

Mã đề: 116

PHẦN I (3 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. $BC \perp SA$. B. $BD \perp SA$. C. $BC \perp SD$. D. $CD \perp SD$.

Câu 2: Cho đường thẳng $(d): 2x + 3y - 4 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (d) ?

- A. $\vec{n}_3 = (2; -3)$. B. $\vec{n}_2 = (-4; -6)$. C. $\vec{n}_1 = (3; 2)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3)$.

Câu 3: Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số thực x, y ?

- A. $\left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2^x}{3}$. B. $2^x \cdot 2^y = 2^{x+y}$. C. $\frac{2^x}{2^y} = 2^{\frac{x}{y}}$. D. $(2^x)^y = 2^{x+y}$.

Câu 4: Từ các chữ số 1, 5, 6, 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số với các chữ số khác nhau:

- A. 256. B. 64. C. 12. D. 24.

Câu 5: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN // mp(ABCD)$. B. $MN // mp(SBC)$. C. $MN // mp(SCD)$. D. $MN // mp(SAB)$.

Câu 6: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	65	80	110	45	20

Số trung bình của mẫu (làm tròn đến hàng phần chục) bằng?

- A. 19,4. B. 19,3. C. 18,3. D. 18,4.

Câu 7: Với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$.

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = 15$ và $m = -15$. D. $m = 3$ và $m = -3$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là:

- A. $x = k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k\pi$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi$. D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi; x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có: $u_1 = -3; d = \frac{1}{2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n-1)$. B. $u_n = -3 + \frac{1}{2}(n+1)$.
C. $u_n = -3 + \frac{1}{2}n - 1$. D. $u_n = n\left(-3 + \frac{1}{4}(n-1)\right)$.

Câu 10: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Số khách hàng	65	80	110	45	20

Số trung vị của mẫu (làm tròn đến hàng phần chục) bằng?

- A. 18,4. B. 18,5. C. 18,6. D. 18,3.

Câu 11: Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$.

B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.

C. $\log_2 xy = \log_2 x + \log_2 y$.

D. $\log_2 (x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Câu 12: Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-2}{n+3}$?

A. 3

B. $-\frac{2}{3}$

C. -2

D. 1.

PHẦN II (4 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{2}, b > 1$ và biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\log_b 2a > 0$.

b) Nếu $x > y > 0$ thì $\log_{2a} x > \log_{2a} y$.

c) $\log_{2a} b + 4 \log_b 2a \geq 4$.

d) Khi biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b < 18$.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Nghiệm của phương trình là:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$.

c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$.

Câu 3: Cho Parabol $(P): y = -x^2 + 6x - 5$. Khi đó:

a) Hoành độ đỉnh của (P) là: $x = 3$.

b) $y < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

d) Đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt khi $m > 4$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' . Biết rằng $\widehat{BMA'} = 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $AB \parallel (A'B'C')$.

b) Hai đường thẳng BM và $A'C'$ cắt nhau.

c) Tam giác $A'C'M$ là tam giác vuông.

d) $d(A, (BMA')) = \frac{a\sqrt{5}}{3}$.

PHẦN III (3 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong một lớp có $(2n+3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào một dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n+3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Tính số học sinh của lớp.

Câu 2: Anh An vay tiền ngân hàng 500 triệu đồng lãi suất là 0,9% / tháng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh An sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

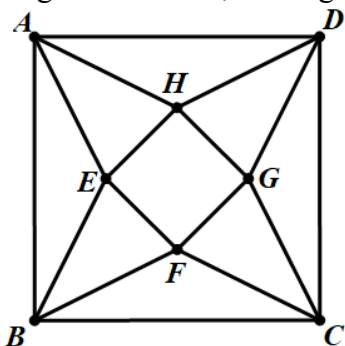
Câu 3: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1+a\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{9}{b}$. Tính giá trị của $T = 2a - b$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{m\sqrt{n}}{p}.a^3$

(m, n, p là các số nguyên và các phân số $\frac{m}{p}; \frac{n}{p}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $A = m + n + p$.

Câu 5: Cho phương trình $\log_{2+\sqrt{5}}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) + \log_{\sqrt{5}-2}\sqrt{x^2 + mx - 2m^2} = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1^2 + x_2^2 = 3$?

Câu 6: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn Minh làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $5cm$ (tham khảo hình vẽ).



Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB , BFC , CGD , DHA và sau đó gò các tam giác AEH , BEF , CFG , DGH sao cho bốn đỉnh A , B , C , D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Biết rằng thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương, $a^2 > b$ và

phân số $\frac{a}{c}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $a - b + c$

----- HẾT -----

Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm

PHẦN I (3 điểm): Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\cos x = -1$ là:

- A. $x = \pi + k\pi$. B. $x = \frac{3\pi}{2} + k\pi$. C. $x = \pi + k2\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 2: Đường tròn $x^2 + y^2 - 10x - 11 = 0$ có bán kính bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{6}$. B. 36. C. 2. D. 6.

Câu 3: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

- A. 2240. B. 256. C. 2520. D. 3240.

Câu 4: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3$, $q = \frac{2}{3}$. Tính u_5 ?

