GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO ĐĂKLĂK
TRƯỜNG THPT CƯMGAR

ĐỀ THI THỬ - KỲ THI THPT QUỐC GIA 2016
Môn: TOÁN
Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian phát đề

Câu 1 (*2,0 điểm*). Cho hàm số $y = x^4 - x^2$ có đồ thị (C) .Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C)

Câu 2 (1,0 *điểm*). Dựa vào đồ thị (C) hãy tìm tất cả các giá trị của tham số k để phương trình sau có bốn nghiệm thực phân biệt $4x^2\left(1-x^2\right) = 1-k$.

Câu 3 (1,0 *điểm*). Giải các phương trình và bất phương trình sau

a) $\log_3\left(x^2 - x\right) + \log_{\frac{1}{3}}\left(x+4\right) = 1$. **b)** Giải bất phương trình $2^{2x+1} < \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2-1}{3}}$.

Câu 4 *(1,0 điểm)* a) Tính tích phân sau $I = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x(2+\sin 2x)dx$.

b)Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x-1}$ trên đoạn $\left[2;4\right]$.

Câu 5: *(1,0đ)* Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm A(2;1;-3), B(4;3;-2), C(6;-4;-1). Chứng minh rằng A, B,C là ba đỉnh của một tam giác vuông và viết phương trình mặt cầu tâm A đi qua trọng tâm G của tam giác ABC.

Câu 6 *(1,0 điểm)*

a) Cho góc α thoả mãn $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$ và $\cos\alpha = \frac{4}{5}$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{\tan\alpha - 1}{2 - \cos 2\alpha}$.

b) Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12*A*, 3 học sinh lớp 12*B* và 2 học sinh lớp 12*C*. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12*A*.

Câu 7 (1,0 *điểm*). Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh *a*, $SD = \frac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc *H* của đỉnh *S* lên mặt phẳng (*ABCD*) là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Tính theo *a* thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD.

Câu 8 *(1,0 điểm)*. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC vuông tại A nội tiếp đường tròn (T) có phương trình: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$. Gọi H là hình chiếu của A trên BC. Đường tròn đường kính AH cắt AB, AC lần lượt tại M, N. Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC, biết đường thẳng MN có phương trình: $20x - 10y - 9 = 0$ và điểm H có hoành độ nhỏ hơn tung độ.

Câu 9 *(1,0 điểm)* Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^3 + xy^2 + x = 2y^3 + 4x^2y + 2y \\ \frac{2y^2 - x - 2y - 16}{x^2 - 8y + 7} = \left(y + \frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{x+1} - 3\right) \end{cases}$ $(x, y \in \mathbb{R})$.

Câu 10 *(1,0 điểm)* Cho *a*, *b*, *c* là các số thực dương thoả mãn *a*+*b*+*c*=3. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{3 + ab + bc + ca} + \sqrt[3]{\frac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$$

-------------------- Hết --------------------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:……………………………..; Số báo danh……………………..

B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM: *(Đáp án gồm có 7 trang)*

Câu	Đáp án	Điểm
	Câu 1 (1,0 điểm). Cho hàm số $y = x^4 - x^2$. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số đã cho	
1	+ TXĐ : D=R , Đạo hàm: y'= $4x^3 - 2x$, y'=0 $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ x = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{array}\right.$ + Kết luận đồng biến, nghịch biến, cực đại, cực tiểu + Gới hạn $\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \mp\infty$ và bảng biến thiên + Đồ thị: Đúng dạng, tương đối chính xác	**0,25*4**
2	+ Đưa về được PT hoành độ giao điểm: $x^4 - x^2 = \frac{k-1}{4}$ + Lập luận được: Số nghiệm PT đã cho chính là số giao điểm của (C) và đường thẳng (d): $y = \frac{k-1}{4}$. + Lập luận được: YCBT $\Leftrightarrow -\frac{1}{4} < \frac{k-1}{4} < 0$ + Giải ra đúng $0 < k < 1$	**0,25*4**

