IB^2.$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MD} = k \Leftrightarrow 2MI^2 - IA^2 - IB^2 = k \Leftrightarrow 2MI^2 - 2IA^2 = k$$

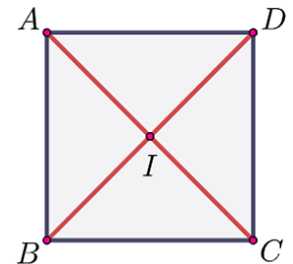
$$\Leftrightarrow MI^2 = \frac{k}{2} + IA^2 \Leftrightarrow MI^2 = \frac{k}{2} + \frac{a^2}{2} \Leftrightarrow MI = \sqrt{\frac{k+a^2}{2}} \quad (\text{trong đó } IA^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{2}).$$

□ Nếu $k < -a^2$: Tập hợp điểm M là tập rỗng.

□ Nếu $k = -a^2$ thì $MI = 0 \Leftrightarrow M \equiv I$ (điểm M trùng với điểm I).

□ Nếu $k > -a^2$ thì $MI = \sqrt{\frac{k+a^2}{2}}$.

Khi đó tập hợp điểm M là đường tròn tâm I , bán kính $R = \sqrt{\frac{k+a^2}{2}}$.



ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 07

Time: 90 phút

Câu 1. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} | |2x - 1| = 1\}$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Câu 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ sau trên mặt phẳng tọa độ:
$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Câu 3. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = 2x^2 - 1$ trên $(-\infty; 0)$.

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 1$ với $x \in [0; 4]$.

Câu 6. Bảng số liệu sau thống kê nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh trong một lần đo vào một ngày của năm 2021:

Giờ đo	1h	4h	7h	10h	13h	16h	19h	22h
Nhiệt độ (độ C)	27	26	28	32	34	35	30	28

Tìm số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 7. Chứng minh rằng trong một hình bình hành, tổng bình phương các cạnh bằng tổng bình phương hai đường chéo của hình bình hành đó.

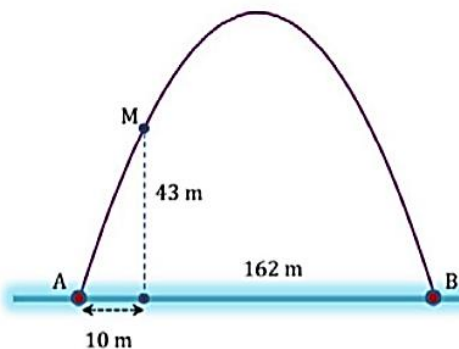
Câu 8. Cho $\triangle ABC$ vuông tại B có $A = 30^\circ$, $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

a) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$;

b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Câu 9. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Tìm vị trí của M để tổng $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$. Tính $P_{\min}$ theo GA, GB, GC .

Câu 10. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng 10 m. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 07

Câu 1. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 1| = 1\}$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow A = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}; |2x - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 1 \\ 2x - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow B = \{0; 1\}.$$

$$\text{Vậy } A \cap B = \{1\}, A \cup B = \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}, A \setminus B = \left\{\frac{1}{2}\right\}, B \setminus A = \{0\}.$$

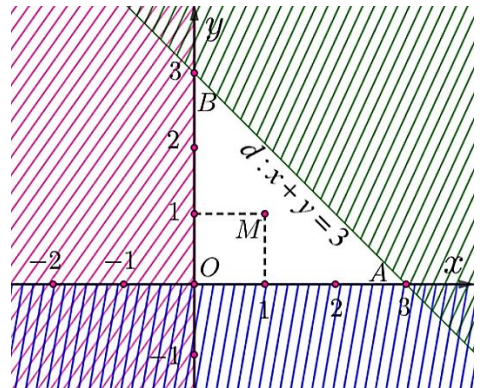
Câu 2. Biểu diễn miền nghiệm của hệ sau trên mặt phẳng tọa độ:
$$\begin{cases} x + y \leq 3 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Hướng dẫn giải:

Vẽ các đường thẳng $d: x + y = 3$, $Ox: y = 0$, $Oy: x = 0$.

Chọn điểm $M(1; 1)$, thay tọa độ M vào (1): $1 + 1 \leq 3$ (đúng), do vậy $(1; 1)$ là nghiệm của (1), ta gạch bỏ nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d không chứa điểm M .

Tương tự như thế, thay tọa độ M vào (2) và (3) ta thấy đều thỏa mãn, do vậy $(1; 1)$ cũng là nghiệm của (2) và (3). Ta gạch bỏ nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng Ox , Oy mà không chứa M . Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tam giác ABC (gồm tam giác ABC và miền trong của nó). (Xem hình bên).



Câu 3. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = 2x^2 - 1$ trên $(-\infty; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Lấy x_1, x_2 tùy ý thuộc $(-\infty; 0)$, $x_1 < x_2$.

$$\text{Xét } f(x_1) - f(x_2) = (2x_1^2 - 1) - (2x_2^2 - 1) = 2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2).$$

Vì $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$; $x_1, x_2 \in (-\infty; 0) \Rightarrow x_1 + x_2 < 0$. Do vậy $2(x_1 - x_2)(x_1 + x_2) > 0$.

$$\text{Suy ra } f(x_1) - f(x_2) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2).$$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

Câu 4. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$ và $\tan \alpha$.

Hướng dẫn giải:

Vì $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha < 0$.

Ta có: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Do đó: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 1$ với $x \in [0; 4]$.

Hướng dẫn giải:

Ta có: $a = 1, b = -3, c = 1 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ và $f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{4}$. Vì $a = 1 > 0$ nên bề lõm đồ thị hướng lên.

Bảng biến thiên hàm số khi $x \in [0; 4]$ là:

x	$-\infty$	0	$\frac{3}{2}$	4	$+\infty$
y	$+\infty$	1	$-\frac{5}{4}$	5	$+\infty$

Ta có thể kết luận: Với $x \in [0; 4]$, hàm số **đạt giá trị lớn nhất** bằng 5, khi đó $x = 4$; hàm số **đạt giá trị nhỏ nhất** bằng $-\frac{5}{4}$, khi đó $x = \frac{3}{2}$.

Câu 6. Bảng số liệu sau thống kê nhiệt độ tại Thành phố Hồ Chí Minh trong một lần đo vào một ngày của năm 2021 :

Giờ đo	1h	4h	7h	10h	13h	16h	19h	22h
Nhiệt độ (độ C)	27	26	28	32	34	35	30	28

Tìm số trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đã cho (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải:

Số trung bình là: $\bar{x} = \frac{27 + 26 + \dots + 30 + 28}{8} = 30 (^{\circ}\text{C})$.

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{8}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2]$
 $= \frac{1}{8}[(27 - 30)^2 + (26 - 30)^2 + \dots + (28 - 30)^2] = 9,75$.

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} \approx 3,12 (^{\circ}\text{C})$.

Câu 7. Chứng minh rằng trong một hình bình hành, tổng bình phương các cạnh bằng tổng bình phương hai đường chéo của hình bình hành đó.

Hướng dẫn giải:

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$ nên O là trung điểm của AC và BD . Áp dụng công thức đường trung tuyến trong tam giác ABD ta có:

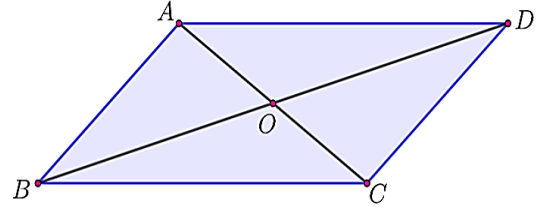
$$OA^2 = \frac{AB^2 + AD^2}{2} - \frac{BD^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AC^2}{4} = \frac{AB^2 + AD^2}{2} - \frac{BD^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow AC^2 = 2(AB^2 + AD^2) - BD^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2) \Leftrightarrow AC^2 + BD^2 = AB^2 + AB^2 + AD^2 + AD^2$$

$$\Leftrightarrow AC^2 + BD^2 = AB^2 + CD^2 + BC^2 + AD^2 \text{ (điều phải chứng minh).}$$



Câu 8. Cho ΔABC vuông tại B có $A = 30^\circ$, $AB = a$. Gọi I là trung điểm của AC . Hãy tính:

a) $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}|$;

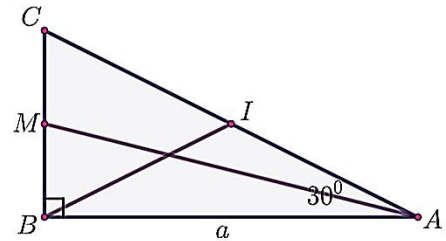
b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}|$.

Hướng dẫn giải:

Xét ΔABC vuông tại B :

$$\tan A = \frac{BC}{AB} \Rightarrow BC = AB \cdot \tan A = a \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3},$$

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$



a) Ta có: $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = |2\overrightarrow{BI}| = 2|\overrightarrow{BI}| = 2BI = 2 \cdot \frac{AC}{2} = AC = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$

b) Gọi M là trung điểm của BC , ta có:

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}| = |2\overrightarrow{AM}| = 2|\overrightarrow{AM}| = 2AM = 2\sqrt{AB^2 + BM^2} = 2\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2} = \frac{a\sqrt{39}}{3}.$$

Câu 9. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Tìm vị trí của M để tổng $P = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$. Tính $P_{\min}$ theo GA, GB, GC .

Hướng dẫn giải:

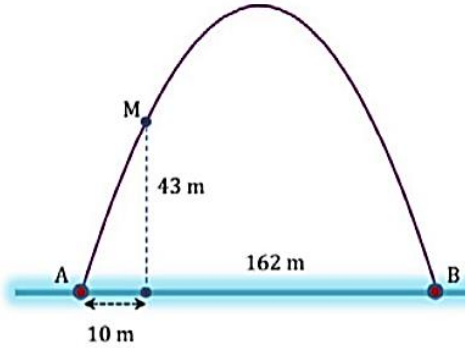
$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 + MC^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 \\ &= (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2 \\ &= MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GA} + GA^2 + MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GB} + GB^2 + MG^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot \overrightarrow{GC} + GC^2 \\ &= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\overrightarrow{MG} \cdot (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2. \end{aligned}$$

Nhận xét: Các điểm A, B, C, G cố định, do đó $GA^2 + GB^2 + GC^2$ không đổi.

P nhỏ nhất khi và chỉ khi MG nhỏ nhất $\Leftrightarrow MG = 0 \Leftrightarrow M$ trùng với G .

Khi đó: $P_{\min} = GA^2 + GB^2 + GC^2$.

Câu 10. Cổng Arch tại thành phố St Louis của Mỹ có hình dạng của một parabol. Biết khoảng cách giữa hai chân cổng là 162 m. Trên thành cổng, tại vị trí có độ cao 43 m so với mặt đất, người ta thả một sợi dây chạm đất và vị trí chạm đất này cách chân cổng (điểm A) một khoảng 10 m. Hãy tính gần đúng độ cao của cổng Arch (tính chính xác đến hàng phần chục).



Hướng dẫn giải:

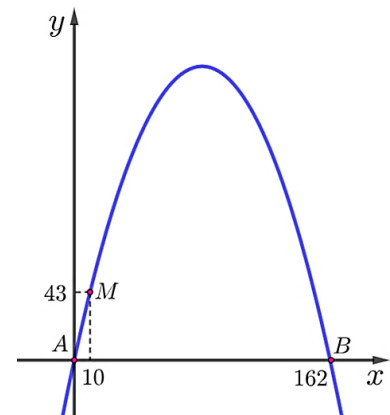
Dựng hệ trục Oxy như hình vẽ và gọi hàm số tương ứng cổng Arch là: $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol qua ba điểm $A(0;0)$, $B(162;0)$, $M(10;43)$ nên:
$$\begin{cases} c = 0 \\ 162^2 a + 162b + c = 0 \\ 10^2 a + 10b + c = 43 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{43}{1520} \\ b = \frac{3483}{760} \end{cases}.$$

Do vậy ta xác định được hàm số là $y = -\frac{43}{1520}x^2 + \frac{3483}{760}x$.

Đỉnh I của parabol có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 81$, $y_I \approx 185,6$.

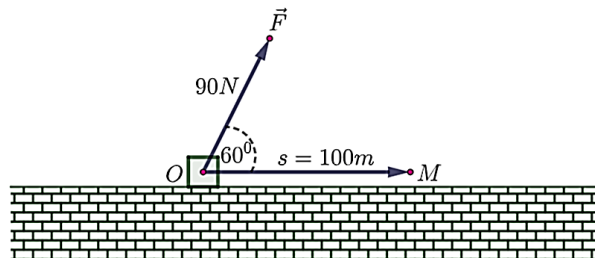
Vậy, chiều cao của cổng gần bằng 185,6m.



ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 08**Time: 90 phút****Câu 1.**a) Cho $A = [-4; 4], B = [1; 7]$. Tìm $A \cap B, A \cup B, A \setminus B, B \setminus A$.b) Cho hai tập hợp $A = (-4; 3)$ và $B = (m - 7; m)$. Tìm m để $B \subset A$.**Câu 2.** Xét sự đồng biến, nghịch biến hàm số $f(x) = \frac{-x}{x+1}$ trên $(-1; +\infty)$.**Câu 3.** Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.**Câu 4.** Cho tam giác cân ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .**Câu 5.** Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3; 0)$.**Câu 6.** Mẫu số liệu sau ghi rõ số tiền thưởng tết Nguyên Đán của 13 nhân viên của một công ty (đơn vị: triệu đồng): 10 10 11 12 12 13 14,5 15 18 20 20 21 28.

a) Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 7. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số điểm thưởng là lớn nhất?**Câu 8.** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Hãy biểu thị mỗi vector $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ theo cặp vector $\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{CP}$.**Câu 9.** Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m. Biết lực $\vec{F}$ hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh ra bởi lực $\vec{F}$.

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 08

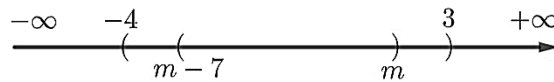
Câu 1.

- a) Cho $A = [-4; 4]$, $B = [1; 7]$. Tìm $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$.
 b) Cho hai tập hợp $A = (-4; 3)$ và $B = (m - 7; m)$. Tìm m để $B \subset A$.

Hướng dẫn giải:

- a) Ta có: $A \cap B = [1; 4]$, $A \cup B = [-4; 7]$, $A \setminus B = [-4; 1)$, $B \setminus A = (4; 7]$.

- b) Ta có: $B \subset A$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m - 7 \geq -4 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 3 \\ m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = 3$.



Câu 2. Xét sự đồng biến, nghịch biến hàm số $f(x) = \frac{-x}{x+1}$ trên $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Xét tùy ý $x_1, x_2 \in (-1; +\infty)$ và $x_1 < x_2$.

$$\text{Khi đó: } f(x_1) - f(x_2) = \frac{-x_1}{x_1+1} - \frac{-x_2}{x_2+1} = \frac{-x_1x_2 - x_1 + x_1x_2 + x_2}{(x_1+1)(x_2+1)} = \frac{x_2 - x_1}{(x_1+1)(x_2+1)}.$$

Do $x_1, x_2 \in (-1; +\infty) \Rightarrow (x_1+1)(x_2+1) > 0$; $x_1 < x_2 \Rightarrow x_2 - x_1 > 0$.

Vì vậy $\frac{x_2 - x_1}{(x_1+1)(x_2+1)} > 0 \Rightarrow f(x_1) - f(x_2) > 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; +\infty)$.

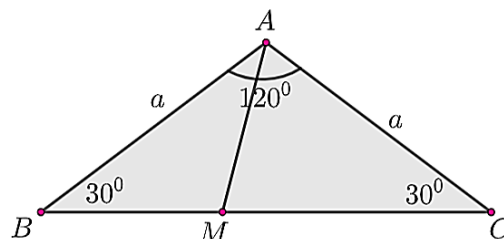
Câu 3. Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính giá trị biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x = 3(1 - \cos^2 x) + 4\cos^2 x = 3 + \cos^2 x = 3 + \frac{1}{4} = \frac{13}{4}.$$

Câu 4. Cho tam giác cân ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .

Hướng dẫn giải:



$$\text{Ta có: } BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos 120^\circ} = \sqrt{a^2 + a^2 - 2a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = a\sqrt{3} \Rightarrow BM = \frac{2a\sqrt{3}}{5};$$

$$AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

Câu 5. Xác định hàm số bậc hai có đồ thị là parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 2$ và cắt trục hoành tại điểm $M(3; 0)$.

Hướng dẫn giải:

$$(P) \text{ có trục đối xứng } x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2a} = 2 \Rightarrow a = 1; (P) \text{ lại qua } M(3; 0) \Rightarrow 0 = a \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + c \Rightarrow c = 3.$$

Vậy hàm số bậc hai được xác định: $y = x^2 - 4x + 3$.

Câu 6. Mẫu số liệu sau ghi rõ số tiền thưởng tết Nguyên Đán của 13 nhân viên của một công ty (đơn vị : triệu đồng) : 10 10 11 12 12 13 14,5 15 18 20 20 21 28.

a) Tìm tứ phân vị của mẫu số liệu.

b) Tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Hướng dẫn giải:

a) Mẫu gồm 13 giá trị theo thứ tự không giảm: 10 10 11 12 12 13 14,5 15 18 20 20 21 28 ; trung vị là 14,5; nên tứ phân vị thứ hai : $Q_2 = 14,5$.

Xét nửa mẫu bên trái: 10 10 11 12 12 13; tứ phân vị thứ nhất: $Q_1 = 11,5$.

Xét nửa mẫu bên phải: 15 18 20 20 21 28; tứ phân vị thứ nhất: $Q_3 = 20$.

Vậy tứ phân vị của mẫu là $Q_1 = 11,5; Q_2 = 14,5; Q_3 = 20$.

b) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của số liệu lần lượt là $x_{\max} = 28, x_{\min} = 10$.

Khoảng biến thiên là : $R = x_{\max} - x_{\min} = 18$.

Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$.

Câu 7. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số điểm thưởng là lớn nhất?

Hướng dẫn giải:

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và táo do một đội pha chế thực hiện được ($x, y \geq 0$).

Số điểm thưởng của đội là: $F(x; y) = 60x + 80y$.

Số gam đường cần dùng là: $30x + 10y$.

Số lít nước cần dùng là: $x + y$.

Số gam hương liệu cần dùng là: $x + 4y$.

