

**Câu 1:** Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-5x+6}$  là:

- A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3

**Câu 2:** Biết  $\frac{a}{b}$  (trong đó  $\frac{a}{b}$  là phân số tối giản và  $a, b \in \mathbb{N}^*$ ) là giá trị của tham số  $m$

thực để cho hàm số  $y = \frac{2}{3}x^3 - mx^2 - 2(3m^2 - 1)x + \frac{2}{3}$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ . Tính giá trị biểu thức  $S = a^2 + b^2$ .

- A.  $S = 13$                       B.  $S = 25$                       C.  $S = 10$                       D.  $S = 34$

**Câu 3:** Với hai số thực dương  $a, b$  tùy ý và  $\frac{\log_2 a \cdot \log_5 2}{1 + \log_5 2} + \log b = 1$ . Khẳng định nào

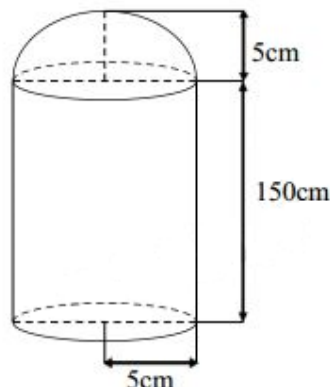
dưới đây là khẳng định đúng?

- A.  $4a - 3b = 1$                       B.  $a = 1 - b \log_2 5$                       C.  $ab = 10$                       D.  $a \log_2 5 + b = 1$

**Câu 4:** Số nghiệm thực của phương trình  $\frac{x^2 + 5x - 8}{\ln(x-1)} = 0$  là:

- A. 3                      B. 2                      C. 0                      D. 1

**Câu 5:** Một bình để chứa Oxy sử dụng trong công nghiệp và trong y tế được thiết kế gồm hình trụ và nửa hình cầu với thông số như hình vẽ.



Thể tích  $V$  của hình này là bao nhiêu?

- A.  $V = \frac{23}{6}\pi (m^3)$                       B.  $V = \frac{23}{6}\pi$  (lít)

**C.**  $V = \frac{23}{3}\pi$  (lít)      **D.**  $V = \frac{26}{3}\pi(m^3)$

**Câu 6:** Rút gọn biểu thức  $P = \left( a \left( a^2 \left( \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{7}{24}}$  ta được biểu thức dạng  $a^{\frac{m}{n}}$ ,

trong đó  $\frac{m}{n}$  là phân số tối giản,  $m, n \in \mathbb{N}^*$ . Tính giá trị  $m^2 + n^2$ .

**A.** 5

**B.** 13

**C.** 10

**D.** 25

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = \frac{2x+2017}{|x|+1}$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

**A.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -1$ .

**B.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng  $y = -2; y = 2$  và không có tiệm cận đứng.

**C.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng.

**D.** Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 2$  và không có tiệm cận đứng.

**Câu 8:** Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên  $\mathbb{R}$ ?

**A.**  $y = \log_3 x$

**B.**  $y = \log_5 \left( \frac{1}{x^2} \right)$

**C.**  $y = -\left( \frac{1}{2} \right)^{x^3+x}$

**D.**  $y = 2018^{\sqrt{x}}$

**Câu 9:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2 x \leq \log_x 2$  là:

**A.**  $\left[ \frac{1}{2}; 1 \right] \cup (2; +\infty)$

**B.**  $\left[ \frac{1}{2}; 2 \right]$

**C.**  $(0; 1) \cup (1; 2]$

**D.**  $\left( 0; \frac{1}{2} \right] \cup (1; 2]$

**Câu 10:** Giá trị cực tiểu của hàm số  $y = x^2 \ln x$  là:

**A.**  $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$

**B.**  $y_{CT} = \frac{1}{2e}$

**C.**  $y_{CT} = \frac{1}{e}$

**D.**  $y_{CT} = -\frac{1}{e}$

**Câu 11:** Xét các mệnh đề sau trong không gian hỏi mệnh đề nào sai?

**A.** Mặt phẳng  $(P)$  và đường thẳng  $a$  không nằm trên  $(P)$  cùng vuông góc với đường thẳng  $b$  thì song song với nhau.

**B.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

**C.** Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau.

**D.** Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**Câu 12:** Các nghiệm của phương trình  $2(1 + \cos x)(1 + \cot^2 x) = \frac{\sin x - 1}{\sin x + \cos x}$  được biểu diễn bởi bao nhiêu điểm trên đường tròn lượng giác?

- A.** 3                      **B.** 2                      **C.** 4                      **D.** 1

**Câu 13:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Hai điểm  $M, N$  thuộc các cạnh  $AB$  và  $AD$  ( $M, N$  không trùng với  $A$ ) sao cho  $\frac{AB}{AM} + 2\frac{AD}{AN} = 4$ . Kí hiệu  $V; V_1$  lần lượt là thể tích các khối chóp  $S.ABCD$  và  $S.MBCDN$ . Tìm giá trị lớn nhất của tỉ số  $\frac{V_1}{V}$ .

- A.**  $\frac{3}{4}$                       **B.**  $\frac{17}{14}$                       **C.**  $\frac{1}{6}$                       **D.**  $\frac{2}{3}$

**Câu 14:** Biết đường thẳng  $y = (3m - 1)x + 6m + 3$  cắt đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó  $m$  thuộc khoảng nào dưới đây?

- A.**  $\left(1; \frac{3}{2}\right)$                       **B.**  $(0; 1)$                       **C.**  $(-1; 0)$                       **D.**  $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$

**Câu 15:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có độ dài cạnh  $SA = BC = x, SB = AC = y, SC = AB = z$  thỏa mãn điều kiện  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ . Tính giá trị lớn nhất của thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.**  $\frac{3\sqrt{6}}{8}$                       **B.**  $\frac{3\sqrt{6}}{4}$                       **C.**  $\frac{\sqrt{6}}{4}$                       **D.**  $\frac{2\sqrt{6}}{5}$

**Câu 16:** Từ một hộp chứa 6 quả cầu đỏ và 4 quả cầu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả cầu. Tính xác suất để 4 quả cầu lấy ra cùng màu.

- A.**  $\frac{4}{53}$                       **B.**  $\frac{8}{105}$                       **C.**  $\frac{18}{105}$                       **D.**  $\frac{24}{105}$

**Câu 17:** Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.**  $(1; 3)$                       **B.**  $(2; +\infty)$                       **C.**  $(-\infty; 0)$                       **D.**  $(0; 3)$

**Câu 18:** Cho phương trình  $2\log_4(2x^2 - x + 2m - 4m^2) + \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + mx - 2m^2) = 0$ . Biết

$S = (a; b) \cup (c; d)$ ,  $a < b < c < d$  là tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 > 1$ . Tính giá trị biểu thức  $A = a + b + 5c + 2d$ .