- A. $u_5 = \frac{-27}{16}$. B. $u_5 = \frac{27}{16}$. C. $u_5 = \frac{16}{27}$. D. $u_5 = \frac{-16}{27}$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $CD \perp (SBD)$. B. $BC \perp (SAC)$. C. $BC \perp (SCD)$. D. $BD \perp (SAC)$.

Câu 6: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $MN \parallel AC$. B. $MN \parallel AB$. C. $MN \parallel AD$. D. $MN \parallel BD$.

Câu 7: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Số khách hàng	65	80	110	45	20

Số trung bình của mẫu (làm tròn đến hàng phần chục) bằng?

- A. 10,3. B. 10,4. C. 10,5. D. 10,2.

Câu 8: Với các số thực a, b bất kì, mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $(3^a)^b = 3^{a+b}$. B. $(3^a)^b = 3^{ab}$. C. $(3^a)^b = 3^{a-b}$. D. $(3^a)^b = 3^{a^b}$.

Câu 9: Cho a là số dương khác 1, b là số dương và α là số thực bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a b^\alpha = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. B. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. C. $\log_{a^\alpha} b = \frac{1}{\alpha} \log_a b$. D. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$.

Câu 10: Cho tam giác ABC có $A(-1;-2); B(0;2); C(-2;1)$. Phương trình đường trung tuyến BM là:

- A. $x - 3y + 6 = 0$ B. $3x - 5y + 10 = 0$ C. $5x - 3y + 6 = 0$ D. $3x - y - 2 = 0$

Câu 11: Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x}$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 12: Một công ty xây dựng khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá (triệu đồng/ m^2)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Số khách hàng	65	80	110	45	20

Số trung bình của mẫu (làm tròn đến hàng phần chục) bằng?

- A. 10,2. B. 10,5. C. 10,3. D. 10,4.

PHẦN II (4 điểm): Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{2}, b > 1$ và biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\log_a b$ luôn dương.
- b) Nếu $x > y > 0$ thì $\log_b x < \log_b y$.
- c) $\log_{2a} b + 4\log_b 2a \geq 4$.
- d) Khi biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b < 19$.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình tương đương $\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$
- b) Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
- c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$
- d) Phương trình có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$

Câu 3: Cho bất phương trình $(x^2 - 3x + 4)(mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3) > 0$ (1), với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $f(x) = mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3$ là tam thức bậc hai.
- b) Bất phương trình $x^2 - 3x + 4 < 0$ vô nghiệm.
- c) Bất phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$
- d) Số giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm bằng 4.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' . Biết rằng $\widehat{BMA'} = 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $AC \parallel (A'B'C')$.
- b) Hai đường thẳng $B'M$ và AC cắt nhau.
- c) Tam giác ABM là tam giác vuông.
- d) $d(A, (BMA')) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

PHẦN III (3 điểm): Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

Câu 2: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

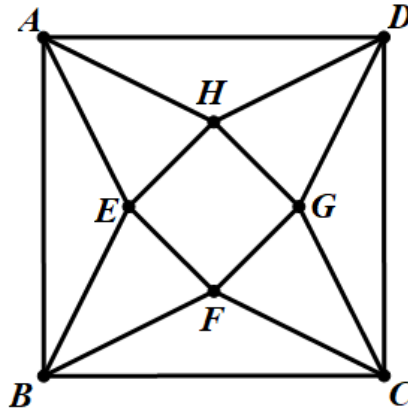
Câu 3: Anh An vay tiền ngân hàng 600 triệu đồng lãi suất là 1% / tháng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh An sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

Câu 4: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1+a\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{18}{b}$. Giá trị của $T = 2a + b$ là

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{m\sqrt{n}}{p}.a^3$

(m, n, p là các số nguyên và các phân số $\frac{m}{p}; \frac{n}{p}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $A = m + n + p$.

Câu 6: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn Đức làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $6cm$ (tham khảo hình vẽ).



Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB , BFC , CGD , DHA và sau đó gò các tam giác AEH , BEF , CFG , DGH sao cho bốn đỉnh A , B , C , D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Biết rằng thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b.c}}{d}$ với a, d là các số nguyên dương,

b, c là số nguyên tố và phân số $\frac{a}{d}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $a + b + c + d$

----- HẾT -----

Thí sinh KHÔNG được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm

I. ĐÁP ÁN

CÂU	Mã đề 116	Mã đề 117	Mã đề 118	Mã đề 119
Phần I				
1	C	C	B	A
2	B	D	D	D
3	B	A	D	B
4	D	D	A	D
5	A	D	B	D
6	D	A	C	C
7	C	C	C	B
8	C	B	A	B
9	A	B	C	C
10	B	C	A	A
11	D	B	D	A
12	A	A	B	C
Phần II				
1	Đ Đ Đ S	S S Đ Đ	S S Đ Đ	S S Đ Đ
2	S Đ S Đ	S S Đ Đ	Đ S Đ Đ	S S Đ Đ
3	Đ Đ S Đ	S Đ S Đ	Đ Đ Đ S	Đ S S Đ
4	Đ S Đ Đ	Đ S Đ S	S Đ Đ Đ	Đ S Đ S
Phần III				
1	35	0,2	-10	0,2
2	67	-342	6	14
3	-10	93	35	13
4	6	14	0	-342
5	0	13	67	420
6	-3	420	-3	93

II. HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG

MÃ ĐỀ 116 VÀ 118

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{2}, b > 1$ và biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\log_b 2a > 0$.
- b) Nếu $x > y > 0$ thì $\log_{2a} x > \log_{2a} y$.
- c) $\log_{2a} b + 4\log_b 2a \geq 4$.
- d) Khi biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b < 18$.

