

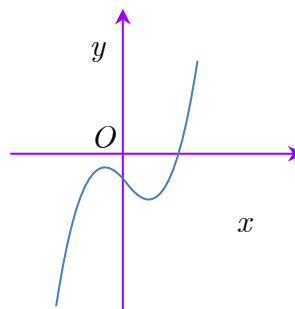
Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

MÃ ĐỀ: 001**Câu 1:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-
$f(x)$	$-\infty$	2	0	2	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-\infty; 2)$.**B.** $(-1; 0)$.**C.** $(0; 1)$.**D.** $(1; +\infty)$.**Câu 2:** Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Số điểm cực trị của hàm số là

A. 1.**B.** 2.**C.** 0.**D.** 3.**Câu 3:** Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ có phương trình là**A.** $x = -1$.**B.** $y = 2$.**C.** $x = 2$.**D.** $y = -1$.**Câu 4:** Hàm số nào sau đây đồng biến trên tập hợp $\mathbb{R}$?**A.** $y = \frac{x-1}{x+2}$.**B.** $y = x^4 + 4x^2 - 1$.**C.** $y = x^2 - 2x + 1$.**D.** $y = x^3 + 3x + 2$.**Câu 5:** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	0	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số bằng

- A.** -1 . **B.** 2 . **C.** 1 . **D.** 0 .

Câu 6: Cho số thực a dương và khác 1. Giá trị của biểu thức $\log_a(\sqrt[3]{a})$ bằng

- A.** 3 . **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt[3]{3}$.

Câu 7: Số nghiệm nguyên của của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-2) \geq -2$ là

- A.** 5 . **B.** 4 . **C.** 6 . **D.** 10 .

Câu 8: Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{\frac{1}{3}}$ là

- A.** $(0; +\infty)$. **B.** $(0; 3)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $[0; +\infty)$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^{x+3} = \frac{1}{8}$ là

- A.** $x = -6$. **B.** $x = -\frac{23}{8}$. **C.** $x = -3$. **D.** $x = 0$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 2]$ thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 3$. Giá trị của

$\int_0^2 [2 + 3f(x)] dx$ bằng

- A.** 11 . **B.** 9 . **C.** 13 . **D.** 5 .

Câu 11: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = e^{2x+3}$ là

- A.** $e^{2x+3} + C$. **B.** $2e^{2x+3} + C$. **C.** $(2x+3)e^{2x+2} + C$. **D.** $\frac{1}{2}e^{2x+3} + C$.

Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Số phức liên hợp của z có phần ảo là

- A.** 2 . **B.** $2i$. **C.** 3 . **D.** -2 .

Câu 13: Cho số phức $z = -5 + 2i$. Điểm biểu diễn hình học của số phức z trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

- A.** $(5; 2)$. **B.** $(2; -5)$. **C.** $(-5; 2)$. **D.** $(-5; -2)$.

Câu 14: Khối cầu có thể tích bằng $\frac{8\pi\sqrt{2}}{3}$ thì có bán kính bằng

- A.** $\sqrt{2}$. **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Câu 15: Số cách sắp xếp gồm 3 phần tử của tập hợp gồm 12 phần tử của tập hợp A bằng

- A.** $3!$. **B.** C_{12}^3 . **C.** A_{12}^3 . **D.** $12! - 3!$.

Câu 16: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3, u_5 = 24$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A.** 2 . **B.** 8 . **C.** 21 . **D.** 7 .

Câu 17: Khối lập phương có cạnh bằng 3 thì có thể tích bằng

- A.** 9 . **B.** 27 . **C.** 21 . **D.** 6 .

Câu 18: Khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và thể tích bằng 20 thì có chiều cao tương ứng bằng

A. 5.

B. 12.

C. 15.

D. 80.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 4 = 0$. Một vector pháp tuyến của (P) có tọa độ là

A. $(2; -1; 4)$.

B. $(2; 0; -1)$.

C. $(2; 1; 0)$.

D. $(2; -1; 0)$.

Câu 20: Hình trụ có bán kính đáy bằng 5, chiều cao bằng 6 thì có diện tích xung quanh bằng

A. 30π .

B. 60π .

C. 10π .

D. 15π .

Câu 21: Hình nón có bán kính đáy bằng 3, độ dài đường sinh bằng 5 thì có chiều cao bằng

A. 2.

B. $\sqrt{15}$.

C. 8.

D. 4.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1 = 3 + i$, $z_2 = -2 + 5i$. Số phức $z_1 - z_2$ có phần ảo bằng

A. 5.

B. 1.

C. 6.

D. -4.

Câu 23: Cho $\log_2 3 = a$, $\log_2 5 = b$. Giá trị của $\log_4 60$ bằng

A. $\frac{a+2+b}{2}$.

B. $\frac{a+b+4}{2}$.

C. $\frac{ab+2}{4}$.

D. $\frac{a-b-1}{3}$.

Câu 24: Số nghiệm dương của phương trình $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$ là

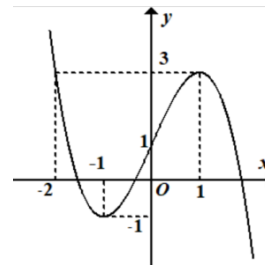
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 0]$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. -2.

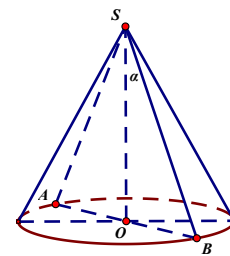
Câu 26: Cho hình nón đỉnh S (tham khảo hình vẽ) có bán kính đáy bằng 3, $\widehat{OSB} = \alpha = 60^\circ$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng

A. 6π .

B. $12\pi\sqrt{2}$.

C. $12\pi\sqrt{3}$.

D. $6\pi\sqrt{3}$.



Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$		-3		$+\infty$	-1	$+\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành là

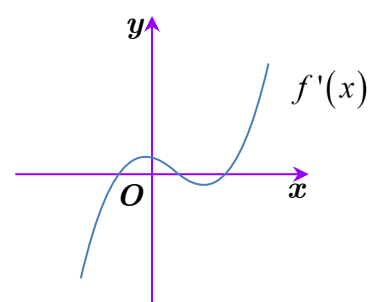
A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

- Câu 28:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[0; 2]$, $f(0) = 3$ và $f(6) = 369$. Giá trị của $\int_0^2 f'(3x)dx$ bằng
A. 122. **B.** 102. **C.** 100. **D.** 120.
- Câu 29:** Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + x$, các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục Ox có diện tích bằng
A. 4. **B.** $\frac{11}{6}$. **C.** $\frac{13}{6}$. **D.** $\frac{23}{6}$.
- Câu 30:** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC = 2a$, $AD = a\sqrt{3}$, $AA' = a$. Góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng
A. 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .
- Câu 31:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm là gốc tọa độ, điểm $A(1; 1; 0)$. Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng
A. $16\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 8. **D.** $\frac{16\sqrt{6}}{9}$.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -4; 1)$ và $B(-1; 2; 5)$. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là
A. $(2; -2; 6)$. **B.** $(1; -1; 3)$. **C.** $(4; -6; -4)$. **D.** $(2; -3; -2)$.
- Câu 33:** Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $2z^2 - 3z + 8 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + 2|z_2|$ bằng
A. 6. **B.** 4. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** 16.
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$ có bán kính bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 4y - z - 8 = 0$. Giao điểm của (P) với trục Ox có tọa độ là
A. $(1; 0; 0)$. **B.** $(4; 0; 0)$. **C.** $(0; 2; 0)$. **D.** $(0; 0; -8)$.
- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (3; 2; -4)$ và $\vec{b} = (0; 3; 1)$. Giá trị biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng
A. 2. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.
- Câu 37:** Cho số phức $z = (3 + i)(2 - i)$. Môđun của z bằng
A. $2\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** 50. **D.** 5.
- Câu 38:** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trên đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = x^3 - (2m+1)x^2 - (m-4)x + 1$ có hai cực trị?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 9.

Câu 40: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là $(a; b]$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $2a+5b$ bằng

A. 7.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. 5.

Câu 41: Một hộp chứa 15 viên bi có kích thước như nhau, trong đó có 6 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5, có 4 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 4. Xác suất để có thể lấy ngẫu nhiên từ hộp trên 2 viên bi vừa khác màu vừa khác số bằng

A. $\frac{41}{105}$.

B. $\frac{61}{105}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{5}{7}$.

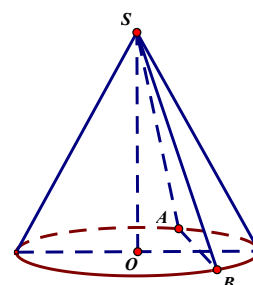
Câu 42: Cho hình nón đỉnh S , chiều cao $SO = a$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (P) qua đỉnh S và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB . Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.



Câu 43: Bà Nhung vay ngân hàng số tiền 500 triệu đồng với lãi suất 0,95% mỗi tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay bà Nhung bắt đầu hoàn nợ theo công thức $T_n = m(r+1)^n - \frac{a}{r}[(r+1)^n - 1]$ (với m là số tiền vay ngân hàng, r là lãi suất, T_n là số tiền vay còn lại sau mỗi tháng trả nợ, a là số tiền trả trong mỗi lần hoàn nợ, n là số lần trả nợ); hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là 8,5 triệu đồng, lãi suất không thay đổi suốt thời gian hoàn nợ. Hỏi theo cách đó sau ít nhất bao nhiêu tháng bà Nhung sẽ trả hết nợ ngân hàng?

A. 86.

B. 87.

C. 65.

D. 88.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$. Biết $f(3) = 2$ và $\int_0^1 xf(3x)dx = 5$.

Giá trị của $\int_0^3 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. 25.

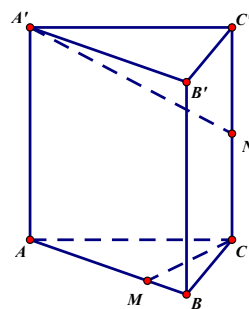
B. 45.

C. -72.

D. 18.

Câu 45: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BB' = 2a$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $AM = 3MB$, N là trung điểm CC' (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'N$ và CM bằng

- A. $\frac{a\sqrt{51}}{17}$. B. $\frac{a\sqrt{102}}{17}$.
C. $\frac{a\sqrt{51}}{3}$. D. $\frac{3a\sqrt{2}}{5}$.



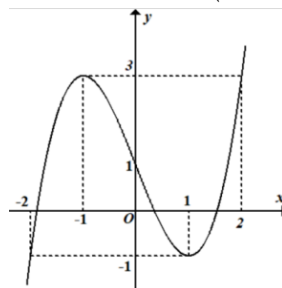
Câu 46: Xét hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Phương trình $|f(x^3 - 3x)| = \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm ?

- A. 11. B. 9. C. 6. D. 10.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{3+2x-x^2}-1) = m$ có 2 nghiệm phân biệt.



Số tập hợp con của S là

- A. 4. B. 5. C. 16. D. 8.

Câu 48: Cho các số thực $x > 1$ và $y > 0$ thỏa mãn $\log \frac{2x+3y}{xy+1} = xy - 2x - 3y + 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $5x + y$ bằng

- A. 27. B. 15. C. 14. D. 32.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$. Tam giác SAC đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\log_8(2x^2 + x + 2m - 3m^2) + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}\left[\sqrt{x^2 + (2-m)x + m - m^2}\right] = 0$ có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 > 1$?

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 11.

----- **HẾT** -----

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Tổng điểm của mỗi phần không làm tròn; điểm tổng của toàn bài kiểm tra được làm tròn đến 01 chữ số thập phân.
- Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm.

II. ĐÁP ÁN

Mã đề 001									
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	11	D	21	D	31	D	41	B
2	B	12	A	22	D	32	B	42	B
3	A	13	C	23	A	33	A	43	B
4	D	14	A	24	B	34	C	44	C
5	B	15	C	25	C	35	B	45	B
6	B	16	A	26	D	36	A	46	D
7	B	17	B	27	B	37	B	47	C
8	C	18	C	28	A	38	B	48	A
9	A	19	D	29	D	39	A	49	B
10	C	20	B	30	A	40	C	50	A

----- HẾT -----

Hướng dẫn từ câu 39

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m trên đoạn $[-3;3]$ để hàm số

$$f(x) = x^3 - (2m+1)x^2 - (m-4)x + 1 \text{ có hai cực trị ?}$$

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$

$$f'(x) = 3x^2 - 2(2m+1)x - (m-4)$$

Hàm số có hai cực trị khi $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = 4m^2 + 7m - 11 > 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m < -\frac{11}{4} \end{cases}$$

Vậy có 3 số nguyên m thỏa mãn đề bài là $-3; 2; 3$

Câu 40: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{2x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ là

$(a; b]$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $2a + 5b$ bằng

A. 7.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 6.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Hàm số đã cho xác định trên tập hợp $D = (-\infty; m) \cup (m; +\infty)$

$$+y' = \frac{-2m+1}{(x-m)^2} < 0 \Rightarrow -2m+1 < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{2} (*)$$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$ khi $m \leq 1$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < m \leq 1 \Rightarrow a = \frac{1}{2}, b = 1 \Rightarrow 2a + 5b = 6.$$

Câu 41: Một hộp chứa 15 viên bi có kích thước như nhau, trong đó có 6 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 6, có 5 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 5, có 4 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 4. Xác suất để có thể lấy ngẫu nhiên từ hộp trên 2 viên bi vừa khác màu vừa khác số bằng

A. $\frac{41}{105}$.

B. $\frac{61}{105}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{5}{7}$.

Hướng dẫn giải

+ Lấy tùy ý 2 viên bi từ hộp gồm 15 viên bi ta có số cách là $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

+ Để lấy được 2 viên bi vừa khác màu vừa khác số ta có các trường hợp sau

1. Lấy được 2 viên bi gồm 1 bi xanh và 1 bi đỏ có $5 \cdot 5 = 25$ cách
(Ta lấy bi xanh trước có 5 cách, trừ đi số thứ tự trên bi xanh ta có 5 cách lấy 1 bi đỏ)
2. Lấy được 2 viên bi gồm 1 bi đỏ và 1 bi trắng có $4 \cdot 5 = 20$ cách
3. Lấy được 2 viên bi gồm 1 bi xanh và 1 bi trắng có $4 \cdot 4 = 16$ cách

Tổng số cách để chọn được 2 viên bi như đề bài là $n(A) = 25 + 20 + 16 = 61$ cách

Xác suất cần tính bằng $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{61}{105}$

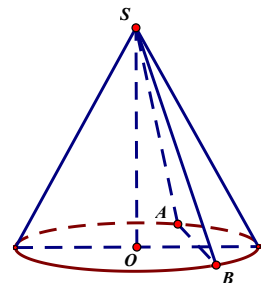
Câu 42: Cho hình nón đỉnh S , chiều cao $SO = a$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (P) qua đỉnh S và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác đều SAB . Biết khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

B. $\frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{12}$.



Hướng dẫn giải

Gọi I là trung điểm AB , H là hình chiếu vuông góc của O lên SI

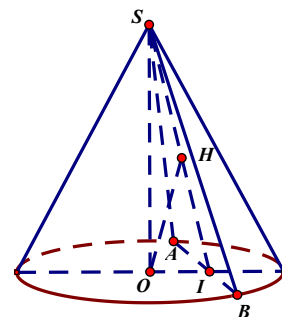
$$\Rightarrow IO \perp AB \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OH \Rightarrow OH \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow d(O, (SAB)) = OH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{IO^2} \Rightarrow IO = a, SI = a\sqrt{2}$$

Do tam giác SAB đều nên $AB = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Diện tích tam giác SAB bằng $S_{\Delta SAB} = \left(\frac{2a\sqrt{6}}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{2a^2\sqrt{3}}{3}$.



Câu 43: Bà Nhung vay ngân hàng số tiền 500 triệu đồng với lãi suất 0,95% mỗi tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay bà Nhung bắt đầu hoàn nợ theo công thức $T_n = m(r+1)^n - \frac{a}{r}[(r+1)^n - 1]$ (với m là số tiền vay ngân hàng, r là lãi suất, T_n là số tiền vay còn lại sau mỗi tháng trả nợ, n là số lần trả nợ); hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi lần là 8,5 triệu đồng, lãi suất không thay đổi suốt thời gian hoàn nợ. Hỏi theo cách đó sau bao nhiêu tháng bà Nhung sẽ trả hết nợ ngân hàng?

A. 86.

B. 87.

C. 65.

D. 88.

Hướng dẫn giải

$$\text{Theo đề bài ta được } 0 = 5.10^8 (1 + 0,95\%)^n - \frac{8,5.10^6}{0,95\%} [(1 + 0,95\%)^n - 1]$$

$$\Leftrightarrow 0 = 500(1,0095)^n - 894,7[(1,0095)^n - 1]$$

$$\Leftrightarrow 894,7 - 394,7(1,0095)^n = 0$$

$$\Leftrightarrow (1,0095)^n = 2,27 \Leftrightarrow n = \log_{1,0095} 2,27 \approx 86,7$$

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$. Biết $f(3) = 2$ và $\int_0^1 xf(3x)dx = 5$.

Giá trị của $\int_0^3 x^2 f'(x)dx$ bằng

A. 25.

B. 45.

C. -72.

D. 18.

Hướng dẫn giải

$$\text{Đặt } I = \int_0^3 x^2 f'(x)dx$$

$$\begin{cases} u = x^2 & \Rightarrow du = 2xdx \\ dv = f'(x)dx & \Rightarrow v = f(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = x^2 f(x) \Big|_0^3 - 2 \int_0^3 xf(x)dx = 9.f(3) - 2 \int_0^3 xf(x)dx$$

$$\text{Xét } I_1 = \int_0^1 xf(3x)dx = 5$$

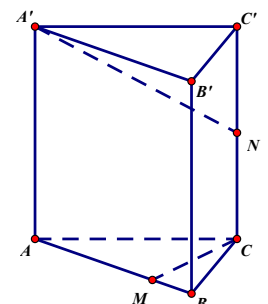
$$\text{Đặt } t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \frac{1}{3}dt = dx$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 0, x = 1 \Rightarrow t = 3$$

$$\Rightarrow I_1 = \int_0^3 \frac{t}{3} \cdot f(t) \frac{1}{3} dt = \frac{1}{9} \int_0^3 t \cdot f(t) dt = \frac{1}{9} \int_0^3 x \cdot f(x) dx \Rightarrow \int_0^3 x \cdot f(x) dx = 45$$

$$\Rightarrow I = -72.$$

Câu 45: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, $BB' = 2a$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $AM = 3MB$, N là trung điểm CC' (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'N$ và CM bằng



A. $\frac{a\sqrt{51}}{17}$.

B. $\frac{a\sqrt{102}}{17}$.

C. $\frac{a\sqrt{51}}{3}$.

D. $\frac{3a\sqrt{2}}{5}$.

Hướng dẫn giải

Gọi E là trung điểm $AA' \Rightarrow CE \parallel A'N$

$$\Rightarrow A'N \parallel (ECM) \Rightarrow d(A'N, CM) = d(A'N, (ECM)) = d(A', (ECM)) = d(A, (ECM))$$

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên CM ,

I là hình chiếu vuông góc của A lên EH

$$\Rightarrow AI \perp (ECM) \Rightarrow d(A, (ECM)) = AI$$

Vì $AM = 3BM$ nên $S_{\triangle AMC} = 3S_{\triangle BMC} \Leftrightarrow AH \cdot CM = 3BM \cdot BC$

$$+ MB = \frac{1}{4}AB = \frac{a}{4}, CM = \sqrt{BC^2 + MB^2} = \frac{a\sqrt{33}}{4} \Rightarrow$$

$$AH = \frac{3MB \cdot BC}{CM} = \frac{a\sqrt{6}}{\sqrt{11}}$$

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{EA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{17}{6a^2} \Rightarrow AI = \frac{a\sqrt{102}}{17}.$$

Cách khác

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ

Do tam giác ABC vuông tại B nên ta có tọa độ các điểm như sau $B(0;0;0)$, $A(a;0;0)$, $C(0;a\sqrt{2};0)$,

$$B'(0;0;2a), A'(a;0;2a), M\left(\frac{a}{4};0;0\right), C'(0;a\sqrt{2};2a) \Rightarrow N(0;a\sqrt{2};a)$$

$$\overrightarrow{A'N} = (-a; a\sqrt{2}; -a)$$

$$\overrightarrow{CM} = \left(\frac{a}{4}; -a\sqrt{2}; 0\right)$$

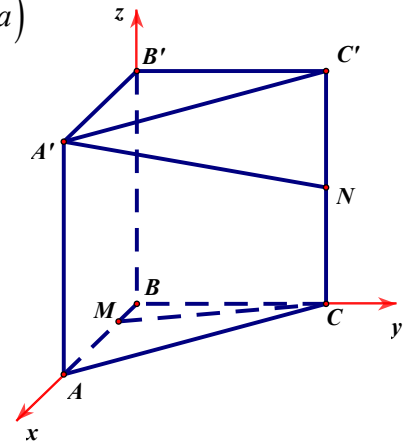
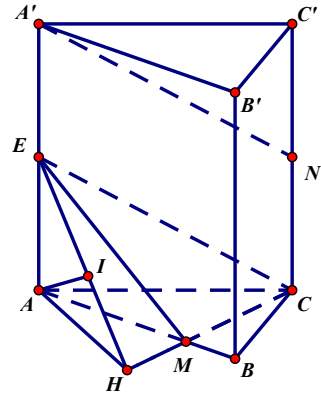
$$[\overrightarrow{A'N}; \overrightarrow{CM}] = \left(-a^2\sqrt{2}; -\frac{a^2}{4}; \frac{3a^2\sqrt{2}}{4}\right)$$

$\Rightarrow$ mặt phẳng (α) chứa CM song song với $A'N$ có vectơ pháp

tuyến là $\vec{n} = (4\sqrt{2}; 1; -3\sqrt{2})$

(α) có phương trình $4\sqrt{2}x + y - 3\sqrt{2}z - a\sqrt{2} = 0$

$$d(A'N, CM) = d(A'N, (\alpha)) = d(A', (\alpha)) = \frac{|4\sqrt{2} \cdot a + 0 - 3\sqrt{2} \cdot 2a - a\sqrt{2}|}{\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 1^2 + (-3\sqrt{2})^2}} = \frac{a\sqrt{102}}{17}$$



Câu 46: Xét hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

Phương trình $\left|f(x^3 - 3x)\right| = \sqrt{2}$ có bao nhiêu nghiệm ?

