

THẦY HẢI TOÁN

Ths: Phạm Hùng Hải – ĐHSPT Đà Nẵng



CHUYÊN ĐỀ: HÌNH HỌC KHÔNG GIAN TỌA ĐỘ



Chương 2

QUAN HỆ SONG SONG

2021

Từ cơ bản tới nâng cao

Các dạng toán đa dạng và đầy đủ
dành cho học sinh muốn đạt 8+

MỤC LỤC

Chương 2. ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG 1

§1 – ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG 1

Ⓐ	KIẾN THỨC CẦN NHỚ.....	1
Ⓑ	PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.....	3
	Dạng 1.1: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau.....	3
	Dạng 1.2: Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng.....	6
	Dạng 1.3: Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng.....	8
	Dạng 1.4: Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng qui, chứng minh một điểm thuộc một đường thẳng cố định.....	8
Ⓒ	BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	10
Ⓓ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	13

§2 – HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU 17

Ⓐ	KIẾN THỨC CẦN NHỚ.....	17
Ⓑ	PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.....	20
	Dạng 2.5: Chứng minh hai đường thẳng song song.....	20
	Dạng 2.6: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau.....	20
	Dạng 2.7: Thiết diện cắt bởi mặt phẳng chứa một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.....	21
Ⓒ	BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	22
Ⓓ	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	24

§3 – ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẪNG	27
Ⓐ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.....	27
Ⓑ PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.....	28
📁 Dạng 3.8: Chứng minh đường thẳng a song song với mặt phẳng (P)	28
📁 Dạng 3.9: Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau.....	30
📁 Dạng 3.10: Tìm thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với một đường thẳng cho trước.....	31
Ⓒ BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	32
Ⓓ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	38
§4 – HAI MẶT PHẪNG SONG SONG	41
Ⓐ KIẾN THỨC CẦN NHỚ.....	41
Ⓑ PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN.....	45
📁 Dạng 4.11: Chứng minh hai mặt phẳng song song.....	45
📁 Dạng 4.12: Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng.....	46
📁 Dạng 4.13: Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (β) biết (α) qua điểm A ; song song với mặt phẳng (γ) . Thiết diện.....	47
Ⓒ BÀI TẬP TỰ LUYỆN.....	48
Ⓓ BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.....	49
§5 – ĐỀ TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG	53
Ⓐ Đề số 1.....	53
Ⓑ Đề số 2.....	56
§6 – ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM CÁC CHỦ ĐỀ	60



ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN. QUAN HỆ SONG SONG

Bài 1

ĐẠI CƯƠNG VỀ ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG

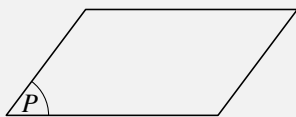
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ



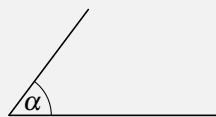
1. Các định nghĩa, khái niệm cơ bản

Mặt phẳng

① Để biểu diễn mặt phẳng, người ta dùng hình bình hành hay một miền góc



Kí hiệu (P) hoặc $mp(P)$



Kí hiệu (α) hoặc $mp(\alpha)$

② Ba cách xác định một mặt phẳng

- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng của mặt phẳng, kí hiệu (ABC) .
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua một đường thẳng d và một điểm A không thuộc d , kí hiệu (A, d) .
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng a, b cắt nhau, kí hiệu (a, b) .
- Một mặt phẳng được xác định nếu biết nó đi qua hai đường thẳng a, b song song, kí hiệu (a, b) (xét ở bài sau).

Điểm thuộc mặt phẳng: Cho điểm A, B và mặt phẳng (α) .

- ① Khi A nằm trên (α) , ta kí hiệu $A \in (\alpha)$.
- ② Khi B không nằm trên (α) , ta kí hiệu $B \notin (\alpha)$.
- ③ Dấu hiệu nhận biết $A \in (\alpha)$ là điểm A thuộc một đường thẳng nằm trong (α) .

✍ Đường thẳng nằm trong mặt phẳng: Cho đường thẳng d và mặt phẳng (α) .

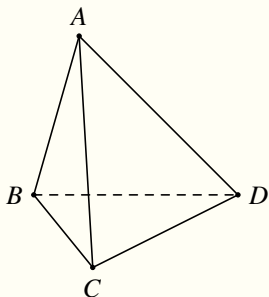
- ① Khi d nằm trong (α) , ta kí hiệu $d \subset (\alpha)$.
- ② Dấu hiệu nhận biết $d \subset (\alpha)$ là trên d có hai điểm phân biệt thuộc (α) .

2. Hình biểu diễn của một hình không gian

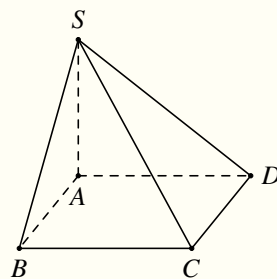
✍ Cần chú ý các quy tắc sau:

- Dùng nét vẽ liền để biểu diễn cho những đường trông thấy và dùng nét đứt đoạn (- - -) để biểu diễn cho những đường bị che khuất.
- Quan hệ thuộc, song song được giữ nguyên. Nghĩa là
 - Nếu hình thực tế điểm A thuộc đường thẳng Δ thì hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ đó.
 - Nếu hình thực tế hai đường thẳng song song thì hình biểu diễn phải giữ nguyên quan hệ đó.