Lời giải

- a) Do $a > \frac{1}{2} \Rightarrow 2a > 1$ và $b > 1$ suy ra $\log_b 2a > 0$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- b) Do $a > \frac{1}{2} \Rightarrow 2a > 1$ và $x > y > 0$ nên suy ra $\log_{2a} x > \log_{2a} y$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- c) $\log_{2a} b + 4\log_b 2a = \log_{2a} b + \frac{4}{\log_{2a} b} \geq 2\sqrt{\log_{2a} b \cdot \frac{4}{\log_{2a} b}} = 4$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Do $a^4 - 4a^2 + 16 \geq 4a^2 \Leftrightarrow (a^2 - 4)^2 \geq 0$ đúng $\forall a > \frac{1}{2}$; Dấu bằng xảy ra khi $a = 2$

Suy ra

$$P \geq \log_{2a} b + 2 \log_b (2a)^2 = \log_{2a} b + 4 \log_b 2a = \log_{2a} b + \frac{4}{\log_{2a} b} \geq 2 \sqrt{\log_{2a} b \cdot \frac{4}{\log_{2a} b}} = 4$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = 2 \\ \log_{2a} b = \frac{4}{\log_{2a} b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \log_{2a} b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = (2a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 16 \end{cases} \Rightarrow a + b = 18$$

Vậy, khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b = 18$. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

a) Nghiệm của phương trình là:
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$.

c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$.

Lời giải

a) Ta có: $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}). \text{ Suy ra mệnh đề sai}$$

b) Nghiệm âm lớn nhất là $x = -\frac{2\pi}{9}$. Suy ra mệnh đề đúng.

c) Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên phương trình có 2 nghiệm là: $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Suy ra mệnh đề sai.

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{\pi}{3} + \frac{4\pi}{9} = \frac{7\pi}{9}$. Suy ra mệnh đề

đúng.

Câu 3: Cho Parabol $(P): y = -x^2 + 6x - 5$. Khi đó:

a) Hoành độ đỉnh của (P) là: $x = 3$.

b) $y < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 3.

d) Đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt khi $m > 4$.

Lời giải

a) Hoành độ đỉnh: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{6}{2 \cdot (-1)} = 3$. Suy ra mệnh đề đúng.

b) $y < 0 \Rightarrow -x^2 + 6x - 5 < 0$ khi $x \in (-\infty; 1) \cup (5; +\infty)$. Suy ra mệnh đề đúng.

c) Xét hàm số $y = f(x) = -x^2 + 6x - 5$, có $a < 0$ nên giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^2 + 6x - 5$ là $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(3) = 4$. Suy ra mệnh đề sai.

d) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (P) là: $-x^2 + 6x - 5 = 4x - m \Leftrightarrow x^2 - 2x + 5 = m$.

Xét về trái $y = f(x) = x^2 - 2x + 5$, có $a > 0$ suy ra $y = f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(1) = 4$ là giá trị nhỏ nhất. Vậy đường thẳng $d: y = 4x - m$ cắt đồ thị (P) tại 2 điểm phân biệt khi $m > 4$.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' . Biết rằng $\widehat{BMA'} = 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

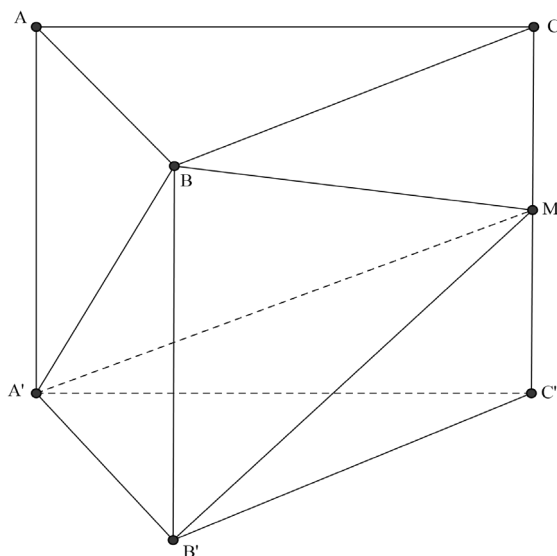
a) $AB \parallel (A'B'C')$.

b) Hai đường thẳng BM và $A'C'$ cắt nhau.

c) Tam giác $A'C'M$ là tam giác vuông.

d) $d(A, (BMA')) = \frac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải



a) $AB \parallel (A'B'C')$ suy ra mệnh đề đúng.

b) BM và $A'C'$ chéo nhau suy ra mệnh đề **sai**

c) Tam giác $A'C'M$ vuông tại C' suy ra mệnh đề đúng.

d) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos 120^\circ = 7a^2$.

Đặt $CC' = 2x \Rightarrow CM = MC' = x$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên ta có tam giác BCM vuông tại C và tam giác $A'C'M$ vuông tại C' .

