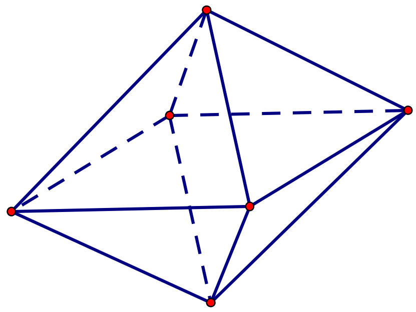
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2017- 2018
Môn: TOÁN
Ngày khảo sát: 14/4/2018
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.
Đề có 6 trang, gồm 50 câu trắc nghiệm.

Mã đề: 101

Họ, tên thí sinh:..
Số báo danh:...

Câu 1: Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ bên) có bao nhiêu mặt?



A. 8. **B.** 9.
C. 6. **D.** 4.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;-2;0)$ và $\vec{b}=(-2;3;1)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{a}.\vec{b}=-8$. **B.** $2\vec{a}=(2;-4;0)$. **C.** $\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;-1)$. **D.** $\left|\vec{b}\right|=\sqrt{14}$.

Câu 3: Cho các hàm số $y=\log_{2018}x$, $y=\left(\dfrac{\pi}{e}\right)^x$, $y=\log_{\frac{1}{3}}x$, $y=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên tập xác định của hàm số đó?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 4: Hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 5: Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|$. **B.** $\ln\left(\sqrt{ab}\right)=\dfrac{1}{2}(\ln a+\ln b)$.

C. $\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\ln(a^2)-\ln(b^2)$. **D.** $\ln(ab)^2=\ln(a^2)+\ln(b^2)$.

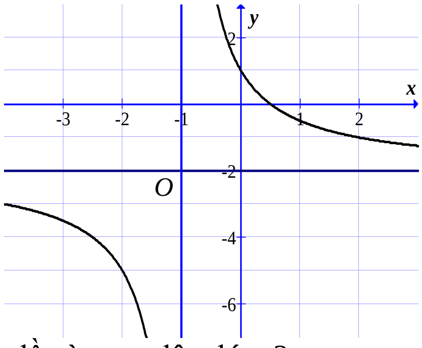
Câu 6: Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ là bao nhiêu?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 7: Tính giới hạn $\lim\dfrac{4n+2018}{2n+1}$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 2018.

Câu 8: Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$.

C. $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$.

Câu 9: Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P(A)+P(B)=1$. **B.** Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra .

C. Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra. **D.** $P(A)+P(B)<1$.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int\left[f_1(x)+f_2(x)\right]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z-2x+3=0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{u}=(0;1;-2)$. **B.** $\vec{v}=(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;0;-1)$. **D.** $\vec{w}=(1;-2;0)$.

Câu 12: Tính môđun của số phức $z=3+4i$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a,\ x=b$ $(a<b)$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S=\int_b^a\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 14: Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là

A. một hình chữ nhật. **B.** một tam giác cân. **C.** một đường elip. **D.** một đường tròn.

Câu 15: Ta xác định được các số a,b,c để đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T=a^2+b^2+c^2$.

A. 25. **B.** -1. **C.** 7. **D.** 14.

Câu 16: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin 2x$ là

A. $\dfrac{x^2}{2}+\cos 2x+C$. **B.** $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **C.** $x^2+\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 17: Cho các mệnh đề sau

(I) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ là hàm số chẵn.

(II) Hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

(III) Hàm số $f(x)=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

(IV) Hàm số $f(x)=\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 18: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0;10)$.

A. $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-10]\cup[4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9.$ **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3.$

C. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3.$ **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9.$

Câu 20: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1.$

A. $m=1, m=3.$ **B.** $m=1.$ **C.** $m=3.$ **D.** Không tồn tại $m.$

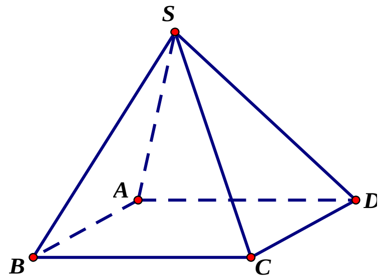
Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

A. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O của đáy.

B. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng $BC.$

C. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng $AB.$

D. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng $BD.$



Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}\dfrac{1-2x}{x}>0$ là

A. $S=\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right).$ **B.** $S=\left(0;\dfrac{1}{3}\right).$ **C.** $S=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right).$ **D.** $S=\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right).$

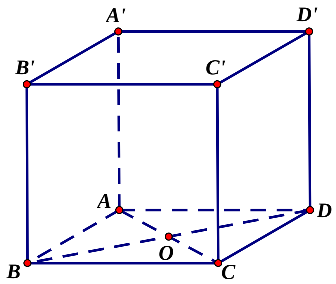
Câu 23: Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2_{\frac{1}{3}}x-5\log_3 x+6=0.$ Tính $T.$

A. $T=5.$ **B.** $T=-3.$ **C.** $T=36.$ **D.** $T=\dfrac{1}{243}.$

Câu 24: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và $BD.$

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}.$

C. a. **D.** $a\sqrt{2}$.



Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1), B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{13}{3};1\right).$ **B.** $M(0;5;-4).$ **C.** $M\left(\dfrac{7}{3};\dfrac{1}{3};3\right).$ **D.** $M(4;-3;8).$

Câu 26: Giải bóng đá V-LEAGUE 2018 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt (tức là hai đội A và B bất kỳ thi đấu với nhau hai trận, một trận trên sân của đội A, trận còn lại trên sân của đội B). Hỏi giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

A. 182. **B.** 91. **C.** 196. **D.** 140.

Câu 27: Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

A. 170. **B.** 190. **C.** 360. **D.** 380.

Câu 28: Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2, z_2=4i, z_3=2+4i$ trong mặt phẳng tọa độ $Oxy.$ Tính diện tích tam giác $ABC.$

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 29: Cho hàm số $y=x^4+2mx^2+m$ (với m là tham số thực). Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=-3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2 còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a;b)$ (với $a,b\in\mathbb{Q}$, a,b là phân số tối giản). Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?

A. -63. **B.** 63. **C.** 95. **D.** -95.

Câu 30: Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn theo công thức hàm số mũ $m(t)=m_0e^{-\lambda t}, \lambda=\frac{\ln 2}{T}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t, T là chu kỳ bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Khi phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, các nhà khoa học thấy rằng khối lượng cacbon phóng xạ $_{6}^{14}C$ trong mẫu gỗ đó đã mất 45% so với lượng $_{6}^{14}C$ ban đầu của nó. Hỏi công trình kiến trúc đó có niên đại khoảng bao nhiêu năm? Cho biết chu kỳ bán rã của $_{6}^{14}C$ là khoảng 5730 năm.

A. 5157 (năm). **B.** 3561 (năm). **C.** 6601 (năm). **D.** 4942 (năm).

Câu 31: Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50 cm. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45 cm. Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 373 (m). **B.** 187 (m). **C.** 384 (m). **D.** 192 (m).

Câu 32: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$ có bán kính $r=1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0;3;-1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là

A. $R=2\sqrt{2}-1.$ **B.** $R=\sqrt{10}.$ **C.** $R=2\sqrt{2}.$ **D.** $R=\sqrt{10}-1.$

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ đường thẳng (d) tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x-y-z-6=0.$ **B.** $x+3y+2z+10=0$. **C.** $x-2y-3z-1=0$. **D.** $3x+z+2=0$.

Câu 34: Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ "THANH HOA" thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

A. $\frac{5}{14}$. **B.** $\frac{79}{84}$. **C.** $\frac{5}{84}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Câu 35: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^3 2x-\cos^2 2x=m\sin^2 x$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot x.f\left(\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=\int_{1}^{16}\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{x}\mathrm{d}x=1$. Tính tích phân $I=\int_{\frac{1}{8}}^{1}\frac{f(4x)}{x}\mathrm{d}x.$

A. $I=3.$ **B.** $I=\frac{3}{2}.$ **C.** $I=2.$ **D.** $I=\frac{5}{2}.$

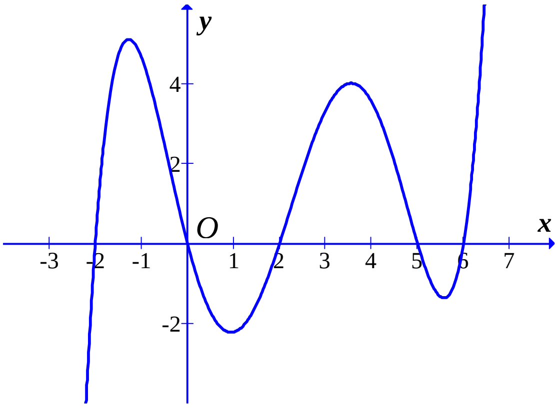
Câu 37: Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-12$ (m/s^2). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $s=168$ (m). **B.** $s=166$ (m). **C.** $s=144$ (m). **D.** $s=152$ (m).

