

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1: (5,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a. $2\cos^3 x - \sin 2x \cdot \sin x = -2\sqrt{2} \cos\left(x + \frac{2019\pi}{4}\right).$

b. $(x-2)^3 + 2\sqrt{(x-1)^3} = 3(x^2 - 3x + 2).$

Bài 2: (4,0 điểm)

a. Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm năm chữ số được chọn từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn có mặt đúng ba chữ số khác nhau.

b. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;1]$. Chứng minh phương trình $f(x) + [f(1) - f(0)]x = f(1)$ có ít nhất 1 nghiệm thuộc $[0;1]$.

Bài 3: (2,0 điểm)

Cho dãy số (u_n) thỏa mãn
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n}{u_n + 4}, n \geq 1 \end{cases}$$
 . Tìm công thức số hạng tổng quát

u_n của dãy số đã cho.

Bài 4: (4,0 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AD = 2a$, $AB = a$; O là giao điểm của AC với BD , SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = \frac{a}{2}$. Gọi M là trung điểm của BC .

a. Chứng minh đường thẳng SM vuông góc với mặt phẳng (SAD) .

b. Gọi φ là góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAD) , tính $\sin \varphi$.

Bài 5: (2,0 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông tại A , có đỉnh $B(-3;2)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $x + y - 7 = 0$. Viết phương trình đường tròn nội tiếp tam giác ABC , biết diện tích tam giác ABC bằng 24 và A có hoành độ dương.

Bài 6: (3,0 điểm)

a. Cho các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = ab + bc + ac$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức
$$P = \frac{a^2}{a^2 + 3bc} + \frac{b^2}{b^2 + 3ac} + \frac{c^2}{c^2 + 3ab} + \sqrt{a + b + c}.$$

b. Tìm tất cả các bộ (n, k, p) , với n, k là các số nguyên lớn hơn 1 và p là một số nguyên tố thỏa mãn $n^5 + n^4 - 2n^3 - 2n^2 + 1 = p^k$.

.....HẾT.....

Ghi chú: Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.