Ta có: $BM^2 = BC^2 + CM^2 = 7a^2 + x^2$;

$A'M^2 = A'C'^2 + C'M^2 = (2a)^2 + x^2 = 4a^2 + x^2$; $A'B^2 = A'A^2 + AB^2 = 4x^2 + a^2$.

Vì $\widehat{BMA'} = 90^\circ$ nên tam giác BMA' vuông tại M , do đó:

$$A'B^2 = BM^2 + A'M^2 \Leftrightarrow 4x^2 + a^2 = 7a^2 + x^2 + 4a^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 5a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{5}.$$

$$\text{Ta có: } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot d(C, AB) \Rightarrow d(C, AB) = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có: } d(M, (ABA')) = d(C, (ABA')) = d(C, AB) = a\sqrt{3}$$

$$\text{Ta có: } S_{ABA'} = \frac{1}{2} AB \cdot AA' = a^2 \sqrt{5}; \quad S_{MBA'} = \frac{1}{2} MB \cdot MA' = 3\sqrt{3}a^2.$$

$$V_{AA'BM} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABA'} \cdot d(M, (ABA')) = \frac{1}{3} \cdot S_{MBA'} \cdot d(A, (BMA')) \Rightarrow d(A, (BMA')) = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Trong một lớp có $(2n+3)$ học sinh gồm An, Bình, Chi cùng $2n$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào một dãy ghế được đánh số từ 1 đến $(2n+3)$, mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\frac{17}{1155}$. Tính số học sinh của lớp.

Lời giải

Số cách các xếp học sinh vào ghế là $(2n+3)!$

Nhận xét rằng nếu ba số tự nhiên a, b, c lập thành một cấp số cộng thì $a+c=2b$ nên $a+c$ là một số chẵn. Như vậy a, c phải cùng chẵn hoặc cùng lẻ.

Từ 1 đến $2n+3$ có $n+1$ số chẵn và $n+2$ số lẻ.

Muốn có một cách xếp học sinh thỏa số ghế của An, Bình, Chi theo thứ tự lập thành một cấp số cộng ta sẽ tiến hành như sau:

Bước 1: chọn hai ghế có số thứ tự cùng chẵn hoặc cùng lẻ rồi xếp An và Chi vào, sau đó xếp Bình vào ghế chính giữa. Bước này có $A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2$ cách.

Bước 2: xếp chỗ cho $2n$ học sinh còn lại. Bước này có $(2n)!$ cách.

Như vậy số cách xếp thỏa yêu cầu này là $(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!$.

Ta có phương trình

$$\frac{(A_{n+1}^2 + A_{n+2}^2) \cdot (2n)!}{(2n+3)!} = \frac{17}{1155} \Leftrightarrow \frac{n(n+1) + (n+1)(n+2)}{(2n+1)(2n+2)(2n+3)} = \frac{17}{1155}$$

$$\Leftrightarrow 68n^2 - 1019n - 1104 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 16 \\ n = -\frac{69}{68} \text{ (loại)} \end{cases}$$

Vậy số học sinh của lớp là 35.

Câu 2: Anh An vay tiền ngân hàng 500 triệu đồng lãi suất là 0,9% / tháng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh An sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

Lời giải

Gọi A là số tiền vay ngân hàng; r là lãi suất hàng tháng cho số tiền còn nợ; m là số tiền trả nợ hàng tháng; n là thời gian trả hết nợ.

$$\text{Để trả hết nợ thì } A(1+r)^n - \frac{m}{r}[(1+r)^n - 1] = 0 \Leftrightarrow 500(1+0,9\%)^n - \frac{10}{0,9\%}[(1+0,9\%)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1+0,9\%)^n = \frac{20}{11} \Leftrightarrow n = \log_{(1+0,9\%)} \frac{20}{11} \approx 66,72$$

Vậy sau 67 tháng anh An trả hết nợ.

Câu 3: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1+a\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{9}{b}$. Tính giá trị của $T = 2a - b$?

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1+a\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{9}{b}$ nên $x+1+a\sqrt{5x+1} = 0$ có nghiệm $x = 3$

Suy ra: $3+1+a\sqrt{16} = 0 \Leftrightarrow a = -1$

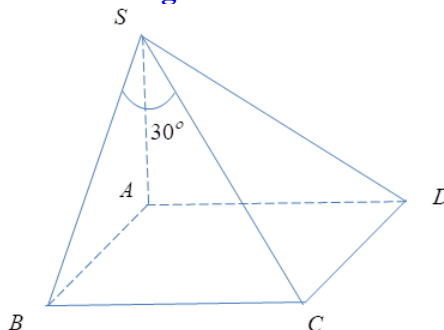
$$\text{Khi đó: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-3x)(x+\sqrt{4x-3})}{(x^2-4x+3)(x+1+\sqrt{5x+1})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1+\sqrt{5x+1})} = \frac{3.(3+3)}{2.(4+4)} = \frac{9}{8}.$$

Vậy $T = 2a - b = -10$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{m\sqrt{n}}{p}.a^3$ (m, n, p là các số nguyên và các phân số $\frac{m}{p}; \frac{n}{p}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $A = m + n + p$.