A. 11.

B. 9.

C. 6.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = x^3 - 3x$

$\Rightarrow t' = 3x^2 - 3$,

$t' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$

Bảng biến thiên của $t = x^3 - 3x$

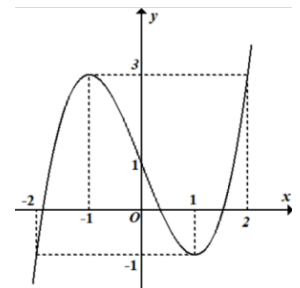
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
t'		+	0	-	0	+	
t	$-\infty$		2		-2		$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta suy ra bảng biến thiên hàm số $|f(x)|$

x	$-\infty$	x_1	-2	x_2	0	x_3	2	x_4	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$		3		1		3		$+\infty$
		0		0		0		0	

Phương trình $f(t) = \sqrt{2}$ có nghiệm $\begin{cases} t_1, t_2 < -2 \\ -2 < t_3 < 0 \\ 0 < t_4 < 2 \\ t_5, t_6 > 2 \end{cases} \Rightarrow$ phương trình $f(x^3 - 3x) = \sqrt{2}$ có 10 nghiệm

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên tập hợp $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sqrt{3+2x-x^2}-1) = m$ có 2 nghiệm phân biệt.



Số tập hợp con của S là

A. 4.

B. 5.

C. 16.

D. 8.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \sqrt{3+2x-x^2}-1, x \in [-1; 3]$

x	-1		1		3
t'		+	0	-	
t	-1		1		-1

$$t' = \frac{1-x}{\sqrt{3+2x-x^2}},$$

$$t' = 0 \Rightarrow x = 1$$

Bảng biến thiên của t trên đoạn $[-1; 3]$

$$\text{Vậy } x \in [-1; 3] \Rightarrow t \in [-1; 1].$$

Mỗi giá trị $t \in [-1; 1)$ ta xác định được 2 giá trị x trên đoạn $x \in [-1; 3]$

Phương trình $f(\sqrt{3+2x-x^2}-1) = m$ có 2 nghiệm phân biệt khi phương trình $f(t)$ có duy nhất 1 nghiệm $t \in [-1; 1) \Leftrightarrow -1 < m \leq 3 \Rightarrow S = \{0; 1; 2; 3\}$. Tập S có 4 phần tử nên có $2^4 = 16$ tập con

Câu 48: Cho các số thực $x > 1$ và $y > 0$ thỏa mãn $\log \frac{2x+3y}{xy+1} = xy - 2x - 3y + 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $5x + y$ bằng

A. 27.

B. 15.

C. 14.

D. 32.

Hướng dẫn giải

$$\text{Từ } \log \frac{2x+3y}{xy+1} = xy - 2x - 3y + 1$$

$$\Leftrightarrow (2x+3y) + \log(2x+3y) = (xy+1) + \log(xy+1) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t) = t + \log t$ trên khoảng $(0; +\infty)$

$$f'(t) = 1 + \frac{1}{t \ln 10} > 0, \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow \text{Hàm số } f(t) \text{ đồng biến trên khoảng } (0; +\infty)$$

$$(1): f(2x+3y) = f(xy+1) \Leftrightarrow 2x+3y = xy+1 \Leftrightarrow y = \frac{2x-1}{x-3}$$

Vì $x > 1$ và $y > 0$ nên ta suy ra $x > 3$

$$P = 5x + y = 5x + \frac{2x-1}{x-3}$$

$$\text{Đặt } g(x) = 5x + \frac{2x-1}{x-3} \text{ trên khoảng } (3; +\infty)$$

$$g'(x) = 5 - \frac{5}{(x-3)^2}, \forall x \in (3; +\infty), g'(x) = 0 \Rightarrow x = 4$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng $g(4) = 27$ khi $x = 4, y = 7$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B , $AB = a$. Tam giác SAC đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\frac{a\sqrt{42}}{7}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Hướng dẫn giải

Gọi H là trung điểm cạnh AC , ΔSAC đều nên $SH \perp AC$
 $(SAC) \perp (ABC)$ nên $SH \perp (ABC)$

Gọi M là trung điểm cạnh BC và I là hình chiếu vuông góc của H lên SM

Vì tam giác ABC vuông tại B nên $HM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHM) \Rightarrow BC \perp HI \Rightarrow HI \perp (SBC)$

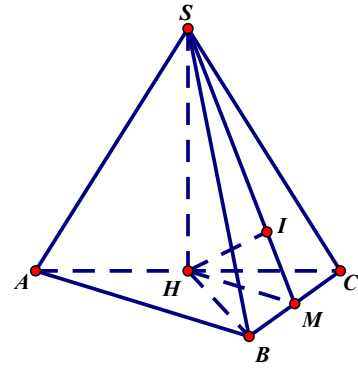
$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(H, (SBC)) \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{42}}{14}$$

$$AB = a \Rightarrow HM = \frac{a}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow SH = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow AC = a\sqrt{2} \Rightarrow BC = a$$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

$$V = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$$



Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3\log_8(2x^2 + x + 2m - 3m^2) + \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}}[\sqrt{x^2 + (2-m)x + m - m^2}] = 0$ có hai nghiệm phân biệt

thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 > 1$?

A. 1.

B. 2.

C. 5.

D. 11.

Hướng dẫn giải

Điều kiện xác định của phương trình là $2x^2 + x + 2m - 3m^2 > 0$ (*)

Phương trình tương đương $\log_2(2x^2 + x + 2m - 3m^2) = \log_2(x^2 + (2-m)x + m - m^2)$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x + 2m - 3m^2 = x^2 + (2-m)x + m - m^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + m - 2m^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = 1 - 2m \end{cases}$$

Các nghiệm của phương trình đã cho thỏa mãn đề bài khi $\begin{cases} 2m^2 + m + 2m - 3m^2 > 0 \\ 2(1-2m)^2 + (1-2m) + 2m - 3m^2 > 0 \\ m^2 + (1-2m)^2 > 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m - m^2 > 0 \\ 5m^2 - 8m + 3 > 0 \\ 5m^2 - 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 3$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài

----- **HẾT** -----

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề gồm có 50 câu, 06 trang)

Họ và tên thí sinh:

Số báo danh:

MÃ ĐỀ: 002

Câu 1: Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bạn từ một lớp có 20 bạn trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm thủ quỹ?

- A. A_{20}^3 . B. C_{20}^3 . C. 20^3 . D. 3^{20} .

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -4$ và công bội $q = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. $u_4 = 600$. B. $u_4 = -500$. C. $u_4 = 200$. D. $u_4 = 800$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 4$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 15$. C. $x = 9$. D. $x = 17$.

Câu 4: Thể tích của khối hộp chữ nhật có đáy là hình vuông cạnh bằng 2 và chiều cao bằng 3 là

- A. 6. B. 18. C. 12. D. 5.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y = (2-x)^{\frac{1}{2}}$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-\infty; 2]$. D. $[2; +\infty)$.

Câu 6: Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$. B. $\int 2f(x)dx = 2\int f(x)dx$.
C. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$. D. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$.

Câu 7: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

- A. 12. B. 4. C. 24. D. 6.

Câu 8: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và chiều cao $h = 3$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

- A. 24π . B. 12π . C. 6π . D. 20π .

Câu 9: Cho khối cầu có thể tích bằng 288π . Khối cầu có bán kính R bằng

- A. $R = 6\sqrt{2}$. B. $R = 6\pi$. C. $R = 6$. D. $R = 6\sqrt{2}\pi$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$		
y	$-\infty$		4		-1		4		$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; 4)$.
B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 2)$.
D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 11: Cho a là số thực dương khác 3. Giá trị của $I = \log_{\frac{a}{3}}\left(\frac{a^3}{27}\right)$ bằng

- A. $I = -\frac{1}{3}$. B. $I = -3$. C. $I = \frac{1}{3}$. D. $I = 3$.

Câu 12: Cho khối nón có bán kính đáy là r và đường cao là h . Thể tích của khối nón bằng

- A. $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. B. $\pi r^2 h$. C. $2\pi r^2 h$. D. $\frac{1}{3}\pi r h^2$.

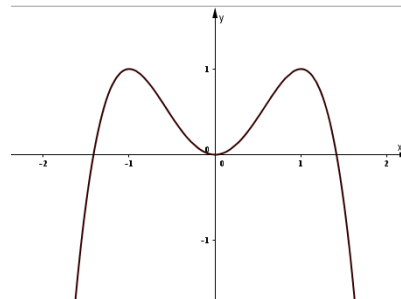
Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

- A. 1. B. 3. C. 5. D. -1.

Câu 14: Đồ thị của hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình sau?



- A. $y = x^3 + 3x^2$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^4 - 2x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

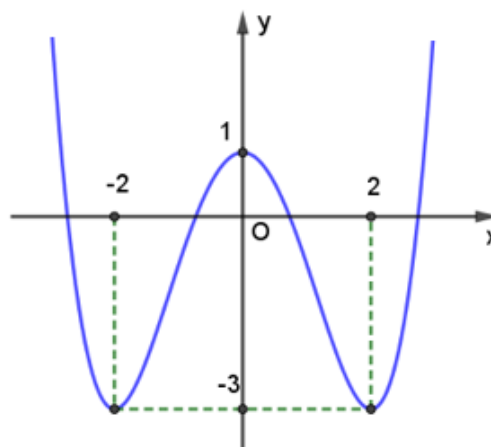
Câu 15: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $y = 1$. D. $y = 0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{2x+1} \leq 25$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\infty; \frac{-1}{2}\right)$. C. $\left(-\infty; \frac{-1}{2}\right]$. D. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 1 = 0$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

- Câu 18:** Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[0;2]$ và $\int_0^2 f(x)dx = 2$, $\int_0^2 g(x)dx = -2$. Giá trị của $\int_0^2 [3f(x) + g(x)]dx$ bằng
- A. 4. B. 8. C. 12. D. 6.
- Câu 19:** Cho số phức $z = 2 + \sqrt{3}i$. Môđun của z bằng
- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{7}$. C. 7. D. 5.
- Câu 20:** Cho các số phức $z = 2 + i$ và $w = 3 - 2i$. Phần ảo của số phức $z + 2w$ bằng.
- A. 8. B. $-3i$. C. -4 . D. -3 .
- Câu 21:** Cho số phức $z = 2i + 1$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?
- A. $H(1;2)$. B. $G(1;-2)$. C. $T(2;-1)$. D. $K(2;1)$.
- Câu 22:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Tọa độ điểm B đối xứng với điểm A qua mặt phẳng (Oxy) là
- A. $(-1;2;3)$. B. $(1;-2;-3)$. C. $(1;-2;0)$. D. $(0;0;3)$.
- Câu 23:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là
- A. $I(1;-2;3)$ và $R = 5$. B. $I(1;-2;3)$ và $R = \sqrt{5}$.
C. $I(-1;2;-3)$ và $R = 5$. D. $I(-1;2;-3)$ và $R = \sqrt{5}$.
- Câu 24:** Trong không gian $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?
- A. $\vec{i} = (1;0;0)$. B. $\vec{m} = (1;1;1)$. C. $\vec{j} = (0;1;0)$. D. $\vec{k} = (0;0;1)$.
- Câu 25:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{-2}$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (-1;a;b)$, $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $T = a^2 - ab$ bằng
- A. $T = 8$. B. $T = 0$. C. $T = 2$. D. $T = 4$.
- Câu 26:** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng
- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .
- Câu 27:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x^2(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?
- A. $f(x)$ có hai điểm cực trị. B. $f(x)$ không có điểm cực trị.
C. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$. D. $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 0$.
- Câu 28:** Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4;4]$. Giá trị của $M + m$ bằng
- A. -1. B. 11. C. 55. D. 48.
- Câu 29:** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $P = 6\log_a b$. B. $9\log_a b$. C. $15\log_a b$. D. $27\log_a b$.
- Câu 30:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ và đường thẳng $y = 1$ là
- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 31:** Bất phương trình $4^{x+1} + 10 \cdot 2^x - 6 < 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên thuộc $[-2020, 2020]$?
- A. 2017. B. 2018. C. 2019. D. 2020.

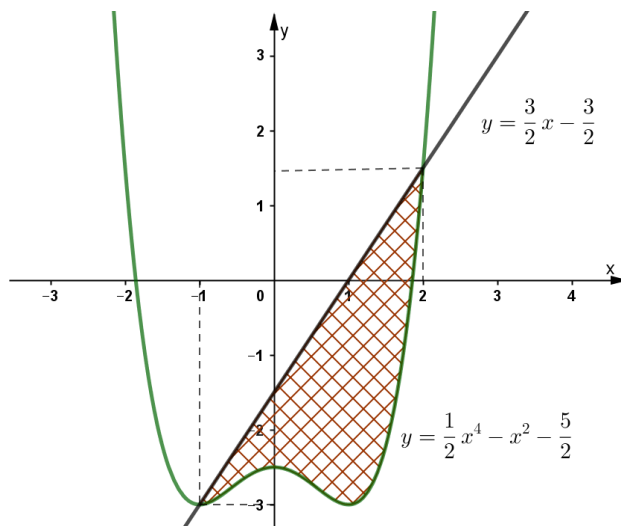
Câu 32: Cho hình nón có thiết diện qua trục là tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $2a\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

- A. $\sqrt{2}\pi a^2$. B. $2\sqrt{2}\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $4\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 33: Xét tích phân $I = \int_0^4 e^{\sqrt{2x+1}} dx$, nếu đặt $u = \sqrt{2x+1}$ thì I bằng

- A. $\frac{1}{2} \int_1^3 ue^u du$ B. $\int_0^4 ue^u du$. C. $\int_1^3 ue^u du$. D. $\frac{1}{2} \int_1^3 e^u du$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình sau bằng



- A. $\int_{-1}^2 \left(\frac{1}{2}x^4 - x^2 - \frac{3}{2}x - 1 \right) dx$. B. $\int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x + 4 \right) dx$.
C. $\int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 - x^2 - \frac{3}{2}x - 4 \right) dx$. D. $\int_{-1}^2 \left(-\frac{1}{2}x^4 + x^2 + \frac{3}{2}x + 1 \right) dx$.

Câu 35: Cho 2 số phức $z_1 = -4 + i$; $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $(z_1 - 1)(z_2 + 2)$ bằng

- A. $19i$. B. $-3i$. C. -3 . D. 19 .

Câu 36: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức phân biệt của phương trình $z^2 - 4z + 13 = 0$. Giá trị của $|z_1 + i|^2 + |z_2 + i|^2$ bằng

- A. 28 . B. $2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$. C. 36 . D. $6\sqrt{2}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{3}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Mặt phẳng đi qua giao điểm của d và mặt phẳng (P) đồng thời vuông góc với d có phương trình là

- A. $2x - y + z - 6 = 0$. B. $2x - y + z - 2 = 0$. C. $x + y + 3z + 7 = 0$. D. $x + y + 3z - 7 = 0$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$. Đường thẳng đi qua A và song song với d có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - 2t \\ z = -2 + 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 2 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - 2t \end{cases}$.

Câu 39: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 học sinh nam (trong đó có Hoàng) và 5 học sinh nữ (trong đó có Lan) thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Hoàng và Lan cũng không đứng cạnh nhau bằng

- A. $\frac{1}{126}$. B. $\frac{125}{126}$. C. $\frac{8}{1575}$. D. $\frac{41}{6300}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AD = 2AB = 2BC = 2a$, M là trung điểm của AD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và CD bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$. C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{21}}{9}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{m-1}{x-m}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

- A. $m \geq 3$. B. $\begin{cases} m < -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. D. $m > 1$.

Câu 42: Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thẻ thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Giá trị nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi).

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		+		+	
y			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a + b < 0$; (3): $a + b + c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O . Biết rằng chiều cao của nón bằng a và bán kính đáy hình nón bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đường tròn đáy nón tại hai điểm A, B mà $AB = 2a\sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $SOAB$ bằng

- A. $5\pi a^2$. B. $17\pi a^2$. C. $7\pi a^2$. D. $26\pi a^2$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^2 x \cdot \cos 4x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{5}{18}$. B. $\frac{5}{36}$. C. $-\frac{5}{36}$. D. $\frac{5}{18}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			2		0	
	$-\infty$				-2	
						$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ của phương trình $|f(\cos x)| = 1$ là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 9.

Câu 47: Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2(x-1) + \log_2(y-1) = 1$. Khi biểu thức $P = 2x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x - 2y = a + b\sqrt{3}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = ab$?

- A. $T = 9$. B. $T = \frac{7}{3}$. C. $T = \frac{5}{3}$. D. $T = 7$.

Câu 48: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m - 20 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 20. Tổng giá trị của tất cả các phần tử của S bằng

- A. 210. B. 105. C. -195. D. 300.

Câu 49: Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau. Gọi H là điểm sao cho $\overrightarrow{ED} = 3\overrightarrow{EH}$ và S là điểm sao cho $\overrightarrow{HB} = 3\overrightarrow{SH}$. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng $\frac{a}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản, khi đó $2a + b$ bằng

- A. 10. B. 40. C. 29. D. 47.

Câu 50: Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

- A. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$. B. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$. D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

----- HẾT -----

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

Tổng điểm của mỗi phần không làm tròn; điểm tổng của toàn bài kiểm tra được làm tròn đến 01 chữ số thập phân.

II. ĐÁP ÁN

Mã đề 555		Mã đề 555		Mã đề 555		Mã đề 555		Mã đề 555	
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	A	11	D	21	B	31	C	41	A
2	B	12	A	22	B	32	B	42	D
3	D	13	A	23	B	33	C	43	B
4	C	14	D	24	D	34	D	44	B
5	B	15	A	25	A	35	D	45	C
6	A	16	D	26	D	36	A	46	B
7	A	17	D	27	C	37	C	47	C
8	B	18	A	28	A	38	B	48	B
9	C	19	B	29	A	39	C	49	B
10	D	20	D	30	C	40	C	50	B

II. HƯỚNG DẪN GIẢI CÂU VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

Câu 39: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 học sinh nam (trong đó có Dũng) và 5 học sinh nữ (trong đó có Hoa) thành một hàng ngang. Tính xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Dũng và Hoa cũng không đứng cạnh nhau.

- A. $\frac{1}{126}$.
B. $\frac{125}{126}$.
C. $\frac{8}{1575}$.
D. $\frac{41}{6300}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

A là biến cố “hai học sinh khác giới đứng cạnh nhau”.

B là biến cố “hai học sinh khác giới đứng cạnh nhau và Hoàng, Lan đứng cạnh nhau”.

C là biến cố “hai học sinh khác giới đứng cạnh nhau và Hoàng, Lan không đứng cạnh nhau”.

Ta có $n(C) = n(A) - n(B) = 2.5!.5! - 2.4!.4!.9 = 18432$.

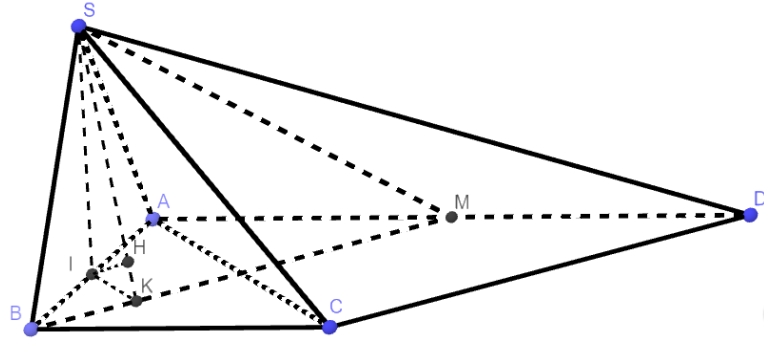
Xác suất cần tìm là $P(C) = \frac{n(C)}{n(\Omega)} = \frac{18432}{10!} = \frac{8}{1575}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $AD = 2AB = 2BC = 2a$, M là trung điểm của AD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và CD .

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

- B. $\frac{a\sqrt{21}}{5}$.
- C. $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.
- D. $\frac{a\sqrt{21}}{9}$.

Hướng dẫn giải



Gọi I, M lần lượt là trung điểm của AB, AD . Vì tam giác SAB đều nên trung tuyến SI cũng là đường cao, do đó $SI \perp AB$ suy ra $SI \perp (ABCD)$.

Từ giả thiết ta có $AMCB$ là hình vuông, $AC = a\sqrt{2}$.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu của I trên BM, SK . (1)

Ta có $\begin{cases} BM \perp IK \\ BM \perp SI \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SIK) \Rightarrow BM \perp IH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $IH \perp (SBM) \Rightarrow d(I, (SBM)) = IH$

Vì $CD \parallel BM \Rightarrow CD \parallel (SBM)$ nên

$$d(CD, SM) = d(D, (SBM)) = d(A, (SBM)) = 2d(I, (SBM)) = 2IH$$

$$\text{Để thấy } SI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; IK = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{Do đó: } \frac{1}{IH^2} = \frac{1}{SI^2} + \frac{1}{IK^2} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{21}}{14}a.$$

$$\text{Vậy } d(SM, CD) = 2IH = \frac{\sqrt{21}}{7}a.$$

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{m-1}{x-m}$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

A. $m \geq 3$.

B. $\begin{cases} m < -1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$.

D. $m > 1$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện xác định $x \neq m$.

$$\text{Khi đó hàm số nghịch biến trên } (-1;3) \Leftrightarrow y' < 0, \forall x \in (-1;3) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-m}{(x-m)^2} < 0, \forall x \in (-1;3) \\ m \notin (-1;3) \end{cases} \Leftrightarrow m \geq 3.$$

Kết hợp với điều kiện trên ta có $m \geq 3$ thỏa ycbt.

