

SỞ GD&ĐT LẠNG SƠN



ĐỀ THI THỬ - KỶ THI TỐT NGHIỆP THPT

NĂM HỌC 2019 - 2020

Bài thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)



MÃ ĐỀ THI: 831

Họ và tên: SBD:

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SD = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-1)$, $B(2;0;1)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\overrightarrow{AB} = (4;1;2)$. B. $\overrightarrow{AB} = (4;-1;2)$. C. $\overrightarrow{AB} = (4;-1;-2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-4;1;-2)$.

Câu 3. Mỗi cạnh của một hình đa diện là cạnh chung của đúng

- A. bốn mặt. B. hai mặt. C. ba mặt. D. năm mặt.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng

- A. 2. B. 1. C. -1. D. 0.

Câu 5. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^3 [2x - 3f(x)] dx$

- A. $I = -3$. B. $I = 0$. C. $I = 3$. D. $I = 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			1		1		0	
	$-\infty$							$-\infty$

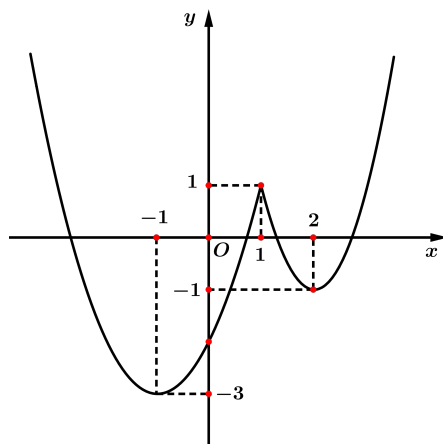
Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có số nghiệm thực là:

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 (2x+1) dx$

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

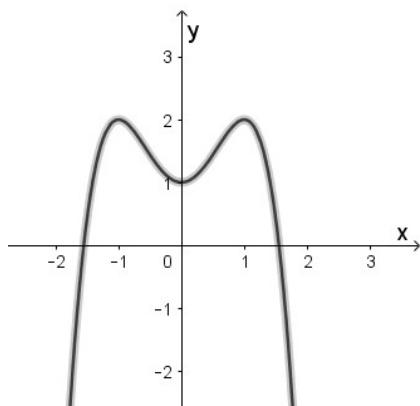


- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$. D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2+4}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ

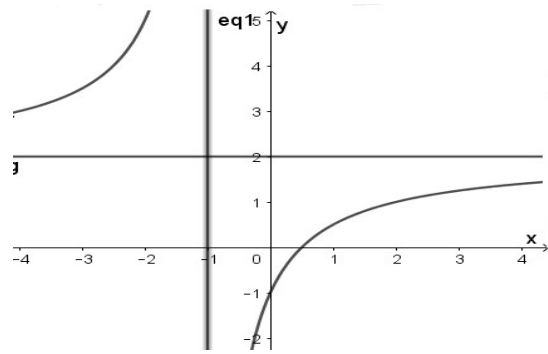


- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

Câu 11. Cho $a > 0$, biểu thức $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

- A. $a^{\frac{5}{8}}$. B. $a^{\frac{3}{2}}$. C. $a^{\frac{11}{4}}$. D. $a^{\frac{7}{4}}$.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên dưới đây là đồ thị của một hàm trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{1-2x}{x+1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ

- A. $N(-1;-2;-3)$ B. $N(1;2;0)$. C. $N(-1;2;3)$ D. $N(1;2;-3)$

Câu 14. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3, chiều cao bằng 4. Thể tích khối nón (N) là:

- A. 16π B. 12π . C. 36π D. 20π

Câu 15. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(1-x) \geq 1$ là

- A. $(-\infty; -1]$. B. $[-1; 1)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $[-1; +\infty)$.

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(3-2x)^2$ trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

- A. 1. B. 2. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.

Câu 17. Bất phương trình $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 \leq 0$ có tập nghiệm là

- A. $[1; 2]$. B. $[1; 2)$. C. $(1; 2]$. D. $(1; 2)$.

Câu 18. Thiết diện qua trục của một khối trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Tính thể tích của khối trụ đó.

- A. $8\pi a^3$. B. $4\pi a^3$. C. $2\pi a^3$. D. $6\pi a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0
y	$+\infty$		0	1	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 20. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 \cdot b^5 = e^9$. Giá trị của $3 \ln a + 5 \ln b$ bằng

- A. e^9 . B. 9. C. $\ln 9$. D. $9e$.

- Câu 21.** Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 3$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f'(x) dx = 9$. Giá trị của $f(3)$ là
A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 9.
- Câu 22.** Một bông hoa có 5 bông hoa hồng trắng, 6 bông hoa hồng đỏ và 7 bông hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu
A. 240. **B.** 210. **C.** 18. **D.** 120.
- Câu 23.** Một khách hàng có 100000000 đồng gửi ngân hàng kì hạn 3 tháng (1 quý) với lãi suất 0,65% một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi vị khách này sau ít nhất bao nhiêu quý mới có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng?
A. 36 quý. **B.** 48 quý. **C.** 12 quý. **D.** 24 quý.
- Câu 24.** Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
A. $m < 0$. **B.** $m \geq 0$. **C.** $m \neq 0$. **D.** $m \leq 0$.
- Câu 25.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ có phương trình là
A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$. **B.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 0$. **C.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} + 1 = 0$. **D.** $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.
- Câu 26.** Đặt $t = \sqrt{e^x + 2}$ thì $I = \int \frac{1}{\sqrt{e^x + 2}} dx$ trở thành
A. $I = \int \frac{2}{t^2 - 2} dt$. **B.** $I = \int \frac{2t}{t^2 - 2} dt$. **C.** $I = \int \frac{2}{t(t^2 - 2)} dt$. **D.** $I = \int \frac{t}{t(t^2 - 2)} dt$.
- Câu 27.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 2y + 1 = 0$ có tâm I là:
A. $I(8; -2; 0)$. **B.** $I(-4; 1; 0)$. **C.** $I(-8; 2; 0)$. **D.** $I(4; -1; 0)$.
- Câu 28.** Cho cấp số nhân có $u_1 = 2; u_6 = 486$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho.
A. $q = -2$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = 3$.
- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; -2; 0), B(2; 0; -3), C(-2; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng AM , với M là trung điểm của đoạn thẳng BC .
A. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-3}{-3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-1}$.
- Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 0; 0), B(1; 0; 4), C(3; -2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với AC .
A. $(P): x - 2y - 1 = 0$. **B.** $(P): x + 2y + 1 = 0$. **C.** $(P): x - 2z - 1 = 0$. **D.** $(P): x + 2y - 1 = 0$.

