

PHẦN ĐẠI SỐ (6 điểm)

Bài 1: Tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{4x^2 + x + 1} + 3x)}{x^2 + 2}$.

Bài 2: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 5x^2 + 12}{2x - 4} & (x \neq 2) \\ 3a^2 - 7 & (x = 2) \end{cases}$. Định a để hàm số liên tục tại điểm $x = 2$.

Bài 3: Tính đạo hàm các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{x^2 + 3x + 1}$.

b) $y = (2x - 5) \cdot \sin 3x$.

Bài 4: Một vật chuyển động có phương trình $S(t) = \frac{2t^3}{3} - \frac{1}{t} + 6$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian vật chuyển động kể từ lúc bắt đầu chuyển động ($t > 0$) và S (tính bằng mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian t . Tính vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 5(s)$.

Bài 5: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến Δ song song đường thẳng $d: y = 9x - 6$.

Bài 6: Chứng minh phương trình $(m^2 + 2m + 6)x^4 + x - 2 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị thực của tham số m .

PHẦN HÌNH HỌC (4 điểm)

Bài 7: Cho tứ diện $SABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc, biết $SA = AB = AC = a$. Gọi I là trung điểm của đoạn BC .

a) Chứng minh đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Chứng minh mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

b) Chứng minh mặt phẳng (SAI) vuông góc với mặt phẳng (SBC) .

c) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAI) .

d) Trên tia đối của tia IA lấy điểm D sao cho $ID = 2IA$ và gọi E là trung điểm của đoạn SD . Tính khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBC) theo a .

----- HẾT -----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ tên thí sinh: SBD:

KIỂM TRA HỌC KỲ II NĂM HỌC 2019 – 2020
ĐÁP ÁN TOÁN – KHỐI 11

ĐIỂM	NỘI DUNG
Bài 1 (1đ)	Tính giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(\sqrt{4x^2 + x + 1} + 3x)}{x^2 + 2}$.
0.5đ	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \left(x \sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3x \right)}{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right)}$ <i>(Học sinh làm đúng từ: cho 0,25đ; đúng mẫu: cho 0,25đ)</i>
0.25đ	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \left(\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3 \right)}{x^2 \left(1 + \frac{2}{x^2} \right)}$ <i>(Học sinh không ghi bước 1, mà bước 2 đúng: không trừ điểm)</i>
0.25đ	$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} + 3}{1 + \frac{2}{x^2}} = 5$
Bài 2 (1đ)	Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 5x^2 + 12}{2x - 4} & (x \neq 2) \\ 3a^2 - 7 & (x = 2) \end{cases}$. Định a để hàm số liên tục tại điểm $x = 2$.
0.25đ	$f(2) = 3a^2 - 7$
0.25đ	$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 12}{2x - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x^2 - 3x - 6)}{2(x - 2)}$
0.25đ	$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x - 6}{2} = -4$
0.25đ	Hàm số liên tục tại điểm $x = 2 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow 3a^2 - 7 = -4 \Leftrightarrow a = 1 \vee a = -1$
Bài 3 (1đ)	Tính đạo hàm các hàm số sau:
a)	$y = \sqrt{x^2 + 3x + 1}$
0.25đ	$y' = \frac{(x^2 + 3x + 1)'}{2\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$
0.25đ	$y' = \frac{2x + 3}{2\sqrt{x^2 + 3x + 1}}$ <i>(Học sinh không ghi bước 1, mà kết quả đúng: không trừ điểm)</i>
b)	$y = (2x - 5) \cdot \sin 3x$.
0.25đ	$y' = (2x - 5)' \cdot \sin 3x + (2x - 5) \cdot (\sin 3x)'$
0.25đ	$y' = 2 \sin 3x + 3 \cdot (2x - 5) \cdot \cos 3x$ <i>(Học sinh không ghi bước 1, mà kết quả đúng: không trừ điểm)</i>