Câu 42: Ông Nam gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 1 năm với lãi suất là 12% một năm. Sau n năm ông Nam rút toàn bộ số tiền (cả vốn lẫn lãi). Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng (giả sử lãi suất hàng năm không thay đổi).

- A. 4.
B. 5.
C. 2.
D. 3.

Hướng dẫn giải

Gọi T_n là tiền cả vốn lẫn lãi sau n năm, a là số tiền ban đầu, r là lãi suất hàng năm.

Ta có: $a = 100$ (triệu đồng), $r = 12\% = 0,12$.

Sau năm thứ n : $T_n = a(1+r)^n$.

Để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu đồng thì $T_n > a + 40 \Rightarrow T_n > 140$.

$$\Leftrightarrow a(1+r)^n > 140 \Rightarrow (1+r)^n > \frac{140}{a} \Rightarrow n \ln(1+r) > \ln\left(\frac{140}{a}\right).$$

$$\Rightarrow n > \frac{\ln \frac{140}{a}}{\ln(1+r)} = \frac{\ln \frac{140}{100}}{\ln(1+0,12)} \approx 2,96899444.$$

Vậy để số tiền lãi nhận được lớn hơn 40 triệu thì $n > 2,96899444$.

Vậy số n là số nguyên dương nhỏ nhất thỏa mãn là $n = 3$ (năm).

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ (a, b, c là các tham số) có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

Xét các phát biểu sau: (1): $c > 1$; (2): $a + b < 0$; (3): $a + b + c = 0$; (4): $a > 0$. Số phát biểu đúng là?

- A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. 4.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ nên ta có hệ

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \\ ac - b > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2b \\ a = b \\ ac - b > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = -2b \\ a = b \\ -2b^2 - b > 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 < c < 1 \\ -\frac{1}{2} < a < 0 \\ -\frac{1}{2} < b < 0 \\ a + b + c = 0 \end{array} \right.$$

Dựa vào hệ trên ta có các phát biểu (1), (4) là sai, (2), (3) đúng.

Câu 44: Cho hình nón đỉnh S và đáy là hình tròn tâm O . Biết rằng chiều cao của nón bằng a và bán kính đáy nón bằng $2a$. Một mặt phẳng (P) đi qua đỉnh S và cắt đường tròn đáy nón tại hai điểm A, B mà $AB = 2a\sqrt{3}$. Hãy tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối tứ diện $SOAB$.

- A. $5\pi a^2$.
B. $17\pi a^2$.
 C. $7\pi a^2$.
 D. $26\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Gọi d là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB và trục đường tròn d cắt đường trung trực của đoạn thẳng SO tại I . Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác OAB thì $r = OK$.

Khi đó R là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.OAB$ thì $R = IO = IS = IA = IB$.

$$\text{Ta có } S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} OH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{OA^2 - AH^2} \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{4a^2 - (a\sqrt{3})^2} \cdot 2a\sqrt{3} = a^2\sqrt{3}.$$

$$\text{Mặt khác } S_{\triangle OAB} = \frac{OA \cdot OB \cdot AB}{4r} \Rightarrow r = \frac{OA \cdot OB \cdot AB}{4S} = \frac{2a \cdot 2a \cdot 2a\sqrt{3}}{4a^2\sqrt{3}} = 2a..$$

$$\text{Khi đó } R = \sqrt{OK^2 + ON^2} = \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{17}}{2} \Rightarrow S_{m.c} = 4\pi \cdot R^2 = 17\pi a^2.$$

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^2 x \cdot \cos 4x, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{5}{18}$.
 B. $\frac{5}{36}$.
C. $-\frac{5}{36}$.
 D. $\frac{5}{18}$.

Hướng dẫn giải

$$f'(x) = \sin^2 x \cdot \cos 4x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \cdot \cos 4x = \frac{1}{2} (\cos 4x - \cos 2x \cdot \cos 4x) = \frac{\cos 4x}{2} - \frac{\cos 6x}{4} - \frac{\cos 2x}{4}$$

$$\text{Do đó } f(x) = \int f'(x) dx = \int \left(\frac{\cos 4x}{2} - \frac{\cos 6x}{4} - \frac{\cos 2x}{4} \right) dx = \frac{\sin 4x}{8} - \frac{\sin 6x}{24} - \frac{\sin 2x}{8} + C.$$

Vì $f(0) = 0$ nên $C = 0$. Do đó $f(x) = \frac{\sin 4x}{8} - \frac{\sin 6x}{24} - \frac{\sin 2x}{8}$

$$\Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{\sin 4x}{8} - \frac{\sin 6x}{24} - \frac{\sin 2x}{8} \right) dx = \left(-\frac{\cos 4x}{32} + \frac{\cos 6x}{144} + \frac{\cos 2x}{16} \right) \Bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{5}{36}$$

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	The graph shows a function $f(x)$ with a local maximum at $x = -1$ (value 2) and a local minimum at $x = 1$ (value -2). The function passes through $(-\infty, -\infty)$, $(0, 0)$, and $(+\infty, +\infty)$.					

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ của phương trình $|f(\cos x)| = 1$ là

- A. 6.
B. 7.
C. 8.
D. 9.

Hướng dẫn giải

Ta có $|f(\cos x)| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(\cos x) = 1 \\ f(\cos x) = -1 \end{cases}$

+) Với $f(\cos x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = a < -1 \text{ (VN}_0\text{)} \\ \cos x = b \in (-1; 0) \\ \cos x = c > 1 \text{ (VN}_0\text{)} \end{cases}$.

Khi đó $\cos x = b \in (-1; 0)$ với $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ nên có 3 nghiệm.

+) Với $f(\cos x) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = d < -1 \text{ (VN}_0\text{)} \\ \cos x = e \in (0; 1) \\ \cos x = f > 1 \text{ (VN}_0\text{)} \end{cases}$.

Khi đó $\cos x = e \in (0; 1)$ với $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ nên có 7 nghiệm.

Vậy số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 3\pi\right]$ của phương trình $|f(\cos x)| = 1$ là 6.

Câu 47: Xét các số thực x, y thỏa mãn $\log_2(x-1) + \log_2(y-1) = 1$. Khi biểu thức $P = 2x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $3x - 2y = a + b\sqrt{3}$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $T = ab$?

- A. $T = 9$.
B. $T = \frac{7}{3}$.
C. $T = \frac{5}{3}$.

D. $T = 7$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} x-1 > 0 \\ y-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ y > 1 \end{cases}$

Khi đó: $\log_2(x-1) + \log_2(y-1) = 1 \Leftrightarrow (x-1)(y-1) = 2 \Leftrightarrow y-1 = \frac{2}{x-1} \Leftrightarrow y = \frac{2}{x-1} + 1$

Suy ra: $P = 2x + 3y = 2x + \frac{6}{x-1} + 3 = 2(x-1) + \frac{6}{x-1} + 5$

Ta có: $P = 2x + \frac{6}{x-1} + 3 \Rightarrow P' = 2 - \frac{6}{(x-1)^2}$

$P' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{3} \text{ (N)} \\ x = 1 - \sqrt{3} \text{ (L)} \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	1	$1 + \sqrt{3}$	$+\infty$
P'	—	0	+
P	$+\infty$	$4\sqrt{3} + 5$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $P_{\min} = 4\sqrt{3} + 5 \Leftrightarrow x = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3}$.

Do đó: $3x - 2y = 3(1 + \sqrt{3}) - 2\left(\frac{2\sqrt{3} + 3}{3}\right) = 1 + \frac{5}{3}\sqrt{3} \Rightarrow a = 1; b = \frac{5}{3} \Rightarrow T = ab = \frac{5}{3}$.

Câu 48: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m - 20 \right|$ trên đoạn $[0; 2]$ không vượt quá 20. Tính tổng các phần tử của S .

A. 210 .

B. 105 .

C. -195.

D. 300.

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{19}{2}x^2 + 30x + m - 20$, ta có $f'(x) = x^3 - 19x + 30$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 19x + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = -5 \end{cases}$, do $x \in [0; 2]$ nên chọn $x = 2$.

$f(2) = m + 6, f(0) = m - 20$. Khi đó $\max_{[0; 2]} y = \max\{|m + 6|; |m - 20|\}$.

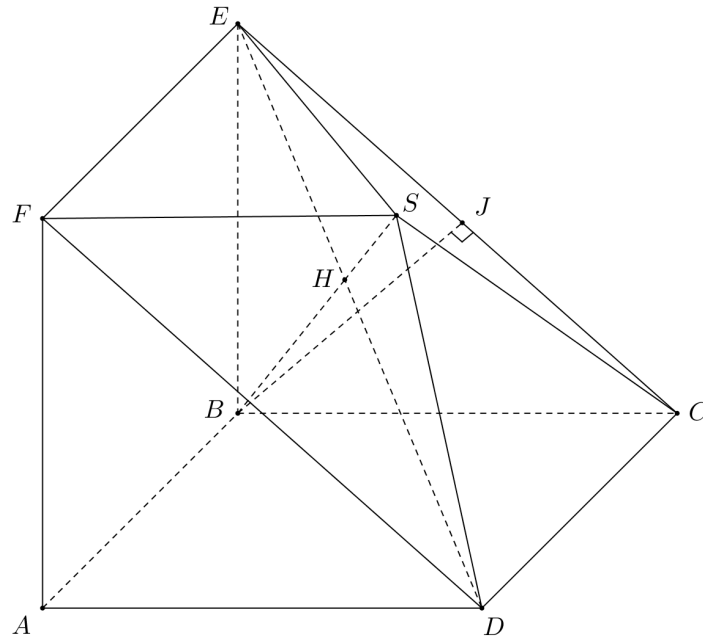
Theo bài ra ta có $\begin{cases} |m + 6| \leq 20 \\ |m - 20| \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in [-26; 14] \\ m \in [0; 40] \end{cases} \Leftrightarrow m \in [0; 14]$.

Vì m nguyên nên $m \in \{0; 1; \dots; 14\} \Rightarrow S = \{0; 1; \dots; 14\}$. Tổng các phần tử của S bằng 105.

Câu 49: Cho hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ có cạnh bằng 1, lần lượt nằm trên hai mặt phẳng vuông góc nhau. Gọi H là điểm sao cho $\overrightarrow{ED} = 3\overrightarrow{EH}$ và S là điểm sao cho $\overrightarrow{HB} = 3\overrightarrow{SH}$. Thể tích của khối đa diện $ABCDSEF$ bằng $\frac{a}{b}$ ($a, b \in \mathbb{N}^*, (a, b) = 1$), khi đó $2a + b$ bằng

- A. 10.
B. 40.
C. 29.
D. 47.

Hướng dẫn giải



Ta có
$$\begin{cases} \Delta ADF = \Delta BCE, (ADF) \parallel (BCE) \text{ (cùng } \perp AB) \\ EF \parallel AB \parallel CD \\ EF = AB = CD \end{cases}$$

$\Rightarrow ADF.BCE$ là hình lăng trụ đứng có đáy là ΔADF .

$$\Rightarrow V_{ADF.BCE} = AB \cdot S_{ADF} = 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

Dựng $BJ \perp EC$.

Do $CD \perp (EBC) \Rightarrow CD \perp BJ$.

Từ $BJ \perp EC, BJ \perp CD \Rightarrow BJ \perp (EFDC) \Rightarrow d[B, (EFDC)] = BJ = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{BE^2} + \frac{1}{BC^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$

$$BS \cap (EFDC) = \{H\} \Rightarrow \frac{d[S, (EFDC)]}{d[B, (EFDC)]} = \frac{SH}{BH} = \frac{1}{3} \Rightarrow d[S, (EFDC)] = \frac{1}{3\sqrt{2}}.$$

$$(ABEF) \perp (ABCD) \Rightarrow FA \perp (ABCD) \Rightarrow \Delta FAB \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow FD = AD\sqrt{2} = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow S_{CDFE} = FD \cdot CD = \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow V_{S.CDFE} = \frac{1}{3} d[S, (CDFE)] \cdot S_{CDFE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{9}.$$

$$\text{Ta có } V_{ABCDSEF} = V_{ADF.BCE} + V_{S.CDFE} = \frac{1}{2} + \frac{1}{9} = \frac{11}{18} \Rightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = 18 \end{cases} \Rightarrow 2a + b = 40.$$

Câu 50: Cho bất phương trình $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$, với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$.

A. $m > \frac{2+2\sqrt{3}}{3}$.

B. $m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

C. $m \geq \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

D. $m \geq -\frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Xét bất phương trình: $m \cdot 3^{x+1} + (3m+2)(4-\sqrt{7})^x + (4+\sqrt{7})^x > 0$ (1)

Chia hai vế bất phương trình cho $3^x > 0$ ta được: $\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x + (3m+2)\left(\frac{4-\sqrt{7}}{3}\right)^x + 3m > 0$ (2)

Nhân 2 vế của bất phương trình (2) cho $\left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x > 0$ và đặt $t = \left(\frac{4+\sqrt{7}}{3}\right)^x$ ta được

$$t^2 + 3mt + 3m + 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow 3m(t+1) > -t^2 - 2$$

$$\Leftrightarrow 3m > \frac{-t^2 - 2}{t+1} \quad (3)$$

Khi đó bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi $x \in (-\infty; 0)$

$\Leftrightarrow$ bất phương trình (3) nghiệm đúng với mọi $t \in (0; 1)$

Xét hàm số $f(t) = \frac{-t^2 - 2}{t+1}$, với $t \in (0; 1)$

Ta có $f'(t) = \frac{-t^2 - 2t + 2}{(t+1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 - \sqrt{3} \notin (0; 1) \\ t = -1 + \sqrt{3} \in (0; 1) \end{cases}$

Bảng biến thiên

t	0	$-1+\sqrt{3}$	1
$f'(t)$	+	0	-
$f(t)$		$2-2\sqrt{3}$	

Từ bảng biến thiên suy ra $3m > 2-2\sqrt{3} \Leftrightarrow m > \frac{2-2\sqrt{3}}{3}$.

=====

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề gồm có 50 câu, 06 trang)

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

MÃ ĐỀ: 003

Câu 1: Có bao nhiêu tập hợp con có 4 phần tử của tập hợp A gồm 11 phần tử?

- A.** A_{11}^4 . **B.** C_{11}^4 . **C.** $4!$. **D.** $11!+4!$.

Câu 2: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$ là

- A.** $S = \emptyset$. **B.** $S = \{1; 2\}$. **C.** $S = \{0\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Câu 3: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$, công sai $d = 5$. Giá trị của u_{10} bằng

- A.** 43. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2)$ là

- A.** $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Câu 5: Khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 3; 2; 7 thì có thể tích bằng

- A.** 42. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 21.

Câu 6: Cho số phức $z = -3 + 4i$. Môđun của z bằng

- A.** 25. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 7: Khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6, chiều cao bằng 5 thì có thể tích bằng

- A.** 10. **B.** 30. **C.** 15. **D.** 25.

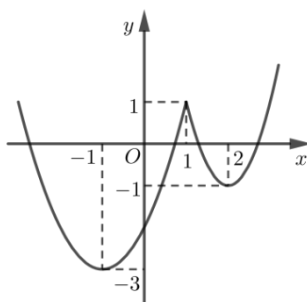
Câu 8: Nếu $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + e^x + C$ thì $f(x)$ bằng

- A.** $f(x) = 3x^2 + e^x$. **B.** $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. **C.** $f(x) = x^2 + e^x$. **D.** $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$.

Câu 9: Trong mặt phẳng tọa độ, $M(-1; 4)$ là biểu diễn hình học của số phức

- A.** $-1 + 4i$. **B.** $4 - i$. **C.** $4i$. **D.** $1 - 4i$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

- A.** Đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$. **B.** Nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

C. Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 11: Cho số phức $z = -1 + 5i$. Điểm biểu diễn hình học của số phức $i + z$ trong mặt phẳng Oxy có tọa độ là

A. $(-1; 6)$.

B. $(-1; 5)$.

C. $(0; 5)$.

D. $(6; 1)$.

Câu 12: Hình nón có bán kính đáy bằng 3, chiều cao bằng 4 thì có diện tích toàn phần bằng

A. 24π .

B. 12π .

C. 21π .

D. 25π .

Câu 13: Với a là số nguyên dương tùy ý, $\log_{\frac{1}{2}} a^3$ bằng

A. $3 - \log_2 a$.

B. $\frac{3}{2} \log_2 a$.

C. $-3 \log_2 a$.

D. $3 \log_2 a$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		5		1		$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại

A. $x = 3$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 5$.

Câu 15: Khối trụ có bán kính đáy bằng 3, chiều cao bằng đường kính đáy thì có thể tích bằng

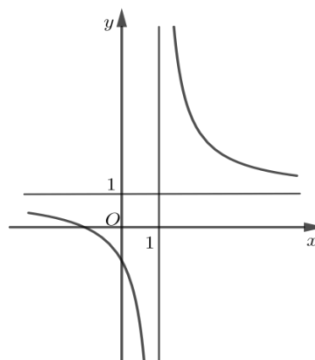
A. 18π .

B. 27π .

C. 54π .

D. 6π .

Câu 16: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

C. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 17: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{-3x-1}$ là

A. $y = -5$.

B. $y = \frac{-2}{3}$.

C. $y = \frac{-1}{3}$.

D. $y = -1$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của $M(3; 2; -1)$ lên trục Oy có tọa độ là

A. $(0; 0; -1)$.

B. $(3; 0; 0)$.

C. $(0; 2; 0)$.

D. $(3; 2; 0)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1$ là

A. $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

B. $\left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

Câu 20: Hình cầu có diện tích bằng 4π thì khối cầu tương ứng có thể tích bằng

- A. $\frac{16\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		$\nearrow 2$		$\searrow -2$		$\nearrow +\infty$
	$-\infty$					

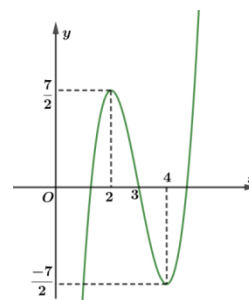
Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = f(2)$ là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 22: Nếu $\int_1^5 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng

- A. -6. B. 6. C. 9. D. 12.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Giá trị cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x) - 1$ là

- A. $-\frac{7}{2}$. B. $-\frac{5}{2}$. C. $-\frac{9}{2}$. D. 4.

Câu 24: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 6i$, $z_2 = (1 + i)^2$. Phần thực của số phức $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. -4. B. -6. C. 12. D. -12.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (x; 2 - x; -1)$ thỏa mãn $|\vec{a}| = \sqrt{3}$. Giá trị của x bằng

- A. 3. B. 1. C. 5. D. $\sqrt{3}$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$. Giá trị của biểu $2M + m$ bằng

- A. 2. B. -1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Độ dài cạnh SC bằng

- A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a$. D. $a\sqrt{5}$.

- Câu 28:** Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $2z^2 - 4z + 15 = 0$. Giá trị của biểu thức $(z_1 - 1)^2 + (z_2 - 1)^2$ bằng
- A. -15. B. $-\frac{13}{2}$ C. -26. D. -13.
- Câu 29:** Cho hai số thực a, b dương tùy ý và khác 1. Giá trị biểu thức $P = \log_{\frac{1}{4}}(\log_a b^2 \cdot \log_b a)$ bằng
- A. -2. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.
- Câu 30:** Mặt phẳng chứa trục của hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Thể tích khối trụ tương ứng bằng
- A. 16π . B. 8π . C. 24π . D. 4π .
- Câu 31:** Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x + \frac{2}{x-1}$ và đường thẳng $y = 2x$ là
- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.
- Câu 32:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; -4)$. Độ dài đoạn thẳng OA bằng
- A. $\sqrt{21}$. B. 1. C. 7. D. 21.
- Câu 33:** Bất phương trình $\log_4(x^2 - 3x) > \log_2(9 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?
- A. vô số. B. 1. C. 4. D. 3.
- Câu 34:** Xét $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx$, nếu đặt $t = \sqrt{1+x^2}$ thì $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+x^2} dx$ bằng
- A. $\int_0^2 (t^2 - 1) dt$. B. $\int_1^{\sqrt{2}} (t^2 - 1) dt$. C. $\int_0^1 t^2 (t^2 - 1) dt$. D. $\int_1^{\sqrt{2}} t^2 (t^2 - 1) dt$.
- Câu 35:** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 4t \end{cases}$. Giao điểm của Δ với mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là
- A. $(3; 1; -1)$. B. $(1; 0; 2)$. C. $(-1; 3; 7)$. D. $(5; 0; -5)$.
- Câu 36:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ, bán kính bằng 2 thì có phương trình là
- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x = 4$. B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 4$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2y = 4$.
- Câu 37:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3; 1; 2)$ và $B(1; -1; -4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là
- A. $4x + 2y + 6z - 11 = 0$. B. $2x + 2y + 6z - 5 = 0$.
C. $x + y + z - 1 = 0$. D. $x + y + 3z + 1 = 0$.
- Câu 38:** Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 2x$, $y = 0$. Vật thể tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục hoành có thể tích bằng

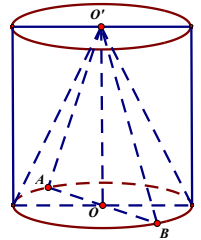
A. $\int_0^2 |x^2 - 2x| dx$. B. $\pi \int_0^2 |x^2 - 2x| dx$. C. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. D. $\int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.