Vì trong cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường

nên ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x + 4y \leq 24 \\ x + y \leq 9 \\ 30x + 10y \leq 210 \quad (*) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) như hình bên, ta thấy rằng miền nghiệm của hệ chính là miền của ngũ giác $OABCD$ với 5 đỉnh là:

$$O(0;0), A(0;6), B(4;5), C(6;3), D(7;0).$$

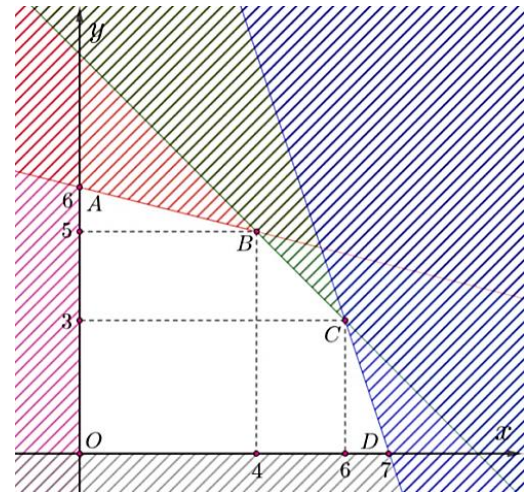
Ta biết rằng biểu thức hai biến $F(x; y) = 60x + 80y$ sẽ đạt giá trị lớn nhất (và nhỏ nhất) khi cặp $(x; y)$ nhận một trong các tọa độ đỉnh của ngũ giác $OABCD$.

$$\text{Ta có: } F(0;0) = 60.0 + 80.0 = 0, F(0;6) = 60.0 + 80.6 = 480, F(4;5) = 60.4 + 80.5 = 640,$$

$$F(6;3) = 60.6 + 80.3 = 600, F(7;0) = 60.7 + 80.0 = 420.$$

Vậy $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 640, khi đó $(x; y) = (4; 5)$.

Như vậy để được số điểm thưởng là lớn nhất thì người chơi cần pha chế 4 lít nước cam và 5 lít nước táo.



Câu 8. Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BN, CP . Hãy biểu thị mỗi vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ theo cặp vectơ $\overrightarrow{BN}, \overrightarrow{CP}$.

Hướng dẫn giải:

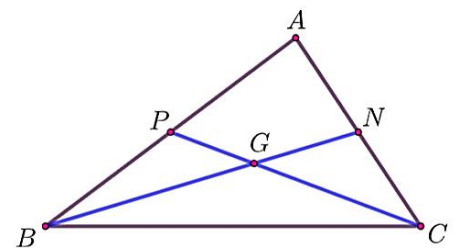
Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC , ta có :

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GA}.$$

$$\text{Khi đó: } \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} = \overrightarrow{GB} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC})$$

$$= 2\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = -2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \overrightarrow{BN} - \frac{2}{3} \overrightarrow{CP}$$

$$= -\frac{4}{3} \overrightarrow{BN} - \frac{2}{3} \overrightarrow{CP}; \quad \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{GB} = -\frac{2}{3} \overrightarrow{CP} + \frac{2}{3} \overrightarrow{BN}$$

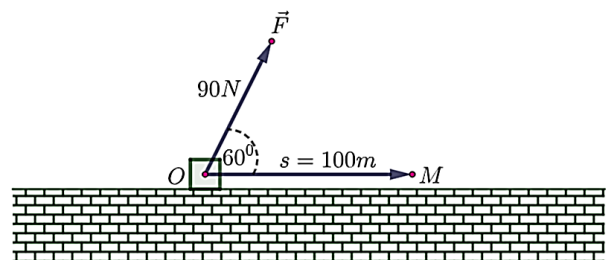


Câu 9. Một người dùng một lực $\vec{F}$ có độ lớn 90 N làm một vật dịch chuyển một đoạn 100 m. Biết lực $\vec{F}$ hợp với hướng dịch chuyển một góc 60° . Tính công sinh ra bởi lực $\vec{F}$.

Hướng dẫn giải:

Đặt $OM = s$ là đoạn đường mà vật di chuyển được với O là điểm đặt vật ban đầu.

$$\text{Công sinh ra bởi lực } \vec{F} \text{ là: } A = \vec{F} \cdot \overrightarrow{OM} = |\vec{F}| \cdot |\overrightarrow{OM}| \cdot \cos(\vec{F}, \overrightarrow{OM}) = 90.100 \cdot \cos 60^\circ = 4500 \text{ J}.$$



ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 09

Time: 90 phút

Câu 1.

a) Xác định hai tập hợp A, B biết rằng: $A \setminus B = \{1; 5; 7; 8\}$, $B \setminus A = \{2; 10\}$, $A \cap B = \{3; 6; 9\}$.

b) Trong một trường THPT, khối 10 có 160 em học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 140 em học sinh tham gia câu lạc bộ Tin, 10 em học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ. Biết rằng tất cả học sinh khối 10 đều tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên. Hỏi khối 10 có bao nhiêu học sinh?

Câu 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}}$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Câu 3. Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 8$.

Câu 4. Tìm giá trị m biết parabol $y = x^2 + x + m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = \frac{3}{4}$.

Câu 5. Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, 1 mg = 0,001 g) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau :

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210

Hãy tìm tứ phân vị của mẫu trên. Các tứ phân vị này cho ta thông tin gì?

Câu 6. Chứng minh rằng : $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$ (các biểu thức đều có nghĩa).

Câu 7. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - 3m + 4} + \frac{x}{x + m - 1}$ với m là tham số. Tìm m để hàm số có tập xác định là $[0; +\infty)$.

Câu 8. Cho tam giác ABC có $b + c = 2a$. Chứng minh rằng: $6Rr = bc$, trong đó R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC .

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $AD = a$, $BC = 3a$ và cạnh $AB = 2a$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ}$.

Câu 10. Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Hỏi số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là bao nhiêu?

=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 09

Câu 1.

a) Xác định hai tập hợp A, B biết rằng: $A \setminus B = \{1; 5; 7; 8\}$, $B \setminus A = \{2; 10\}$, $A \cap B = \{3; 6; 9\}$.

b) Trong một trường THPT, khối 10 có 160 em học sinh tham gia câu lạc bộ Toán, 140 em học sinh tham gia câu lạc bộ Tin, 10 em học sinh tham gia cả hai câu lạc bộ. Biết rằng tất cả học sinh khối 10 đều tham gia ít nhất một trong hai câu lạc bộ trên. Hỏi khối 10 có bao nhiêu học sinh?

Hướng dẫn giải:

a) Ta thực hiện biểu đồ Ven như hình bên.

Vì vậy: $A = \{1; 5; 7; 8\} \cup \{3; 6; 9\} = \{1; 3; 5; 6; 7; 8; 9\}$,

$B = \{2; 10\} \cup \{3; 6; 9\} = \{2; 3; 6; 9; 10\}$.

b)

☺ **Cách giải 1:** Dựa vào biểu đồ Ven, ta có:

Số học sinh khối 10 chỉ tham gia câu lạc bộ Toán:

$160 - 10 = 150$ (em).

Số học sinh khối 10 chỉ tham gia câu lạc bộ Tin: $140 - 10 = 130$ (em).

Tổng số học sinh khối 10 là: $150 + 10 + 130 = 290$ (em).

☺ **Cách giải 2:** Dựa vào công thức $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$

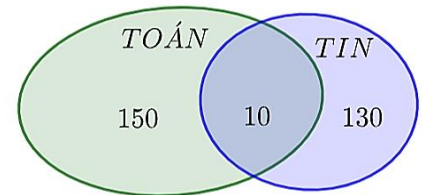
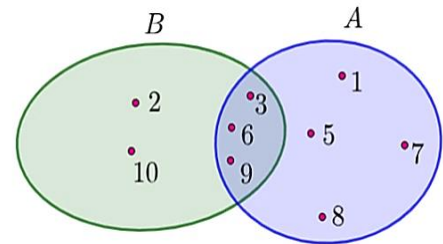
trong đó ký hiệu $|A \cup B|$ là số phần tử của tập $A \cup B$, ký hiệu

$|A|$, $|B|$, $|A \cap B|$ lần lượt là số phần tử của các tập A , B , $A \cap B$.

Gọi A là tập hợp các học sinh khối 10 tham gia câu lạc bộ Toán,

B là tập hợp các học sinh khối 10 tham gia câu lạc bộ Tin.

Ta có: $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 160 + 140 - 10 = 290$ (em).



Câu 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x+2}{x\sqrt{x+1}}$;

b) $f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 1 & \text{khi } x < 1 \\ \sqrt{x^2 - 1} & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x \neq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x > -1 \end{cases}$.

Vậy tập xác định hàm số là: $D = (-1; +\infty) \setminus \{0\}$.

b) Khi $x < 1$ thì $f(x) = x^2 + x - 1$ luôn xác định; khi $x \geq 1$ thì $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ luôn xác định.

Vậy tập xác định hàm số: $D = (-\infty; 1) \cup [1; +\infty) = \mathbb{R}$.

Câu 3. Vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x - 8$.

Hướng dẫn giải:

Đỉnh I có tọa độ: $x_I = -\frac{b}{2a} = 1$, $y_I = -9$ hay $I(1; -9)$.

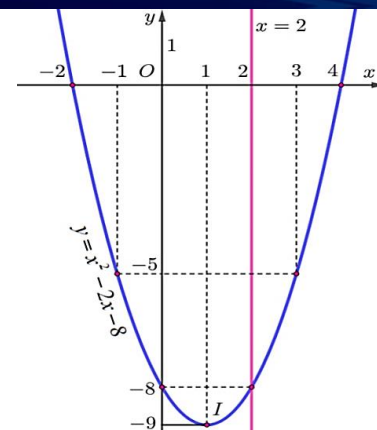
Trục đối xứng parabol: $x = 1$.

Vì $a=1>0$ nên bề lõm parabol hướng lên.

Ta có bảng giá trị:

x	-1	0	1	2	3
y	-5	-8	-9	-8	-5

Đồ thị hàm số:



Câu 4. Tìm giá trị m biết parabol $y = x^2 + x + m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải:

Tọa độ đỉnh I của parabol: $x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow y_I = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) + m = m - \frac{1}{4}$ hay $I\left(-\frac{1}{2}; m - \frac{1}{4}\right)$.

Vì $I \in (d): y = \frac{3}{4}$ nên $m - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = 1$.

Câu 5. Hàm lượng Natri (đơn vị miligam, 1 mg = 0,001 g) trong 100 g một số loại ngũ cốc được cho như sau :

0	340	70	140	200	180	210	150	100	130
140	180	190	160	290	50	220	180	200	210

Hãy tìm tứ phân vị của mẫu trên. Các tứ phân vị này cho ta thông tin gì?

Hướng dẫn giải:

Sắp xếp các giá trị của mẫu theo thứ tự không giảm :

0 50 70 100 130 140 140 150 160 180 180 180 190 200 200 210 210 220 290 340 ;
($n = 20$).

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu : $Q_2 = \frac{180+180}{2} = 180$.

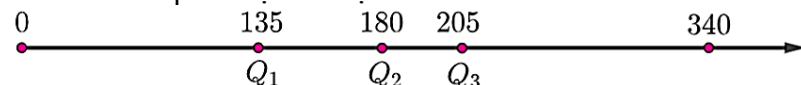
Xét nửa mẫu bên trái : 0 50 70 100 130 140 140 150 160 180 .

Tứ phân vị thứ nhất chính là trung vị nửa mẫu này : $Q_1 = \frac{130+140}{2} = 135$.

Xét nửa mẫu bên phải : 180 180 190 200 200 210 210 220 290 340.

Tứ phân vị thứ ba chính là trung vị nửa mẫu này : $Q_3 = \frac{200+210}{2} = 205$.

Biểu diễn tứ phân vị trên trục số :



Các tứ phân vị cho ta hình ảnh phân bố của mẫu số liệu. Khoảng cách từ Q_1 đến Q_2 là 45 trong khi khoảng cách từ Q_2 đến Q_3 là 25. Điều này cho thấy mẫu số liệu tập trung với mật độ cao ở bên phải Q_2 và mật độ thấp ở bên trái Q_2 .

Câu 6. Chứng minh rằng : $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$ (các biểu thức đều có nghĩa).

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } \frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{1 + \frac{1}{\tan x}}{1 - \frac{1}{\tan x}} = \frac{\frac{\tan x + 1}{\tan x}}{\frac{\tan x - 1}{\tan x}} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} \quad (\text{điều phải chứng minh}).$$

Câu 7. Cho hàm số $y = \sqrt{2x - 3m + 4} + \frac{x}{x + m - 1}$ với m là tham số. Tìm m để hàm số có tập xác định là $[0; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Hàm số xác định} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3m + 4 \geq 0 \\ x + m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3m - 4}{2} \\ x \neq 1 - m \end{cases}.$$

Trường hợp 1: $1 - m \geq \frac{3m - 4}{2} \Leftrightarrow m \leq \frac{6}{5}$, tập xác định hàm số $D = \left[\frac{3m - 4}{2}; +\infty \right) \setminus \{1 - m\}$.

Tập xác định này không thể bằng $[0; +\infty)$ theo đề bài. Do đó $m \leq \frac{6}{5}$ không thỏa mãn.

Trường hợp 2: $1 - m < \frac{3m - 4}{2} \Leftrightarrow m > \frac{6}{5}$, tập xác định của hàm số là $D = \left[\frac{3m - 4}{2}; +\infty \right)$.

Do đó, hàm số có tập xác định là $[0; +\infty) \Leftrightarrow \frac{3m - 4}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \frac{4}{3}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \frac{4}{3}$ là giá trị cần tìm.

Câu 8. Cho tam giác ABC có $b + c = 2a$. Chứng minh rằng: $6Rr = bc$, trong đó R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC .

Hướng dẫn giải:

$$\text{Ta có: } S_{\triangle ABC} = \frac{abc}{4R}; S_{\triangle ABC} = pr = \frac{a + b + c}{2} r = \frac{3a}{2} r \quad (\text{vì } b + c = 2a).$$

$$\text{Do đó: } \frac{abc}{4R} = \frac{3a}{2} r \Leftrightarrow 2abc = 12aRr \Leftrightarrow bc = 6Rr \quad (\text{điều phải chứng minh}).$$

Câu 9. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và B , biết $AD = a$, $BC = 3a$ và cạnh $AB = 2a$.

a) Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

b) Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD . Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ}$.

Hướng dẫn giải:

$$\begin{aligned} \text{a) [Tính } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD}]. \text{ Ta có: } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BD} &= \overrightarrow{AB} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \underbrace{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}_0 \\ &= \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB}^2 = -AB^2 = -4a^2. \end{aligned}$$

Tính $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD}$. Ta có: $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BD} = BC \cdot BD \cdot \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}) = BC \cdot BD \cdot \cos DBC$

$$= BC \cdot BD \cdot \cos BDA = BC \cdot BD \cdot \frac{AD}{BD} = BC \cdot AD = 3a^3.$$

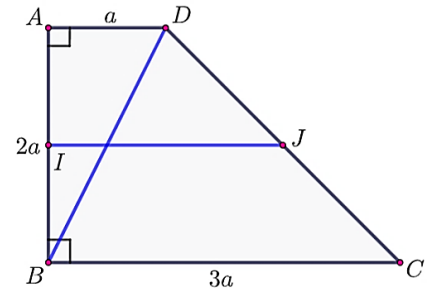
(trong đó $DBC = BDA$ vì là hai góc so le trong).

Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$.

Ta có:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AD}$$

$$= -\overrightarrow{AB}^2 + 0 + 0 + BC \cdot AD \cdot \cos 0^\circ = -AB^2 + 3a \cdot a \cdot 1 = -(2a)^2 + 3a^2 = -a^2.$$



b) Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ}$. Ta có:

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{IJ} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{IJ} = BC \cdot IJ \cdot \cos 0^\circ = 3a \cdot 2a \cdot 1 = 6a^2.$$

Câu 10. Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Hỏi số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải:

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{N}^*).$$

Miền nghiệm của hệ chính là miền của tứ giác $OABC$ (bỏ đi điểm O), trong đó $A(60; 0)$, $B(40; 30)$, $C(0; \frac{110}{3})$ (vì

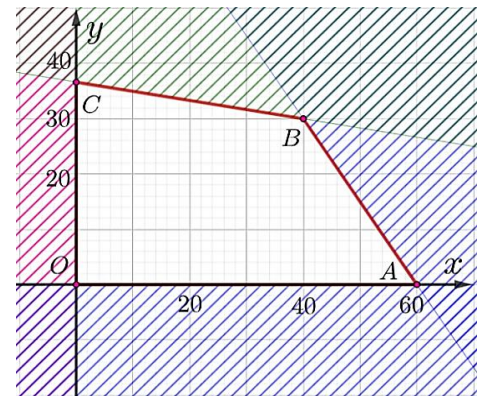
$x, y \in \mathbb{N}^*$ nên ta loại điểm C).

Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T chỉ đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B .

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 0,5 \cdot 60 + 0,4 \cdot 0 = 30$. Tại $B(40; 30)$ thì $T = 0,5 \cdot 40 + 0,4 \cdot 30 = 32$.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng, khi đó số sản phẩm loại I là 40, số sản phẩm loại II là 30.



☞ **Lưu ý:** Dù đã bỏ qua hai điểm O, C do chúng không thỏa điều kiện cho miền nghiệm hệ bất phương trình, ta vẫn phải tính giá trị T tại hai điểm O, C ; khi đó ta thấy hai giá trị này nhỏ hơn 32, điều này đồng nghĩa với việc giá trị lớn nhất của T tồn tại, và $T_{\max} = 32$.

ĐỀ RÈN LUYỆN SỐ 10

Time: 90 phút

Câu 1.

- a) Cho $A = \{1; 3; 5\}$. Liệt kê các tập con của tập A .
b) Tìm tập hợp X sao cho $\{a; b\} \subset X \subset \{a; b; c; d\}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & \text{khi } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính: $f(-2), f(0), f(1), f(3)$.

Câu 3. Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số.

- a) Tìm tập xác định của hàm số theo tham số m .
b) Tìm m để hàm số xác định trên $(0;1)$.

Câu 4. Tìm các hệ số a, b, c của hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O , đồng thời có đỉnh $I(-1; -3)$.

Câu 5. Người ta tiến hành phỏng vấn một số người về chất lượng của một loại sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu cho điểm sản phẩm (thang điểm 100) và thu được kết quả như sau:

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75 72 68
39 41 54 61 72 75 72 61 58 65

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn. Em có nhận xét gì về các kết quả nhận được?

Câu 6. Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 1 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$ (*).

- a) Hệ (*) có phải là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x, y hay không?
b) Cặp số $(1; 2)$ có phải là một nghiệm của (*) không?

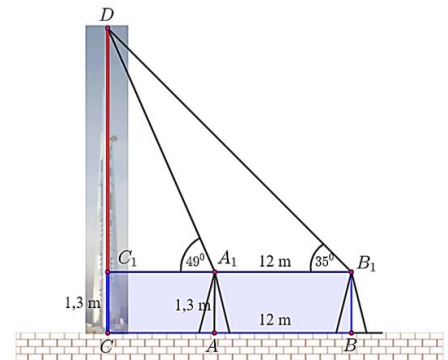
Câu 7. Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$.

