

PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐẠI SỐ

BÀI 1. GIỚI HẠN CỦA DÃY SỐ

DẠNG 1. DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC

Câu 1. Tính $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^3+3}$.

A. $L = 1$.

B. $L = 0$.

C. $L = 3$.

D. $L = 2$.

Câu 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0 .

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3+4n-5}{3n^3+n^2+7}$ bằng

A. 1 .

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^5-2n^3+1}{2n^2-4n^5+2019}$ bằng

A. -2 .

B. 4 .

C. $+\infty$.

D. 0 .

Câu 5. Giá trị của $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2+3n+1}{(3n-1)^2}$ bằng:

A. $\frac{4}{9}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 0 .

D. 4 .

Câu 6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1}-\sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2 .

C. 1 .

D. $+\infty$.

Câu 7. Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4 .

B. 3 .

C. 5 .

D. 2 .

Câu 8. Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2+a^2n+1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$. Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $0 < a < 2$.

B. $0 < a < \frac{1}{2}$.

C. $-1 < a < 0$.

D. $1 < a < 3$.

Câu 9. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính ab

A. 192 .

B. 68 .

C. 32 .

D. 128 .

Câu 10. Biết $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3+n^2-4}{an^3+2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

A. -12 .

B. -2 .

C. 0 .

D. -6 .

DẠNG 2. DÃY SỐ CHỨA CĂN THỨC.

Câu 11. $\lim(\sqrt{n^2 - 3n + 1} - n)$ bằng

A. -3 .

B. $+\infty$.

C. 0 .

D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 12. Tính giới hạn $\lim(n - \sqrt{n^2 - 4n})$.

A. 3 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 4 .

Câu 13. Tính $I = \lim\left[n\left(\sqrt{n^2 + 2} - \sqrt{n^2 - 1}\right)\right]$.

A. $I = +\infty$.

B. $I = \frac{3}{2}$.

C. $I = 1,499$.

D. $I = 0$.

Câu 14. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n + 25)$.

A. $+\infty$.

B. -7 .

C. $\frac{53}{2}$.

D. $\frac{9}{4}$.

Câu 15. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{2n - n^3} + n - 1)$.

A. $+\infty$.

B. -1 .

C. $\frac{53}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 16. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n - 1)$.

A. $+\infty$.

B. $\frac{5}{4}$.

C. $\frac{53}{2}$.

D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để $\lim(\sqrt{n^2 - 4n + 7} + a - n) = 0$?

A. 3 .

B. 1 .

C. 2 .

D. 0 .

DẠNG 3. DÃY SỐ CHỨA LŨY THỪA.

Câu 18. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$.

B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$.

D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 19. $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$ bằng.

A. 2 .

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 0 .

Câu 20. $\lim\left(\frac{2018}{2019}\right)^n$ bằng.

A. 0 .

B. $+\infty$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. 2 .

Câu 21. $\lim(3^n - 4^n)$ là

A. $+\infty$.

B. $-\infty$.

C. $\frac{4}{3}$.

D. 1 .

Câu 22. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 2^{n+1} - 2 \cdot 3^{n+1}}{4 + 3^n}$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. 0.

C. $\frac{6}{5}$.

D. -6.

Câu 23. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{2 \cdot 2^n + 3}$.

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{2}$.

DẠNG 4. TỔNG CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN.

Câu 24. Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

A. $S = 2$.

B. $S = \frac{3}{2}$.

C. $S = 1$.

D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 25. Tổng vô hạn sau đây $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

A. $\frac{8}{3}$.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 26. Tổng $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 27. Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$. Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng n

số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. 0.

D. $\frac{5}{2}$.

Câu 28. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$.

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 4$.

C. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 12$.

D. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 3$.

Câu 29. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{u_n}$.

A. $L = \frac{1}{3}$.

B. $L = \frac{1}{2}$.

C. $L = 3$.

D. $L = 2$.

Câu 30. Cho dãy số (u_n) biết $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_n = 3u_{n-1} - 1, \forall n \geq 2 \end{cases}$, khi đó $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{3^n}$

A. Không xác định.

B. $L = +\infty$.

C. $L = -\frac{5}{6}$.

D. $L = 0$.

BÀI 2. GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ

DẠNG 1. GIỚI HẠN HỮU HẠN

Câu 1. Cho các giới hạn: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 3$, hỏi $\lim_{x \rightarrow x_0} [3f(x) - 4g(x)]$ bằng

- A. 5. B. 2. C. -6. D. 3.

Câu 2. Cho $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -2$. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} [f(x) + 4x - 1]$.

- A. 5. B. 6. C. 11. D. 9.

Câu 3. Giá trị của $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x + 1)$ bằng

- A. 2. B. 1. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 4. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x+3}$

- A. $L = -\infty$. B. $L = 0$. C. $L = +\infty$. D. $L = 1$.

