

LÊ BÁ BẢO

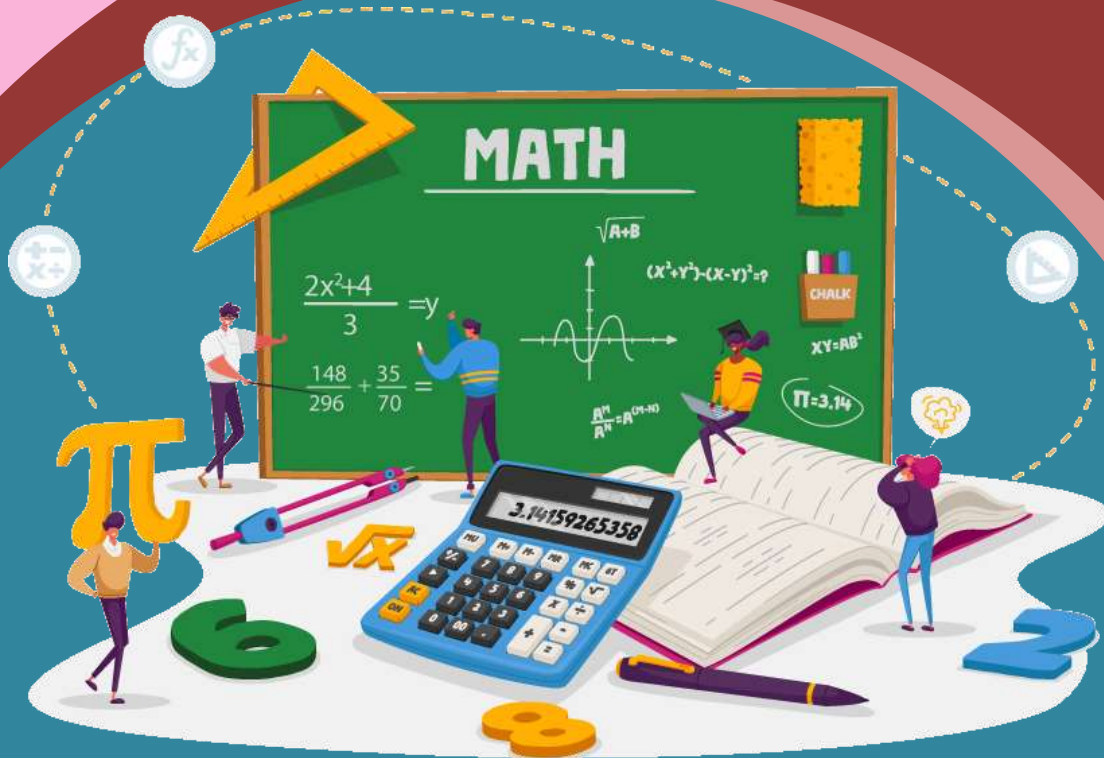
TRƯỜNG THPT ĐẶNG HUY TRỨ - ADMIN CLB GIÁO VIÊN TRẺ TP HUẾ

TOÁN 12

KHẢO SÁT HÀM SỐ

NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ HÀM SỐ

- ✍ LUYỆN THI THPT QUỐC GIA
- ✍ CẬP NHẬT TỪ ĐỀ THI MỚI NHẤT



VẤN ĐỀ

7

KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

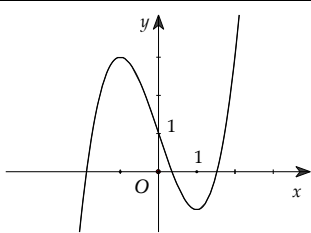
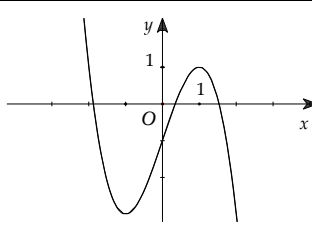
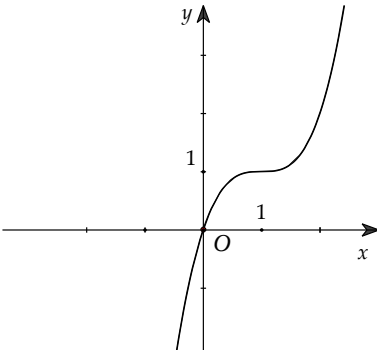
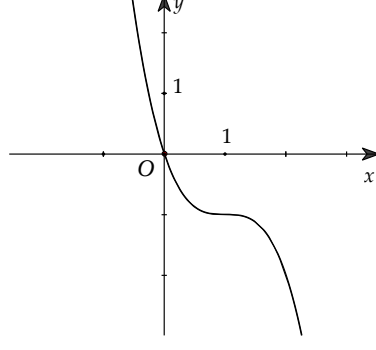
1 - SƠ ĐỒ KHẢO SÁT HÀM SỐ

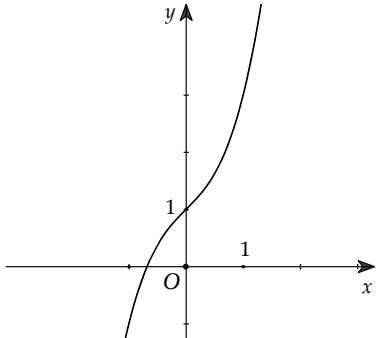
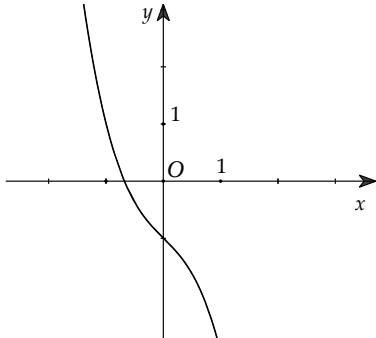
Cho hàm số $y = f(x)$.

1. Tìm tập xác định của hàm số.
2. Sự biến thiên
 - a) Chiều biến thiên.
 - i. Tính y' .
 - ii. Tìm các nghiệm của phương trình $y' = 0$ và các điểm tại đó y' không xác định.
 - iii. Xét dấu y' và suy ra các khoảng biến thiên của hàm số.
 - b) Tìm cực trị (nếu có).
 - c) Tìm các giới vô cực; các giới hạn tại $+\infty$, $-\infty$ và tại các điểm mà hàm số không xác định.
 - d) Tìm các đường tiệm cận của hàm số (nếu có).
 - e) Lập bảng biến thiên.
3. Đồ thị.
 - a) Liệt kê các điểm đặc biệt (điểm cực đại, điểm cực tiểu, tâm đối xứng,...)
 - b) Xác định giao điểm của (C) với Ox , Oy (nếu có).
 - c) Vẽ đồ thị.

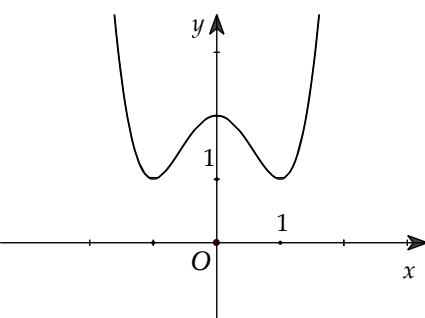
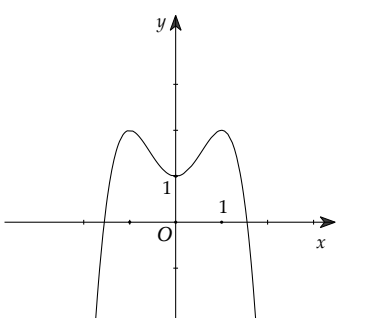
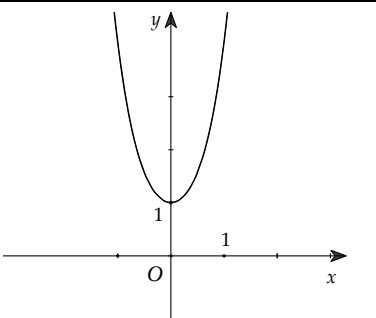
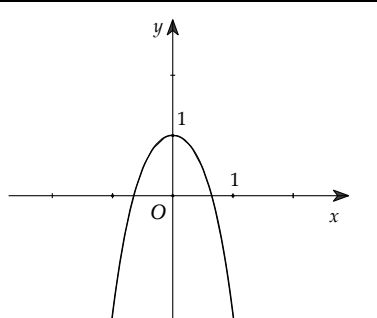
2- KHẢO SÁT MỘT SỐ HÀM ĐA THỨC VÀ PHÂN THỨC:

a- HÀM SỐ BẬC BA $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$)

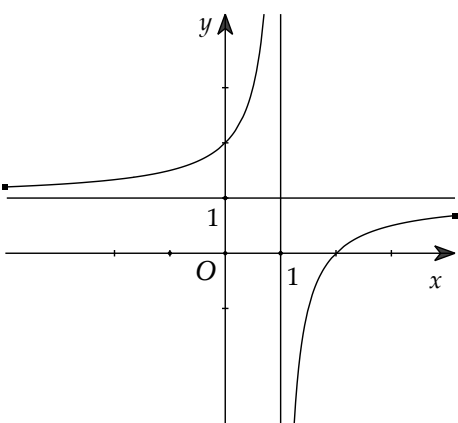
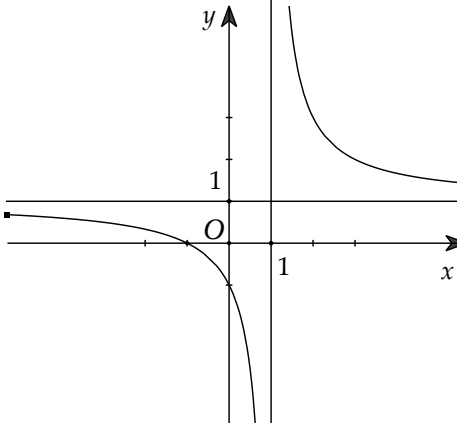
TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		

Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		
---------------------------------	---	--

b- HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$)

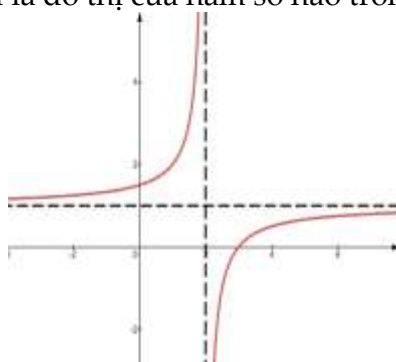
TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm.		

c- HÀM SỐ NHẤT BIẾN $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad - bc \neq 0$)

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

KỸ NĂNG: NHẬN BIẾT ĐỒ THỊ VÀ BẢNG BIẾN THIÊN

Câu 1: Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



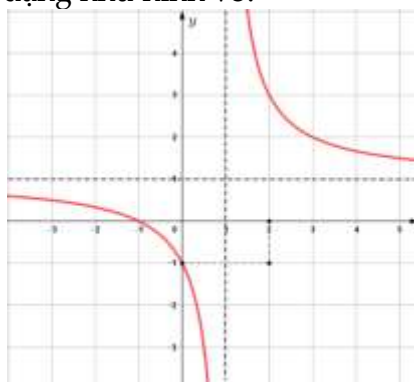
- A. $y = \frac{x-1}{-x+2}$. B. $y = \frac{x-3}{x-2}$. C. $y = \frac{1+3x}{x-2}$. D. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	5	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

- A. $y = \frac{x-7}{x-5}$. B. $y = \frac{x-5}{x-1}$. C. $y = \frac{5x}{x-1}$. D. $y = \frac{x-3}{x-5}$.

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ?



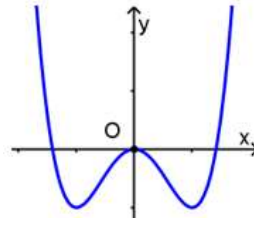
- A. $y = \frac{x-1}{x+1}$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$. C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = \frac{x+2}{x-1}$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 5: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

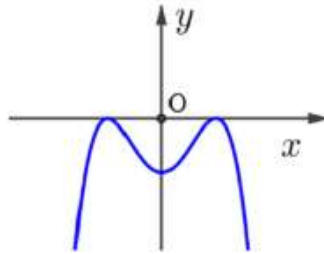
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$
		0		0	

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

- A. $y = -x^4 + 2x^2$. B. $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. C. $y = x^3 - x$. D. $y = x^3 - x + 3$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



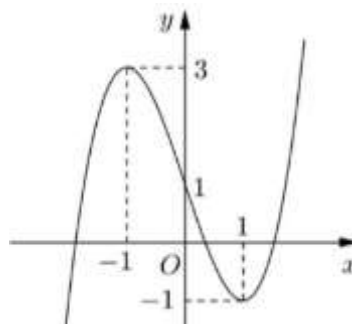
- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Câu 8: Bảng biến thiên dưới đây của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = x^3 - 3x + 4$. D. $y = -x^3 + 3x + 4$.

Câu 9: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



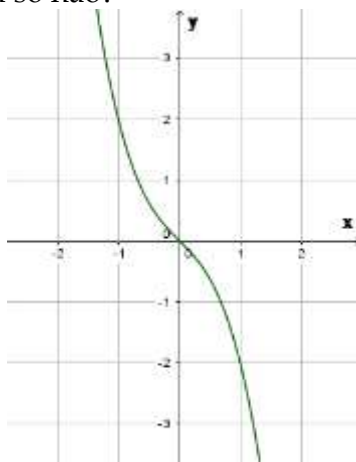
- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-4	-3	-4	$+\infty$

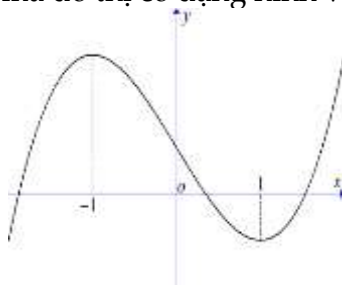
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$. D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 11: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



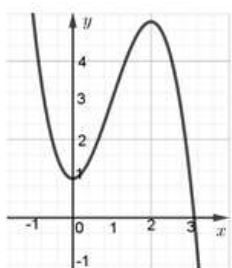
- A. $y = -x^3 + x$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = -x^3 - x$. D. $y = -x$.