Lời giải

- Câu 31.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây sai?
A. $BD \perp (SAC)$. **B.** $BC \perp (SAB)$. **C.** $CD \perp (SAD)$. **D.** $AC \perp (SBD)$.

Câu 32. Với a, b là hai số thực dương và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a^3b)$ bằng

- A. $3 + 2\log_a b$. B. $4 + 2\log_a b$. C. $\frac{3}{2} + \log_a b$. D. $6 + \log_a b$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Tính $a - b$

- A. $a - b = 4$. B. $a - b = 2$. C. $a - b = -4$. D. $a - b = -2$.

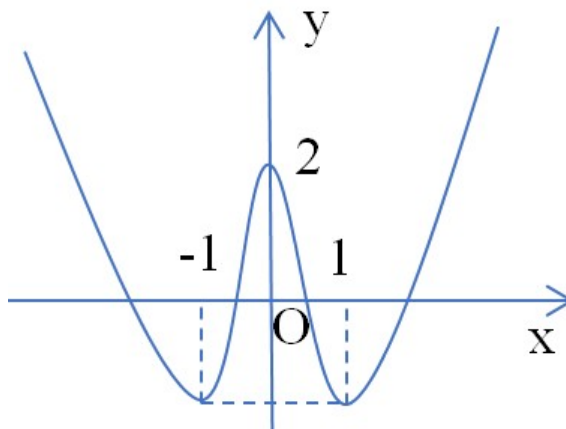
Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz + 2 = 0$ và $(\beta): 2x + my + 4z - 3 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì (α) song song với (β) ?

- A. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$. B. $m = 1$ và $n = -2$. C. $m = -2$ và $n = 2$. D. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$.

Câu 35. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. Chỉ ra một vectơ pháp tuyến của (α)

- A. $\vec{n} = (-2; -1; -3)$. B. $\vec{n} = (3; 6; 2)$. C. $\vec{n} = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2020}{f(x)[f(x) - m]}$ có 7 đường tiệm cận đứng là



- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 37. Cho số phức $z = 2 - 4i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức z .

- A. $\bar{z} = 2 + 4i$. B. $\bar{z} = -2 - 4i$. C. $\bar{z} = 4 - 2i$. D. $\bar{z} = -4 + 2i$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu và đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$			
$f'(x)$	-	0	+	0	+	0	-	0	+

Hàm số $y = 2f(x+2) - x^3 + 3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-1; 0)$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i) \cdot z - 2i \cdot \bar{z} = 5 + 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 65$. B. $|z| = \sqrt{65}$. C. $|z| = 97$. D. $|z| = \sqrt{97}$.

Câu 40. Cho tứ diện $SABC$, M và N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $2AM = SM, 2SN = BN, (\alpha)$ là mặt phẳng chứa MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm A , (H_2) chứa điểm S ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 41. Cho hai số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính môđun của số phức $w = (z_1 + z_2)i + z_1 z_2$.

A. $|w| = \sqrt{17}$. B. $|w| = 3$. C. $|w| = \sqrt{185}$. D. $|w| = \sqrt{153}$.

Câu 42. Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là

A. $T = 8$. B. $T = 11$. C. $T = 10$. D. $T = 9$.

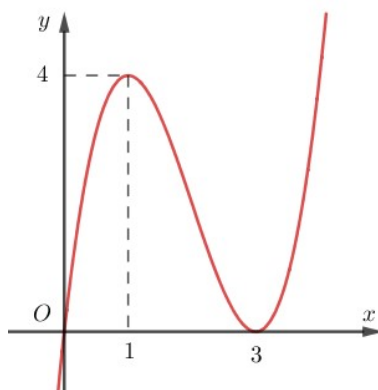
Câu 43. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và $\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2}$ với a, b là hai số nguyên dương. Tính $T = a - b$.

A. $T = -4$. B. $T = 6$. C. $T = -6$. D. $T = 4$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = 1, AD = 2$, cạnh bên $SA = 1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của AD . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

A. $\frac{11\pi}{6}$. B. $\frac{11\sqrt{11}\pi}{48}$. C. $\frac{11\sqrt{11}\pi}{6}$. D. $\frac{11\pi}{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ là một đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x^2) = m$ có đúng hai nghiệm thực là



A. $[0; 4]$. B. $\{0; 4\}$. C. $\{0\} \cup (4; +\infty)$. D. $(4; +\infty)$.

Câu 46. Trong một hộp có 40 viên bi được đánh số từ 1 đến 40. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số đánh trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

- A. $\frac{977}{9880}$. B. $\frac{1057}{9880}$. C. $\frac{137}{380}$. D. $\frac{127}{380}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn $f(3) = \frac{3}{2}$ và $[f'(x)]^2 = (x+1)f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3263 < f^2(8) < 3264$ B. $3264 < f^2(8) < 3265$
C. $3268 < f^2(8) < 3269$ D. $3266 < f^2(8) < 3267$.

Câu 48. Gọi m_0 là số nguyên để phương trình $\log_3 \left(\frac{x^2}{2020-m} \right) + |x|(x^2+m) = 2020|x|$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^{2020} + x_2^{2020} = 2^{1011}$. Với m_0 đó giá trị của biểu thức $P = \ln(x_1 + \sqrt{x_1^2 + 2}) + \ln(x_2 + \sqrt{x_2^2 + 2})$ thuộc vào khoảng nào dưới đây?

- A. $(2018; 2020)$. B. $(2020; 2025)$. C. $(-5; 1)$. D. $(1; 5)$.