Câu 39: Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các phần tử của tập hợp A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn luôn có mặt đúng 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ bằng

A. $\frac{3}{140}$. B. $\frac{3}{45}$. C. $\frac{18}{35}$. D. $\frac{1}{5}$.

Câu 40: Cho hình trụ có chiều cao bằng 4. Xét hình nón có đáy trùng với đáy hình trụ, đỉnh là tâm của hình tròn đáy hình trụ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng qua trục cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông $O'AB$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. 32π . B. 20π .
C. 16π . D. $16\pi\sqrt{2}$.



Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \frac{x + 2019m}{\sqrt{x^2 + 1}}$

đồng biến trên khoảng $(2020; +\infty)$?

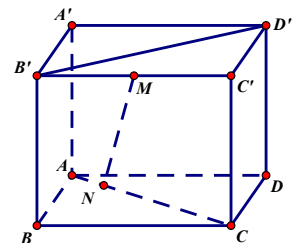
A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 4041.

Câu 42: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$; trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$) và t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 200 con, sau 3 giờ tăng trưởng thành 500 con. Số giờ ít nhất để số lượng vi khuẩn có được gấp 10 lần số lượng vi khuẩn ban đầu là

A. 8 giờ. B. 7 giờ. C. 5 giờ. D. 10 giờ.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Điểm M là trung điểm cạnh $B'C'$, điểm N thuộc đoạn AC sao cho $NC = 4NA$ (tham khảo hình vẽ). Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$. Giá trị của $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{173}}{346}$. B. $\frac{5\sqrt{173}}{173}$.
C. $\frac{\sqrt{21}}{21}$. D. $\frac{5\sqrt{346}}{346}$.



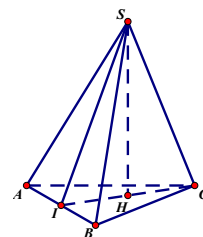
Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0; b < 0; c > 0; d < 0$. B. $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$.
C. $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$. D. $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi I là trung điểm AB , H là trung điểm CI , SH vuông góc mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CI bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

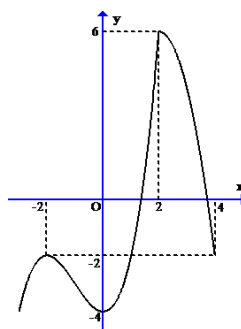
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{21}$. B. $\frac{a^3\sqrt{7}}{21}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{21}}{84}$. D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{21}$.



Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{x}{x+f^2(x)}$. Biết $\int_3^4 G(x)dx = 1$ và $4G(4) - 3G(3) = 4$. Tích phân $\int_3^4 \frac{x^2}{x+f^2(x)}dx$ bằng

A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2;2]$?

A. 11. B. 9. C. 8. D. 10.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ với $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$ và $0 \leq x \leq 3000$

Thỏa mãn $3(9^y + 2y) = x + \log_3(x+1)^3 - 2$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 49: Biết hai hàm số $h(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$ và $g(x) = -x^3 + bx^2 - 3x + 1$ có chung ít nhất một điểm cực trị x_0 . Giá trị của biểu thức $P = |a| + |b|$ nhỏ nhất thì x_0 bằng

- A. $-\sqrt{\frac{5}{6}}$. B. $-\frac{\sqrt{30}}{5}; \frac{\sqrt{30}}{5}$. C. $-\frac{\sqrt{30}}{6}; \frac{\sqrt{30}}{6}$. D. $\sqrt{\frac{5}{6}}$.

Câu 50: Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ với x, y nguyên và $1 \leq x, y \leq 2020$ thỏa mãn?

$$(xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) ?$$

- A. 2017. B. 4034. C. 2. D. 2017.2020.

----- HẾT -----

I. HƯỚNG DẪN CHUNG

- Tổng điểm của mỗi phần không làm tròn; điểm tổng của toàn bài kiểm tra được làm tròn đến 01 chữ số thập phân.

- Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm.

II. ĐÁP ÁN

Mã đề 003									
Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	B	11	A	21	B	31	A	41	C
2	B	12	A	22	A	32	A	42	A
3	A	13	C	23	C	33	D	43	D
4	A	14	A	24	C	34	D	44	D
5	A	15	C	25	B	35	D	45	D
6	B	16	B	26	C	36	B	46	C
7	B	17	B	27	C	37	D	47	C
8	C	18	C	28	D	38	C	48	C
9	A	19	D	29	D	39	C	49	C
10	C	20	D	30	A	40	D	50	B

Hướng dẫn từ câu 39

Câu 39: Cho tập hợp $A = \{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các phần tử của tập hợp A . Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn luôn có mặt đúng 2 chữ số chẵn và 2 chữ số lẻ bằng

- A. $\frac{3}{140}$. B. $\frac{3}{45}$. C. $\frac{18}{35}$. D. $\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của tập hợp S là $A_8^4 = 1680$

Số cách chọn 1 số tự nhiên từ tập S là $n(\Omega) = C_{1680}^1 = 1680$

Để số tự nhiên chọn được thỏa mãn đề bài ta thực hiện như sau

+ Số cách chọn 2 chữ số chẵn trong số các chữ số : 2; 4; 6; 8 là $C_4^2 = 6$

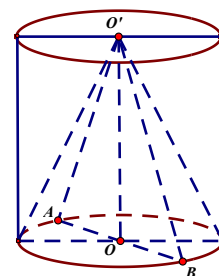
+ Số cách chọn 2 chữ số lẻ trong số các chữ số : 3; 5; 7; 9 là $C_4^2 = 6$

Số cách chọn số thỏa mãn đề bài là $n(A) = C_4^2 \cdot C_4^2 \cdot 4! = 864$

Xác suất phải tìm bằng $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{864}{1680} = \frac{18}{35}$

Câu 40: Cho hình trụ có chiều cao bằng 4. Xét hình nón có đáy trùng với đáy hình trụ, đỉnh là tâm của hình tròn đáy hình trụ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng qua trục cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông $O'AB$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. 32π . B. 20π .
C. 16π . D. $16\pi\sqrt{2}$.



Hướng dẫn giải

Vì $O'A = O'B$ và tam giác $O'AB$ vuông nên $AB = 2OO' = 8$, $O'A = 4\sqrt{2}$

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi.4.4\sqrt{2} = 16\pi\sqrt{2}$

Câu 41: Có bao nhiêu số nguyên $m \in [-2020; 2020]$ để hàm số $y = \frac{x+2019m}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trên khoảng $(2020; +\infty)$?

A. 2019.

B. 2020.

C. 2021.

D. 4041.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{\sqrt{x^2+1} - \frac{x(x+2019m)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \frac{1-2019mx}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}.$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2020; +\infty)$

$$\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x > 2020 \Leftrightarrow 1-2019mx \geq 0, \forall x > 2020 \Leftrightarrow \frac{1}{x} \geq 2019m, \forall x > 2020 \Leftrightarrow m \leq 0.$$

Suy ra $m \in \{-2020, -2019, \dots, 0\}$.

Vậy có 2021 số nguyên m thỏa mãn bài toán.

Câu 42: Sự tăng trưởng của một loại vi khuẩn được tính theo công thức $S = A.e^{rt}$; trong đó A là số lượng vi khuẩn ban đầu, r là tỉ lệ tăng trưởng ($r > 0$) và t là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 200 con, sau 3 giờ tăng trưởng thành 500 con. Hỏi phải mất ít nhất mấy giờ thì số lượng vi khuẩn có được gấp 10 lần số lượng vi khuẩn ban đầu?

A. 8 giờ.

B. 7 giờ.

C. 5 giờ.

D. 10 giờ.

Hướng dẫn giải

$$\text{Ta có: } A = 200, t = 3 \text{ thì } S(3) = 200.e^{r.3} = 500 \Rightarrow r = \frac{1}{3} \ln \frac{5}{2}$$

Số vi khuẩn tăng gấp 10 so với lúc đầu:

$$\Leftrightarrow A.e^{rt} = 10A \Leftrightarrow rt = \ln 10 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 10}{r} = \frac{3 \ln 10}{\ln \frac{5}{2}} \approx 7,54 \text{ giờ.}$$

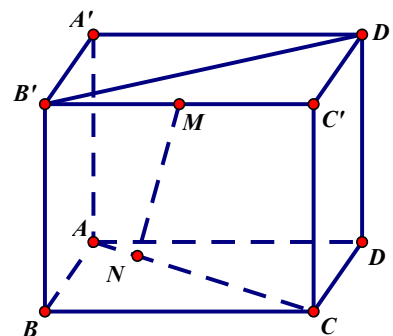
Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Điểm M là trung điểm cạnh $B'C'$, điểm N thuộc đoạn AC sao cho $NC = 4NA$ (tham khảo hình vẽ). Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$. Giá trị của $\cos \varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{173}}{346}$.

B. $\frac{5\sqrt{173}}{173}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{21}$.

D. $\frac{5\sqrt{346}}{346}$.

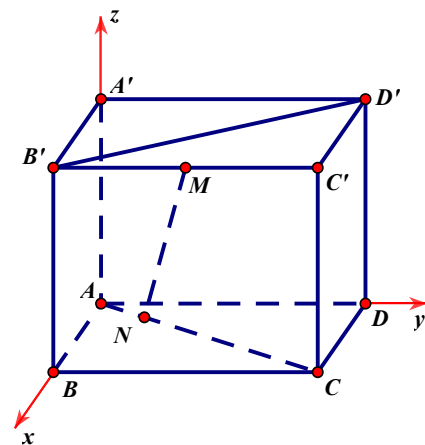


Hướng dẫn giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, trong đó $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$, $C(a;a;0)$, $D'(0;a;a)$, $C'(a;a;a)$, $B'(a;0;a)$, $N\left(\frac{a}{5};\frac{a}{5};0\right)$ và $M\left(a;\frac{a}{2};a\right)$

$$\overrightarrow{D'B'} = (a; -a; 0); \quad \overrightarrow{NM} = \left(\frac{4a}{5}; \frac{3a}{10}; a\right)$$

$$\cos \varphi = \frac{|\overrightarrow{D'B'} \cdot \overrightarrow{NM}|}{|\overrightarrow{D'B'}| \cdot |\overrightarrow{NM}|} = \frac{\left|a \cdot \frac{4a}{5} + (-a) \cdot \frac{3a}{10} + 0 \cdot a\right|}{\sqrt{a^2 + (-a)^2 + 0^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{4a}{5}\right)^2 + \left(\frac{3a}{10}\right)^2 + a^2}} = \frac{5}{\sqrt{346}}$$



Câu 44: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ sau:

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0; b < 0; c > 0; d < 0$.

B. $a < 0; b < 0; c > 0; d > 0$.

C. $a < 0; b > 0; c < 0; d > 0$.

D. $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị đi xuống trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(2; +\infty)$; đi lên trên khoảng $(-1; 2)$ nên ta có $a < 0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$. (1)

Từ đồ thị ta suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt trái dấu x_1 và x_2 .

$$\text{Mà } x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

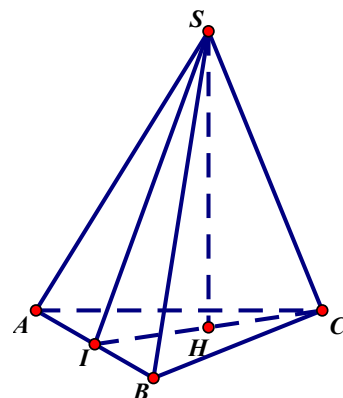
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow c > 0.$$

Suy ra $a < 0; b > 0; c > 0; d > 0$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh $2a$.

Gọi I là trung điểm AB , H là trung điểm CI , SH vuông góc mặt phẳng (ABC) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và

CI bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ (tham khảo hình vẽ). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{21}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{21}}{84}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{7}}{21}$.
D. $\frac{a^3\sqrt{21}}{21}$.

Hướng dẫn giải

Gọi N là đỉnh của hình chữ nhật $AIHN$ và K là hình chiếu vuông góc của H lên SN

Vì $AN \parallel CI \Rightarrow CI \parallel (SAN)$ và $NH \parallel AI \Rightarrow HN \perp AN$,

$$AN \perp SH \Rightarrow AN \perp (SHN)$$

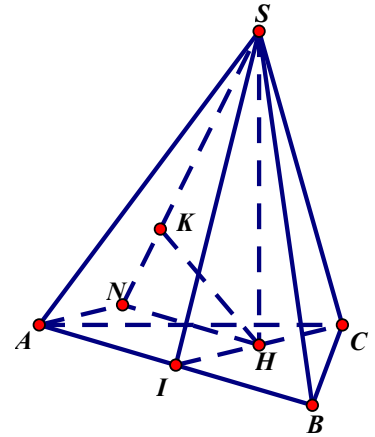
$$\Rightarrow AN \perp HK \Rightarrow HK \perp (SAN)$$

$$\text{Nên } d(SA, CI) = d(CI, (SAN)) = d(H, (SAN)) = HK = \frac{a\sqrt{2}}{4}$$

$\triangle ABC$ đều cạnh $2a$ nên $AI = a = NH$

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HN^2} + \frac{1}{SH^2} \Rightarrow SH = \frac{a}{\sqrt{7}}$$

$$\text{Thể tích khối chóp } S.ABC \quad V = \frac{1}{3}SH.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{\sqrt{7}} \cdot \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{21}}{21}$$



Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số

$$y = \frac{x}{x + f^2(x)}. \text{ Biết } \int_3^4 g(x) dx = 1 \text{ và } 4g(4) - 3g(3) = 4. \text{ Tích phân } \int_3^4 \frac{x^2}{x + f^2(x)} dx \text{ bằng}$$

A. 2.

B. 4.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

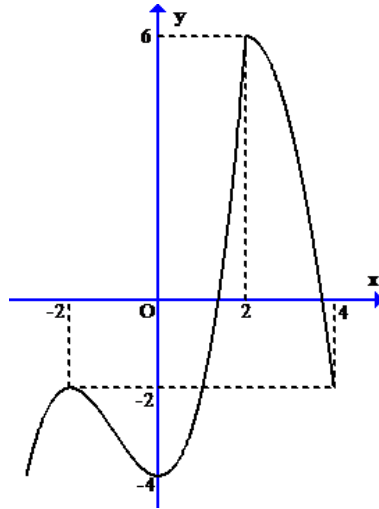
$$g(x) \text{ là một nguyên hàm của } y = \frac{x}{x + f^2(x)} \Rightarrow g'(x) = \frac{x}{x + f^2(x)}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = g(x) \\ dv = dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = g'(x) dx \\ v = x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int_3^4 g(x) dx = xg(x) \Big|_3^4 - \int_3^4 xg'(x) dx = (4g(4) - 3g(3)) - \int_3^4 \frac{x^2}{x + f^2(x)} dx$$

$$\Rightarrow 1 = 4 - \int_3^4 \frac{x^2}{x + f^2(x)} dx \Rightarrow \int_3^4 \frac{x^2}{x + f^2(x)} dx = 3.$$

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2}+1\right)+x=m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2; 2]$?

A. 11.

B. 9.

C. 8.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \frac{x}{2} + 1$, khi $-2 \leq x \leq 2$ thì $0 \leq t \leq 2$.

Phương trình đã cho trở thành $\frac{1}{3}f(t) + 2t - 2 = m \Leftrightarrow f(t) + 6t - 6 = 3m$.

Xét hàm số $g(t) = f(t) + 6t - 6$ trên đoạn $[0; 2]$.

Ta có $g'(t) = f'(t) + 6$. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ nên $f'(t) > 0, \forall t \in (0; 2) \Rightarrow g'(t) > 0, \forall t \in (0; 2)$ và $g(0) = -10; g(2) = 12$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(t)$ trên đoạn $[0; 2]$

t	0	2
$g'(t)$		+
$g(t)$	-10	12

Phương trình đã cho có nghiệm thuộc đoạn $[-2; 2]$ khi và chỉ khi phương trình $g(t) = 3m$ có nghiệm thuộc đoạn $[0; 2]$ hay $-10 \leq 3m \leq 12 \Leftrightarrow -\frac{10}{3} \leq m \leq 4$.

Mặt khác m nguyên nên $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}$.

Vậy có 8 giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số $(x; y)$ với x, y nguyên thỏa mãn $0 \leq x \leq 3000$ và $3(9^y + 2y) = x + \log_3(x+1)^3 - 2$?

A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Đặt $\log_3(x+1) = t \Rightarrow x = 3^t - 1$.

Phương trình trở thành :

$$3(3^{2y} + 2y) = 3' - 1 + 3t - 2 \Leftrightarrow 3^{2y} + 2y = 3^{t-1} + (t-1) .$$

Xét hàm số $f(u) = 3^u + u \Rightarrow f'(u) = 3^u \cdot \ln 3 + 1 > 0$ nên hàm số luôn đồng biến .

$$\text{Vậy để } f(2y) = f(t-1) \Leftrightarrow 2y = t-1 \Leftrightarrow 2y+1 = t = \log_3(x+1)$$

$$\Rightarrow 0 \leq 2y+1 \leq \log_3 3001 \Rightarrow 0 \leq 2y+1 \leq 7 \Rightarrow y = \{0; 1; 2; 3\} .$$

Với mỗi nghiệm y ta tìm được một nghiệm x tương ứng .

Câu 49: Biết hai hàm số $h(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1$ và $g(x) = -x^3 + bx^2 - 3x + 1$ có chung ít nhất một điểm cực trị x_0 . Tìm tất cả giá trị của x_0 để biểu thức $P = |a| + |b|$ nhỏ nhất ?

A. $-\sqrt{\frac{5}{6}}$. **B.** $-\frac{\sqrt{30}}{5}; \frac{\sqrt{30}}{5}$. **C.** $-\frac{\sqrt{30}}{6}; \frac{\sqrt{30}}{6}$. **D.** $\sqrt{\frac{5}{6}}$.

Hướng dẫn giải

$$h(x) = x^3 + ax^2 + 2x - 1 \Rightarrow h'(x) = 3x^2 + 2ax + 2 \Rightarrow 3x_0^2 + 2ax_0 + 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{-3x_0^2 - 2}{2x_0} .$$

$$g(x) = -x^3 + bx^2 - 3x + 1 \Rightarrow g'(x) = -3x^2 + 2bx - 3 \Rightarrow -3x_0^2 + 2bx_0 - 3 = 0 \Rightarrow b = \frac{3x_0^2 + 3}{2x_0} .$$

$$P = |a| + |b| = \left| \frac{-3x_0^2 - 2}{2x_0} \right| + \left| \frac{3x_0^2 + 3}{2x_0} \right| = \frac{3x_0^2 + 2 + 3x_0^2 + 3}{2|x_0|} = 3|x_0| + \frac{5}{2|x_0|} \geq 2\sqrt{3|x_0| \cdot \frac{5}{2|x_0|}} = \sqrt{30} .$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } 3|x_0| = \frac{5}{2|x_0|} \Leftrightarrow x_0 = \pm\sqrt{\frac{5}{6}} .$$

Câu 50: Có bao nhiêu bộ $(x; y)$ với x, y nguyên và $1 \leq x, y \leq 2020$ thỏa mãn

$$(xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) ?$$

A. 2017. **B.** 4034. **C.** 2. **D.** 2017.2020.

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết kết hợp ĐKXD của bất phương trình ta có: $1 \leq y \leq 2020; 4 \leq x \leq 2020; x, y \in \mathbb{Z}, (1)$.

$$\text{Ta có: } (xy + 2x + 4y + 8) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) \leq (2x + 3y - xy - 6) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right)$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(y+2) \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) + (x-3)(y-2) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) \leq 0 \quad (*).$$

$$\text{Xét } f(x) = \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) = \log_2 \left(2 + \frac{7}{x-3} \right) > 0, \forall x \in [4; 2020] \quad (2).$$

+ Với $y = 1$ thay vào (*) ta được:

$$3(x+4) \log_3 \left(\frac{2}{3} \right) - (x-3) \log_2 \left(\frac{2x+1}{x-3} \right) \leq 0 \quad (\text{luôn đúng } \forall x \in [4; 2020] \text{ do (1) và (2)}).$$

Suy ra có 2017 bộ $(x; y)$.

+ Với $y = 2$ thay vào (*) ta thấy luôn đúng $\forall x \in [4; 2020]$.

Suy ra có 2017 bộ $(x; y)$.

+ Với $3 \leq y \leq 2020 \Rightarrow y - 2 > 0$.

Xét $g(y) = \log_3 \left(\frac{2y}{y+2} \right) = \log_3 \left(\frac{y+y}{y+2} \right) > \log_3 \left(\frac{y+2}{y+2} \right) = 0, \forall y \geq 3$ (3)..

Suy ra (*) vô nghiệm (Do (2) và (3)).

Vậy có 4034 bộ $(x; y)$.

----- **HẾT** -----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 004

Câu 1 (M1). Lớp 12A có 10 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn hai học sinh trong đó một học sinh làm lớp trưởng và một học sinh làm lớp phó học tập ?

- A. A_{10}^2 . B. 10. C. C_{10}^2 . D. 1.

Câu 2 (M1). Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_2 bằng

- A. $u_2 = -2 \cdot 3^2$. B. $u_2 = 1$. C. $u_2 = 28$. D. $u_2 = 3$.

Câu 3 (M1). Phương trình $5^{2x+1} = 125$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 1$. C. $x = 3$. D. $x = \frac{3}{2}$.

Câu 4 (M1). Khối hộp chữ nhật có ba kích thước lần lượt là 3; 4; 5 có thể tích bằng

- A. 20. B. 5. C. 3. D. 60.