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O . Chứng minh rằng:

- a) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$; b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M sao cho $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Câu 10. Muốn đo chiều cao của Tháp Chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận, người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12$ m cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế (hình bên). Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3$ m. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\angle DA_1C_1 = 49^\circ$, $\angle DB_1C_1 = 35^\circ$. Chiều cao CD của tháp đó gần nhất với kết quả nào sau đây?



=====HẾT=====

HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 10

Câu 1.

- a) Cho $A = \{1; 3; 5\}$. Liệt kê các tập con của tập A .
b) Tìm tập hợp X sao cho $\{a; b\} \subset X \subset \{a; b; c; d\}$.

Hướng dẫn giải:

- a) Các tập con của A gồm: $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1; 3\}, \{1; 5\}, \{3; 5\}, \{1; 3; 5\}$.
b) Theo đề bài, ta có tập hợp X phải chứa 2 phần tử là a và b , nhưng không được chứa phần tử nào khác 4 phần tử a, b, c, d . Do đó các tập hợp X có thể là:
 $X = \{a; b\}, X = \{a; b; c\}, X = \{a; b; d\}, X = \{a; b; c; d\}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & \text{khi } x < 0 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 1 & \text{khi } x > 2 \end{cases}$. Tính: $f(-2), f(0), f(1), f(3)$.

Hướng dẫn giải:

Với $x = -2 < 0$, ta có: $f(-2) = \frac{2}{-2-1} = -\frac{2}{3}$. Với $x = 0 \in [0; 2]$, ta có: $f(0) = \sqrt{0+1} = 1$.

Với $x = 1 \in [0; 2]$, ta có: $f(1) = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$. Với $x = 3 > 2$, ta có: $f(3) = \sqrt{3+1} = 2$.

Câu 3. Cho hàm số: $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ với m là tham số.

- a) Tìm tập xác định của hàm số theo tham số m .
b) Tìm m để hàm số xác định trên $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải:

a) Hàm số xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ \sqrt{x-m+2} \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases}$.

Tập xác định của hàm số là $D = [m-2; +\infty) \setminus \{m-1\}$.

b) Hàm số xác định trên $(0; 1) \Leftrightarrow (0; 1) \subset [m-2; m-1) \cup (m-1; +\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (0; 1) \subset [m-2; m-1) \\ (0; 1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \\ m \leq 1 \end{cases}$.

Vậy $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 4. Tìm các hệ số a, b, c của hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ biết rằng đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ O , đồng thời có đỉnh $I(-1; -3)$.

Hướng dẫn giải:

Parabol qua gốc tọa độ $O(0; 0) \Rightarrow c = 0$.

Parabol có đỉnh $I(-1; -3)$ nên $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = -1 \\ a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - b = 0 \\ a - b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \end{cases}$. Vậy $a = 3, b = 6, c = 0$.

Câu 5. Người ta tiến hành phỏng vấn một số người về chất lượng của một loại sản phẩm mới. Người điều tra yêu cầu cho điểm sản phẩm (thang điểm 100) và thu được kết quả như sau:

80 65 51 48 45 61 30 35 84 83 60 58 75 72 68

39 41 54 61 72 75 72 61 58 65

Tìm phương sai và độ lệch chuẩn. Em có nhận xét gì về các kết quả nhận được?

Hướng dẫn giải:

Ta có: $\bar{x} = \frac{80 + 65 + \dots + 65}{25} = 60,52$ (điểm).

Phương sai: $s^2 = \frac{1}{25}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2] \approx 212,73$.

Độ lệch chuẩn $s = \sqrt{s^2} \approx 14,59$ (điểm).

Nhận xét: Mức độ chênh lệch điểm giữa các giá trị là khá lớn.

Câu 6. Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - 2y \leq 1 \\ x + y \geq 0 \end{cases}$ (*).

a) Hệ (*) có phải là hệ phương trình bậc nhất hai ẩn x, y hay không?

b) Cặp số $(1; 2)$ có phải là một nghiệm của (*) không?

Hướng dẫn giải:

a) Hai bất phương trình $x - 2y \leq 1, x + y \geq 0$ đều có dạng bậc nhất hai ẩn x, y nên hệ đã cho chính là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y .

b) Thay cặp số $(1; 2)$ vào mỗi bất phương trình của hệ (*), ta có: $\begin{cases} -3 \leq 1 \\ 3 \geq 0 \end{cases}$ (đúng), vì vậy $(1; 2)$ là một nghiệm của hệ (*).

Câu 7. Cho $\tan \alpha = \frac{1}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$.

Hướng dẫn giải:

Vì $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{3}$ nên $\cos \alpha \neq 0$. Chia cả tử và mẫu của P cho $\cos \alpha$, ta được:

$$A = \frac{3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + 4}{2 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - 5} = \frac{3 \tan \alpha + 4}{2 \tan \alpha - 5} = \frac{3 \cdot \frac{1}{3} + 4}{2 \cdot \frac{1}{3} - 5} = -\frac{15}{13}.$$

Câu 8. Cho $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn tâm O , H là trực tâm tam giác, D là điểm đối xứng của A qua O . Chứng minh rằng:

a) $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = 2\overrightarrow{HO}$;

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH}$.

Hướng dẫn giải:

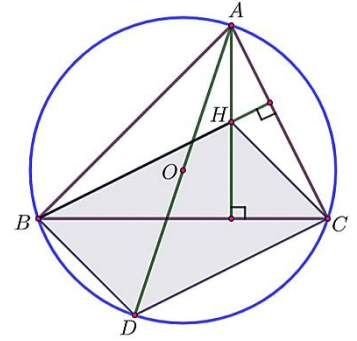
a) Xét tam giác ABD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AB \perp BD$. Mặt khác $AB \perp CH$ nên $BD \parallel CH$ (1).

Tương tự, tam giác ACD nội tiếp đường tròn đường kính AD nên $AC \perp CD$; mặt khác $AC \perp BH$ nên $CD \parallel BH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $BDCH$ là hình bình hành.

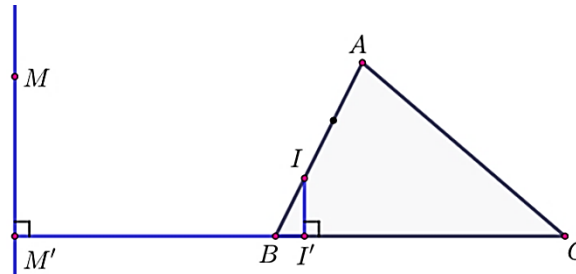
Ta có: $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} = 2\overrightarrow{HO}$ (vì O là trung điểm AD). $\square$

b) Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{HC}$
 $= 3\overrightarrow{OH} + (\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC}) = 3\overrightarrow{OH} + 2\overrightarrow{HO} = \overrightarrow{OH}$. $\square$



Câu 9. Cho tam giác ABC . Tìm tập hợp điểm M sao cho $(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

Hướng dẫn giải:



Gọi I là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{IA} + 2(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AB}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

Do đó điểm I cố định (thuộc đoạn AB và $AI = \frac{2}{3}AB$). Ta có:

$$(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{CB}) \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow [(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 3\overrightarrow{CB}] \cdot \overrightarrow{BC} = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[3\overrightarrow{MI} + \underbrace{(\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB})}_{\vec{0}} + 3\overrightarrow{CB} \right] \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow 3\overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} - 3BC^2 = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2.$$

Gọi M', I' lần lượt là hình chiếu của M, I trên đường thẳng BC .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{M'I'} + \overrightarrow{I'I}) \cdot \overrightarrow{BC} = \underbrace{\overrightarrow{MM'} \cdot \overrightarrow{BC}}_0 + \overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC} + \underbrace{\overrightarrow{I'I} \cdot \overrightarrow{BC}}_0 = \overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC}.$$

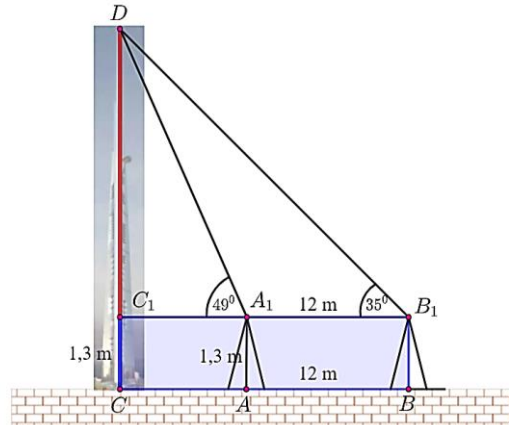
$$\text{Do vậy } \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2.$$

$$\text{Vì } BC^2 > 0 \text{ nên } \overrightarrow{M'I'}, \overrightarrow{BC} \text{ cùng hướng, khi đó: } \overrightarrow{M'I'} \cdot \overrightarrow{BC} = BC^2 \Leftrightarrow M'I' \cdot BC = BC^2 \Leftrightarrow M'I' = BC.$$

Do I cố định nên I' cố định, suy ra M' cố định.

Vậy tập hợp điểm M là đường thẳng đi qua M' và vuông góc với BC .

Câu 10. Muốn đo chiều cao của Tháp Chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận, người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12$ m cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế (hình bên). Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3$ m. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được $\angle DA_1C_1 = 49^\circ$, $\angle DB_1C_1 = 35^\circ$. Chiều cao CD của tháp đó gần nhất với kết quả nào sau đây?

**Hướng dẫn giải:**

Ta có: $A_1B_1 = AB = 12 \text{ m}$.

Xét hai tam giác DC_1A_1 và DC_1B_1 có: $C_1A_1 = C_1D \cdot \cot 49^\circ$, $C_1B_1 = C_1D \cdot \cot 35^\circ$.

Ta có: $A_1B_1 = C_1B_1 - C_1A_1 = C_1D(\cot 35^\circ - \cot 49^\circ)$

$$\Rightarrow C_1D = \frac{A_1B_1}{\cot 35^\circ - \cot 49^\circ} = \frac{12}{\cot 35^\circ - \cot 49^\circ} \approx 21,47 \text{ m}.$$

Suy ra: $CD = CC_1 + C_1D \approx 22,77 \text{ m}$. Vậy chiều cao của tháp xấp xỉ 22,77 m.

100 CÂU TRẮC NGHIỆM TOÁN 10

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I NĂM HỌC 2022 - 2023

Câu 1. Câu nào trong các câu sau không phải là mệnh đề?

A. $\pi > x^2$.

B. $2 + 2 = 5$.

C. $\sqrt{2}$ là một số hữu tỷ.

D. $\frac{4}{2} = 2$.

Câu 2. Mệnh đề nào sau là mệnh đề **sai**?

A. $\forall n \in \mathbb{N}: n \leq 2n$.

B. $\exists n \in \mathbb{N}: n^2 = n$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 > 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}: x > x^2$.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$.

D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

Câu 4. Cho mệnh đề A: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ”. Mệnh đề phủ định của A là:

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.

C. Không tồn tại x để $x^2 - x + 7 < 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$.

Câu 5. Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ” là:

A. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ”.

B. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ”.

C. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ”.

D. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ”.

Câu 6. Cho mệnh đề: “Nếu 2 góc ở vị trí so le trong thì hai góc đó bằng nhau”. Trong các mệnh đề sau đây, đâu là **mệnh đề đảo** của mệnh đề trên?

A. Nếu 2 góc bằng nhau thì hai góc đó ở vị trí so le trong.

B. Nếu 2 góc không ở vị trí so le trong thì hai góc đó không bằng nhau.

C. Nếu 2 góc không bằng nhau thì hai góc đó không ở vị trí so le trong.

D. Nếu 2 góc ở vị trí so le trong thì hai góc đó không bằng nhau.

Câu 7. Tìm số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z}, |x| < 3\}$?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Câu 8. Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{2k - 1 | k \in \mathbb{Z}, -3 \leq k \leq 5\}$ ta được

A. $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

B. $A = \{-7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$.

C. $A = \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10\}$.

D. $A = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5; 7\}$.

Câu 9. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Tìm tập hợp $C = A \cap B$ là

A. $C = \emptyset$.

B. $C = \{2; 4\}$.

C. $C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$.

D. $C = \{1; 3; 5\}$.

Câu 10. Cho hai tập hợp $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Tìm tập hợp $C = A \cup B$.

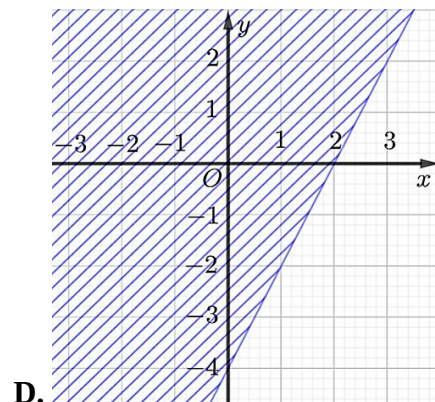
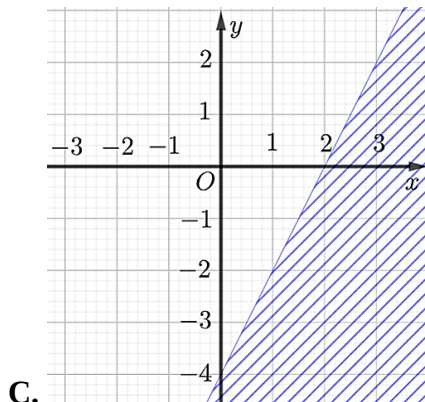
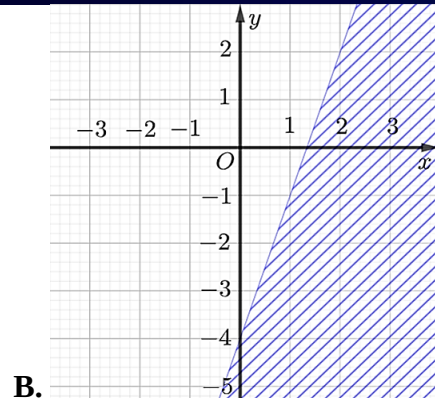
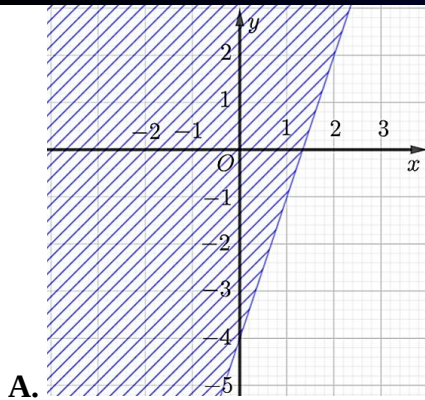
A. $C = \emptyset$.

B. $C = \{2; 4\}$.

C. $C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$.

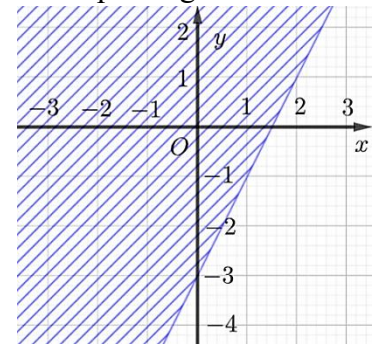
D. $C = \{1; 3; 5\}$.

- Câu 11.** Cho $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Tìm tập hợp $C = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$?
- A. $C = \emptyset$. B. $C = \{2; 4\}$.
C. $C = \{0; 1; 3; 5; 6; 8\}$. D. $C = \{1; 3; 5\}$.
- Câu 12.** Cho $A = \{3; 4; 5; 6; 7\}$ và $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Tìm $C = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.
- A. $C = \emptyset$. B. $C = \{4; 6\}$. C. $C = \{0; 2; 3; 5; 7; 8\}$. D. $C = \{3; 5; 7\}$.
- Câu 13.** Tập X có bao nhiêu tập hợp con, biết X có 3 phần tử?
- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.
- Câu 14.** Tập hợp $A = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{1}{8}; \frac{1}{15}; \frac{1}{24}; \frac{1}{35} \right\}$ bằng tập hợp nào dưới đây?
- A. $\left\{ \frac{1}{n(n+1)} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$. B. $\left\{ \frac{1}{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.
C. $\left\{ \frac{1}{n(n+2)} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$. D. $\left\{ \frac{1}{n^2+2} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.
- Câu 15.** Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - x - 6 \leq 0\}$ bằng tập hợp nào dưới đây?
- A. $\emptyset$. B. $\{0; 1; 2; 3\}$. C. $\{-1; 0; 1; 2\}$. D. $\{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.
- Câu 16.** Cho tập hợp $A = (-\infty; m^2 - 1]$, $B = [1; +\infty)$. Tìm tất cả giá trị của m để $A \cap B = \emptyset$.
- A. $m > \sqrt{2}$. B. $0 < m < \sqrt{2}$. C. $m \leq \sqrt{2}$. D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.
- Câu 17.** Cho hai nửa khoảng $A = \left(-\infty; \frac{4}{m+1}\right]$ và $B = [1; +\infty)$. Số giá trị nguyên m để $A \cap B \neq \emptyset$ là
- A. 3. B. 4. C. 5. D. Vô số.
- Câu 18.** Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (2; 7 - m]$, $B = (m - 1; +\infty)$. Tìm tất cả giá trị m để $A \cup B = (1; +\infty)$.
- A. $m \leq 3$. B. $m = 2$. C. $m > 0$. D. $m \geq 1$.
- Câu 19.** Bất phương trình nào sau đây không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?
- A. $2x + 3y > 0$. B. $x + y < 2$. C. $x + y^2 \geq 0$. D. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \leq 1$.
- Câu 20.** Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình
- A. $x + 4y < 1$. B. $x + y - 2 > 0$. C. $-x - y < 0$. D. $-x - 3y - 1 < 0$.
- Câu 21.** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?
- A. $(0; 0)$. B. $(3; -7)$. C. $(-2; 1)$. D. $(0; 1)$.
- Câu 22.** Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm
- A. $(2; 2)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-4; 3)$. D. $(5; 0)$.
- Câu 23.** Miền nghiệm (miền không bị gạch trong hình) của bất phương trình $3x - y \geq 4$ là



Câu 24. Phần không được gạch chéo trong hình (kể cả biên), là miền nghiệm của bất phương trình nào bên dưới?

- A. $x - y \geq 3$.
 B. $2x - y \geq 3$.
 C. $2x - y \leq 3$.
 D. $x - y \leq 3$.