Câu 12: Hàm số nào trong các hàm số sau mà đồ thị có dạng hình vẽ dưới đây?

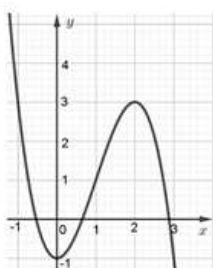


- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

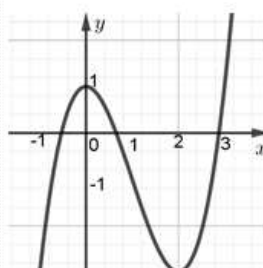
Câu 13: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào sau đây?



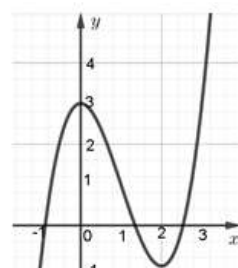
Hình 1



Hình 2



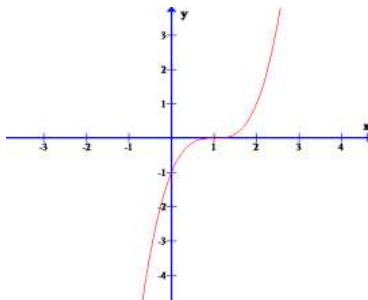
Hình 3



Hình 4

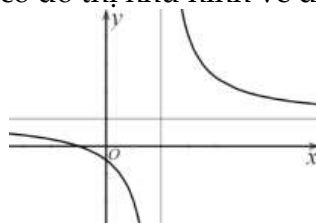
- A. Hình 1. B. Hình 2. C. Hình 3. D. Hình 4.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 1$. B. $y = x^3 + 1$. C. $y = (x-1)^3$. D. $y = (x+1)^3$.

Câu 15: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



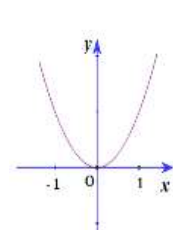
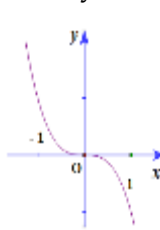
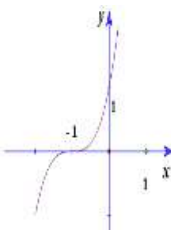
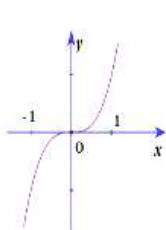
- A. $y = x^3 + x^2 - x + 1$. B. $y = \sqrt{x}$. C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = x^4$.

Câu 16: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

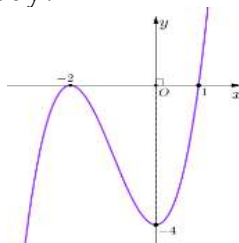
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$-\frac{29}{3}$	$+\infty$	

- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$. B. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{2}{3}$.
 C. $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$. D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + \frac{2}{3}$.

Câu 17: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có đồ thị là hình nào sau đây?

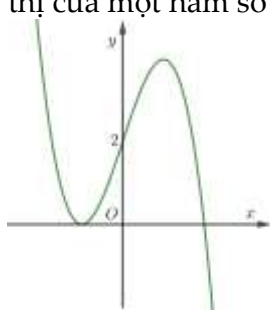


Câu 18: Hàm số nào có đồ thị là hình vẽ sau đây?



- A. $y = x^3 + 3x^2 + 4$. B. $y = x^4 + 3x^2 - 4$. C. $y = x^3 + 3x^2 - 4$. D. $y = \frac{2x+1}{3x-5}$.

Câu 19: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số nào?



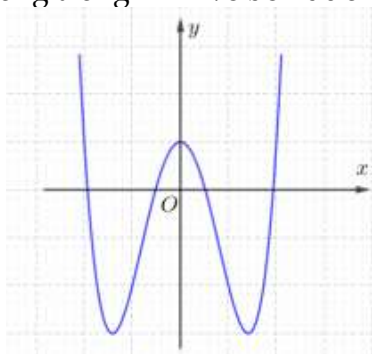
- A. $y = -x^3 + 3x + 2$. B. $y = -x^3 - 3x + 2$. C. $y = x^4 - x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1

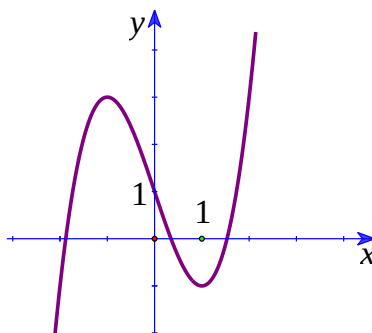
- A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{x+3}{x-1}$. C. $y = \frac{-x-2}{x-1}$. D. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.

Câu 21: Hàm số nào có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới?



- A. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. B. $y = \frac{x+1}{x-2}$. C. $y = x^3 + 4x^2 + 1$. D. $y = 2x^2 + 1$.

Câu 22: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = -x^3 - 3x + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

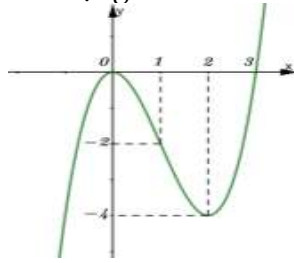
Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

- A. $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. B. $y = -x^4 + 2x^2$. C. $y = x^3 - x$. D. $y = x^3 - x + 3$.

Câu 24: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới:



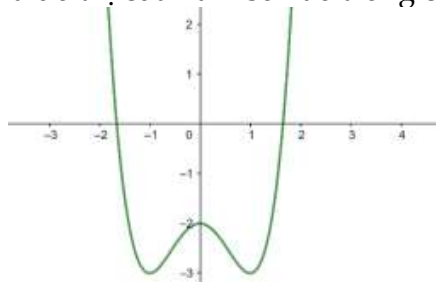
- A. $y = x^3 + 3x$. B. $y = x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = x^3 + 3x^2$.

Câu 25: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$+$
$f(x)$	1	$+\infty$	1

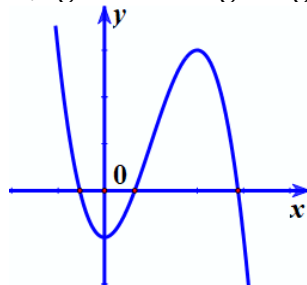
- A. $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$. B. $f(x) = \frac{x+3}{2-x}$. C. $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$. D. $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$.

Câu 26: Đường cong của hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



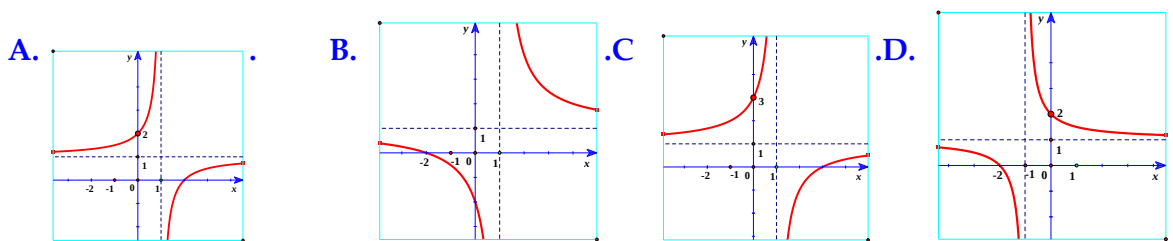
- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$. D. $y = x^3 - 2x^2 - 2$.

Câu 27: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

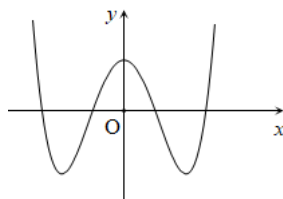


- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Câu 28: Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây?

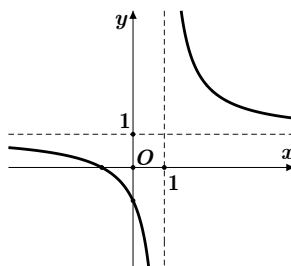


Câu 29: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới?



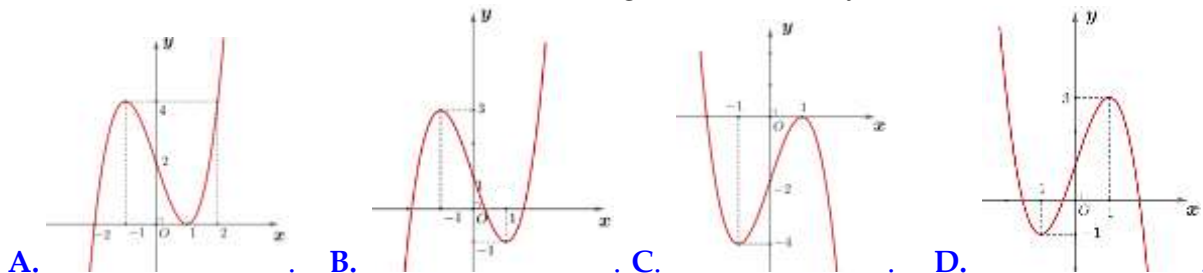
A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + x^2 + 1$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?

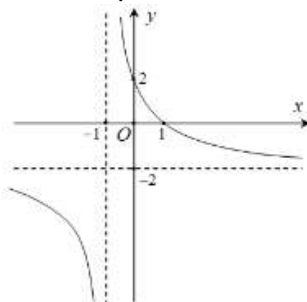


A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$. D. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

Câu 31: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?

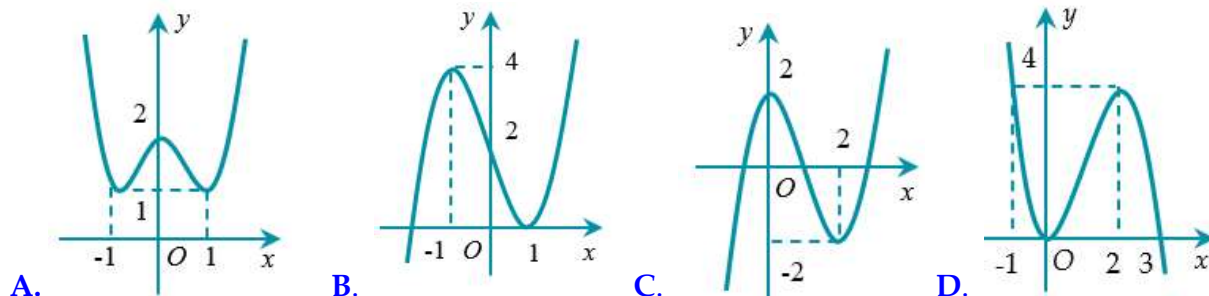


Câu 32: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?

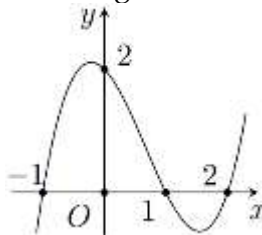


A. $y = \frac{2-2x}{x+1}$. B. $y = 2x^3 - x + 1$. C. $y = \frac{-2x+1}{x+2}$. D. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

Câu 33: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là đường cong trong hình nào dưới đây?



Câu 34: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = (x^2 - 1)(x + 2)$. B. $y = (x^2 - 1)(x - 2)$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Câu 35: Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

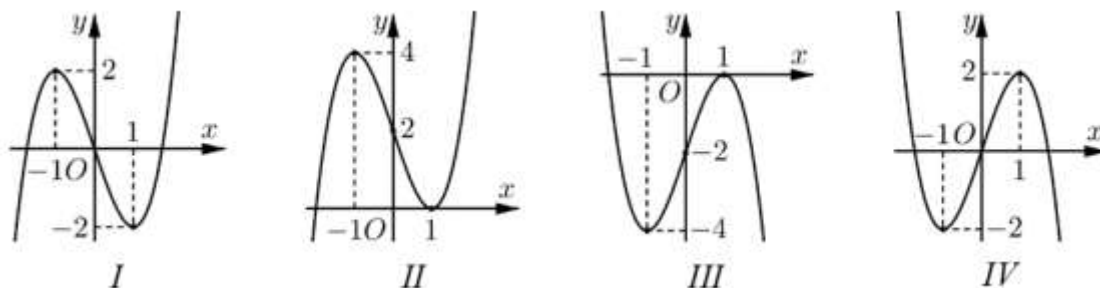
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		+	0	-	0	+
y						
	$-\infty$		-1		-5	$+\infty$

A. $y = -x^3 - 3x - 2$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. D. $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau:

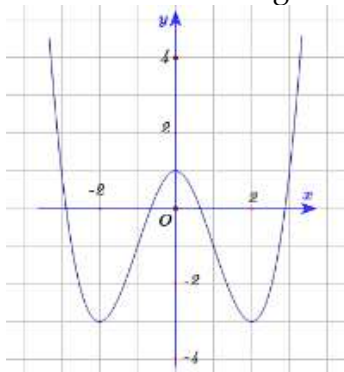
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



A. I. B. II. C. III. D. IV.

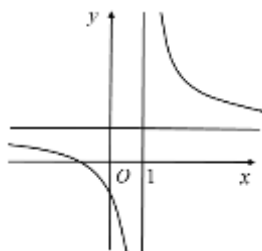
Câu 37: Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



- A. $y = x^4 - 8x^2 + 1$. B. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.

MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

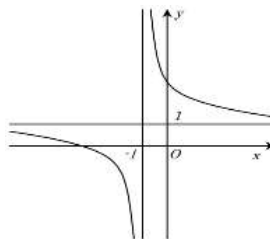
Câu 38: Cho đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' > 0, \forall x \neq 1$. C. $y' < 0, \forall x \neq 1$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

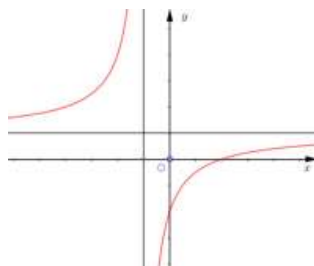
Câu 39: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \neq -1$. B. $y' > 0, \forall x \neq -1$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

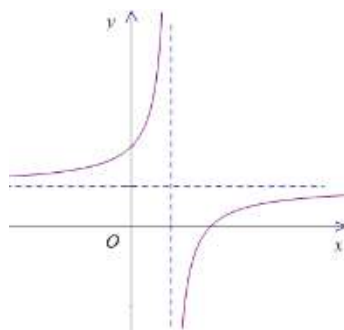
Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$, có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \leq 1$. B. $m < 1$. C. $m \geq 1$. D. $m > 1$.

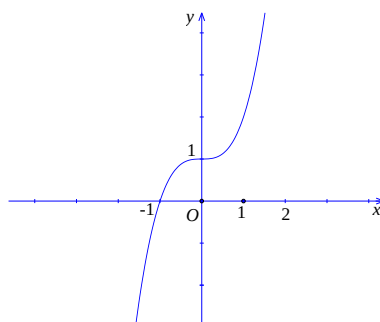
Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a > 1$. **B.** $a \leq -3$. **C.** $a < -1$. **D.** $a \geq 1$.

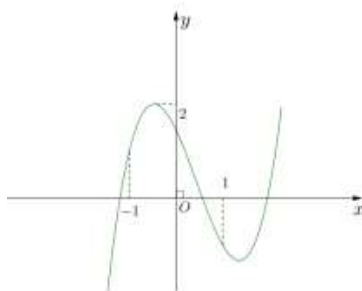
Câu 42: Biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **C.** $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 43: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.** $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.
C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

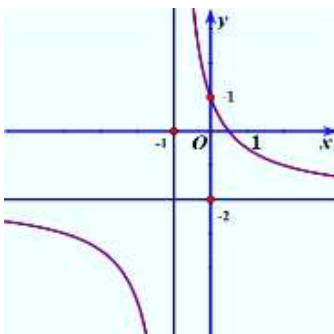
Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	1
		$-\infty$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



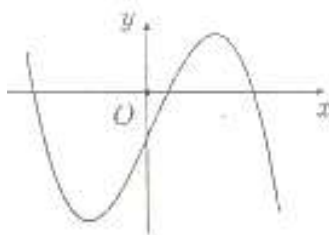
A. $a = 2, b = c = -1$.

B. $a = b = 2, c = -1$.

C. $a = -2, b = -1, c = 1$.

D. $a = -2, b = c = 1$.

Câu 46: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d, (a; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

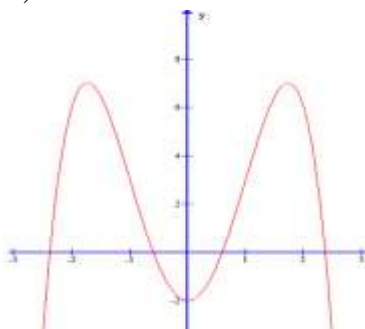
A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a < 0, d < 0$.

D. $a > 0, d < 0$.

Câu 47: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

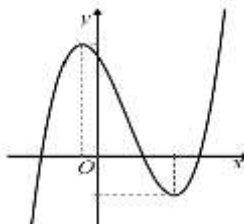
A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 48: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

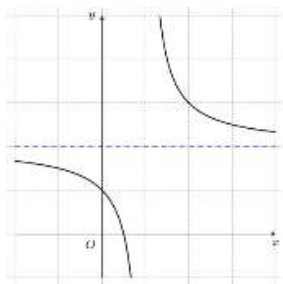
A. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

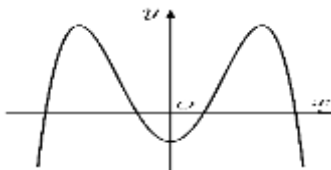
Câu 49: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $a < b < 0 < c$. **B.** $b < a < 0 < c$. **C.** $b < 0 < c < a$. **D.** $b < 0 < a < c$.

Câu 50: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

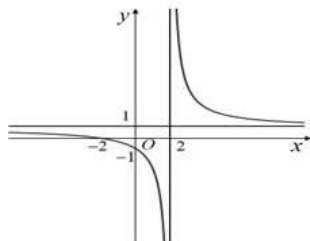
Xét các mệnh đề sau:

- (1) $c = 1$.
- (2) $a = 2$.
- (3) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.
- (4) Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b = 1$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

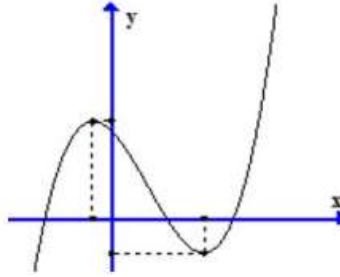
Câu 52: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{x+b}$ (với a, b là các số thực) có đồ thị như hình sau:



Giá trị $a - b$ bằng

- A.** 0. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -4.

Câu 53: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



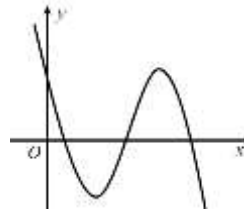
A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

D. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 54: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

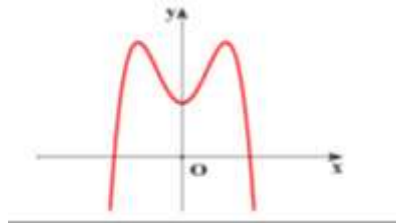
A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 55: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, mệnh đề nào sau đây đúng?



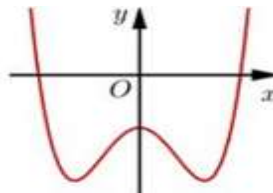
A. $a < 0; b = 0; c > 0; d > 0$.

B. $a > 0; b = 0; c > 0; d > 0$.

C. $a < 0; b < 0; c = 0; d > 0$.

D. $a < 0; b > 0; c = 0; d > 0$.

Câu 56: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



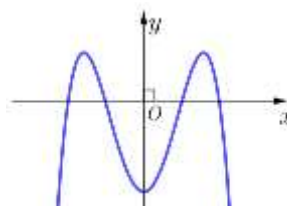
A. $a > 0, b < 0, c < 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0$.

Câu 57: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

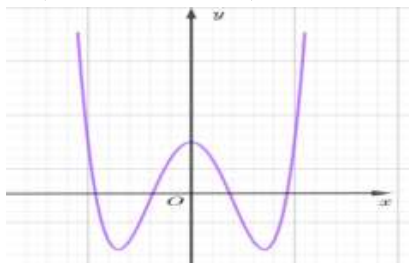
A. $a < 0, b > 0, c > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 58: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$, có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

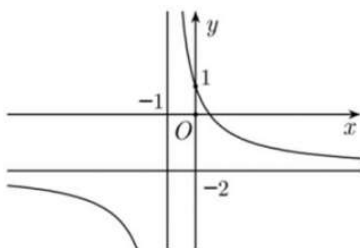
A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 59: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



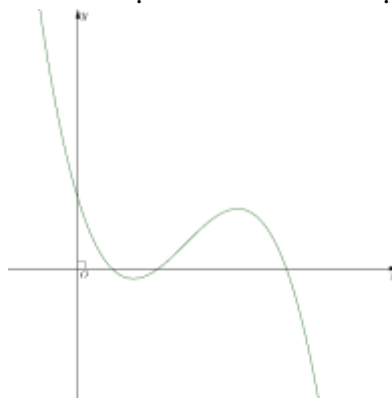
A. $a = 2, b = c = -1$.

B. $a = b = 2, c = -1$.

C. $a = -2, b = -1, c = 1$.

D. $a = -2, b = c = 1$.

Câu 60: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



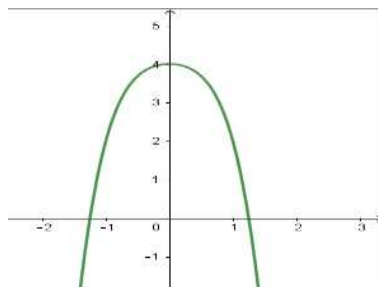
A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Câu 61: Hàm số bậc 4 trùng phương $y = a.x^4 + b.x^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Dấu của các hệ số a, b, c là



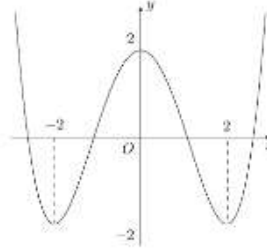
A. $a < 0; b < 0; c < 0$.

B. $a < 0; b > 0; c > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0$.

D. $a < 0; b \leq 0; c > 0$.

Câu 62: Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



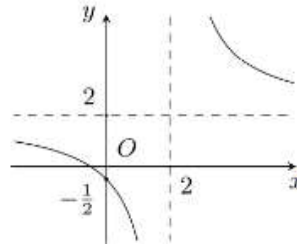
A. $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = 2.$

B. $a = 4; b = 2; c = 2.$

C. $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = -2.$

D. $a = 4; b = -2; c = 2.$

Câu 63: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đồ thị như hình bên dưới:



Giá trị $a+b+c$ bằng

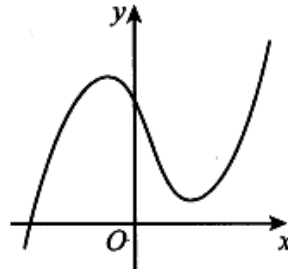
A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Câu 64: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



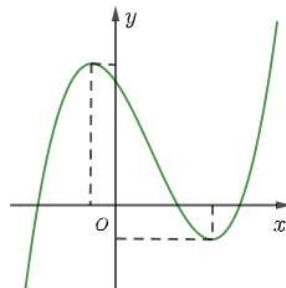
A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0.$

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0.$

Câu 65: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

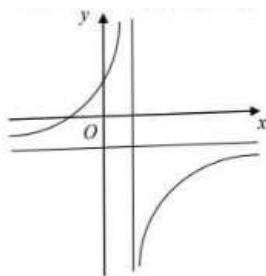
A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0.$

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0.$

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0.$

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0.$

Câu 66: Cho hàm số $y = \frac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



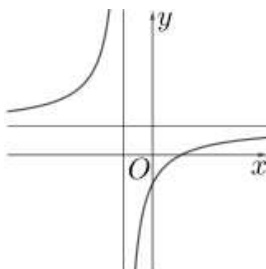
A. $a < 0, 0 < b < 4, c < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 4, c < 0$.

D. $a > 0, 0 < b < 4, c < 0$.

Câu 67: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Trong các số a , b và c có bao nhiêu số dương?

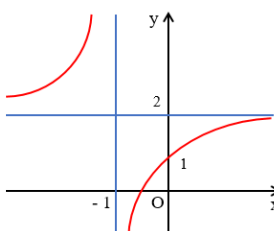
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 68: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

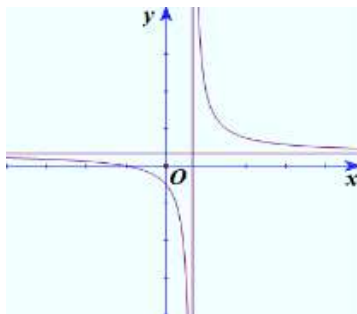
A. $a < b$.

B. $ab < 0$.

C. $ab > 0$.

D. $b < a < 0$.

Câu 69: Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx-2}$ ($c \neq 0$) có đồ thị như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

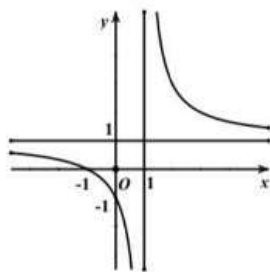
A. $b > 0; c < 0$.

B. $b < 0; c < 0$.

C. $b < 0; c > 0$.

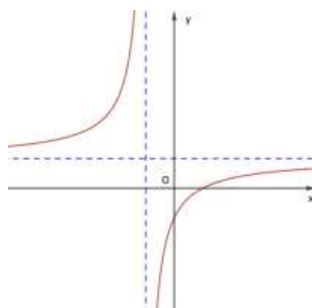
D. $b > 0; c > 0$.

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx+d}$ ($b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $T = 2b + 3c + 4d$ bằng



- A. 1. B. -8. C. 6. D. 0.

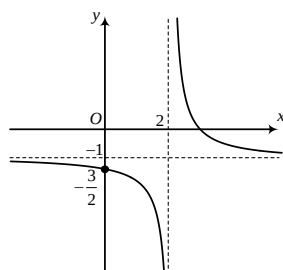
Câu 71: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

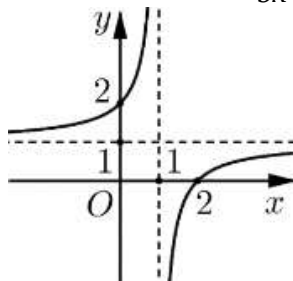
Câu 72: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính giá trị của $a - 2c$.