Câu 5. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ bằng?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 6. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} |x^2 - 4|$ bằng

- A. -5. B. 1. C. 5. D. -1.

Câu 7. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2|x+1| - 5\sqrt{x^2-3}}{2x+3}$ bằng.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{7}$. C. 7. D. 3.

Câu 8. Biểu thức $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x}$ bằng

- A. 0. B. $\frac{2}{\pi}$. C. $\frac{\pi}{2}$. D. 1.

DẠNG 2. GIỚI HẠN MỘT BÊN

Câu 9. Tính $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3}$.

- A. $-\frac{1}{6}$. B. $-\infty$. C. 0. D. $+\infty$.

Câu 10. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$. B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = -\infty$. C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^5} = +\infty$. D. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

Câu 11. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-2x+1}{x-1}$ bằng

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 12. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+2}{x-1}$ bằng:

- A. $+\infty$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\infty$ D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 13. $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{\sqrt{3x^2+1}-x}{x-1}$ bằng?

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 14. Biết $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{(x+1)^4}$ bằng:

- A. $-\infty$. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 15. Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$ có giới hạn tại $x = 2$.

- A. -1. B. -2. C. 2. D. 1.

Câu 16. Gọi a, b là các giá trị để hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b, & x < -2 \\ x^2 - 4, & x = -2 \\ x + 1, & x > -2 \end{cases}$ có giới hạn hữu hạn khi x dần tới

-2. Tính $3a - b$?

- A. 8. B. 4. C. 24. D. 12.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} & \text{khi } x > 0 \\ mx + m + \frac{1}{4} & \text{khi } x \leq 0 \end{cases}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để hàm số có

giới hạn tại $x = 0$.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 1$. C. $m = 0$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

DẠNG 3. GIỚI HẠN TẠI VÔ CỰC

Câu 18. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + 1)$

- A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. 2. D. 0.

Câu 19. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau của $\lim_{x \rightarrow -\infty} (4x^5 - 3x^3 + x + 1)$ là:

- A. $-\infty$. B. 0. C. 4. D. $+\infty$.

Câu 20. Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{4x+2}$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. $\frac{-1}{4}$. D. $\frac{-1}{2}$.

Câu 21. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{3x+2}$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 22. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 + 1}$ có kết quả là

- A.** $+\infty$ **B.** $-\infty$ **C.** 2 **D.** $\frac{1}{2}$
- Câu 23.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - 3x^3 + 1}{4x^3 - 2x^4 - x^5 - 3}$ bằng
- A.** -2. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** -3. **D.** $\frac{3}{2}$.
- Câu 24.** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x-1)(x+2)}{x^2+9}$ bằng
- A.** $\frac{2}{9}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $-\frac{1}{9}$.
- Câu 25.** Tìm $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+3x+5}}{4x-1}$.
- A.** $-\frac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{4}$.
- Câu 26.** Giá trị của $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{\sqrt{x^2+1}-1}$ bằng
- A.** 0. **B.** -2. **C.** $-\infty$. **D.** 2.
- Câu 27.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{cx^2+a}{x^2+b}$ bằng?
- A.** a. **B.** b. **C.** c. **D.** $\frac{a+b}{c}$.
- Câu 28.** Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng
- A.** $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1
- Câu 29.** Cho hàm số $f(x) = \frac{(4x+1)^3(2x+1)^4}{(3+2x)^7}$. Tính $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- A.** 2. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 0.
- Câu 30.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx^2-7x+5}{2x^2+8x-1} = -4$.
- A.** $m = -4$. **B.** $m = -8$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = -3$.
- Câu 31.** Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2-3x+1}{x+2} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a+b$ bằng
- A.** -4. **B.** 4. **C.** 7. **D.** -7.
- Câu 32.** Cho $a, 3, c$ là các số thực khác 0. Để giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2-3x+ax}}{bx-1} = 3$ thì
- A.** $\frac{a-1}{b} = 3$. **B.** $\frac{a+1}{b} = 3$. **C.** $\frac{-a-1}{b} = 3$. **D.** M.

DẠNG 4. GIỚI HẠN VÔ ĐỊNH

Câu 33. Tính $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ bằng:

- A. 3. B. 6. C. $+\infty$. D. -3.

Câu 34. Tính giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$.

- A. $I = -1$. B. $I = 0$. C. $I = 1$. D. $I = 5$.

Câu 35. Tính giới hạn $A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$.

- A. $A = -\infty$. B. $A = 0$. C. $A = 3$. D. $A = +\infty$.

Câu 36. Cho giới hạn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{a}{b}$ trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.

- A. $S = 20$. B. $S = 17$. C. $S = 10$. D. $S = 25$.

Câu 37. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính tổng $S = a + b$.

- A. 5. B. 10. C. 3. D. 4.

Câu 38. Biết $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - ax + a - 1}{x - 1} = 2$. Tính $M = a^2 + 2a$.