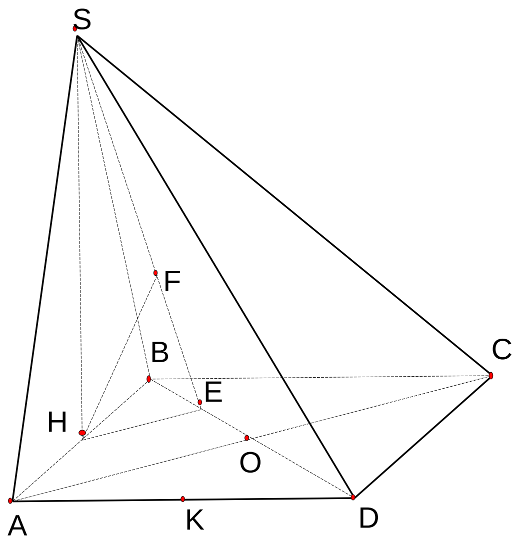
Câu	Đáp án	Điểm
2 (1 điểm)	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất…	
	Ta có $\mathrm{f(x)}$ liên tục trên đoạn $[2;4]$, $\mathrm{f'(x)} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$	***0.25***
	Với $x \in [2;4]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3$	***0.25***
	Ta có: $f(2) = 4, f(3) = 3, f(4) = \frac{10}{3}$	***0.25***
	Vậy $\underset{[2;4]}{Min}\, f(x) = 3$ tại x = 3; $\underset{[2;4]}{Max}\, f(x) = 4$ tại x = 2	***0.25***
3a	**Câu 3 (1,0 điểm).** a) Giải phương trình $\log_3\left(x^2 - x\right) + \log_{\frac{1}{3}}\left(x + 4\right) = 1$.	
	Điều kiện: $\left[\begin{array}{l} x > 1 \\ -4 < x < 0 \end{array}\right.$ $\log_3\left(x^2 - x\right) - \log_3\left(x + 4\right) = 1 \Leftrightarrow \log_3\left(x^2 - x\right) = \log_3\left(x + 4\right) + \log_3 3$ $\Leftrightarrow \log_3\left(x^2 - x\right) = \log_3\left[3\left(x + 4\right)\right] \Leftrightarrow x^2 - x = 3\left(x + 4\right)$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 6 \end{array}\right.$ (thoả mãn) Vậy phương trình có hai nghiệm $\boxed{x = -2; x = 6}$.	**0,25**
	b) Giải bất phương trình $2^{2x+1} < \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{x^2-1}{3}}$.	**0,5**

3b	Bất phương trình tương đương với $2^{2x+1} < \left(2^{-3}\right)^{\frac{x^2-1}{3}} \Leftrightarrow 2^{2x+1} < 2^{-x^2+1} \Leftrightarrow 2x+1 < -x^2+1$	**0,25**
	$\Leftrightarrow x^2+2x<0 \Leftrightarrow -2<x<0$. Vậy bất phương trình có tập nghiệm $\boxed{S=\left(-2;0\right)}$.	**0,25**

Câu 4. **(1 điểm)**	***Tính tích phân sau*** $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(2+\sin 2x)dx$.	
a	Ta có: $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2xdx+\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2xdx = x^2\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}+\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2xdx=\frac{\pi^2}{4}+\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2xdx$	**0,25**
	Tính $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin 2xdx$ Đặt $\begin{cases} u=x \\ dv=\sin 2xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=dx \\ v=-\frac{1}{2}\cos 2x \end{cases}$ $\Rightarrow J=-\frac{1}{2}x\cos 2x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}+\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos 2xdx=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{4}\sin 2x\Big\vert_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{4}$	**0,25**
	Vậy $I=\frac{\pi^2+\pi}{4}$	
b	Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất…	
	Ta có $\mathrm{f(x)}$ liên tục trên đoạn $[2;4]$, $\mathrm{f'(x)}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$	
	Với $x\in[2;4]$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=3$	**0,25*2**
	Ta có: $f(2)=4, f(3)=3, f(4)=\frac{10}{3}$	
	Vậy $\underset{[2;4]}{Min}\, f(x)=3$ tại x = 3; $\underset{[2;4]}{Max}\, f(x)=4$ tại x = 2	