- A. $a - 2c = -2$. B. $a - 2c = -3$. C. $a - 2c = 3$. D. $a - 2c = -1$.

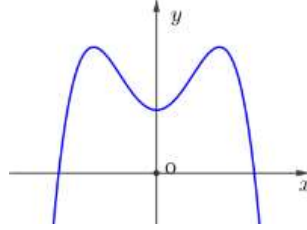
Câu 73: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+a}{bx+c}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$).



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

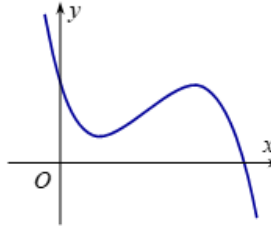
Câu 74: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $a > 0; b < 0; c < 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c > 0$.

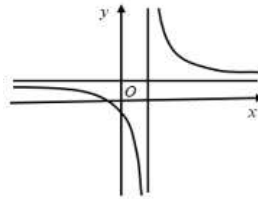
Câu 75: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây:



Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu số âm?

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 76: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $ac > 0; bd > 0$. **B.** $ab < 0; cd < 0$. **C.** $bc > 0; ad < 0$. **D.** $ad > 0; bd < 0$.

Câu 77: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{bx+c}$ ($b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	-2	$+\infty$	-2

Tính tổng $S = a + b + c$.

- A.** 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -1.

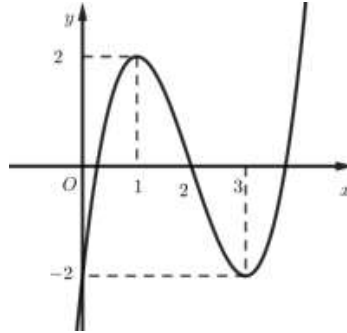
Câu 78: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	1	-1	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

- A.** 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

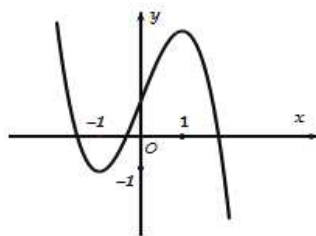
Câu 79: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



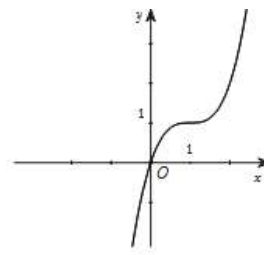
Số lớn nhất trong các số a, b, c, d là:

- A. c . B. a . C. b . D. d .

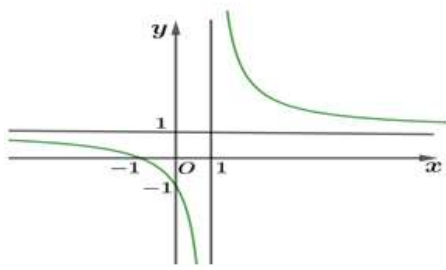
Câu 80: Hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2021) = f(-2021)$ có đồ thị là hình nào trong bốn đồ thị sau:



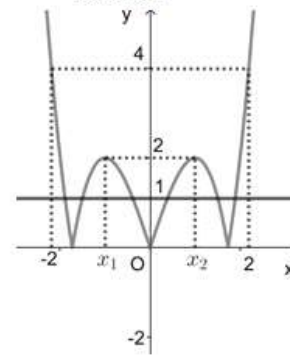
Hình 1



Hình 2



Hình 3

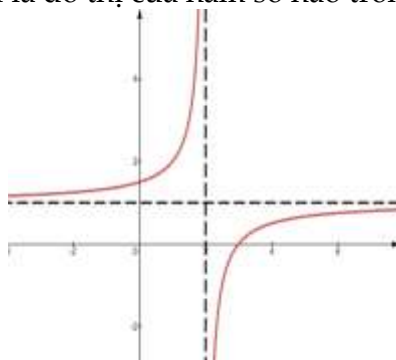


Hình 4

- A. Hình 4. B. Hình 3. C. Hình 1. D. Hình 2.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y = \frac{x-1}{-x+2}$

B. $y = \frac{x-3}{x-2}$

C. $y = \frac{1+3x}{x-2}$

D. $y = \frac{x+1}{x-2}$

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hai đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$ và giao với trục Oy tại tung độ bằng $\frac{3}{2}$ nên **Chọn B** thỏa.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	5	$+\infty$
y'	-		-
y	1	$+\infty$	1

A. $y = \frac{x-7}{x-5}$

B. $y = \frac{x-5}{x-1}$

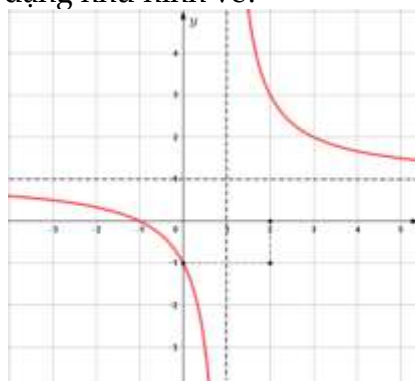
C. $y = \frac{5x}{x-1}$

D. $y = \frac{x-3}{x-5}$

Lời giải:

Theo bảng biến thiên ta có: Tiệm cận đứng $x=5$, tiệm cận ngang $y=1$ và $y' < 0 \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ nên ta chọn hàm số $y = \frac{x-3}{x-5}$.

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$

D. $y = \frac{-2x+1}{x-1}$

Lời giải:

Từ hình vẽ, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, do đó ta loại hai

Chọn A và C.

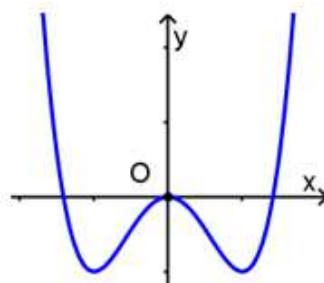
Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$, nên ta loại **Chọn D** Vậy đáp án đúng là **Chọn B**

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	1	5	$-\infty$	

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = \frac{x+2}{x-1}$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 5: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được cho dưới đây, hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. **D.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Lời giải:

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc 4 $y = ax^4 + bx^2 + c$ có hệ số $a > 0$ và có 3 điểm cực trị.

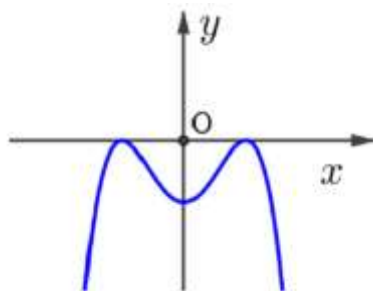
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$
		0		0	

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

A. $y = -x^4 + 2x^2$. **B.** $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. **C.** $y = x^3 - x$. **D.** $y = x^3 - x + 3$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 1$.

Lời giải:

Dựa vào hình dạng của đường cong, ta nhận thấy đó là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số của x^4 âm. Vậy **Chọn C.**

Câu 8: Bảng biến thiên dưới đây của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	6	$-\infty$		

- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = x^3 - 3x + 4$. D. $y = -x^3 + 3x + 4$.

Lời giải:

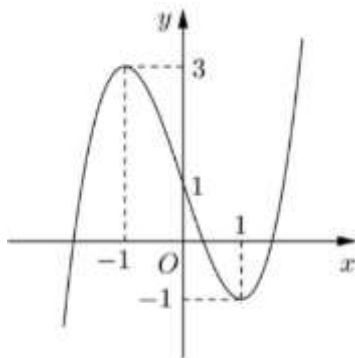
Ta loại phương án **A** và **B** vì khi lấy đạo hàm không phù hợp bảng biến thiên.

Còn lại phương án **C** và

D. Dựa vào bảng biến thiên ta có hệ số $a < 0$.

Do đó, ta chọn hàm số $y = -x^3 + 3x + 4$.

Câu 9: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải:

Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a > 0$ và cắt Oy tại $(0;1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Hàm số $y = f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số sau đây?

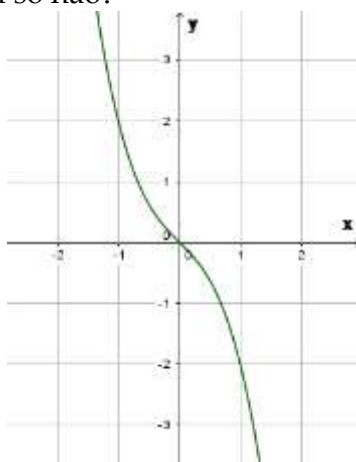
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				-3			$+\infty$
			-4			-4		

- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 3$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. C. $y = -\frac{1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$. D. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên ta có $a > 0$ và hàm số có ba điểm cực trị do hàm số có dạng $ax^4 + bx^2 + c$ có $a.b < 0$

Câu 11: Đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số nào?

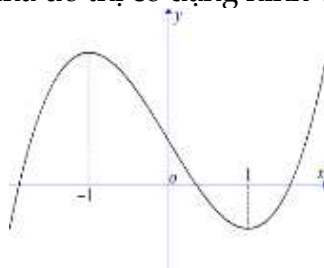


- A. $y = -x^3 + x$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = -x^3 - x$. D. $y = -x$.

Lời giải:

Từ đồ thị ta thấy hàm số luôn nghịch biến, không có cực trị và là hàm bậc ba nên ta chọn $y = -x^3 - x$.

Câu 12: Hàm số nào trong các hàm số sau mà đồ thị có dạng hình vẽ dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải:

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$

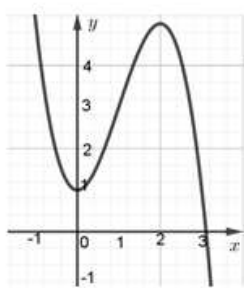
Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$

Ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $d > 0$

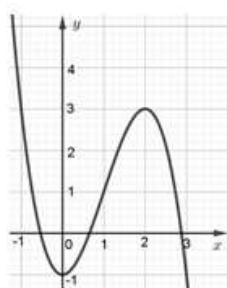
Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hai điểm cực trị $x = 1$ và $x = -1$

Vậy hàm số thỏa đề là $y = x^3 - 3x + 1$.

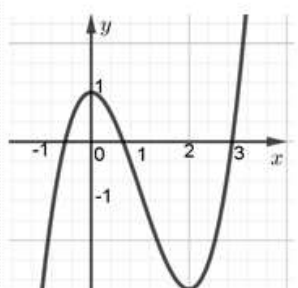
Câu 13: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào sau đây?



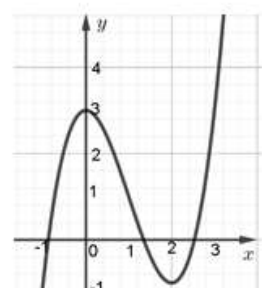
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

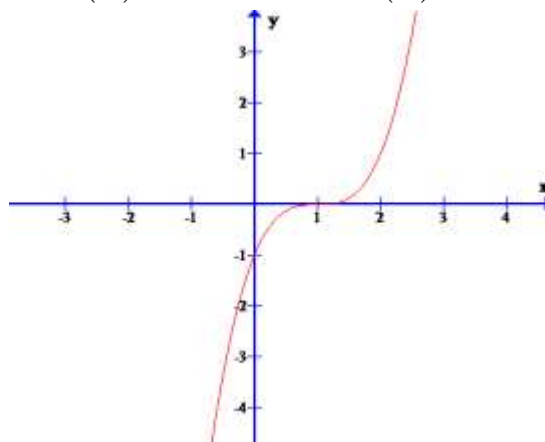
D. Hình 4.

Lời giải:

Đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm $A(0; -1)$ nên loại phương án A, C, D.

Vậy **Chọn B.**

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Hỏi (C) là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 1$.

B. $y = x^3 + 1$.

C. $y = (x-1)^3$.

D. $y = (x+1)^3$.

Lời giải:

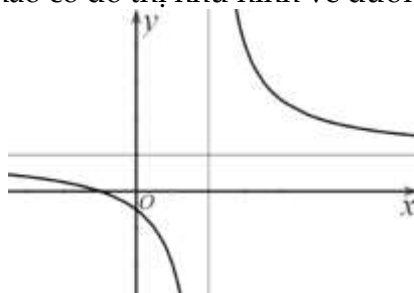
Dựa vào đồ thị ta có:

+) $x = 0 \Rightarrow y = -1$ suy ra phương án: $y = x^3 + 1$, $y = (x+1)^3$ không thỏa mãn.

+) $y' = 0 \Rightarrow x = 1$ suy ra phương án $y = x^3 - 1$ không thỏa mãn.

+) Do đó phương án $y = (x-1)^3$ thỏa mãn.

Câu 15: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



A. $y = x^3 + x^2 - x + 1$. B. $y = \sqrt{x}$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = x^4$.

Lời giải:

Để nhận thấy dạng đồ thị cho trong bài là của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$.

Câu 16: Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	1	$-\frac{29}{3}$	$+\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 + 9x - 2$.

B. $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x - \frac{2}{3}$.

C. $y = x^3 - 3x^2 - 9x - 2$.

D. $y = -\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 3x + \frac{2}{3}$.

Lời giải:

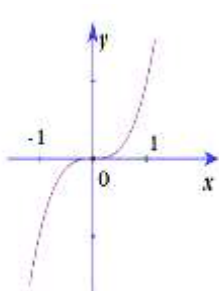
Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên loại A, D.