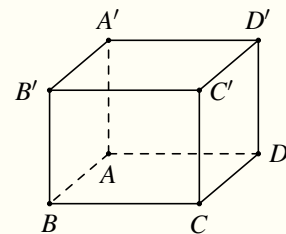
✍ Hình biểu diễn của các mô hình không gian thường gặp:



Hình tứ diện



Hình chóp tứ giác đáy hình bình hành



Hình lập phương, hộp chữ nhật

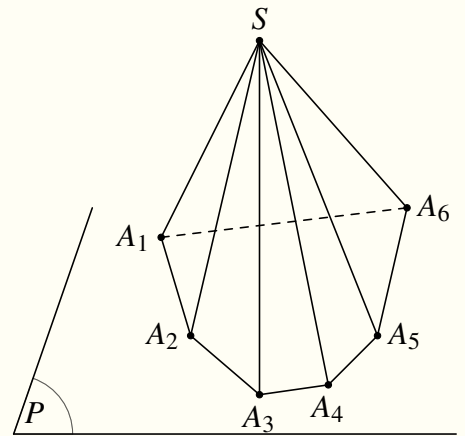
3. Hình chóp, hình tứ diện

✍ Định nghĩa: Cho đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ và cho điểm S nằm ngoài mặt phẳng chứa đa giác đó. Nối S với các đỉnh $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta được n miền đa giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_{n-1}A_n$. Hình gồm n tam giác đó

và đa giác $A_1A_2A_3 \dots A_n$ được gọi là hình chóp $S.A_1A_2A_3 \dots A_n$.

Các tên gọi

- Điểm S gọi là đỉnh của hình chóp.
- Đa giác $A_1A_2 \dots A_n$ gọi là mặt đáy của hình chóp.
- Các đoạn thẳng $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ gọi là các cạnh đáy của hình chóp.
- Các đoạn thẳng $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ gọi là các cạnh bên của hình chóp.
- Các miền tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, \dots, SA_{n-1}A_n$ gọi là các mặt bên của hình chóp.
- Nếu đáy của hình chóp là một miền tam giác, tứ giác, ngũ giác, ... thì hình chóp tương ứng gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác, ...



Chú ý:

- Hình chóp tam giác còn được gọi là hình tứ diện.
- Hình tứ diện có bốn mặt là những tam giác đều hay có tất cả các cạnh bằng nhau được gọi là hình tứ diện đều.

B. PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN



Dạng 1.1. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau

Xác định 2 điểm chung phân biệt. Khi đó giao tuyến là đường thẳng qua hai điểm chung đó.

Ta thường gặp một trong ba loại sau:

- ① Hai mặt phẳng (α) và (β) có sẵn hai điểm chung phân biệt. Khi đó giao tuyến là đường thẳng qua hai điểm chung đó.
- ② Hai mặt phẳng (α) và (β) có trước một điểm chung.
 - A là điểm chung hay $A \in (\alpha) \cap (\beta)$.
 - Trong (α) tìm một đường thẳng d_1 , trong (β) tìm một đường thẳng d_2 sao cho chúng

có thể cắt nhau (đồng phẳng).

Gọi $B = d_1 \cap d_2$, suy ra $B \in (\alpha) \cap (\beta)$.

- Vậy $AB = (\alpha) \cap (\beta)$.

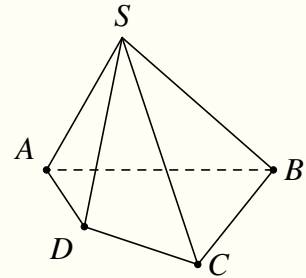
③ Hai mặt phẳng (α) và (β) chưa có điểm chung: Ta tìm hai điểm chung tương tự như cách tìm điểm chung ở mục số ②.

Ví dụ 1



Cho tứ giác $ABCD$ sao cho các cạnh đối không song song với nhau. Lấy một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Xác định giao tuyến của

- Mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) .
- Mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) .
- Mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) .

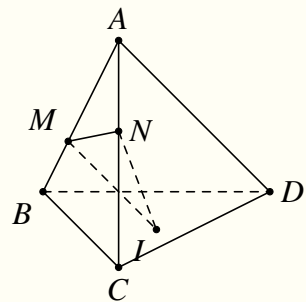


Ví dụ 2



Cho tứ diện $ABCD$. Lấy các điểm M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC sao cho MN cắt BC . Gọi I là điểm bên trong tam giác BCD . Tìm giao tuyến của

- Mặt phẳng (MNI) và mặt phẳng (BCD) .
- Mặt phẳng (MNI) và mặt phẳng (ABD) .
- Mặt phẳng (MNI) và mặt phẳng (ACD) .



