

Câu 1 (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C).

Câu 2 (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

Câu 3 (1 điểm)

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính $A = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$.

b) Tính modun của số phức z biết $z = \frac{2+3i}{1-i} + (2-i)(1+2i)$

Câu 4 (1 điểm)

a) Giải phương trình sau: $\log_3(x^2 + x + 3) = 2$

b) Đội học sinh giỏi cấp trường môn tiếng Anh Trường THPT Hiền Đa theo từng khối là như sau: khối 10 có 5 học sinh, khối 11 có 5 học sinh và khối 12 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia thi IOE cấp tỉnh. Tính xác suất để đội lập được có học sinh cả ba khối và có nhiều nhất 2 học sinh lớp 10.

Câu 5 (1 điểm) Tính tích phân sau $I = \int_1^e x \ln x dx$

Câu 6 (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1;1;2), B(-1;2;1), C(2;-1;0). Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1;-2;3) và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).

Câu 7 (1 điểm) Cho hình chóp đều S.ABC có các cạnh đáy bằng a, góc giữa cạnh bên với mặt đáy là 60° ; gọi E là trung điểm của BC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AE và SC.

Câu 8 (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I; có đỉnh A thuộc đường thẳng d: $x + y - 2 = 0$, D(2; -1) là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ đỉnh A. Gọi điểm E(3; 1) là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AI; điểm P(2;1) thuộc đường thẳng AC. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

Câu 9 (1 điểm)

Giải phương trình sau trên tập số thực:

$$\frac{3(x^2 + 2x - 3)}{\sqrt{x+4}-1} - \frac{7x^2 - 19x + 12}{\sqrt{12-7x}} = 16x^2 + 11x - 27$$

Câu 10 (1 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $(a+c)(b+c) = 4c^2$. Tìm giá

trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $P = \frac{4a}{(b+c)} + \frac{4b}{(a+c)} - \frac{2ab}{c^2} + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$.

----- Hết -----

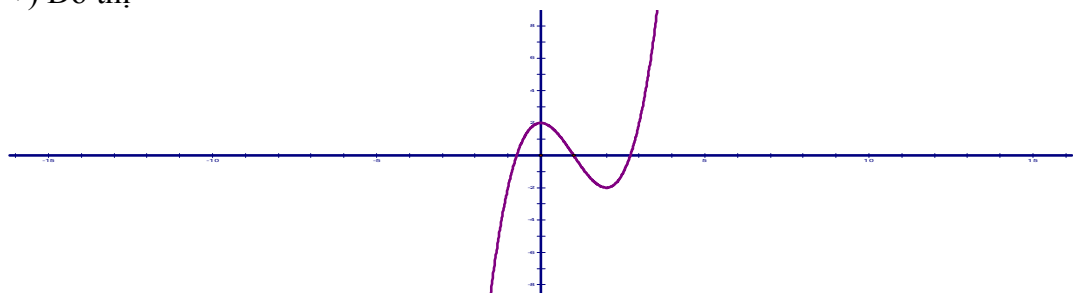
- Thí sinh không được sử dụng tài liệu - Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

- Họ và tên thí sinh : Số báo danh :

I. Một số chú ý khi chấm bài

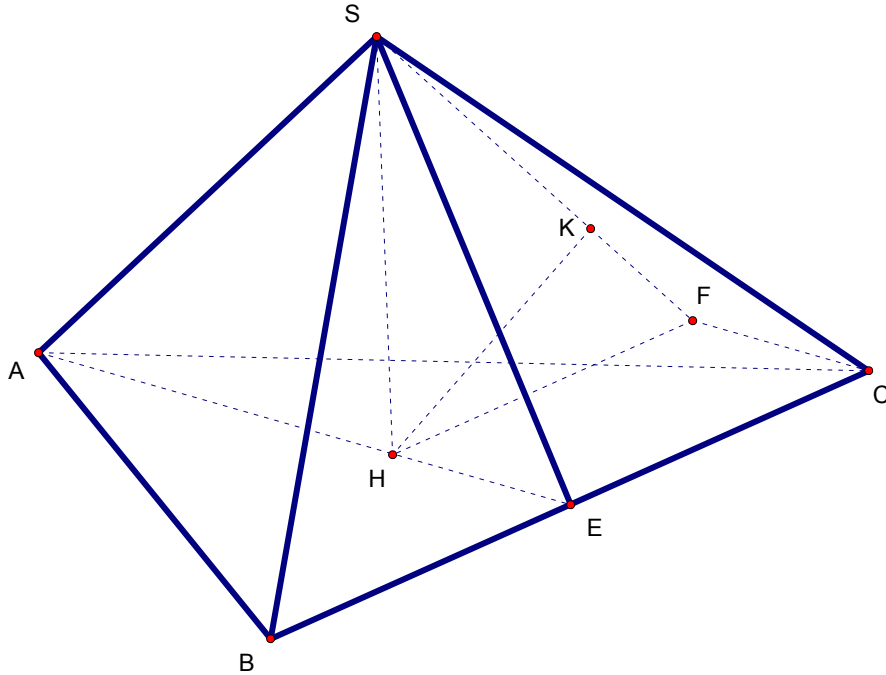
- Đáp án chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách. Khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài theo cách khác với đáp mà đúng thì tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với thang điểm của đáp án.
- Điểm bài thi là tổng điểm các câu không làm tròn số.