Câu 5 (M1). Tập xác định của hàm số $y = \log_3(x-2)$ là

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $D = (2; 3)$. C. $(2; +\infty)$. D. $D = (-\infty; 2)$

Câu 6 (M1). Trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ là

- A. $F(x) = \frac{1}{2} \ln|2x+1| + C$. B. $F(x) = 2 \ln|2x+1| + C$.
C. $F(x) = \ln|2x+1| + C$. D. $F(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+1) + C$.

Câu 7 (M1). Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $3a^2$ và chiều cao bằng a . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3a^2$. B. $3a^3$. C. a^3 . D. $9a^3$.

Câu 8 (M1). Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 4$ và bán kính đáy $r = 3$ là

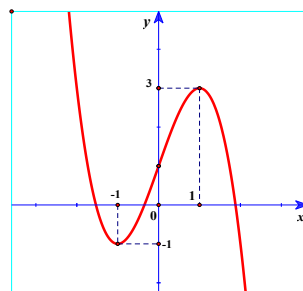
- A. 12π . B. 24π . C. 36π . D. 9π .

Câu 9 (M1). Thể tích của khối cầu có bán kính $R = 3$ bằng

- A. 3π . B. 36π . C. 27π . D. 9π .

Câu 10 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$.
C. $(-1; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.



Câu 11 (M1). Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_a a$ bằng

- A. $3 \log_3 a$. B. $\frac{1}{3}$. C. 3. D. 2.

Câu 12 (M1). Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

- A. $\frac{1}{2}\pi rl$. B. $\frac{3}{2}\pi r^2 l$. C. πrl . D. $2\pi rl$.

Câu 13 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$	

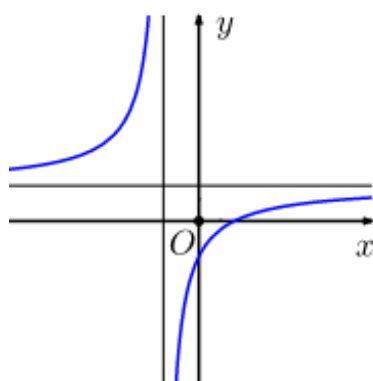
$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 -4 -4

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -4$ B. $x = 0$ C. $x = 3$ D. $x = 1$

Câu 14 (M1). Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên ?

- A. $y = x^3 + 3x - 1$.
 B. $y = -x^4 + x^2 - 1$.
 C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.
 D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.



Câu 15 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
y'	$-$		$-$	0	$+$
y	0		$+\infty$		3
		$\searrow$		$\searrow$	$\nearrow$
		-4		-3	

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

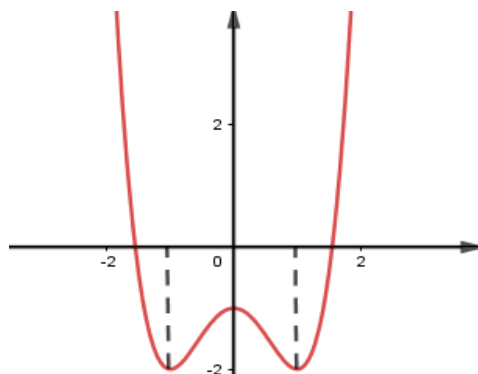
- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

Câu 16 (M2). Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 3$ là

- A. $(-\infty; 14)$. B. $\left(\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $\left[\frac{1}{2}; 14\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; 14\right)$

Câu 17 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

- A. 4.
 B. 2.
 C. 0.
 D. 3.



Câu 18 (M2). Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, $f(-1) = -2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_{-1}^3 f'(x)dx$.

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 0$. D. $I = -4$.

Câu 19 (M1). Số phức liên hợp của số phức $z = 2019 - 2020i$ là

- A. $\bar{z} = 2019 + 2020i$. B. $\bar{z} = -2019 - 2020i$. C. $\bar{z} = -2019 + 2020i$. D. $\bar{z} = 2019 - 2020i$.

Câu 20 (M1). Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ là điểm nào dưới đây?

- A. $M(4; -2)$. B. $N(-2; 4)$. C. $P(4; 2)$. D. $Q(2; 4)$.

Câu 21 (M2). Cho hai số phức $z_1 = 1 - 3i$ và $z_2 = -2 + 2i$. Môđun của số phức $z = z_1 + 2z_2$ là

- A. $\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 22 (M1). Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2; -1; 5)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(2; -1; 0)$. B. $(2; 0; 0)$. C. $(0; -1; 0)$. D. $(0; 0; 5)$.

Câu 23 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z + 5 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 24 (M1). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2z + 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

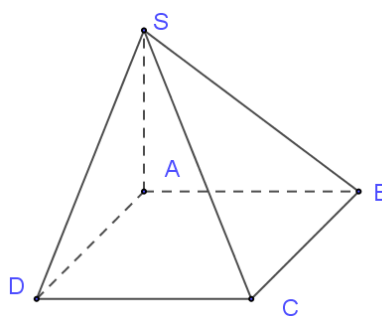
- A. $\vec{n}_1 = (1; -2; 3)$. B. $\vec{n}_2 = (1; -2; 0)$. C. $\vec{n}_3 = (0; 1; -2)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 0; 2)$.

Câu 25 (M1). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $P(1; 2; -1)$ B. $M(-2; 3; 1)$ C. $N(2; 3; -1)$ D. $Q(-2; -3; 1)$

Câu 26 (M2). Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Đáy $ABCD$ là hình vuông và $AC = a\sqrt{2}$ (minh họa như hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 60° . D. 90° .



Câu 27 (M2). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) = (x+2)^2(x-2)(-x+5)$. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 28 (M2). Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 1$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 1. D. 0.

Câu 29 (M2). Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\frac{1}{4}\log_{\sqrt{2}} a + 2\log_{\frac{1}{4}} \frac{4}{b} = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $ab = 4$. B. $a^2b = 16$. C. $ab^2 = 16$. D. $ab = 8$.

Câu 30 (M2). Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ và trục hoành là

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 31 (M2). Gọi $S = (a; b)$ là tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 8 < 0$. Giá trị biểu thức $P = a + 2b$ bằng

- A. $P = 3$. B. $P = 4$. C. $P = 5$. D. $P = 6$.

Câu 32 (M2). Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , trong đó $AB = a$, $BC = 2a$. Khi quay tam giác ABC quanh trục AB ta được một khối nón có thể tích bằng

- A. πa^3 . B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 33 (M2). Xét $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$, nếu đặt $u = \ln x$ thì $\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$ bằng

- A. $\int_0^1 u^2 du$. B. $-\int_0^1 u^2 du$. C. $\int_0^1 u du$. D. $\int_1^e u^2 du$.

Câu 34 (M2). Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, trục hoành, trục tung, đường thẳng $x = 1$. Thể tích V khối tròn xoay sinh ra khi quay (H) quanh trục Ox bằng

- A. $V = \frac{8\pi}{15}$. B. $V = \frac{4\pi}{3}$. C. $V = \frac{15\pi}{8}$. D. $V = \frac{7\pi}{8}$.

Câu 35 (M2). Cho hai số phức $z_1 = 2 - 4i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + i\overline{z_2}$ bằng

- A. 5. B. $3i$. C. $-5i$. D. -3 .

Câu 36 (M2). Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0$ là điểm nào dưới đây?

- A. $H(1; 3)$. B. $K(-3; 1)$. C. $M(1; -3)$. D. $N(3; 1)$.

Câu 37 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $K(1; -2; 1)$. Mặt phẳng (P) đi qua K và vuông góc với trục Oy có phương trình là

- A. $y - 2 = 0$. B. $x - 1 = 0$. C. $y + 2 = 0$. D. $z - 1 = 0$.

Câu 38 (M3). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 2; -1)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của N lên mặt (Oxy) . Đường thẳng MH có phương trình tham số là

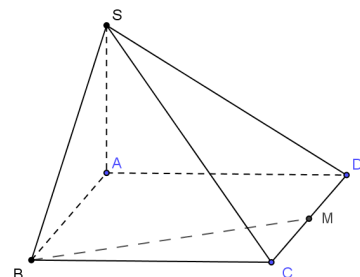
- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 \\ z = 1 + t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 39 (M3). Trong một giải cờ vua gồm có nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi vận động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và số ván các vận động viên nam chơi với nhau hơn số ván các vận động viên nam chơi với hai vận động viên nữ là 66. Số vận động viên tham gia giải cờ vua là

- A. 12. B. 6. C. 13. D. 66.

Câu 40 (M3). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, BM bằng

- A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$. B. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$. C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$. D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.



Câu 41 (M3). Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = \frac{2x+m-1}{x-m}$ nghịch biến trên $(1; 5)$ bằng

- A. 30. B. 4. C. 36. D. -45.

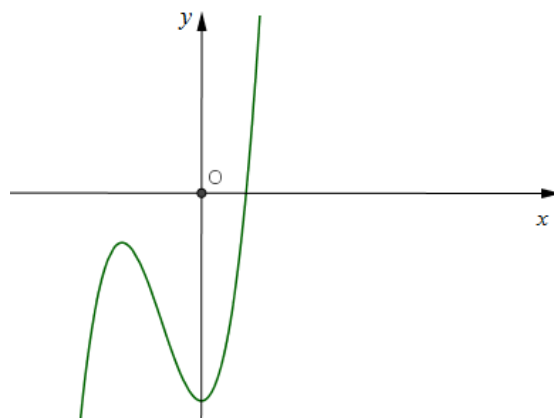
Câu 42 (M3). Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau **ít nhất** bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

- A. 18 tháng. B. 16 tháng. C. 17 tháng. D. 15 tháng.

Câu 43 (M3). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$.
B. $a > 0, b = 0, c < 0, d < 0$.
C. $a > 0, b = 0, c > 0, d < 0$.
D. $a > 0, b = 0, c > 0, d < 0$.



Câu 44 (M3). Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}\pi$. B. $\frac{52\pi}{3}$. C. 52π . D. 13π .

Câu 45 (M3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot f'(x) dx = 2020$,

$f(0) = -1$. Giá trị $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot \sin 2x dx$ bằng

- A. -1. B. 2018. C. 2021. D. 2019.

Câu 46 (M4). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	1	2	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ là

- A. 7. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 47 (M4). Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab + 2ab^2$ bằng

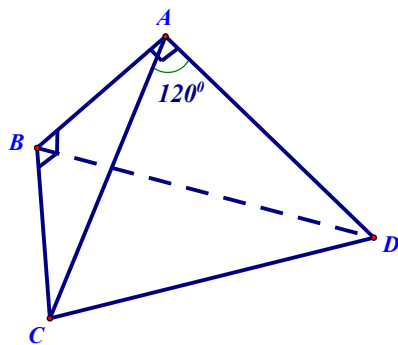
- A. 3. B. 1. C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$. D. $\frac{3}{17}$.

Câu 48 (M4). Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 4 - m|$ trên $[-1; 3]$ bằng 10. Tích các phần tử của S bằng

- A. 12. B. 15. C. -24. D. -60.

Câu 49 (M4). Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, $\widehat{CAD} = 120^\circ$, $AB = a$, $AC = 2a$, $AD = 3a$. Thể tích tứ diện đã cho bằng

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.



Câu 50 (M4). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 2020$) để phương trình $2^{x-1} - m = \log_4(x + 2m)$ có nghiệm?

- A. 2019. B. 1020. C. 2020. D. 2021.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 04

I. BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.D	5.C	6.A	7.B	8.A	9.B	10.D
11.B	12.C	13.B	14.D	15.C	16.D	17.A	18.A	19.A	20.A
21.C	22.D	23.D	24.D	25.B	26.C	27.C	28.A	29.C	30.A
31.C	32.A	33.A	34.A	35.D	36.B	37.C	38.A	39.C	40.B
41.C	42.B	43.A	44.C	45.D	46.A	47.B	48.D	49.C	50.A

II. HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 39 (M3). Trong một giải cờ vua gồm có nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và số ván các vận động viên nam chơi với nhau hơn số ván các vận động viên nam chơi với hai vận động viên nữ là 66. Số vận động viên tham gia giải cờ vua là

A.12.

B. 6.

C.13.

D.66.

Hướng dẫn giải

Gọi n là số vận động viên nam tham gia ($n \geq 2, n \in \mathbb{Z}$).

Số ván các VĐV chơi với nhau : $2C_n^2$ cách.

Số ván VĐV nam đấu với VĐV nữ là : $4n$.

Theo đề bài, ta có :

$$2C_n^2 - 4n = 66$$

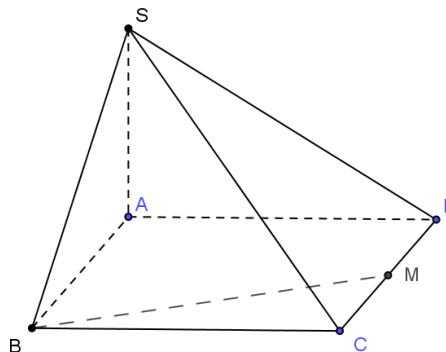
$$\Leftrightarrow \frac{2n!}{(n-2)!2!} - 4n = 66 \Leftrightarrow (n-1)n - 4n = 66$$

$$\rightarrow \begin{cases} n = 11 \\ n = -6 \end{cases}$$

Điều kiện $n \geq 2$ nên ta có $n = 11$

Vậy số VĐV tham gia giải là : $11+2=13$ người.

Câu 40 (M3). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (minh họa như hình bên). Gọi M là trung điểm của CD . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, BM bằng



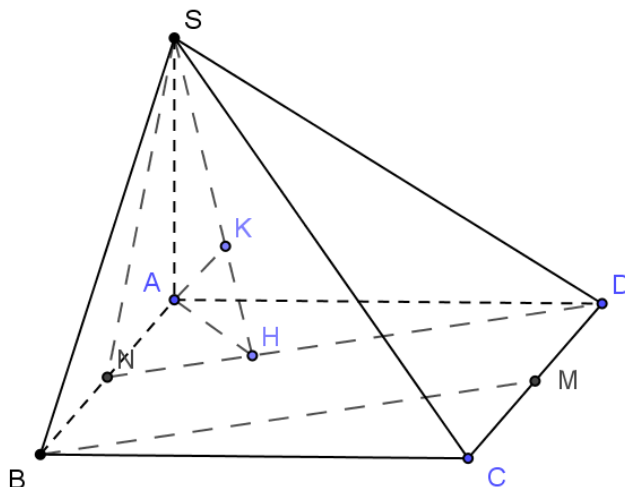
A. $\frac{a\sqrt{21}}{21}$.

B. $\frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

C. $\frac{2a\sqrt{7}}{7}$.

D. $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Hướng dẫn giải



Gọi N là trung điểm của AB khi đó $BM \parallel DN$ nên $BM \parallel (SDN)$

$$d(BM; SD) = d(BM; (SDN)) = d(B; (SDN)) = d(A; (SDN)).$$

Kẻ $AH \perp DN$ tại H . Ta có mặt phẳng $(SAH) \perp (SDN)$. Trong $mp(SAH)$ kẻ $AK \perp SH$ tại K . Khi đó

$$d(BM; SD) = d(A; (SDN)) = AK.$$

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AD^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{4a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{21}{4a^2}. \text{ Suy ra } AK = \frac{2a\sqrt{21}}{21}.$$

Câu 41 (M3). Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số $m \in (-10; 10)$ để hàm số $y = \frac{2x+m-1}{x-m}$ nghịch biến trên $(1; 5)$ bằng

A. 30.

B. 4.

C. 36.

D. -45.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{-3m+1}{(x-m)^2}, \forall x \in D$$

Hàm số đồng biến trên $(1; 5)$ khi và chỉ khi hàm số xác định trên $(1; 5)$ và $y' < 0 \forall x \in (1; 5)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \notin (1; 5) \\ -3m+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 5 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{3} < m \leq 1 \\ m \geq 5 \end{cases}$$

Mà m nguyên và $m \in (-10; 10)$ nên $m \in \{1; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Do đó tổng các giá trị của m thỏa mãn đề bài là 36.

Câu 42 (M3). Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,6% /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau **ít nhất** bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi ?

- A. 18 tháng. **B. 16 tháng.** C. 17 tháng. D. 15 tháng.

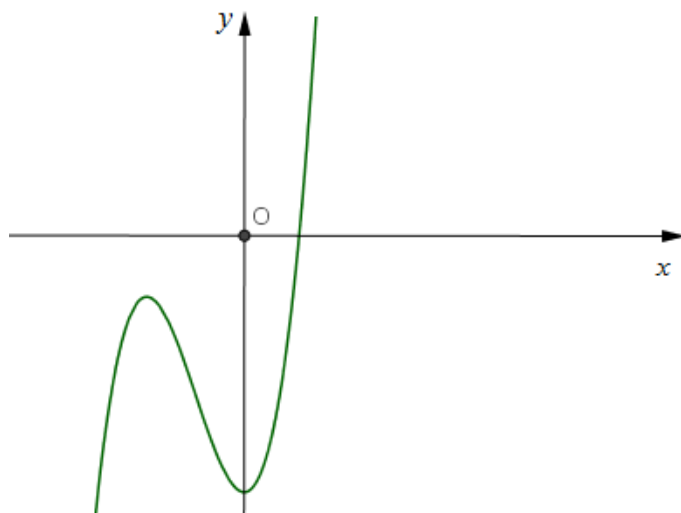
Hướng dẫn giải

Sau n tháng, người đó lĩnh được số tiền là: $100 \cdot (1 + 0,6\%)^n$ (triệu đồng).

Sau n tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi)

$$\Rightarrow 100 \cdot (1 + 0,6\%)^n \geq 110 \Leftrightarrow n \geq \log_{1+0,6\%} \frac{11}{10} \approx 15,9.$$

Câu 43 (M3). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A.** $a > 0, b > 0, c = 0, d < 0$. **B.** $a > 0, b = 0, c < 0, d < 0$.
C. $a > 0, b = 0, c > 0, d < 0$. **D.** $a > 0, b = 0, c > 0, d < 0$.

Hướng dẫn giải

Do nhánh cuối của đồ thị đi lên nên ta có $a > 0$.

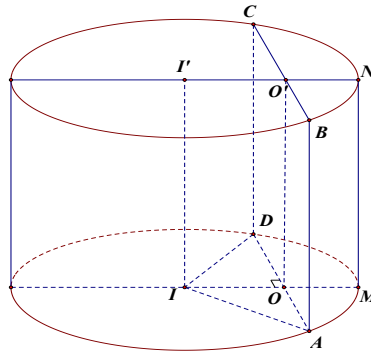
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Do cực tiểu của hàm số thuộc trục tung và có giá trị âm nên $d < 0$ và $x = 0$ là nghiệm của phương trình $y' = 0 \Rightarrow c = 0$.

$$\text{Lại có } 3ax^2 + 2bx \Leftrightarrow 0 \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2b}{3a} \Rightarrow -\frac{2b}{3a} < 0 \Rightarrow b > 0. \end{cases}$$

Câu 44 (M3). Cắt một hình trụ bằng mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông có diện tích bằng 16. Biết khoảng cách từ tâm đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3. Thể tích khối trụ đã cho bằng

- A. $2\sqrt{3}\pi$. B. $\frac{52\pi}{3}$. C. 52π . D. 13π .

Hướng dẫn giải



Dựng các dữ kiện bài toán theo hình vẽ trên.

Mặt phẳng (α) vuông góc mặt đáy, ta được thiết diện là một hình vuông $ABCD$ có diện tích bằng 16 $\Rightarrow$ Cạnh hình vuông bằng 4.

Khoảng cách từ tâm I đáy hình trụ đến mặt phẳng (α) bằng 3 $\Rightarrow IO = 3$.

Ta có $IA = \sqrt{IO^2 + OA^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$.

Vậy thể tích khối trụ trên là: $V = \pi \cdot (\sqrt{13})^2 \cdot 4 = 52\pi$ (đvtt).

Câu 45 (M3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot f'(x) dx = 2020, \quad f(0) = -1. \text{ Giá trị } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot \sin 2x dx \text{ bằng}$$

- A. -1. B. 2018. C. 2021. D. 2019.

Hướng dẫn giải

Đặt $u = \cos^2 x, dv = f'(x) dx$; Ta có $du = -\sin 2x dx, v = f(x)$.

$$\text{Khi đó } 2020 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \cdot f'(x) dx = f(x) \cdot \cos^2 x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot \sin 2x dx$$

$$\Rightarrow 2020 = 0 - f(0) + \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot \sin 2x dx \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot \sin 2x dx = 2019.$$

Câu 46 (M4). Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	1	2	-2	$+\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ là

A. 7.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $f(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = a \in (1; 3) \\ x = b \in (3; +\infty) \end{cases}$.

Như vậy $f(2\sin x + 1) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sin x + 1 = -1 \\ 2\sin x + 1 = a \in (1; 3) \\ 2\sin x + 1 = b \in (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = -1(1) \\ \sin x = \frac{a-1}{2}, a \in (1; 3) (2) \\ \sin x = \frac{b-1}{2}, b \in (3; +\infty) (3) \end{cases}$.

Trên đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ phương trình $\sin x = -1$ có 2 nghiệm $x = \frac{3\pi}{2}, x = \frac{7\pi}{2}$.

Với $1 < a < 3 \Rightarrow 0 < a - 1 < 2 \Rightarrow 0 < \frac{a-1}{2} < 1$. Do đó $\sin x = \frac{a-1}{2}$ có 5 nghiệm phân biệt thuộc $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$, các nghiệm này đều khác $\frac{3\pi}{2}$ và $\frac{7\pi}{2}$.

Với $b > 3 \Rightarrow b - 1 > 2 \Leftrightarrow \frac{b-1}{2} > 1$. Do đó $\sin x = \frac{b-1}{2}$ vô nghiệm. Vậy trên đoạn $\left[0; \frac{9\pi}{2}\right]$ phương trình $f(2\sin x + 1) = 1$ có 7 nghiệm.