- A.**  $A = 1$                       **B.**  $A = 2$                       **C.**  $A = 0$                       **D.**  $A = 3$

**Câu 19:** Cho hình nón đỉnh  $S$  có bán kính đáy  $R = a\sqrt{2}$ , góc ở đỉnh bằng  $60^\circ$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng:

- A.**  $\pi a^2$                       **B.**  $4\pi a^2$                       **C.**  $6\pi a^2$                       **D.**  $2\pi a^2$

**Câu 20:** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 1$  là:

- A.**  $y = -2x - 1$                       **B.**  $y = -2x + 1$                       **C.**  $y = 2x - 1$                       **D.**  $y = 2x + 1$

**Câu 21:** Bất phương trình  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$  có tập nghiệm  $S = (a; b)$ . Khi đó giá trị của  $b - a$  là:

- A.** 4                      **B.** 2                      **C.** 6                      **D.** 8

**Câu 22:** Cho  $x, y$  là các số thực dương thỏa mãn  $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4}$  và

$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ , với  $a, b$  là các số nguyên dương. Tính  $a + b$ .

- A.** 14                      **B.** 3                      **C.** 21                      **D.** 34

**Câu 23:** Một hình lăng trụ có 2018 mặt. Hỏi hình lăng trụ đó có tất cả bao nhiêu cạnh?

- A.** 6057                      **B.** 6051                      **C.** 6045                      **D.** 6048

**Câu 24:** Có tất cả bao nhiêu cặp số thực  $(x; y)$  thỏa mãn đồng thời các điều kiện

$3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)}$  và  $4|y| - |y-1| + (y+3)^2 \leq 8$ ?

- A.** 3                      **B.** 2                      **C.** 1                      **D.** 4

**Câu 25:** Số các giá trị nguyên của tham số  $m \in [-2018; 2018]$  để phương trình

$x^2 + (m+2)x + 4 = (m-1)\sqrt{x^3 + 4x}$  có nghiệm là:

- A.** 2016                      **B.** 2010                      **C.** 2012                      **D.** 2014

**Câu 26:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn véc tơ  $\vec{a} = (2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (5; 7; 0)$ ,  $\vec{c} = (3; -2; 4)$  và  $\vec{d} = (4; 12; -3)$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A.  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là ba vectơ không đồng phẳng      B.  $2\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{d} - 2\vec{c}$   
 C.  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{d} + \vec{c}|$       D.  $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

**Câu 27:** Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số mà chữ số hàng đơn vị lớn hơn chữ số hàng chục?

- A. 48      B. 72      C. 54      D. 36

**Câu 28:** Trong mặt phẳng  $(P)$  cho tam giác  $OAB$  cân tại  $O$ ,  $OA = OB = 2a$ ,  $\widehat{AOB} = 120^\circ$ . Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  tại  $O$  lấy hai điểm  $C, D$ , nằm về hai phía của mặt phẳng  $(P)$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và tam giác  $ABD$  đều. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

- A.  $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$       B.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$       C.  $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{5a\sqrt{2}}{3}$

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} \frac{e^{ax} - e^{3x}}{2x} & \text{khi } x \neq 0 \\ \frac{1}{2} & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ . Tìm giá trị của  $a$  để hàm số

$f(x)$  liên tục tại điểm  $x = 0$ .

- A.  $a = 2$       B.  $a = 4$       C.  $a = -\frac{1}{4}$       D.  $a = -\frac{1}{2}$

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $2a$ , tam giác  $SAB$  đều, góc giữa  $(SCD)$  và  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Biết hình chiếu vuông góc của đỉnh  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  nằm trong hình vuông  $ABCD$ . Tính theo  $a$  khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SM$  và  $AC$ .

- A.  $\frac{a\sqrt{5}}{5}$       B.  $\frac{5a\sqrt{3}}{3}$       C.  $\frac{2a\sqrt{15}}{3}$       D.  $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

**Câu 31:** Trong các dãy số  $u_n$  cho dưới đây, dãy số nào có giới hạn khác 1?

- A.  $u_n = \frac{n(n-2018)^{2017}}{(n-2018)^{2018}}$       B.  $u_n = \frac{-1}{n}(\sqrt{n^2 + 2020} - \sqrt{4n^2 + 2017})$   
 C.  $u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$       D.  $\begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases}$

**Câu 32:** Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = 3 \sin x + 4 \cos x - 1$ .

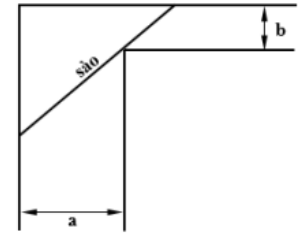
**A.**  $\max y = 4, \min y = -6$

**B.**  $\max y = 4, \min y = -6$

**C.**  $\max y = 4, \min y = -6$

**D.**  $\max y = 4, \min y = -6$

**Câu 33:** Để chặn đường hành lang hình chữ L người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ bên). Biết rằng và hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu?



**A.**  $18\sqrt{5}$

**B.**  $27\sqrt{5}$

**C.**  $15\sqrt{5}$

**D.**  $12\sqrt{5}$

**Câu 34:** Cho hai hàm số  $f(x) = \log_{0,5} x$  và  $g(x) = 2^{-x}$ . Xét các mệnh đề sau:

(I) Đồ thị hàm số đối xứng nhau qua các đường thẳng  $y = -x$ .

(II) Tập xác định của hai hàm số trên là  $\mathbb{R}$ .

(III) Đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại đúng một điểm.

(IV) Hai hàm số đều nghịch biến trên tập xác định của nó.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên?

**A.** 3

**B.** 2

**C.** 1

**D.** 4

**Câu 35:** Số nghiệm của phương trình  $\cos x = \frac{1}{2}$  thuộc  $[-2\pi; 2\pi]$  là:

**A.** 4

**B.** 2

**C.** 3

**D.** 1

**Câu 36:** Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của  $m$  để hàm số  $y = 7^{x^3 + 3x^2 + (9-3m)x + 1}$  đồng biến trên  $[0; 1]$ ?

**A.** 5

**B.** 6

**C.** Vô số

**D.** 3

**Câu 37:** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình  $e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \tan x$  thuộc đoạn  $[0; 50\pi]$ .

**A.**  $\frac{1853\pi}{2}$

**B.**  $\frac{2475\pi}{2}$

**C.**  $\frac{2671\pi}{2}$

**D.**  $\frac{1853\pi}{2}$

**Câu 38:** Tính tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đều loại  $\{3; 5\}$  có cạnh bằng 1.

**A.**  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

**B.**  $5\sqrt{3}$

**C.**  $3\sqrt{3}$

**D.**  $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

**Câu 39:** Cho hình thang cân  $ABCD$  có các cạnh  $AB = 2a$ ;  $CD = 4a$  và cạnh bên  $AD = BC = 3a$ . Tính theo  $a$  thể tích  $V$  của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cân  $ABCD$  xung quanh trục đối xứng của nó.