Câu 38: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[0;10]$ để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+3\log_{\frac{1}{2}} x^2-7}<m\left(\log_4 x^2-7\right)$ chứa khoảng $(256;+\infty)$?

A. 7. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M = \max\limits_{[-2;6]} f(x)$, $m = \min\limits_{[-2;6]} f(x)$, $T = M + m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



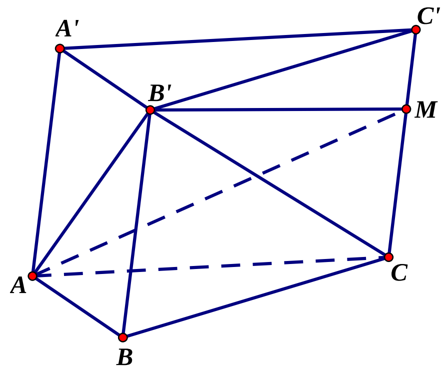
A. $T = f(0) + f(-2)$.

B. $T = f(5) + f(-2)$.

C. $T = f(5) + f(6)$.

D. $T = f(0) + f(2)$.

Câu 40: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $9a^3$ và M là một điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC = 2MC'$. Tính thể tích của khối tứ diện $AB'CM$ theo a.



A. $2a^3$.

B. $4a^3$.

C. $3a^3$.

D. a^3.

Câu 41: Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4 + z^2 + 1 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$.

A. 2. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 42: Cho đồ thị hàm số $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2;\ x_3$. Tính giá trị biểu thức $P = \dfrac{1}{f'(x_1)} + \dfrac{1}{f'(x_2)} + \dfrac{1}{f'(x_3)}$.

A. $P = \dfrac{1}{2b} + \dfrac{1}{c}$. **B.** $P = 0$. **C.** $P = b + c + d$. **D.** $P = 3 + 2b + c$.

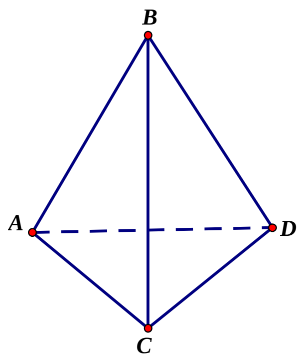
Câu 43: Cho hàm số $f(x) = (3x^2 - 2x - 1)^9$. Tính đạo hàm cấp 6 của hàm số tại điểm $x = 0$.

A. $f^{(6)}(0) = -60480$. **B.** $f^{(6)}(0) = -34560$. **C.** $f^{(6)}(0) = 60480$. **D.** $f^{(6)}(0) = 34560$.

Câu 44: Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x.\ln(\tan x + 1)\,\mathrm{d}x = a\pi + b\ln 2 + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính $T = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} - c$.

A. $T = 2$. **B.** $T = 4$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = -4$.

Câu 45: Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD = BC = BD = a$, $CD = 2x$, $(ACD) \perp (BCD)$. Tìm giá trị của x để $(ABC) \perp (ABD)$?

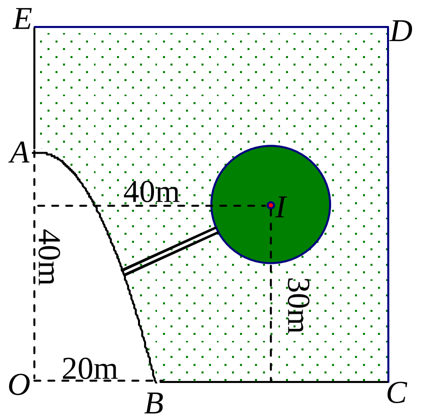


A. $x = a$. **B.** $x = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $x = a\sqrt{2}$. **D.** $x = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46: Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m.



A. $l \approx 17,7$ m. **B.** $l \approx 25,7$ m. **C.** $l \approx 27,7$ m. **D.** $l \approx 15,7$ m.

Câu 47: Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

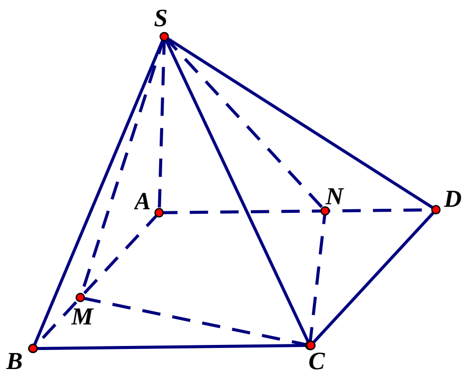
A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$.

B. $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.

C. $(x-10)^2+(y-6)^2=16$.

D. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$.

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M và N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T=\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AM^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.

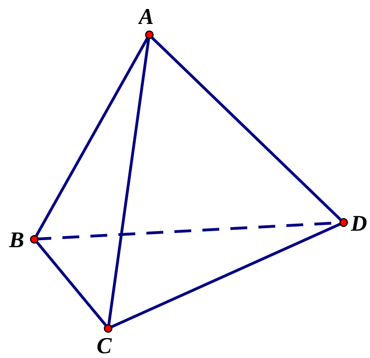


A. $T=2$. **B.** $T=\frac{5}{4}$. **C.** $T=\frac{2+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $T=\frac{13}{9}$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7;2;3)$, $B(1;4;3)$, $C(1;2;6)$, $D(1;2;3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P=MA+MB+MC+\sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM=\frac{3\sqrt{21}}{4}$. **B.** $OM=\sqrt{26}$. **C.** $OM=\sqrt{14}$. **D.** $OM=\frac{5\sqrt{17}}{4}$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3a$, $AC=a\sqrt{15}$, $BD=a\sqrt{10}$, $CD=4a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng (BCD) bằng 45^0, khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $\frac{5a}{4}$ và hình chiếu của A lên mặt phẳng (BCD) nằm trong tam giác BCD. Tính độ dài đoạn thẳng AD.