Xét **Chọn B**, thay $x = 3 \Rightarrow y = \frac{-29}{3}$.

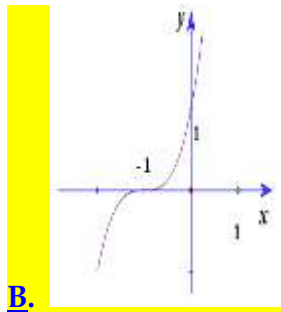
Xét **Chọn C**, thay $x = 3 \Rightarrow y = -29$ (không thỏa mãn bảng biến thiên).

Vậy chọn phương án **B**.

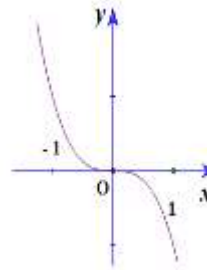
Câu 17: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ có đồ thị là hình nào sau đây?



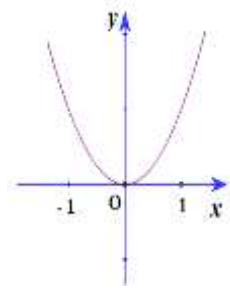
A.



B.



C.



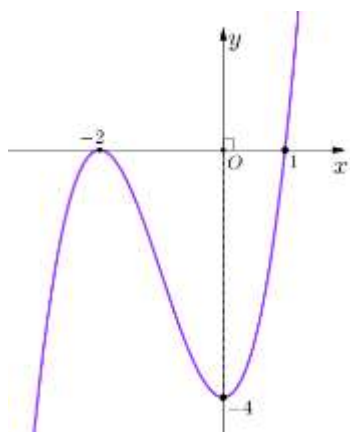
D.

Lời giải:

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ nên loại C và D.

Vì $y(0) = 1$ nên **Chọn B**.

Câu 18: Hàm số nào có đồ thị là hình vẽ sau đây?



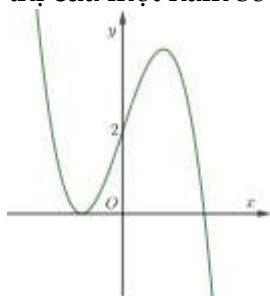
- A. $y = x^3 + 3x^2 + 4$. B. $y = x^4 + 3x^2 - 4$. **C. $y = x^3 + 3x^2 - 4$.** D. $y = \frac{2x+1}{3x-5}$.

Lời giải:

Dựa vào hình dạng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3, với hệ số $a > 0$ ($\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$). Nên loại **Chọn B** và **D**.

Khi $x = 0 \Rightarrow y = -4$ nên **Chọn C**

Câu 19: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 2$.** B. $y = -x^3 - 3x + 2$. C. $y = x^4 - x^2 + 2$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.

Lời giải:

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên $a < 0$, đồ thị có hai điểm cực trị nên $a.c < 0$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	-		-
y	-1	$+\infty$	-1

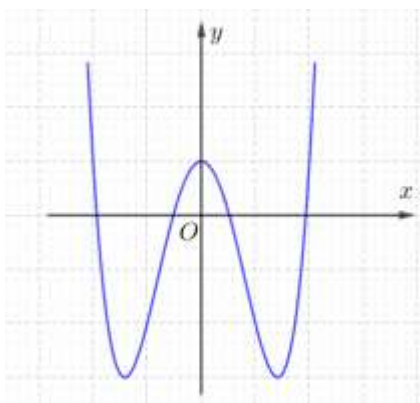
- A. $y = \frac{-x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{x+3}{x-1}$. C. $y = \frac{-x-2}{x-1}$. **D. $y = \frac{-x+3}{x-1}$.**

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

- ⊗ Hàm số có tiệm cận ngang $y = -1$. (Loại B)
- ⊗ Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$ nên $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 21: Hàm số nào có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^4 - 4x^2 + 1.$

B. $y = \frac{x+1}{x-2}.$

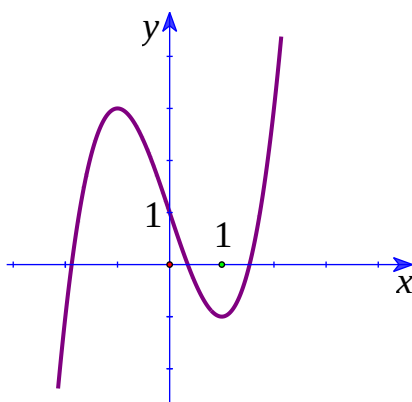
C. $y = x^3 + 4x^2 + 1.$

D. $y = 2x^2 + 1.$

Lời giải:

Từ đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị, suy ra hình vẽ là đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1.$

Câu 22: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 1.$

B. $y = -x^3 - 3x + 1.$

C. $y = -x^3 + 3x + 1.$

D. $y = x^3 - 3x - 1.$

Lời giải:

Đồ thị có nhánh ngoài cùng đi lên nên $a > 0$, suy ra lại hàm số $y = -x^3 - 3x + 1$ và $y = -x^3 + 3x + 1.$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại hàm số $y = x^3 - 3x - 1.$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

Hàm số có bảng biến thiên như trên là

A. $y = 3x^4 - 6x^2 + 3.$

B. $y = -x^4 + 2x^2.$

C. $y = x^3 - x.$

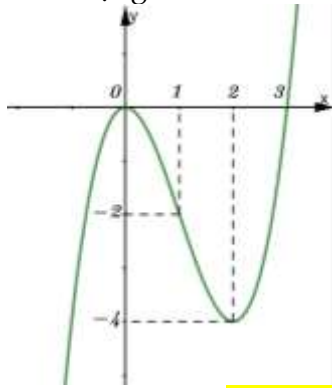
D. $y = x^3 - x + 3.$

Lời giải:

Xét $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, loại **Chọn C** và **D**.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$, loại **Chọn B**

Câu 24: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ



A. $y = x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = x^3 - 3x^2$.

D. $y = x^3 + 3x^2$.

Câu 25: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$		+	+
$f(x)$	1	$+\infty$	1

A. $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$.

B. $f(x) = \frac{x+3}{2-x}$

C. $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$.

D. $f(x) = \frac{2x-3}{x-2}$

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 1$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$.

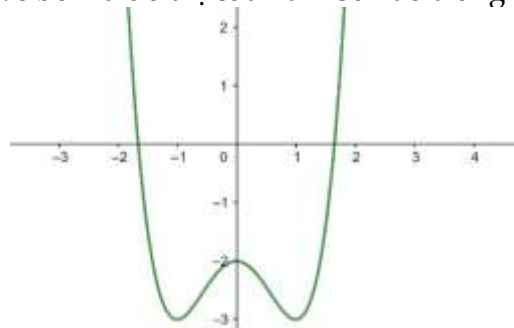
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 2$ mà một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Từ đó ta dễ dàng loại hai phương án B và **D.**

Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên **Chọn**

A có $f'(x) = \frac{1}{(x-2)^2} > 0$ thỏa mãn, **Chọn C** có $f'(x) = \frac{-5}{(x-2)^2} < 0$ không thỏa mãn.

Câu 26: Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau.



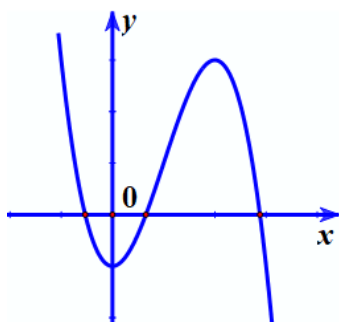
A. $y = \frac{x-2}{x+1}$.

B. $y = x^4 - 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

D. $y = x^3 - 2x^2 - 2$

Câu 27: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



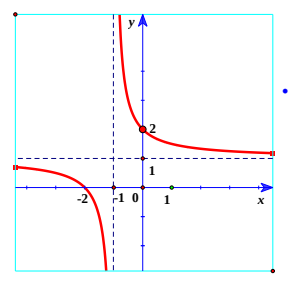
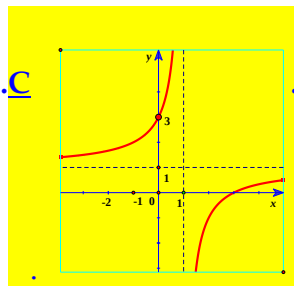
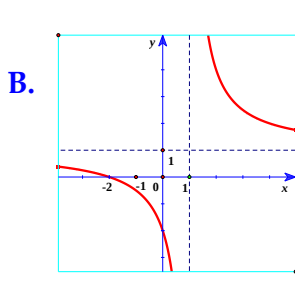
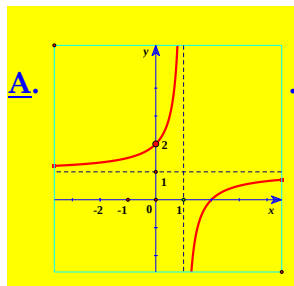
- A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.**

Lời giải:

Từ đồ thị ta thấy:

- ⊙ Đây là đồ thị của hàm bậc ba nên loại B, C
- ⊙ Nhánh cuối của đồ thị đi xuống, suy ra hệ số $a < 0$ nên loại A
- ⊙ Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

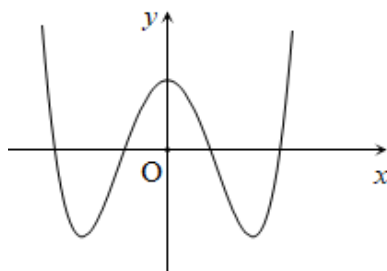
Câu 28: Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây?



Lời giải:

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y = 1$, tiệm cận đứng là $x = 1$, cắt trục Ox tại $(2; 0)$, cắt Oy tại $(0; 2)$

Câu 29: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình dưới?



- A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$.** B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$. C. $y = x^4 + x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + x^2 + 1$.

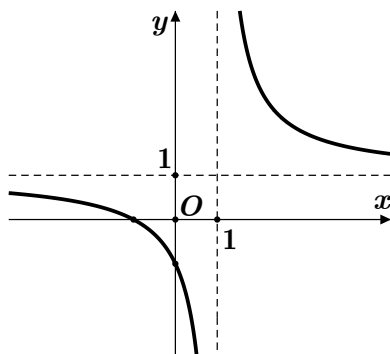
Lời giải:

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$).

Dựa vào đồ thị, ta thấy:

- +) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.
- +) Đồ thị giao với Oy tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow c > 0$.
- +) Hàm số có ba điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = \frac{x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

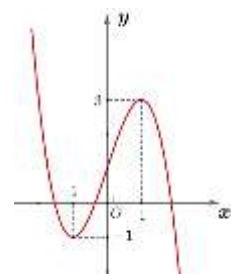
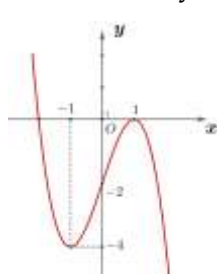
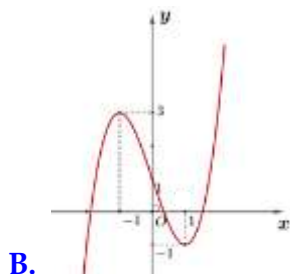
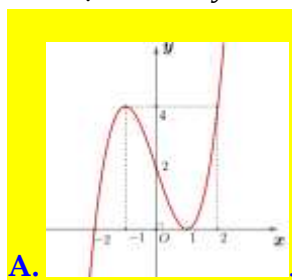
C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

D. $y = \frac{x-1}{x+1}$

Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có phương trình tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang $y=1$. Chỉ có hàm số ở **Chọn A** là thỏa mãn.

Câu 31: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ là hình nào trong 4 hình dưới đây?

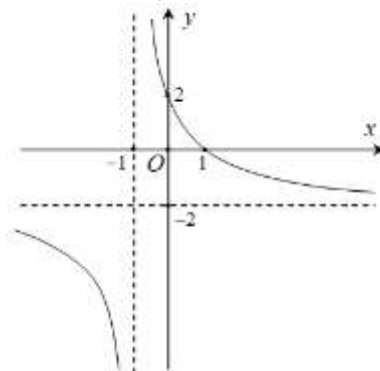


Lời giải:

▪ Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow$ Loại câu C, **D.**

▪ Với $x=0 \Rightarrow y=2$ nên ta **Chọn A**

Câu 32: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{2-2x}{x+1}$

B. $y = 2x^3 - x + 1$

C. $y = \frac{-2x+1}{x+2}$

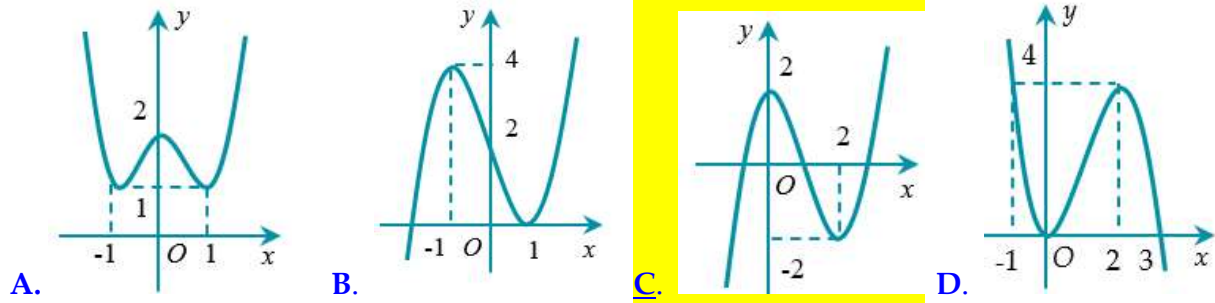
D. $y = x^4 + 2x^2 + 2$

Lời giải:

Ta có đây là đồ thị của hàm số dạng $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

Mặt khác đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 33: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là đường cong trong hình nào dưới đây?