**A.**  $V = \frac{4}{3}\pi a^3$       **B.**  $V = \frac{4+10\sqrt{2}}{3}\pi a^3$       **C.**  $V = \frac{10\sqrt{2}}{3}\pi a^3$       **D.**  $V = \frac{14\sqrt{2}}{3}\pi a^3$

**Câu 40:** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số  $m$  để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số  $y = x^3 + x^2 + mx - 1$  nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp  $(-5; 6) \cap S$ .

**A.** 2      **B.** 5      **C.** 3      **D.** 4

**Câu 41:** Có bao nhiêu phép tịnh tiến biến một đường tròn thành chính nó?

**A.** 0      **B.** 2      **C.** 3      **D.** 1

**Câu 42:** Cho hình lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  có đáy  $ABC$  là tam giác vuông tại  $A$ ,  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $AB$ , tam giác  $MA'C$  đều cạnh  $2a\sqrt{3}$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối lăng trụ là  $ABC.A'B'C'$ .

**A.**  $\frac{24\sqrt{2}a^3}{7}$       **B.**  $\frac{24\sqrt{3}a^3}{7}$       **C.**  $\frac{72\sqrt{3}a^3}{7}$       **D.**  $\frac{72\sqrt{2}a^3}{7}$

**Câu 43:** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log_2(x^2 + 1)$ .

**A.**  $y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}$       **B.**  $y' = \frac{2x \ln 2}{x^2 + 1}$       **C.**  $y' = \frac{2x}{x^2 + 1}$       **D.**  $y' = \frac{1}{(x^2 + 1)\ln 2}$

**Câu 44:** Tâm các mặt của hình lập phương tạo thành các đỉnh của khối đa diện nào sau đây?

**A.** Khối bát diện đều      **B.** Khối lăng trụ tam giác đều  
**C.** Khối chóp lục giác đều      **D.** Khối tứ diện đều

**Câu 45:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ ,  $S_{ABCD} = \frac{3a^2}{2}$  và góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $A$  trên  $SC$ . Tính theo  $a$  thể tích khối chóp  $H.ABCD$ .

**A.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$       **B.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$       **C.**  $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$       **D.**  $\frac{3a^3\sqrt{6}}{4}$

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x$ . Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho phương trình  $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$  có đúng 3 nghiệm phân biệt.

**A.**  $m = 0$  hoặc  $m = 6$    **B.**  $m > 0$  hoặc  $m < 6$    **C.**  $0 < m < 3$    **D.**  $1 < m < 6$

**Câu 47:** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_{2017} (x-2)^4 + \log_{2018} (9-x^2)$ .

**A.**  $D = (-3; 2)$    **B.**  $D = (2; 3)$    **C.**  $D = (-3; 3) \setminus \{2\}$    **D.**  $D = [-3; 3]$

**Câu 48:** Gia đình ông An xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp dung tích 2018 lít, đáy bể là một hình hộp chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng được làm bằng bê tông có giá 250.000 đồng/ $m^2$ , thân bể được xây dựng bằng gạch có giá 200.000 đồng/ $m^2$  và nắp bể được làm bằng tôn có giá 100.000 đồng/ $m^2$ . Hỏi chi phí thấp nhất gia đình ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng đơn vị).

**A.** 2.017.332 đồng   **B.** 2.017.331 đồng   **C.** 2.017.333 đồng   **D.** 2.017.334 đồng

**Câu 49:** Tìm hệ số của  $x^4$  trong khai triển nhị thức Newton  $\left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^n$  với  $x > 0$ ,

biết  $n$  là số tự nhiên lớn nhất thỏa mãn  $A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4$ .

**A.** 8064   **B.** 3360   **C.** 13440   **D.** 15360

**Câu 50:** Tìm tất cả các giá trị thực của  $m$  để đường thẳng  $y = x + m - 1$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  tại hai điểm phân biệt  $A, B$  sao cho  $AB = 2\sqrt{3}$ .

**A.**  $m = 2 \pm \sqrt{10}$    **B.**  $m = 4 \pm \sqrt{3}$    **C.**  $m = 2 \pm \sqrt{3}$    **D.**  $m = 4 \pm \sqrt{10}$

## ĐÁP ÁN

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1-B  | 2-A  | 3-C  | 4-D  | 5-B  | 6-A  | 7-B  | 8-C  | 9-D  | 10-A |
| 11-C | 12-D | 13-A | 14-D | 15-C | 16-B | 17-B | 18-B | 19-B | 20-C |
| 21-D | 22-D | 23-B | 24-C | 25-B | 26-D | 27-A | 28-B | 29-A | 30-C |
| 31-A | 32-C | 33-B | 34-A | 35-D | 36-B | 37-B | 38-D | 39-D | 40-D |
| 41-C | 42-A | 43-A | 44-C | 45-A | 46-C | 47-C | 48-A | 49-D | 50-C |

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1: Đáp án B

TXĐ:  $D = (-2; 2]$ . Ta có  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-5x+6} = \frac{\sqrt{4-x^2}}{(x-2)(x-3)}$

Do  $D = (-2; 2] \Rightarrow$  Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang vì không tồn tại  $\lim_{x \rightarrow \infty} y$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{4-x^2}}{(x-2)(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{\sqrt{2+x}}{x-3} = \infty \Rightarrow x=2 \text{ là TCD}$$

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

### Câu 2: Đáp án A

Ta có  $y' = 2x^2 - 2mx - 2(2m^2 - 1)$ . Để hàm số có 2 điểm cực trị thì  $y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 4(3m^2 - 1) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{2}{\sqrt{13}} \\ m < -\frac{2}{\sqrt{13}} \end{cases} (*) . \text{ Khi đó } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = 1 - 3m^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1 \Leftrightarrow 1 - 3m^2 + 2m = 1 \Leftrightarrow 3m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \frac{2}{3} \end{cases}$$

So sánh với (\*) ta có  $m = \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2, b = 3 \Rightarrow S = 2^2 + 3^2 = 13$ .

### Câu 3: Đáp án C

Ta có:  $\frac{\log_2 a \cdot \log_5 2}{1 + \log_5 2} + \log b = 1 \Leftrightarrow \frac{\log_5 a}{1 + \log_5 2} + \log b = 1 \Leftrightarrow \frac{\log_5 a}{\log_5 10} + \log b = 1$

$$\log a + \log b = 1 \Leftrightarrow \log ab = 1 \Leftrightarrow ab = 10.$$

### Câu 4: Đáp án D

---

Điều kiện  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$ . Khi đó phương trình  $\Leftrightarrow x^2 + 5x - 8 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{57}}{2}$ .