A. $\frac{5a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $2a$.

----------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THANH HÓA

KÌ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 NĂM 2018

ĐÁP ÁN MÔN TOÁN

Mã đề 101		Mã đề 102		Mã đề 103		Mã đề 104	
Câu 1	**A**	Câu 1	**A**	Câu 1	**C**	Câu 1	**B**
Câu 2	**C**	Câu 2	**C**	Câu 2	**A**	Câu 2	**D**
Câu 3	**C**	Câu 3	**B**	Câu 3	**A**	Câu 3	**C**
Câu 4	**A**	Câu 4	**B**	Câu 4	**C**	Câu 4	**C**
Câu 5	**B**	Câu 5	**D**	Câu 5	**B**	Câu 5	**B**
Câu 6	**B**	Câu 6	**D**	Câu 6	**A**	Câu 6	**B**
Câu 7	**C**	Câu 7	**A**	Câu 7	**C**	Câu 7	**C**
Câu 8	**C**	Câu 8	**A**	Câu 8	**B**	Câu 8	**D**
Câu 9	**B**	Câu 9	**A**	Câu 9	**C**	Câu 9	**A**
Câu 10	**C**	Câu 10	**C**	Câu 10	**D**	Câu 10	**B**
Câu 11	**C**	Câu 11	**A**	Câu 11	**B**	Câu 11	**D**
Câu 12	**B**	Câu 12	**C**	Câu 12	**A**	Câu 12	**D**
Câu 13	**D**	Câu 13	**A**	Câu 13	**B**	Câu 13	**D**
Câu 14	**B**	Câu 14	**A**	Câu 14	**B**	Câu 14	**C**
Câu 15	**A**	Câu 15	**B**	Câu 15	**C**	Câu 15	**B**
Câu 16	**B**	Câu 16	**D**	Câu 16	**C**	Câu 16	**C**
Câu 17	**A**	Câu 17	**A**	Câu 17	**A**	Câu 17	**D**
Câu 18	**A**	Câu 18	**D**	Câu 18	**D**	Câu 18	**A**
Câu 19	**A**	Câu 19	**C**	Câu 19	**B**	Câu 19	**C**
Câu 20	**B**	Câu 20	**D**	Câu 20	**B**	Câu 20	**C**
Câu 21	**B**	Câu 21	**C**	Câu 21	**D**	Câu 21	**D**
Câu 22	**C**	Câu 22	**D**	Câu 22	**A**	Câu 22	**C**
Câu 23	**C**	Câu 23	**A**	Câu 23	**D**	Câu 23	**D**
Câu 24	**C**	Câu 24	**A**	Câu 24	**C**	Câu 24	**D**
Câu 25	**D**	Câu 25	**D**	Câu 25	**A**	Câu 25	**D**
Câu 26	**A**	Câu 26	**C**	Câu 26	**C**	Câu 26	**C**
Câu 27	**A**	Câu 27	**A**	Câu 27	**D**	Câu 27	**A**
Câu 28	**D**	Câu 28	**A**	Câu 28	**A**	Câu 28	**A**
Câu 29	**C**	Câu 29	**B**	Câu 29	**A**	Câu 29	**C**
Câu 30	**D**	Câu 30	**B**	Câu 30	**B**	Câu 30	**A**
Câu 31	**A**	Câu 31	**C**	Câu 31	**D**	Câu 31	**A**
Câu 32	**D**	Câu 32	**C**	Câu 32	**D**	Câu 32	**D**
Câu 33	**D**	Câu 33	**D**	Câu 33	**B**	Câu 33	**B**
Câu 34	**D**	Câu 34	**B**	Câu 34	**B**	Câu 34	**C**
Câu 35	**D**	Câu 35	**B**	Câu 35	**D**	Câu 35	**A**
Câu 36	**D**	Câu 36	**D**	Câu 36	**B**	Câu 36	**B**
Câu 37	**A**	Câu 37	**C**	Câu 37	**C**	Câu 37	**D**
Câu 38	**C**	Câu 38	**C**	Câu 38	**D**	Câu 38	**A**
Câu 39	**B**	Câu 39	**C**	Câu 39	**A**	Câu 39	**B**
Câu 40	**A**	Câu 40	**D**	Câu 40	**B**	Câu 40	**A**
Câu 41	**D**	Câu 41	**B**	Câu 41	**A**	Câu 41	**B**
Câu 42	**B**	Câu 42	**B**	Câu 42	**B**	Câu 42	**A**
Câu 43	**A**	Câu 43	**C**	Câu 43	**D**	Câu 43	**B**
Câu 44	**B**	Câu 44	**D**	Câu 44	**D**	Câu 44	**A**
Câu 45	**D**	Câu 45	**D**	Câu 45	**B**	Câu 45	**C**
Câu 46	**A**	Câu 46	**B**	Câu 46	**A**	Câu 46	**C**
Câu 47	**B**	Câu 47	**B**	Câu 47	**C**	Câu 47	**A**
Câu 48	**B**	Câu 48	**C**	Câu 48	**C**	Câu 48	**B**
Câu 49	**C**	Câu 49	**C**	Câu 49	**C**	Câu 49	**B**
Câu 50	**D**	Câu 50	**B**	Câu 50	**D**	Câu 50	**C**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA
HƯỚNG DẪN GIẢI ĐỀ KHẢO SÁT MÔN TOÁN KHỐI 12
NĂM HỌC 2017-2018

Câu 1. Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra . **B.** Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra.

C. $P(A)+P(B)=1$. **D.** $P(A)+P(B)<1$.

Lời giải. Mệnh đề đúng là “Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra”

Câu 2. Tính giới hạn $\lim\dfrac{4n+2018}{2n+1}$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 2018. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải. $\lim\dfrac{4n+2018}{2n+1}=\lim\dfrac{4+\dfrac{2018}{n}}{2+\dfrac{1}{n}}=\dfrac{4+0}{2+0}=2$.

Câu 3. Hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-3;4)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải. Ta có $y'=-2x^3$. Dễ thấy $y'>0$, $\forall x\in(-\infty;0)$. Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 4. Số đường tiệm cận (đứng và ngang) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x^2}$ là bao nhiêu?

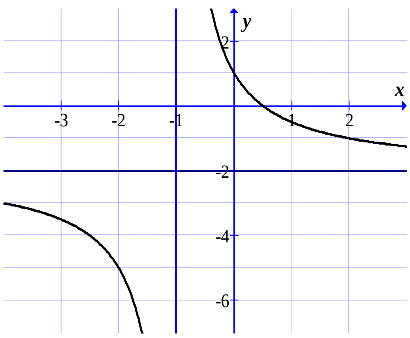
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Ta có $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{1}{x^2}=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{1}{x^2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=0$ làm tiệm cận đứng

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1}{x^2}=0$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận.

Câu 5. Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{3-2x}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Lời giải. Đồ thị đã cho có tiệm cận đứng $x=-1$ và cắt Oy tại điểm $(0;1)$ nên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$.

Câu 6. Cho các hàm số $y=\log_{2018}x$, $y=\left(\dfrac{\pi}{e}\right)^x$, $y=\log_{\frac{1}{3}}x$, $y=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$. Trong các hàm số trên có bao nhiêu hàm số nghịch biến trên tập xác định của hàm số đó?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. Có hai hàm nghịch biến là $y=\log_{\frac{1}{3}}x$ và $y=\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^x$

Câu 7. Cho các số thực $a<b<0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\ln(ab)^2=\ln(a^2)+\ln(b^2)$. **B.** $\ln\left(\frac{a}{b}\right)^2=\ln(a^2)-\ln(b^2)$.

C. $\ln\left(\frac{a}{b}\right)=\ln|a|-\ln|b|$. **D.** $\ln\left(\sqrt{ab}\right)=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$.

Lời giải. Mệnh đề $\ln\left(\sqrt{ab}\right)=\frac{1}{2}(\ln a+\ln b)$ sai vì $a<b<0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đường cong $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a,\ x=b\ (a<b)$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

A. $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\left|\int_a^b f(x)\mathrm{d}x\right|$. **C.** $S=\int_b^a |f(x)|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Lời giải. Công thức đúng là $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$ thì $\int f(u)\mathrm{d}u=F(u)+C$.

B. $\int kf(x)\mathrm{d}x=k\int f(x)\mathrm{d}x$ (k là hằng số và $k\neq 0$).

C. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

D. $\int[f_1(x)+f_2(x)]\mathrm{d}x=\int f_1(x)\mathrm{d}x+\int f_2(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải. Mệnh đề "Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$" sai vì $F(x)=G(x)+C$.

Câu 10. Tính môđun của số phức $z=3+4i$.

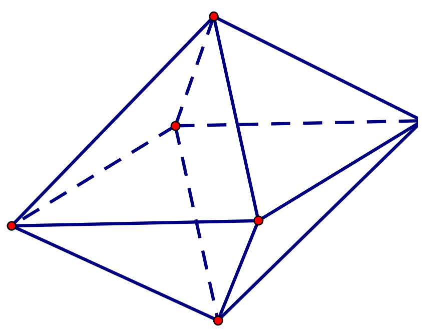
A. 7. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải. $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 11. Hình bát diện đều (tham khảo hình vẽ bên) có bao nhiêu mặt?

A. 9. **B.** 8.
C. 6. **D.** 4.

Lời giải. Hình bát diện đều có 8 mặt.



Câu 12. Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là

A. một tam giác cân. **B.** một đường tròn. **C.** một hình chữ nhật. **D.** một đường elip.

Lời giải. Mặt phẳng chứa trục của một hình nón cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác cân.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z-2x+3=0$. Một véc tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\vec{n}=(2;0;-1)$. **B.** $\vec{u}=(0;1;-2)$. **C.** $\vec{v}=(1;-2;3)$ **D.** $\vec{w}=(1;-2;0)$

Lời giải. Viết lại $(P): 2x-z-3=0$ suy ra $\vec{n}=(2;0;-1)$

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;-2;0)$ và $\vec{b}=(-2;3;1)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\vec{a}.\vec{b}=-8$. **B.** $2\vec{a}=(2;-4;0)$. **C.** $|\vec{b}|=\sqrt{14}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;-1)$.

Lời giải. Đúng phải là $\vec{a}+\vec{b}=(-1;1;1)$.

Câu 15. Cho các mệnh đề sau

(I) Hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ là hàm số chẵn.

(II) Hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

(III) Hàm số $f(x)=\tan x$ tuần hoàn với chu kì 2π.

(IV) Hàm số $f(x)=\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$.

Trong các mệnh đề trên có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải.