Câu 49. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa mãn $m.f(x) + n.f(1-x) = g(x)$ với m, n là các số thực khác 0 và $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 g(x) dx = 1$. Giá trị của $m+n$ là

- A. $m+n=1$. B. $m+n=2$. C. $m+n=0$. D. $m+n=\frac{1}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SD = a\sqrt{2}$, $SA = SB = a$, và mặt phẳng (SBD) vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

- A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.B	3.B	4.C	5.D	6.C	7.D	8.B	9.B	10.B
11.A	12.B	13.A	14.B	15.A	16.B	17.A	18.C	19.C	20.B
21.C	22.B	23.A	24.B	25.D	26.A	27.B	28.D	29.D	30.D
31.D	32.D	33.D	34.C	35.B	36.C	37.A	38.C	39.C	40.A
41.C	42.A	43.A	44.C	45.D	46.D	47.A	48.C	49.A	50.D

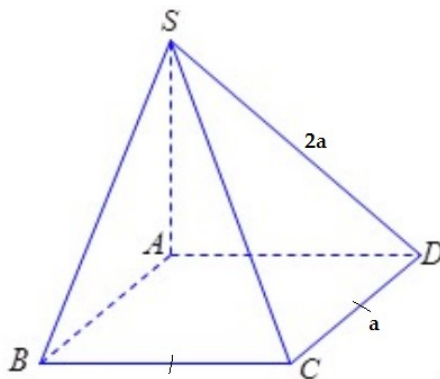
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SD = 2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3}{4}$. **C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.** D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{3} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-1)$, $B(2;0;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\overrightarrow{AB} = (4;1;2)$. **B. $\overrightarrow{AB} = (4;-1;2)$.** C. $\overrightarrow{AB} = (4;-1;-2)$. D. $\overrightarrow{AB} = (-4;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Mỗi cạnh của một hình đa diện là cạnh chung của đúng

- A. bốn mặt. **B. hai mặt.** C. ba mặt. D. năm mặt.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng

A. 2.

B. 1.

C. -1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_1^3 [2x - 3f(x)] dx$

A. $I = -3$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_1^3 [2x - 3f(x)] dx = \int_1^3 2x dx - 3 \int_1^3 f(x) dx = x^2 \Big|_1^3 - 3 \cdot 2 = 2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			1		1		0	
	$-\infty$							$-\infty$

Phương trình $2f(x) - 1 = 0$ có số nghiệm thực là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}$, số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = \frac{1}{2}$.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$							

Do đó phương trình có 4 nghiệm.

Câu 7. Tích phân $\int_0^1 (2x+1) dx$

A. 5.

B. 3.

C. 4.

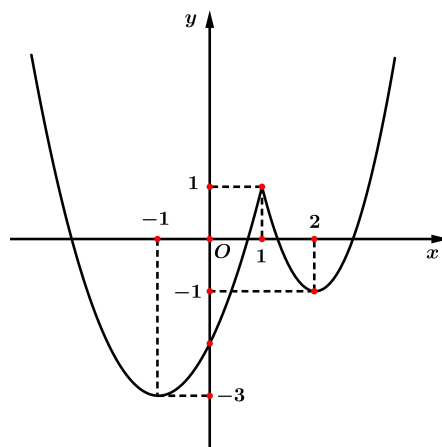
D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^1 (2x+1)dx = (x^2 + x)\Big|_0^1 = 1^2 + 1 = 2.$

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1;1)$.

Vì khoảng $(-1;0)$ nằm trong khoảng $(-1;1)$ nên suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2+4}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

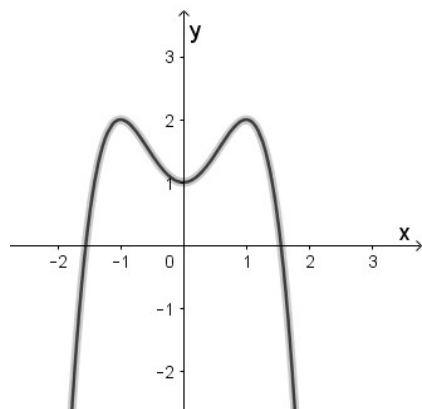
Tập xác định: $D = \mathbb{R}.$

+) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

+) Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-3}{x^2+4} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-3}{x^2+4} = 0$. Suy ra $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ



- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. C. $y = x^4 + 3x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1);(-1;2);(1;2)$

- Câu 11. Cho $a > 0$, biểu thức $a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{5}{8}}$.

B. $a^{\frac{3}{2}}$.

C. $a^{\frac{11}{4}}$.

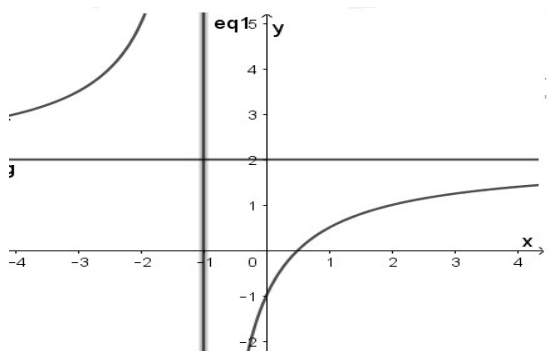
D. $a^{\frac{7}{4}}$.

Lời giải

Chọn A

$$a^{\frac{3}{4}}\sqrt{a} = a^{\frac{3}{4}} \cdot a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{8}}$$

- Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên dưới đây là đồ thị của một hàm trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{1-2x}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$.

D. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1);(\frac{1}{2};0)$

- Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm $M(1;2;3)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ

A. $N(-1;-2;-3)$

B. $N(1;2;0)$.

C. $N(-1;2;3)$

D. $N(1;2;-3)$

Lời giải

Chọn A

Ta có: Tọa độ điểm N đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ là $N(-1; -2; -3)$

Câu 14. Cho hình nón (N) có bán kính đáy bằng 3, chiều cao bằng 4. Thể tích khối nón (N) là:

- A.** 16π **B.** 12π **C.** 36π **D.** 20π

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối nón (N) là: $V = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 4 = 12\pi$

Câu 15. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(1-x) \geq 1$ là

- A.** $(-\infty; -1]$ **B.** $[-1; 1)$ **C.** $(-\infty; 1)$ **D.** $[-1; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Có: $\log_2(1-x) \geq 1 \Leftrightarrow \log_2(1-x) \geq \log_2 2 \Leftrightarrow 1-x \geq 2 \Leftrightarrow x \leq -1$.

Câu 16. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x(3-2x)^2$ trên $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

- A.** 1. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = x(3-2x)^2 = 4x^3 - 12x^2 + 9x$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{4}; 1\right]$.