Bài 4 (1đ)	Một vật chuyển động có phương trình $S(t) = \frac{2t^3}{3} - \frac{1}{t} + 6$, trong đó t (tính bằng giây) là thời gian vật chuyển động kể từ lúc bắt đầu chuyển động ($t > 0$) và S (tính bằng mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian t . Tính vận tốc và gia tốc của vật tại thời điểm $t = 5(s)$.
0.25đ	$v(t) = S'(t) = 2t^2 + \frac{1}{t^2}$
0.25đ	$a(t) = v'(t) = 4t - \frac{2}{t^3}$
0.25đ	Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 5(s)$: $v(5) = \frac{1251}{25} (m/s)$ (hoặc $v(5) = 50,04(m/s)$)
0.25đ	Gia tốc của vật tại thời điểm $t = 5(s)$: $a(5) = \frac{2498}{125} (m/s^2)$ (hoặc $a(5) = 19,984(m/s^2)$) (HS không ghi đơn vị : không trừ điểm)
Bài 5 (1đ)	Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị (C) , biết tiếp tuyến Δ song song đường thẳng $d : y = 9x - 6$.
0.25đ	$y' = 3x^2 + 6x$
0.25đ	Gọi $M(x_0; y_0)$ là tiếp điểm. Do $\Delta // d$ nên $k_{\Delta} = k_d = 9$
0.25đ	Suy ra: $3x_0^2 + 6x_0 = 9 \Leftrightarrow x_0 = 1 \vee x_0 = -3$
0.25đ	+ Với $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 3$. Phương trình tiếp tuyến: $y = 9(x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = 9x - 6$ (loại) + Với $x_0 = -3 \Rightarrow y_0 = -1$. Phương trình tiếp tuyến: $y = 9(x + 3) - 1 \Leftrightarrow y = 9x + 26$ (nhận) (– HS không loại một tiếp tuyến: trừ 0,25đ – HS chỉ tìm 1 nghiệm x_0 và viết đúng 1 phương trình tiếp tuyến: trừ 0,25đ)
Bài 6 (1đ)	Chứng minh phương trình $(m^2 + 2m + 6)x^4 + x - 2 = 0$ luôn có nghiệm với mọi giá trị thực của tham số m .
0.25đ	Đặt $f(x) = (m^2 + 2m + 6)x^4 + x - 2$; $f(x)$ là hàm số xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ (1)
0.25đ	$f(0) = -2$
0.25đ	$f(2) = m^2 + 2m + 6 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$
0.25đ	Suy ra: $f(0).f(2) < 0, \forall m \in \mathbb{R}$ (2) (1), (2) $\Rightarrow$ phương trình $f(x) = 0$ luôn có nghiệm, $\forall m \in \mathbb{R}$

Bài 7 (4đ)	Cho tứ diện $SABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc, biết $SA = AB = AC = a$. Gọi I là trung điểm của đoạn BC.
a) (1.5đ)	Chứng minh đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng (ABC).
0.5đ	$\begin{cases} SA \perp AB \text{ (gt)} \\ SA \perp AC \text{ (gt)} \end{cases}$ <i>(Học sinh không giải thích lý do “gt”: không trừ điểm)</i>
0.25đ	$\Rightarrow SA \perp (ABC)$
	Chứng minh mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SAC).
0.25đ	$\begin{cases} AB \perp AC \text{ (gt)} \\ AB \perp SA \text{ (gt)} \end{cases}$ <i>(Học sinh không giải thích lý do “gt”: không trừ điểm)</i>
0.25đ	$\Rightarrow AB \perp (SAC)$
0.25đ	$\Rightarrow (SAB) \perp (SAC)$
b) (1đ)	Chứng minh mặt phẳng (SAI) vuông góc với mặt phẳng (SBC).
0.25đ	$AB = AC \text{ (gt)} \Rightarrow \triangle ABC$ cân tại $A \Rightarrow$ trung tuyến AI cũng là đường cao $\Rightarrow BC \perp AI$
0.25đ	$BC \perp SA \quad (SA \perp (ABC) - \text{cmt})$ <i>(Học sinh ghi được $BC \perp AI$ và $BC \perp SA$, mà không giải thích lý do 1 trong 2 ý: trừ 0.25đ)</i>
0.25đ	Nên: $BC \perp (SAI)$
0.25đ	$\Rightarrow (SBC) \perp (SAI)$

c) (1đ)	Tính góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAI).
0.25đ	$\begin{cases} (SAB) \cap (SAI) = SA \\ SA \perp AB \text{ (gt)} \\ SA \perp AI \text{ (} SA \perp (ABC) \text{) - cmt} \end{cases}$ (Học sinh không giải thích lý do: không trừ điểm)
0.25đ	$\Rightarrow ((SAB), (SAI)) = (\widehat{AB, AI}) = \widehat{BAI}$
0.25đ	ΔABC vuông cân tại A nên trung tuyến AI cũng là phân giác trong
0.25đ	$\Rightarrow \widehat{BAI} = 45^\circ$. Vậy $((SAB), (SAI)) = 45^\circ$
d) (0.5đ)	Trên tia đối của tia IA lấy điểm D sao cho $ID = 2IA$ và gọi E là trung điểm của đoạn SD. Tính khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SBC) theo a.
0.25đ	$\left. \begin{array}{l} \text{Lý luận: } d(E, (SBC)) = \frac{1}{2} d(D, (SBC)) \\ d(D, (SBC)) = 2d(A, (SBC)) \end{array} \right\} \Rightarrow d(E, (SBC)) = d(A, (SBC))$
0.25đ	Trong (SAI) kẻ $AH \perp SI$ tại H Lý luận: $d(A, (SBC)) = AH$ $\Delta ABC: AI = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ $\Delta SAI: \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ Vậy $d(E, (SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Lưu ý: Học sinh giải cách khác đáp án, nếu đúng: cho trọn điểm