- Hàm số $f(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+1}$ là hàm số lẻ. Suy ra mệnh đề (I): Sai

- Hàm số $f(x)=3\sin x+4\cos x$ có giá trị lớn nhất bằng $\sqrt{3^2+4^2}=5$. Suy ra mệnh đề (II): Đúng

- Hàm số $f(x)=\tan x$ tuần hoàn với chu kì π. Suy ra mệnh đề (III): Sai

- Hàm số $f(x)=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $(0;\pi)$. Suy ra mệnh đề (IV): Sai

Vậy có 1 mệnh đề đúng trong các mệnh đề đã cho.

Câu 16. Giải bóng đá V-LEAGUE 2018 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt (tức là hai đội A và B bất kỳ thi đấu với nhau hai trận, một trận trên sân của đội A, trận còn lại trên sân của đội B). Hỏi giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

A. 91. **B.** 140. **C.** 182. **D.** 196.

Lời giải. Mỗi trận đấu là một cách chọn có thứ tự hai đội bóng, do đó số trận đấu là $A_{14}^2=182$.

Câu 17. Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

A. 170. **B.** 190. **C.** 360. **D.** 380.

Lời giải. Hai đỉnh bất kì của đa giác thì tạo thành một đoạn thẳng suy ra có $C_{20}^2=190$ đoạn thẳng như thế. Trong số các đoạn thẳng trên có 20 đoạn thẳng là cạnh, vậy số đường chéo là $190-20=170$.

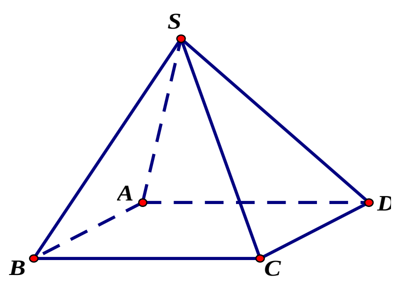
Câu 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

A. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và tâm O của đáy.

B. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng BC.

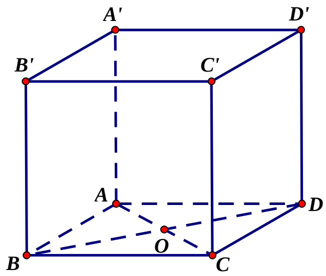
C. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng AB.

D. Là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với đường thẳng BD.



Lời giải. Do $AD//BC$ và $S\in(SAD)\cap(SBC)$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua đỉnh S và song song với BC.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD.



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
B. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.
C. a.
D. $a\sqrt{2}$.

Lời giải. Ta có: $\begin{cases} OC \perp BD \\ OC \perp CC' \end{cases} \Rightarrow OC$ là đoạn vuông góc chung của CC' và BD.

Vậy $d(CC';BD) = OC = \frac{AC}{2} = \frac{2a}{2} = a$.

Câu 20. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(0;10)$.

A. $m \in (-\infty;-4) \cup (4;+\infty)$.
B. $m \in (-\infty;-10] \cup (4;+\infty)$.
C. $m \in (-\infty;-4] \cup [4;+\infty)$.
D. $m \in (-\infty;-10] \cup [4;+\infty)$.

Lời giải. Điều kiện $x \neq -m$, $y' = \frac{m^2-16}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;10)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m^2-16>0 \\ -m \notin (0;10) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4, m<-4 \\ m \geq 0, m \leq -10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m \leq -10 \end{array}\right.$

Câu 21. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + 1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=1$.
B. $m=3$.
C. $m=1, m=3$.
D. Không tồn tại m.

Lời giải. $y' = 3x^2 - 4mx + m^2, y'' = 6x - 4m$

Để hàm số đạt cực trị tại $x=1$ thì $y'(1) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow m=1, m=3$.

Với $m=3$ thì $y''(1) = -6 < 0$ nên $x=1$ là điểm cực đại. Với $m=1$ thì $y''(1) = 2 > 0$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu.

Vậy $m=1$.

Câu 22. Ta xác định được các số a,b,c để đồ thị hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ đi qua điểm $(1;0)$ và có điểm cực trị $(-2;0)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^2 + b^2 + c^2$.

A. -1.
B. 7.
C. 14.
D. 25.

Lời giải. Ta có $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

Theo bài ta ta có $\begin{cases} y(1)=0 \\ y'(-2)=0 \\ y(-2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=-1 \\ 4a-b=12 \\ 4a-2b+c=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=0 \\ c=-4 \end{cases}$. Suy ra $T = a^2+b^2+c^2 = 25$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0$ là

A. $S = \left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.
B. $S = \left(0;\frac{1}{3}\right)$.
C. $S = \left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$.
D. $S = \left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải. BPT $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1-2x}{x} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-2x}{x} > 0 \\ \frac{1-2x}{x} < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$.

Câu 24. Gọi T là tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{3}}^2 x-5\log_3 x+6=0$. Tính T.

A. $T=36$. **B.** $T=\frac{1}{243}$. **C.** $T=5$. **D.** $T=-3$.

Lời giải. ĐKXĐ: $x>0$. PT tương đương với $[-\log_3 x]^2-5\log_3 x+6=0$

Đặt $t=\log_3 x$, PT trở thành $t^2-5t+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=9 \\ x=27 \end{array}\right. \Rightarrow T=36$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin 2x$ là

A. $\frac{x^2}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\frac{x^2}{2}+\cos 2x+C$. **C.** $x^2+\frac{1}{2}\cos 2x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Lời giải. $\int(x-\sin 2x)dx=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 26. Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2, z_2=4i, z_3=2+4i$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy. Tính diện tích tam giác ABC.

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải. $A(2;0),B(0;4),C(2;4)$ suy ra $AB=2\sqrt{5}, AC=4, BC=2$ suy ra tam giác ABC vuông tại C nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}AC.BC=4$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-1), B(3;-1;5)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3};\frac{13}{3};1\right)$. **B.** $M\left(\frac{7}{3};\frac{1}{3};3\right)$. **C.** $M(4;-3;8)$. **D.** $M(0;5;-4)$.

Lời giải. $\overrightarrow{MA}=3\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow M(4;-3;8)$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $x+2y-2z+4=0$. Phương trình mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=3$.

C. $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$. **D.** $(x+1)^2+y^2+(z-2)^2=3$.

Lời giải. Do mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên có bán kính là $R=d(I;(P))=3$.

Do đó phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=9$.

Câu 29. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\cos^3 2x-\cos^2 2x=m\sin^2 x$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải. PT $\Leftrightarrow \cos^3 2x-\cos^2 2x-m\frac{1-\cos 2x}{2}=0 \Leftrightarrow (\cos 2x-1)(2\cos^2 2x+m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \cos 2x=1 & (1) \\ \cos^2 2x=-\frac{m}{2} & (2) \end{array}\right.$

Giải $(1) \Leftrightarrow x=k\pi \ (k\in\mathbb{Z})$, các nghiệm này không thuộc $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

Giải (2): do $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)\Rightarrow 2x\in\left(0;\dfrac{\pi}{3}\right)\Rightarrow\dfrac{1}{2}<\cos 2x<1\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}<\cos^2 2x<1$

Vậy (2) có nghiệm $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}<-\dfrac{m}{2}<1\Leftrightarrow -2<m<-\dfrac{1}{2}$. Vậy có một giá trị nguyên của m là -1.

Câu 30. Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ "THANH HOA" thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{5}{14}$. **B.** $\dfrac{5}{84}$. **C.** $\dfrac{9}{14}$. **D.** $\dfrac{79}{84}$.

Lời giải.

Cách 1:

- Xét trường hợp các chữ cái được xếp bất kì, khi đó ta xếp các chữ cái lần lượt như sau

- Có C_8^3 cách chọn vị trí và xếp có 3 chữ cái H.

- Có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp có 2 chữ cái A.

- Có $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.

- Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_8^3.C_5^2.3!=3360$.

- Gọi A là biến cố đã cho.

- Nếu có 3 chữ H đứng cạnh nhau thì ta có 6 cách xếp 3 chữ H.

- Nếu có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau: Khi 2 chữ H ở 2 vị trí đầu (hoặc cuối) thì có 5 cách xếp chữ cái H còn lại, còn khi 2 chữ H đứng ở các vị trí giữa thì có 4 cách xếp chữ cái H còn lại. Do đó có $2.5+5.4=30$ cách xếp 3 chữ H sao cho có đúng 2 chữ H đứng cạnh nhau

Như vậy có $30+6=36$ cách xếp 3 chữ H, ứng với cách xếp trên ta có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp 2 chữ cái A và $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.

Suy ra $n(A)=36.C_5^2.3!=2160$. Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2160}{3360}=\dfrac{9}{14}$.