Lời giải:

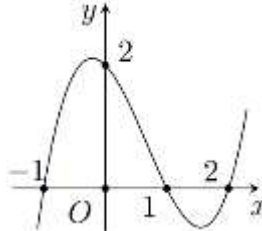
Ta có $y = x^3 - 3x^2 + 2$

$$y' = 3x^2 - 6x$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \text{ nên loại } \textbf{Chọn A} \text{ và B}$$

Mặt khác $a = 1 > 0$ nên **Chọn C**

Câu 34: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = (x^2 - 1)(x + 2)$. **B.** $y = (x^2 - 1)(x - 2)$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 3x^2 + 2$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số là hàm đa thức bậc ba nên loại D

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số $a > 0$, loại C

Đồ thị hàm số cắt trục hoành Ox tại ba điểm có hoành độ $\begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$

nên chỉ có **Chọn B** thỏa khi lập phương trình hoành độ giao điểm.

Câu 35: Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		+	0	-	0	+	
y							

A. $y = -x^3 - 3x - 2$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 + 3x^2 - 1$.

Lời giải:

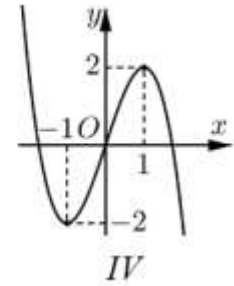
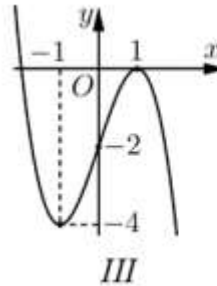
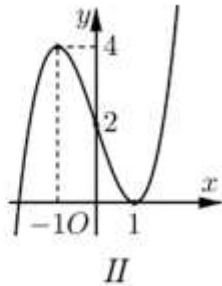
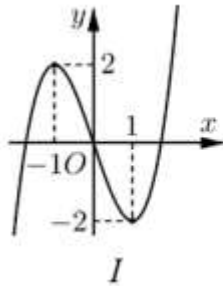
Từ BBT ta thấy: đây là BBT của một hàm số bậc ba, có hệ số của x^3 là $a > 0$.

Do đó, đáp án A, D, C sai. Đáp án đúng là **B.**

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Đồ thị nào thể hiện hàm số $y = f(x)$?



A. I.

B. II.

C. III.

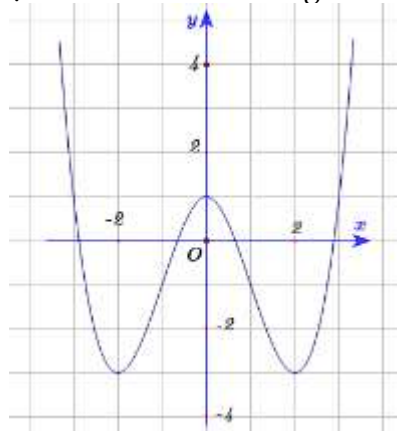
D. IV.

Lời giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy:

- Hàm số có giá trị cực đại bằng 2 và giá trị cực tiểu bằng -2. Loại **Chọn B** và **C**.
- Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow +\infty$ nên chỉ có **Chọn A** là phù hợp.

Câu 37: Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y = x^4 - 8x^2 + 1$.

B. $y = |x^3 - 3x^2 + 1|$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải:

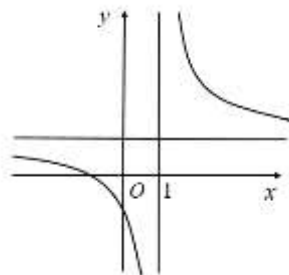
Chọn B có $y \geq 0 \Rightarrow$ loại.

Chọn C đồ thị tiếp xúc với trục hoành nên loại **C**.

Chọn A có $x = 2 \Rightarrow y = -15$ nên loại **A**.

MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN

Câu 38: Cho đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



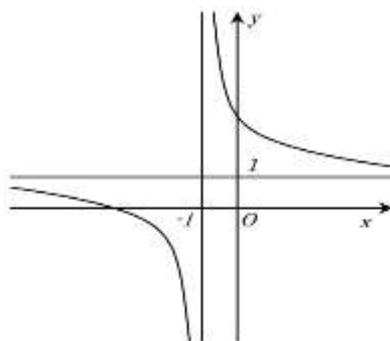
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' > 0, \forall x \neq 1$. **C. $y' < 0, \forall x \neq 1$.** D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

Tiệm cận đứng $x = 1$. Hàm số nghịch biến.

Câu 39: Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

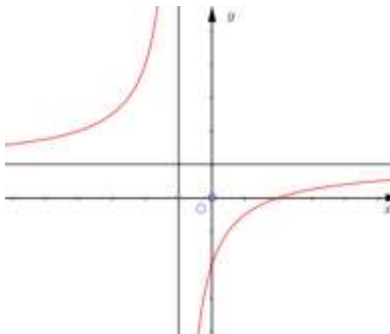
- A. $y' < 0, \forall x \neq -1$.** B. $y' > 0, \forall x \neq -1$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Lời giải:

Ta có tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Vậy $y' < 0, \forall x \neq -1$.

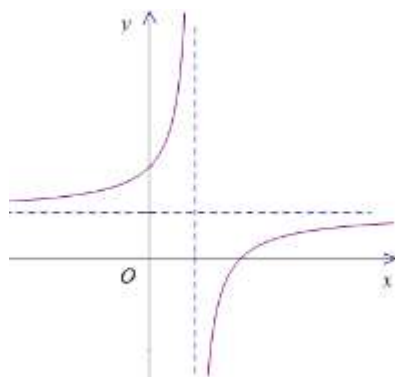
Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$, có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m \leq 1$. **B. $m < 1$.** C. $m \geq 1$. D. $m > 1$.

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 1$.

B. $a \leq -3$.

C. $a < -1$.

D. $a \geq 1$.

Lời giải:

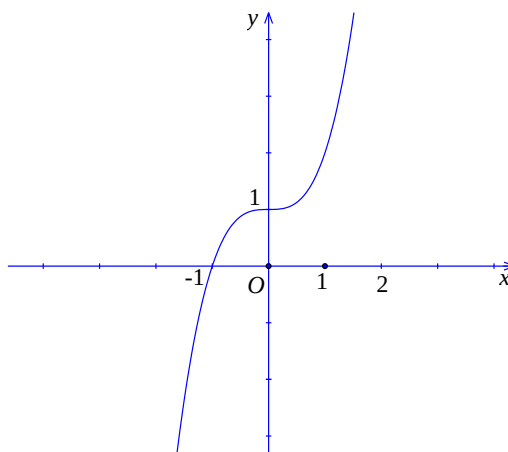
Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{-1-a}{(x-1)^2}$.

Từ hình vẽ ta thấy: $y' > 0, \forall x \neq 1 \Leftrightarrow -1-a > 0 \Leftrightarrow a < -1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Do đó $-a = 2 \Leftrightarrow a = -2$.

Câu 42: Biết hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

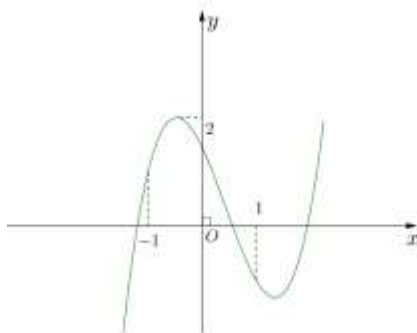
A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 43: Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$

Nhìn vào giao điểm của đồ thị với trục tung ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 với $x_1.x_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{c}{3a} < 0 \Leftrightarrow c < 0$ (vì $a > 0$)

Vì $-1 < x_1 < 0$ và $x_2 > 1$ nên $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-2b}{3a} > 0 \Leftrightarrow -2b > 0 \Leftrightarrow b < 0$ (vì $a > 0$)

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		+		+	
$f(x)$					
			$+\infty$		1
	1			$-\infty$	

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải:

Từ BBT suy ra

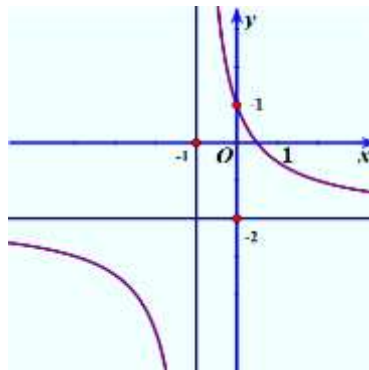
+) Với $x = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$.

+) Với $f(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{a} > 0 \Rightarrow a < 0$.

+) Tiệm cận đứng $x = -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b \Rightarrow b < 0$.

Vậy trong các số a, b, c có duy nhất một số dương.

Câu 45: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a = 2, b = c = -1$.

B. $a = b = 2, c = -1$.

C. $a = -2, b = -1, c = 1$.

D. $a = -2, b = c = 1$.

Lời giải:

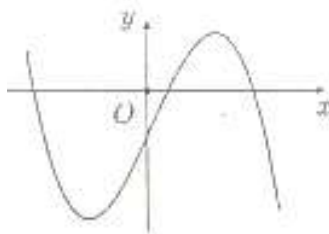
Đồ thị hàm số có:

Tiệm cận đứng: $x = -c = -1 \Leftrightarrow c = 1$.

Tiệm cận ngang: $y = a = -2$.

Giao điểm với trục tung: $x = 0 \Rightarrow y = \frac{b}{c} = 1 \Leftrightarrow b = 1$.

Câu 46: Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d, (a; d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

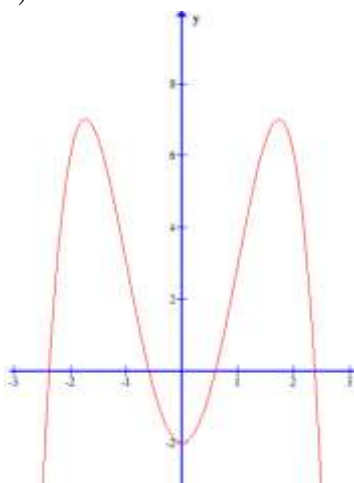
C. $a < 0, d < 0$.

D. $a > 0, d < 0$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có $a < 0, d < 0$.

Câu 47: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0$.

D. $a < 0, b < 0, c > 0$.

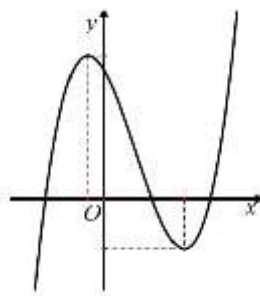
Lời giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực trị trong đó có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu nên $a < 0, b > 0$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; c)$ nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 48: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

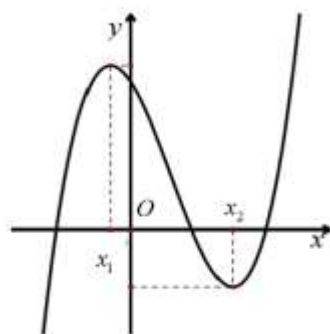
A. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải:



+ Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tọa độ $(0; d)$ suy ra $d > 0$.

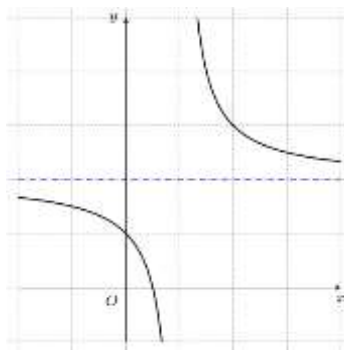
+ Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số.

Dựa vào đồ thị ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases}, \text{ mà } a > 0, \text{ suy ra } b < 0, c < 0.$$

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Câu 49: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+2}{bx+c}$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có đồ thị như sau:



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a < b < 0 < c$.

B. $b < a < 0 < c$.

C. $b < 0 < c < a$.

D. $b < 0 < a < c$.

Lời giải:

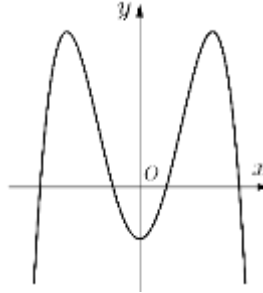
Dựa vào đồ thị ta có $x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \frac{2}{c} = 1 \Rightarrow c = 2$.

Tiếp cận đứng $x = 1 \Rightarrow -\frac{c}{b} = 1 \Rightarrow b = -2$.

Tiếp cận ngang $y = 2 \Rightarrow \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = -4$.

Vậy $a < b < 0 < c$.

Câu 50: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b > 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b < 0, c > 0$.

Câu 51: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	$2 \xrightarrow{\quad} +\infty$		$-\infty \xrightarrow{\quad} 2$

Xét các mệnh đề sau:

(1) $c = 1$.

(2) $a = 2$.

(3) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

(4) Nếu $y' = \frac{1}{(x+1)^2}$ thì $b = 1$.

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

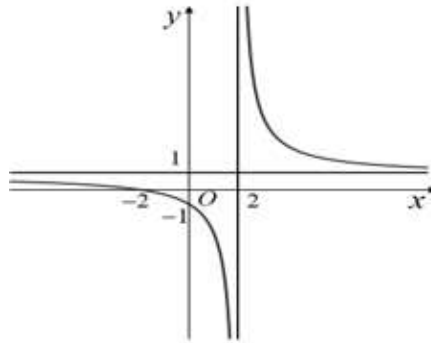
Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{ax+b}{cx+1} = +\infty \Rightarrow x = \frac{-1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ suy ra (1) đúng

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{cx+1} = \frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2c = 2$ suy ra (2) đúng

Theo bảng biến thiên thì trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ta thấy $y' > 0$ nên (3) đúng.