- A. $M = 3$. B. $M = 1$. C. $M = -1$. D. $M = 8$.

Câu 39. Cho $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 1} = \frac{-1}{2}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Tổng $S = a^2 + b^2$ bằng

- A. $S = 13$. B. $S = 9$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Câu 40. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$ bằng

- A. $\frac{1}{4}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 41. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - 2}{x}$ bằng

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{3}{4}$. D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 42. Tìm $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{4x+1} - 3}$ là

- A. $\frac{3}{2}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 43. Tìm $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{2x-1}}{x^2 + x - 2}$.

- A. -5. B. $-\infty$. C. 0. D. 1.

Câu 44. Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x+1} - 4}{3 - \sqrt{x+4}}$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{9}{4}$.

B. -3 .

C. -18 .

D. $-\frac{3}{8}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{8-x}}{x}$. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{13}{12}$.

C. $+\infty$.

D. $\frac{10}{11}$.

Câu 46. Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x^2} - 2}{x^2}$.

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 47. Tính $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \frac{2x^2 - 6}{x - \sqrt{3}} = a\sqrt{b}$ (a, b nguyên). Khi đó giá trị của $P = a + b$ bằng

A. 7.

B. 10.

C. 5.

D. 6.

Câu 48. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}} = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{Z}, b > 0$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của $a - b$ là

A. 1.

B. -1 .

C. $\frac{8}{9}$.

D. $\frac{1}{9}$.

Câu 49. Biết $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x - 3} = \frac{a}{b^2}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $\sqrt{a} + b + 2018$.

A. 2021.

B. 2023.

C. 2024.

D. 2022.

Câu 50. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1-\sqrt{5x+1}}{x-\sqrt{4x-3}}$ bằng $\frac{a}{b}$ (phân số tối giản). Giá trị của $a - b$ là

A. $\frac{1}{9}$.

B. $\frac{9}{8}$.

C. 1.

D. -1 .

Câu 51. Tính $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{\sqrt{2x+5} - 1}$.

A. -3 .

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. -6 .

D. 8.

Câu 52. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+1} - 1}{x} = \frac{a}{b}$, trong đó a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính giá trị biểu thức $P = a^2 + b^2$.

A. $P = 13$.

B. $P = 0$.

C. $P = 5$.

D. $P = 40$.

Câu 53. Cho $f(x)$ là đa thức thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 20}{x - 2} = 10$. Tính $T = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{6f(x)+5} - 5}{x^2 + x - 6}$

A. $T = \frac{12}{25}$.

B. $T = \frac{4}{25}$.

C. $T = \frac{4}{15}$.

D. $T = \frac{6}{25}$.

Câu 54. Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5}}{x-3}$.

- A. 0. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 55. Tính $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 4x + 2} - x)$.

- A. -4. B. -2. C. 4. D. 2.

Câu 56. Tìm giới hạn $I = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 4x + 1} + x)$.

- A. $I = -2$. B. $I = -4$. C. $I = 1$. D. $I = -1$.

Câu 57. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x-3})$ bằng

- A. 0. B. 2. C. $-\infty$. D. $+\infty$.

Câu 58. Tìm giới hạn $M = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 4x} - \sqrt{x^2 - x})$. Ta được M bằng

- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 59. Biết $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{4x^2 + ax + 1} + bx) = -1$. Tính giá của biểu thức $P = a^2 - 2b^3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 0$. C. $P = 16$. D. $P = 8$.

Câu 60. Tìm $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x + 1 - \sqrt[3]{x^3 + 2})$.

- A. -1. B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. 1.

Câu 61. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$. Khi đó giá trị a là

- A. 10. B. -6. C. 6. D. -10.

Câu 62. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính $a - 4b$ ta được

- A. 3. B. 5. C. -1. D. 2.