Câu 47 (M4). Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = ab + 2ab^2$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

D. $\frac{3}{17}$.

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết suy ra $1 - ab > 0$.

$$4^{ab} \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{a+b} \Leftrightarrow (a+b) \cdot 2^{a+b} = \frac{8(1-ab)}{2^{2ab}} \Leftrightarrow (a+b) \cdot 2^{a+b} = (2-2ab) \cdot 2^{2-2ab} \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = t \cdot 2^t$ với $t \in (0; +\infty) = D$. Dễ thấy hàm số $f(t)$ liên tục trên D và

$f'(t) = 2' + t.2'.\ln 2 > 0, \forall t \in D$ suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến trên D .

(1) $\Leftrightarrow a + b = 2 - 2ab \Rightarrow a(1 + 2b) = 2 - b$ (2). Từ (2), suy ra $2 - b > 0 \Rightarrow b < 2$.

Ta được $P = ab + 2ab^2 = ba(1 + 2b) \stackrel{(2)}{=} b(2 - b)$.

Theo bất đẳng thức Cô – si, ta được $P = b(2 - b) \leq \left[\frac{b + (2 - b)}{2} \right]^2 = 1$.

Vậy $\max P = 1$, đạt được khi và chỉ khi $\begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = 1 \end{cases}$.

Câu 48 (M4). Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x^2 + 4 - m|$ trên $[-1; 3]$ bằng 10. Tích các phần tử của S bằng

A. 12. B. 15. C. -24. **D. -60.**

Hướng dẫn giải

Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 4 = f(x)$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ và $f'(x) = 3x^2 - 6x$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có $f(-1) = 0; f(0) = 4; f(2) = 0; f(3) = 4$.

Vậy $\max_{[-1; 3]} f(x) = 4$ và $\min_{[-1; 3]} f(x) = 0$. Do đó, khi $x \in [-1; 3]$ ta có $t \in [0; 4]$.

Hàm số $y = g(x) = |x^3 - 3x^2 + 4 - m|$ trở thành $g(t) = |t - m|$ với $t \in [0; 4]$

$$\Rightarrow \max_{[-1; 3]} y = \max_{[0; 4]} g(t) = \max \{|m|; |4 - m|\}.$$

$$* \text{ Nếu } \max_{[-1; 3]} y = |m| \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \geq |4 - m| \\ |m| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \geq |4 - m| \\ m = 10 \\ m = -10 \end{cases} \Leftrightarrow m = 10.$$

$$* \text{ Nếu } \max_{[-1; 3]} y = |4 - m| \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq |4 - m| \\ |4 - m| = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq |4 - m| \\ 4 - m = 10 \\ 4 - m = -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |m| \leq |4 - m| \\ m = -6 \\ m = 14 \end{cases} \Leftrightarrow m = -6.$$

Vậy $S = \{10; -6\}$ nên tích các phần tử của S là -60.

Câu 49 (M4). Cho tứ diện $ABCD$ có $\widehat{ABC} = \widehat{BAD} = 90^\circ$, $\widehat{CAD} = 120^\circ$, $AB = a$, $AC = 2a$, $AD = 3a$. Thể tích tứ diện đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.**

Hướng dẫn giải

Lấy $M \in AC$, $N \in AD$ sao cho $AM = AN = a$.

Ta có $BM = \frac{1}{2}AC = a$, $BN = a\sqrt{2}$,

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cdot \cos \widehat{MAN} = 3a^2$$

$$\Rightarrow MN = a\sqrt{3}.$$

Do đó tam giác $\triangle BMN$ vuông tại B .

Vì $AB = AM = AN$ nên hình chiếu của A trên (BMN)

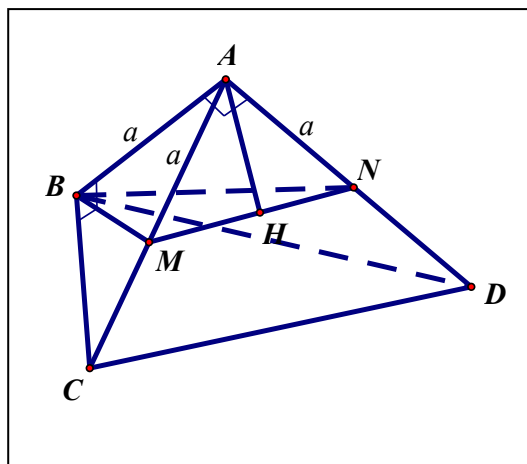
là tâm H của đường tròn ngoại tiếp tam giác $\triangle BMN$

và H cũng chính là trung điểm của MN .

$$\text{Ta có } \frac{V_{ABMN}}{V_{ABCD}} = \frac{AB}{AB} \cdot \frac{AM}{AC} \cdot \frac{AN}{AD} = \frac{1}{6}$$

$$\text{Mà } V_{ABMN} = \frac{1}{3}AH \cdot S_{BMN} = \frac{1}{3} \sqrt{a^2 - \frac{3}{4}a^2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Vậy } V_{ABCD} = 6V_{ABMN} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2} \text{ (đvtt)}.$$



Câu 50 (M4). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 2020$) để phương trình $2^{x-1} - m = \log_4(x+2m)$ có nghiệm?

A. 2019.

B. 1020.

C. 2020.

D. 2021.

Hướng dẫn giải

ĐK: $x+2m > 0$

Ta có $2^{x-1} = \log_4(x+2m) + m \Leftrightarrow 2^x = \log_2(x+2m) + 2m$

$$\text{Đặt } t = \log_2(x+2m) \text{ ta có } \begin{cases} 2^x = t + 2m \\ 2^t = x + 2m \end{cases} \Rightarrow 2^x + x = 2^t + t \quad (1)$$

Do hàm số $f(u) = 2^u + u$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên ta có $(1) \Leftrightarrow t = x$.

Khi đó $2^x = x + 2m \Leftrightarrow 2m = 2^x - x$.

Xét hàm số $g(x) = 2^x - x \Rightarrow g'(x) = 2^x \ln 2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\log_2(\ln 2)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\log_2(\ln 2)$	$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$g(-\log_2(\ln 2))$	$+\infty$

Từ đó phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi

$$2m \geq g(-\log_2(\ln 2)) \Leftrightarrow m \geq \frac{g(-\log_2(\ln 2))}{2} \approx 0,457 \text{ (các nghiệm này đều thỏa mãn điều kiện vì } x + 2m = 2^x > 0 \text{)}$$

Do m nguyên và $|m| < 2020$, nên $m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots, 2019\}$.

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 005

Câu 1: (M1) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y			1				
	$-\infty$				$-\frac{5}{27}$		$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

B. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng $\frac{4}{3}$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -\frac{5}{27}$.

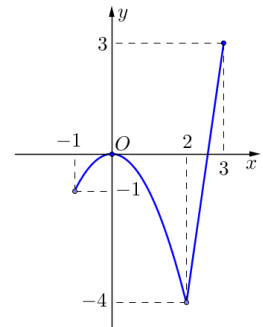
Câu 2: (M1) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M - m$ bằng

A. 5.

B. 1.

C. 4.

D. 7.



Câu 3: (M1) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y			$+\infty$		5
	$-\infty$			3	

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ bằng

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 4: (M1) Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

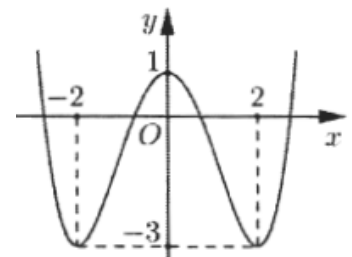
Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục hoành bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.



Câu 5: (M1) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-2}$ là

A. $y = 2$.

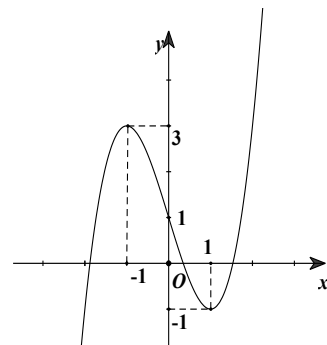
B. $x = 1$.

C. $y = 1$.

D. $x = 2$.

Câu 6: (M2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên ?

- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.
C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.



Câu 7: (M2) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

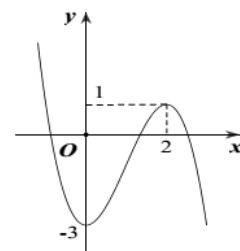
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			4		-2		$+\infty$
	$-\infty$						

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ bằng

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 8: (M2) Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-3; 1)$. B. $(3; +\infty)$.
C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; 2)$.



Câu 9: (M1) Giả sử x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

- A. $\log_2(xy) = \log_2 x + \log_2 y$. B. $\log_2 \sqrt{xy} = \frac{1}{2}(\log_2 x + \log_2 y)$.
C. $\log_2 \frac{x}{y} = \log_2 x - \log_2 y$. D. $\log_2(x + y) = \log_2 x + \log_2 y$.

Câu 10: (M1) Tập xác định của hàm số $y = \log_3 \frac{x}{x^2 + 1}$ là

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

Câu 11: (M1) Nghiệm của phương trình $\log_{2019}(x - 5) = 13$ là

- A. $x = 2019^{13} + 5$. B. $x = 13^{2019} - 5$. C. $x = 2019^{13} - 5$. D. $x = 13^{2019} + 5$.

Câu 12: (M1) Biết rằng $4^a = x$ và $16^b = y$, khi đó xy bằng

- A. 64^{ab} . B. 4^{a+2b} . C. 4^{2ab} . D. 16^{a+2b} .

Câu 13: (M2) Tìm tất cả các giá trị của a để hàm số $y = (3 - a)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $2 < a < 3$. B. $a < 3$. C. $a > 2$. D. $0 < a < 1$.

Câu 14: (M2) Cho a là một số thực dương và biểu thức $M = a^{\frac{2}{5}} \cdot \sqrt[3]{a}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

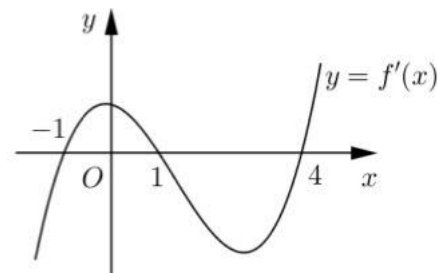
- A. $M = a^{\frac{11}{15}}$. B. $M = a^{\frac{1}{15}}$. C. $M = a^{\frac{2}{15}}$. D. $M = a^{\frac{17}{5}}$.

- Câu 15:** (M1) Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ là
- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$. B. $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$. C. $\frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$. D. $\frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$.
- Câu 16:** (M1) Khẳng định nào dưới đây **sai**?
- A. $\int e^x dx = e^x + C$. B. $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$.
C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C$. D. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$.
- Câu 17:** (M2) Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng
- A. -3 . B. 12 . C. -8 . D. 1 .
- Câu 18:** (M2) Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 2]$ và $f(-1) = -2, f(2) = 1$. Giá trị của $\int_{-1}^2 f'(x) dx$ bằng
- A. 3 . B. -1 . C. 1 . D. -3 .
- Câu 19:** (M1) Phần thực a và phần ảo b của số phức $z = 1 - 3i$ là
- A. $a = 1, b = -3$. B. $a = 1, b = -3i$. C. $a = -3, b = 1$. D. $a = -3, b = i$.
- Câu 20:** (M1) Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 1 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.
- A. $z = 2 + i$. B. $z = 7 + i$. C. $z = 3 - i$. D. $z = 1 - i$.
- Câu 21:** (M2) Gọi a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = |1 - \sqrt{3}i|(1 + 2i) + |3 - 4i|(2 + 3i)$. Giá trị của $a - b$ bằng
- A. 7 . B. -7 . C. 31 . D. -31 .
- Câu 22:** (M2) Phương trình bậc hai nào sau đây nhận $1 + 2i$ làm nghiệm?
- A. $z^2 - 2z + 3 = 0$. B. $z^2 + 2z + 5 = 0$. C. $z^2 - 2z + 5 = 0$. D. $z^2 + 2z + 3 = 0$.
- Câu 23:** (M2) Cho số phức $z = \frac{2(1 + 2i)}{1 + i}$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng
- A. 8 . B. 1 . C. 3 . D. 4 .
- Câu 24:** (M1) Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đáy và cạnh bên cùng bằng a . Thể tích tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng
- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.
- Câu 25:** (M1) Cho khối chóp có chiều cao $h = 2a$ và diện tích đáy bằng $B = 2a^2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
- A. $V = 4a^3$. B. $V = \frac{4a^3}{3}$. C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = \frac{4a^2}{3}$.
- Câu 26:** (M1) Cho khối cầu có bán kính bằng $3a$. Thể tích của khối cầu bằng
- A. $\frac{4\pi a^3}{3}$. B. $12\pi a^3$. C. $36\pi a^3$. D. $9\pi a^3$.

- Câu 27:** (M1) Cho hình nón có bán kính đáy $r = \sqrt{2}$ và độ dài đường sinh $l = 3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng
- A. 2π . B. $3\pi\sqrt{2}$. C. 6π . D. $6\pi\sqrt{2}$.
- Câu 28:** (M1) Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2 là
- A. $V = 12\pi$. B. $V = 8\pi$. C. $V = 16\pi$. D. $V = 4\pi$.
- Câu 29:** (M2) Cho hình nón có đường sinh $l = 2a$ và đường sinh hợp với đáy một góc 60° . Diện tích xung quanh của hình nón bằng
- A. $2\pi a^2$. B. a^2 . C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$. D. $2a^2$.
- Câu 30:** (M1) Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 3y + z = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?
- A. $\vec{n}_1 = (1; 3; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (-1; 3; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; -3; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 3; -1)$.
- Câu 31:** (M2) Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là
- A. $z = 0$. B. $y = 0$. C. $x + y + z = 0$. D. $x = 0$.
- Câu 32:** (M2) Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(-3; 0; 4)$ và đi qua điểm $A(-3; 0; 0)$ là
- A. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 4$. B. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 4$.
C. $(x-3)^2 + y^2 + (z+4)^2 = 16$. D. $(x+3)^2 + y^2 + (z-4)^2 = 16$.
- Câu 33:** (M2) Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d là
- A. $2x + y - z - 2 = 0$. B. $x + 3y - 2z - 3 = 0$. C. $x - 3y - 2z + 3 = 0$. D. $x + 3y - 2z - 5 = 0$.
- Câu 34:** (M2) Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; -2)$, $B(2; 1; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là
- A. $G\left(-1; \frac{1}{3}; 1\right)$. B. $G\left(1; -\frac{1}{3}; 1\right)$. C. $G\left(1; \frac{1}{3}; -1\right)$. D. $G\left(\frac{1}{3}; 1; -1\right)$.
- Câu 35:** (M2) Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 6 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng
- A. 3. B. 1. C. 9. D. 6.
- Câu 36:** (M1) Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là
- A. $2C_{20}^2$. B. $2A_{20}^2$. C. C_{20}^2 . D. A_{20}^2 .
- Câu 37:** (M1) Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng của 2020 số hạng đầu bằng
- A. 4080400. B. 4800399. C. 4399080. D. 4080399.
- Câu 38:** (M2) Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau và không vượt quá 2020?
- A. 1008. B. 1020. C. 504. D. 511.

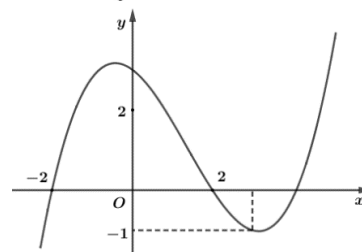
Câu 39: (M3) Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;3)$. B. $(2;+\infty)$.
C. $(-2;1)$. D. $(-\infty;2)$.



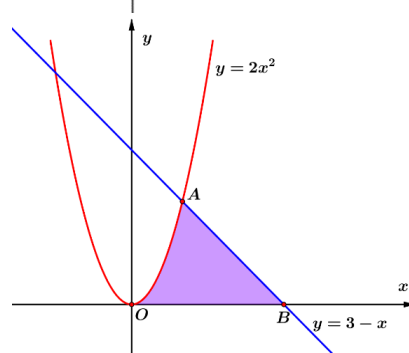
Câu 40: (M3) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $2^{2f(x)} = 8$ là

- A. 3. B. 0.
C. 2. D. 1.



Câu 41: (M3) Cho đường thẳng $y = 3 - x$ và parabol $y = 2x^2$. Gọi S là diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Diện tích của S bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3}$.
C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

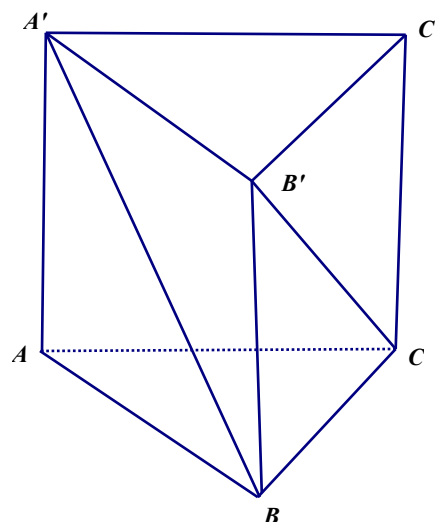


Câu 42: (M3) Cho mặt cầu $S(O; R)$ và điểm A nằm trên mặt cầu (S) . Gọi (P) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa OA và (P) bằng 60° . Diện tích hình tròn giao tuyến của (S) và (P) bằng

- A. πR^2 . B. $\frac{\pi R^2}{2}$. C. $\frac{\pi R^2}{4}$. D. $\frac{\pi R^2}{8}$.

Câu 43: (M3) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ tham khảo). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$.

- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.



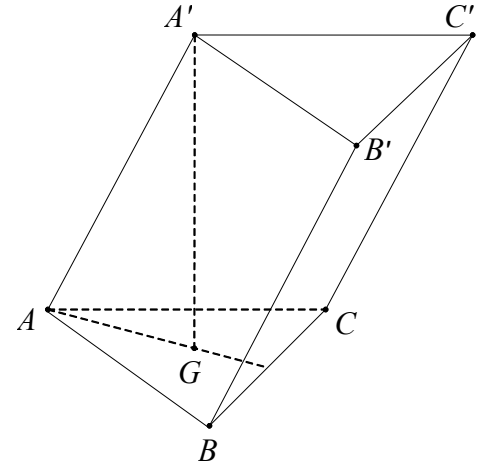
Câu 44: (M3) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_2(x-4)^2 = 0$ bằng

- A. 9. B. $3 + \sqrt{2}$. C. 12. D. $6 + \sqrt{2}$.

Câu 45: (M3) Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

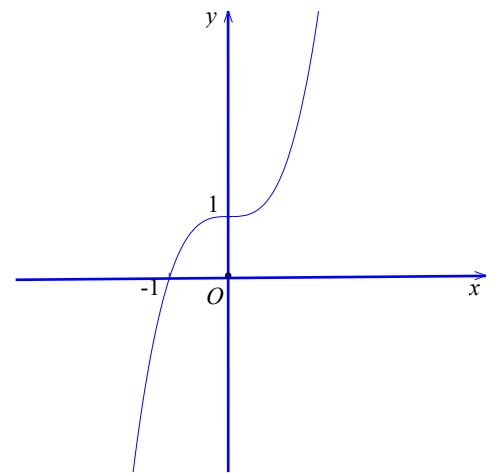
- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{8}{63}$. C. $\frac{8}{37}$. D. $\frac{1}{30}$.

Câu 46: (M3) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm G của tam giác ABC (hình vẽ tham khảo). Biết khoảng cách giữa AA' và BC là $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 47: (M4) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(6\sin x + 8\cos x) = f(m^2 + m)$ có nghiệm thực?



- A. 2. B. 5.
C. 4. D. 6.

Câu 48: (M4) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m-1)\sqrt{4-x^2}$ có 3 điểm cực trị?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Câu 49: (M4) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để phương trình $5^x + m = \log_5(x-m)$ có nghiệm thực?

- A. 20. B. 19. C. 9. D. 21.

Câu 50: (M4) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $5\log_2^2 a + 16\log_2^2 b + 27\log_2^2 c = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_2 a \log_2 b + \log_2 b \log_2 c + \log_2 c \log_2 a$ bằng

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{12}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{8}$.

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 5

I. BẢNG ĐÁP ÁN

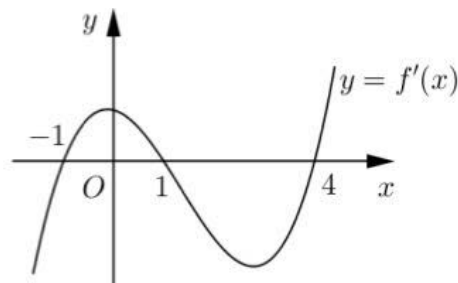
1.B	2.D	3.C	4.D	5.C	6.A	7.C	8.D	9.D	10.C
11.A	12.B	13.A	14.A	15.A	16.C	17.B	18.A	19.A	20.A
21.B	22.C	23.D	24.D	25.B	26.C	27.B	28.B	29.A	30.C
31.D	32.D	33.A	34.C	35.A	36.C	37.A	38.D	39.C	40.A
41.C	42.C	43.B	44.D	45.B	46.C	47.D	48.A	49.B	50.B

II. HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 39: (M3) Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên

$\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1;3)$. B. $(2;+\infty)$.
C. $(-2;1)$. D. $(-\infty;2)$.



Hướng dẫn giải

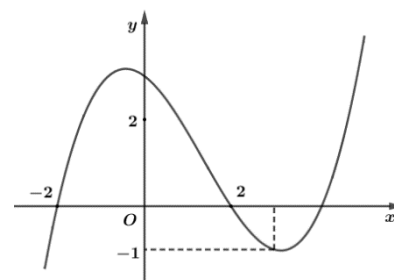
Đặt $g(x) = f(2-x)$, ta có: $g'(x) = -f'(2-x)$

$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 40: (M3) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Số nghiệm thực của phương trình $2^{2f(x)} = 8$ là

- A. 3. B. 0.
 C. 2. D. 1.



