

Câu 1(2,0 điểm).

a. Khảo sát và vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$.

b. Tìm trên (C) điểm M sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta: x - y - 1 = 0$ nhỏ nhất.

Câu 2(1,0 điểm).

a. Tìm số phức liên hợp của số phức z, biết $(1-i)z + (2-i) = 4-5i$

b. Giải bất phương trình: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} \leq 2^{4-3x}$

Câu 3(1,0 điểm). Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \sin^2 x) \cdot \cos x \cdot dx$

Câu 4(1,0 điểm). Trong không gian Oxyz cho đường thẳng (d) có phương trình:
$$\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

và mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 9 = 0$

a. Xác định tọa độ giao điểm A của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P).

b. Viết phương trình đường thẳng (d') nằm trong (P), đi qua A và vuông góc với (d).

Câu 5(1,0 điểm).

a) Cho $\tan \alpha = 2$, tính giá trị biểu thức $P = \frac{2 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$

b) Một đoàn tàu có 5 toa đỗ ở sân ga, có 5 người lên tàu, mỗi người độc lập chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để một toa có ba người lên, hai toa có một người lên và hai toa còn lại không có người lên.

Câu 6(1,0 điểm). Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình thoi cạnh a và góc $\angle ABC = 60^\circ$, SA vuông góc với đáy, biết góc giữa SC và đáy là 45° . Tính thể tích khối chóp S.ABCD và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, SC theo a.

Câu 7(1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy cho tam giác ABC có I(1; -2) là tâm đường tròn ngoại tiếp và $\angle AIC = 90^\circ$. Hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng BC là D(-1; -1). Điểm K(4; -1) thuộc đường thẳng AB. Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết điểm A có tung độ dương.

Câu 8(1,0 điểm). Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + \sqrt{x(x^2 - 3x + 3)} = \sqrt[3]{y+2} + \sqrt{y+3} + 1 \\ 3\sqrt{x-1} - \sqrt{x^2 - 6x + 6} = \sqrt[3]{y+2} + 1 \end{cases} \quad (x; y \in \mathbb{R})$$

Câu 9(1,0 điểm). Cho các số thực không âm a, b, c thỏa mãn $a + b + c > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^3 + b^3 + 16c^3}{(a+b+c)^3}$

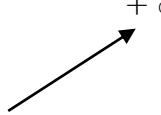
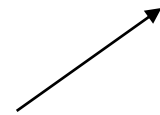
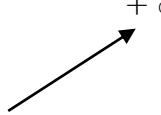
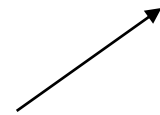
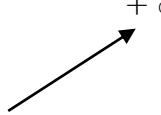
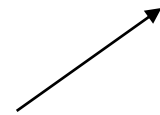
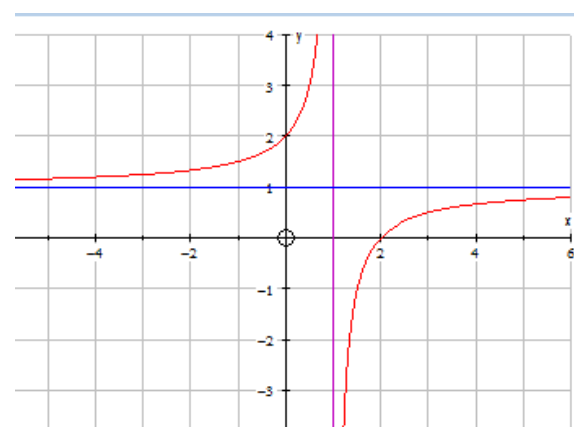
-----Hết-----