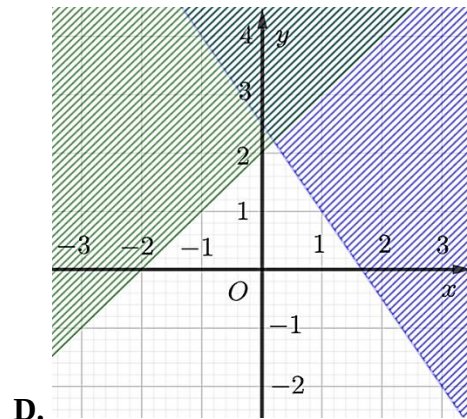
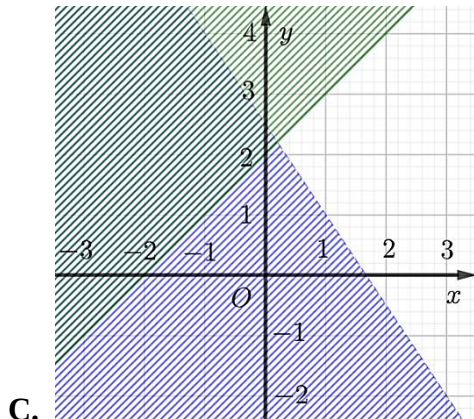
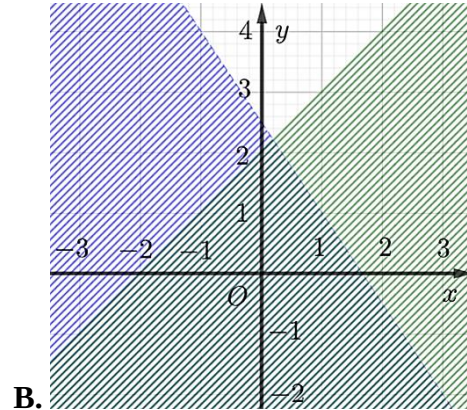
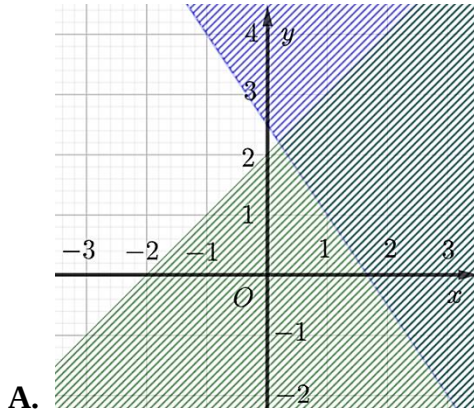
Câu 25. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

- A. $(5; 3)$. B. $(0; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 26. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; 1) \in S$. B. $(-1; -1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Câu 27. Miền biểu diễn nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 2y > 5 \\ x - y < -2 \end{cases}$ là phần không gạch chéo (không kể biên) của hình nào trong các phương án bên dưới?



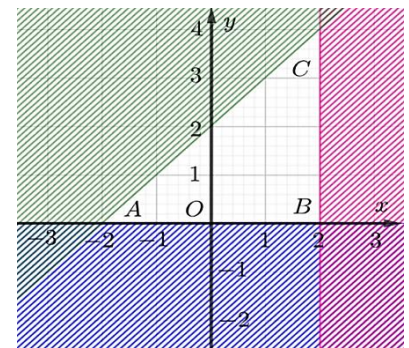
Câu 28. Cho biết miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y chính là miền của tam giác ABC như hình bên. Tìm tổng của giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất biểu thức $F(x; y) = 5x - 2y + 2025$.

A. 3075.

B. 5000.

C. 4035.

D. 4050.



Câu 29. Cho các giá trị x, y thỏa điều kiện $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 3x + 2y$.

A. 19.

B. 25.

C. 14.

D. 20.

Câu 30. Bạn An kinh doanh hai mặt hàng handmade là vòng tay và vòng đeo cổ. Mỗi vòng tay làm trong 4 giờ, bán được 40 ngàn đồng. Mỗi vòng đeo cổ làm trong 6 giờ, bán được 80 ngàn đồng. Mỗi tuần bạn An bán được không quá 15 vòng tay và 4 vòng đeo cổ. Tính số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng để làm ra sản phẩm và bán được ít nhất 400 ngàn đồng?

A. 40.

B. 25.

C. 32.

D. 20.

Câu 31. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

A. $D = (3; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$.

C. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 32. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.

A. $D = (1; 2)$.

B. $D = [1; 2]$.

C. $D = [1; 3]$.

D. $D = [-1; 2]$.

Câu 33. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$.

A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-2; 2) \setminus \{0\}$.

C. $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-x-6}$.

A. $D = \{3\}$.

B. $D = [-1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [-1; +\infty)$.

Câu 35. Hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Câu 36. Cho hàm số $y = ax + 3$ ($a \neq 0$). Tìm điều kiện của a để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a \in \mathbb{R}$.

D. $a = 1$.

Câu 37. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2|x-1| + 3|x|-2$?

A. $(2; 6)$.

B. $(1; -1)$.

C. $(-2; -10)$.

D. $(0; -4)$.

Câu 38. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2}{x-1}, & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1}, & x \in [0; 2] \\ x^2-1, & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$, ta được kết quả:

A. $\frac{2}{3}$.

B. 15.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Câu 39. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$ khi:

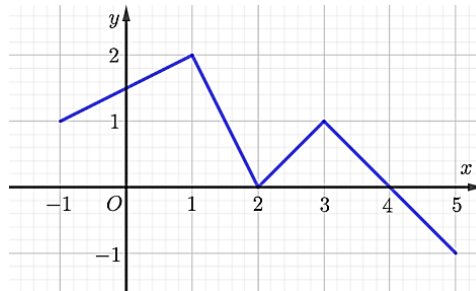
A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$.

D. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-1; 5]$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hãy chọn khẳng định đúng về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$.

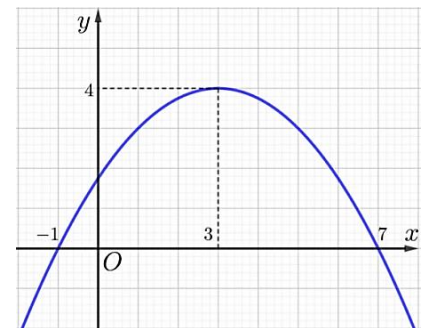


- A. Hàm số đồng biến trên các đoạn $[-1; 1]$, $[1; 2]$ và nghịch biến trên các đoạn $[2; 3]$, $[3; 5]$.
- B. Hàm số nghịch biến trên các đoạn $[-1; 1]$, $[2; 3]$ và đồng biến trên các đoạn $[1; 2]$, $[3; 5]$.
- C. Hàm số đồng biến trên các đoạn $[-1; 1]$, $[2; 3]$ và nghịch biến trên các đoạn $[1; 2]$, $[3; 5]$.
- D. Hàm số nghịch biến trên các đoạn $[-1; 1]$, $[1; 2]$ và đồng biến trên các đoạn $[2; 3]$, $[3; 5]$.

Câu 41. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Chọn mệnh đề **sai** trong các khẳng định sau:

- A. Nếu $a > 0$ thì đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên trên.
- B. Nếu $a < 0$ thì đồ thị hàm số có bề lõm hướng xuống dưới.
- C. Đồ thị hàm số có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- D. Đồ thị hàm số luôn nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Câu 42. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) như hình bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 43. Parabol $(P): y = -x^2 + 6x + 1$. Khi đó

- A. Có trục đối xứng $x = 6$ và đi qua điểm $A(0; 1)$.
- B. Có trục đối xứng $x = -6$ và đi qua điểm $A(1; 6)$.
- C. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm $A(2; 9)$.
- D. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm $A(3; 9)$.

Câu 44. Xác định hàm số $y = 2x^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số này đi qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(-2; 7)$.

- A. $y = 2x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{53}{5}$.
- B. $y = 2x^2 + x + 1$.
- C. $y = 2x^2 - x + 1$.
- D. $y = 2x^2 + x - 1$.

Câu 45. Xác định parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết (P) có đỉnh là $I\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ là:

A. $y = -4x^2 - 4x + 1$. B. $y = -2x^2 - 4x + \frac{1}{2}$. C. $y = 2x^2 - 4x - \frac{1}{2}$. D. $y = 4x^2 - 4x - 1$.

Câu 46. Tọa độ đỉnh I của parabol $(P): y = -x^2 + 4x$ là

A. $I(-2; -12)$. B. $I(2; 4)$. C. $I(-1; -5)$. D. $I(1; 3)$.

Câu 47. Hàm số $y = -x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 48. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 4$ với trục hoành:

A. $(-1; 0), (-4; 0)$. B. $(0; -1), (0; -4)$. C. $(-1; 0), (0; -4)$. D. $(0; -1), (-4; 0)$.

Câu 49. Tìm tất cả giá trị của m để đỉnh của parabol $y = x^2 + x + m$ nằm trên đường thẳng $y = \frac{3}{4}$.

A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Câu 50. Parabol $y = x^2 + x + c$ cắt đường phân giác của góc phần tư thứ nhất tại điểm có hoành độ $x = 1$. Khi đó c bằng:

A. $\frac{1}{2}$. B. -2 . C. 2 . D. -1 .

Câu 51. Biểu thức $A = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$ có giá trị bằng:

A. $A = 9$. B. $A = 3$. C. $A = 12$. D. $A = 6$.

Câu 52. Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. D. 2 .

Câu 53. Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 0$. B. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 2$.
C. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 1$. D. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 3$.

Câu 54. Mệnh đề nào sau đây về tam giác ABC là sai?

A. Góc B nhọn khi và chỉ khi $b^2 < a^2 + c^2$.
B. Góc A vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$.
C. Góc C tù khi và chỉ khi $c^2 > a^2 + b^2$.
D. Góc A tù khi và chỉ khi $b^2 > a^2 + c^2$.

Câu 55. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x}$ ta được

A. $P = \frac{1}{2} \tan x$. B. $P = \frac{1}{2} \cot x$. C. $P = 2 \cot x$. D. $P = 2 \tan x$.

Câu 56. Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

A. $\frac{1}{\sin^2 a} - \frac{1}{\cos^2 a}$. B. $\cot^2 a + \tan^2 a$. C. $\frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}$. D. $\cot^2 a \tan^2 a + 2$.

Câu 57. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$ là

- A. 3. B. $-\frac{9}{13}$. C. -3. D. $\frac{9}{13}$.

Câu 58. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Giá trị của $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ là:

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 59. Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AC = 5$ cm, $BC = 13$ cm. Gọi góc $ABC = \alpha$ và $ACB = \beta$. Hãy chọn khẳng định đúng khi so sánh độ lớn của hai góc α và β .

- A. $\alpha < \beta$. B. $\alpha > \beta$. C. $\alpha = \beta$. D. $\alpha \geq \beta$.

Câu 60. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 26 cm^2 và $AB = 8$ cm, $AC = 13$ cm. Giá trị $\sin A$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{4}$. B. 30° . C. $\frac{1}{2}$. D. 150° .

Câu 61. Cho giác ABC có $a = 5$, $b = \sqrt{26}$, $C = 135^\circ$. Tính diện tích của $\triangle ABC$.

- A. $-\frac{5\sqrt{13}}{2}$. B. $5\sqrt{13}$. C. $\frac{5\sqrt{13}}{2}$. D. $5\sqrt{26}$.

Câu 62. Tam giác ABC có $BC = a$ và $A = 30^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 63. Cho $\triangle ABC$ biết $a = \sqrt{6}$, $b = 2$, $c = 1 + \sqrt{3}$. Độ dài đường cao ứng với góc nhỏ nhất của $\triangle ABC$ bằng?

- A. $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{\sqrt{6}(1+\sqrt{3})}{4}$. C. $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$. D. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

Câu 64. Cho $\triangle ABC$ có ba cạnh lần lượt là $a = 5$, $b = 8$, $c = 11$. Độ dài đường trung tuyến vẽ từ đỉnh C bằng:

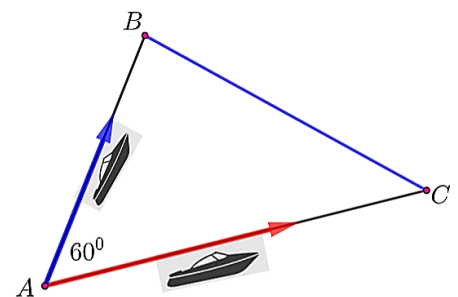
- A. $\frac{57}{4}$. B. $\frac{\sqrt{57}}{2}$. C. $\sqrt{57}$. D. 57.

Câu 65. Cho góc $xOy = 60^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên tia Ox và tia Oy sao cho $AB = 2\sqrt{3}$. Độ dài lớn nhất của đoạn OA bằng:

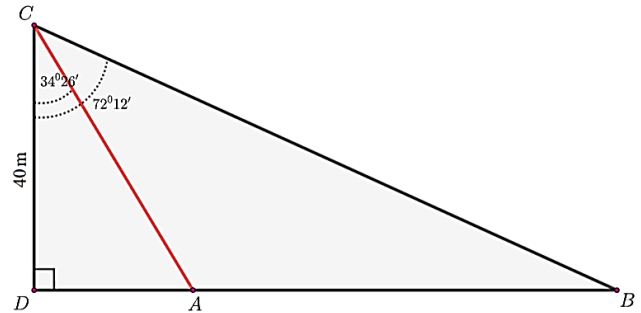
- A. $4\sqrt{3}$. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 66. Hai chiếc ca nô cùng xuất phát từ cảng A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Ca nô B chạy với vận tốc 20 hải lí một giờ. Ca nô C chạy với tốc độ 25 hải lí một giờ. Hỏi sau 2 giờ, hai ca nô cách nhau một khoảng xấp xỉ bao nhiêu hải lí (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)? (1 hải lí $\approx 1,852$ km).

- A. 46.
B. 23.
C. 25.
D. 56.

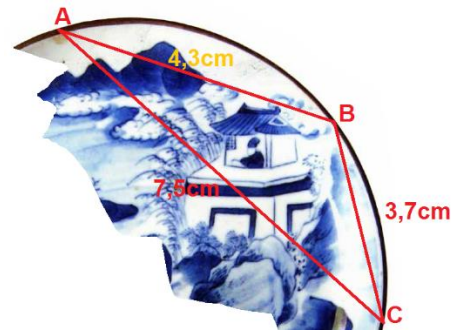


Câu 67. Từ đỉnh C một tháp có chiều cao $CD = 40\text{m}$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $34^\circ 26'$ và $72^\circ 12'$ so với phương thẳng đứng của tháp. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Khoảng cách AB gần nhất với kết quả nào sau đây?



- A. 97 m.
- B. 100 m.
- C. 120 m.
- D. 83 m.

Câu 68. Khi khai quật tại một ngôi làng cổ, người ta tìm được mảnh của một chiếc đĩa phẳng hình tròn bị vỡ. Các nhà khảo cổ đo được kích thước ba cạnh tam giác ABC (nội tiếp vành tròn đĩa) là 3,7 cm; 4,3 cm và 7,5 cm. Họ muốn làm một chiếc đĩa mới mô phỏng theo chiếc đĩa này. Hỏi chiếc đĩa cần làm có bán kính bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- A. 6,1 cm.
- B. 5,7 cm.
- C. 6,8 cm.
- D. 5,3 cm.

Câu 69. Cho tam giác ABC có độ dài ba đường trung tuyến lần lượt bằng 15, 18, 27. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $105\sqrt{2}$.
- B. 125.
- C. 105.
- D. $120\sqrt{2}$.

Câu 70. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 8$, $AC = 5$, $A = 60^\circ$. Tính bán kính đường tròn cắt cả ba cạnh của $\triangle ABC$ và chắn trên mỗi cạnh một dây có độ dài bằng 4:

- A. 7.
- B. $\sqrt{3}$.
- C. $2 + \sqrt{3}$.
- D. $\sqrt{7}$.

Câu 71. Hãy tìm khẳng định **sai**. Nếu hai véc tơ bằng nhau thì chúng luôn có đặc điểm sau

- A. Cùng điểm gốc.
- B. Cùng phương.
- C. Có độ dài bằng nhau.
- D. cùng hướng.

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có duy nhất một vectơ cùng phương với mọi vectơ.
- B. Có ít nhất hai vectơ có cùng phương với mọi vectơ.
- C. Có vô số vectơ cùng phương với mọi vectơ.
- D. Không có vectơ nào cùng phương với mọi vectơ.

Câu 73. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$ bằng

- A. $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}$.
- B. $\overrightarrow{AB}$.
- C. $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD}$.
- D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 74. Cho 5 điểm M, N, P, Q, R . Vector tổng $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{QR}$ bằng:

- A. $\overrightarrow{MP}$.
- B. $\overrightarrow{PR}$.
- C. $\overrightarrow{MR}$.
- D. $\overrightarrow{MN}$.

Câu 75. Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình bình hành, bằng véc tơ $\overrightarrow{AD}$ (không kể véc tơ $\overrightarrow{AD}$) ?

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

- Câu 76.** Cho tam giác đều ABC cạnh a . Mệnh đề nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$. C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$. D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.
- Câu 77.** Hình bình hành $ABCD$ là một hình chữ nhật nếu nó thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau đây?
 A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$. B. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$. C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}|$. D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
- Câu 78.** Cho tứ giác $ABCD$. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ thì $ABCD$
 A. Không là hình bình hành. B. Là hình vuông.
 C. Là hình chữ nhật. D. Là hình thoi.
- Câu 79.** Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các véc tơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là
 A. $2\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AC}$. C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.
- Câu 80.** Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$. B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$. D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.
- Câu 81.** Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là:
 A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{2a}{3}$. D. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 82.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD . K là điểm đối xứng với M qua N . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$. B. $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$. C. $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$. D. $\overrightarrow{MK} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}$.
- Câu 83.** Cho tam giác ABC . Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ thì
 A. M là điểm sao cho tứ giác $ABMC$ là hình bình hành.
 B. M là trọng tâm tam giác ABC .
 C. M là điểm sao cho tứ giác $BAMC$ là hình bình hành.
 D. M thuộc đường trung trực của AB .
- Câu 84.** Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $PQ = 2$. Trên nửa đường tròn đó ta lấy các điểm A, B, C khác P, Q sao cho theo thứ tự đó, chúng chia nửa đường tròn thành bốn phần bằng nhau. Khi đó $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}| + |\overrightarrow{OB}|$ bằng:
 A. 3. B. $1 + \sqrt{2}$. C. $2 + \sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 85.** Cho $\triangle ABC$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là
 A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AC}$.
 C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.
- Câu 86.** Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB , D là trung điểm của BC , N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$, K là trung điểm của MN . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?
 A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5} \overrightarrow{AD}$.

Câu 87. Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:

A. $\frac{5}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$. B. $\frac{7}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$. C. $\frac{7}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$. D. $\frac{5}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$.

Câu 88. Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC , H là điểm đối xứng của I qua C . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}$.
C. $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AI}$.

Câu 89. Cho hai điểm cố định A, B . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là:

A. Đường tròn đường kính AB . B. Đường trung trực của AB .
C. Đường tròn bán kính AB . D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Câu 90. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ là:

A. Đường tròn tâm G đường kính BC . B. Đường tròn tâm G đường kính $\frac{1}{3} BC$.
C. Đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3} BC$. D. Đường tròn tâm G đường kính $3MG$.