Cách 2:

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\dfrac{8!}{2!3!}=3360$.

Gọi A là biến cố đã cho, ta sẽ tìm số phần tử của $\overline{A}$.

Đầu tiên ta xếp 2 chữ cái A và 3 chữ cái T, O, N, có $\dfrac{5!}{2!}=60$ cách xếp.

Tiếp theo ta có 6 vị trí (xen giữa và ở hai đầu) để xếp 3 chữ cái H, có C_6^3 cách xếp

Do đó $n(\overline{A})=60.C_6^3=1200$, suy ra $n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=3360-1200=2160$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2160}{3360}=\dfrac{9}{14}$.

Câu 31. Cho hàm số $f(x)=\left(3x^2-2x-1\right)^9$. Tính đạo hàm cấp 6 của hàm số tại điểm $x=0$.

A. $f^{(6)}(0)=-60480$. **B.** $f^{(6)}(0)=60480$. **C.** $f^{(6)}(0)=34560$. **D.** $f^{(6)}(0)=-34560$.

Lời giải.

Khai triển $f(x)$ giả sử ta được $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{18}x^{18}$.

Khi đó $f^{(6)}(x)=6!a_6+b_7x+.b_8x^2...+b_{18}x^{12}$, suy ra $f^{(6)}(0)=6!a_6$.

Ta có $(3x^2-2x-1)^9=-(1+2x-3x^2)^9=-\sum\limits_{k=0}^{9}C_9^k(2x-3x^2)^k=-\sum\limits_{k=0}^{9}C_9^k\sum\limits_{i=0}^{k}C_k^i(2x)^{k-i}(-3x^2)^i$

$=-\sum\limits_{k=0}^{9}\sum\limits_{i=0}^{k}C_9^kC_k^i2^{k-i}(-3)^ix^{k+i}$

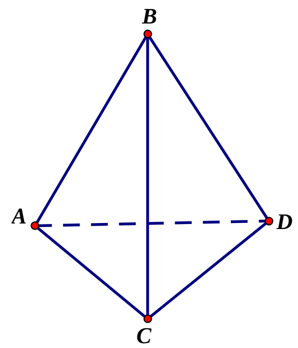
Số hạng chứa x^6 ứng với k,i thỏa mãn $\begin{cases}0\le i\le k\le 9\\ k+i=6\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}k=6\\ i=0\end{cases},\begin{cases}k=5\\ i=1\end{cases},\begin{cases}k=4\\ i=2\end{cases},\begin{cases}k=3\\ i=3\end{cases}.$

Do đó $a_6=-\left[C_9^6C_6^0 2^6(-3)^0+C_9^5C_5^1 2^4(-3)+C_9^4C_4^2 2^2(-3)^2+C_9^3C_3^3 2^0(-3)^3\right]=-84.$

Suy ra $f^{(6)}(0)=-84.6!=-60480.$

Lại có, sử dụng khai triển Niu tơn ta tìm được $a_6=-84\to f^{(6)}=-84.6!=-60480.$

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=AD=BC=BD=a$, $CD=2x$, $(ACD)\perp(BCD)$. Tìm giá trị của x để $(ABC)\perp(ABD)$?



A. $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $x=a\sqrt{2}$.

C. $x=a$. **D.** $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

- Gọi E, F lần lượt là trung điểm của CD và AB

$\Rightarrow\begin{cases}AE\perp CD\\ BE\perp CD\end{cases}\Rightarrow \widehat{AEB}$ là góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và $(BCD)\Rightarrow \widehat{AEB}=90^0$.

- Mặt khác: $\begin{cases}CF\perp AB\\ DF\perp AB\end{cases}\Rightarrow AB\perp(CFD)$ nên góc giữa hai đường thẳng FC và FD là góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD). Do đó $(ABC)\perp(ABD)\Leftrightarrow \widehat{CFD}=90^0\Leftrightarrow FE=\dfrac{CD}{2}$ (1)

- Mặt khác: $\triangle EAB$ vuông cân tại E nên $EF=\dfrac{AE}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{AC^2-CE^2}{2}}=\sqrt{\dfrac{a^2-x^2}{2}}$ (2).

- Từ (1) và (2) suy ra $\sqrt{\dfrac{a^2-x^2}{2}}=x\Leftrightarrow \dfrac{a^2-x^2}{2}=x^2\Leftrightarrow 3x^2=a^2\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ $x_1;\ x_2;\ x_3$. Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$.

A. $P=3+2b+c$. **B.** $P=b+c+d$. **C.** $P=0$. **D.** $P=\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{c}$.

Lời giải.

Theo giả thiết ta có $f(x)=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$.

Suy ra $f'(x)=(x-x_2)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_2)$

Khi đó $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}=\dfrac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+\dfrac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\dfrac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$

$$=\frac{(x_2-x_3)-(x_1-x_3)+(x_1-x_2)}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_1-x_3)}=0.$$

Câu 34. Cho hàm số $y=x^4+2mx^2+m$ (với m là tham số thực). Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=-3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2 còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a;b)$(với $a,b\in\mathbb{Q}$, a,b là phân số tối giản). Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?

A. -95. **B.** 95. **C.** -63. **D.** 63.

Lời giải. Xét phương trình hoành độ giao điểm $-3=x^4+2mx^2+m$. Đặt $x^2=t$, $t\geq 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2+2mt+m+3=0$ (1) và đặt $f(t)=t^2+2mt+m+3$.

Để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=-3$ tại 4 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn $0<t_1<t_2$ và khi đó hoành độ bốn giao điểm là $-\sqrt{t_2}<-\sqrt{t_1}<\sqrt{t_1}<\sqrt{t_2}$.

Do đó, từ điều kiện của bài toán suy ra $\begin{cases}\sqrt{t_2}>2\\ \sqrt{t_1}<1\end{cases}$ hay $0<t_1<1<4<t_2$.

Điều này xãy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}f(0)>0\\ f(1)<0\\ f(4)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+3>0\\ 3m+4<0\\ 9m+19<0\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<-\dfrac{19}{9}$.

Vậy $a=-3$, $b=-\dfrac{19}{9}$ nên $15ab=95$.

Câu 35. Sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn theo công thức hàm số mũ $m(t)=m_0e^{-\lambda t},\lambda=\dfrac{\ln 2}{T}$, trong đó m_0 là khối lượng ban đầu của chất phóng xạ (tại thời điểm $t=0$), $m(t)$ là khối lượng chất phóng xạ tại thời điểm t, T là chu kỳ bán rã (*tức là khoảng thời gian để một nửa khối lượng chất phóng xạ bị biến thành chất khác*). Khi phân tích một mẫu gỗ từ công trình kiến trúc cổ, các nhà khoa học thấy rằng khối lượng cacbon phóng xạ ${}^{14}_{6}C$ trong mẫu gỗ đó đã mất 45% so với lượng ${}^{14}_{6}C$ ban đầu của nó. Hỏi công trình kiến trúc đó có niên đại khoảng bao nhiêu năm? Cho biết chu kỳ bán rã của ${}^{14}_{6}C$ là khoảng 5730 năm.

A. 4942 (năm) .**B.** 5157 (năm) .**C.** 3561 (năm). **D.** 6601 (năm).

Lời giải.

Từ công thức $m(t)=m_0e^{-\lambda t},\lambda=\dfrac{\ln 2}{T}$ và $m(t)=0,55m_0$ ta suy ra

$$0,55=e^{-\frac{\ln 2}{5730}t}\Leftrightarrow 0,55=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}\Rightarrow t=5730.\log_{\frac{1}{2}}0,55\approx 4942\text{ (năm)}$$

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[0;10]$ để tập nghiệm của bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x+3\log_{\frac{1}{2}}x^2-7}<m\left(\log_4 x^2-7\right)$ chứa khoảng $(256;+\infty)$?

A. 8. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải. Xét trên $(256;+\infty)$, khi đó bất phương trình tương đương: $\sqrt{\log_2^2 x-6\log_2 x-7}<m(\log_2 x-7)$.

Đặt $t=\log_2 x$ với $x>256\Rightarrow t=\log_2 x>8$.

BPT trở thành $\sqrt{t^2-6t-7}<m(t-7)\Leftrightarrow\sqrt{(t+1)(t-7)}<m(t-7)$

$\Leftrightarrow\sqrt{t+1}<m\sqrt{t-7}\Leftrightarrow\sqrt{\dfrac{t+1}{t-7}}<m$ (*) (do $t-7>1>0$)

BPT đã cho có tập nghiệm chứa $(256;+\infty)$ khi và chỉ khi BPT (*) có nghiệm đúng với $\forall t>8$.