**Câu 5: Đáp án B**

Thể tích của nửa hình cầu là  $V_1 = \frac{2}{3}\pi \cdot 5^3 = \frac{250\pi}{3} (cm^3)$

Thể tích của hình trụ là:  $V_2 = \pi \cdot 5^2 \cdot 150 = 3750\pi (cm^3)$

Thể tích của hình đó là:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{250\pi}{3} + 3750\pi = \frac{11500}{3}\pi (cm^3) = \frac{11,5\pi}{3} (l) = \frac{23\pi}{6} (l).$$

**Câu 6: Đáp án A**

$$\text{Ta có: } P = \left( a \left( a^2 \left( \frac{1}{a} \right)^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{7}{24}} = \left( a \left( a^2 \cdot a^{-\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} : a^{\frac{7}{24}} = a^{\frac{19}{24}} : a^{\frac{7}{24}} = a^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow m^2 + n^2 = 1^2 + 2^2 = 5.$$

**Câu 7: Đáp án B**

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} y \frac{2x+2017}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{2017}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là TCN}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y \frac{2x+2017}{-x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{2017}{x}}{-1 + \frac{1}{x}} = -2 \Rightarrow y = -2 \text{ là TCN}$$

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số có 2 TCN là  $y = \pm 2$ .

**Câu 8: Đáp án C**

Xét hàm số  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x^3+x}$ . Ta có  $y' = (3x^2+1)\left(\frac{1}{x}\right)^{x^3+x} \ln 2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow$  Hàm số đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 9: Đáp án D**

Điều kiện  $0 < x \neq 1$ . Bất phương trình đã cho  $\log_2 x \leq \frac{1}{\log_2 x} \Leftrightarrow \frac{(\log_2 x)^2 - 1}{\log_2 x} \leq 0$

$$\Leftrightarrow \frac{(\log_2 x - 1)(\log_2 x + 1)}{\log_2 x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x \leq -1 \\ 0 < \log_2 x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 < x \leq \frac{1}{2} \\ 1 < x \leq 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $\left(0; \frac{1}{2}\right] \cup (1; 2]$ .

**Câu 10: Đáp án A**

$$\text{ĐK: } x > 0. \text{Ta có } y' = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2 \ln x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 (L) \\ x = e^{-\frac{1}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow x = e^{-\frac{1}{2}}$$

$$y'' = 2 \ln x + 2 + 1 = 2 \ln x + 3 \Rightarrow y'' \left( e^{-\frac{1}{2}} \right) = 2 > 0 \Rightarrow x = e^{-\frac{1}{2}} \text{ là điểm cực tiểu}$$

$$\Rightarrow y_{CT} = y \left( e^{-\frac{1}{2}} \right) = -\frac{1}{2e}.$$

**Câu 11: Đáp án C**

**Câu 12: Đáp án D**

$$\text{ĐK: } \begin{cases} \sin x + \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases}$$

$$PT \Leftrightarrow \frac{2(1 + \cos x)}{\sin^2 x} = \frac{\sin x - 1}{\sin x + \cos x} \Leftrightarrow 2(1 + \cos x)(\sin x + \cos x) = \sin^2 x(\sin x - 1)$$

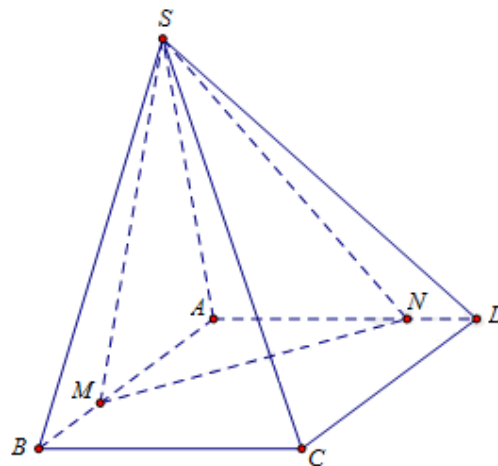
$$\Leftrightarrow (1 + \cos x)[2(\sin x + \cos x) - (1 - \cos x)(\sin x - 1)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 = 0 \\ \sin x + \cos x + \sin x \cos x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x + 1 = 0 \\ \sin x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{2} + k2\pi (\text{loại}) \\ x = \pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Kết hợp với điều kiện ban đầu, suy ra  $x = \pi + k2\pi$

Suy ra có 2 điểm biểu diễn nghiệm phương trình trên vòng tròn lượng giác.

**Câu 13: Đáp án A**



Ta có:  $\frac{V_1}{V} = \frac{S_{BCDNM}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{ABCD} - S_{AMN}}{S_{ABCD}} = 1 - \frac{S_{AMN}}{S_{ABCD}}$

$$1 - \frac{S_{AMN}}{2S_{ABD}} = 1 - \frac{AM \cdot AN}{2AB \cdot AD} = 1 - \frac{1}{\frac{AB}{AM} \cdot 2 \frac{AD}{AN}} = 1 - \frac{1}{\frac{AB}{AM} \left(4 - \frac{AB}{AM}\right)}$$

Ta có:  $\frac{AB}{AM} \left(4 - \frac{AB}{AM}\right) \leq \left(\frac{\frac{AB}{AM} + 4 - \frac{AB}{AM}}{2}\right)^2 \leq 4$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V} \leq 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow \left(\frac{V_1}{V}\right)_{\max} = \frac{3}{4} \Leftrightarrow \frac{AB}{AM} = 4 - \frac{AB}{AM} \Leftrightarrow \frac{AB}{AM} = 2.$$

#### Câu 14: Đáp án C

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$$(3m-1)x + 6m + 3 = x^3 - 3x^2 + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0 (*)$$

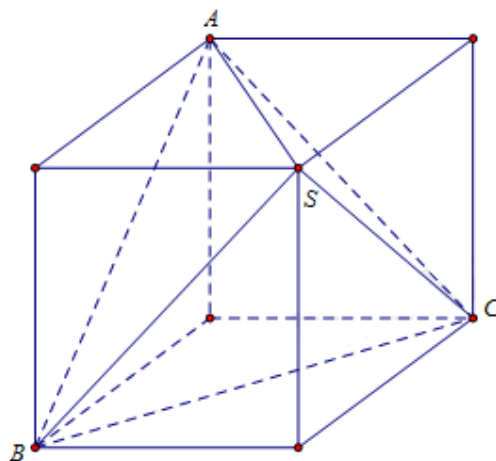
Giả sử  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  và  $C(x_3; y_3)$  lần lượt là giao điểm của  $(C)$  và  $(d)$

Vì  $B$  cách đều hai điểm  $A, C \Rightarrow B$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow x_1 + x_3 = 2x_2$

Thay  $x_2 = 1$  vào  $(*)$ , ta có  $1^3 - 3 \cdot 1^2 - (3m-1) - 6m - 2 = 0 \Leftrightarrow -9m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$

Thử lại, với  $m = -\frac{1}{3} \Rightarrow (*) \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \text{ (TM)} \\ x = 2 \end{cases}$ . Vậy  $m \in (-1; 0)$ .