Câu 91. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}}{2}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Câu 92. Cho hình thang $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Qua O kẻ MN song song với AB (AB là đáy của hình thang, $M \in AD, N \in BC$). Đặt $|\overrightarrow{AB}| = a, |\overrightarrow{DC}| = b$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MN} = \frac{a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{DC}}{a+b}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{b\overrightarrow{AB} + a\overrightarrow{DC}}{a+b}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{a\overrightarrow{AB} - b\overrightarrow{DC}}{a+b}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{b\overrightarrow{AB} - a\overrightarrow{DC}}{a+b}$.

Câu 93. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $r = \frac{a}{3}$. B. $r = \frac{a}{9}$. C. $r = \frac{a}{2}$. D. $r = \frac{a}{6}$.

Câu 94. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa: $|\vec{a}|=4, |\vec{b}|=1, |\vec{c}|=5$ và $5(\vec{b}-\vec{a})+3\vec{c}=\vec{0}$. Khi đó biểu thức $M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị bằng

A. 29. B. $\frac{67}{2}$. C. 18,25. D. -18,25.

Câu 95. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB=3$, $AC=4$. Các điểm M , N lần lượt thuộc các cạnh AB , AC thỏa mãn $AM=AN=1$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM}$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -7. D. 7.

Câu 96. Gọi S là diện tích tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$. B. $S = \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.
C. $S = \frac{1}{2} \sqrt{(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2 - AB^2 \cdot AC^2}$. D. $S = \sqrt{(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2 - AB^2 \cdot AC^2}$.

Câu 97. Đoạn thẳng AB có độ dài $2a$, I là trung điểm AB . Khi $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 3a^2$. Độ dài MI là

- A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{7}$.

Câu 98. Cho đoạn thẳng $AB=4$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 - MB^2 = 8$ là

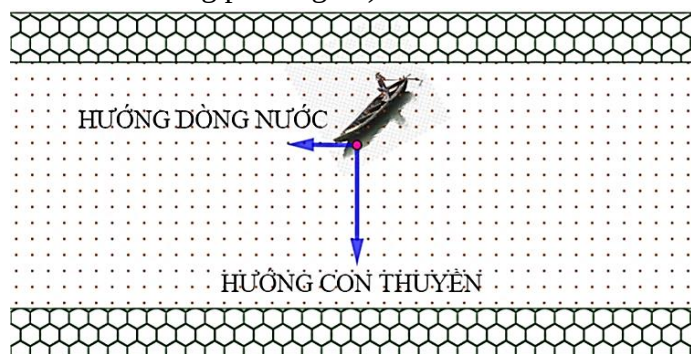
- A. Một đường thẳng. B. Một đoạn thẳng. C. Một đường tròn. D. Một điểm.

Câu 99. Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



- A. 911,12 km/h. B. 724,32 km/h. C. 728,83 km/h. D. 813,13 km/h.

Câu 100. Một chiếc thuyền cố gắng đi thẳng qua một con sông với tốc độ 0,75 m/s. Tuy nhiên dòng nước trên con sông đó chảy với tốc độ 1,2 m/s về hướng bên trái (hình vẽ). Tính tốc độ dịch chuyển của thuyền so với bờ (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 1,215 m/s. B. 1,112 m/s. C. 1,312 m/s. D. 1,415 m/s.

HƯỚNG DẪN GIẢI 100 CÂU TRẮC NGHIỆM TOÁN 10

ÔN TẬP KIỂM TRA HỌC KÌ I NĂM HỌC 2022 - 2023

Câu 1. Câu nào trong các câu sau không phải là mệnh đề?

A. $\pi > x^2$.

B. $2 + 2 = 5$.

C. $\sqrt{2}$ là một số hữu tỷ.

D. $\frac{4}{2} = 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Phát biểu A không là một mệnh đề, nó là mệnh đề chứa biến.

Câu 2. Mệnh đề nào sau là mệnh đề sai?

A. $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$.

B. $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$.

C. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R} : x > x^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Với $x = 0$ thì $x^2 = 0 > 0$ là **khẳng định sai**.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3.

B. $\forall x \in \mathbb{R}, |x| < 3 \Leftrightarrow x < 3$.

C. $\forall x \in \mathbb{R}, (x-1)^2 \neq x-1$.

D. $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ chia hết cho 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

“ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 + 1$ không chia hết cho 3” là mệnh đề đúng. Ta chứng minh bằng ba trường hợp sau:

Xét $n = 3k$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $n^2 + 1 = 9k^2 + 1$ không chia hết cho 3.

Xét $n = 3k + 1$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $n^2 + 1 = (3k + 1)^2 + 1 = 9k^2 + 6k + 2$ không chia hết cho 3.

Xét $n = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}$) thì $n^2 + 1 = (3k + 2)^2 + 1 = 9k^2 + 12k + 5$ không chia hết cho 3.

Câu 4. Cho mệnh đề A: “ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ ”. Mệnh đề phủ định của A là:

A. $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.

B. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.

C. Không tồn tại x để $x^2 - x + 7 < 0$.

D. $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 5. Phủ định của mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ” là:

A. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ”.

B. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ”.

C. “ $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ”.

D. “ $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ”.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 6. Cho mệnh đề: “Nếu 2 góc ở vị trí so le trong thì hai góc đó bằng nhau”. Trong các mệnh đề sau đây, đâu là **mệnh đề đảo** của mệnh đề trên?

A. Nếu 2 góc bằng nhau thì hai góc đó ở vị trí so le trong.

B. Nếu 2 góc không ở vị trí so le trong thì hai góc đó không bằng nhau.

- C. Nếu 2 góc không bằng nhau thì hai góc đó không ở vị trí so le trong.
D. Nếu 2 góc ở vị trí so le trong thì hai góc đó không bằng nhau.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 7. Tìm số phần tử của tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z}, |x| < 3\}$?

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ nên A có 5 phần tử.

Câu 8. Liệt kê các phần tử của tập hợp $A = \{2k - 1 | k \in \mathbb{Z}, -3 \leq k \leq 5\}$ ta được

- A. $A = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. B. $A = \{-7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$.
C. $A = \{-6; -4; -2; 0; 2; 4; 6; 8; 10\}$. D. $A = \{-5; -3; -1; 1; 3; 5; 7\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì $k \in \mathbb{Z}$, $-3 \leq k \leq 5$ nên k chỉ nhận giá trị thuộc tập hợp $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

Vậy $A = \{2k - 1 | k \in \mathbb{Z}, -3 \leq k \leq 5\} = \{-7; -5; -3; -1; 1; 3; 5; 7; 9\}$.

Câu 9. Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Tìm tập hợp $C = A \cap B$ là

- A. $C = \emptyset$. B. $C = \{2; 4\}$.
C. $C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$. D. $C = \{1; 3; 5\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Câu 10. Cho hai tập hợp $A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Tìm tập hợp $C = A \cup B$.

- A. $C = \emptyset$. B. $C = \{2; 4\}$.
C. $C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$. D. $C = \{1; 3; 5\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 11. Cho $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Tìm tập hợp $C = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$?

- A. $C = \emptyset$. B. $C = \{2; 4\}$.
C. $C = \{0; 1; 3; 5; 6; 8\}$. D. $C = \{1; 3; 5\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8\}$ và $A \cap B = \{2; 4\}$ nên $C = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{0; 1; 3; 5; 6; 8\}$.

Câu 12. Cho $A = \{3; 4; 5; 6; 7\}$ và $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$. Tìm $C = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

- A. $C = \emptyset$. B. $C = \{4; 6\}$. C. $C = \{0; 2; 3; 5; 7; 8\}$. D. $C = \{3; 5; 7\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$A \setminus B = \{3; 5; 7\}$ và $B \setminus A = \{0; 2; 8\}$ nên $C = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \{0; 2; 3; 5; 7; 8\}$.

Câu 13. Tập X có bao nhiêu tập hợp con, biết X có 3 phần tử?

A. 2.

B. 4.

C. 6.

D. 8.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Số phần tử của X là: $2^3 = 8$.

Câu 14. Tập hợp $A = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{1}{8}; \frac{1}{15}; \frac{1}{24}; \frac{1}{35} \right\}$ bằng tập hợp nào dưới đây?

A. $\left\{ \frac{1}{n(n+1)} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.

B. $\left\{ \frac{1}{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.

C. $\left\{ \frac{1}{n(n+2)} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.

D. $\left\{ \frac{1}{n^2+2} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Xét tập hợp của phương án C, ta có thể liệt kê bảng giá trị sau :

n	1	2	3	4	5
$\frac{1}{n(n+2)}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{35}$

Vậy tập hợp $A = \left\{ \frac{1}{3}; \frac{1}{8}; \frac{1}{15}; \frac{1}{24}; \frac{1}{35} \right\} = \left\{ \frac{1}{n(n+2)} \mid n \in \mathbb{N}, 1 \leq n \leq 5 \right\}$.

Câu 15. Tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - x - 6 \leq 0\}$ bằng tập hợp nào dưới đây?

A. $\emptyset$.

B. $\{0; 1; 2; 3\}$.

C. $\{-1; 0; 1; 2\}$.

D. $\{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Xét $x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow (x+2)(x-3) \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 \geq 0 \\ x-3 \leq 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x+2 \leq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 3 \end{cases} \vee \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Vậy $A = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 16. Cho tập hợp $A = (-\infty; m^2 - 1]$, $B = [1; +\infty)$. Tìm tất cả giá trị của m để $A \cap B = \emptyset$.

A. $m > \sqrt{2}$.

B. $0 < m < \sqrt{2}$.

C. $m \leq \sqrt{2}$.

D. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow m^2 - 1 < 1 \Leftrightarrow m^2 < 2 \Leftrightarrow |m| < \sqrt{2} \Leftrightarrow -\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

Câu 17. Cho hai nửa khoảng $A = \left(-\infty; \frac{4}{m+1}\right]$ và $B = [1; +\infty)$. Số giá trị nguyên m để $A \cap B \neq \emptyset$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. Vô số.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } A \cap B \neq \emptyset \Leftrightarrow \frac{4}{m+1} \geq 1 \Leftrightarrow \frac{4}{m+1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3-m}{m+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-m \geq 0 \\ m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 3 \\ m > -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \leq 3.$$

Vậy $m \in \{0; 1; 2; 3\}$ nên có 4 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 18. Cho hai tập hợp khác rỗng $A = (2; 7 - m]$, $B = (m - 1; +\infty)$. Tìm tất cả giá trị m để $A \cup B = (1; +\infty)$.

- A. $m \leq 3$. B. $m = 2$. C. $m > 0$. D. $m \geq 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Điều kiện: $2 < 7 - m \Leftrightarrow m < 5$ (1).

Nhận thấy $A \subset (1; +\infty)$, vì vậy: $A \cup B = (1; +\infty) \Leftrightarrow m - 1 = 1 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa (1)).

Câu 19. Bất phương trình nào sau đây không phải là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x + 3y > 0$. B. $x + y < 2$. C. $x + y^2 \geq 0$. D. $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} \leq 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Câu 20. Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình

- A. $x + 4y < 1$. B. $x + y - 2 > 0$. C. $-x - y < 0$. D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Thay $x = 1$, $y = -1$ vào phương án A, ta có: $1 + 4(-1) < 1 \Leftrightarrow -3 < 1$ (đúng).

Câu 21. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

- A. $(0; 0)$. B. $(3; -7)$. C. $(-2; 1)$. D. $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Thay $x = 0$, $y = 1$ vào bất phương trình: $2 \cdot 0 + 1 < 1$ (sai).

Câu 22. Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A. $(2; 2)$. B. $(-1; 3)$. C. $(-4; 3)$. D. $(5; 0)$.

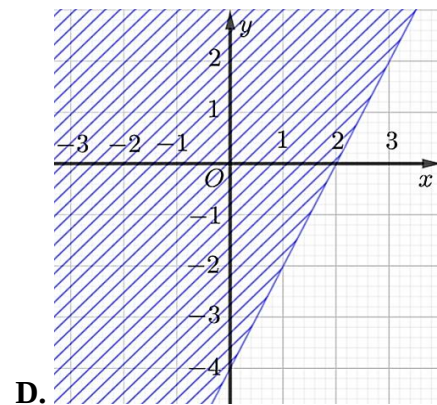
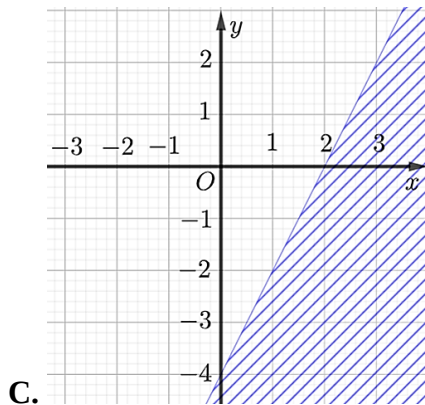
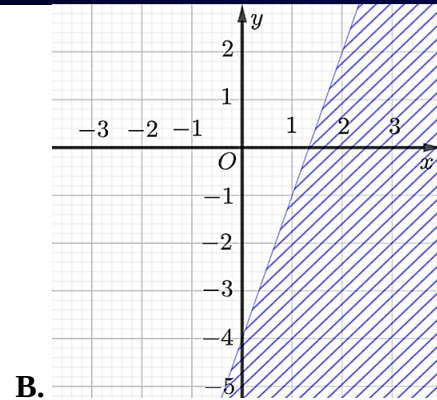
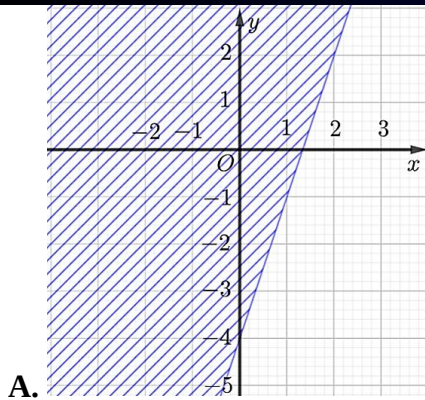
Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 4 < 2 - 2x \Leftrightarrow x + 2y < 4$ (*).

Thay cặp số $(-4; 3)$ vào (*), ta có: $-4 + 2 \cdot 3 < 4$ (đúng).

Câu 23. Miền nghiệm (miền không bị gạch trong hình) của bất phương trình $3x - y \geq 4$ là



Hướng dẫn giải:

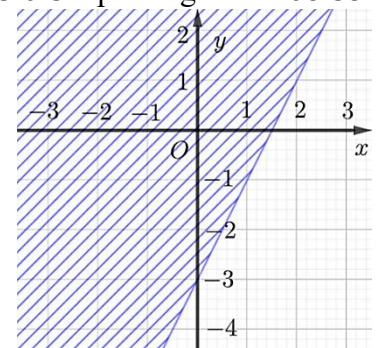
Chọn A

Xét đường thẳng biên là $d: 3x - y = 4$ luôn đi qua hai điểm $(0; -4)$, $(\frac{4}{3}; 0)$ nên ta loại **C, D**.

Thay tọa độ điểm $M(2; 0)$ vào bất phương trình thì thỏa mãn, suy ra điểm M thuộc miền nghiệm của bất phương trình (là miền không bị gạch) nên loại **B**.

Câu 24. Phần không được gạch chéo trong hình (kể cả biên), là miền nghiệm của bất phương trình nào bên dưới?

- A. $x - y \geq 3$.
- B. $2x - y \geq 3$.
- C. $2x - y \leq 3$.
- D. $x - y \leq 3$.



Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta thấy miền nghiệm bất phương trình có biên là đường thẳng đi qua hai điểm $(0; -3)$, $(\frac{3}{2}; 0)$ nên loại **A, D**.

Theo hình thì điểm $M(2; -2)$ thuộc miền nghiệm, thay $x=2, y=-2$ vào mỗi bất phương trình trong hai phương án **B, C**, ta thấy **B** thỏa mãn vì $2.2 - (-2) \geq 3$ (đúng).

- Câu 25.** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm
- A. $(5; 3)$. B. $(0; 0)$. C. $(1; -1)$. D. $(-2; 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Thay $x=5, y=3$ vào hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 5 - 3 > 0 \\ 5 - 3.3 + 3 < 0 \\ 5 + 3 - 5 > 0 \end{cases}$$
 (đúng).

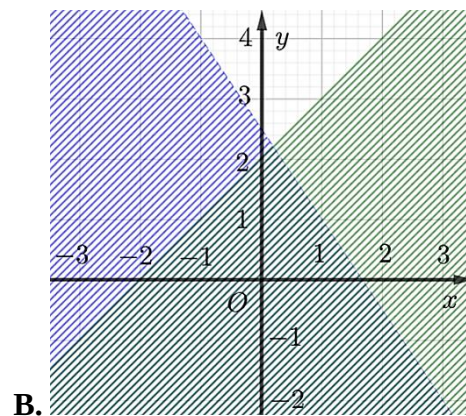
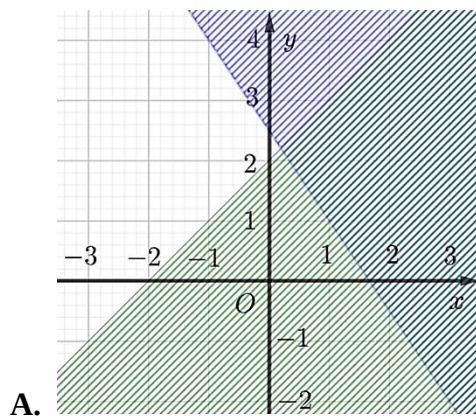
- Câu 26.** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. $(1; 1) \in S$. B. $(-1; -1) \in S$. C. $(1; -\frac{1}{2}) \in S$. D. $(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}) \in S$.

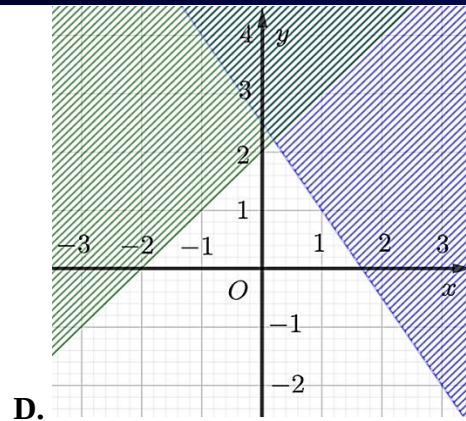
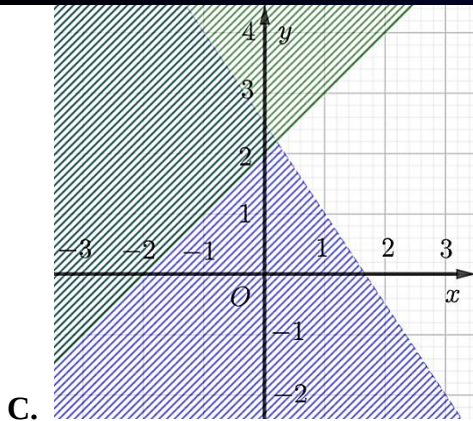
Hướng dẫn giải:

Chọn C

Thay $x=1, y=-\frac{1}{2}$ vào hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 1 + (-\frac{1}{2}) > 0 \\ 2.1 + 5(-\frac{1}{2}) < 0 \end{cases}$$
 (đúng).