Ta có $\forall t>8$ thì $\dfrac{t+1}{t-7}=1+\dfrac{8}{t-7}\Rightarrow 1<\dfrac{t+1}{t-7}<1+\dfrac{8}{8-7}=9\Rightarrow 1<\sqrt{\dfrac{t+1}{t-7}}<3$.

Từ đó tìm được điều kiện của tham số m là $m\geq 3$. Vậy có 8 giá trị nguyên cần tìm là 3,4,5,6,7,8,9,10.

Câu 37. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x.\ln(\tan x+1)\,dx = a\pi + b\ln 2 + c$ với a,b,c là các số hữu tỉ. Tính $T=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}-c$.

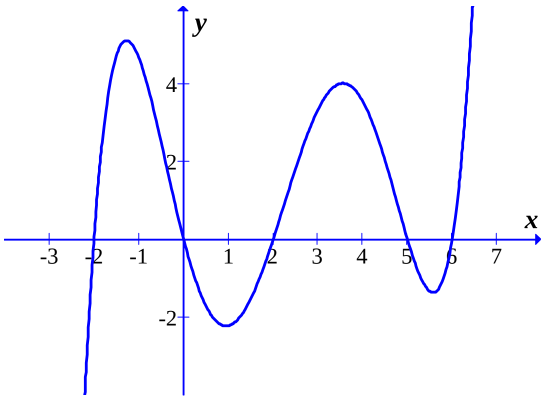
A. $T=4$. **B.** $T=6$. **C.** $T=2$. **D.** $T=-4$.

Lời giải. Đặt $\begin{cases} u=\ln(\tan x+1) \\ dv=\sin 2x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{dx}{\cos x(\sin x+\cos x)} \\ v=-\dfrac{1}{2}\cos 2x \end{cases}$.

Suy ra $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x.\ln(\tan x+1)dx = -\frac{1}{2}\cos 2x.\ln(\tan x+1)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos x-\sin x}{\cos x}dx$

$=\frac{1}{2}(x+\ln|\cos x|)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{8}\pi - \frac{1}{4}\ln 2$. Do đó $T=8-4+0=4$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M=\max\limits_{[-2;6]} f(x)$, $m=\min\limits_{[-2;6]} f(x)$, $T=M+m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $T=f(5)+f(-2)$.

B. $T=f(0)+f(2)$.

C. $T=f(0)+f(-2)$.

D. $T=f(5)+f(6)$.

Lời giải.

- $\int\limits_{-2}^{0} f'(x)dx > \int\limits_0^2 -f'(x)dx \Rightarrow f(0)-f(-2) > f(0)-f(2) \Rightarrow f(-2) < f(2)$.
- $\int\limits_0^2 -f'(x)dx < \int\limits_2^5 f'(x)dx \Rightarrow f(0)-f(2) < f(5)-f(2) \Rightarrow f(0) < f(5)$.
- $\int\limits_2^5 f'(x)dx > \int\limits_5^6 -f'(x)dx \Rightarrow f(5)-f(2) > f(5)-f(6) \Rightarrow f(2) < f(6)$.
- Ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$:

x	-2		0		2		5		6
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$		↗		↘		↗		↘	

Suy ra $M=f(5), m=f(-2) \Rightarrow T=f(5)+f(-2)$.

Câu 39. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=2t$ (m/s). Đi được 12 giây, người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a=-12$ (m/s^2). Tính quãng đường s (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

A. $s=168$ (m). **B.** $s=144$ (m). **C.** $s=166$ (m). **D.** $s=152$ (m).

Lời giải. Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh $s_1=\int\limits_0^{12} v_1(t)dt=\int\limits_0^{12} 2tdt=144\ (m)$.

Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thoả mãn: $v_2(t)=\int(-12)dt=-12t+C, v_2(12)=v_1(12)=24\Rightarrow C=168\Rightarrow v_2(t)=-12t+168\ (m/s)$.

Thời điểm xe dừng hẳn tương ứng với t thoả mãn: $v_2(t)=0\Leftrightarrow t=14(s)$.

Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe được phanh đến khi dừng hẳn:

$s_2=\int\limits_{12}^{14} v_2(t)dt=\int\limits_{12}^{14}(-12t+168)dt=24(m)$. Quãng đường cần tính $s=s_1+s_2=144+24=168(m)$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot x.f\left(\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^{16}\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{x}\mathrm{d}x=1$. Tính tích phân

$I=\int\limits_{\frac{1}{8}}^{1}\frac{f(4x)}{x}\mathrm{d}x.$

A. $I=\frac{5}{2}$. **B.** $I=2$. **C.** $I=\frac{3}{2}$. **D.** $I=3$.

Lời giải.

- Xét $A=\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\cot x.f\left(\sin^2 x\right)\mathrm{d}x=1$. Đặt $t=\sin^2 x$.

Suy ra $\mathrm{d}t=2\sin x\cos x\mathrm{d}x=2\sin^2 x\cot x\mathrm{d}x=2t.\cot x\mathrm{d}x\Rightarrow\cot x\mathrm{d}x=\frac{\mathrm{d}t}{2t}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=\frac{\pi}{4}\longrightarrow t=\frac{1}{2} \\ x=\frac{\pi}{2}\longrightarrow t=1\end{cases}$.

Khi đó $1=A=\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{f(t)}{t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=2.$

- Xét $B=\int\limits_1^{16}\frac{f\left(\sqrt{x}\right)}{x}\mathrm{d}x=1$. Đặt $u=\sqrt{x}$ Suy ra $du=\frac{dx}{2\sqrt{x}}\Rightarrow\frac{dx}{x}=\frac{2du}{u}$.

Đổi cận: $\begin{cases} x=1\longrightarrow u=1 \\ x=16\longrightarrow u=4\end{cases}$. Khi đó $1=B=2\int\limits_1^4\frac{f(u)}{u}\mathrm{d}u=2\int\limits_1^4\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_1^4\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

- Xét tích phân cần tính $I=\int\limits_{\frac{1}{8}}^{1}\frac{f(4x)}{x}\mathrm{d}x.$

Đặt $v=4x$, suy ra $\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\mathrm{d}v, x=\frac{v}{4}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=\frac{1}{8}\longrightarrow v=\frac{1}{2} \\ x=1\longrightarrow v=4\end{cases}$.

Khi đó $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{4}\frac{f(v)}{v}\mathrm{d}v=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{4}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}\frac{f(x)}{x}\mathrm{d}x=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$.

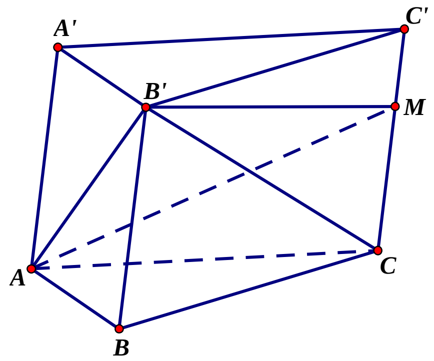
Câu 41. Gọi z_1,z_2,z_3,z_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $z^4+z^2+1=0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P=|z_1|^2+|z_2|^2+|z_3|^2+|z_4|^2$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải. $z^4+z^2+1=0\Leftrightarrow(z^2+1)^2-z^2=0\Leftrightarrow(z^2-z+1)(z^2+z+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2-z+1=0\\z^2+z+1=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\\z=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\end{array}\right.$. Do đó $P=4$.

Câu 42. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng $9a^3$ và M là một điểm nằm trên cạnh CC' sao cho $MC=2MC'$. Tính thể tích của khối tứ diện $AB'CM$ theo a.



A. a^3. **B.** $2a^3$.
C. $3a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải. Ta có: $V_{A.A'B'C'}=V_{A.B'BC}=V_{A.B'C'C}=\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{3}=3a^3$. Mặt khác: $V_{AB'MC}=\frac{2}{3}V_{AB'C'C}=2a^3$.

Vậy: $V_{AB'MC}=2a^3$.

Câu 43. Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50 cm. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45 cm. Hỏi phần đã trải ra dài bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

A. 373 (m). **B.** 192 (m). **C.** 187 (m). **D.** 384 (m).

Lời giải.

Cách 1: Bề dày của tấm đề can là: $a=\frac{50-45}{2\times250}=0,01\,(cm)$.