$y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2} = \frac{2-b}{(x+1)^2} = 1 \Rightarrow b = 1$ suy ra (4) đúng

Câu 52: Cho hàm số $y = \frac{ax+2}{x+b}$ (với a, b là các số thực) có đồ thị như hình sau:



Giá trị $a-b$ bằng

A. 0.

B. 3.

C. -3.

D. -4.

Lời giải:

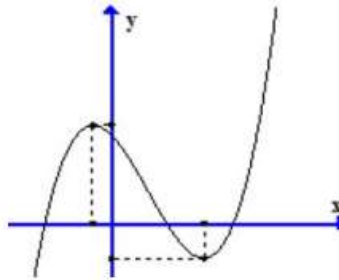
Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên $a=1$.

Ta có $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên $b=-2$.

Suy ra $a-b=1-(-2)=3$.

Câu 53: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$

D. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

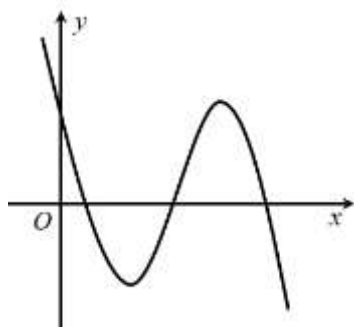
Quan sát đồ thị hàm số ta thấy: $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d > 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{b}{a} < 0 \\ \frac{c}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow b < 0; c < 0.$$

Câu 54: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

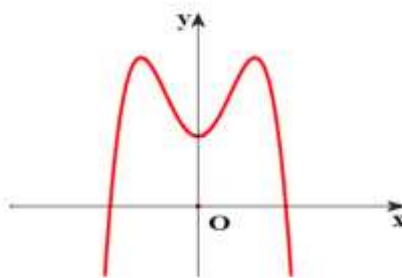
Do nhánh bên phải của đồ thị đi xuống nên $a < 0$.

Đồ thị cắt trục tung ở phần dương nên $d > 0$.

Đồ thị có 2 cực trị tại hai giá trị x dương nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt $\Rightarrow 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Câu 55: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0; b = 0; c > 0; d > 0$.

B. $a > 0; b = 0; c > 0; d > 0$.

C. $a < 0; b < 0; c = 0; d > 0$.

D. $a < 0; b > 0; c = 0; d > 0$.

Lời giải:

$$+ \text{Từ ĐTHS} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ d > 0 \end{cases}$$

+ Do ĐTHS nhận trục oy làm trục đối xứng $\Rightarrow y = f(x)$ là hàm số chẵn nên $c = 0$

+ Ta có:

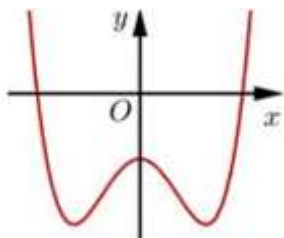
$$y' = 4ax^3 + 2bx.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{-b}{2a} \end{cases}.$$

$$+ \text{Hàm số có ba điểm cực trị} \Rightarrow y = -\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

Vậy đáp án đúng là **D**.

Câu 56: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a, b, c .



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a > 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải:

Dựa vào hình dạng đồ thị hàm số ta nhận thấy :

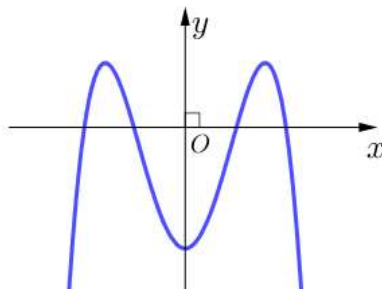
Hệ số $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm $\Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Vậy $a > 0, b < 0, c < 0$.

Câu 57: Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c > 0$. **C.** $a < 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải:

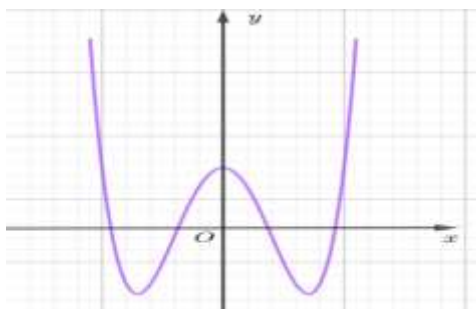
Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

$$+ \lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0.$$

+ Hàm số có 3 cực trị nên $a.b < 0 \Rightarrow b > 0$.

+ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$.

Câu 58: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, với $(a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$, có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$.

B. $a < 0, b > 0, c > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0$.

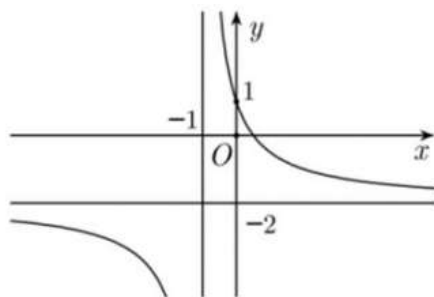
Lời giải:

Dựa vào hình dáng đồ thị hàm số ta có $a > 0$. Loại **Chọn B**

Vì hàm số có ba cực trị nên $ab < 0$ suy ra $b < 0$. Loại **Chọn C**

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm nằm trên trục hoành nên $c > 0$. Loại **Chọn D**

Câu 59: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a = 2, b = c = -1$.

B. $a = b = 2, c = -1$.

C. $a = -2, b = -1, c = 1$.

D. $a = -2, b = c = 1$.

Lời giải:

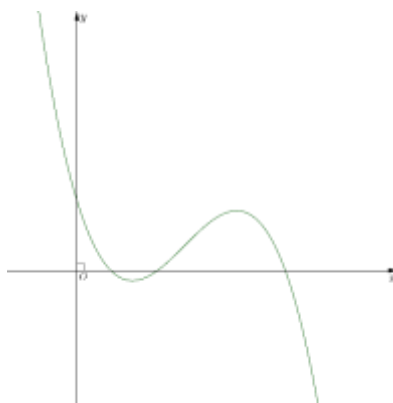
Từ đồ thị hàm số ta thấy $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -2$ và $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ suy ra tiệm cận ngang: $y = -2$, tiệm cận đứng: $x = -1$

Mặt khác đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có tiệm cận ngang $y = a$ và tiệm cận đứng $x = -c$

Do đó ta có $a = -2$ và $c = 1$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$ nên $\frac{b}{c} = 1 \Rightarrow b = 1$

Câu 60: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

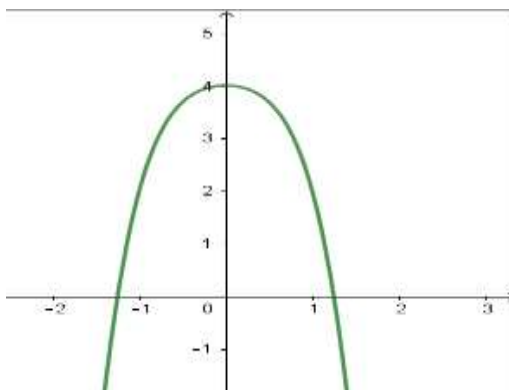
Dựa vào đồ thị suy ra $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị với trục Oy suy ra $d > 0$.

Dựa vào cực trị ta có $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow c < 0$.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Câu 61: Hàm số bậc 4 trùng phương $y = a \cdot x^4 + b \cdot x^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Dấu của các hệ số a, b, c là



A. $a < 0; b < 0; c < 0$.

B. $a < 0; b > 0; c > 0$.

C. $a > 0; b < 0; c > 0$.

D. $a < 0; b \leq 0; c > 0$.

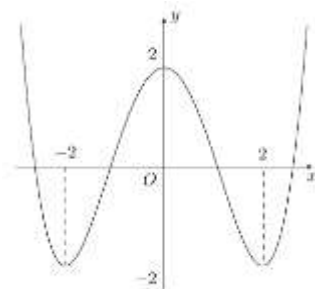
Lời giải:

Quan sát đồ thị ta thấy: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ suy ra: $a < 0$

Hàm số có 1 điểm cực trị, a và b cùng dấu hoặc $b = 0$ suy ra: $b \leq 0$

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ dương suy ra: $c > 0$. Vậy **Chọn D**

Câu 62: Xác định các hệ số a, b, c để hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



A. $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = 2.$

B. $a = 4; b = 2; c = 2.$

C. $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = -2.$

D. $a = 4; b = -2; c = 2.$

Lời giải:

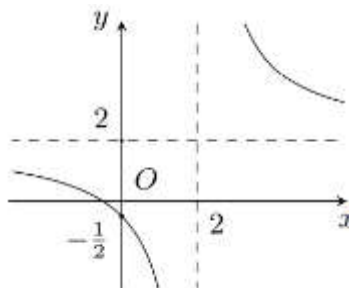
Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ nên $c = 2.$

Ta có $y' = 4ax^2 + 2bx$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}.$

Dựa vào đồ thị thì hàm số đạt cực trị tại $x = \pm 2$ nên $-\frac{b}{2a} = 4 \Leftrightarrow b = -8a.$

Vậy chỉ có đáp án $a = \frac{1}{4}; b = -2; c = 2$ thỏa mãn.

Câu 63: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đồ thị như hình bên dưới:



Giá trị $a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

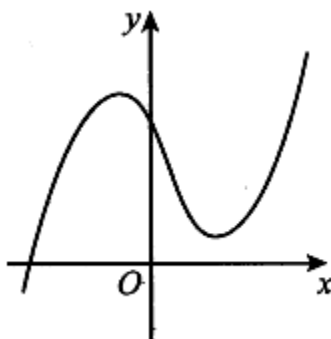
Vì đồ thị hàm số qua điểm $M\left(0; \frac{-1}{2}\right)$ nên ta có: $\frac{1}{c} = \frac{-1}{2} \Rightarrow c = -2.$

Tiệm cận đứng của đồ thị: $x = \frac{-c}{b} = 2 \Rightarrow b = 1.$

Tiệm cận ngang của đồ thị: $y = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2.$

Vậy $a + b + c = 1.$

Câu 64: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

D. $a > 0, b < 0, c < 0, d < 0$.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị hàm bậc ba ta nhận xét:

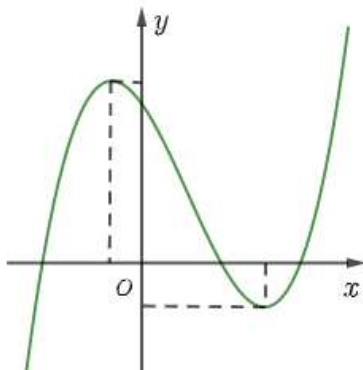
Nhánh cuối đồ thị hàm số đồng biến nên $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về 2 phía trục tung nên $ac < 0 \Rightarrow c < 0$.

Đồ thị hàm số có hoành độ điểm uốn dương nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 65: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

B. $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

D. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải:

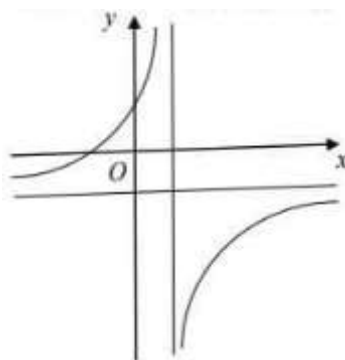
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ theo hình vẽ:

- đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, d)$ nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$;

- hàm số có hai điểm cực trị trái dấu nên $ac < 0$ mà $a > 0$, do đó $c < 0$.

- Điểm uốn của đồ thị có hoành độ dương nên $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2b}{6a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$. Do $a > 0$ nên $b < 0$.

Câu 66: Cho hàm số $y = \frac{ax+4-b}{cx+b}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a < 0, 0 < b < 4, c < 0$.

B. $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b > 4, c < 0$.

D. $a > 0, 0 < b < 4, c < 0$.

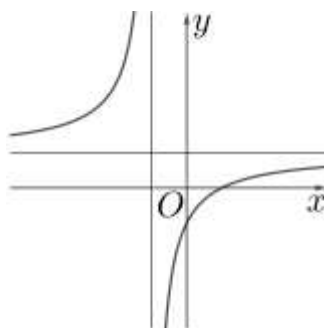
Lời giải:

Từ $y = \frac{ax + 4 - b}{cx + b}$ suy ra đồ thị hàm số có TCD: $x = -\frac{b}{c}$, TCN: $y = \frac{a}{c}$, giao điểm của đồ thị với trục tung và trục hoành lần lượt có tọa độ $\left(0; \frac{4-b}{b}\right); \left(\frac{b-4}{a}; 0\right)$.

$$\text{Từ đồ thị ta thấy } \begin{cases} \frac{a}{c} < 0(1) \\ -\frac{b}{c} > 0(2) \\ \frac{4-b}{b} > 0(3). \end{cases}$$

Từ ta có $0 < b < 4$, từ ta suy ra $c < 0$, từ suy ra $a > 0$.