- Câu 27.** Miền biểu diễn nghiệm của hệ
$$\begin{cases} 3x + 2y > 5 \\ x - y < -2 \end{cases}$$
 là phần không gạch chéo (không kể biên) của hình nào trong các phương án bên dưới?





Hướng dẫn giải:

Chọn B

Xét cặp số $(0;3)$, thay $x=0, y=3$ vào hệ ta thấy thỏa mãn. Vì vậy điểm $(0;3)$ thuộc miền nghiệm của hệ đã cho. Trong 4 phương án, chỉ có phương án **B** thỏa mãn.

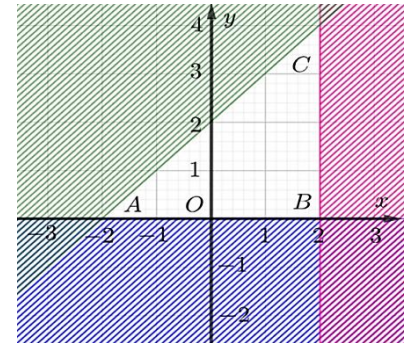
Câu 28. Cho biết miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y chính là miền của tam giác ABC như hình bên. Tìm tổng của giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất biểu thức $F(x; y) = 5x - 2y + 2025$.

A. 3075.

B. 5000.

C. 4035.

D. 4050.



Hướng dẫn giải:

Chọn D

Miền nghiệm được cho là miền của tam giác ABC với $A(-2;0), B(2;0), C(2;4)$.

Ta biết rằng biểu thức $F(x; y)$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất tại các đỉnh của tam giác ABC .

Xét $A(-2;0), F(-2;0) = 5(-2) - 2.0 + 2025 = 2015$.

Xét $B(2;0), F(2;0) = 5.2 - 2.0 + 2025 = 2035$.

Xét $C(2;4), F(2;4) = 5.2 - 2.4 + 2025 = 2027$.

Do vậy $F(x; y)_{\max} = 2035, F(x; y)_{\min} = 2015 \Rightarrow F(x; y)_{\max} + F(x; y)_{\min} = 4050$.

Câu 29. Cho các giá trị x, y thỏa điều kiện $\begin{cases} x - y + 2 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ 3x - y - 2 \geq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 3x + 2y$.

A. 19.

B. 25.

C. 14.

D. 20.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Miền nghiệm của hệ đã cho là miền của tam giác ABC , trong đó $A(1;1), B(2;4), C(3;5)$.

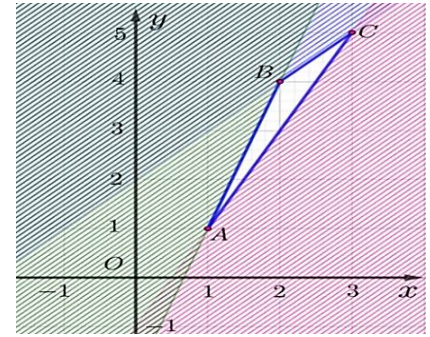
Giá trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ đạt được tại các đỉnh của tam giác ABC .

Xét $A(1;1)$, $T_A = T(1;1) = 3.1 + 2.1 = 5$.

Xét $B(2;4)$, $T_B = T(2;4) = 3.2 + 2.4 = 14$.

Xét $C(3;5)$, $T_C = T(3;5) = 3.3 + 2.5 = 19$.

Vậy giá trị lớn nhất của $T = 3x + 2y$ là 19, khi đó: $x = 3$ và $y = 5$.



- Câu 30.** Bạn An kinh doanh hai mặt hàng handmade là vòng tay và vòng đeo cổ. Mỗi vòng tay làm trong 4 giờ, bán được 40 ngàn đồng. Mỗi vòng đeo cổ làm trong 6 giờ, bán được 80 ngàn đồng. Mỗi tuần bạn An bán được không quá 15 vòng tay và 4 vòng đeo cổ. Tính số giờ tối thiểu trong tuần An cần dùng để làm ra sản phẩm và bán được ít nhất 400 ngàn đồng?
- A. 40. B. 25. C. 32. D. 20.

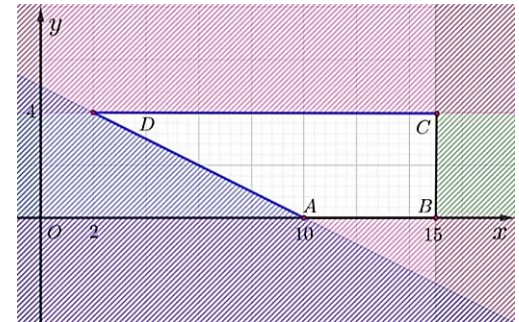
Hướng dẫn giải:

Chọn C

Gọi x, y là số vòng tay và vòng đeo cổ trong tuần An làm được. Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$.

Tổng thời gian để làm ra hai sản phẩm trên là:
 $T(x; y) = 4x + 6y$.

Theo giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} 40x + 80y \geq 400 \\ 0 \leq x \leq 15 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y \geq 10 \\ 0 \leq x \leq 15 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases} (*)$$



Hệ (*) có miền nghiệm chính là miền tứ giác $ABCD$, trong đó $A(10;0)$, $B(15;0)$, $C(15;4)$, $D(2;4)$, được biểu diễn như hình bên.

Ta biết rằng $T(x; y) = 4x + 6y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại $A(10;0)$, $T(10;0) = 4.10 + 6.0 = 40$.

Tại $B(15;0)$, $T(15;0) = 4.15 + 6.0 = 60$.

Tại $C(15;4)$, $T(15;4) = 4.15 + 6.4 = 84$.

Tại $D(2;4)$, $T(2;4) = 4.2 + 6.4 = 32$.

Vậy $T(x; y)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 32, khi đó $x = 2$, $y = 4$. Nói cách khác, mỗi tuần An cần làm ra 2 vòng tay và 4 vòng đeo cổ để khoảng thời gian bỏ ra là ít nhất (32 giờ), đáp ứng thu nhập tối thiểu 400 ngàn đồng.

- Câu 31.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

A. $D = (3; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2}; 3 \right\}$.

C. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty \right)$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số xác định khi $\begin{cases} 2x+1 \neq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -\frac{1}{2} \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$.

Câu 32. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.

A. $D = (1; 2)$.

B. $D = [1; 2]$.

C. $D = [1; 3]$.

D. $D = [-1; 2]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 6-3x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [1; 2]$.

Câu 33. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$.

A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-2; 2) \setminus \{0\}$.

C. $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ x+2 \geq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -2 \\ x \neq 0 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

Câu 34. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-x-6}$.

A. $D = \{3\}$.

B. $D = [-1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Hàm số xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x^2-x-6 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 3 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-1; +\infty) \setminus \{3\}$.

Câu 35. Hàm số $y = \frac{1}{x-2}$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-2; +\infty)$.

D. $(-2; 2)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Xét $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ với mọi $x_1, x_2 \in D, x_1 \neq x_2$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } T &= \frac{\frac{1}{x_2 - 2} - \frac{1}{x_1 - 2}}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{x_1 - 2 - x_2 + 2}{(x_2 - 2)(x_1 - 2)}}{x_2 - x_1} \\ &= \frac{x_1 - x_2}{(x_2 - 2)(x_1 - 2)(x_2 - x_1)} = -\frac{1}{(x_2 - 2)(x_1 - 2)} \end{aligned}$$

$$\text{Vì } x_1, x_2 \in (2; +\infty) \Rightarrow \begin{cases} x_1 > 2 \\ x_2 > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 - 2 > 0 \\ x_2 - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{-2}{(x_2 - 2)(x_1 - 2)} < 0.$$

Vậy $T < 0$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 36. Cho hàm số $y = ax + 3$ ($a \neq 0$). Tìm điều kiện của a để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $a > 0$.

B. $a < 0$.

C. $a \in \mathbb{R}$.

D. $a = 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Xét $A = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ với mọi $x_1, x_2 \in \mathbb{R}; x_1 \neq x_2$.

$$\text{Ta có: } A = \frac{(ax_2 + 3) - (ax_1 + 3)}{x_2 - x_1} = \frac{a(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a.$$

Vậy với $a > 0$ thì hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 37. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = 2|x - 1| + 3|x| - 2$?

A. $(2; 6)$.

B. $(1; -1)$.

C. $(-2; -10)$.

D. $(0; -4)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 38. Cho hàm số $y = \begin{cases} \frac{2}{x-1}, & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1}, & x \in [0; 2] \\ x^2 - 1, & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$, ta được kết quả:

A. $\frac{2}{3}$.

B. 15.

C. $\sqrt{5}$.

D. 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Với $x = 4 \in (2; 5]$ thì $f(x) = x^2 - 1 \Rightarrow f(4) = 4^2 - 1 = 15$.

Câu 39. Hàm số $y = \frac{x+1}{x-2m+1}$ xác định trên $[0; 1)$ khi:

A. $m < \frac{1}{2}$.

B. $m \geq 1$.

C. $m < \frac{1}{2}$ hoặc $m \geq 1$. D. $m \geq 2$ hoặc $m < 1$.

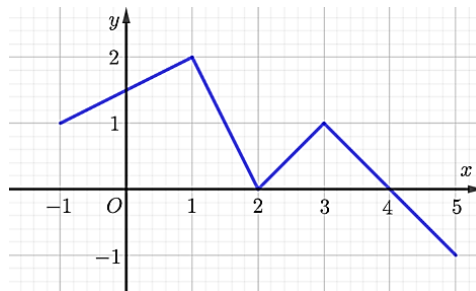
Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Hàm số xác định $\forall x \in [0;1)$ khi và chỉ khi $x - 2m + 1 \neq 0, \forall x \in [0;1)$

$$\Leftrightarrow 2m - 1 \neq x, \forall x \in [0;1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 < 0 \\ 2m - 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{2} \\ m \geq 1 \end{cases}.$$

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-1;5]$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hãy chọn khẳng định đúng về sự biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$.



A. Hàm số đồng biến trên các đoạn $[-1;1]$, $[1;2]$ và nghịch biến trên các đoạn $[2;3]$, $[3;5]$.

B. Hàm số nghịch biến trên các đoạn $[-1;1]$, $[2;3]$ và đồng biến trên các đoạn $[1;2]$, $[3;5]$.

C. Hàm số đồng biến trên các đoạn $[-1;1]$, $[2;3]$ và nghịch biến trên các đoạn $[1;2]$, $[3;5]$.

D. Hàm số nghịch biến trên các đoạn $[-1;1]$, $[1;2]$ và đồng biến trên các đoạn $[2;3]$, $[3;5]$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 41. Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$). Chọn mệnh đề **sai** trong các khẳng định sau:

A. Nếu $a > 0$ thì đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên trên.

B. Nếu $a < 0$ thì đồ thị hàm số có bề lõm hướng xuống dưới.

C. Đồ thị hàm số có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

D. Đồ thị hàm số luôn nhận trục Oy làm trục đối xứng.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đồ thị hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) nhận trục đối xứng là $x = -\frac{b}{2a}$.

Chỉ có đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) mới luôn nhận trục Oy làm trục đối xứng.

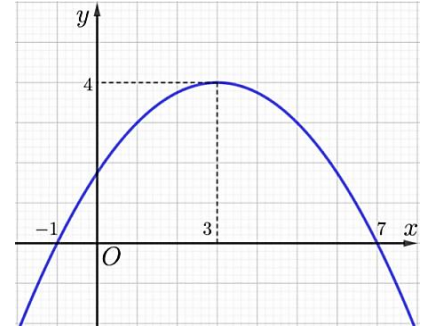
Câu 42. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) như hình bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.



Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Câu 43. Parabol $(P): y = -x^2 + 6x + 1$. Khi đó

A. Có trục đối xứng $x = 6$ và đi qua điểm $A(0; 1)$.

B. Có trục đối xứng $x = -6$ và đi qua điểm $A(1; 6)$.

C. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm $A(2; 9)$.

D. Có trục đối xứng $x = 3$ và đi qua điểm $A(3; 9)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Trục đối xứng của (P) là $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{-2}$ hay $x = 3$.

Ta có: $-2^2 + 6 \cdot 2 + 1 = 9 \Rightarrow A(2; 9) \in (P)$.

Câu 44. Xác định hàm số $y = 2x^2 + bx + c$ biết đồ thị hàm số này đi qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(-2; 7)$.

A. $y = 2x^2 + \frac{9}{5}x - \frac{53}{5}$.

B. $y = 2x^2 + x + 1$.

C. $y = 2x^2 - x + 1$.

D. $y = 2x^2 + x - 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Parabol qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(-2; 7)$ nên $\begin{cases} c = 1 \\ 8 - 2b + c = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 1 \\ b = 1 \end{cases}$.

Câu 45. Xác định parabol $(P): y = ax^2 - 4x + c$ biết (P) có đỉnh là $I\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ là:

A. $y = -4x^2 - 4x + 1$.

B. $y = -2x^2 - 4x + \frac{1}{2}$.

C. $y = 2x^2 - 4x - \frac{1}{2}$.

D. $y = 4x^2 - 4x - 1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Vì parabol có đỉnh là $I\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ nên ta có hệ phương trình $\frac{4}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 4$.

Mặt khác $I\left(\frac{1}{2}; -2\right)$ thuộc (P) nên $\frac{a}{4} - 4 \cdot \frac{1}{2} + c = -2 \xrightarrow{a=4} c = -1$.

Câu 46. Tọa độ đỉnh I của parabol $(P): y = -x^2 + 4x$ là

- A. $I(-2; -12)$. B. $I(2; 4)$. C. $I(-1; -5)$. D. $I(1; 3)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Tọa độ đỉnh } I: \begin{cases} x_I = -\frac{b}{2a} = 2 \\ y_I = -2^2 + 4 \cdot 2 = 4 \end{cases} \Rightarrow I(2; 4).$$

Câu 47. Hàm số $y = -x^2 + 1$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Hàm số $y = -x^2 + 1$ có: $a = -1 < 0$ và $-\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 48. Giao điểm của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 4$ với trục hoành:

- A. $(-1; 0)$, $(-4; 0)$. B. $(0; -1)$, $(0; -4)$.
C. $(-1; 0)$, $(0; -4)$. D. $(0; -1)$, $(-4; 0)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm của } (P) \text{ với } Ox: x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}.$$

Vậy hai giao điểm tìm được là $(-1; 0)$ và $(-4; 0)$.

Câu 49. Tìm tất cả giá trị của m để đỉnh của parabol $y = x^2 + x + m$ nằm trên đường thẳng $y = \frac{3}{4}$.

- A. $m = 2$. B. $m = 0$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Parabol có đỉnh } I\left(-\frac{1}{2}; m - \frac{1}{4}\right). \text{ Do } I \in d: y = \frac{3}{4} \Rightarrow m - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = 1.$$

Câu 50. Parabol $y = x^2 + x + c$ cắt đường phân giác của góc phần tư thứ nhất tại điểm có hoành độ $x = 1$. Khi đó c bằng:

- A. $\frac{1}{2}$. B. -2 . C. 2 . D. -1 .

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Đường phân giác góc phần tư thứ nhất có phương trình $d: y = x$.

Với $x = 1$ thì $y = 1$ nên giao điểm của parabol với d là $A(1; 1)$.

Thay tọa độ điểm A vào hàm số bậc hai, ta được: $1 = 1^2 + 1 + c \Rightarrow c = -1$.

Câu 51. Biểu thức $A = \cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \cos^2 30^\circ + \dots + \cos^2 180^\circ$ có giá trị bằng:

A. $A = 9$.

B. $A = 3$.

C. $A = 12$.

D. $A = 6$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có:

$$\begin{aligned} A &= (\cos^2 10^\circ + \cos^2 170^\circ) + \dots + (\cos^2 80^\circ + \cos^2 100^\circ) + \cos^2 90^\circ + \cos^2 180^\circ \\ &= 2(\cos^2 10^\circ + \cos^2 20^\circ + \dots + \cos^2 80^\circ) + 1 \\ &= 2[(\cos^2 10^\circ + \cos^2 80^\circ) + (\cos^2 20^\circ + \cos^2 70^\circ) + \dots + (\cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ)] + 1 \\ &= 9. \end{aligned}$$

Câu 52. Giá trị của $\tan 30^\circ + \cot 30^\circ$ bằng bao nhiêu?

A. $\frac{4}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{1+\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2}{\sqrt{3}}$.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\text{Ta có: } \tan 30^\circ + \cot 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} + \sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Câu 53. Cho góc α thỏa mãn $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 0$.

B. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 2$.

C. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 1$.

D. $\sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = 3$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \sin^2 (90^\circ - \alpha) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Câu 54. Mệnh đề nào sau đây về tam giác ABC là sai?

A. Góc B nhọn khi và chỉ khi $b^2 < a^2 + c^2$.

B. Góc A vuông khi và chỉ khi $a^2 = b^2 + c^2$.

C. Góc C tù khi và chỉ khi $c^2 > a^2 + b^2$.

D. Góc A tù khi và chỉ khi $b^2 > a^2 + c^2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\text{Trong } \triangle ABC, \text{ ta có: } A \text{ tù khi và chỉ khi } \cos A < 0 \Leftrightarrow \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} < 0$$

$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 < 0 \Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2. \text{ Do đó khẳng định trong D sai.}$$

Câu 55. Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cos x}$ ta được

A. $P = \frac{1}{2} \tan x$.

B. $P = \frac{1}{2} \cot x$.

C. $P = 2 \cot x$.

D. $P = 2 \tan x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{\cos^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x} = \frac{\cos x}{2 \sin x} = \frac{1}{2} \cot x$.

Câu 56. Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

- A. $\frac{1}{\sin^2 a} - \frac{1}{\cos^2 a}$. B. $\cot^2 a + \tan^2 a$.
C. $\frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}$. D. $\cot^2 a \tan^2 a + 2$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Ta có: $(\cot a + \tan a)^2 = \cot^2 a + 2 \cot a \cdot \tan a + \tan^2 a$
 $= (\cot^2 a + 1) + (\tan^2 a + 1) = \frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}$.

Câu 57. Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha$ là

- A. 3. B. $-\frac{9}{13}$. C. -3. D. $\frac{9}{13}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Vì α là góc tù nên $\cos \alpha < 0$. Ta có: $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = \frac{144}{169} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{12}{13}$.

Khi đó: $3 \sin \alpha + 2 \cos \alpha = 3 \cdot \frac{5}{13} + 2 \left(-\frac{12}{13} \right) = -\frac{9}{13}$.

Câu 58. Cho góc α thỏa mãn $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Giá trị của $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ là:

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có:

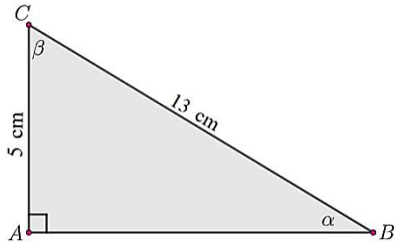
$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{5}{4}$
 $\Rightarrow 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$.