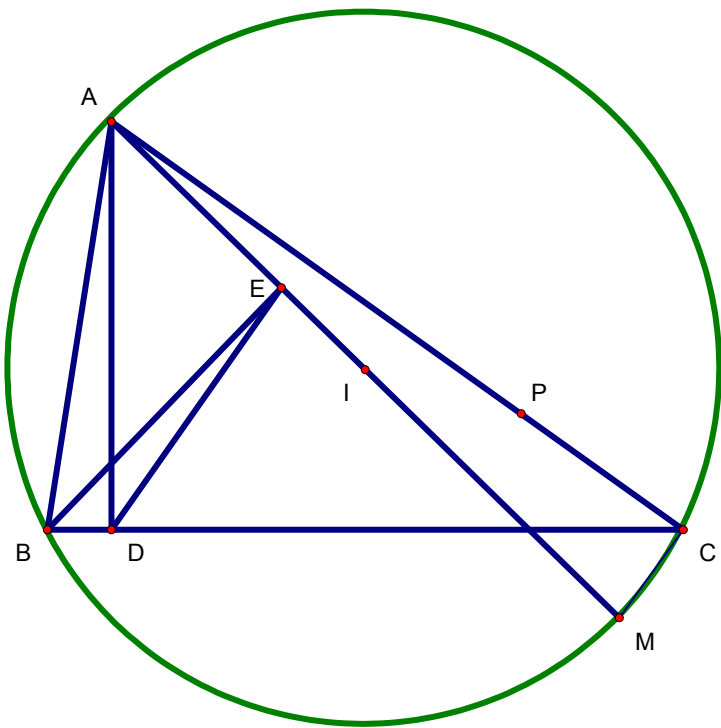
II. Đáp án – thang điểm

Câu 1(1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ (C).	ĐIỂM															
Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C).																
+) TXĐ: $D = R$	0.25															
+) Giới hạn : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ Đths không có tiệm cận																
$y' = 3x^2 - 6x$ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0.25															
+) BBT <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow 2$</td><td>$\searrow -2$</td><td>$\nearrow +\infty$</td></tr></table>		x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$												
y'	+	0	-	0	+											
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$												
+) Hàm số đạt cực đại tại $x_{cd}=0; y_{cd} = 2$. Hàm số đạt cực tiểu tại $x_{ct} = 2; y_{ct} = -2$.	0.25															
+) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$																
+) Đồ thị 	0.25															
Câu 2 (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đường cong (C) có phương trình $y = x^3 - 3x^2 + 2$ tại điểm có hoành độ bằng 2.																

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$ Giả sử $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến với đồ thị (C). với $x_0 = 2 \Rightarrow y_0 = y(2) = -2; y'(2) = 0$	0.5
Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(2; -2)$ là $y = 0(x - 2) - 2$ hay $y = -2$.	0.5
Câu 3 (1 điểm) a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Tính $A = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$ b) Tính modun của số phức z biết $z = \frac{2+3i}{1-i} + (2-i)(1+2i)$	
a) Vì $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ nên $\sin \alpha > 0; \cos \alpha < 0$ ta có $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$ $\Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$ (vì $\Rightarrow \cos \alpha < 0$)	0.25
$A = \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha$ $= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5} = -\frac{4+3\sqrt{3}}{10}$	0.25
b) $z = \frac{2+3i}{1-i} + (2-i)(1+2i) = \frac{(2+3i)(1+i)}{2} + 2+3i+2$ $= \frac{2+5i-3}{2} + 4+3i = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i + 4+3i = \frac{7}{2} + \frac{11}{2}i$	0.25
Ta có : $z = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{170}}{2}$	0.25
Câu 4 (1 điểm) a) Giải phương trình sau: $\log_3(x^2 + x + 3) = 2$ b) Đội học sinh giỏi cấp trường môn tiếng Anh Trường THPT Hiền Đa theo từng khối là như sau: khối 10 có 5 học sinh, khối 11 có 5 học sinh và khối 12 có 5 học sinh. Nhà trường cần chọn một đội tuyển gồm 10 học sinh tham gia thi IOE cấp tỉnh. Tính xác suất để đội lập được có học sinh cả ba khối và có nhiều nhất 2 học sinh lớp 10.	
a) Ta có $\log_3(x^2 + x + 3) = 2 \Leftrightarrow x^2 + x + 3 = 9 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -3 \end{cases}$	0.25
Vậy phương trình có 2 nghiệm là $x = -2$ và $x = 3$	0.25
b) Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử chọn 10 học sinh trong tổng số 15 học sinh tham gia thi IOE cấp tỉnh. $\Rightarrow n(\Omega) = C_{15}^{10} = 3003$	0.25
Gọi A là biến cố: " Đội lập được có học sinh cả ba khối và có nhiều nhất 2 học sinh lớp 10 ".	0.25