Gọi d là chiều dài đã trải ra và h là chiều rộng của tấm đề can. Khi đó ta có:

$$dha=\pi\left(\frac{50}{2}\right)^2h-\pi\left(\frac{45}{2}\right)^2h\Rightarrow d=\frac{\pi\left(50^2-45^2\right)}{4a}\approx37306\,(cm)\approx373\,(m).$$

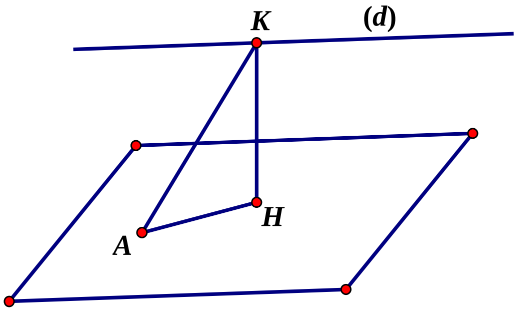
Cách 2: Chiều dài của phần trải ra là tổng chu vi của 250 đường tròn có bán kính là một cấp số cộng có số hạng đầu bằng 25, công sai là $-a=-0,01$.

Do đó chiều dài là $l=2\pi(2.25-249.0,01)\frac{250}{2}\approx37314$ cm ≈373 m.

Câu 44. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;-2)$ và đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A, song song với đường thẳng (d) và khoảng cách từ đường thẳng (d) tới mặt phẳng (P) là lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. $x+3y+2z+10=0$. **B.** $3x+z+2=0$. **C.** $x-2y-3z-1=0$. **D.** $x-y-z-6=0$.

Lời giải. Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên (d) khi đó $K(1;1;1)$.



Ta có: $d((d),(P))=d(K,(P))=KH\le KA=14$.

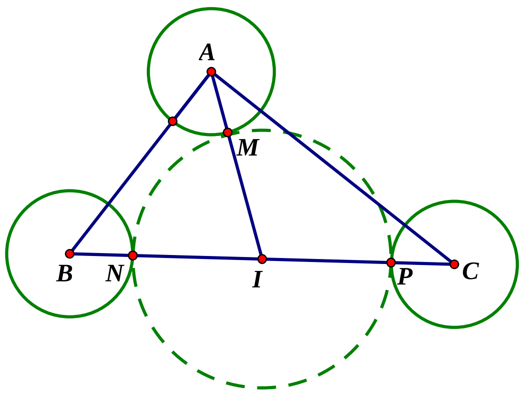
$Max\ d((d),(P))=\sqrt{14}\Leftrightarrow(P)$ đi qua A và có VTPT $\overrightarrow{KA}=(-1;2;3)$

Do đó phương trình mặt phẳng $(P):x-2y-3z-10=0$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các mặt cầu $(S_1),(S_2),(S_3)$ có bán kính $r=1$ và lần lượt có tâm là các điểm $A(0;3;-1)$, $B(-2;1;-1)$, $C(4;-1;-1)$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc với cả ba mặt cầu trên. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất là

A. $R=2\sqrt{2}$. **B.** $R=\sqrt{10}-1$. **C.** $R=\sqrt{10}$. **D.** $R=2\sqrt{2}-1$.

Lời giải. Ta có: $AB=\sqrt{8}$, $AC=\sqrt{32}$, $BC=\sqrt{40}$ nên tam giác ABC vuông tại A.



Gọi I là trung điểm của BC, khi đó: $IM=IN=IP=\sqrt{10}-1$.

Do đó mặt cầu (S) thoả mãn bài ra là mặt cầu có tâm là I và bán kính $R=\sqrt{10}-1$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(7;2;3)$, $B(1;4;3)$, $C(1;2;6)$, $D(1;2;3)$ và điểm M tùy ý. Tính độ dài đoạn OM khi biểu thức $P=MA+MB+MC+\sqrt{3}MD$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $OM=\sqrt{14}$. **B.** $OM=\sqrt{26}$. **C.** $OM=\frac{5\sqrt{17}}{4}$. **D.** $OM=\frac{3\sqrt{21}}{4}$.

Lời giải. Ta có $\overrightarrow{DA}=(6;0;0),\overrightarrow{DB}=(0;2;0),\overrightarrow{DC}=(0;0;3)$ nên tứ diện $ABCD$ là tứ diện vuông đỉnh D.

Giải sử $M(x+1;y+2;z+3)$.

Ta có $MA=\sqrt{(x-6)^2+y^2+z^2}\ge|x-6|\ge 6-x$, $MB=\sqrt{x^2+(y-2)^2+z^2}\ge|y-2|\ge 2-y$,

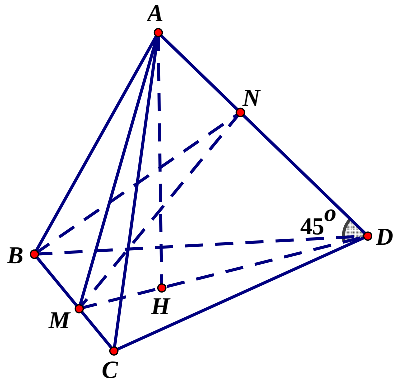
$MC=\sqrt{x^2+y^2+(z-3)^2}\ge|z-3|\ge 3-z$, $\sqrt{3}MD=\sqrt{3(x^2+y^2+z^2)}\ge\sqrt{(x+y+z)^2}\ge x+y+z$.

Do đó $P\ge(6-x)+(2-y)+(3-z)+(x+y+z)=11$.

Các đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x=y=z=0\\6-x\ge0,2-y\ge0,3-z\ge0,x+y+z\ge0\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=0$

Khi đó $M(1;2;3)\Rightarrow OM=\sqrt{1^2+2^2+3^2}=\sqrt{14}$.

Câu 47. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=3a$, $AC=a\sqrt{15}$, $BD=a\sqrt{10}$, $CD=4a$. Biết rằng góc giữa đường thẳng AD và mặt phẳng $\left(BCD\right)$ bằng 45^0, khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng $\dfrac{5a}{4}$ và hình chiếu của A lên mặt phẳng $\left(BCD\right)$ nằm trong tam giác BCD. Tính độ dài đoạn thẳng AD.



A. $\dfrac{5a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $2a$.

C. $2\sqrt{2}a$. D. $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải. - Ta chứng minh $AD\perp BC$. Thật vậy: xét tích vô hướng

$$\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}.\left(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}\right)=\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=\frac{AD^2+AC^2-CD^2}{2}-\frac{AD^2+AB^2-BD^2}{2}$$

$$=\frac{AC^2+BD^2-CD^2-AB^2}{2}=\frac{15a^2+10a^2-16a^2-9a^2}{2}=0\Rightarrow AD\perp BC.$$

- Dựng $AH\perp\left(BCD\right)$ tại H nằm trong tam giác BCD. Gọi M là giao điểm của DH và BC $\Rightarrow M$ nằm giữa B và C.

- Do: $\begin{cases}BC\perp AH\\ BC\perp AD\end{cases}\Rightarrow BC\perp\left(AHD\right)\Rightarrow BC\perp DM$

- Trong mặt phẳng $\left(ADM\right)$ dựng $MN\perp AD$ tại $N\Rightarrow\begin{cases}MN\perp BC\\ MN\perp AD\end{cases}\Rightarrow MN$ là đoạn vuông góc chung của AD và $BC\Rightarrow MN=\dfrac{5a}{4}$.

- Lại thấy: $\widehat{ADH}=45^0$ là góc giữa AD và mặt phẳng $\left(BCD\right)$, đồng thời H nằm giữa D và M nên $\widehat{AMD}<90^0\Rightarrow N$ nằm giữa A và D.

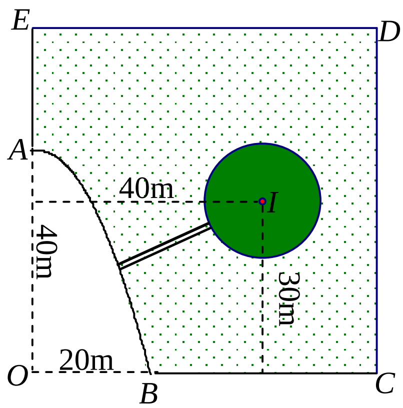
- Ta có: $DM=MN.\sqrt{2}=\dfrac{5a\sqrt{2}}{4}\Rightarrow BM=\sqrt{BD^2-DM^2}=\dfrac{a\sqrt{110}}{4}$

$$\Rightarrow AN=\sqrt{AB^2-BN^2}=\sqrt{AB^2-\left(BM^2+MN^2\right)}=\sqrt{9a^2-\left(\frac{110a^2}{16}+\frac{25a^2}{16}\right)}=\frac{3a}{4},\ DN=MN=\frac{5a}{4}$$

Do đó $AD=AN+DN=2a$.