Câu 59. Cho ΔABC vuông tại A có $AC = 5$ cm, $BC = 13$ cm. Gọi góc $ABC = \alpha$ và $ACB = \beta$. Hãy chọn khẳng định đúng khi so sánh độ lớn của hai góc α và β .

- A. $\alpha < \beta$. B. $\alpha > \beta$. C. $\alpha = \beta$. D. $\alpha \geq \beta$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.



Do $\triangle ABC$ vuông tại A nên

$$AB^2 = BC^2 - AC^2 = 13^2 - 5^2 = 12^2 \Rightarrow AB = 12 \text{ cm.}$$

Ta biết rằng, trong một tam giác góc nào đối diện với cạnh lớn hơn thì góc đó lớn hơn góc được so sánh, ta có:
 $AC = 5 < 12 = AB \Rightarrow \alpha < \beta$.

Câu 60. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 26 cm^2 và $AB = 8 \text{ cm}$, $AC = 13 \text{ cm}$. Giá trị $\sin A$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{4}$. B. 30° . C. $\frac{1}{2}$. D. 150° .

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{2S}{AB \cdot AC} = \frac{2 \cdot 26}{8 \cdot 13} = \frac{1}{2}$.

Câu 61. Cho giác ABC có $a = 5$, $b = \sqrt{26}$, $C = 135^\circ$. Tính diện tích của $\triangle ABC$.

- A. $\frac{-5\sqrt{13}}{2}$. B. $5\sqrt{13}$. C. $\frac{5\sqrt{13}}{2}$. D. $5\sqrt{26}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{26} \cdot \sin 135^\circ = \frac{5\sqrt{13}}{2}$.

Câu 62. Tam giác ABC có $BC = a$ và $A = 30^\circ$. Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp $\triangle ABC$.

- A. a . B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Theo **định lí sin** ta có: $2R = \frac{BC}{\sin A} = \frac{a}{\sin 30^\circ} = 2a \Rightarrow R = a$.

Câu 63. Cho $\triangle ABC$ biết $a = \sqrt{6}$, $b = 2$, $c = 1 + \sqrt{3}$. Độ dài đường cao ứng với góc nhỏ nhất của $\triangle ABC$ bằng?

- A. $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$. B. $\frac{\sqrt{6}(1+\sqrt{3})}{4}$. C. $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$. D. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Trong một tam giác, đối diện với cạnh bé hơn là góc bé hơn nên góc B là góc nhỏ nhất (và là góc nhọn) của $\triangle ABC$.

Diện tích $\triangle ABC$: $S = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} b h_b \Rightarrow h_b = \frac{ac \sin B}{b}$ (h_b là đường cao tam giác ứng với góc B).

Áp dụng **định lí cosin** cho tam giác ABC , có:

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{6 + (1 + \sqrt{3})^2 - 2^2}{2 \cdot \sqrt{6} \cdot (1 + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin B \Rightarrow B = 45^\circ.$$

$$\text{Vậy } h_b = \frac{\sqrt{6}(1 + \sqrt{3}) \sin 45^\circ}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$

Câu 64. Cho $\triangle ABC$ có ba cạnh lần lượt là $a = 5$, $b = 8$, $c = 11$. Độ dài đường trung tuyến vẽ từ đỉnh C bằng:

- A. $\frac{57}{4}$. B. $\frac{\sqrt{57}}{2}$. C. $\sqrt{57}$. D. 57.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

$$\text{Ta có: } m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{5^2 + 8^2}{2} - \frac{11^2}{4} = \frac{57}{4} \Rightarrow m_c = \frac{\sqrt{57}}{2}.$$

Câu 65. Cho góc $xOy = 60^\circ$. Gọi A và B là hai điểm di động lần lượt trên tia Ox và tia Oy sao cho $AB = 2\sqrt{3}$. Độ dài lớn nhất của đoạn OA bằng:

- A. $4\sqrt{3}$. B. 2. C. 4. D. 1.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Áp dụng **định lý sin** cho $\triangle OAB$ ta có:

$$\frac{OA}{\sin B} = \frac{AB}{\sin 60^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 4$$

$$\Rightarrow OA = 4 \sin B.$$

Vì $\sin B \leq 1$ nên $OA = 4 \sin B \leq 4$.

Khi $OA = 4$ (lớn nhất) thì $B = 90^\circ$.

Câu 66. Hai chiếc ca nô cùng xuất phát từ cảng A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Ca nô B chạy với vận tốc 20 hải lý một giờ. Ca nô C chạy với tốc độ 25 hải lý một giờ. Hỏi sau 2 giờ, hai ca nô cách nhau một khoảng xấp xỉ bao nhiêu hải lý (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)? (1 hải lý $\approx 1,852$ km).

- A. 46.
B. 23.
C. 25.
D. 56.

Hướng dẫn giải:

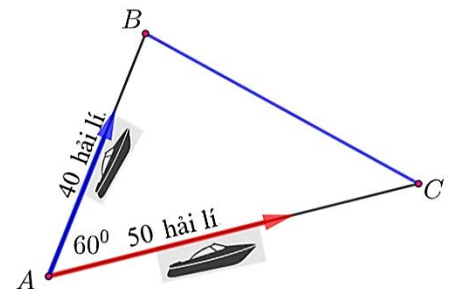
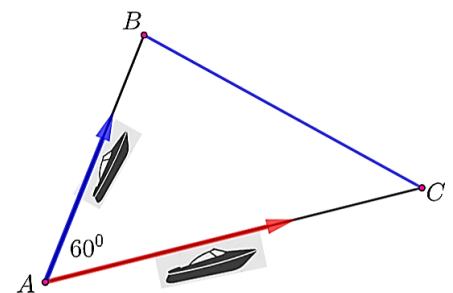
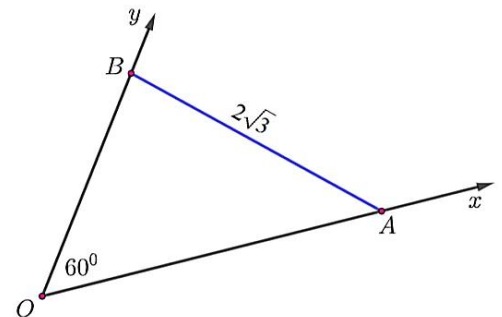
Chọn A.

Sau 2 giờ, ca nô B đi được 40 hải lý, ca nô C đi được 50 hải lý.

Xét $\triangle ABC$ có $AB = 40$, $AC = 50$ và $A = 60^\circ$.

Áp dụng định lý cosin cho $\triangle ABC$ ta có:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A$$

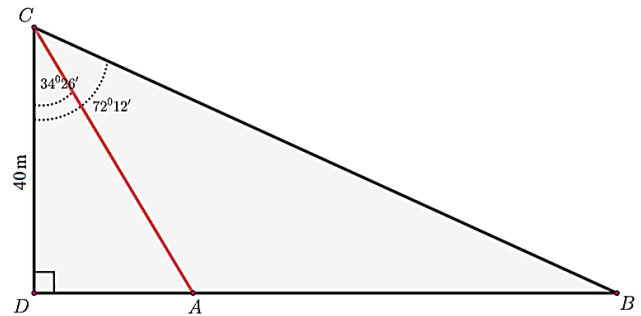


$$= 40^2 + 50^2 - 2.40.50.\cos 60^\circ = 2100 \Rightarrow BC = 10\sqrt{21} \approx 46.$$

Vậy sau 2 giờ, hai ca nô cách nhau một khoảng xấp xỉ 46 hải lí.

Câu 67. Từ đỉnh C một tháp có chiều cao $CD = 40\text{m}$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $34^\circ 26'$ và $72^\circ 12'$ so với phương thẳng đứng của tháp. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Khoảng cách AB gần nhất với kết quả nào sau đây?

- A. 97 m.
- B. 100 m.
- C. 120 m.
- D. 83 m.



Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Xét $\triangle ACD$ vuông tại D , ta có:

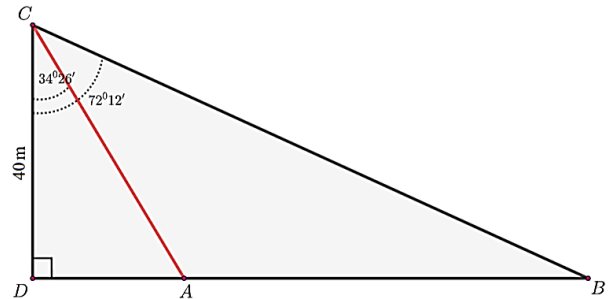
$$\tan 34^\circ 26' = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AD = 40 \cdot \tan 34^\circ 26'.$$

Xét $\triangle BCD$ vuông tại D , ta có:

$$\tan 72^\circ 12' = \frac{BD}{CD} \Rightarrow BD = 40 \tan 72^\circ 12'.$$

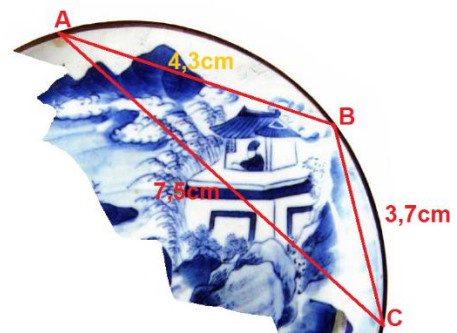
Suy ra:

$$AB = BD - AD = 40(\tan 72^\circ 12' - \tan 34^\circ 26') \approx 97 \text{ m}.$$



Câu 68. Khi khai quật tại một ngôi làng cổ, người ta tìm được mảnh của một chiếc đĩa phẳng hình tròn bị vỡ. Các nhà khảo cổ đo được kích thước ba cạnh tam giác ABC (nội tiếp vành tròn đĩa) là 3,7 cm; 4,3 cm và 7,5 cm. Họ muốn làm một chiếc đĩa mới mô phỏng theo chiếc đĩa này. Hỏi chiếc đĩa cần làm có bán kính bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 6,1 cm.
- B. 5,7 cm.
- C. 6,8 cm.
- D. 5,3 cm.



Hướng dẫn giải:

Chọn B.

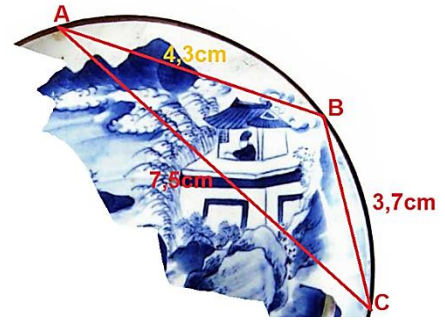
Nửa chu vi tam giác là $p = \frac{a+b+c}{2} = 7,75$ cm.

Gọi S , R lần lượt là diện tích và bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Theo công thức Hê-rông ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 5,2 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Ta lại có: } S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{4,3 \cdot 3,7 \cdot 5}{4 \cdot 5,2} \approx 5,7 \text{ cm}.$$



Câu 69. Cho tam giác ABC có độ dài ba đường trung tuyến lần lượt bằng 15, 18, 27. Tính diện tích S của tam giác ABC .

A. $105\sqrt{2}$.

B. 125.

C. 105.

D. $120\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi I là trung điểm BC , G là trọng tâm tam giác ABC , ta có:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle GBC}} = \frac{AI}{GI} = 3 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle GBC}.$$

Lấy D là điểm đối xứng với G qua I , ta có $BGCD$ là hình bình hành (do có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường).

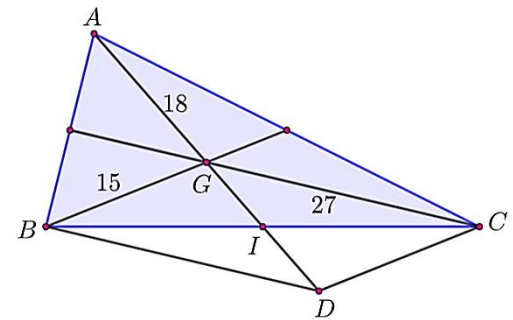
$$\text{Suy ra: } S_{\triangle GBC} = S_{\triangle BGD} = \frac{1}{2} S_{\triangle BGD}. \text{ Do vậy: } S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle BGD}.$$

Tam giác BDG có độ dài 3 cạnh bằng $\frac{2}{3}$ độ dài ba đường trung tuyến tương ứng của $\triangle ABC$, độ dài ba cạnh đó là 10, 12, 18.

$$\text{Nửa chu vi tam giác } BDG \text{ là: } p = \frac{10+12+18}{2} = 20.$$

$$\text{Diện tích tam giác } BDG: S_{\triangle BGD} = \sqrt{20(20-10)(20-12)(20-18)} = 40\sqrt{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{\triangle ABC} = 3 \cdot 40\sqrt{2} = 120\sqrt{2}.$$



Câu 70. Cho $\triangle ABC$ có $AB=8$, $AC=5$, $A=60^\circ$. Tính bán kính đường tròn cắt cả ba cạnh của $\triangle ABC$ và chắn trên mỗi cạnh một dây có độ dài bằng 4:

A. 7.

B. $\sqrt{3}$.

C. $2+\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Gọi O là tâm đường tròn bán kính R cần tìm và I, J, K theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của O trên BC, AC, AB .

Theo giả thiết: $B_1C_1 = C_2A_2 = A_1B_2 = 4 \Rightarrow OI = OJ = OK$

$\Rightarrow O$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $\triangle ABC$.

Suy ra $R^2 = OB_1^2 = OI^2 + IB_1^2 = r^2 + IB_1^2$ (*)

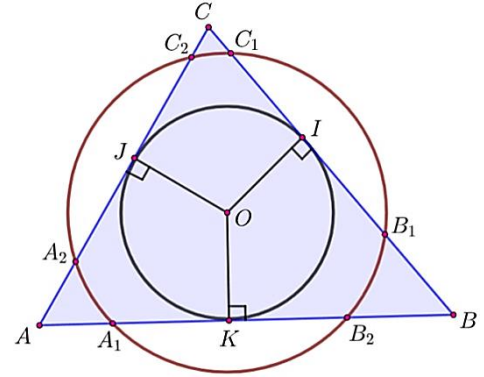
(r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC).

Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A}$
 $= \sqrt{64 + 25 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ} = 7$.

Nửa chu vi tam giác ABC : $p = \frac{8+5+7}{2} = 10$; diện tích tam giác ABC :

$$\begin{cases} S_{\triangle ABC} = pr = 10r \\ S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow 10r = 10\sqrt{3} \Rightarrow r = \sqrt{3}.$$

Ta lại có: $IB_1 = \frac{B_1C_1}{2} = 2$. Thay vào (*): $R^2 = \sqrt{3}^2 + 2^2 = 7 \Rightarrow R = \sqrt{7}$.



Câu 71. Hãy tìm khẳng định **sai**. Nếu hai véc tơ bằng nhau thì chúng luôn có đặc điểm sau

- A. Cùng điểm gốc. B. Cùng phương.
 C. Có độ dài bằng nhau. D. cùng hướng.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 72. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Có duy nhất một vector cùng phương với mọi vector.
 B. Có ít nhất hai vector có cùng phương với mọi vector.
 C. Có vô số vector cùng phương với mọi vector.
 D. Không có vector nào cùng phương với mọi vector.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Theo quy ước thì vector không luôn cùng phương với mọi vector.

Câu 73. Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\vec{OA} - \vec{OB}$ bằng

- A. $\vec{OC} + \vec{OB}$. B. $\vec{AB}$. C. $\vec{OC} - \vec{OD}$. D. $\vec{CD}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\vec{OA} - \vec{OB} = \vec{BA} = \vec{CD}$.

Câu 74. Cho 5 điểm M, N, P, Q, R . Vector tổng $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$ bằng:

- A. $\vec{MP}$. B. $\vec{PR}$. C. $\vec{MR}$. D. $\vec{MN}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Ta có: $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR} = (\vec{MN} + \vec{NP}) + (\vec{PQ} + \vec{QR}) + \vec{RN}$
 $= \vec{MP} + \vec{PR} + \vec{RN} = \vec{MR} + \vec{RN} = \vec{MN}$.

Câu 75. Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình bình hành, bằng véc tơ $\overrightarrow{AD}$ (không kể véc tơ $\overrightarrow{AD}$) ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là duy nhất.

Câu 76. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$.

C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$.

D. $|\overrightarrow{AB}| = a$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

Câu 77. Hình bình hành $ABCD$ là một hình chữ nhật nếu nó thỏa mãn điều kiện nào trong các điều kiện sau đây?

A. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BC}|$.

B. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$.

C. $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{AD}|$.

D. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Một hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau thì nó là hình chữ nhật.

Câu 78. Cho tứ giác $ABCD$. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ và $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ thì $ABCD$

A. Không là hình bình hành.

B. Là hình vuông.

C. Là hình chữ nhật.

D. Là hình thoi.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ nên $ABCD$ là hình bình hành, mặt khác $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$ (hai đường chéo bằng nhau); vì vậy $ABCD$ là hình chữ nhật.

Câu 79. Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các véc tơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là

A. $2\overrightarrow{AC}$.

B. $\overrightarrow{AC}$.

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

D. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 80. Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{CO}$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OA}$.

D. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{BA}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Câu 81. Cho tam giác đều ABC cạnh $2a$ có G là trọng tâm. Khi đó giá trị $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{GC}|$ là:

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{2a}{3}$.

D. $\frac{4a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Câu 84. Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $PQ = 2$. Trên nửa đường tròn đó ta lấy các điểm A, B, C khác P, Q sao cho theo thứ tự đó, chúng chia nửa đường tròn thành bốn phần bằng nhau. Khi đó $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}| + |\overrightarrow{OB}|$ bằng:

A. 3.

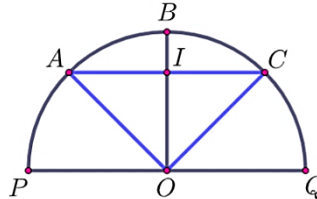
B. $1 + \sqrt{2}$.

C. $2 + \sqrt{2}$.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Gọi I là trung điểm AC . Ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OI}$.

Tam giác AOC vuông cân tại O , cạnh góc vuông bằng 1 (bằng bán kính nửa đường tròn) nên

$$OI = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } |\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}| + |\overrightarrow{OB}| = 2OI + OB = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \sqrt{2} + 1.$$

Câu 85. Cho $\triangle ABC$. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{AM}$ theo $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là

A. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$.

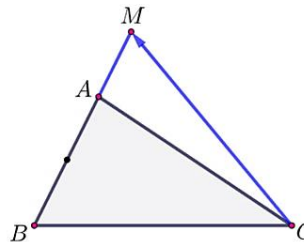
B. $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + 0\overrightarrow{AC}.$$

Câu 86. Cho tam giác ABC . Gọi M là trung điểm của AB , D là trung điểm của BC , N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{CN} = 2\overrightarrow{NA}$, K là trung điểm của MN . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$.

