

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = -x^3 + 3x$.

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ trên đoạn $[2; 4]$.

Câu 3 (1,0 điểm). a) Giải phương trình: $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.

b) Giải bất phương trình $2^{2x+1} < \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2-1}{3}}$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2 + \sin 2x) dx$.

Câu 5: (1,0đ) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(2;1;-3), B(4;3;-2), C(6;-4;-1). Chứng minh rằng A, B, C là ba đỉnh của một tam giác vuông và viết phương trình mặt cầu tâm A đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

Câu 6 (1,0 điểm)

a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$.

b) Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông

góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB . Gọi K là trung điểm của đoạn AD . Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Đường tròn đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC, biết đường thẳng MN có phương trình: $20x - 10y - 9 = 0$ và điểm H có hoành độ nhỏ hơn tung độ.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x^3 + xy^2 + x = 2y^3 + 4x^2y + 2y \\ \frac{2y^2 - x - 2y - 16}{x^2 - 8y + 7} = \left(y + \frac{1}{2}\right)(\sqrt{x+1} - 3) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu

$$\text{thức } P = \frac{2}{3+ab+bc+ca} + \sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$$

----- **Hết** -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

A. CÁC CHÚ Ý KHI CHẤM THI:

- 1) Nếu thí sinh làm bài không theo cách nêu trong đáp án mà vẫn đúng thì cho đủ điểm từng phần như hướng dẫn quy định.
- 2) Việc chi tiết hoá thang điểm (nếu có) so với thang điểm trong hướng dẫn phải đảm bảo không sai lệch với hướng dẫn chấm và được thống nhất thực hiện trong tổ chấm thi.
- 3) Các điểm thành phần và điểm cộng toàn bài phải giữ nguyên không được làm tròn.

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM: (Đáp án gồm có 7 trang)

Câu	Đáp án	Điểm																	
1	Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) hàm số $y = -x^3 + 3x$.																		
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ Ta có $y' = -3x^2 + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$	0,25																	
	Giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-x^3 + 3x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(-1 + \frac{3}{x^2} \right) = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 3x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 \left(-1 + \frac{3}{x^2} \right) = +\infty$	0,25																	
	Bảng biến thiên <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table> Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$ Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$ và $y_{CD} = 2$ Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$ và $y_{CT} = -2$	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$f(x)$	$+\infty$		2		$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$														
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$														
$f(x)$	$+\infty$		2		$-\infty$														
Đồ thị: Bảng giá trị <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td>2</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>-2</td></tr></table>	x	-2	-1	0	1	2	y	2	-2	0	2	-2	0,25						
x	-2	-1	0	1	2														
y	2	-2	0	2	-2														

	$f(x) = -x^3 + 3x$	
--	--------------------	--

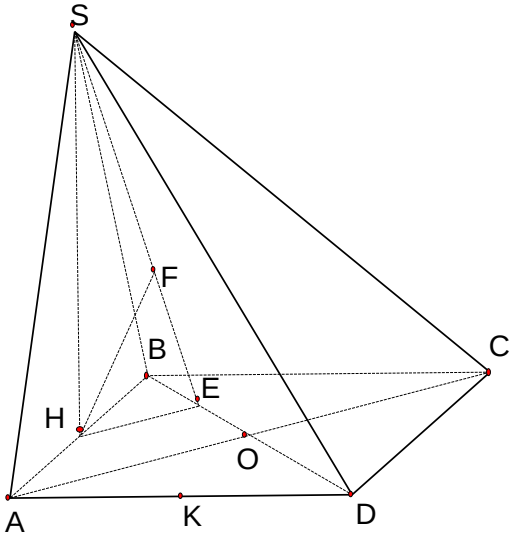
2 (1 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất...	
	Ta có $f(x)$ liên tục trên đoạn $[2;4]$, $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$	0.25
	Với $x \in [2;4]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$	0.25
	Ta có: $f(2) = 4, f(3) = 3, f(4) = \frac{10}{3}$	0.25
	Vậy $\min_{[2;4]} f(x) = 3$ tại $x = 3$; $\max_{[2;4]} f(x) = 4$ tại $x = 2$	0.25
3a	Câu 3 (1,0 điểm). a) Giải phương trình $\log_3(x^2 - x) + \log_{\frac{1}{3}}(x + 4) = 1$.	
	Điều kiện: $\begin{cases} x > 1 \\ -4 < x < 0 \end{cases}$	0,25
	$\log_3(x^2 - x) - \log_3(x + 4) = 1 \Leftrightarrow \log_3(x^2 - x) = \log_3(x + 4) + \log_3 3$ $\Leftrightarrow \log_3(x^2 - x) = \log_3[3(x + 4)] \Leftrightarrow x^2 - x = 3(x + 4)$	
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 6 \end{cases}$ (thỏa mãn) Vậy phương trình có hai nghiệm $x = -2; x = 6$.	0,25
3b	b) Giải bất phương trình $2^{2x+1} < \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2-1}{3}}$.	0,5
	Bất phương trình tương đương với $2^{2x+1} < \left(2^{-3}\right)^{\frac{x^2-1}{3}} \Leftrightarrow 2^{2x+1} < 2^{-x^2+1} \Leftrightarrow 2x+1 < -x^2+1$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + 2x < 0 \Leftrightarrow -2 < x < 0$. Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = (-2; 0)$.	0,25
Câu 4. (1 điểm)	Tính tích phân sau $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2 + \sin 2x) dx$.	