BÀI 3. HÀM SỐ LIÊN TỤC

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

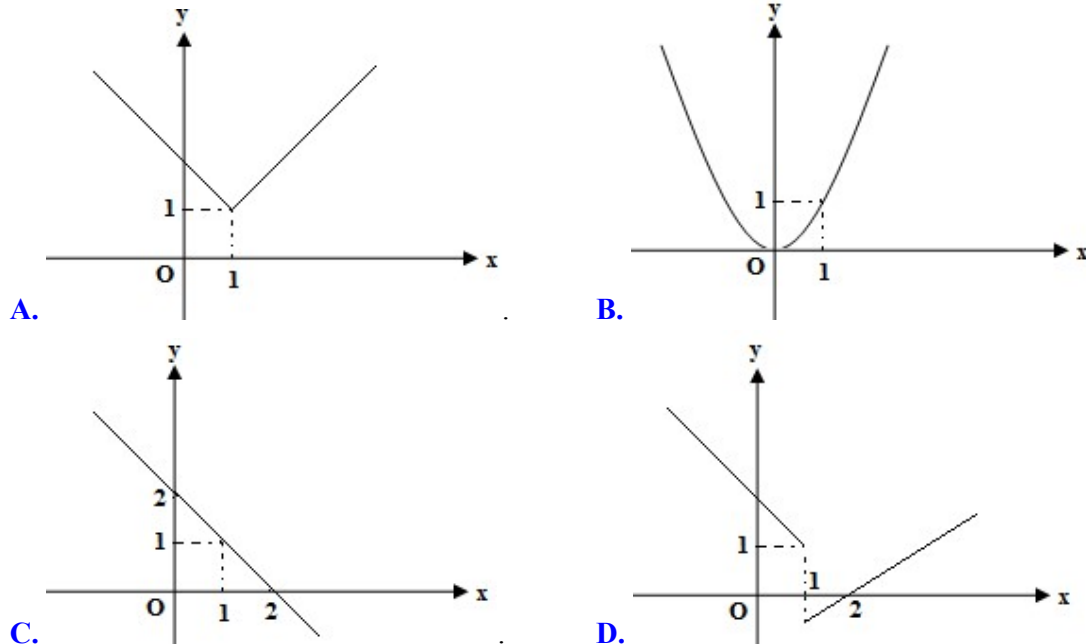
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên **cm**. Điều kiện cần và đủ để hàm số liên tục trên $[a; b]$ là

- A.** $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$. **B.** $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$.
C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = f(b)$. **D.** $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = f(a)$ và $\lim_{x \rightarrow b^+} f(x) = f(b)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ không có nghiệm nằm trong $(a; b)$.
B. Nếu $f(a).f(b) < 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
C. Nếu $f(a).f(b) > 0$ thì phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$.
D. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong $(a; b)$ thì $f(a).f(b) < 0$.

Câu 3. Hình nào trong các hình dưới đây là đồ thị của hàm số không liên tục tại $x = 1$?



Câu 4. Hàm số nào sau đây liên tục tại $x = 1$:

- A.** $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$. **B.** $f(x) = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$. **C.** $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$. **D.** $f(x) = \frac{x + 1}{x - 1}$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây gián đoạn tại điểm $x_0 = -1$.

- A.** $y = (x + 1)(x^2 + 2)$. **B.** $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$. **C.** $y = \frac{x}{x - 1}$. **D.** $y = \frac{x + 1}{x^2 + 1}$.

Câu 6. Hàm số nào sau đây gián đoạn tại $x = 2$?

- A.** $y = \frac{3x - 4}{x - 2}$. **B.** $y = \sin x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$ **D.** $y = \tan x$.

Câu 7. Hàm số $y = \frac{x}{x + 1}$ gián đoạn tại điểm x_0 bằng?

- A.** $x_0 = 2018$. **B.** $x_0 = 1$. **C.** $x_0 = 0$ **D.** $x_0 = -1$.

- Câu 8.** Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. Hàm số không liên tục tại các điểm $x = \pm 1$. **B.** Hàm số liên tục tại mọi $x \in \mathbb{R}$.
C. Hàm số liên tục tại các điểm $x = -1$. **D.** Hàm số liên tục tại các điểm $x = 1$.
- Câu 9.** Trong các hàm số sau, hàm số nào liên tục trên $\mathbb{R}$?
A. $y = x^3 - x$. **B.** $y = \cot x$. **C.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y = \sqrt{x^2-1}$.

DẠNG 2. HÀM SỐ LIÊN TỤC TẠI MỘT ĐIỂM

- Câu 10.** Để hàm số $y = \begin{cases} x^2+3x+2 & \text{khi } x \leq -1 \\ 4x+a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = -1$ thì giá trị của a là
A. -4 . **B.** 4 . **C.** 1 . **D.** -1 .
- Câu 11.** Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x+b & \text{khi } x \leq -1 \\ x+a & \text{khi } x > -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = b - 2$. **B.** $a = -2 - b$. **C.** $a = 2 - b$. **D.** $a = b + 2$.
- Câu 12.** Biết hàm số $f(x) = \begin{cases} ax^2+bx-5 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2ax-3b & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ liên tục tại $x = 1$ Tính giá trị của biểu thức $P = a - 4b$.
A. $P = -4$. **B.** $P = -5$. **C.** $P = 5$. **D.** $P = 4$.
- Câu 13.** Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} & \text{khi } x \neq -2 \\ m & \text{khi } x = -2 \end{cases}$ liên tục tại $x = -2$
A. $m = -4$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 0$.
- Câu 14.** Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x-4} & \text{khi } x > 4 \\ mx+1 & \text{khi } x \leq 4 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 4$.
A. $m = \frac{7}{4}$. **B.** $m = 8$. **C.** $m = -\frac{7}{4}$. **D.** $m = -8$.
- Câu 15.** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m+1 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Giá trị của tham số m để hàm số liên tục tại điểm $x_0 = 1$ là:
A. $m = -\frac{1}{2}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 0$.
- Câu 16.** Tìm a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2} & \text{khi } x \neq 2 \\ 2x+a & \text{khi } x = 2 \end{cases}$ liên tục tại $x = 2$?
A. $\frac{15}{4}$. **B.** $-\frac{15}{4}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** 1 .
- Câu 17.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{\sqrt{x+2}-2} & \text{khi } x > 2 \\ m^2x-4m+6 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases}$, m là tham số. Có bao nhiêu giá trị của m để hàm số đã cho liên tục tại $x = 2$?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1

Câu 18. Tìm m để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} & \text{khi } x > -1 \\ mx - 2m^2 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases}$ liên tục tại $x = -1$.