5. (1,0đ)	Ta có: $\overrightarrow{AB}(2;2;1); \overrightarrow{AC}(4;-5;2) \Rightarrow \frac{2}{4}\neq\frac{2}{-5}\Rightarrow \overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}$ không cùng phương $\Rightarrow$ A; B; C lập	0,25
	thành tam giác. Mặt khác: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=2.4+2.(-5)+1.2=0\Rightarrow AB\perp AC$ suy ra ba điểm A; B; C là ba đỉnh của tam giác vuông.	0,25
	Vì G là trọng tâm của tam giác ABC nên G(4;0; -2). Ta có: $AG=\sqrt{6}$	0,25
	Mặt cầu cần tìm có tâm A và bán kính $AG=\sqrt{6}$ nên có pt: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=6$	0,25

Câu 6. **(1 điểm)**	***a) Cho góc α thoả mãn*** $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ ***và*** $\cos\alpha=\frac{4}{5}$. ***Tính giá trị b/t:*** $A=\frac{\tan\alpha-1}{2-\cos 2\alpha}$.	
a) **(0.5 điểm)**	Ta có: $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\frac{9}{25}\Rightarrow \sin\alpha=\pm\frac{3}{5}$ Vì $\frac{3\pi}{2}<\alpha<2\pi$ nên $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$	**0,25**
	$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{3}{4}$ và $\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=\frac{32}{25}-1=\frac{7}{25}$	**0,25**

	Vậy $A = \dfrac{-\frac{3}{4}-1}{2-\frac{7}{25}} = -\dfrac{175}{172}$	
b) (0.5 điểm)	Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12*A*, 3 học sinh lớp 12*B* và 2 học sinh lớp 12*C*. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng năm học. Tính xác suất sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn và có ít nhất 2 học sinh lớp 12*A*.	**0,5**
	Gọi không gian mẫu của phép chọn ngẫu nhiên là Ω Số phần tử của không gian mẫu là: $C_9^5 = 126$ Gọi A là biến cố "Chọn 5 học sinh từ đội văn nghệ sao cho có học sinh ở cả ba lớp và có ít nhất 2 học sinh lớp 12A". Chỉ có 3 khả năng xảy ra thuận lợi cho biến cố A là : + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C + 2 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 2 học sinh lớp 12C + 3 học sinh lớp 12A, 1 học sinh lớp 12B, 1 học sinh lớp 12C	**0,25**
	Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $C_4^2.C_3^1.C_2^2 + C_4^2.C_3^2.C_2^1 + C_4^3.C_3^1.C_2^1 = 78$. Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{78}{126} = \dfrac{13}{21}$.	**0,25**
7	Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh *a*, $SD = \dfrac{3a}{2}$. Hình chiếu vuông góc *H* của đỉnh *S* lên mặt phẳng (*ABCD*) là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Tính theo *a* thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD. 	**1,0**
	Từ giả thiết ta có SH là đường cao của hình chóp *S.ABCD* và $SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = \sqrt{SD^2 - (AH^2 + AD^2)} = \sqrt{(\frac{3a}{2})^2 - (\frac{a}{2})^2 - a^2} = a$	**0,25**
	Diện tích của hình vuông *ABCD* là a^2, $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a.a^2 = \dfrac{a^3}{3}$	**0,25**
	Từ giả thiết ta có $HK // BD \Rightarrow HK // (SBD)$ Do vậy: $d(HK, SD) = d(H, (SBD))$ (1) Gọi *E* là hình chiếu vuông góc của *H* lên *BD*, F là hình chiếu vuông góc của *H* lên *SE* Ta có $BD \perp SH, BD \perp HE \Rightarrow BD \perp (SHE) \Rightarrow BD \perp HF$ mà $HF \perp SE$ nên suy ra $HF \perp (SBD) \Rightarrow HF = d(H, (SBD))$ (2)	**0,25**
	+) $HE = HB.\sin HBE = \dfrac{a}{2}.\sin 45^0 = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$ +) Xét tam giác vuông *SHE* có:	**0,25**

$$HF.SE = SH.HE \Rightarrow HF = \frac{SH.HE}{SE} = \frac{a.\frac{a\sqrt{2}}{4}}{\sqrt{(\frac{a\sqrt{2}}{4})^2 + a^2}} = \frac{a}{3} \ (3)$$

+) Từ (1), (2), (3) ta có $d(HK, SD) = \frac{a}{3}$.