	Ta có: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2x dx + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx = x^2 \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx = \frac{\pi^2}{4} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$	0,5
	Tính $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin 2x dx$ Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = \sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{cases}$	0,25
	$\Rightarrow J = -\frac{1}{2} x \cos 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x dx = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{4} \sin 2x \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{4}$	
	Vậy $I = \frac{\pi^2 + \pi}{4}$	0,25

5. (1,0đ)	Ta có: $\overrightarrow{AB}(2;2;1); \overrightarrow{AC}(4;-5;2) \Rightarrow \frac{2}{4} \neq \frac{2}{-5} \Rightarrow \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\Rightarrow A; B; C$ lập	0,25
	thành tam giác. Mặt khác: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2.4 + 2.(-5) + 1.2 = 0 \Rightarrow AB \perp AC$ suy ra ba điểm A; B; C là ba đỉnh của tam giác vuông.	0,25
	Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên $G(4;0;-2)$. Ta có: $AG = \sqrt{6}$	0,25
	Mặt cầu cần tìm có tâm A và bán kính $AG = \sqrt{6}$ nên có pt: $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 6$	0,25

Câu 6 (1 điểm)	a) Cho góc α thỏa mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị b/t: $A = \frac{\tan \alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$.	
	Ta có: $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$ Vì $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ nên $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$	0,25
	$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = -\frac{3}{4}$ và $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{32}{25} - 1 = \frac{7}{25}$ Vậy $A = \frac{-\frac{3}{4} - 1}{2 - \frac{7}{25}} = -\frac{175}{172}$	0,25

b) (0.5 điểm)	Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A.	0,5
	Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω Số phần tử của không gian mẫu là: $C_9^5 = 126$ Gọi A là biến cố “Chọn 5 học sinh từ đội văn nghệ sao cho có học sinh ở	0,25

	cả ba lớp và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A”. Chỉ có 3 khả năng xảy ra thuận lợi cho biến cố A là : + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C + 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C	
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $C_4^2.C_3^1.C_2^2 + C_4^2.C_3^2.C_2^1 + C_4^3.C_3^1.C_2^1 = 78$. Xác suất cần tìm là $P = \frac{78}{126} = \frac{13}{21}$.	0,25
7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc H của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD. 	1,0
	Từ giả thiết ta có SH là đường cao của hình chóp $S.ABCD$ và $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{\left(\frac{3a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 - a^2} = a$	0,25
	Diện tích của hình vuông $ABCD$ là a^2, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$	0,25
	Từ giả thiết ta có $HK // BD \Rightarrow HK // (SBD)$ Do vậy: $d(HK, SD) = d(H, (SBD))$ (1) Gọi E là hình chiếu vuông góc của H lên BD, F là hình chiếu vuông góc của H lên SE Ta có $BD \perp SH, BD \perp HE \Rightarrow BD \perp (SHE) \Rightarrow BD \perp HF$ mà $HF \perp SE$ nên suy ra $HF \perp (SBD) \Rightarrow HF = d(H, (SBD))$ (2)	0,25
	+) $HE = HB.\sin HBE = \frac{a}{2}.\sin 45^\circ = \frac{a\sqrt{2}}{4}$ +) Xét tam giác vuông SHE có: $HF.SE = SH.HE \Rightarrow HF = \frac{SH.HE}{SE} = \frac{a.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2 + a^2}} = \frac{a}{3} \quad (3)$	0,25

	+) Từ (1), (2), (3) ta có $d(HK, SD) = \frac{a}{3}$.	
--	---	--

7 (1.0 điểm)	Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC.	
	(T) có tâm I(3;1), bán kính $R = \sqrt{5}$. Do $IA = IC \Rightarrow IAC = ICA$ (1) Đường tròn đường kính AH cắt BC tại M $\Rightarrow MH \perp AB \Rightarrow MH \parallel AC$ (cùng vuông góc AB) $\Rightarrow MHB = ICA$ (2) Ta có: $ANM = AHM$ (chắn cung AM) (3) Từ (1), (2), (3) ta có: Suy ra: AI vuông góc MN	0.25
	$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng IA là: $x + 2y - 5 = 0$ Giả sử $A(5 - 2a; a) \in IA$. Mà $A \in (T) \Leftrightarrow (5 - 2a)^2 + a^2 - 6(5 - 2a) - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow 5a^2 - 10a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$ Với $a = 2 \Rightarrow A(1; 2)$ (thỏa mãn vì A, I khác phía MN) Với $a = 0 \Rightarrow A(5; 0)$ (loại vì A, I cùng phía MN)	0.25
	Gọi E là tâm đường tròn đường kính AH $\Rightarrow E \in MN \Rightarrow E\left(t; 2t - \frac{9}{10}\right)$ Do E là trung điểm AH $\Rightarrow H\left(2t - 1; 4t - \frac{38}{10}\right)$ $\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(2t - 2; 4t - \frac{58}{10}\right), \overrightarrow{IH} = \left(2t - 4; 4t - \frac{48}{10}\right)$ Vì $AH \perp HI \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{IH} = 0 \Leftrightarrow 20t^2 - \frac{272}{5}t + \frac{896}{25} = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ (thỏa mãn)} \\ t = \frac{28}{25} \Rightarrow H\left(\frac{31}{25}; \frac{17}{25}\right) \text{ (loại)} \end{cases}$ Với $t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$ (thỏa mãn)	0.25
	Ta có: $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow BC$ nhận $\vec{n} = (2; 1)$ là VTPT $\Rightarrow$ phương trình BC là: $2x + y - 7 = 0$	0.25