A. $m \in \left\{1; -\frac{3}{2}\right\}$.

B. $m \in \{1\}$.

C. $m \in \left\{-\frac{3}{2}\right\}$.

D. $m \in \left\{-1; \frac{3}{2}\right\}$.

DẠNG 3. LIÊN TỤC TRÊN KHOẢNG

Câu 19. Cho hàm số $y = \begin{cases} -x^2 + x + 3 & \text{khi } x \geq 2 \\ 5x + 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số liên tục tại $x_0 = 1$.

B. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số liên tục trên các khoảng $(-\infty; 2)$, $(2; +\infty)$.

D. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 2$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \begin{cases} 3x + 1 & \text{khi } x \geq -1 \\ x + m & \text{khi } x < -1 \end{cases}$, m là tham số. Tìm m để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 5$.

B. $m = -1$.

C. $m = 3$.

D. $m = -3$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ m - 2 & \text{khi } x = 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = 4$.

D. $m = -4$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x + a - 1 & \text{khi } x \leq 0 \\ \frac{\sqrt{1 + 2x} - 1}{x} & \text{khi } x > 0 \end{cases}$. Tìm tất cả giá trị thực của a để hàm số đã cho liên tục trên $\mathbb{R}$.

A. $a = 1$.

B. $a = 3$.

C. $a = 4$.

D. $a = 2$.

DẠNG 4. CHỨNG MINH PHƯƠNG TRÌNH CÓ NGHIỆM

Câu 23. Cho phương trình $2x^4 - 5x^2 + x + 1 = 0$ (1). Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

A. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-2; 1)$.

B. Phương trình (1) vô nghiệm.

C. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(0; 2)$.

D. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 24. Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0; 1)$

A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$.

B. $(x - 1)^5 - x^7 - 2 = 0$.

C. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$.

D. $3x^{2017} - 8x + 4 = 0$.

Câu 25. Cho phương trình $4x^4 + 2x^2 - x - 3 = 0$ (1). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Phương trình (1) vô nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

B. Phương trình (1) có đúng một nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

C. Phương trình (1) có đúng hai nghiệm trên khoảng $(-1; 1)$.

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN KHỐI 11

D. Phương trình (1) có ít nhất hai nghiệm trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 26. Phương trình $3x^5 + 5x^3 + 10 = 0$ có nghiệm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2;-1)$.

B. $(-10;-2)$.

C. $(0;1)$.

D. $(-1;0)$.

Câu 27. Cho phương trình $2x^3 - 8x - 1 = 0$ (1). Khẳng định nào **sai**?

A. Phương trình không có nghiệm lớn hơn 3.

B. Phương trình có đúng 3 nghiệm phân biệt.

C. Phương trình có 2 nghiệm lớn hơn 2.

D. Phương trình có nghiệm trong khoảng $(-5;-1)$.

BÀI 1. VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

- Câu 1.** Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ mà mỗi vector có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?
A. 12. B. 4. C. 10. D. 8.
- Câu 2.** Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
A. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cắt nhau từng đôi một thì ba vector đó đồng phẳng.
B. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có một vector $\vec{0}$ thì ba vector đó đồng phẳng.
C. Nếu giá của ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng song song với một mặt phẳng thì ba vector đó đồng phẳng.
D. Nếu trong ba vector $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ có hai vector cùng phương thì ba vector đó đồng phẳng.
- Câu 3.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD' . Khẳng định nào dưới đây là đúng?
A. $\vec{AI} = \vec{CJ}$. B. $\vec{D'A'} = \vec{IJ}$. C. $\vec{BI} = \vec{D'J}$. D. $\vec{A'I} = \vec{JC}$.
- Câu 4.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$. B. $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.
C. $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$. D. $\vec{AB} = \vec{CD}$.
- Câu 5.** Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
C. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$. D. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.
- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?
A. $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$. B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$.
C. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$. D. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$.
- Câu 7.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vector đúng:
A. $\vec{AC'} = \vec{AB} + \vec{AB'} + \vec{AD}$. B. $\vec{DB'} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$.
C. $\vec{AC'} = \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{AD}$. D. $\vec{DB} = \vec{DA} + \vec{DD'} + \vec{DC}$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây **đúng**?
A. $\vec{SA} + \vec{SD} = \vec{SB} + \vec{SC}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} + \vec{SD} = \vec{0}$.
C. $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$.
- Câu 9.** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vector nào sau đây là vector chỉ phương của đường thẳng AB ?
A. $\vec{A'B'}$. B. $\vec{A'C}$. C. $\vec{A'C'}$. D. $\vec{A'B}$.
- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Ta có
A. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = \vec{SG}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 2\vec{SG}$.
C. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 3\vec{SG}$. D. $\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC} = 4\vec{SG}$.
- Câu 11.** Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó, vector bằng vector $\vec{AB}$ là vector nào dưới đây?
A. $\vec{D'C'}$. B. $\vec{BA}$. C. $\vec{CD}$. D. $\vec{B'A'}$.
- Câu 12.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\vec{DA} + \vec{DB} + \vec{DC} = k\vec{DG}$