Lời giải



Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow (\widehat{SC, (SAB)}) = (\widehat{SC, SB}) = \widehat{BSC} = 30^\circ$.

$$\text{Xét } \triangle SBC \text{ vuông tại } B \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = \frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Suy ra } SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = a\sqrt{2}.$$

Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Suy ra: $m=1, n=2, p=3 \Rightarrow A=6$

Câu 5: Cho phương trình $\log_{2+\sqrt{5}}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) + \log_{\sqrt{5}-2}\sqrt{x^2 + mx - 2m^2} = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình đã cho có hai nghiệm $x_1^2 + x_2^2 = 3$?

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với phương trình:

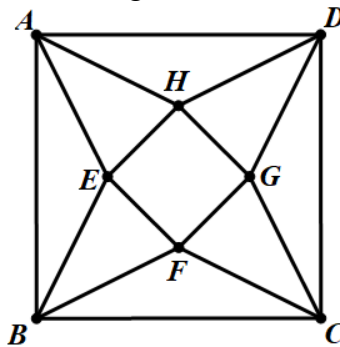
$$\begin{aligned} \log_{2+\sqrt{5}}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) + \log_{\sqrt{5}-2}(x^2 + mx - 2m^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \log_{\sqrt{5}+2}(2x^2 - x - 4m^2 + 2m) - \log_{\sqrt{5}+2}(x^2 + mx - 2m^2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2mx - 2m^2 > 0 \\ 2x^2 - x + 2m - 4m^2 = x^2 + mx - 2m^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 2mx - 2m^2 > 0 \\ x^2 - (m+1)x + 2m - 2m^2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx - 2m^2 > 0 \\ \begin{bmatrix} x_1 = 2m \\ x_2 = 1-m \end{bmatrix} \end{cases} \end{aligned}$$

Phương trình đã cho có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1^2 + x_2^2 = 3$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m)^2 + m(2m) - 2m^2 > 0 \\ (1-m)^2 + m(1-m) - 2m^2 > 0 \\ (2m)^2 + (1-m)^2 = 3 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 > 0 \\ 2m^2 + m - 1 < 0 \\ 5m^2 - 2m - 2 = 0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -1 < m < \frac{1}{2} \\ m = \frac{1-\sqrt{11}}{5}; m = \frac{1+\sqrt{11}}{5} \end{cases} &\Leftrightarrow m = \frac{1-\sqrt{11}}{5} \end{aligned}$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa yêu cầu đề bài

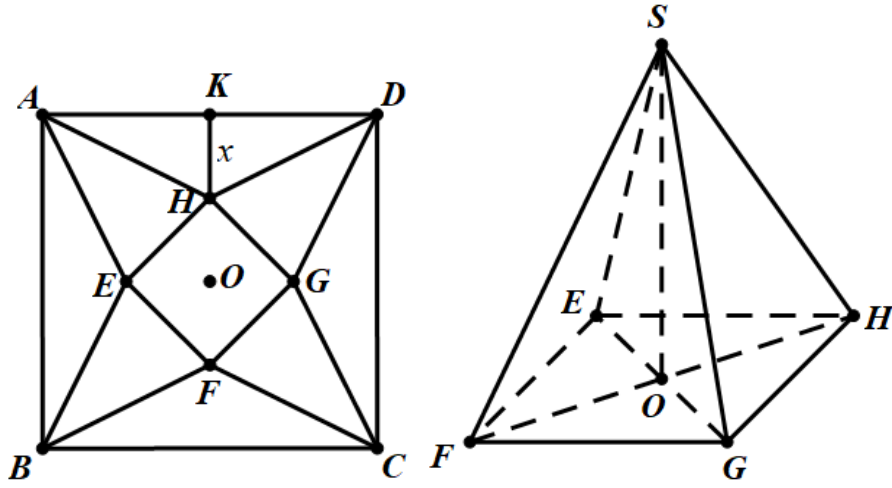
Câu 6: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn Minh làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $5cm$ (tham khảo hình vẽ).



Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA và sau đó gò các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Biết rằng thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương,

$a^2 > b$ và phân số $\frac{a}{c}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $a - b + c$

Lời giải



Gọi K là trung điểm AD , đặt $HK = x$, $0 < x \leq \frac{5}{2}$.

Ta có $EF = FG = GH = HE = \left(\frac{5}{2} - x\right)\sqrt{2}$; $HD = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2}$

Suy ra $SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{HD^2 - OH^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + x^2 - \left(\frac{5}{2} - x\right)^2} = \sqrt{5x}$.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \left(\frac{5}{2} - x\right)^2 \cdot \sqrt{5x} = \frac{2}{3} \sqrt{\left(\frac{5}{2} - x\right)^4} \cdot 4x \cdot \frac{5}{4} \leq \frac{4\sqrt{10}}{3}$.

Suy ra $a = 4; b = 10; c = 3 \Rightarrow a - b + c = -3$

MÃ ĐỀ 117 VÀ 119

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1: Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > \frac{1}{2}, b > 1$ và biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\log_a b$ luôn dương.
- b) Nếu $x > y > 0$ thì $\log_b x < \log_b y$.
- c) $\log_{2a} b + 4\log_b 2a \geq 4$.
- d) Khi biểu thức $P = \log_{2a} b + \log_{\sqrt{b}} (a^4 - 4a^2 + 16)$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b < 19$.