7 (1.0 điểm)

Tìm tọa độ điểm A và viết phương trình cạnh BC.

(T) có tâm $I(3;1)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

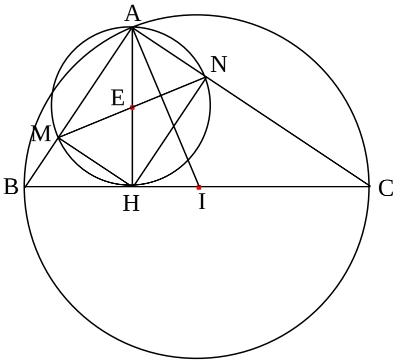
Do $IA = IC \Rightarrow IAC = ICA$ (1)

Đường tròn đường kính AH cắt BC tại $M \Rightarrow MH \perp AB \Rightarrow MH // AC$ (cùng vuông góc AB) $\Rightarrow MHB = ICA$ (2)

Ta có: $ANM = AHM$ (chắn cung AM) (3)

Từ (1), (2), (3) ta có:

Suy ra: AI vuông góc MN



0.25

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng IA là: $x + 2y - 5 = 0$

Giả sử $A(5-2a; a) \in IA$.

Mà $A \in (T) \Leftrightarrow (5-2a)^2 + a^2 - 6(5-2a) - 2a + 5 = 0 \Leftrightarrow 5a^2 - 10a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 0 \\ a = 2 \end{array}\right.$

Với $a = 2 \Rightarrow A(1;2)$ (thỏa mãn vì A, I khác phía MN)

Với $a = 0 \Rightarrow A(5;0)$ (loại vì A, I cùng phía MN)

0.25

Gọi E là tâm đường tròn đường kính AH $\Rightarrow E \in MN \Rightarrow E\left(t; 2t - \frac{9}{10}\right)$

Do E là trung điểm AH $\Rightarrow H\left(2t - 1; 4t - \frac{38}{10}\right)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(2t - 2; 4t - \frac{58}{10}\right), \overrightarrow{IH} = \left(2t - 4; 4t - \frac{48}{10}\right)$

Vì $AH \perp HI \Rightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{IH} = \vec{0} \Leftrightarrow 20t^2 - \frac{272}{5}t + \frac{896}{25} = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{8}{5} \quad \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right) \text{ (thỏa mãn)} \\ t = \frac{28}{25} \quad \Rightarrow H\left(\frac{31}{25}; \frac{17}{25}\right) \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

Với $t = \frac{8}{5} \Rightarrow H\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$ (thỏa mãn)

0.25

Ta có: $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{6}{5}; \frac{3}{5}\right) \Rightarrow BC$ nhận $\vec{n} = (2;1)$ là VTPT