TH1: Có đúng 1 học sinh khối 10 $\Rightarrow$ có $5.1.C_5^4 + 5.C_5^4.1 = 50$ cách. TH2: Có đúng 2 học sinh khối 10 $\Rightarrow$ có $C_5^2.C_5^3.C_5^5 + C_5^2.C_5^4.C_5^4 + C_5^2.C_5^5.C_5^3 = 450 \text{ cách}$ $\Rightarrow n(A) = 450 + 50$ $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{500}{3003}$	
Câu 5 (1 điểm) Tính tích phân sau $I = \int_1^e x \cdot \ln x \, dx$	
Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \cdot dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{dx}{x} \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$	0.25
$I = \left(\frac{x^2}{2} \cdot \ln x \right) \Big _1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \, dx$	0.25
$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} \int_1^e x \, dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot x^2 \Big _1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$	0.25
$\Rightarrow I = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$	0.25
Câu 6 (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz cho ba điểm A(1;1;2), B(-1;2;1), C(2;-1;0). Viết phương trình mặt phẳng (ABC). Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm I(1;-2;3) và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC).	
Ta có $\overrightarrow{AB}(-2;1;-1); \overrightarrow{AC}(1;-2;-2) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{AC} \Rightarrow A, B, C$ không thẳng hàng $\Rightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-4; -5; 3)$	0.25
Mp(ABC) đi qua A và nhận $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $-4(x - 1) - 5(y - 1) + 3(z - 2) = 0$ hay $-4x - 5y + 3z + 3 = 0$.	0.25
Mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc mp(ABC) nên mặt cầu (S) có bán kính là: $R = d(I, (ABC)) = \frac{ -4 + 10 + 9 + 3 }{\sqrt{16 + 25 + 9}} = \frac{9\sqrt{2}}{5}$	0.25
Phương trình mặt cầu (S) là : $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = \frac{162}{25}$	0.25
Câu 7 (1 điểm) Cho hình chóp đều S.ABC có các cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên với mặt đáy là 60° ; gọi E là trung điểm của BC. Tính thể tích khối chóp S.ABC và khoảng cách giữa hai đường thẳng AE và SC.	

	
E trung điểm của BC . nên $AB \perp BC$ và $SE \perp BC$ suy ra góc giữa SA và $(ABCD)$ là $\widehat{SAE} = 60^\circ$.	0.25
có $AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$; $HE = \frac{a\sqrt{3}}{6}$; $AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Trong tam giác vuông SHA có $SH = AH$. $\tan 60^\circ = a \dots$	0.25
Diện tích đáy là $S_{ABC} = \frac{1}{2} AE.BC = \frac{1}{2} . \frac{a\sqrt{3}}{2} .a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH.S_{ABC} = \frac{1}{3} .a. \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$ (đvtt)	
Dựng hình chữ nhật $HECF$. Có $CF \perp HF$ và $CF \perp SH \Rightarrow CF \perp (SHF)$. Hạ $HK \perp SF \Rightarrow HK \perp (SCF)$. Do $CF \parallel AE \Rightarrow d(AE, SC) = d(AE, (SCF)) = d(H, (SCF)) = HK$.	0.5
$CE = HF = \frac{a}{2}$ Trong tam giác vuông SHF có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HF^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{5}{a^2}$ $\Rightarrow HK = \frac{a}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow d(AE, SC) = \frac{a}{\sqrt{5}}$.	
Câu 8 (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn tâm I; có đỉnh A thuộc đường thẳng d: $x + y - 2 = 0$, D(2; -1) là chân đường cao của tam giác ABC hạ từ đỉnh A. Gọi điểm E(3; 1) là chân đường vuông góc hạ từ B xuống AI; điểm P(2;1) thuộc đường thẳng AC Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.	