Lời giải

- a) Do $a > \frac{1}{2}$ và $b > 1$ suy ra $\log_a b$ có thể âm. Suy ra mệnh đề **sai**.
- b) Do $b > 1$ và $x > y > 0$ nên suy ra $\log_b x > \log_b y$. Suy ra mệnh đề **sai**.
- c) $\log_{2a} b + 4\log_b 2a = \log_{2a} b + \frac{4}{\log_{2a} b} \geq 2\sqrt{\log_{2a} b \cdot \frac{4}{\log_{2a} b}} = 4$. Suy ra mệnh đề **đúng**.
- d) Do $a^4 - 4a^2 + 16 \geq 4a^2 \Leftrightarrow (a^2 - 4)^2 \geq 0$ đúng $\forall a > \frac{1}{2}$; Dấu bằng xảy ra khi $a = 2$

Suy ra

$$P \geq \log_{2a} b + 2\log_b (2a)^2 = \log_{2a} b + 4\log_b 2a = \log_{2a} b + \frac{4}{\log_{2a} b} \geq 2\sqrt{\log_{2a} b \cdot \frac{4}{\log_{2a} b}} = 4$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a = 2 \\ \log_{2a} b = \frac{4}{\log_{2a} b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ \log_{2a} b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = (2a)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 16 \end{cases} \Rightarrow a + b = 18$$

Vậy, khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $a + b = 18$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình tương đương $\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

b) Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$

d) Phương trình có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$

Lời giải

a) Ta có: $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$ (Suy ra mệnh đề sai)

b) $\Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{12} = \pi - (-\frac{\pi}{3}) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{17\pi}{12} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ (Suy ra mệnh đề sai)

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{4}$. Suy ra mệnh đề đúng.

d) Phương trình có 2 nghiệm thuộc khoảng $(-\pi; \pi)$ là $x = -\frac{\pi}{4}; x = \frac{17\pi}{12}$. Suy ra mệnh đề đúng.

Câu 3: Cho bất phương trình $(x^2 - 3x + 4)(mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3) > 0$ (1), với m là tham số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $f(x) = mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3$ là tam thức bậc hai.

b) Bất phương trình $x^2 - 3x + 4 < 0$ vô nghiệm.

c) Bất phương trình (1) vô nghiệm khi và chỉ khi $mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$

d) Số giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình (1) vô nghiệm bằng 4.

Lời giải

a) Khi $m = 0$ thì $f(x)$ không phải là tam thức bậc hai. Suy ra mệnh đề **sai**

b) Bất phương trình $x^2 - 3x + 4 < 0$ vô nghiệm. Suy ra mệnh đề đúng.

c) Để $(x^2 - 3x + 4)(mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3) > 0$ vô nghiệm $\forall x$ thì

$$(x^2 - 3x + 4)(mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3) \leq 0 \text{ có nghiệm } \forall x.$$

Ta có $(x^2 - 3x + 4)(mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3) \leq 0$ mà $x^2 - 3x + 4 > 0, \forall x$

$\Rightarrow mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra mệnh đề **sai**

d) **Trường hợp 1: $m = 0$**

$mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3 \leq 0$ trở thành $-4x + 3 \leq 0$, mà $-4x + 3 \leq 0$ khi $\forall x \in \left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Vậy bất phương trình $(x^2 - 3x + 4)(mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3) \leq 0$ vô nghiệm với mọi x .

Trường hợp 2: $m \neq 0$

$$mx^2 - 4(m+1)x + 3m + 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \Delta' = 4(m+1)^2 - m(3m+3) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + 5m + 4 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -4 \leq m \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \leq m \leq -1$$

Vậy $m = \{-4; -3; -2; -1\}$ thỏa mãn. Suy ra mệnh đề đúng.

Câu 4: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm cạnh CC' . Biết rằng $\widehat{BMA'} = 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

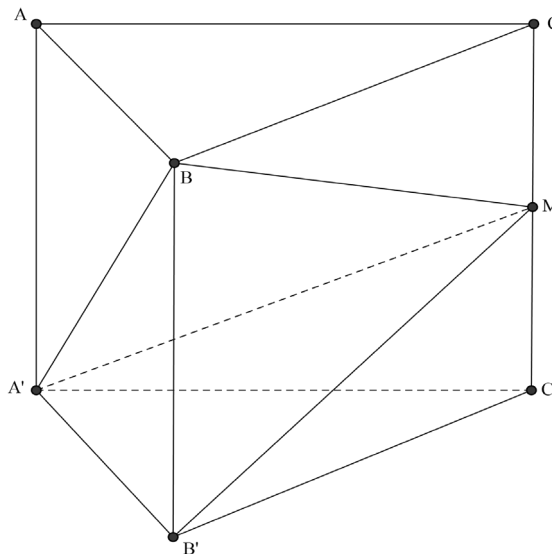
a) $AC \parallel (A'B'C')$.

b) Hai đường thẳng $B'M$ và AC cắt nhau.

c) Tam giác ABM là tam giác vuông.

d) $d(A, (BMA')) = \frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



a) $AC \parallel (A'B'C')$ suy ra mệnh đề đúng.

b) $B'M$ và AC chéo nhau suy ra mệnh đề **sai**

c) Ta có: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \widehat{BAC} = a^2 + (2a)^2 - 2 \cdot a \cdot 2a \cdot \cos 60^\circ = 3a^2$.