$\Rightarrow$ phương trình BC là: $2x + y - 7 = 0$

0.25

Câu 9 **(1 điểm)**	***Giải hệ phương trình:*** $\begin{cases} 2x^3+xy^2+x=2y^3+4x^2y+2y & (1) \\ \dfrac{2y^2-x-2y-16}{x^2-8y+7}=\left(y+\dfrac{1}{2}\right)\left(\sqrt{x+1}-3\right) & (2) \end{cases}$.	
	+) ĐKXĐ: $x \ge -1$ (*) +) $pt(1) \Leftrightarrow (x-2y)+(2x^3-4x^2y)+(xy^2-2y^3)=0 \Leftrightarrow (x-2y)(1+2x^2+y^2)=0 \Leftrightarrow x=2y$ Vì $1+2x^2+y^2>0,\ \forall x,y$	**0,25**
	Thế vào (2) được: $\dfrac{2(\frac{x}{2})^2-x-x-16}{x^2-4x+7}=\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{1}{2}\right)\left(\sqrt{x+1}-3\right) \Leftrightarrow \dfrac{x^2-4x-32}{x^2-4x+7}=(x+1)\left(\sqrt{x+1}-3\right)$ $\Leftrightarrow \dfrac{(x-8)(x+4)}{x^2-4x+7}=\dfrac{(x+1)(x-8)}{\sqrt{x+1}+3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8 \\ \dfrac{x+4}{x^2-4x+7}=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}+3} \quad (3) \end{array}\right.$ +) $x=8 \Rightarrow y=4$ (tm).	**0,25**
	+) $pt(3) \Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}+3\right)(x+4)=(x+1)\left(x^2-4x+7\right)$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}+3\right)\left[\left(\sqrt{x+1}\right)^2+3\right]=\left[(x-2)+3\right].\left[(x-2)^2+3\right]$ (4) +) Xét hàm số $f(t)=(t+3)(t^2+3)$ với $t\in\mathbb{R}$ có $f'(t)=3(t+1)^2\ge 0,\ \forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. +) Mà pt(4) có dạng: $f\left(\sqrt{x+1}\right)=f(x-2)$ Do đó $(4) \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=x-2 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x+1=x^2-4x+4 \end{cases}$	**0,25**
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2-5x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$ (T/M) +) Với $x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2} \Rightarrow y=\dfrac{11+\sqrt{13}}{4}$ Vậy hệ đã cho có tập nghiệm $(x;y)$ là: $T=\left\{(8;4);\ \left(\dfrac{5+\sqrt{13}}{2};\dfrac{11+\sqrt{13}}{4}\right)\right\}$	**0,25**
Câu 10. **(1 điểm)**	Cho *a*, *b*, *c* là các số thực dương thoả mãn *a*+*b*+*c*=*3*. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{2}{3+ab+bc+ca}+\sqrt[3]{\dfrac{abc}{(1+a)(1+b)(1+c)}}$	

10	Áp dụng Bất đẳng thức $(x+y+z)^2\ge 3(xy+yz+zx),\forall x,y,z\in\mathbb{R}$ ta có: $(ab+bc+ca)^2\ge 3abc(a+b+c)=9\mathrm{abc}>0$ $\Rightarrow ab+bc+ca\ge 3\sqrt{abc}$ Ta có: $(1+a)(1+b)(1+c)\ge\left(1+\sqrt[3]{abc}\right)^3,\forall a,b,c>0.$ Thật vậy: $(1+a)(1+b)(1+c)=1+(a+b+c)+(ab+bc+ca)+abc\ge$ $1+3\sqrt[3]{abc}+3\sqrt[3]{(abc)^2}+\mathrm{abc}=\left(1+\sqrt[3]{abc}\right)^3$	0,25

	Khi đó $P \le \dfrac{2}{3\left(1+\sqrt{abc}\right)} + \dfrac{\sqrt[3]{abc}}{1+\sqrt[3]{abc}} = Q \qquad (1)$ Đặt $\sqrt[6]{abc} = t$. Vì $a,b,c > 0$ nên $0 < abc \le \left(\dfrac{a+b+c}{3}\right)^3 = 1$	0,25
	Xét hàm số $Q = \dfrac{2}{3\left(1+t^3\right)} + \dfrac{t^2}{1+t^2}, \quad t \in (0;1]$ $\Rightarrow Q'(t) = \dfrac{2t(t-1)\left(t^5-1\right)}{\left(1+t^3\right)^2\left(1+t^2\right)^2} \ge 0, \quad \forall t \in (0;1]$ Do hàm số đồng biến trên $(0;1]$ nên $Q = Q(t) \le Q(1) = \dfrac{5}{6} \qquad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $P \le \dfrac{5}{6}$	0,25
	Vậy $\max P = \dfrac{5}{6}$, đạt được khi và chỉ khi: $a = b = c = 1$.	0,25