Câu 67: Cho hàm số $y = \frac{ax + b}{cx - 2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như sau:



Trong các số a , b và c có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

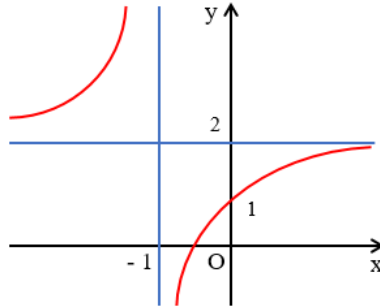
Lời giải:

Đồ thị hàm số có: Tiệm cận đứng: $x = \frac{2}{c}$, tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c}$, giao điểm với Oy: $\left(0; \frac{-b}{2}\right)$.

Từ đồ thị hàm số ta có:
$$\begin{cases} \frac{2}{c} < 0 \\ \frac{a}{c} > 0 \\ \frac{-b}{2} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c < 0 \\ a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

Vậy trong các số a , b và c có 1 số dương.

Câu 68: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a < b$.

B. $ab < 0$.

C. $ab > 0$.

D. $b < a < 0$.

Lời giải:

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+b}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{a + \frac{b}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = a$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ax+b}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a + \frac{b}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = a$ nên $y = a$ là phương trình

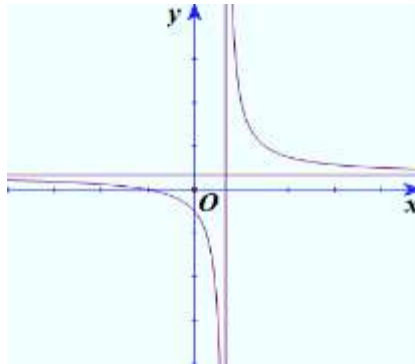
đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị có phương trình đường tiệm cận ngang $y = 2$ nên $a = 2$.

Đồ thị đi qua điểm $(0;1)$ nên thay $x = 0$; $y = 1$ vào hàm số ta được: $1 = \frac{a \cdot 0 + b}{0 + 1} \Rightarrow b = 1$

Vậy $ab = 2 > 0$.

Câu 69: Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx-2}$ ($c \neq 0$) có đồ thị như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b > 0$; $c < 0$.

B. $b < 0$; $c < 0$.

C. $b < 0$; $c > 0$.

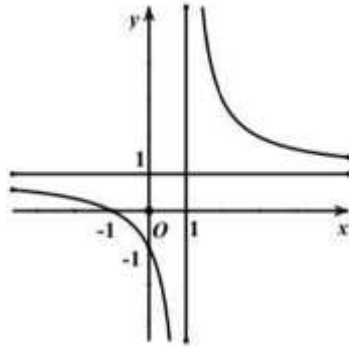
D. $b > 0$; $c > 0$.

Lời giải:

Theo đồ thị, tiệm cận ngang: $y = \frac{1}{c} > 0 \Rightarrow c > 0$.

$y = 0 \Rightarrow x = -b < 0 \Rightarrow b > 0$. Vậy $b > 0, c > 0$.

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{x+b}{cx+d}$ ($b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $T = 2b + 3c + 4d$ bằng



A. 1.

B. -8.

C. 6.

D. 0.

Lời giải:

Đồ thị hàm số cắt trục $Ox \Rightarrow 0 = \frac{x+b}{cx+d} \Leftrightarrow x = -b$.

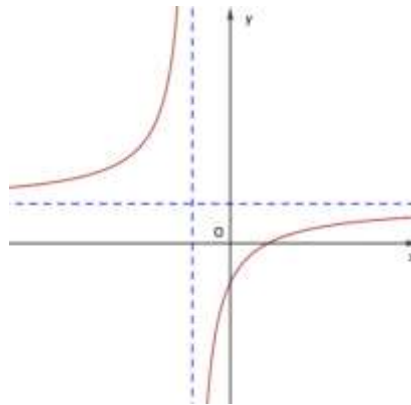
Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại $x = -1 \Rightarrow -b = -1 \Leftrightarrow b = 1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x = -\frac{d}{c} = 1 \Leftrightarrow -d = c \Leftrightarrow -d = 1 \Leftrightarrow d = -1$.

Vậy: $T = 2b + 3c + 4d = 2.1 + 3.1 + 4.(-1) = 1$.

Câu 71: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải:

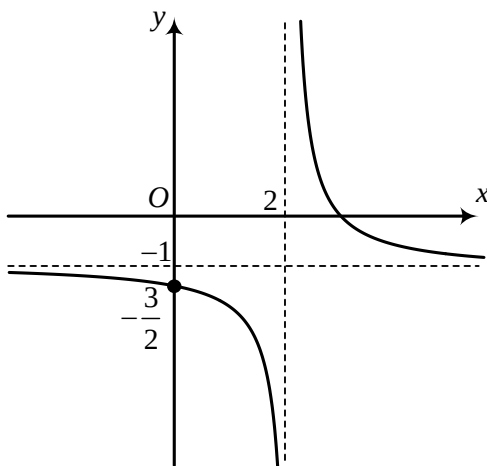
+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x = \frac{2}{c} < 0 \Rightarrow c < 0$

+) Ta có tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a < 0$.

+) $x = 0 \Rightarrow y = -\frac{b}{2} < 0 \Rightarrow b > 0$.

Vậy $b > 0$.

Câu 72: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tính giá trị của $a - 2c$.

A. $a - 2c = -2$.

B. $a - 2c = -3$.

C. $a - 2c = 3$.

D. $a - 2c = -1$.

Lời giải:

Ta có: Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$ có tiệm cận đứng là $x = -c$ và tiệm cận ngang là $y = a$.

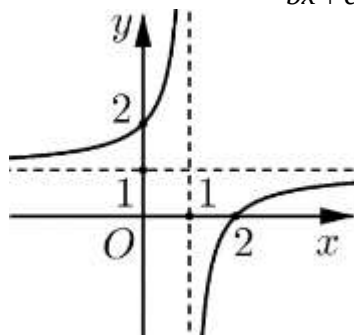
Theo đồ thị ta có

♦ $x = -c = 2 \Rightarrow c = -2$.

♦ $y = a = -1$.

Vậy $a - 2c = 3$.

Câu 73: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{x+a}{bx+c}$, $(a, b, c \in \mathbb{R})$.



Trong các số a , b và c có bao nhiêu số dương?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị, ta có các nhận xét sau:

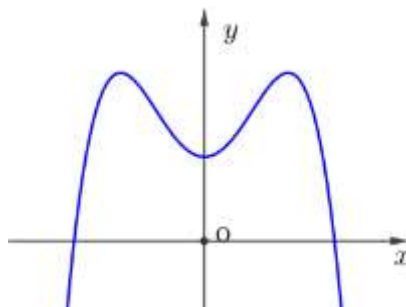
ĐTHS có TCN: $y = \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 1$.

ĐTHS có TCD: $x = \frac{-c}{b} = 1 \Leftrightarrow c = -b \Rightarrow c = -1$.

ĐTHS đi qua điểm $(0; 2)$, nên $\frac{a}{c} = 2 \Leftrightarrow a = -2$.

Vậy trong các số a, b và c có 1 số dương.

Câu 74: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a > 0; b < 0; c < 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c > 0$.

Lời giải:

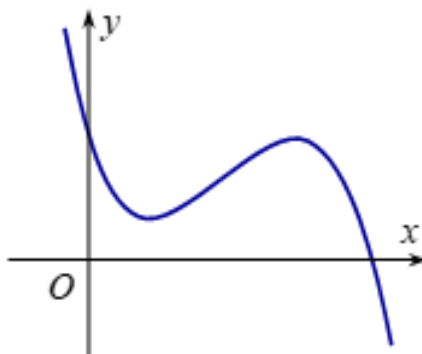
Dựa vào đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Vậy $a < 0; b > 0; c > 0$.

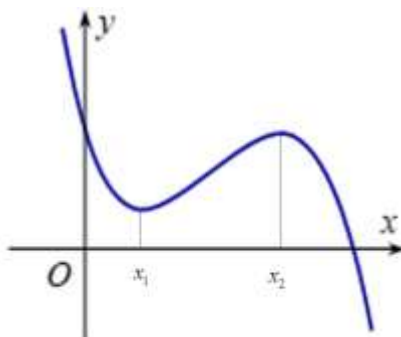
Câu 75: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây:



Trong các hệ số a, b, c, d có bao nhiêu số âm?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải:



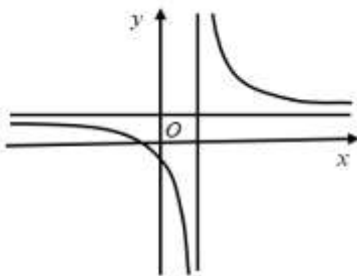
Dựa vào hình dạng đồ thị: đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a < 0$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Đồ thị có hai điểm cực trị cùng nằm bên phải trục tung nên $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c < 0 \end{cases}.$$

Vậy $a < 0, c < 0$.

Câu 76: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $ac > 0; bd > 0$. **B.** $ab < 0; cd < 0$. **C.** $bc > 0; ad < 0$. **D.** $ad > 0; bd < 0$.

Lời giải:

Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0$. Do đó a, c cùng dấu (1)

Tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0 \Rightarrow \frac{d}{c} < 0 \Rightarrow cd < 0$. Do đó c, d trái dấu (2)

Cho $y = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow \frac{b}{a} > 0 \Rightarrow ab > 0$. Do đó a, b cùng dấu (3)

Từ (1) và (2) suy ra a, d trái dấu nên $ad < 0$.

Từ (1) và (3) suy ra b, c cùng dấu nên $bc > 0$.

Câu 77: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{bx+c}$ ($b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2

Tính tổng $S = a + b + c$.

A. 2.

B. -2.

C. 0.

D. -1.

Lời giải:

$$y = \frac{ax+3}{bx+c} \Rightarrow y' = \frac{ac-3b}{(bx+c)^2}$$

Kết hợp với bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{ax+3}{bx+c}$ ($b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$) ta có:

$$\begin{cases} b \neq 0, b \in \mathbb{Z} \\ \frac{-c}{b} = 1 \\ \frac{a}{b} = -2 \\ ac - 3b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \neq 0, b \in \mathbb{Z} \\ c = -b \\ a = -2b \\ 2b^2 - 3b < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -1 \\ a = -2 \\ b = 1 \end{cases}. \text{ Vậy } S = a + b + c = -2.$$

Câu 78: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$			1		-1		$+\infty$
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

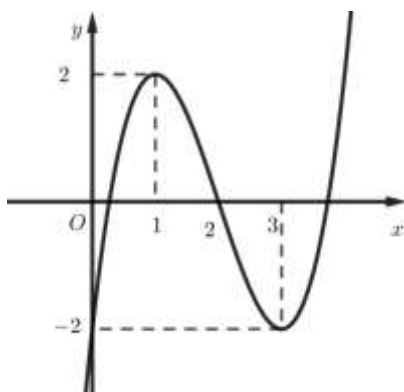
D. 1.

Lời giải:

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$.
- $f(0) = -1 \Rightarrow d = -1 < 0$.
- $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} = -2 \\ \frac{c}{3a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3a > 0 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Câu 79: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Số lớn nhất trong các số a, b, c, d là:

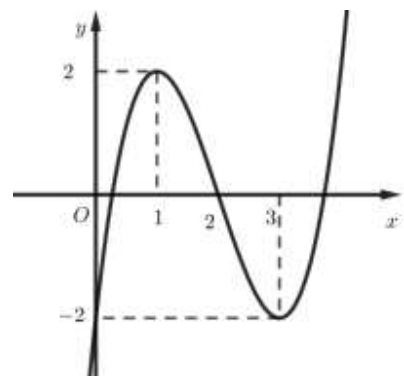
A. c .

B. a .

C. b .

D. d .

Lời giải:



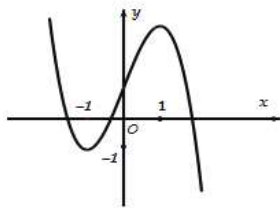
$$y' = 3ax^2 + 2bx + c$$

+ Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $M(1; 2)$ và $N(3; -2)$ nên:

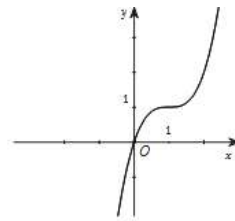
$$\begin{cases} a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 2 \\ a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = -2 \\ 3a \cdot 1^2 + 2b \cdot 1 + c = 0 \\ 3a \cdot 3^2 + 2b \cdot 3 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c + d = 2 \\ 27a + 9b + 3c + d = -2 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ 27a + 6b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -6 \\ c = 9 \\ d = -2 \end{cases}$$

Vậy $c = 9$ là số lớn nhất.

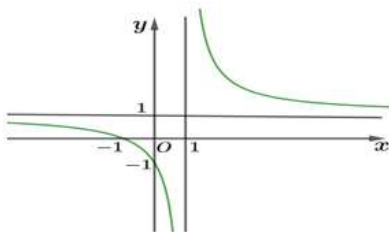
Câu 80: Hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(2021) = f(-2021)$ có đồ thị là hình nào trong bốn đồ thị sau:



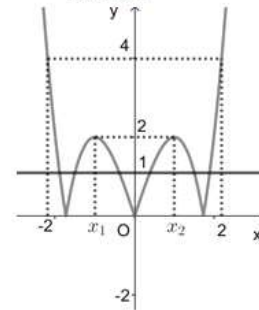
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 4.

B. Hình 3.

C. Hình 1.

D. Hình 2.

Lời giải:

Dựa vào đồ thị các hàm số đã cho, ta chọn đồ thị hàm số ở hình 4 là đồ thị của hàm số chẵn thỏa mãn $f(2021) = f(-2021)$.

HẾT

Huế, 20h30' Ngày 26 tháng 5 năm 2023