Suy ra tam giác ABC vuông tại B do đó $AB \perp (BCC'B')$. Vậy mệnh đề đúng.

d) Đặt $CC' = 2x \Rightarrow CM = MC' = x$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng nên ta có tam giác BCM vuông tại C và tam giác $A'C'M$ vuông tại C' .

Ta có: $BM^2 = BC^2 + CM^2 = 3a^2 + x^2$; $A'M^2 = A'C'^2 + C'M^2 = (2a)^2 + x^2 = 4a^2 + x^2$;

$A'B^2 = A'A^2 + AB^2 = 4x^2 + a^2$.

Vì $\widehat{BMA'} = 90^\circ$ nên tam giác BMA' vuông tại M , do đó: $A'B^2 = BM^2 + A'M^2$
 $\Leftrightarrow 4x^2 + a^2 = 3a^2 + x^2 + 4a^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 3a^2 \Leftrightarrow x = a\sqrt{3}$.

Ta có: $d(M, (ABA')) = d(C, (ABA')) = BC = a\sqrt{3}$.

$$S_{\Delta ABA'} = \frac{1}{2} AB.AA' = a^2\sqrt{3}; S_{\Delta MBA'} = \frac{1}{2} MB.MA' = \frac{\sqrt{42}}{2} a^2.$$

$$V_{AA'BM} = \frac{1}{3} S_{\Delta ABA'} . d(M, (ABA')) = \frac{1}{3} S_{\Delta MBA'} . d(A, (BMA')) \Rightarrow d(A, (BMA')) = \frac{a\sqrt{42}}{7}.$$

Suy ra mệnh đề sai.

PHẦN III: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Cho đa giác đều P gồm 16 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh là đỉnh của P . Tính xác suất để tam giác chọn được là tam giác vuông.

Lời giải

Số tam giác tạo thành khi chọn ngẫu nhiên 3 điểm là: $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$

Gọi A là biến cố: “tam giác chọn được là tam giác vuông”

Số đường chéo đi qua tâm là 8 $\Rightarrow$ số hình chữ nhật nhận 2 đường chéo đi qua tâm làm 2 đường chéo là: $C_8^2 = 28$.

Số tam giác vuông được tạo thành là: $n(A) = 4C_8^2 = 112$.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Câu 2: Biết rằng tồn tại đúng hai giá trị của tham số m để phương trình $x^3 - 7x^2 + 2(m^2 + 6m)x - 8 = 0$ có ba nghiệm phân biệt lập thành một cấp số nhân. Tính tổng lập phương của hai giá trị đó.

Lời giải

Gọi $x_1; x_2; x_3$ là nghiệm của phương trình và $x_1 < x_2 < x_3$

Ta có $x_1; x_2; x_3$ lập thành cấp số nhân nên $x_2^2 = x_1.x_3$ (1)

Theo định lý Viet ta có $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = 7$ (2) và $x_1.x_2 + x_2.x_3 + x_1.x_3 = \frac{c}{a} = 2(m^2 + 6m)$ (3)

$$\text{Từ (1), (2), (3)} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{7}(m^2 + 6m)$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình nên ta có

$$\left[\frac{2}{7}(m^2 + 6m) \right]^3 = 8 \Rightarrow m^2 + 6m - 7 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -7 \end{cases} \Rightarrow m_1^3 + m_2^3 = -342$$

Câu 3: Anh An vay tiền ngân hàng 600 triệu đồng lãi suất là 1% / tháng mua nhà và trả góp hàng tháng. Cuối mỗi tháng bắt đầu từ tháng thứ nhất anh trả 10 triệu đồng. Với hình thức hoàn nợ như vậy thì sau bao lâu anh An sẽ trả hết số nợ ngân hàng?

Lời giải

Gọi A là số tiền vay ngân hàng; r là lãi suất hàng tháng cho số tiền còn nợ; m là số tiền trả nợ hàng tháng; n là thời gian trả hết nợ.

$$\text{Để trả hết nợ thì } A(1+r)^n - \frac{m}{r} \left[(1+r)^n - 1 \right] = 0 \Leftrightarrow 600(1+1\%)^n - \frac{10}{1\%} \left[(1+1\%)^n - 1 \right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (1,01)^n = \frac{5}{2} \Leftrightarrow n = \log_{1,01} \frac{5}{2} \approx 92,09$$

Vậy sau 93 tháng anh An trả hết nợ.