- A. $k = 2$. B. $k = 3$. C. $k = \frac{1}{2}$. D. $k = \frac{1}{3}$.
- Câu 13.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{MN} = k(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$
- A. $k = 2$. B. $k = \frac{1}{2}$. C. $k = \frac{1}{3}$. D. $k = 3$.
- Câu 14.** Cho hình lập phương $ABCDEFGH$, thực hiện phép toán: $\vec{x} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CG}$
- A. $\vec{x} = \overrightarrow{CE}$. B. $\vec{x} = \overrightarrow{CH}$. C. $\vec{x} = \overrightarrow{EC}$. D. $\vec{x} = \overrightarrow{GE}$.
- Câu 15.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vector: $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$
- A. $k = 4$. B. $k = 1$. C. $k = 0$. D. $k = 2$.
- Câu 16.** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , CD và G là trung điểm của MN . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?
- A. $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 4\overrightarrow{MG}$.
 C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GD}$. D.
 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
- Câu 17.** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{B'C'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\overrightarrow{B'C'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
 C. $\overrightarrow{B'C'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{B'C'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
- Câu 18.** Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Đặt $\vec{x} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{y} = \overrightarrow{AC}$, $\vec{z} = \overrightarrow{AD}$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$. B. $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.
 C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$. D. $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}(\vec{x} + \vec{y} + \vec{z})$.
- Câu 19.** Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn khẳng định **đúng**.
- A. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BD}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC}$ đồng phẳng.
 C. $\overrightarrow{BA_1}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BD_1}, \overrightarrow{BC_1}$ đồng phẳng.
- Câu 20.** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Gọi I là tâm hình bình hành $ABEF$ và K là tâm hình bình hành $BCGF$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
- A. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{EK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. B. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GC}$ đồng phẳng.
 C. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng. D. $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{IK}, \overrightarrow{GF}$ đồng phẳng.

BÀI 2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

DẠNG 1. GÓC CỦA HAI VÉCTƠ

- Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$, các cạnh còn lại đều bằng a . Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng
A. 60° . **B.** 120° . **C.** 30° . **D.** 90° .
- Câu 2.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'})$
A. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 0$. **B.** $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = 1$.
C. $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{1}{2}$. **D.** $\cos(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{A'C'}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 3.** Cho hình chóp $O.ABC$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và $OA = OB = OC = a$. Gọi M là trung điểm cạnh AB . Góc tạo bởi hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{OM}$ bằng
A. 135° . **B.** 150° . **C.** 120° . **D.** 60° .
- Câu 4.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA})$ bằng
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3a^2}{2}$.
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy đều bằng a và $ABCD$ là hình vuông. Gọi M là trung điểm của CD . Giá trị $\overrightarrow{MS} \cdot \overrightarrow{CB}$ bằng
A. $\frac{a^2}{2}$. **B.** $-\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

DẠNG 2. GÓC CỦA HAI ĐƯỜNG THẲNG

- Câu 6.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.
A. 60° **B.** 45° **C.** 75° **D.** 90°
- Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a, BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .
A. 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** $\arctan 2$.
- Câu 8.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.
A. 60° . **B.** 30° . **C.** 45° . **D.** 90° .
- Câu 9.** Cho tứ diện đều $ABCD$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là
A. 45° . **B.** 90° . **C.** 60° . **D.** 30° .
- Câu 10.** Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$; OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và OI .
A. 45° . **B.** 30° . **C.** 90° . **D.** 60° .
- Câu 11.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp BC$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng
A. 90° . **B.** 60° . **C.** 45° . **D.** 30° .
- Câu 12.** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$ và $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng
A. 90° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 45° .
- Câu 13.** Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Tính giá trị của $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{DM})$.
A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN KHỐI 11

- Câu 14.** Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết AC vuông góc BD . Tính MN .
- A. $MN = \frac{5a}{2}$. B. $MN = \frac{7a}{2}$. C. $MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$. D. $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.
- Câu 15.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng CD' và $A'C'$ bằng.
- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 45° .