#### Câu 15: Đáp án C



Ghép hình chóp vào hình hộp chữ nhật có 3 kích thước là  $a, b, c$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} a^2 + b^2 = x^2 \\ b^2 + c^2 = y^2 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2} \\ c^2 + a^2 = z^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c^2 = \frac{y^2 + z^2 - x^2}{2} \\ a^2 = \frac{x^2 + z^2 - y^2}{2} \\ b^2 = \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow abc = \sqrt{\frac{(y^2 + z^2 - x^2)(x^2 + z^2 - y^2)(x^2 + y^2 - z^2)}{8}}$$

Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  là:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}abc = \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{(y^2 + z^2 - x^2)(x^2 + z^2 - y^2)(x^2 + y^2 - z^2)} \\ &\leq \frac{1}{6\sqrt{2}} \sqrt{\left(\frac{y^2 + z^2 - x^2 + x^2 + z^2 - y^2 + x^2 + y^2 - z^2}{3}\right)} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{4} \Rightarrow V_{S.ABCD} \max = \frac{\sqrt{6}}{4} \Leftrightarrow x = y = z \end{aligned}$$

### Câu 16: Đáp án B

Xác suất để lấy ra 4 quả cùng màu là  $\frac{C_4^4 + C_6^4}{C_{10}^4} = \frac{8}{105}$ .

### Câu 17: Đáp án C

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 4x + 3 \Rightarrow y' > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$$

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 1)$  và  $(3; +\infty)$ .

### Câu 18: Đáp án B

Phương trình đã cho tương đương với  $\log_2(2x^2 - x + 2m - 4m^2) = \log_2(x^2 + mx - 2m^2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx - 2m^2 > 0 \\ 2x^2 - x + 2m - 4m^2 = x^2 + mx - 2m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx - 2m^2 > 0 \\ x^2 - (m+1)x + 2m - 2m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + mx - 2m^2 > 0 \\ \begin{cases} x_1 = 2m \\ x_2 = 1 - m \end{cases} \end{cases}$$

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt  $x_1^2 + x_2^2 > 1$  khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} 2m \neq 1-m \\ (2m)^2 + m \cdot 2m - 2m^2 > 0 \\ (1-m)^2 + m(1-m) - 2m^2 > 0 \\ (2m)^2 + (1-m^2) > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0; m \neq \frac{1}{3} \\ -1 < m < \frac{1}{2}; \begin{cases} m > \frac{2}{5} \\ m < 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-1; 0) \cup \left(\frac{2}{5}; \frac{1}{2}\right)$$

Vậy  $a = -1; b = 0; c = \frac{2}{5}; d = \frac{1}{2} \rightarrow A = a + b + 5c + 2d = 2$ .

**Câu 19: Đáp án B**

Độ dài đường sinh là  $l = \frac{R}{\sin 30^\circ} = 2a\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh của hình nón là:  $S = \pi Rl = \pi a\sqrt{2} \cdot 2a\sqrt{2} = 4\pi a^2$ .

**Câu 20: Đáp án B**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow \frac{y}{y'} = \frac{x-1}{3} + \frac{1-2x}{y'} \Rightarrow y = -2x + 1$  là đường thẳng đi qua 2 điểm

cực trị.

**Câu 21: Đáp án C**

BPT  $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \left(\frac{1}{2}\right)^5 \Leftrightarrow x^2 + 4x < 5 \Leftrightarrow -5 < x < 1 \Rightarrow S = (-5; 1) \Rightarrow b - a = 6$ .

**Câu 22: Đáp án D**

Đặt  $\log_{25} \frac{x}{2} = \log_{15} y = \log_9 \frac{x+y}{4} = t \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} = 25^t \\ y = 15^t \\ \frac{x+y}{4} = 9^t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \cdot 25^t \\ y = 15^t \\ x + y = 4 \cdot 9^t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot 25^t + 15^t = 4 \cdot 9^t \\ \frac{x}{y} = 2 \left(\frac{5}{3}\right)^t \end{cases}$

$\Rightarrow 2\left(\frac{5}{3}\right)^{2t} + \left(\frac{5}{3}\right)^t - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{33}}{4} \\ \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{-1-\sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{5}{3}\right)^t = \frac{-1+\sqrt{33}}{4}$

$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-1+\sqrt{33}}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 33 \end{cases} \Rightarrow a + b = 32$ .

**Câu 23: Đáp án D**

Số mặt bên là  $2018 - 2 = 2016 \Rightarrow$  mỗi đáy có 2016 cạnh  $\Rightarrow$  mỗi đáy có 2016 đỉnh  $\Rightarrow$  có tất cả số cạnh là  $2016 \cdot 2 + 2016 = 6048$ .

**Câu 24: Đáp án B**

Với  $4|y| - |y-1| + (x+3)^2 \leq 8$ , xét từng trường hợp phá trị tuyệt đối, ta tìm được nghiệm  $-3 \leq y \leq 0$

$$\text{Khi đó } 3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = \frac{3^{|x^2-2x-3|}}{3^{\log_3 5}} = \frac{3^{|x^2-2x-3|}}{5} \geq \frac{1}{5} \text{ và } y \in [-3; 0] \Leftrightarrow y+4 \in [1; 4] \Rightarrow 5^{-(y+4)} \leq 5^{-1} = \frac{1}{5}$$

$$\text{Do đó } 3^{|x^2-2x-3|-\log_3 5} = 5^{-(y+4)} \Leftrightarrow \begin{cases} |x^2-2x-3| = 0 \\ -(y+4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow (x, y) = \{(-1; -3); (3; -3)\}$$

Vậy có tất cả hai cặp số thực  $(x, y)$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

### Câu 25: Đáp án C

Điều kiện  $x \geq 0$ . Dễ thấy  $x = 0$  không là nghiệm của phương trình.

Xét  $x > 0$ , chia cả 2 vế của phương trình cho  $x$  ta được

$$\frac{x^2+4}{x} - (m-1)\sqrt{\frac{x^2+4}{x}} + m+2 = 0(*)$$

Đặt  $\sin(x+\alpha) \leq 5$ , khi đó phương trình  $(*) \Leftrightarrow t^2 - (m-1)t + m+2 = 0$

$$\text{Vì } t \geq 2 \Leftrightarrow t-1 \neq 0 \text{ nên phương trình } (*) \Leftrightarrow t^2 + t + 2 = m(t-1) \Leftrightarrow m = \frac{t^2 + t + 2}{t-1}$$

Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 + t + 2}{t-1}$  trên  $[2; +\infty)$  có  $f'(t) = \frac{t^2 - 2t - 3}{(t-1)^2}$  suy ra  $\min_{[2; +\infty)} f(t) = 7$

Khi đó, để phương trình  $m = f(t)$  có nghiệm  $\Leftrightarrow m \geq \min_{[2; +\infty)} f(t) = 7$

Kết hợp với  $\sin(x+\alpha) \leq 5$  và  $\sin(x+\alpha) \leq 5$  suy ra có tất cả 2012 giá trị nguyên  $m$ .