Câu 9 (1 điểm)	Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^3 + xy^2 + x = 2y^3 + 4x^2y + 2y & (1) \\ \frac{2y^2 - x - 2y - 16}{x^2 - 8y + 7} = \left(y + \frac{1}{2}\right)(\sqrt{x+1} - 3) & (2) \end{cases}$	
-------------------	---	--

	+) ĐKXD: $x \geq -1$ (*) +) $pt(1) \Leftrightarrow (x-2y) + (2x^3 - 4x^2y) + (xy^2 - 2y^3) = 0 \Leftrightarrow (x-2y)(1+2x^2+y^2) = 0 \Leftrightarrow x = 2y$ Vì $1+2x^2+y^2 > 0, \forall x, y$	0,25
	Thế vào (2) được: $\frac{2\left(\frac{x}{2}\right)^2 - x - x - 16}{x^2 - 4x + 7} = \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\right)(\sqrt{x+1} - 3) \Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x - 32}{x^2 - 4x + 7} = (x+1)(\sqrt{x+1} - 3)$ $\Leftrightarrow \frac{(x-8)(x+4)}{x^2 - 4x + 7} = \frac{(x+1)(x-8)}{\sqrt{x+1} + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ \frac{x+4}{x^2 - 4x + 7} = \frac{x+1}{\sqrt{x+1} + 3} \end{cases} \quad (3)$ +) $x = 8 \Rightarrow y = 4$ (tm).	0,25
	+) $pt(3) \Leftrightarrow (\sqrt{x+1} + 3)(x+4) = (x+1)(x^2 - 4x + 7)$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+1} + 3)[(\sqrt{x+1})^2 + 3] = [(x-2) + 3] \cdot [(x-2)^2 + 3] \quad (4)$ +) Xét hàm số $f(t) = (t+3)(t^2 + 3)$ với $t \in \mathbb{R}$ có $f'(t) = 3(t+1)^2 \geq 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. +) Mà pt(4) có dạng: $f(\sqrt{x+1}) = f(x-2)$ Do đó (4) $\Leftrightarrow \sqrt{x+1} = x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x+1 = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \quad (T/M)$ +) Với $x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \Rightarrow y = \frac{11 + \sqrt{13}}{4}$ Vậy hệ đã cho có tập nghiệm $(x; y)$ là: $T = \left\{ (8; 4); \left(\frac{5 + \sqrt{13}}{2}; \frac{11 + \sqrt{13}}{4} \right) \right\}$	0,25
Câu 10 (1 điểm)	Cho a, b, c là các số thực dương thoả mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2}{3+ab+bc+ca} + \sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$	

10	Áp dụng Bất đẳng thức $(x+y+z)^2 \geq 3(xy+yz+zx), \forall x, y, z \in \mathbb{R}$ ta có: $(ab+bc+ca)^2 \geq 3abc(a+b+c) = 9abc > 0$ $\Rightarrow ab+bc+ca \geq 3\sqrt{abc}$ Ta có: $(1+a)(1+b)(1+c) \geq \left(1 + \sqrt[3]{abc}\right)^3, \forall a, b, c > 0$. Thật vậy: $(1+a)(1+b)(1+c) = 1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc \geq$ $1 + 3\sqrt[3]{abc} + 3\sqrt[3]{(abc)^2} + abc = \left(1 + \sqrt[3]{abc}\right)^3$	0,25
----	---	------

	Khi đó $P \leq \frac{2}{3(1+\sqrt{abc})} + \frac{\sqrt[3]{abc}}{1+\sqrt[3]{abc}} = Q \quad (1)$ Đặt $\sqrt[6]{abc} = t$. Vì $a, b, c > 0$ nên $0 < abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3 = 1$	0,25
	Xét hàm số $Q = \frac{2}{3(1+t^3)} + \frac{t^2}{1+t^2}, \quad t \in (0;1]$ $\Rightarrow Q'(t) = \frac{2t(t-1)(t^5-1)}{(1+t^3)^2(1+t^2)^2} \geq 0, \quad \forall t \in (0;1]$ Do hàm số đồng biến trên $(0;1]$ nên $Q = Q(t) \leq Q(1) = \frac{5}{6} \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $P \leq \frac{5}{6}$	0,25
	Vậy $\max P = \frac{5}{6}$, đạt được khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$.	0,25