DẠNG 3. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

- Câu 16.** Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d ?
- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.
- Câu 17.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**
- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
- Câu 18.** Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?
- A. $BB' \perp BD$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.
- Câu 19.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?
- A. $A'D$. B. AC . C. BB' . D. AD' .
- Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào **sai**?
- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN KHỐI 11
BÀI 3. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẪNG

DẠNG 1. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1.** Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) , trong đó $a \perp (P)$. Chọn mệnh đề **sai**.
- A. Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (P)$. B. Nếu $b \parallel a$ thì $b \perp (P)$.
C. Nếu $b \perp (P)$ thì $b \parallel a$. D. Nếu $b \parallel (P)$ thì $b \perp a$.
- Câu 2.** Qua điểm O cho trước, có bao nhiêu mặt phẳng vuông góc với đường thẳng Δ cho trước?
- A. Vô số. B. 2. C. 3. D. 1.
- Câu 3.** Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây:
- A. Qua một điểm có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
B. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b đồng thời $a \perp b$. Luôn có mặt phẳng (α) chứa a và $(\alpha) \perp b$.
C. Cho hai đường thẳng a và b vuông góc với nhau. Nếu mặt phẳng (α) chứa a và mặt phẳng (β) chứa b thì $(\alpha) \perp (\beta)$.
D. Qua một đường thẳng có duy nhất một mặt phẳng vuông góc với một đường thẳng khác.

DẠNG 2. XÁC ĐỊNH QUAN HỆ VUÔNG GÓC GIỮA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG, ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG THẲNG

- Câu 4.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC, SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?
- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.
- Câu 5.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $CD \perp (SBC)$. B. $SA \perp (ABC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $BD \perp (SAC)$.
- Câu 6.** Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là hai tam giác đều. Gọi M là trung điểm của AB . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $CM \perp (ABD)$. B. $AB \perp (MCD)$. C. $AB \perp (BCD)$. D. $DM \perp (ABC)$.
- Câu 7.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA \perp (ABCD)$. Gọi M là hình chiếu của A trên SB . Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A. $AM \perp SD$. B. $AM \perp (SCD)$. C. $AM \perp CD$. D. $AM \perp (SBC)$.
- Câu 8.** Cho hình chóp $SABC$ có $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là trực tâm các tam giác SBC và ABC . Mệnh đề nào **sai** trong các mệnh đề sau?
- A. $BC \perp (SAH)$. B. $HK \perp (SBC)$.
C. $BC \perp (SAB)$. D. SH, AK và BC đồng quy.
- Câu 9.** Cho hình chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và SB . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề sai?
- A. $CM \perp SB$. B. $CM \perp AN$. C. $MN \perp MC$. D. $AN \perp BC$.
- Câu 10.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và H là hình chiếu vuông góc của S lên BC . Hãy chọn khẳng định **đúng**.
- A. $BC \perp SC$. B. $BC \perp AH$. C. $BC \perp AB$. D. $BC \perp AC$.

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN KHỐI 11

- Câu 11.** Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên cạnh SB và SC . Khẳng định nào sau đây **sai**?
- A. $AM \perp SC$. B. $AM \perp MN$. C. $AN \perp SB$. D. $SA \perp BC$.
- Câu 12.** Cho tứ diện đều $ABCD$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Mệnh đề nào sau đây **sai**?
- A. $MN \perp AB$. B. $MN \perp BD$. C. $MN \perp CD$. D. $AB \perp CD$.

DẠNG 3. XÁC ĐỊNH GÓC CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

- Câu 13.** Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy là góc giữa hai đường thẳng nào dưới đây?
- A. SB và AB . B. SB và SC . C. SA và SB . D. SB và BC .
- Câu 14.** Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$.
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 15.** Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = \sqrt{3}$ và $AA' = 1$. Góc tạo bởi giữa đường thẳng AC' và (ABC) bằng
- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 75° .
- Câu 16.** Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi φ là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (BCD) . Tính $\cos \varphi$
- A. $\cos \varphi = 0$. B. $\cos \varphi = \frac{1}{2}$. C. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.
- Câu 17.** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\sqrt{2}a$. Độ lớn của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng đáy bằng
- A. 45° . B. 75° . C. 30° . D. 60° .
- Câu 18.** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $AB = a$ và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng.
- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .
- Câu 19.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O , $SO \perp (ABCD)$. Góc giữa SA và mặt phẳng (SBD) là góc
- A. $\widehat{ASO}$. B. $\widehat{SAO}$. C. $\widehat{SAC}$. D. $\widehat{ASB}$.
- Câu 20.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Tìm số đo của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) .
- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .
- Câu 21.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Gọi α là góc tạo bởi giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAC) , khi đó α thỏa mãn hệ thức nào sau đây:
- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{8}$. C. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$.
- Câu 22.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = BC = a$, $BB' = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN KHỐI 11