### Câu 26: Đáp án B

Ta có  $\vec{a} + \vec{b} = (7; 10; 1) \neq \vec{c} + \vec{d} = (4; 12; -3) \Rightarrow$  đúng

$$2\vec{a} + 3\vec{b} \neq \vec{d} - 2\vec{c}.$$

### Câu 27: Đáp án D

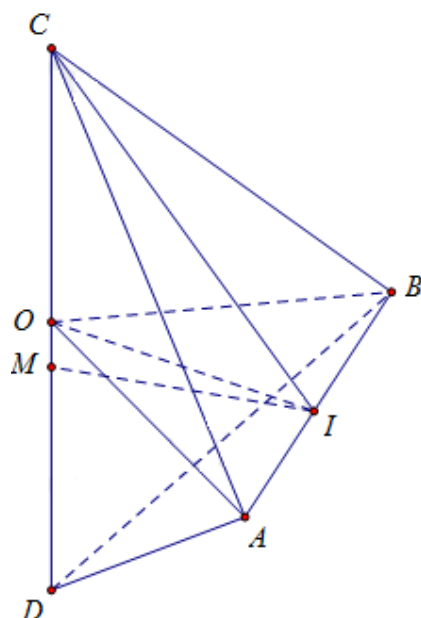
Gọi số hạng cần tìm có dạng  $\vec{a}$  với  $\vec{a}$

TH1: Với  $a = 1 \rightarrow b = \{2; 3; \dots; 9\}$ , tức là  $b$  có 8 cách chọn

TH2: Với  $a = 2 \rightarrow b = \{3; 4; \dots; 9\}$ , tức là  $b$  có 7 cách chọn

Tương tự, với các trường hợp  $a$  còn lại, ta được  $8 + 7 + 6 + \dots + 1 = 36$  số cần tìm.

### Câu 28: Đáp án A



Gọi  $M$  là trung điểm của  $CD$  khi đó  $MC = MD; MA = MB$

Ta có  $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2 - 2OA \cdot OB \cos A} = 2a\sqrt{3}; OI = a$

$$CI = \frac{AB}{2} = a\sqrt{3}; DI = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 3a \Rightarrow CO = a\sqrt{2}; DO = 2a\sqrt{2}$$

Khi đó  $OC \cdot OD = OB^2 \Rightarrow \triangle BCD$  vuông tại  $B$

Suy ra  $MC = MD = MB$

Vậy  $M$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$

$$\text{Khi đó } R = \frac{CD}{2} = \frac{OC + DO}{2} = \frac{3a\sqrt{2}}{2}.$$

**Câu 29: Đáp án B**

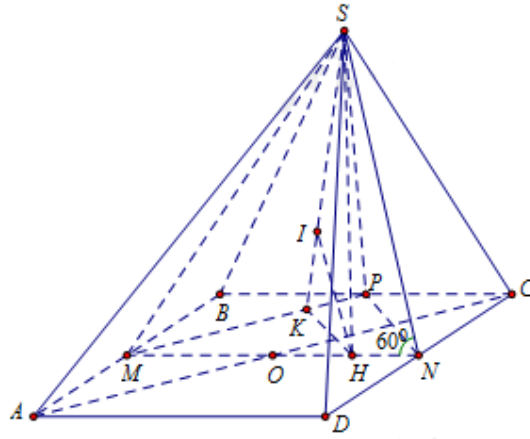
Chú ý giới hạn đặt biệt sau:  $\lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} = 1$

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{ax} = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{2x} = \frac{a}{2} \text{ và } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{3x} = 1 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x} = \frac{3}{2}$$

$$\text{Do đó } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - e^{3x}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1 - e^{3x} + 1}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax} - 1}{2x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x} = \frac{a-3}{2}$$

$$\text{Mà hàm số liên tục tại } x = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) \Leftrightarrow \frac{a-3}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow a = 4.$$

**Câu 30: Đáp án A**



Ta có:  $SM^2 = (2a)^2 - a^2 - 3a^2$

$$SM^2 = MN^2 + SN^2 - 2MN \cdot SN \cos 60^\circ$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = (2a)^2 + SN^2 - 2 \cdot 2a \cdot SN \cdot \frac{1}{2} \Leftrightarrow SN^2 - 2aSN + a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (SN - a)^2 = 0 \Leftrightarrow SN = a$$

$$SH = SN \sin 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}; MP = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

$$HN = SN \cos 60^\circ = \frac{a}{2} \Rightarrow HO = a - \frac{a}{2} = \frac{a}{2}$$

Ta có  $\frac{OM}{HM} = \frac{a}{\frac{3a}{2}} = \frac{2}{3}$  nên  $d(O; (SMP)) = \frac{2}{3} d(h; (SMP))$

$$PN = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}. \text{ Mà } \frac{KH}{PN} = \frac{MH}{MN}$$

$$\Rightarrow KH = \frac{MH}{MN} \cdot PN = \frac{2}{2a} a\sqrt{2} = \frac{2a\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{3a\sqrt{2}}{4}\right)^2} \Rightarrow IH = \frac{3a\sqrt{5}}{10}$$

$$\Rightarrow d(O; (SMP)) = \frac{2}{3} d(h; (SMP)) = \frac{2}{3} IH = \frac{2}{3} \cdot \frac{3a\sqrt{5}}{10} = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

### Câu 31: Đáp án C

Ta có 
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n-2018)^{2017}}{n(2017)^{2018}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(1 - \frac{2018}{n}\right)^{2017}}{\left(1 - \frac{2017}{n}\right)^{2018}} = 1$$

$$\begin{aligned}
& + \lim \left[ \frac{-1}{n} \left( \sqrt{n^2 + 2020} - \sqrt{4n^2 + 2017} \right) \right] = \lim \frac{-1}{n} \left[ \frac{3 - 3n^2}{\sqrt{n^2 + 2020} + \sqrt{4n^2 + 2017}} \right] = 1 \\
& + u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{n+1}{2n+3} \\
& \Rightarrow \lim \frac{n+1}{2n+3} = \frac{1}{2} \\
& + \begin{cases} u_1 = 2018 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n + 1), n \geq 1 \end{cases} \Rightarrow 2u_{n+1} - 2 = u_n - 1 \Leftrightarrow 2(u_{n+1} - 1) = u_n - 1
\end{aligned}$$

Đặt  $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 \Rightarrow 2v_{n+1} = v_n \Leftrightarrow v_{n+1} = \frac{v_n}{2}; v_1 = 2017 \Rightarrow v_n$  là cấp số nhân với

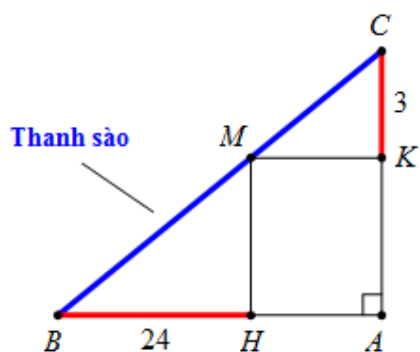
$$\begin{cases} v_1 = 2017 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow v_n = 2017 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} \Rightarrow u_n = 2017 \cdot \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} + 1 \Rightarrow \lim u_n = 1.$$