Họ tên thí sinh:-----

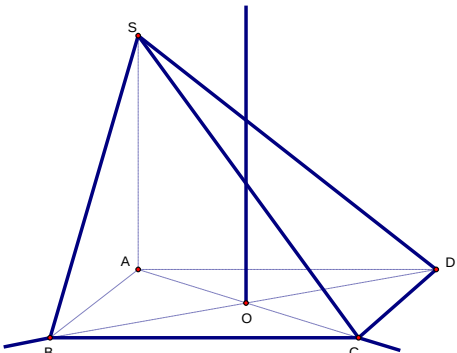
Số báo danh:-----

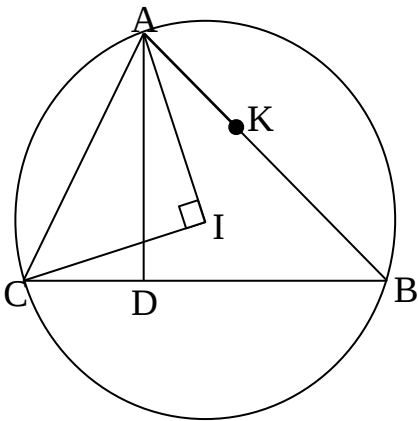
(Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm)

ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

Câu	Đáp án	Điểm												
1a	- TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ - Sự biến thiên - Chiều biến thiên: $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0 \quad \forall x \in D$	0.25												
	- Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ - Hàm số đã cho không có cực trị - Tiệm cận $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1 \Rightarrow TCN : y = 1$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty \Rightarrow x = 1 : TCD$	0.25												
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>$+$</td><td></td><td>$+$</td></tr><tr><td>y</td><td>1 </td><td></td><td>1 </td></tr></table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	$+$		$+$	y	1 		1 	0.25
	x	$-\infty$	1	$+\infty$										
y'	$+$		$+$											
y	1 		1 											
Đồ thị 	0.25													
Câu 1b	Phương trình hoành độ giao điểm hai của (C) và Δ là $\frac{x-2}{x-1} = x-1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 3 = 0$, vô nghiệm nên (C) không cắt Δ	0.25												
	Gọi d là tiếp tuyến của (C) và // Δ nên có hsg $k = 1$. Gọi $M(x_0, y_0)$ là tiếp điểm $\Rightarrow x_0$ là nghiệm pt $\frac{1}{(x-1)^2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow M(0; 2) \\ x = 2 \Rightarrow M'(2; 0) \end{cases}$	0.25												
	Ta có: $d(M, \Delta) = \frac{ 0-2-1 }{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}}, d(M', \Delta) = \frac{ 2-0-1 }{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}},$	0.25												
	Vậy điểm M cần tìm là $M(2; 0)$	0.25												

2a	$(1-i)z + (2-i) = 4-5i \Leftrightarrow (1-i)z = 2-4i$ $\Leftrightarrow z = \frac{2-4i}{1-i}$ $= 3-i$ $\Rightarrow \bar{z} = 3+i$	0.25 0.25
2b	$\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2} \leq 2^{4-3x} \Leftrightarrow 2^{-x^2+2} \leq 2^{4-3x}$ $\Leftrightarrow -x^2 + 2 \leq 4 - 3x$ $\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 \geq 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$	0.25 0.25
3	$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx = I_1 + I_2$ $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx \quad \text{Đặt } \begin{cases} u = x \Rightarrow du = dx \\ dv = \cos x dx \Rightarrow v = \sin x \end{cases}$ $I_1 = x \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ $= \frac{\pi}{2} + \cos x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} - 1$ $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx \quad \text{Đặt } t = \sin x \Rightarrow dt = \cos x dx$ Khi $x = 0 \Rightarrow t = 0, x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1$ $I_2 = \int_0^1 t^2 dt = \frac{1}{3} t^3 \Big _0^1 = \frac{1}{3}$ $\Rightarrow I = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$	0.25 0.25 0.25 0.25
4a	Gọi $A = d \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ A là nghiệm hệ: $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -3+2t \\ z = 3+t \\ 2x + y - 2z + 9 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow A(0; -1; 4)$	0.25 0.25