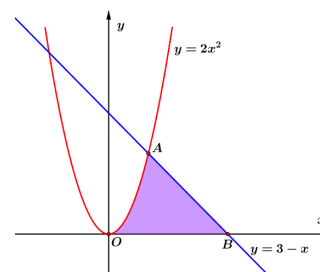
Hướng dẫn giải

$$2^{2f(x)} = 8 \Leftrightarrow 2^{2f(x)} = 2^3 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$$

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 41: (M3) Cho đường thẳng $y = 3-x$ và parabol $y = 2x^2$. Gọi S là diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Diện tích của S bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{5}{3}$.
C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.



Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng với parabol là

$$2x^2 = 3-x \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Dựa vào đồ thị, ta có: } S = \int_0^1 2x^2 dx + \int_1^3 (3-x) dx = \frac{8}{3}.$$

Câu 42: (M3) Cho mặt cầu $S(O; R)$, A là một điểm ở trên mặt cầu (S) và (P) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa OA và (P) bằng 60° . Diện tích của đường tròn giao tuyến bằng?

- A. πR^2 . B. $\frac{\pi R^2}{2}$. C. $\frac{\pi R^2}{4}$. D. $\frac{\pi R^2}{8}$.

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (P) thì H là tâm của đường tròn giao tuyến của (P) và (S) .

$$\widehat{(OA, (P))} = \widehat{(OA, AH)} = \widehat{OAH} = 60^\circ$$

Bán kính đường tròn giao tuyến:

$$r = HA = OA \cos 60^\circ = \frac{R}{2}.$$

$$\text{Suy ra diện tích hình tròn giao tuyến: } \pi r^2 = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}.$$

Câu 43: (M3) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ tham khảo). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$.

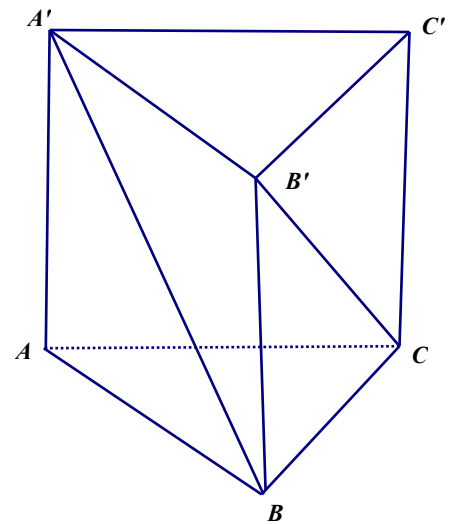
- A. $\frac{a}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$.

Khi đó: $(A'BM) // (B'CM')$, suy ra:

$$d(A'B, B'C) = d(B', (A'BM)) = d(A, (A'BM))$$



Câu 44: (M3) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_2(x-4)^2 = 0$ bằng

- A. 9. B. $3 + \sqrt{2}$. C. 12. D. $6 + \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases}$$

$$\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_2(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_2[(x-2)(x-4)]^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x-2)(x-4)]^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4) = 1 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

So với điều kiện, ta được: $x = 3 + \sqrt{2}; x = 3$.

Câu 45: (M3) Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{8}{63}$. C. $\frac{8}{37}$. D. $\frac{1}{30}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 10!$.

Gọi A là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

Xếp 5 bạn nam vào 5 ghế, có $10.8.6.4.2$ cách chọn.

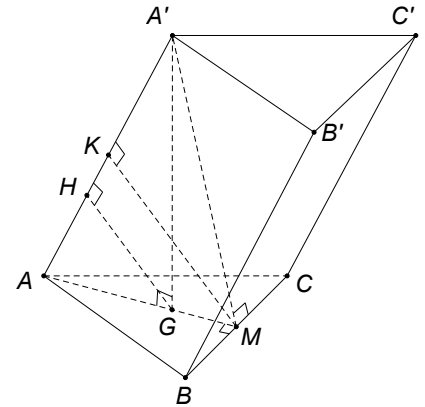
Xếp 5 bạn nữ vào 5 ghế còn lại, có $5!$ cách chọn.

Số phần tử của A là: $|A| = 3840.5! = 460800$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{460800}{10!} = \frac{8}{63}$.

Câu 46: (M4) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm G của tam giác ABC (hình vẽ tham khảo). Biết khoảng cách giữa AA' và BC là $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$



Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm $B \Rightarrow BC \perp (A'M)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của G, M trên AA' . Suy ra: KM là đoạn vuông góc chung của AA' và BC , do đó:

$$d(AA', BC) = KM = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \Delta AGH \sim \Delta AMK \Rightarrow \frac{KM}{GH} = \frac{3}{2} \Rightarrow GH = \frac{2}{3} KM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$\Delta AA'G$ vuông tại G , HG là đường cao, $A'G = \frac{a}{3}$

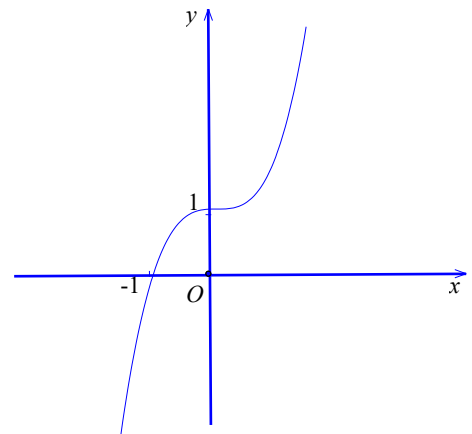
$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 47: (M4) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình

$$f(6\sin x + 8\cos x) = f(m^2 + m) \text{ có nghiệm thực?}$$

- A. 2. B. 5.
C. 4. D. 6.



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị suy ra hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến.

Do đó: $f(6\sin x + 8\cos x) = f(m^2 + m) \Leftrightarrow 6\sin x + 8\cos x = m^2 + m$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-10 \leq m^2 + m \leq 10 \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} \leq m \leq \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}$.

Câu 48: (M4) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m-1)\sqrt{4-x^2}$ có 3 điểm cực trị ?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Hướng dẫn giải

$$y' = 3x^2 - \frac{(m-1)x}{\sqrt{4-x^2}} = x \left(3x - \frac{m-1}{\sqrt{4-x^2}} \right); \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x\sqrt{4-x^2} + 1 = m \quad (*) \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị khi (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và thuộc khoảng $(-2; 2)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x\sqrt{4-x^2} + 1, x \in (-2; 2)$.

Lập bảng biến thiên, nhìn vào bảng biến thiên thì điều kiện của m là $m \in (-5; 7) \setminus \{1\}$.

Câu 49: (M4) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để phương trình $5^x + m = \log_5(x-m)$ có nghiệm thực?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > m$

$$5^x + m = \log_5(x-m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x-m) \Leftrightarrow 5^x + x = 5^{\log_5(x-m)} + \log_5(x-m) \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t, \quad f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x-m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

$$\text{Xét hàm số } g(x) = x - 5^x, \quad g'(x) = 1 - 5^x \ln 5, \quad g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0.$$

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Câu 50: (M4) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $5\log_2^2 a + 16\log_2^2 b + 27\log_2^2 c = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_2 a \log_2 b + \log_2 b \log_2 c + \log_2 c \log_2 a$ bằng

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $x = \log_2 a, y = \log_2 b, z = \log_2 c$. Giả thiết trở thành $5x^2 + 16y^2 + 27z^2 = 1$.

Ta đi tìm GTLN của $S = xy + yz + zx$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x^2 + 12y^2 \geq 12xy \\ 2x^2 + 18z^2 \geq 12xz \\ 4y^2 + 9z^2 \geq 12yz \end{cases} \Rightarrow 12S \leq 5x^2 + 16y^2 + 27z^2 = 1.$$

----- HẾT -----

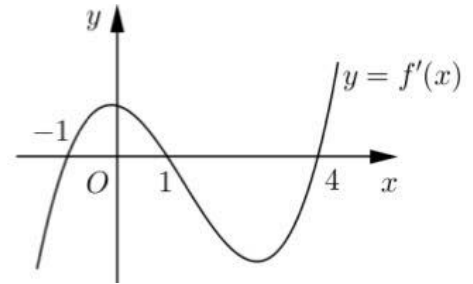
ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 5

I. BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.D	5.C	6.A	7.C	8.D	9.D	10.C
11.A	12.B	13.A	14.A	15.A	16.C	17.B	18.A	19.A	20.A
21.B	22.C	23.D	24.D	25.B	26.C	27.B	28.B	29.A	30.C
31.D	32.D	33.A	34.C	35.A	36.C	37.A	38.D	39.C	40.A
41.C	42.C	43.B	44.D	45.B	46.C	47.D	48.A	49.B	50.B

II. HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 39: (M3) Cho hàm số $f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1;3)$. **B.** $(2;+\infty)$.

C. $(-2;1)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Hướng dẫn giải

Đặt $g(x) = f(2-x)$, ta có: $g'(x) = -f'(2-x)$

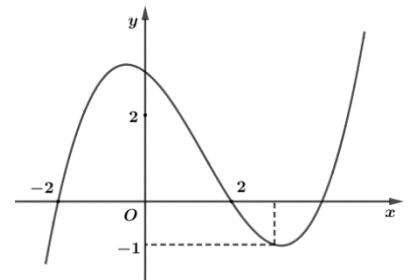
$$g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 40: (M3) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Số nghiệm thực của phương trình $2^{2f(x)} = 8$ là

A. 3. **B.** 0.

C. 2. **D.** 1.

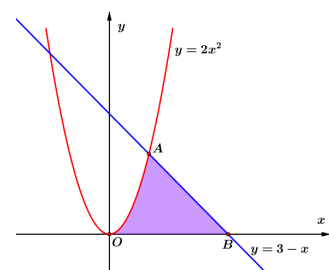


Hướng dẫn giải

$$2^{2f(x)} = 8 \Leftrightarrow 2^{2f(x)} = 2^3 \Leftrightarrow f(x) = \frac{3}{2}$$

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình có ba nghiệm phân biệt.

Câu 41: (M3) Cho đường thẳng $y = 3-x$ và parabol $y = 2x^2$. Gọi S là diện tích của hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Diện tích của S bằng



A. $\frac{4}{3}$.

B. $\frac{5}{3}$.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng với parabol là

$$2x^2 = 3 - x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Dựa vào đồ thị, ta có: } S = \int_0^1 2x^2 dx + \int_1^3 (3 - x) dx = \frac{8}{3}.$$

Câu 42: (M3) Cho mặt cầu $S(O; R)$, A là một điểm ở trên mặt cầu (S) và (P) là mặt phẳng qua A sao cho góc giữa OA và (P) bằng 60° . Diện tích của đường tròn giao tuyến bằng?

A. πR^2 .

B. $\frac{\pi R^2}{2}$.

C. $\frac{\pi R^2}{4}$.

D. $\frac{\pi R^2}{8}$.

Hướng dẫn giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên (P) thì H là tâm của đường tròn giao tuyến của (P) và (S) .

$$\widehat{(OA, (P))} = \widehat{(OA, AH)} = \widehat{OAH} = 60^\circ$$

Bán kính đường tròn giao tuyến:

$$r = HA = OA \cos 60^\circ = \frac{R}{2}.$$

$$\text{Suy ra diện tích hình tròn giao tuyến: } \pi r^2 = \pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 = \frac{\pi R^2}{4}.$$

Câu 43: (M3) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$ (hình vẽ tham khảo). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$.

A. $\frac{a}{3}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

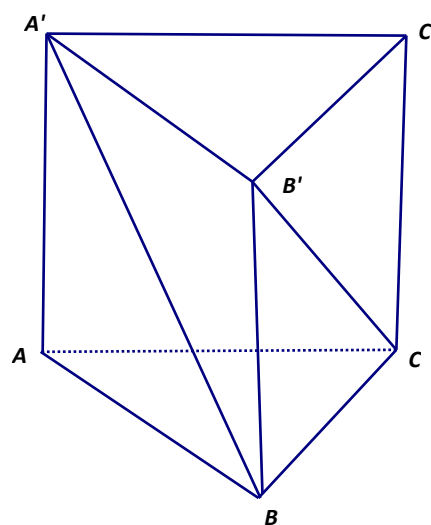
D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải:

Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $AC, A'C'$.

Khi đó: $(A'BM) // (B'CM')$, suy ra:

$$d(A'B, B'C) = d(B', (A'BM)) = d(A, (A'BM))$$



Câu 44: (M3) Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_2(x-4)^2 = 0$ bằng

A. 9.

B. $3 + \sqrt{2}$.

C. 12.

D. $6 + \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} x > 2 \\ x \neq 4 \end{cases}$.

$$\log_{\sqrt{2}}(x-2) + \log_2(x-4)^2 = 0 \Leftrightarrow \log_2[(x-2)(x-4)]^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow [(x-2)(x-4)]^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-2)(x-4) = 1 \\ (x-2)(x-4) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \pm \sqrt{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

So với điều kiện, ta được: $x = 3 + \sqrt{2}; x = 3$.

Câu 45: (M3) Có hai dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh, gồm 5 nam và 5 nữ, ngồi vào hai dãy ghế đó sao cho mỗi ghế có đúng một học sinh ngồi. Xác suất để mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{8}{63}$.

C. $\frac{8}{37}$.

D. $\frac{1}{30}$.

Hướng dẫn giải

Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 10!$.

Gọi A là biến cố mỗi học sinh nam đều ngồi đối diện với một học sinh nữ.

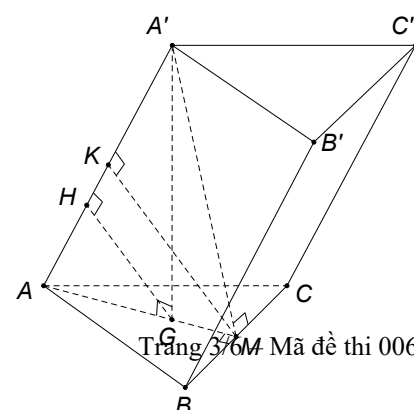
Xếp 5 bạn nam vào 5 ghế, có $10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$ cách chọn.

Xếp 5 bạn nữ vào 5 ghế còn lại, có $5!$ cách chọn.

Số phần tử của A là: $|A| = 3840 \cdot 5! = 460800$

$$\text{Vậy xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{460800}{10!} = \frac{8}{63}.$$

Câu 46: (M4) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với tâm G của tam giác ABC (hình vẽ tham khảo). Biết khoảng cách giữa AA' và BC là $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.



A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Hướng dẫn giải

Gọi M là trung điểm $B \Rightarrow BC \perp (A'AM)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của G, M trên AA' . Suy ra: KM là đoạn vuông góc chung của AA' và BC , do đó:

$$d(AA', BC) = KM = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \Delta AGH \sim \Delta AMK \Rightarrow \frac{KM}{GH} = \frac{3}{2} \Rightarrow GH = \frac{2}{3}KM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$\Delta AA'G$ vuông tại G , HG là đường cao, $A'G = \frac{a}{3}$

$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot A'G = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 47: (M4) Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên.

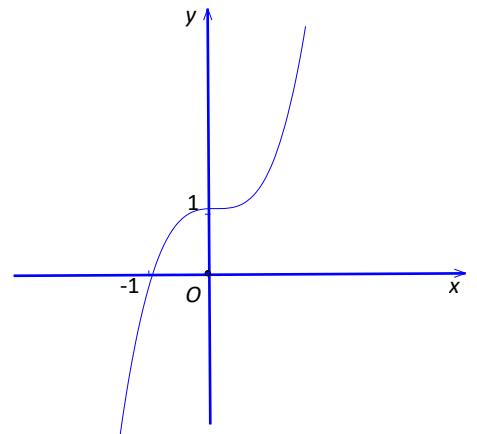
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(6\sin x + 8\cos x) = f(m^2 + m)$ có nghiệm thực?

A. 2.

B. 5.

C. 4.

D. 6.



Hướng dẫn giải

Từ đồ thị suy ra hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đồng biến.

Do đó: $f(6\sin x + 8\cos x) = f(m^2 + m) \Leftrightarrow 6\sin x + 8\cos x = m^2 + m$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $-10 \leq m^2 + m \leq 10 \Leftrightarrow \frac{-1-\sqrt{41}}{2} \leq m \leq \frac{-1+\sqrt{41}}{2}$.

Câu 48: (M4) Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + (m-1)\sqrt{4-x^2}$ có 3 điểm cực trị ?

A. 10.

B. 11.

C. 12.

D. 13.

Hướng dẫn giải

$$y' = 3x^2 - \frac{(m-1)x}{\sqrt{4-x^2}} = x \left(3x - \frac{m-1}{\sqrt{4-x^2}} \right); \quad y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x\sqrt{4-x^2} + 1 = m \quad (*) \end{cases}$$

Hàm số có 3 cực trị khi (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 0 và thuộc khoảng $(-2; 2)$.

Xét hàm số $g(x) = 3x\sqrt{4-x^2} + 1, x \in (-2; 2)$.

Lập bảng biến thiên, nhìn vào bảng biến thiên thì điều kiện của m là $m \in (-5; 7) \setminus \{1\}$.

Câu 49: (M4) Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để phương trình $5^x + m = \log_5(x - m)$ có nghiệm thực?

A. 20.

B. 19.

C. 9.

D. 21.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $x > m$

$$5^x + m = \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = x - m + \log_5(x - m) \Leftrightarrow 5^x + x = 5^{\log_5(x - m)} + \log_5(x - m) \quad (1).$$

Xét hàm số $f(t) = 5^t + t, f'(t) = 5^t \ln 5 + 1 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$, do đó từ (1) suy ra $x = \log_5(x - m) \Leftrightarrow m = x - 5^x$.

Xét hàm số $g(x) = x - 5^x, g'(x) = 1 - 5^x \ln 5, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \log_5 \frac{1}{\ln 5} = -\log_5 \ln 5 = x_0$.

Do đó để phương trình có nghiệm thì $m \leq g(x_0) \approx -0,92$.

Các giá trị nguyên của $m \in (-20; 20)$ là $\{-19; -18; \dots; -1\}$, có 19 giá trị m thỏa mãn.

Câu 50: (M4) Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $5 \log_2^2 a + 16 \log_2^2 b + 27 \log_2^2 c = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S = \log_2 a \log_2 b + \log_2 b \log_2 c + \log_2 c \log_2 a$ bằng

A. $\frac{1}{16}$.

B. $\frac{1}{12}$.

C. $\frac{1}{9}$.

D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $x = \log_2 a, y = \log_2 b, z = \log_2 c$. Giả thiết trở thành $5x^2 + 16y^2 + 27z^2 = 1$.

Ta đi tìm GTLN của $S = xy + yz + zx$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} 3x^2 + 12y^2 \geq 12xy \\ 2x^2 + 18z^2 \geq 12xz \Rightarrow 12S \leq 5x^2 + 16y^2 + 27z^2 = 1. \\ 4y^2 + 9z^2 \geq 12yz \end{cases}$$

----- HẾT -----

Họ và tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 006

Câu 1 (M1). Có bao nhiêu cách xếp 10 học sinh thành một hàng ngang ?

- A. $10!$. B. 10. C. C_{10}^2 . D. 1.

Câu 2 (M1). Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 6. B. 3. C. 2. D. 12.

Câu 3 (M1). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 2020 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (-2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$. D. $\vec{n}_4 = (2; 1; 3)$.

Câu 4 (M1). Thể tích của khối trụ có độ dài đường cao h và bán kính đáy r bằng

- A. r^2h . B. $\frac{1}{6}\pi r^2h$. C. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. D. πr^2h .

Câu 5 (M1). Cho hình nón có bán kính đáy $r = a$ và độ dài đường sinh $l = 2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $4\pi a^2$. D. $10\pi a^2$.

Câu 6 (M1). Một mặt cầu có diện tích bằng 16π . Bán kính mặt cầu đã cho bằng

- A. 2. B. 4. C. 16. D. 10.

Câu 7 (M1). Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 30. B. 4. C. 10. D. 5.

Câu 8 (M1). Thể tích khối lập phương có cạnh a bằng

- A. a^3 . B. a^2 . C. $3a^3$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 9 (M1). Số phức z thỏa mãn $z = 5 - 8i$ có phần ảo là

- A. 8. B. $-8i$. C. 5. D. -8 .

Câu 10 (M1). Cho số phức $z = 2 + 2i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 2$. B. $\bar{z} = 2i$. C. $\bar{z} = 2 + 2i$. D. $\bar{z} = 2 - 2i$.

Câu 11 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$	-3	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

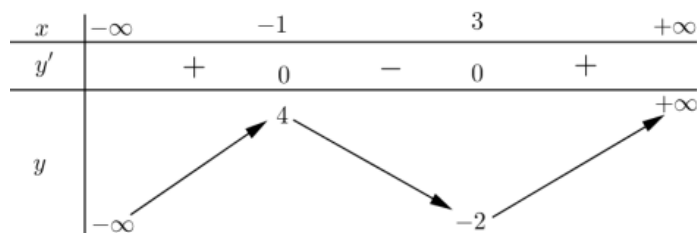
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 12 (M1). Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. B. $y = -2x + 3$.
C. $y = \frac{x-2}{x+2}$. D. $y = x^3 + 3x - 4$.

Câu 13 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



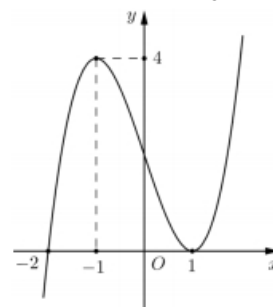
Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $y_{CT} = 3$. B. $y_{CT} = -2$. C. $y_{CT} = -1$. D. $y_{CT} = 4$.

Câu 14 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là

- A. 2. B. 1.
C. 3. D. 4.