	
Gọi M là điểm đối xứng của A qua I. Chứng minh $DE \parallel CM$ từ đó $DE \perp AC$. $\overrightarrow{DE}(1;2)$ Phương trình đường thẳng AC là $(x-2) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 4 = 0$ Tọa độ điểm A thỏa mãn $\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow A(0;2)$ Ta có $\overrightarrow{AD}(2;-3); \overrightarrow{AE}(3;-1)$ Phương trình đường thẳng BE là $3(x-3) - (y-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - y - 8 = 0$ Phương trình đường thẳng BD là $2(x-2) - 3(y+1) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3y - 7 = 0$ Tọa độ điểm B thỏa mãn $\begin{cases} 3x - y - 8 = 0 \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{27}{7} \\ y = \frac{-5}{7} \end{cases} \Rightarrow B\left(\frac{17}{7}; \frac{-5}{7}\right)$	0.5
Tọa độ điểm C thỏa mãn $\begin{cases} x + 2y - 4 = 0 \\ 2x - 3y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{26}{7} \\ y = \frac{1}{7} \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{26}{7}; \frac{1}{7}\right)$ Vậy $A(0;2); B\left(\frac{17}{7}; \frac{-5}{7}\right); C\left(\frac{26}{7}; \frac{1}{7}\right)$	0.5
Câu 9 (1 điểm) Giải phương trình sau trên tập số thực: $\frac{3(x^2 + 2x - 3)}{\sqrt{x+4} - 1} - \frac{7x^2 - 19x + 12}{\sqrt{12-7x}} = 16x^2 + 11x - 27$	

Điều kiện: $\begin{cases} -4 \leq x < \frac{12}{7} \\ x \neq -3 \end{cases} \quad (1)$	0.25
Phương trình $\Leftrightarrow (x-1)(3\sqrt{x+4} + \sqrt{12-7x} - 16x - 24) = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3\sqrt{x+4} + \sqrt{12-7x} = 16x + 24 \end{cases} \quad (2)$	0.25
$\begin{aligned} \text{pt} &\Leftrightarrow 3\sqrt{x+4} + \sqrt{12-7x} = 9(\sqrt{x+4})^2 - (\sqrt{12-7x})^2 \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{x+4} + \sqrt{12-7x} = (3\sqrt{x+4} + \sqrt{12-7x})(3\sqrt{x+4} - \sqrt{12-7x}) \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{x+4} - \sqrt{12-7x} = 1 \\ &\Leftrightarrow 3\sqrt{x+4} = 1 + \sqrt{12-7x} \\ &\Leftrightarrow 9x + 36 = 1 + 12 - 7x + 2\sqrt{12-7x} \\ &\Leftrightarrow 2\sqrt{12-7x} = 23 + 16x \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{23}{16} \leq x < \frac{12}{7} \\ 48 - 28x = 529 + 736x + 256x^2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{23}{16} \leq x < \frac{12}{7} \\ 256x^2 + 764x + 481 = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{23}{16} \leq x < \frac{12}{7} \\ x = \frac{-382 \pm 6\sqrt{633}}{256} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{-382 + 6\sqrt{633}}{256} \end{aligned}$	0.5
Vậy phương trình có 2 nghiệm $x = 1$; $\Leftrightarrow x = \frac{-382 + 6\sqrt{633}}{256}$	
Câu 10 (1 điểm) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn: $(a+c)(b+c) = 4c^2$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức sau: $P = \frac{4a}{(b+c)} + \frac{4b}{(a+c)} - \frac{2ab}{c^2} + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c}$.	
Từ giả thiết ta có: $\left(\frac{a}{c} + 1\right)\left(\frac{b}{c} + 1\right) = 4$ $P = \frac{4a}{(b+c)} + \frac{4b}{(a+c)} - \frac{2ab}{c^2} + \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{c} = \frac{4\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}+1} + \frac{4\frac{b}{c}}{\frac{a}{c}+1} - 2\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c} + \sqrt{\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2}$	0.25
Đặt $\frac{a}{c} = x; \frac{b}{c} = y \Rightarrow x, y > 0$ và $(x+1)(y+1) = 4 \Leftrightarrow x + y + xy = 3$	0.5

$\Rightarrow \begin{cases} 0 < xy \leq 1 \\ x + y \leq 2 \end{cases}$ $P = \frac{4x}{y+1} + \frac{4y}{x+1} - 2xy + \sqrt{x^2 + y^2} = 7 - 5xy + \sqrt{(xy)^2 - 8xy + 9}$ $= 7 - 5t - \sqrt{t^2 - 8t + 9} = f(t) \quad \text{Với } t = xy \quad 0 < t \leq 1$	
ta có $f'(t) = -5 + \frac{t-4}{\sqrt{t^2 - 8t + 9}} < 0$ với $0 < t \leq 1$ suy ra hàm f(t) nghịch biến trên $(0; 1]$. Min P = Min f(t) = f(1) = $2 - \sqrt{2}$ Dấu = xảy ra khi a = b = c	0.25