Ta có $y' = 12x^2 - 24x + 9$; $y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 24x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \in \left(\frac{1}{4}; 1\right) \\ x = \frac{3}{2} \notin \left(\frac{1}{4}; 1\right) \end{cases}$

Lại có $y\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{25}{16}$; $y\left(\frac{1}{2}\right) = 2$; $y(1) = 1$.

Vậy $\max_{\left[\frac{1}{4}; 1\right]} y = y\left(\frac{1}{2}\right) = 2$.

Câu 17. Bất phương trình $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 \leq 0$ có tập nghiệm là

- A.** $[1; 2]$ **B.** $[1; 2)$ **C.** $(1; 2]$ **D.** $(1; 2)$

Lời giải

Chọn A

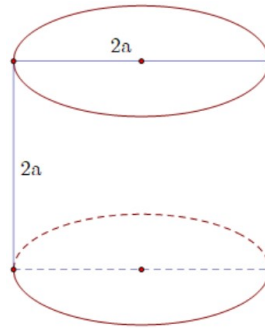
Ta có $9^x - 4 \cdot 3^{x+1} + 27 \leq 0 \Leftrightarrow 9^x - 12 \cdot 3^x + 27 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \leq 3^x \leq 9 \Leftrightarrow 1 \leq x \leq 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [1; 2]$.

Câu 18. Thiết diện qua trục của một khối trụ là hình vuông có cạnh là $2a$. Tính thể tích của khối trụ đó.

- A.** $8\pi a^3$ **B.** $4\pi a^3$ **C.** $2\pi a^3$ **D.** $6\pi a^3$

Lời giải

Chọn C

Ta có bán kính đáy $R = a$, đường cao $h = 2a \Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi a^2 \cdot 2a = 2\pi a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				1				$+\infty$
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$\nearrow$		
			0			0			

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$.B. $(-1;0)$.**C. $(0;1)$.**D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0;1)$.

Câu 20. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 \cdot b^5 = e^9$. Giá trị của $3 \ln a + 5 \ln b$ bằng

A. e^9 .**B. 9.**C. $\ln 9$.D. $9e$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^3 \cdot b^5 = e^9 \Leftrightarrow \ln(a^3 \cdot b^5) = \ln e^9 \Leftrightarrow \ln a^3 + \ln b^5 = 9 \Leftrightarrow 3 \ln a + 5 \ln b = 9$.

Vậy $3 \ln a + 5 \ln b = 9$.

Câu 21. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 3$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f'(x) dx = 9$. Giá trị của

$f(3)$ là

A. 6.

B. 3.

C. 12.

D. 9.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 f'(x) dx = 9 \Leftrightarrow f(3) - f(0) = 9 \Leftrightarrow f(3) = 9 + 3 = 12$.

Câu 22. Một bông hoa có 5 bông hoa hồng trắng, 6 bông hoa hồng đỏ và 7 bông hoa hồng vàng. Hỏi có mấy cách chọn lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu

A. 240.

B. 210.

C. 18.

D. 120.

Lời giải

Chọn B

Số cách lấy ba bông hoa có đủ cả ba màu là : $C_5^1.C_6^1.C_7^1 = 5.6.7 = 210$.

- Câu 23.** Một khách hàng có 100000000 đồng gửi ngân hàng kì hạn 3 tháng (1 quý) với lãi suất 0,65% một tháng theo phương thức lãi kép. Hỏi vị khách này sau ít nhất bao nhiêu quý mới có số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng?

A. 36 quý.

B. 48 quý.

C. 12 quý.

D. 24 quý.

Lời giải

Chọn A

Giả sử khách hàng có A đồng gửi vào ngân hàng X với lãi suất $d = a\%$ một quý theo phương thức lãi kép. Sau n quý ta nhận được số tiền cả gốc và lãi là B đồng. Khi đó ta có:

$$B = A(1+d)^n (*) . \text{ Áp dụng công thức } (*) \text{ ta có: } A = 100000000, d = 0,65\% . 3 = 0,0195$$

$$\text{Cần tìm } n \text{ để } A(1+d)^n - A > A \text{ hay } (1+d)^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1+d} 2$$

$$\text{Vì vậy ta có: } n > \log_{1,0195} 2 \geq 36$$

Vậy sau 36 quý (tức là 9 năm) người đó sẽ có một số tiền lãi lớn hơn số tiền gốc ban đầu gửi ngân hàng.

- Câu 24.** Tìm m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

A. $m < 0$.B. $m \geq 0$.C. $m \neq 0$.D. $m \leq 0$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}$

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 6x + m$$

Hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$ thì $y' > 0 \forall x \in (2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \geq 0 \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -3x^2 + 6x \forall x \in (2; +\infty)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \max(-3x^2 + 6x) \forall x \in (2; +\infty)$$

Để dàng ta tìm được giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = -3x^2 + 6x$ trên $(2; +\infty)$ là 0

Do đó nếu $m \geq 0$ thì ta có $3x^2 - 6x + m > 0, \forall x \in (2; +\infty)$.

Hay hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

- Câu 25.** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua các điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

B. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 0$.

C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.

D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng đi qua các điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ có phương trình là

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 1.$$

Câu 26. Đặt $t = \sqrt{e^x + 2}$ thì $I = \int \frac{1}{\sqrt{e^x + 2}} dx$ trở thành

A. $I = \int \frac{2}{t^2 - 2} dt$. **B.** $I = \int \frac{2t}{t^2 - 2} dt$. **C.** $I = \int \frac{2}{t(t^2 - 2)} dt$. **D.** $I = \int \frac{t}{t(t^2 - 2)} dt$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $t^2 = e^x + 2 \Rightarrow 2t dt = e^x dx \Rightarrow dx = \frac{2t}{t^2 - 2} dt$.

Do đó $I = \int \frac{1}{t} \cdot \frac{2t}{t^2 - 2} dt = \int \frac{2}{t^2 - 2} dt$

Câu 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 2y + 1 = 0$ có tâm I là:

A. $I(8; -2; 0)$. **B.** $I(-4; 1; 0)$. **C.** $I(-8; 2; 0)$. **D.** $I(4; -1; 0)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(-4; 1; 0)$

Câu 28. Cho cấp số nhân có $u_1 = 2; u_6 = 486$. Tính công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q = -2$. **B.** $q = -3$. **C.** $q = 2$. **D.** $q = 3$.