4b	Gọi vtcp của d' là $\vec{u} \Rightarrow \vec{u} \perp \vec{u}_d, \vec{u} \perp \vec{n}_p \Rightarrow \vec{u} = \vec{u}_d \wedge \vec{n}_p = (-5; 0; -5)$ d' đi qua A nên ptts là $\begin{cases} x = -5t \\ y = -1 \\ z = 4 - 5t \end{cases}$	0.25
5a	$P = \frac{2 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\frac{2 - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\frac{1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha}} =$ $= \frac{2(1 + \tan^2 \alpha) - \tan \alpha}{(1 + \tan^2 \alpha) + \tan \alpha} = \frac{2(1 + 2^2) - 2}{1 + 2^2 + 2} = \frac{8}{7}$	0.25
5b	Không gian mẫu $n(\Omega) = 5^5$ Gọi A ‘Một toa có ba người lên, hai toa có một người lên, hai toa không có người lên’ -Chọn 1 toa trong 5 toa có C_5^1 cách -Chọn 3 người lên toa này có C_5^3 cách -Chọn 2 toa trong 4 toa còn lại có C_4^2 cách -Hoán vị 2 người còn lại vào 2 toa có 2! cách -Có tất cả $C_5^1 C_5^3 C_4^2 2!$ cách $\Rightarrow n(A) = C_5^1 C_5^3 C_4^2 2! = 600$ $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_5^1 C_5^3 C_4^2 2!}{5^5} = \frac{600}{3125} = \frac{24}{125}$	0.25
6a	 Gọi O là tâm hình thoi ABCD. Góc giữa SC và đáy là góc $\angle SCA = 45^\circ$ a $S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\triangle ABC} = 2 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin 60^\circ = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ và $\triangle SAC$ vuông cân tại A $\Rightarrow SA = a$ $\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{S.ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$	0.25
	-Gọi $O(0; 0; 0)$, $B(\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0; 0) \in O_x$, $C(0; \frac{a}{2}; 0) \in O_y$, $A(0; -\frac{a}{2}; 0)$; $S(0; -\frac{a}{2}; a)$	0.25
	$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (\frac{a\sqrt{3}}{2}; \frac{a}{2}; 0); \overrightarrow{SC} = (0; a; -a); \overrightarrow{AS} = (0; 0; a);$	

	$\Rightarrow \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{SC} = \left(-\frac{a^2}{2}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$ $\Rightarrow d(AB, SC) = \frac{ (\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{SC}) \cdot \overrightarrow{AS} }{ \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{SC} } = \frac{\left 0 + 0 + \frac{a^3\sqrt{3}}{2}\right }{\sqrt{\frac{a^4}{4} + \frac{a^4 \cdot 3}{4} + \frac{a^4 \cdot 3}{4}}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$	0.25
7	 Do $\angle AIC = 90^\circ \Rightarrow \begin{cases} \angle ABC = 45^\circ \\ \angle ABC = 135^\circ \end{cases}$ $\Rightarrow \angle ABD = 45^\circ$ nên $\triangle ADB$ vuông cân tại D do đó $DA = DB$. Lại có: $IA = IB \Rightarrow DI \perp AB$	0.25
8	Nên đường thẳng AB đi qua K (4; - 1) và vuông góc với DI có phương trình $2x - y - 9 = 0$. Gọi $A(a; 2a - 9) \in AB$, do $DA = \sqrt{2}d(D; AB) = 2\sqrt{10}$	0.25
	$\Rightarrow \sqrt{(a+1)^2 + (2a-8)^2} = 2\sqrt{10}$ $\Leftrightarrow a^2 - 6a + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; -7) \text{ (loại)} \\ A(5; 1) \text{ (t/m)} \end{cases}$ Phương trình DB đi qua D có VTPT $\overrightarrow{AD}: 3x + y + 4 = 0$	0.25
	$C \in DB \Rightarrow C(c; -3c - 4)$. Do $\triangle IAC$ vuông cân tại I nên	0.25
	$\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IC} = 0 \Leftrightarrow 4(c-1) - 3(3c+2) = 0 \Leftrightarrow c = -2 \Rightarrow C(-2; 2)$	
9	ĐK: $\begin{cases} x \geq 3 + \sqrt{3} \\ 1 \leq x \leq 3 - \sqrt{3} \\ y \geq -3 \end{cases}$	0.25
	Đặt $u = \sqrt[3]{y+2} \Rightarrow u^3 = y+2 \Rightarrow y = u^3 - 2$ PT (1) $\Rightarrow (x-1) + \sqrt{(x-1)^3 + 1} = u + \sqrt{u^3 + 1}$ (*) Xét hàm số $f(t) = t + \sqrt{t^3 + 1}$ ($t \geq 0$) có $f'(t) = 1 + \frac{3t^2}{2\sqrt{t^3 + 1}} > 0 \quad \forall t \geq 0$ nên $f(t)$ luôn đồng biến	