### Câu 32: Đáp án A

Ta có  $y = 3 \sin x + 4 \cos x - 1 = 5 \left( \frac{3}{5} \sin x + \frac{4}{5} \cos x \right) - 1 = 5 \sin(x + \alpha) - 1, \begin{cases} \sin \alpha = \frac{4}{5} \\ \cos \alpha = \frac{3}{5} \end{cases}$

Có  $-5 \leq 5 \sin(x + \alpha) \leq 5 \Leftrightarrow -6 \leq 5 \sin(x + \alpha) - 1 \leq 4 \Leftrightarrow -6 \leq y \leq 4 \Rightarrow \max y = 4, \min y = -6.$

### Câu 33: Đáp án C



Theo bài ra, thanh sào sẽ đi qua các điểm  $B, M, C$  (hình vẽ dưới)

Suy ra độ dài thanh sào là  $L = BM + MC = \frac{BH}{\sin \widehat{BHM}} + \frac{CK}{\sin \widehat{CMK}}$

Đặt  $\widehat{BHM} = x \Rightarrow \widehat{CMK} = 90^\circ - x$ , do đó  $L = \frac{24}{\sin x} + \frac{3}{\cos x}$

Yêu cầu bài toán  $\Leftrightarrow L_{\min} \Leftrightarrow f(x) = \frac{24}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} \min$

Ta có  $f'(x) = \frac{3 \sin x}{\cos^2 x} - \frac{24 \cos x}{\sin^2 x} = 0 \Leftrightarrow \sin^3 x = 8 \cos^3 x \Leftrightarrow \tan x = 2$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Suy ra  $\min_{\left(0; \frac{\pi}{2}\right)} f(x) = 15\sqrt{5}$ . Vậy độ dài tối thiểu của thanh sào là  $15\sqrt{5}$ .

### Câu 34: Đáp án B

Các mệnh đề (III), (IV) đúng.

### Câu 35: Đáp án A

$$\text{PT} \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$x \in [-2\pi; 2\pi] \Rightarrow \begin{cases} -2\pi \leq \frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \\ -2\pi \leq -\frac{\pi}{3} + k2\pi \leq 2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \\ -\frac{5}{6} \leq k \leq \frac{7}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = -1, 0 \\ k = 0, 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{5\pi}{3}, x = \frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{3}, x = \frac{5\pi}{3} \end{cases}$$

### Câu 36: Đáp án D

Ta có  $y' = 7^{x^3 + 3x^2 + (9-3m)x + 1} (3x^2 + 6x + 9 - 3m) \ln 7$

Hàm số đồng biến trên

$$[0, 1] \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in [0, 1] \Rightarrow 3x^2 + 6x + 9 - 3m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq x^2 + 2x + 3, x \in [0, 1] \quad (1)$$

Xét hàm số  $f(x) = x^2 + 2x + 3, x \in [0, 1] \Rightarrow f'(x) = 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \Rightarrow f(x)$  đồng biến trên  $[0, 1]$

Suy ra  $f(x) \geq f(0) = 3 \Rightarrow (1) \Leftrightarrow m \leq 3 \Rightarrow$  có 3 giá trị nguyên dương của  $m$  thỏa mãn

đề bài.

### Câu 37: Đáp án B

Điều kiện :  $\cos x \neq 0$ . Vì  $e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} > 0; \forall x \Rightarrow \tan x > 0$

$$\text{Ta có } e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} = \tan x \Leftrightarrow e^{\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x - \cos x)} = \frac{\sin x}{\cos x} \Leftrightarrow \frac{e^{\frac{\sin x}{\sqrt{2}}}}{\sin x} = \frac{e^{\frac{\sin x}{\sqrt{2}}}}{\cos x} \Leftrightarrow f(\sin x) = f(\cos x)$$

Vì  $x > 0$  nên  $\sin x, \cos x$  cùng thuộc khoảng  $(-1; 0)$  và  $(0; 1)$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{e^{\frac{t}{\sqrt{2}}}}{t}, \text{ có } f'(t) = \frac{e^{\frac{t}{\sqrt{2}}}(t\sqrt{2} - 2)}{2t^2} < 0 \text{ với mọi } t \in (-1; 0) \cup (0; 1)$$

Suy ra  $f(t)$  là hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-1;0)$  và  $(0;1)$

$$\text{Mà } f(\sin x) = f(\cos x) \Rightarrow \sin x = \cos x \Leftrightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\text{Lại có } x \in [0; 50\pi] \text{ nên } 0 \leq \frac{\pi}{4} + k\pi \leq 50\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4} \leq k \leq \frac{199}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = \{0 \rightarrow 49\}$$

$$\text{Vậy tổng cần tính là } T = 50 \cdot \frac{\pi}{4} + \pi(1 + 2 + \dots + 49) = 50 \cdot \frac{\pi}{4} + 1225\pi = \frac{2475\pi}{2}.$$

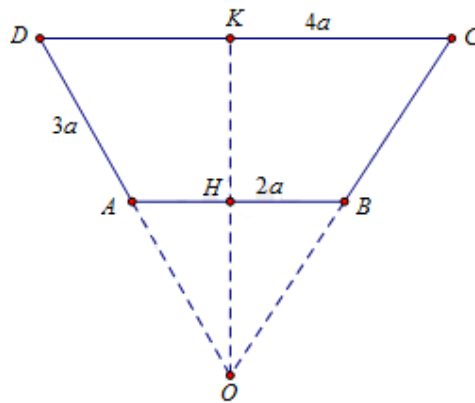
### Câu 38: Đáp án B

Khối đa diện đều loại  $\{3;5\}$  có tất cả 20 mặt đều

Tổng diện tích tất cả các mặt của khối đa diện đều loại  $\{3;5\}$  là

$$S = 20 \cdot \frac{1}{2} l^2 \sin 60^\circ = 5\sqrt{3}.$$

### Câu 39: Đáp án D



Khối tròn xoay thu được là khối nón cụt

$$\text{Ta có } \frac{AB}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA = DA = 3a \Rightarrow DO = 6a$$

$$\Rightarrow OK = \sqrt{(6a)^2 - (2a)^2} = 4\sqrt{2}a; OH = \frac{OK}{2} = 2a\sqrt{2}$$

$$AH = \frac{DK}{2} = \frac{2a}{2} = a$$

Thể tích khối tròn xoay thu được là:

$$V = \frac{1}{3} \pi DK^2 \cdot OK - \frac{1}{3} \pi AH^2 \cdot OH$$

$$\frac{1}{3} \pi (2a)^2 \cdot 4\sqrt{2}a - \frac{1}{3} \pi a^2 \cdot 2a\sqrt{2} = \frac{14\sqrt{2}\pi a^3}{3}.$$

### Câu 40: Đáp án D

Ta có  $y = 3x^2 + 2x + m$ . Hàm số có cực trị khi  $\Delta' = 1 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{3}$

Do hàm số có  $a = 1 > 0 \Rightarrow x_{CT} > x_{CD}$

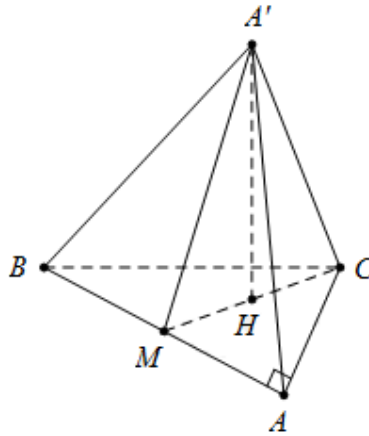
Giả thiết bài toán  $\Leftrightarrow PT : 3x^2 + 2x + m = 0$  có ít nhất 1 nghiệm dương

$$\text{Do } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2}{3} < 0 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases} \Rightarrow m < 0 \text{ là giá trị cần tìm. Vậy } (-5; 6) \cap S = (-5; 0).$$

#### Câu 41: Đáp án D

Có duy nhất một phép tịnh tiến biến đường tròn thành chính nó.