Lời giải

Chọn D

Vì dãy số đã cho là cấp số nhân nên $u_6 = u_1 \cdot q^5 \Leftrightarrow 486 = 2 \cdot q^5 \Rightarrow q = 3$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(3; -2; 0), B(2; 0; -3), C(-2; 2; 1)$. Viết phương trình đường thẳng AM , với M là trung điểm của đoạn thẳng BC .

A. $\frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-3}{3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$. **C.** $\frac{x+3}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-3}{-3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

M là trung điểm của đoạn thẳng $BC \Rightarrow M(0; 1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{AM} = (-3; 3; -1)$.

Đường thẳng AM đi qua điểm $A(3; -2; 0)$ và nhận vector $\vec{u} = \overrightarrow{AM} = (-3; 3; -1)$ làm vector chỉ phương có phương trình $\frac{x-3}{-3} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-1}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(2; 0; 0), B(1; 0; 4), C(3; -2; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với AC .

A. $(P): x - 2y - 1 = 0$. **B.** $(P): x + 2y + 1 = 0$. **C.** $(P): x - 2z - 1 = 0$. **D.** $(P): x + 2y - 1 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AC} = (1; -2; 0)$.

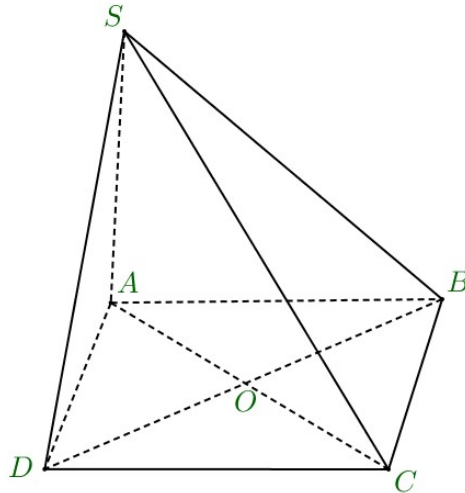
Mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc với AC nhận vector $\vec{n} = \overrightarrow{AC} = (1; -2; 0)$ làm vector pháp tuyến có phương trình $1(x-1) - 2(y-0) + 0 = 0 \Leftrightarrow x - 2y - 1 = 0$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Mệnh đề nào sau đây *sai*?

- A. $BD \perp (SAC)$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $CD \perp (SAD)$. **D. $AC \perp (SBD)$.**

Lời giải

Chọn D



Ta có $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$

Câu 32. Với a, b là hai số thực dương và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a^3b)$ bằng

- A. $3 + 2\log_a b$. B. $4 + 2\log_a b$. C. $\frac{3}{2} + \log_a b$. **D. $6 + \log_a b$.**

Lời giải

Chọn D

Với $a, b > 0$ và $a \neq 1$:

$$\log_{\sqrt{a}}(a^3b) = \log_{\sqrt{a}} a^3 + \log_{\sqrt{a}} b = \log_{\frac{1}{a^2}} a^3 + \log_{\frac{1}{a^2}} b = 3.2\log_a a + 2\log_a b = 6 + 2\log_a b$$

Câu 33. Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$. Tính $a - b$

- A. $a - b = 4$. B. $a - b = 2$. C. $a - b = -4$. **D. $a - b = -2$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + 2a$.

Đồ thị hàm số $(C): y = x^3 - 3x^2 + 2ax + b$ có điểm cực tiểu $A(2; -2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ A(2; -2) \in (C) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 2a = 0 \\ 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 2a \cdot 2 + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy $a - b = -2$.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x - y + nz + 2 = 0$ và $(\beta): 2x + my + 4z - 3 = 0$. Với giá trị nào sau đây của m, n thì (α) song song với (β) ?

- A. $m = 1$ và $n = -\frac{1}{2}$. B. $m = 1$ và $n = -2$.
C. $m = -2$ và $n = 2$. D. $m = -\frac{1}{2}$ và $n = 1$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (α) có 1 VTPT $\vec{n}_1 = (1; -1; n)$

Mặt phẳng (β) có 1 VTPT $\vec{n}_2 = (2; m; 4)$

$$(\alpha) \text{ song song với } (\beta) \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{-1}{m} = \frac{n}{4} \neq \frac{2}{-3} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ n = 2 \end{cases}.$$

Câu 35. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. Chỉ ra một vectơ pháp tuyến của

(α)

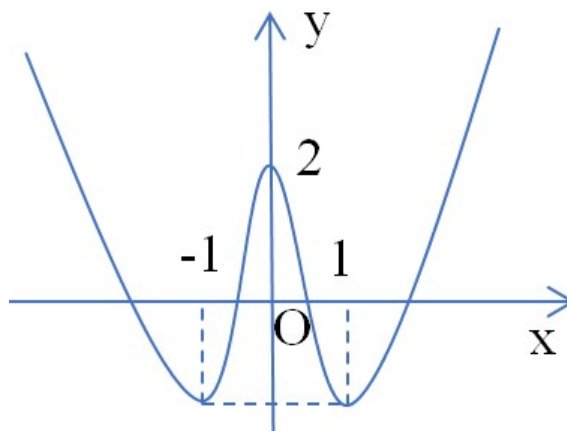
- A. $\vec{n} = (-2; -1; -3)$. **B. $\vec{n} = (3; 6; 2)$.**
 C. $\vec{n} = (2; 1; 3)$. D. $\vec{n} = (3; 6; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{n} = \left(\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}(3; 6; 2)$. Vậy mặt phẳng (α) có một vectơ pháp tuyến là $(3; 6; 2)$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Số các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2020}{f(x)[f(x) - m]}$ có 7 đường tiệm cận đứng là



- A. 3. B. 2. **C. 1.** D. 4.

Lời giải

Chọn C

Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2020}{f(x)[f(x)-m]}$ là số nghiệm của phương trình

$$f(x)[f(x)-m] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = m \end{cases}.$$

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x) = 0$ có bốn nghiệm.

Để đồ thị hàm số $g(x)$ có 7 đường tiệm cận đứng thì phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm $\Rightarrow m = 2$.

Vậy có 1 giá trị m .

Câu 37. Cho số phức $z = 2 - 4i$. Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức z .