Câu 4: Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1+a\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{18}{b}$. Giá trị của $T = 2a + b$ là

Lời giải

Do $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1+a\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{18}{b}$ nên $x+1+a\sqrt{5x+1} = 0$ có nghiệm $x = 3$

Suy ra: $3+1+a\sqrt{16} = 0 \Leftrightarrow a = -1$

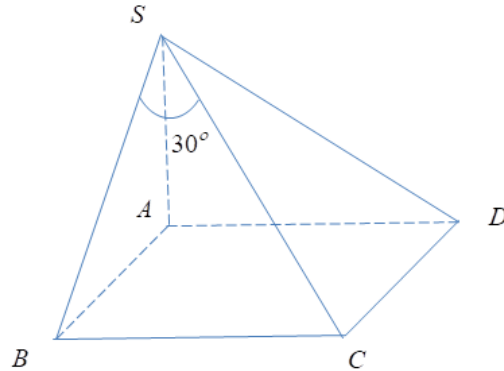
Khi đó: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2-3x)(x+\sqrt{4x-3})}{(x^2-4x+3)(x+1+\sqrt{5x+1})}$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x(x+\sqrt{4x-3})}{(x-1)(x+1+\sqrt{5x+1})} = \frac{3 \cdot (3+3)}{2 \cdot (4+4)} = \frac{9}{8} = \frac{18}{16}.$$

Vậy $T = 2a + 16 = -2 + 16 = 14$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy, đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{m\sqrt{n}}{p} \cdot a^3$ (m, n, p là các số nguyên và các phân số $\frac{m}{p}; \frac{n}{p}$ tối giản). Tính giá trị biểu thức $A = m + n + p$.

Lời giải



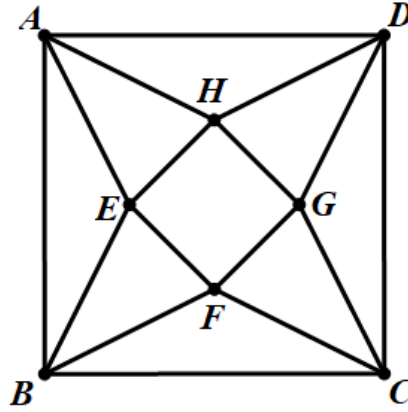
Có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \widehat{(SC, (SAB))} = \widehat{(SC, SB)} = \widehat{BSC} = 30^\circ$.

Xét $\triangle SBC$ vuông tại $B \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = \frac{2a}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 2\sqrt{3}a$.

Suy ra $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2\sqrt{2}a$.

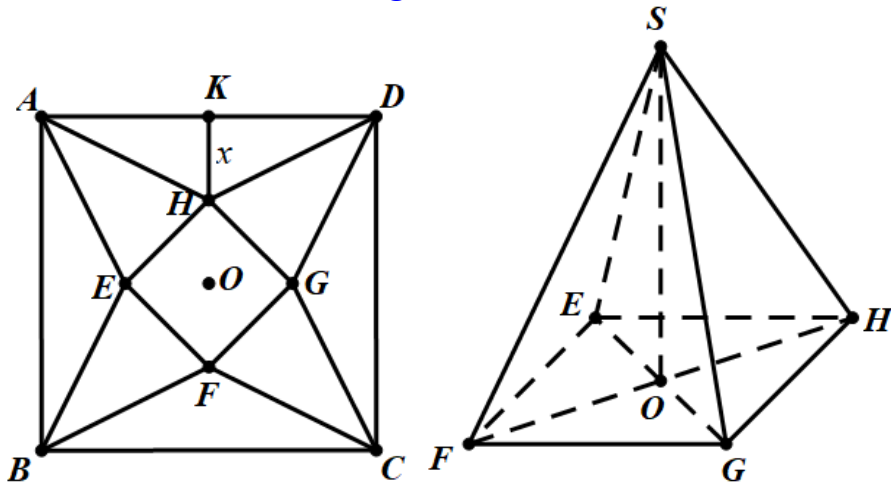
Do đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} 2\sqrt{2}a \cdot 4a^2 = \frac{8\sqrt{2}}{3} a^3$. Suy ra: $m = 8, n = 2, p = 3 \Rightarrow A = 13$

Câu 6: Trong một cuộc thi làm đồ dùng học tập do trường phát động, bạn Đức làm một hình chóp tứ giác đều bằng cách lấy một mảnh tôn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $6cm$ (tham khảo hình vẽ).



Cắt mảnh tôn theo các tam giác cân AEB , BFC , CGD , DHA và sau đó gò các tam giác AEH , BEF , CFG , DGH sao cho bốn đỉnh A , B , C , D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Biết rằng thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b.c}}{d}$ với a, d là các số nguyên dương, b, c là số nguyên tố và phân số $\frac{a}{d}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $a + b + c + d$

Lời giải



Gọi K là trung điểm AD , đặt $HK = x$, $0 < x < 3$.

Ta có $EF = FG = GH = HE = (3 - x)\sqrt{2}$; $HD = \sqrt{3^2 + x^2}$

Suy ra $SO = \sqrt{SH^2 - OH^2} = \sqrt{HD^2 - OH^2} = \sqrt{3^2 + x^2 - (3 - x)^2} = \sqrt{6x}$.

Ta có $V = \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot (3 - x)^2 \cdot \sqrt{6x} = \frac{2}{3} \sqrt{(3 - x)^4 \cdot 4x} \cdot \frac{3}{2} \leq \frac{288\sqrt{10}}{125}$.

Suy ra $a = 288; b + c = 7; d = 125 \Rightarrow a + b + c + d = 420$