Câu 15 (M1). Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{2x+4}$ là

- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $x = 2$. C. $y = \frac{1}{2}$. D. $x = -2$.

Câu 16 (M2). Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+2}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

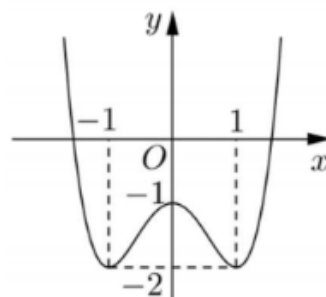
- A. 3. B. 2. C. $\frac{5}{3}$. D. -1.

Câu 17 (M2). Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm $A(0; -1)$ và có đường tiệm cận ngang là $y = 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $a+b = -1$. B. $a+b = 1$. C. $a+b = 0$. D. $a+b = 2$.

Câu 18 (M2). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S là tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$. Số tập hợp con của S là

- A. 4.
B. 2.
C. 6.
D. 8.



Câu 19 (M1). Cho a, b, c là các số thực dương và $a \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. $\log_a b = \frac{\ln a}{\ln b}$. B. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$.
C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$. D. $a^{\log_a b} = b$.

Câu 20 (M1). Tập xác định của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 21 (M1). Nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} > \frac{1}{2}$ là

- A. $x \geq 2$. B. $x > 0$. C. $x > 2$. D. $x \geq 0$.

Câu 22 (M1). Đạo hàm của hàm số $y = 2^x$ bằng

- A. $y' = 2^{x-1}$. B. $y' = 2^x \ln 2$. C. $y' = 2^{x+1}$. D. $y' = \frac{2^x}{\ln 2}$.

Câu 23 (M1). Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x^3 + 9$ trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ là

- A. $\frac{1}{2}x^4 - 9x + C$. B. $\frac{1}{2}x^4 + 9x + C$. C. $\frac{1}{4}x^4 - 9x + C$. D. $4x^3 - 9x + C$.

Câu 24 (M1). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $[1; 4]$, $f(4) = 12$ và $\int_1^4 f'(x) dx = -7$. Giá trị của $f(1)$ bằng

- A. 19. B. 9. C. 29. D. 5.

Câu 25 (M2). Cho a, b, c là các số dương, $a \neq 1$ và thỏa mãn $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Giá trị của biểu thức $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng

- A. -18. B. 7. C. 10. D. 8.

Câu 26 (M2). Cho a là số thực dương, $a \neq 1$ và $\frac{\sqrt[3]{a^2} \sqrt{a}}{a^3} = a^\alpha$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

- A. $\alpha \in (-1; 0)$. B. $\alpha \in (0; 1)$. C. $\alpha \in (-2; -1)$. D. $\alpha \in (-3; -2)$.

Câu 27 (M2). Cho số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 6 + 5i$. Phần thực của số phức $z = 6z_1 + 5z_2$ bằng

- A. $40i$. B. 51. C. 37. D. 48.

Câu 28 (M2). Cho số phức $z = 2 - 3i$. Môđun của số phức $w = (1 + i)z$ bằng

- A. $|w| = \sqrt{26}$. B. $|w| = \sqrt{37}$. C. $|w| = 5$. D. $|w| = 4$.

Câu 29 (M2). Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây biểu diễn số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ ?

- A. $M(3; 3)$. B. $Q(3; 2)$. C. $N(2; 3)$. D. $P(-3; 3)$.

Câu 30 (M2). Cho khối trụ (T) có chiều cao bằng 2 và thể tích bằng 8π . Diện tích xung quanh của hình trụ (T) bằng

- A. 32π . B. 8π . C. 16π . D. 4π .

Câu 31 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; 0; 4)$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. 1. B. 7. C. 5. D. 10.

Câu 32 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$. Đường thẳng (d) có một vector

chỉ phương của d là

- A. $\vec{u}_1 = (1; -2; 0)$. B. $\vec{u}_2 = (3; 1; 2)$.
C. $\vec{u}_3 = (1; -2; 2)$. D. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 2)$.

Câu 33 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $M(1; -2; 0)$. B. $M(0; -2; 3)$. C. $M(1; 0; 3)$. D. $M(2; -1; 0)$.

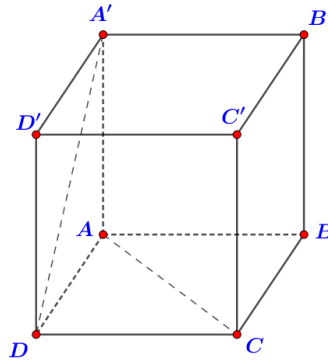
Câu 34 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z - 25 = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $I(1;1;2)$. B. $I(-1;2;-2)$. C. $I(-2;4;-4)$. D. $I(1;-2;2)$.

Câu 35 (M2). Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2020 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $M(2021;4;-4)$. B. $Q(-1;-8;2)$.
C. $P(1;2020;4)$. D. $N(-2020;0;0)$.

Câu 36 (M2). Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 37 (M2). Xét tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx$, nếu đặt $t = \sin x$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \cos x dx$ bằng

- A. $I = \int_0^1 t^4 dt$. B. $I = -\int_0^1 t^4 dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt$. D. $I = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} t^4 dt$.

Câu 38 (M2). Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ và $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$. Giá trị của $F\left(\frac{\pi}{6}\right)$ bằng

- A. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$. B. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$. C. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5}{4}$. D. $F\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{4}$.

Câu 39 (M3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(2x+m+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $[1; +\infty)$?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 40 (M3). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-2	$+\infty$	

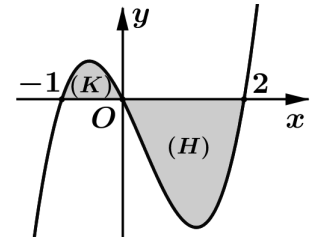
Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 41 (M3). Biết rằng m_0 là một giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - (2m+1)\log_2 x - 3 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Giá trị của $S = 2m_0 + 5$ bằng

- A. $S = 4$. B. $S = 5$. C. $S = 3$. D. $S = 6$.

Câu 42 (M3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[-1; 2]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Gọi $(K), (H)$ là các hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Biết diện tích các hình phẳng $(K), (H)$ lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$ và $f(-1) = \frac{19}{12}$. Giá trị của $f(2)$ bằng



- A. $f(2) = -\frac{2}{3}$. B. $f(2) = \frac{2}{3}$. C. $f(2) = \frac{11}{6}$. D. $f(2) = 3$.

Câu 43 (M3). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Thể tích của khối nón (N) bằng

- A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{27}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$. D. $\frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Câu 44 (M3). Một đoàn tàu có 4 toa đỗ ở sân ga. Có 4 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên một toa. Xác suất để 1 toa có 3 người, một toa có 1 người và 2 toa không có người là

- A. $\frac{3}{10}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{20}$. D. $\frac{3}{16}$.

Câu 45 (M3). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Khi đó cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46 (M4). Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng đi qua AG cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích tứ diện $SAMN$ và V là thể tích của tứ diện $SABC$. Giá trị lớn nhất tỷ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{10}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 47 (M4). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ bất phương trình $9^x + (m-1) \cdot 3^x + m > 0$ nghiệm đúng $\forall x > 1$?

- A. 21. B. 20. C. 19. D. 18.

Câu 48 (M4). Cho a, b hai số thực và $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$ bằng

- A. 4. B. $3\sqrt[3]{2}$. C. $3\sqrt[3]{4}$. D. $\sqrt[3]{4}$.

Câu 49 (M4). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi P, p lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2\sqrt{2x} + \sqrt{1-x}) + m$ (m là tham số thực) trên đoạn $[0;1]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10;10)$ để $P > 2p$?

A. 13.

B. 12.

C. 11.

D. 10.

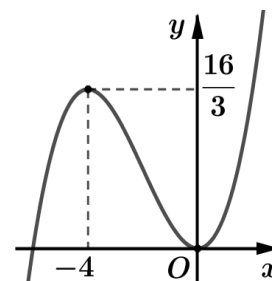
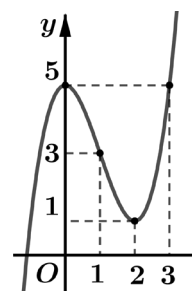
Câu 50 (M4). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình bên. Với m là tham số thực bất kì thuộc $[0;1]$. Phương trình $f(x^3 - 3x^2) = 3\sqrt{m} + 4\sqrt{1-m}$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 9.



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ SỐ 6

I. BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.D	4.D	5.A	6.A	7.A	8.A	9.D	10.D
11.C	12.D	13.B	14.B	15.D	16.C	17.C	18.A	19.A	20.A
21.B	22.B	23.B	24.A	25.D	26.D	27.D	28.A	29.A	30.B
31.C	32.A	33.A	34.D	35.D	36.C	37.A	38.D	39.C	40.D
41.D	42.A	43.D	44.D	45.D	46.D	47.A	48.C	49.B	50.C

II. HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG

Câu 39 (M3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^2(2x+m+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $g(x) = f(x^2)$ đồng biến trên khoảng $[1; +\infty)$?

- A. 5. B. 2. C. 3. D. 4.

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết suy ra $f'(x^2) = x^2(x^2-2)^2(2x^2+m+1)$

Ta có: $g'(x) = 2x.f'(x^2)$. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $[1; +\infty)$ khi và chỉ khi

$$g'(x) \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow 2x.f'(x^2) \geq 0, \forall x \in [1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2x.x^2(x^2-2)^2(2x^2+m+1) \geq 0, \forall x \in [1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2+m+1 \geq 0, \forall x \in [1; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -2x^2-1, \forall x \in [1; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max_{[1; +\infty)}(-2x^2-1) = -3 \Rightarrow m \geq -3$$

Câu 40 (M3). Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	+
y			0		-2		$+\infty$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên, ta có: $a > 0$ và $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nhỏ hơn 0.

(vì $x = 0 \Rightarrow y = 1$)

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \\ -\frac{b}{3a} < 0; \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}$$

Câu 41 (M3). Biết rằng m_0 là một giá trị của tham số m để phương trình $\log_2^2 x - (2m+1)\log_2 x - 3 = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 x_2 = 4$. Giá trị của $S = 2m_0 + 5$ bằng

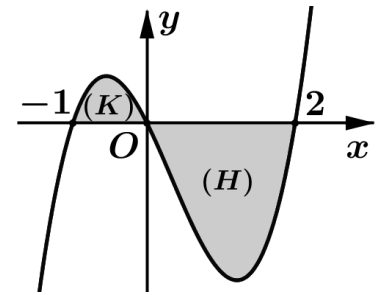
- A. $s = 4$ B. $S = 5$. C. $S = 3$. D. $S = 6$.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = \log_2 x$, ta có phương trình: $t^2 - (2m+1)t - 3 = 0(1)$

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn $t_1 + t_2 = 2$.

Câu 42 (M3). Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $[-1; 2]$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình bên. Gọi $(K), (H)$ là các hình phẳng được gạch chéo trong hình bên. Biết diện tích các hình phẳng $(K), (H)$ lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$ và $f(-1) = \frac{19}{12}$. Giá trị của $f(2)$ bằng



- A. $f(2) = -\frac{2}{3}$. B. $f(2) = \frac{2}{3}$. C. $f(2) = \frac{11}{6}$. D. $f(2) = 3$.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị ta có: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = \int_{-1}^0 f'(x) dx + \int_0^2 f'(x) dx = \frac{5}{12} - \frac{8}{3} = -\frac{9}{4}$.

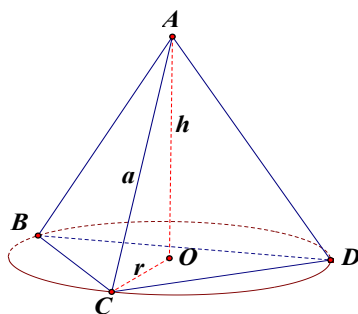
Mặt khác: $\int_{-1}^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_{-1}^2 = f(2) - f(-1) = f(2) - \frac{19}{12}$.

Từ đó suy ra: $f(2) - \frac{19}{12} = -\frac{9}{4} \Leftrightarrow f(2) = -\frac{9}{4} + \frac{19}{12} = -\frac{2}{3}$.

Câu 43 (M3). Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Hình nón (N) có đỉnh A và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Thể tích của khối nón (N) bằng

- A. $\frac{\pi\sqrt{3}a^3}{27}$. B. $\frac{\sqrt{6}a^3}{27}$. C. $\frac{\pi\sqrt{6}a^3}{9}$. D. $\frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}$.

Hướng dẫn giải



Gọi là O tâm của tam giác đều BCD . Ta có $AO = h$, $OC = r \Rightarrow r = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Suy ra } h^2 = a^2 - r^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{2a^2}{3} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \frac{a^2}{3} \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\pi\sqrt{6}a^3}{27}.$$

Câu 44 (M3). Một đoàn tàu có 4 toa đỗ ở sân ga. Có 4 hành khách từ sân ga lên tàu, mỗi người độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên một toa. Xác suất để một toa có 3 người, một toa có 1 người và hai toa không có người là

A. $\frac{3}{10}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{20}$.

D. $\frac{3}{16}$.

Hướng dẫn giải

Mỗi người độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên một toa nên ta có $n(\Omega) = 4^4 = 256$

Gọi A là biến cố “ có 1 toa có 3 người, một toa có 1 người và 2 toa không có người”

- Chọn 1 toa trong 4 toa để có 3 khách lên, số cách chọn là : C_4^1 cách

- Chọn 1 toa trong 3 toa còn lại để có 1 khách lên, số cách chọn là : C_3^1 cách

- Với toa có 3 khách lên ta chọn 3 khách trong 4 khách ngồi vào toa đó, số cách chọn là : C_4^3 cách

- Người còn lại cho vào vào toa có 1 khách, số cách chọn là : 1 cách

Số phần tử của biến cố A là : $n(A) = 4.3.4 = 48$

Xác suất để một toa có 3 người, một toa có 1 người và hai toa không có người là

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{256} = \frac{3}{16}.$$

Câu 45 (M3). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Khi đó cosin của góc giữa đường thẳng SB

và mặt phẳng (SAD) bằng

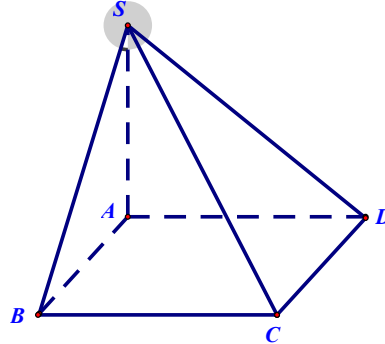
A. $\frac{1}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Hướng dẫn giải



$$\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABCD).$$

$$\begin{cases} AB \perp AD \\ AB \perp SA \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD).$$

Do hình chiếu của SB lên mặt phẳng (SAD) là SA nên góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) là góc giữa hai đường thẳng SB và SA .

$$SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}; \quad \cos \widehat{BSA} = \frac{SA}{SB} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) là $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Câu 46 (M4). Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác SBC . Mặt phẳng đi qua AG cắt các cạnh SB , SC lần lượt tại M và N . Gọi V_1 là thể tích tứ diện $SAMN$ và V là thể tích của tứ diện $SABC$. Giá trị lớn nhất tỷ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

A. $\frac{4}{9}$.

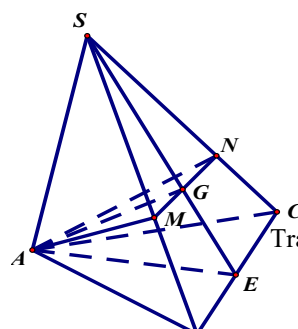
B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{10}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Gọi E là trung điểm BC .



Đặt $\frac{SM}{SB} = a$, $\frac{SN}{SC} = b$ ($0 \leq a, b \leq 1$)

Khi đó, ta có $\frac{V_1}{V} = \frac{SM \cdot SN}{SB \cdot SC} = a \cdot b$

và $\frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{S_{\Delta SMG} + S_{\Delta SNG}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{S_{\Delta SMG}}{2S_{\Delta SBE}} + \frac{S_{\Delta SNG}}{2S_{\Delta SCE}}$

$$= \frac{SM \cdot SG}{2SB \cdot SE} + \frac{SN \cdot SG}{2SC \cdot SE} = \frac{1}{3}(a + b) \quad (1)$$

Mặt khác ta có $\frac{S_{\Delta SMN}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{SM \cdot SN}{SA \cdot SB} = a \cdot b \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $a \cdot b = \frac{1}{3}(a + b) \Leftrightarrow (3a - 1)b = a \Leftrightarrow b = \frac{a}{3a - 1} \quad (a \neq \frac{1}{3})$.

Vậy $\frac{V_1}{V} = a \cdot b = \frac{a^2}{3a - 1} = f(a)$.

Từ $\begin{cases} 0 \leq a, b \leq 1 \\ a + b = 3ab \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq a \leq 1$.

Xét hàm số $f(a) = \frac{a^2}{3a - 1}$ với $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$.

Ta tìm được $\max_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} f(a) = \frac{1}{2}$ khi $a = \frac{1}{2}$ hoặc $a = 1$; $\min_{\left[\frac{1}{2}; 1\right]} f(a) = \frac{4}{9}$ khi $a = \frac{2}{3}$.

Vậy $\min \frac{V_1}{V} = \frac{4}{9}$ và $\max \frac{V_1}{V} = \frac{1}{2}$.

Câu 47 (M4). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ bất phương trình $9^x + (m - 1) \cdot 3^x + m > 0$ nghiệm đúng $\forall x > 1$?

A. 21.

B. 20.

C. 19.

D. 18.

Hướng dẫn giải

Đặt $t = 3^x$, vì $x > 1$ nên $t > 3$.

Bất phương trình đã cho thành: $t^2 + (m - 1)t + m > 0$ nghiệm đúng $\forall t > 3$

$$\Leftrightarrow \frac{t^2 - t}{t + 1} > -m \text{ nghiệm đúng } \forall t > 3.$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{t^2 - t}{t + 1} (t > 3)$, tìm được điều kiện của m .

Câu 48 (M4). Cho a, b hai số thực và $a > 1, b > 1$. Biết phương trình $a^x b^{x^2-1} = 1$ có hai nghiệm phân biệt

x_1, x_2 . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \left(\frac{x_1 x_2}{x_1 + x_2} \right)^2 - 4(x_1 + x_2)$.

- A. 4. B. $3\sqrt{2}$. C. $3\sqrt[3]{4}$. D. $\sqrt[3]{4}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $a^x b^{x^2-1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 1 + x \log_b a = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\log_b a \\ x_1 x_2 = -1 \end{cases}$

Khi đó $S = \left(\frac{1}{\log_b a} \right)^2 + 4 \log_b a = \frac{1}{(\log_b a)^2} + 4 \log_b a$

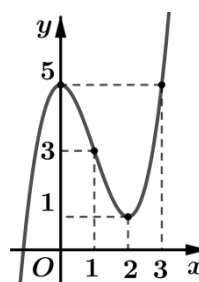
Đặt $t = \log_b a, t > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(t) = \frac{1}{t^2} + 4t$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

Cách 2:

$$S = \left(\frac{1}{\log_b a} \right)^2 + 4 \log_b a = \frac{1}{(\log_b a)^2} + 2 \log_b a + 2 \log_b a \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{(\log_b a)^2} \cdot 2 \log_b a \cdot 2 \log_b a} = 3\sqrt[3]{4}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{(\log_b a)^2} = 2 \log_b a \Leftrightarrow \log_b a = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Leftrightarrow a = b^{\frac{1}{\sqrt[3]{2}}}$.

Câu 49 (M4). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi P, p lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(2\sqrt{2x} + \sqrt{1-x}) + m$ (m là tham số thực) trên đoạn $[0; 1]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-10; 10)$ để $P > 2p$?



- A. 13. B. 12.
C. 11. D. 10.

Hướng dẫn giải

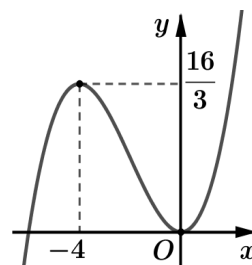
Đặt $t = 2\sqrt{2x} + \sqrt{1-x}$, khi đó $g(x) = f(t) + m$ với $t \in [1; 3]$.

$$\text{Dựa vào đồ thị ta có } \begin{cases} \max_{[1;3]} f(t) = f(3) = 5 \\ \min_{[1;3]} f(t) = f(2) = 1 \end{cases}$$

Suy ra: $\max_{[1;3]} g(x) = 5 + m; \min_{[1;3]} g(x) = 1 + m$.

Do đó: $\max_{[1;3]} g(x) > 2 \min_{[1;3]} g(x) \Leftrightarrow m < 3$.

Câu 50 (M4). Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ. Với m là tham số thực bất kì thuộc $[0;1]$. Phương trình $f(x^3 - 3x^2) = 3\sqrt{m} + 4\sqrt{1-m}$ có bao nhiêu nghiệm thực?



A. 2.

B. 3.

C. 5.

D. 9.

Hướng dẫn giải

Đặt $k = 3\sqrt{m} + 4\sqrt{1-m}$, điều kiện: $3 \leq k \leq 5$.

Đặt $t(x) = x^3 - 3x^2$, có $t'(x) = 3x^2 - 6x$; $t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 2$.

Bảng biến thiên:

x	0	2
t'	-	+
t	0	-4

Phương trình trở thành $f(t) = k$ với $k \in [3;5]$

Dựa vào đồ thị, ta có: $f(t) = k \Leftrightarrow \begin{cases} t = a > 0 \\ t = b (-4 < b < 0) \\ t = c < -4 \end{cases}$.

Các phương trình $t = a, t = c$ mỗi phương trình có 1 nghiệm; phương trình $t = b$ có 3 nghiệm.

----- HẾT -----