A. $\bar{z} = 2 + 4i$.

B. $\bar{z} = -2 - 4i$.

C. $\bar{z} = 4 - 2i$.

D. $\bar{z} = -4 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

$$\bar{z} = 2 + 4i.$$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu và đạo hàm như sau

x	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+

Hàm số $y = 2f(x+2) - x^3 + 3x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-1; 0)$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1

Đặt hàm $g(x) = 2f(x+2) - x^3 + 3x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$

$$g'(x) = 2f'(x+2) - 3x^2 + 3$$

Để hàm số $g(x) = 2f(x+2) - x^3 + 3x$ nghịch biến thì $g'(x) < 0$.

$$\text{Ta tìm } x \text{ sao cho } \begin{cases} 2f'(x+2) < 0 \\ -3x^2 + 3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 < 1 \\ 3 < x+2 < 4 \\ x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \\ x > 1 \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 2 \end{cases}$$

So với đáp án ta chọn câu **C**.

Cách 2

Từ bảng biến thiên ta có thể chọn hàm

$$f'(x) = (x-1)(x-2)^2(x-3)(x-4) = (x-2)^5 - 2(x-2)^4 - (x-2)^3 + 2(x-2)^2.$$

Suy ra $g'(x) = 2x^5 - 4x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x^2 + 3$.

$$g'(x) = 2x^5 - 4x^4 - 2x^3 + x^2 + 3.$$

Đề hàm số $g(x) = 2f(x+2) - x^3 + 3x$ nghịch biến thì $g'(x) < 0$.

Ta thử lần lượt các đáp án $g'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{45}{16}$; $g'(4) = 915$; $g'\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{51}{16}$ nên loại các câu A, B, D.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i).z - 2i.\bar{z} = 5 + 3i$. Tính $|z|$.

A. $|z| = 65$.

B. $|z| = \sqrt{65}$.

C. $|z| = 97$.

D. $|z| = \sqrt{97}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Ta có $(1-i).z - 2i.\bar{z} = 5 + 3i \Leftrightarrow (1-i)(a+bi) - 2i(a-bi) = 5 + 3i$

$$\Leftrightarrow (a-b) + (-3a+b)i = 5 + 3i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-b=5 \\ -3a+b=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=-9 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{97}.$$

Câu 40. Cho tứ diện $SABC$, M và N lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA và SB sao cho $2AM = SM, 2SN = BN, (\alpha)$ là mặt phẳng chứa MN và song song với SC . Kí hiệu (H_1) và (H_2) là các khối đa diện có được khi chia khối tứ diện $S.ABC$ bởi mặt phẳng (α) , trong đó (H_1) chứa điểm A , (H_2) chứa điểm S ; V_1 và V_2 lần lượt là thể tích của (H_1) và (H_2) . Tỉ số

$$\frac{V_1}{V_2} \text{ bằng}$$

A. $\frac{5}{4}$.

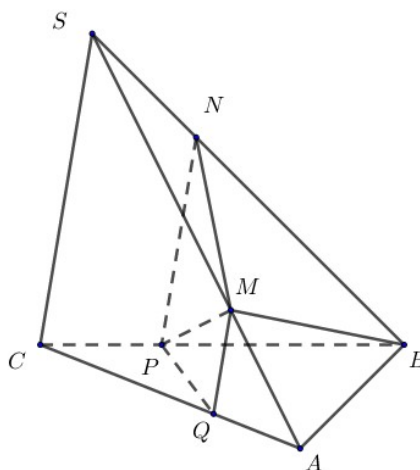
B. $\frac{4}{5}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Kẻ $MQ \parallel SC, (Q \in AC)$ và $NP \parallel SC, (P \in BC)$.

Ta có thiết diện của tứ diện $SABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) là $MNPQ$.

$$\text{Ta có } \frac{AQ}{AC} = \frac{AM}{AS} = \frac{1}{3}; \frac{BP}{BC} = \frac{BN}{BS} = \frac{2}{3}.$$

$$+) \frac{S_{\Delta CPQ}}{S_{\Delta CAB}} = \frac{CP}{CB} \cdot \frac{CQ}{CA} = \frac{2}{9} \Rightarrow S_{\Delta CPQ} = \frac{2}{9} S_{\Delta CAB} \Rightarrow S_{\Delta BPQ} = \frac{7}{9} S_{\Delta CAB}.$$

$$\text{Mặt khác } d(M, (ABC)) = \frac{1}{3} d(S, (ABC)).$$

$$\Rightarrow V_{M.ABPQ} = \frac{7}{27} V_{SABC}.$$

$$+) \text{ Lại có } S_{\Delta BNP} = \frac{4}{9} S_{\Delta SBC} \text{ và } d(M, (SBC)) = \frac{2}{3} d(A, (SBC)) \Rightarrow V_{M.BNP} = \frac{8}{27} V_{SABC}.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = V_{M.ABPQ} + V_{M.BNP} = \frac{5}{9} V_{SABC} \Rightarrow V_2 = \frac{4}{9} V_{SABC}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 41. Cho hai số phức z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính môđun của số phức $w = (z_1 + z_2)i + z_1 z_2$.

A. $|w| = \sqrt{17}$.

B. $|w| = 3$.

C. $|w| = \sqrt{185}$.

D. $|w| = \sqrt{153}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Theo Định lí Vi-ét ta có: } \begin{cases} z_1 + z_2 = -4 \\ z_1 z_2 = 13 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } w = (z_1 + z_2)i + z_1 z_2 = 13 - 4i. \text{ Vậy } |w| = \sqrt{13^2 + (-4)^2} = \sqrt{185}.$$

Câu 42. Biết $\int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx = a \ln 5 + b \ln 3 + c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức

$$T = a + b + c \text{ là}$$

A. $T = 8$.

B. $T = 11$.

C. $T = 10$.

D. $T = 9$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét tích phân } I = \int_0^4 x \ln(x^2 + 9) dx.$$

$$\text{Đặt } t = x^2 + 9 \Rightarrow dt = 2x dx. \text{ Đổi cận } x = 4 \Rightarrow t = 25; x = 0 \Rightarrow t = 9.$$

$$\text{Suy ra } I = \frac{1}{2} \int_9^{25} \ln t dt.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln t \\ dv = dt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{t} dt \\ v = t \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{1}{2} (t \ln t) \Big|_9^{25} - \frac{1}{2} \int_9^{25} dt = \frac{1}{2} (25 \ln 25 - 9 \ln 9) - \frac{1}{2} t \Big|_9^{25} = 25 \ln 5 - 9 \ln 3 - 8.$$

$$\text{Ta tìm được } a = 25; b = -9; c = -8. \text{ Vậy } T = a + b + c = 8.$$

Câu 43. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y)$ và

$$\frac{x}{y} = \frac{-a + \sqrt{b}}{2} \text{ với } a, b \text{ là hai số nguyên dương. Tính } T = a - b.$$