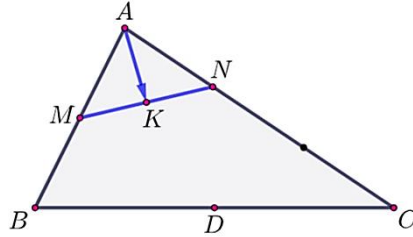
B. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

C. $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$.

D. $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

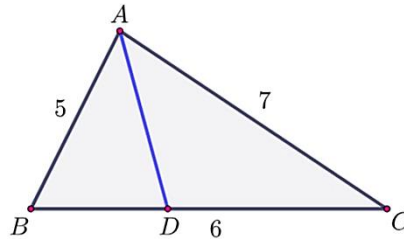


Ta có: $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6} \overrightarrow{AC}$.

- Câu 87.** Cho tam giác ABC với phân giác trong AD . Biết $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khi đó $\overrightarrow{AD}$ bằng:
- A. $\frac{5}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$. B. $\frac{7}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$. C. $\frac{7}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}$. D. $\frac{5}{12} \overrightarrow{AB} - \frac{7}{12} \overrightarrow{AC}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



Vì AD là phân giác trong của tam giác ABC nên: $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{5}{7}$ mà $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DC}$ cùng hướng nên

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BD} = \frac{5}{7} \overrightarrow{DC} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} = \frac{5}{7} (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \\ \Leftrightarrow \frac{12}{7} \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \frac{5}{7} \overrightarrow{AC} &\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{7}{12} \overrightarrow{AB} + \frac{5}{12} \overrightarrow{AC}. \end{aligned}$$

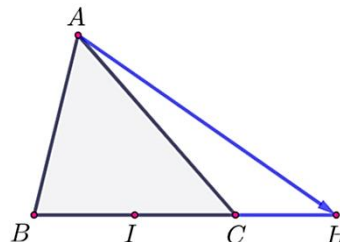
- Câu 88.** Cho tam giác ABC . Gọi I là trung điểm của BC , H là điểm đối xứng của I qua C . Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AI}$. B. $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}$.
C. $\overrightarrow{AH} = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AI}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{AC} + (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}) = 2\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AI}$.



- Câu 89.** Cho hai điểm cố định A, B . Tập hợp các điểm M thỏa mãn $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}|$ là:

- A. Đường tròn đường kính AB . B. Đường trung trực của AB .
C. Đường tròn bán kính AB . D. Nửa đường tròn đường kính AB .

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi I là trung điểm đoạn thẳng AB , ta có:

$$|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = |\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB}| \Leftrightarrow |2\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{BA}| \Leftrightarrow 2MI = AB \Leftrightarrow IM = \frac{AB}{2}.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm I , bán kính $R = \frac{AB}{2}$ (đường kính AB).

Câu 90. Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Tập hợp các điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}|$ là:

- A. Đường tròn tâm G đường kính BC . B. Đường tròn tâm G đường kính $\frac{1}{3}BC$.
C. Đường tròn tâm G bán kính $\frac{1}{3}BC$. D. Đường tròn tâm G đường kính $3MG$.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

$$\text{Ta có: } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}| \Leftrightarrow |3\overrightarrow{MG}| = |\overrightarrow{CB}| \Leftrightarrow 3GM = BC \Leftrightarrow GM = \frac{BC}{3}.$$

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn tâm G , bán kính $\frac{BC}{3}$.

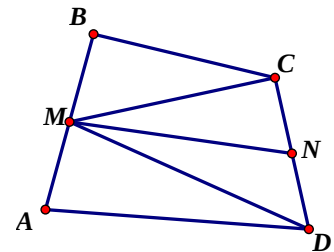
Câu 91. Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $MN = \frac{BC + AD}{2}$. B. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{MN} &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD}). \end{aligned}$$

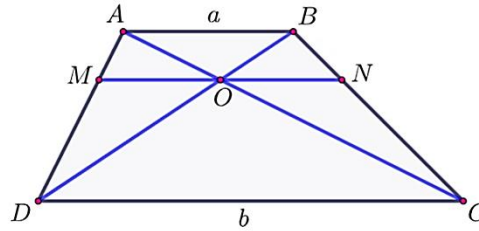


Câu 92. Cho hình thang $ABCD$, hai đường chéo AC và BD cắt nhau tại O . Qua O kẻ MN song song với AB (AB là đáy của hình thang, $M \in AD, N \in BC$). Đặt $|\overrightarrow{AB}| = a, |\overrightarrow{DC}| = b$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{MN} = \frac{a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{DC}}{a+b}$. B. $\overrightarrow{MN} = \frac{b\overrightarrow{AB} + a\overrightarrow{DC}}{a+b}$.
C. $\overrightarrow{MN} = \frac{a\overrightarrow{AB} - b\overrightarrow{DC}}{a+b}$. D. $\overrightarrow{MN} = \frac{b\overrightarrow{AB} - a\overrightarrow{DC}}{a+b}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B.



Áp dụng **định lí Ta-lét** trong tam giác ta có: $\frac{MO}{AB} = \frac{DO}{DB}$; $\frac{ON}{DC} = \frac{BO}{BD}$.

Từ đó suy ra $\overrightarrow{MO} = \frac{DO}{DB} \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{ON} = \frac{BO}{BD} \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{ON} = \frac{DO}{DB} \overrightarrow{AB} + \frac{BO}{BD} \overrightarrow{DC}$ (1).

Mặt khác, ta có:
$$\begin{cases} \frac{MO}{AB} = \frac{DM}{DA} \\ \frac{MO}{DC} = \frac{AM}{AD} \end{cases} \Rightarrow \frac{MO}{a} + \frac{MO}{b} = 1 \Rightarrow MO = \frac{ab}{a+b}.$$

Suy ra $\frac{DO}{DB} = \frac{MO}{AB} = \frac{\frac{ab}{a+b}}{a} = \frac{b}{a+b}$ (2). Tương tự ta có $\frac{BO}{BD} = \frac{a}{a+b}$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta có $\overrightarrow{MN} = \frac{b\overrightarrow{AB} + a\overrightarrow{DC}}{a+b}.$

Câu 93. Cho tam giác đều ABC cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn đẳng thức $|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$ là đường tròn cố định có bán kính R . Tính bán kính R theo a .

A. $r = \frac{a}{3}.$

B. $r = \frac{a}{9}.$

C. $r = \frac{a}{2}.$

D. $r = \frac{a}{6}.$

Hướng dẫn giải:

Chọn B.

Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

Chọn điểm I sao cho $2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC} = \vec{0}$

$$\Leftrightarrow 3(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) + \overrightarrow{IC} - \overrightarrow{IA} = \vec{0} \Leftrightarrow 9\overrightarrow{IG} = \overrightarrow{CA} \Leftrightarrow \overrightarrow{IG} = \frac{1}{9}\overrightarrow{CA} \text{ hay điểm } I \text{ cố định.}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} &= 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}) + 3(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) + 4(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}) \\ &= 9\overrightarrow{MI} + \underbrace{2\overrightarrow{IA} + 3\overrightarrow{IB} + 4\overrightarrow{IC}}_{\vec{0}} = 9\overrightarrow{MI}. \end{aligned}$$

$$\text{Do vậy } |2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}| \Leftrightarrow |9\overrightarrow{MI}| = |\overrightarrow{AB}| \Leftrightarrow 9MI = AB \Leftrightarrow MI = \frac{AB}{9}.$$

Vậy tập hợp các điểm M cần tìm là đường tròn tâm I , bán kính $r = \frac{AB}{9} = \frac{a}{9}.$

Câu 94. Cho ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ thỏa: $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 1, |\vec{c}| = 5$ và $5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0}$. Khi đó biểu thức

$M = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ có giá trị bằng

A. 29.

B. $\frac{67}{2}.$

C. 18, 25.

D. -18, 25.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} &\Rightarrow 5(\vec{a} - \vec{b}) = 3\vec{c} \Rightarrow 25(\vec{a} - \vec{b})^2 = 9\vec{c}^2 \\ &\Rightarrow 25(\vec{a}^2 - 2\vec{a}\vec{b} + \vec{b}^2) = 9\vec{c}^2 \Rightarrow 25(4^2 - 2\vec{a}\vec{b} + 1^2) = 9.5^2 \Rightarrow \vec{a}\vec{b} = 4 \quad (1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tương tự: } 5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} &\Rightarrow 5\vec{a} = 5\vec{b} + 3\vec{c} \Rightarrow 25\vec{a}^2 = 25\vec{b}^2 + 9\vec{c}^2 + 30\vec{b}\vec{c} \\ &\Rightarrow 25.4^2 = 25.1^2 + 9.5^2 + 30\vec{b}\vec{c} \Rightarrow \vec{b}\vec{c} = 5 \Leftrightarrow \vec{b}\vec{c} = 5 \quad (2). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5(\vec{b} - \vec{a}) + 3\vec{c} = \vec{0} &\Rightarrow 5\vec{b} = 5\vec{a} - 3\vec{c} \Rightarrow 25\vec{b}^2 = 25\vec{a}^2 + 9\vec{c}^2 - 30\vec{a}\vec{c} \\ &\Rightarrow 25.1^2 = 25.4^2 + 9.5^2 - 30\vec{a}\vec{c} \Rightarrow \vec{a}\vec{c} = 20 \quad (3). \end{aligned}$$

Từ (1), (2), (3) suy ra : $M = 4 + 5 + 20 = 29$.

Câu 95. Cho tam giác ABC vuông tại A với $AB=3$, $AC=4$. Các điểm M , N lần lượt thuộc các cạnh AB , AC thỏa mãn $AM=AN=1$. Tích vô hướng $\overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM}$ bằng

A. 1.

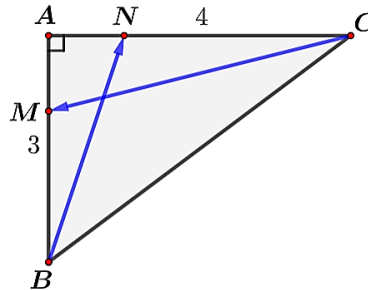
B. -1.

C. -7.

D. 7.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.



$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{BN} \cdot \overrightarrow{CM} &= (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AN}) \cdot (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AM}) = \underbrace{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CA}}_0 + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{CA} + \underbrace{\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{AM}}_0 \\ &= -\overrightarrow{AB} \cdot \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} \cdot \frac{1}{4} \overrightarrow{AC} = -\frac{1}{3} AB^2 - \frac{1}{4} AC^2 = -\frac{1}{3} \cdot 3^2 - \frac{1}{4} \cdot 4^2 = -7. \end{aligned}$$

Câu 96. Gọi S là diện tích tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

B. $S = \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}$.

C. $S = \frac{1}{2} \sqrt{(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2 - AB^2 \cdot AC^2}$.

D. $S = \sqrt{(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2 - AB^2 \cdot AC^2}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } S &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sqrt{1 - \left(\frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} \right)^2} \\ &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \sqrt{\frac{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}{AB^2 \cdot AC^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC})^2}. \end{aligned}$$

- Câu 97.** Đoạn thẳng AB có độ dài $2a$, I là trung điểm AB . Khi $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 3a^2$. Độ dài MI là
 A. $2a$. B. a . C. $a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 3a^2 &\Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}) = 3a^2 \Leftrightarrow (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})(\overrightarrow{MI} - \overrightarrow{IA}) = 3a^2 \\ &\Leftrightarrow \overrightarrow{MI}^2 - \overrightarrow{IA}^2 = 3a^2 \Leftrightarrow MI^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 3a^2 \Leftrightarrow MI^2 - a^2 = 3a^2 \Leftrightarrow MI = 2a. \end{aligned}$$

- Câu 98.** Cho đoạn thẳng $AB = 4$. Tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 - MB^2 = 8$ là
 A. Một đường thẳng. B. Một đoạn thẳng. C. Một đường tròn. D. Một điểm.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Gọi I là trung điểm của AB .

$$\text{Ta có: } MA^2 - MB^2 = 8 \Leftrightarrow \overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow (\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB})(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}) = 8 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot 2\overrightarrow{MI} = 8 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MI} = 4.$$

Gọi H là hình chiếu của M trên AB , ta có:

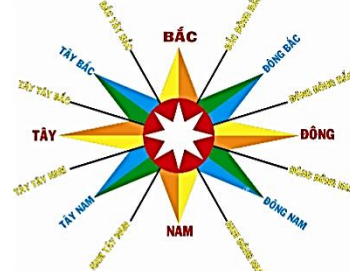
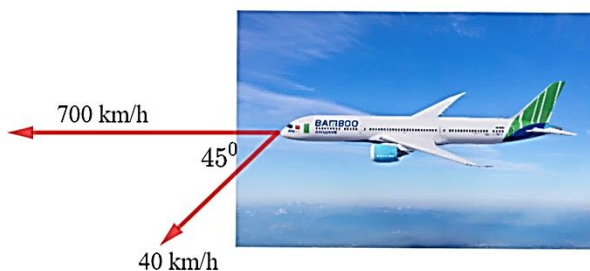
$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MI} = 4 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HI}) = 4 \Leftrightarrow \underbrace{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{MH}}_0 + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HI} = 4 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HI} = 4 \quad (*).$$

Từ (*) ta có: $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{HI} > 0$ nên $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{HI}$ cùng hướng; đồng thời

$$AB \cdot HI = 4 \Leftrightarrow HI = \frac{4}{AB} = \frac{4}{4} = 1.$$

Vậy H là trung điểm đoạn BI và tập hợp điểm M là đường thẳng qua H , vuông góc với AB .

- Câu 99.** Một máy bay đang bay từ hướng đông sang hướng tây với tốc độ 700 km/h thì gặp luồng gió thổi từ hướng đông bắc sang hướng tây nam với tốc độ 40 km/h. Máy bay bị thay đổi vận tốc sau khi gặp gió thổi. Tìm tốc độ mới của máy bay (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



- A. 911,12 km/h. B. 724,32 km/h. C. 728,83 km/h. D. 813,13 km/h.

Hướng dẫn giải:

Chọn C.

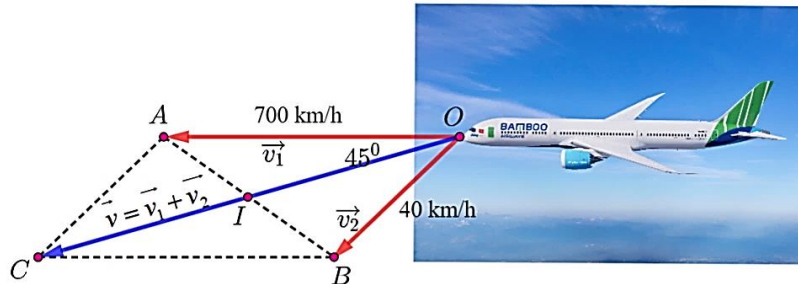
Đặt $\vec{v}_1 = \overrightarrow{OA}$, $\vec{v}_2 = \overrightarrow{OB}$ lần lượt là vectơ vận tốc ban đầu của máy bay và của gió; $\vec{v} = \overrightarrow{OC}$ là vận tốc của máy bay sau khi gặp luồng gió thổi. Ta có $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ và $OACB$ là hình bình hành.

Xét tam giác OAC có $OAC = 135^\circ$, $OA = 700$, $AC = 40$

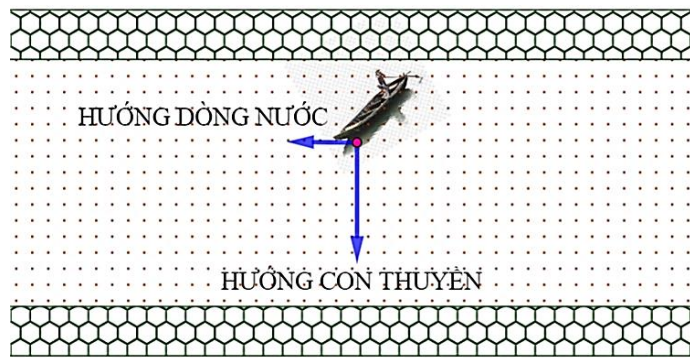
$$\Rightarrow OC^2 = AO^2 + AC^2 - 2AO \cdot AC \cdot \cos OAC = 700^2 + 40^2 - 2 \cdot 700 \cdot 40 \cdot \cos 135^\circ$$

$\approx 531\,197,98 \Rightarrow OC \approx 728,83$ km/h.

Vậy tốc độ mới của máy bay sau khi gặp gió xấp xỉ bằng 728,83 km/h.



Câu 100. Một chiếc thuyền cố gắng đi thẳng qua một con sông với tốc độ 0,75 m/s. Tuy nhiên dòng nước trên con sông đó chảy với tốc độ 1,2 m/s về hướng bên trái (hình vẽ). Tính tốc độ dịch chuyển của thuyền so với bờ (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).



A. 1,215 m/s.

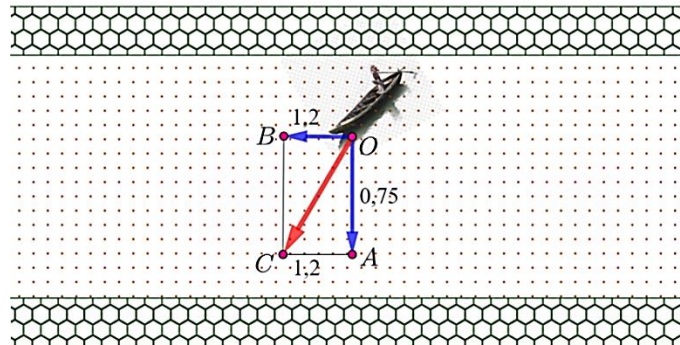
B. 1,112 m/s.

C. 1,312 m/s.

D. 1,415 m/s.

Hướng dẫn giải:

Chọn D.



Gọi $\vec{v}_1 = \vec{OA}$ là vector vận tốc của thuyền đối với nước, $\vec{v}_2 = \vec{OB}$ là vector vận tốc của nước đối với bờ và $\vec{v} = \vec{OC}$ là vận tốc của thuyền đối với bờ. Ta có: $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$ hay $OACB$ là hình bình hành.

Xét tam giác vuông OAC ta có:

$$OC = \sqrt{OA^2 + AC^2} = \sqrt{0,75^2 + 1,2^2} = \frac{3\sqrt{89}}{20} \approx 1,415 \text{ m/s.}$$

Vậy tốc độ dịch chuyển của thuyền so với bờ xấp xỉ bằng 1,415 m/s.

**Muốn bước lên chỗ cao nhất, hãy bắt đầu
từ chỗ thấp nhất**

Syrus

*Chúc các em học sinh ôn tập
thật tốt và gặt hái nhiều thành công!*

Hoàng Xuân Nhàn