- Câu 23.** Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , $AC = 2a$, $BC = a$, $SB = 2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) .
- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .
- Câu 24.** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AC = 2$, $BC = 1$, $AA' = 1$. Tính góc giữa AB' và $(BCC'B')$.
- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .
- Câu 25.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính cosin của góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (SAD) .
- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

DẠNG 4. MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN KHÁC

- Câu 26.** Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC$ và tam giác ABC vuông tại C . Gọi H là hình chiếu vuông góc S lên mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. H là trung điểm của cạnh AB . B. H là trọng tâm tam giác ABC .
C. H là trực tâm tam giác ABC . D. H là trung điểm của cạnh AC .
- Câu 27.** Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng a . Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° .
- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{a}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{2a}{3}$.
- Câu 28.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, cạnh bên SB tạo với đáy góc 45° . Một mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với SC cắt hình chóp $S.ABCD$ theo thiết diện là tứ giác $AB'C'D'$ có diện tích bằng:
- A. $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^2\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 29.** Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2a$, các mặt bên là các tam giác vuông cân tại S . Gọi G là trọng tâm của $\triangle ABC$, (α) là mặt phẳng qua G vuông góc với SC . Diện tích thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng (α) bằng
- A. $\frac{4}{9}a^2$. B. $\frac{2}{3}a^2$. C. $\frac{4}{3}a^2$. D. $\frac{2}{9}a^2$.
- Câu 30.** Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của AB . Diện tích thiết diện cắt lăng trụ đã cho bởi mặt phẳng $(A'C'M)$ là
- A. $\frac{7\sqrt{2}}{16}a^2$. B. $\frac{3\sqrt{35}}{16}a^2$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}a^2$. D. $\frac{9}{8}a^2$.

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP GIỮA HỌC KÌ 2 MÔN TOÁN KHỐI 11
PHẦN TỰ LUẬN ĐẠI SỐ + HÌNH HỌC

Bài 1. Tính các giới hạn sau:

$$\begin{array}{lll} 1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x + 3}{3 + x}; & 2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}; & 3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}; \\ 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sqrt{9+x} - 3}; & 5) \lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^3 - 5x^2 + 7); & 6) \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x - 1) \\ 7) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x} - 2x) & 8) \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 3}); & 9) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} + 2x}{2x + 3}; \\ 10) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} + 2x}{2x + 3}; & 11) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - x + 10}{x^3 + 3x - 3}; & 12) \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1 - 2x^2}{x - 3}. \end{array}$$

Bài 2. Xét tính liên tục của các hàm số sau trên TXĐ của nó:

$$\begin{array}{ll} a) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}, & \text{khi } x > 1; \\ x^2 + x + 1, & \text{khi } x \leq 1 \end{cases} & b) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5}, & \text{khi } x \neq 5; \\ 10, & \text{khi } x = 5 \end{cases} \end{array}$$

Bài 3. a) Tìm m để hàm số sau liên tục $f(x) = \begin{cases} \frac{1-x^3}{1-x}, & \text{khi } x \neq 1 \\ 2m+1, & \text{khi } x = 1 \end{cases}$ tại $x = 1$.

$$b) \text{ Tìm } a \text{ để hàm số } y = \begin{cases} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{4+x}}{x}, & \text{khi } -4 \leq x \leq 0 \\ a + 10x, & \text{khi } 0 \leq x \leq 4 \end{cases} \text{ liên tục trên } [-4; 4].$$

Bài 4. a) CMR phương trình $x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$ có nghiệm thuộc $(-1; 1)$.

b) CMR phương trình: $x^3 - 15x + 1 = 0$ có ít nhất một nghiệm dương nhỏ hơn 1.

Bài 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a , $SA = a$, $SA \perp (ABCD)$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm của cạnh SB, SD ; O là tâm hình vuông $ABCD$.

1) Chứng minh:

$$a) BC \perp (SAB); \quad b) AH \perp (SBC); \quad c) SC \perp (AHK).$$

2) Chứng minh:

$$a) (SAB) \perp (SBC) \quad b) (SAC) \perp (SBD).$$

3) Gọi M là giao điểm của SC và $mp(AHK)$. CMR: $AM \perp HK$;

4) Tính góc giữa:

$$a) SB \text{ và } (ABCD); \quad b) SC \text{ và } (ABCD).$$

Bài 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a .

1) Tính góc giữa:

$$a) AB \text{ và } B'C, \quad b) AC \text{ và } B'C', \quad c) A'C' \text{ và } B'C.$$

2) Chứng minh:

$$a) A'C \perp BD; AC' \perp BD. \quad b) (ACC'A') \perp (BDD'B').$$

3) Tính khoảng cách:

$$a) d(A; (BDA')); \quad b) \text{ Tính } d(A; (BCD'A')); \quad c) d(AB'; BC').$$

4) Tính góc giữa:

$$a) AC' \text{ và } (ABCD). \quad b) (AB'D') \text{ và } (ABCD).$$