A. $T = -4$.

B. $T = 6$.

C. $T = -6$.

D. $T = 4$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } \log_9 x = \log_6 y = \log_4 (x + y) = t \Rightarrow \begin{cases} x = 9^t \\ y = 6^t \\ x + y = 4^t \end{cases} \text{ và } \frac{x}{y} = \left(\frac{3}{2}\right)^t.$$

$$\text{Khi đó ta có } 9^t + 6^t = 4^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t + 1 = \left(\frac{2}{3}\right)^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^{2t} + \left(\frac{3}{2}\right)^t - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \text{ (do } \left(\frac{3}{2}\right)^t > 0)$$

Vậy $a = 1, b = 5$. Khi đó $T = a - b = 1 - 5 = -4$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = 1, AD = 2$, cạnh bên $SA = 1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm của AD . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

A. $\frac{11\pi}{6}$.

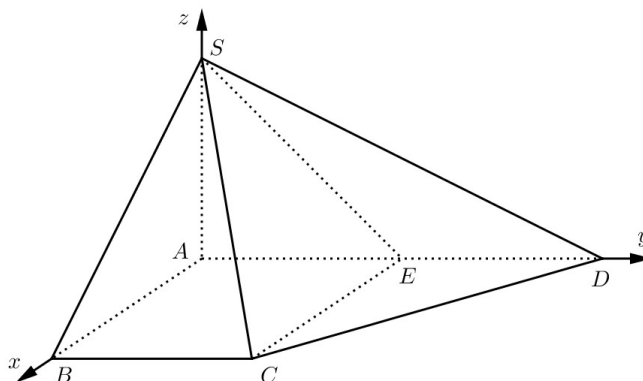
B. $\frac{11\sqrt{11}\pi}{48}$.

C. $\frac{11\sqrt{11}\pi}{6}$.

D. $\frac{11\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Chọn hệ trục tọa độ thỏa mãn $A \equiv O, B \in Ox, D \in Oy, S \in Oz$ (như hình vẽ).

Khi đó $C(1;1;0), E(0;1;0), D(0;2;0)$ và $S(0;0;1)$.

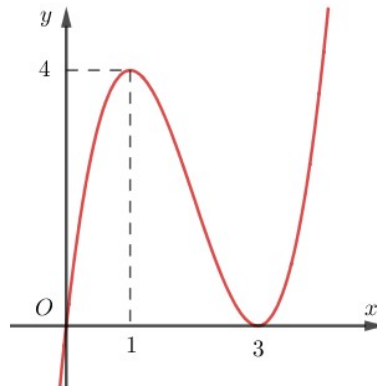
Giả sử mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$ có dạng: $x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0$.

$$\text{Do } S, E, C, D \text{ thuộc mặt cầu nên ta có } \begin{cases} 2c + d = -1 \\ 2b + d = -1 \\ 4b + d = -4 \\ 2a + 2b + d = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = -\frac{3}{2} \\ d = 2 \end{cases}.$$

Vậy bán kính mặt cầu $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \frac{\sqrt{11}}{2}$.

Khi đó $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \left(\frac{\sqrt{11}}{2}\right)^3 = \frac{11\sqrt{11}\pi}{6}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ là một đa thức bậc 3 và có đồ thị như hình vẽ. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x^2) = m$ có đúng hai nghiệm thực là



A. $[0;4]$.

B. $\{0;4\}$.

C. $\{0\} \cup (4;+\infty)$.

D. $(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $g(x) = f(x^2)$, ta có:

$$g'(x) = 2x \cdot f'(x^2). \text{ Cho } g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x \cdot f'(x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = 1 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \\ x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x) = f(x^2)$ là:

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	-1	0	1	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
			0		0		
				4		4	
					0		
						0	
							$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực thì đường thẳng $y = m$ phải cắt đồ thị $g(x) = f(x^2)$ tại đúng 2 điểm, suy ra $m > 4$.

Vậy $m \in (4;+\infty)$.

Câu 46. Trong một hộp có 40 viên bi được đánh số từ 1 đến 40. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi trong hộp, tính xác suất để tổng ba số đánh trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3.

A. $\frac{977}{9880}$.

B. $\frac{1057}{9880}$.

C. $\frac{137}{380}$.

D. $\frac{127}{380}$.

Lời giải

Chọn D

Từ các số 1 đến 40. Ta chia thành ba nhóm:

Nhóm A gồm các số chia cho 3 dư 1. Khi đó $A = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19; 22; 25; 28; 31; 34; 37; 40\}$

Nhóm B gồm các số chia cho 3 dư 2. Khi đó $B = \{2; 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23; 26; 29; 32; 35; 38\}$

Nhóm C gồm các số chia hết cho 3. Khi đó $C = \{3; 6; 9; 12; 15; 18; 21; 24; 27; 30; 33; 36; 39\}$

Lấy ra 3 bi từ 40 bi, ta có $n(\Omega) = C_{40}^3 = 9880$.

Gọi D là biến cố: “3 bi lấy ra có tổng là một số chia hết cho 3”

+ TH1: 3 bi lấy ra cùng nằm trong một nhóm, khi đó tổng 3 số đó chia hết cho 3. Có $C_{14}^3 + C_{13}^3 + C_{13}^3 = 936$.

+ TH2: 3 bi lấy ra nằm trong 3 nhóm khác nhau, khi đó tổng 3 số đó chia hết cho 3. Có $C_{14}^1 \cdot C_{13}^1 \cdot C_{13}^1 = 2366$.

Suy ra $n(D) = 936 + 2366 = 3302$.

Khi đó $P(D) = \frac{n(D)}{n(\Omega)} = \frac{127}{380}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn $f(3) = \frac{3}{2}$ và $[f'(x)]^2 = (x+1)f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $3263 < f^2(8) < 3264$ **B.** $3264 < f^2(8) < 3265$

C.