Câu 48. Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10m, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40m và 20m;
- Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là 40m và 30m.



A. $l \approx 27{,}7$ m. **B.** $l \approx 17{,}7$ m. **C.** $l \approx 15{,}7$ m. **D.** $l \approx 25{,}7$ m.

Lời giải. Ta coi một đơn vị bằng 10m và gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho A, B lần lượt thuộc các tia Oy, Ox. Khi đó bờ của mảnh vườn là hình tròn $(C):(x-4)^2+(y-3)^2=1$, bờ AB của ao là phần parabol $(P): y=4-x^2$ ứng với $x\in[0;2]$. Bài toán trở thành tìm $M\in(C)$ và $N\in(P)$ sao cho MN ngắn nhất.

Ta thấy rằng để MN ngắn nhất thì M, N, I phải thẳng hàng với $I(4;3)$ là tâm của (C).

Khi đó $MN = IN - IM = IN - 1$, vì vậy ta chỉ cần tìm $N\in(P)$ sao cho IN ngắn nhất.

Do $N\in(P)$ nên $N(x;4-x^2)$ với $x\in[0;2]$

$IN^2=(x-4)^2+(1-x^2)^2=x^4-x^2-8x+17$

Xét $f(x)=x^4-x^2-8x+17$ với $x\in[0;2]$, $f'(x)=4x^3-2x^2-8$

Giải phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow 4x^3-2x^2-8=0$ ta được duy nhất một nghiệm $x_0\approx 1{,}392768772$, $x_0\in(0;2)$.

$f(0)=17$, $f(2)=13$, $f(x_0)\approx 7{,}68$ suy ra $\min\limits_{[0;2]} f(x)\approx 7{,}68$

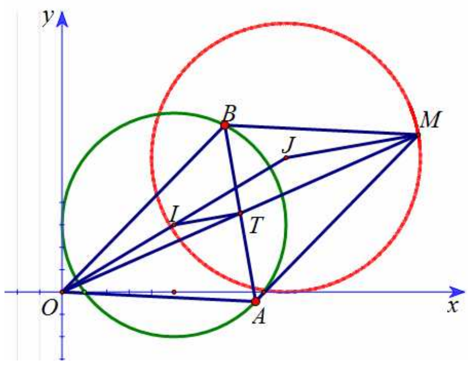
Vậy $\min IN\approx 2{,}77$ tức là $l\approx 17{,}7$ m.

Câu 49. Cho z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình nào dưới đây?

A. $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$. **B.** $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=9$.

C. $(x-10)^2+(y-6)^2=36$. **D.** $(x-10)^2+(y-6)^2=16$.

Lời giải. Gọi A, B, M là các điểm biểu diễn của $z_1; z_2; w$. Khi đó A, B thuộc đường tròn $(C):(x-5)^2+(y-3)^2=25$ và $AB=|z_1-z_2|=8$.

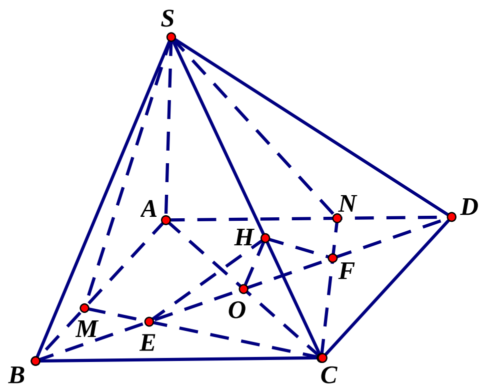


(C) có tâm $I(5;3)$ và bán kính $R=5$, gọi T là trung điểm của AB khi đó T là trung điểm của OM và $IT=\sqrt{IA^2-TA^2}=3$.

Gọi J là điểm đối xứng của O qua I suy ra $J(10;6)$ và IT là đường trung bình của tam giác OJM, do đó $JM=2IT=6$.

Vậy M thuộc đường tròn tâm J bán kính bằng 6 và có phương trình $(x-10)^2+(y-6)^2=36$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, $SA=2$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Gọi M và N là hai điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Tính tổng $T=\dfrac{1}{AN^2}+\dfrac{1}{AM^2}$ khi thể tích khối chóp $S.AMCN$ đạt giá trị lớn nhất.



A. $T=\dfrac{5}{4}$. **B.** $T=2$.

C. $T=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4}$. **D.** $T=\dfrac{13}{9}$.

Lời giải.

Cách 1: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0), B(2;0;0), D(0;2;0), S(0;0;2) \Rightarrow C(2;2;0)$

Đặt $AM=x$, $AN=y$, $x;y\in[0;2]$, suy ra $M(x;0;0), N(0;y;0)$

$\overrightarrow{SM}=(x;0;-2),\overrightarrow{SC}=(2;2;-2),\overrightarrow{SN}=(0;y;-2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{n_1}=[\overrightarrow{SM},\overrightarrow{SC}]=(4;2x-4;2x)$, $\overrightarrow{n_2}=[\overrightarrow{SN},\overrightarrow{SC}]=(4-2y;-4;-2y)$

Do $(SMC)\perp(SNC)$ nên $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 4(4-2y)-4(2x-4)-4xy=0\Leftrightarrow xy+2(x+y)=8$

$\Leftrightarrow y=\dfrac{8-2x}{x+2}$, do $y\le 2$ nên $\dfrac{8-2x}{x+2}\le 2\Leftrightarrow x\ge 1.$

$S_{AMCN}=S_{ABCD}-S_{BMC}-S_{DNC}=4-(2-x)-(2-y)=x+y$

Do đó $V_{S.AMCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\dfrac{2}{3}(x+y)=\dfrac{2}{3}\left(x+\dfrac{8-2x}{x+2}\right)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+8}{x+2}$.

Xét $f(x)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+8}{x+2}$ với $x\in[1;2]$, $f'(x)=\dfrac{2}{3}\dfrac{x^2+4x-8}{(x+2)^2}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+4x-8=0\Leftrightarrow x=-2+2\sqrt{3}; x=-2-2\sqrt{3}$ (loại).

Lập bảng biến thiên ta được suy ra $\max\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)=f(2)=2$.

$$\text{Vậy } \max V_{S.AMCN}=2\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}\\ \begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4}.$$

<u>Cách 2:</u> Đặt $AM=x,\ AN=y$. Gọi: $O=AC\cap BD;\ E=BD\cap CM;\ F=BD\cap CN$.

H là hình chiếu vuông góc của O lên SC, khi đó: $HO=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

Ta có: $\left.\begin{array}{l}SC\perp OH\\ SC\perp BD\end{array}\right|\Rightarrow SC\perp(HBD)\Rightarrow\begin{cases}SC\perp HE\\ SC\perp HF\end{cases}$

Do đó: $\widehat{\left((SMC),(SNC)\right)}=\widehat{(HE,HF)}=90^0\Rightarrow HE\perp HF$

Mặt khác: $V_{S.AMCN}=\dfrac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\dfrac{2}{3}(x+y)$

Tính OE,OF:

- Ta có $x>0,y>0$ và nếu $x\ne 2,y\ne 2$ thì gọi K là trung điểm của AM, khi đó:

  $\dfrac{OE}{EB}=\dfrac{KM}{MB}=\dfrac{x}{4-2x}\Rightarrow\dfrac{OE}{x}=\dfrac{EB}{4-2x}=\dfrac{OB}{4-x}\Rightarrow OE=\dfrac{x\sqrt{2}}{4-x}$

  Tương tự: $OF=\dfrac{y\sqrt{2}}{4-y}$. Mà: $OE.OF=OH^2\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=12$.

- Nếu $x=2$ hoặc $y=2$ thì ta cũng có $OE.OF=OH^2\Leftrightarrow(x+2)(y+2)=12$.

  Tóm lại: $(x+2)(y+2)=12$

  Suy ra: $V_{S.AMCN}=\dfrac{1}{3}SA.S_{AMCN}=\dfrac{2}{3}(x+y)=\dfrac{2}{3}\left[(x+2)+(y+2)-4\right]=\dfrac{2}{3}\left[(x+2)+\dfrac{12}{x+2}-4\right]$

  $$\text{Do đó: } MaxV_{S.AMCN}=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=1\\ y=2\end{cases}\\ \begin{cases}x=2\\ y=1\end{cases}\end{array}\right.\Rightarrow T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4}.$$ KL: Đáp án **A**.