#### Câu 42: Đáp án C



Gọi H là trung điểm của  $MC \Rightarrow A'H \perp MC \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

Tam giác  $MA'C$  đều cạnh  $2a\sqrt{3} \Rightarrow MC = 2a\sqrt{3}$  và  $A'H = 3a$

Đặt  $AB = x \Rightarrow AC = \tan 30^\circ \cdot AB = \frac{x}{\sqrt{3}}$  và  $BC = \frac{2x}{\sqrt{3}}$

Vì  $CM$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$

$$\Rightarrow CM^2 = \frac{AC^2 + BC^2}{2} - \frac{AB^2}{4} = \frac{7x^2}{12} = 12a^2 \Rightarrow x = \frac{12a}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{24a^2\sqrt{3}}{7}$$

$$\text{Vậy thể tích cần tìm là } V = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = 3a \cdot \frac{24a^2\sqrt{3}}{7} = \frac{72\sqrt{3}a^3}{7}.$$

#### Câu 43: Đáp án A

$$\text{Ta có } y = \log_2(x^2 + 1) \rightarrow y' = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}$$

---

**Câu 44: Đáp án A**

Tâm các mặt của hình lập phương tạo thành khối bát diện đều.

**Câu 45: Đáp án C**

Gọi K là hình chiếu của H trên  $AC \Rightarrow HK \perp (ABCD)$

$$\text{Ta có } \widehat{SC; (ABCD)} = \widehat{SC; AC} = \widehat{SCA} = 60^\circ \Rightarrow \sin \widehat{SCA} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Và } CH = \cos \widehat{SCA} \times AC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \text{ suy ra } HK = \frac{AH \cdot HC}{\sqrt{AH^2 + HC^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } H.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3} \cdot HK \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}.$$

**Câu 46: Đáp án A**

$$\text{Phương trình } 4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m \Leftrightarrow |x|^3 - \frac{3}{4}|x|^2 - \frac{3}{2}|x| = \frac{m^2 - 6m}{4} \quad (*)$$

$$\text{Dựa vào đồ thị hàm số } y = f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x \rightarrow \text{Đồ thị hàm số } y = f(|x|) \quad (C)$$

Số nghiệm của phương trình (\*) là số giao điểm của (C) và đường thẳng

$$y = \frac{m^2 - 6m}{4}$$

$$\text{Vậy để } (*) \text{ có 3 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \frac{m^2 - 6m}{4} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases}$$

**Câu 47: Đáp án C**

$$\text{Hàm số đã cho xác định } \Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)^4 > 0 \\ 9-x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}. \text{ Vậy } D = (-3; 3) \setminus \{2\}.$$

**Câu 48: Đáp án C**

Gọi x, h (m) lần lượt là chiều rộng của đáy và chiều cao của hình hộp chữ nhật.

$$\text{Thể tích bể nước là } V = h \cdot 3x^2 = 3x^2h = 2,018 \Rightarrow xh = \frac{1009}{1500x}$$

$$\text{Diện tích đáy bể là } S_d = x \cdot 3x = 3x^2 \rightarrow \text{Chi phí làm đáy bể là } T_1 = 750x^2 \text{ nghìn đồng}$$

$$\text{Diện tích nắp bể là } S_d = x \cdot 3x = 3x^2 \rightarrow \text{Chi phí làm nắp bể là } T_2 = 300x^2 \text{ nghìn đồng}$$

$$\text{Diện tích thân bể là } S_{xq} = 2xh + 6xh = 8xh \rightarrow \text{Chi phí làm bể là } T_3 = 1600xh \text{ nghìn đồng}$$

$$\text{Vậy tổng chi phí cần tính là } T = T_1 + T_2 + T_3 = 1600xh + 1050x^2 = \frac{16144}{15x} + 1050x^2$$

$$\text{Ta có } 1050x^2 + \frac{8072}{15x} + \frac{8072}{15x} \geq 3\sqrt[3]{1050x^2 \cdot \frac{8072}{15x} \cdot \frac{8072}{15x}} \approx 2017,333$$

Do đó  $T \geq 2017,333$  nghìn đồng. Hay chi phí thấp nhất là 2.017.333 đồng.

#### Câu 49: Đáp án A

$$\text{Điều kiện: } n \geq 6. \text{ Ta có } A_n^5 \leq 18A_{n-2}^4 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-5)!} \leq 18 \cdot \frac{(n-2)!}{(n-6)!} \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{n-5} \leq 18$$

$$\Leftrightarrow n^2 - n \leq 18(n-5) \Leftrightarrow n^2 - 19n + 90 \leq 0 \Leftrightarrow 9 \leq n \leq 10 \rightarrow n = 10$$

$$\text{Với } n = 10, \text{ xét khai triển } \left(2x + \frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} \cdot x^{10-\frac{6k}{5}}$$

$$\text{Hệ số của } x^4 \text{ ứng với } 10 - \frac{6k}{5} = 4 \Rightarrow k = 5. \text{ Vậy hệ số cần tìm là } C_{10}^5 \cdot 2^5 = 8064.$$

#### Câu 50: Đáp án D

Phương trình hoành độ dao động của (C) và (d) là

$$\frac{2x+1}{x+1} = x+m-1 \Leftrightarrow \begin{cases} x \pm 1 \\ \underbrace{x^2 + (m-2)x + m-2}_{f(x)} \end{cases}$$

Để (C) cắt (d) tại hai điểm phân biệt  $\Leftrightarrow f(x) = 0$  có hai nghiệm phân biệt

$$x \neq -1 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < 2 \end{cases}$$

Gọi  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  là giao điểm của (C) và (d)

$$\Rightarrow AB = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 + x_1)^2 - 8x_1x_2}$$

Theo hệ thức Viet, ta được  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 - m \\ x_1x_2 = m - 2 \end{cases}$  mà

$$AB = 2\sqrt{3} \Rightarrow (2-m)^2 - 4(m-2) = 6 \Leftrightarrow m = 4 \pm \sqrt{10}.$$