$3268 < f^2(8) < 3269$ **D.** $3266 < f^2(8) < 3267$.

Lời giải

Chọn A

Theo bài ra: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ và $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$

Khi đó: $f'(x) \geq 0 \forall x \in (0; +\infty)$

Theo giả thiết:

$$[f'(x)]^2 = (x+1)f(x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) = \sqrt{(x+1)f(x)} \quad (f(x) > 0 \text{ trên } (0; +\infty))$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} = \frac{\sqrt{x+1}}{2}$$

$$\Leftrightarrow \int_3^8 \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}} dx = \int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{2} dx$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(x)} \Big|_3^8 = \frac{1}{3} (x+1)^{\frac{3}{2}} \Big|_3^8 = \frac{19}{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(8)} - \sqrt{f(3)} = \frac{19}{3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(8)} = \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{19}{3}}$$

$$\text{Vậy } f^2(8) = \left(\sqrt{\frac{3}{2} + \frac{19}{3}}\right)^4 = 3263,21...$$

- Câu 48.** Gọi m_0 là số nguyên để phương trình $\log_3\left(\frac{x^2}{2020-m}\right) + |x|(x^2+m) = 2020|x|$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^{2020} + x_2^{2020} = 2^{1011}$. Với m_0 đó giá trị của biểu thức $P = \ln\left(x_1 + \sqrt{x_1^2 + 2}\right) + \ln\left(x_2 + \sqrt{x_2^2 + 2}\right)$ thuộc vào khoảng nào dưới đây ?
- A.** (2018; 2020). **B.** (2020; 2025). **C.** (-5; 1). **D.** (1; 5).

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện xác định: } \frac{x^2}{2020-m} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ m < 2020 \end{cases}$$

Với điều kiện xác định như trên:

$$\log_3\left(\frac{x^2}{2020-m}\right) + |x|(x^2+m) = 2020|x|$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{x^2}{2020-m}\right) + |x|[x^2 - (2020-m)] = 0 (*)$$

Nếu $x^2 > 2020 - m$:

Khi đó:

$$\begin{cases} \log_3\left(\frac{x^2}{2020-m}\right) > \log_3 1 = 0 \\ |x|[x^2 - (2020-m)] > 0 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra: } VT = \log_3\left(\frac{x^2}{2020-m}\right) + |x|[x^2 - (2020-m)] > 0$$

Phương trình (*) vô nghiệm.

Nếu $x^2 < 2020 - m$:

Chứng minh tương tự ta cũng có phương trình (*) vô nghiệm.

$$\text{Vậy } x^2 = 2020 - m \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2020-m}$$

Phương trình ban đầu luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi $m < 2020$.

Theo giả thiết:

$$x_1^{2020} + x_2^{2020} = 2^{1011}$$

$$\Leftrightarrow \left(\sqrt{2020-m_0}\right)^{2020} + \left(-\sqrt{2020-m_0}\right)^{2020} = 2^{1011}$$

$$\Leftrightarrow 2(2020-m_0)^{1010} - 2^{1011} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2020-m_0 = 2(2020-m > 0)$$

$$\Leftrightarrow m_0 = 2018$$

(Thỏa mãn điều kiện m_0 nguyên)

Với $m_0 = 2018$ đó giá trị của biểu thức P là:

$$\begin{aligned} P &= \ln\left(x_1 + \sqrt{x_1^2 + 2}\right) + \ln\left(x_2 + \sqrt{x_2^2 + 2}\right) \\ &= \ln\left[\left(\sqrt{x_1^2 + 2} + x_1\right)\left(\sqrt{x_1^2 + 2} - x_1\right)\right] \\ &= \ln\left[x_1^2 + 2 - x_1^2\right] = \ln 2 \end{aligned}$$

Câu 49. Cho các hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $m.f(x) + n.f(1-x) = g(x)$ với m, n là các số thực khác 0 và $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 g(x)dx = 1$. Giá trị của $m+n$ là

- A.** $m+n=1$. **B.** $m+n=2$. **C.** $m+n=0$. **D.** $m+n=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } m.f(x) + n.f(1-x) = g(x) \Rightarrow m \int_0^1 f(x)dx + n \int_0^1 f(1-x)dx = \int_0^1 g(x)dx \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t=1-x \Rightarrow dt=-dx, \text{ ta có } \int_0^1 f(1-x)dx = -\int_1^0 f(t)dt = \int_0^1 f(x)dx = 1.$$

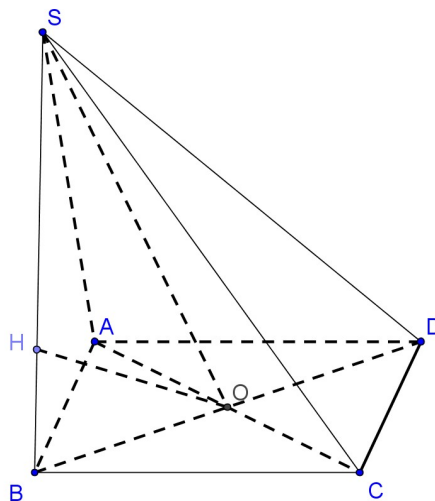
Thay vào (1) ta có $m+n=1$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $SD = a\sqrt{2}$, $SA = SB = a$, và mặt phẳng (SBD) vuông góc với $(ABCD)$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

- A.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{5a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$. Suy ra $CO \perp BD$. Ta có $(SBD) \perp (ABCD); (SBD) \cap (ABCD) = BD$. Suy ra $CO \perp (SBD)$. Đặt $OH \perp SB (H \in SB)$. Suy ra OH là đoạn vuông góc chung của AC và SB . Suy ra $d(AC; SB) = OH$.

Xét tam giác SAC ta có SO là đường trung tuyến và $SO \perp CO$. Suy ra tam giác SAC cân tại S . Do đó, $SA = SC = a$.

Ta có $CS = CD = CB = a$ và $CO \perp (SBD)$. Suy ra CO là trục của đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD . Suy ra O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD . Suy ra tam giác SBD vuông tại S .

Ta có OH là đường trung bình của tam giác $\triangle SBD \Rightarrow HO = \frac{SD}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $d(AC; SB) = OH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

----- HẾT -----