

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1. (4 điểm)

Tính các giới hạn sau:

a) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sin \pi x}{x^2 - 2x - 3}$

b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos 5x}{\sin(2020x) \cdot \sin(2021x)}$

Bài 2. (4 điểm)

1. Cho hàm số $f(x) = x(x-1)(x-2)\dots(x-2020)$.

Tính: $f'(1010)$ và $f''(1010)$.

2. Với số thực $m \geq 4$, chứng minh rằng phương trình sau có 5 nghiệm thực phân biệt, trong đó có hai số âm và ba số dương:

$$x(x^2 - 1)(x^2 - m) = \cos x.$$

Bài 3. (3 điểm)

Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số (các chữ số khác nhau đôi một).

Chọn ngẫu nhiên một số từ S . Tính xác suất để số được chọn là số chẵn và nhỏ hơn 7560.

Bài 4. (6 điểm)

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, $AB = a$, $AD = 2a$,

$SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC .

a) Tính theo a khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SCD) .

b) Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng CG và SD .

Bài 5. (3 điểm)

Cho hai cấp số cộng $(u_n): 7, 10, 13, 16, \dots$ và $(v_n): 4, 9, 14, 19, 24, \dots$

Mỗi cấp số trên có đúng 99 số hạng.

a) Hỏi có tất cả bao nhiêu số xuất hiện đồng thời ở cả hai cấp số cộng nêu trên?

b) Tính giá trị của $T = |u_1 - v_1| + |u_2 - v_2| + \dots + |u_{99} - v_{99}|$.