Ví dụ 3



Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AD, BC .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IBC) và mặt phẳng (JAD) .
- Lấy điểm M thuộc cạnh AB , N thuộc cạnh AC sao cho M, N không là trung điểm. Tìm giao

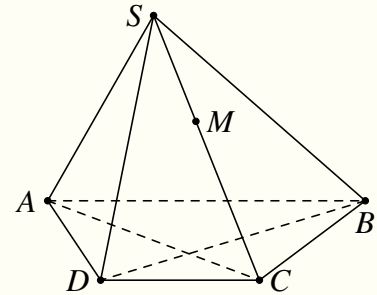
tuyến của mặt phẳng (IBC) và mặt phẳng (DMN) .

Ví dụ 4



Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang có cạnh AB song song với CD . Gọi I là giao điểm của AD và BC . Lấy điểm M thuộc cạnh SC . Tìm giao tuyến của

- Mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng (SBD) .
- Mặt phẳng (SAD) và mặt phẳng (SBC) .
- Mặt phẳng (ADM) và mặt phẳng (SBC) .

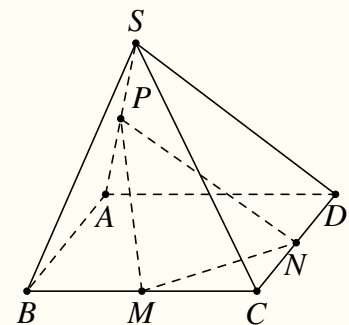


Ví dụ 5



Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh BC, CD, SA . Tìm giao tuyến của

- (MNP) và (SAB) .
- (MNP) và (SBC) .
- (MNP) và (SAD) .
- (MNP) và (SCD) .



Ví dụ 6



Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm bên trong tam giác ABD , N là một điểm bên trong tam giác ACD . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau

- (AMN) và (BCD) .
- (DMN) và (ABC) .

Dạng 1.2. Tìm giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng

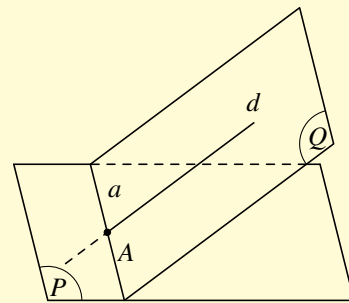
Muốn tìm giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) , ta có hai cách làm như sau

✍ Những bài toán đơn giản, ta tìm trong (P) một đường thẳng a sao cho a cắt d .

- Gọi $M = d \cap a$, khi đó $\begin{cases} M \in d \\ M \in a \subset (P) \end{cases}$.
- Vậy $M = d \cap (P)$.

✍ Những bài toán khó tìm đường thẳng a , ta thực hiện các bước sau:

- Tìm một mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng d và dễ tìm giao tuyến với (P) ;
- Tìm $(Q) \cap (P) = a$.
- Tìm $M = d \cap a$, suy ra $M = d \cap (P)$.

**Ví dụ 1**

☛ Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC và BC . K là điểm nằm trên BD sao cho $KD < KB$. Tìm giao điểm của CD và AD với mặt phẳng (MNK) .

Ví dụ 2

☛ Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB, AC, BD lấy lần lượt ba điểm M, N, P sao cho MN không song song với BC , MP không song song với AD . Xác định giao điểm của các đường thẳng BC, AD, CD với mặt phẳng (MNP) .

Ví dụ 3

☛ Cho tứ diện $ABCD$. trên AC và AD lấy hai điểm M, N sao cho MN không song song với CD . Gọi O là điểm bên trong tam giác (BCD) .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (OMN) và (BCD) .
- Tìm giao điểm của BC với (OMN) .
- Tìm giao điểm của BD với (OMN) .

Ví dụ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$ có AB và CD không song song. Gọi M là một điểm thuộc miền trong tam giác SCD .

- Tìm giao điểm N của CD và (SBM) .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) .
- Tìm giao điểm I của BM và (SAC) .
- Tìm giao điểm P của SC và (ABM) . Từ đó suy ra giao tuyến của hai mặt phẳng (SCD) và (ABM) .

Ví dụ 5

Cho tứ giác $ABCD$ và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn AB lấy một điểm M , trên đoạn SC lấy một điểm N (M, N không trùng với các đầu mút).

- Tìm giao điểm của đường thẳng AN với mặt phẳng (SBD) .
- Tìm giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (SBD) .

Ví dụ 6

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . M, N, P lần lượt là các điểm trên SA, SB, SD .

- Tìm giao điểm I của SO với mặt phẳng (MNP) .
- Tìm giao điểm Q của SC với mặt phẳng (MNP) .

Ví dụ 7

Cho tứ diện $SABC$. Gọi I, H lần lượt là trung điểm của SA, AB . Trên cạnh SC lấy điểm K sao cho $CK = 3SK$.

- Tìm giao điểm F của BC với mặt phẳng (IHK) . Tính tỉ số $\frac{FB}{FC}$.
- Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng IH . Tìm giao điểm của KM và mặt phẳng (ABC) .

Dạng 1.3. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng**Ví dụ 1**

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I lần lượt nằm trên ba cạnh AD, CD, SO . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNI) .

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm lấy trên AB, AD và SC . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) .

Ví dụ 3

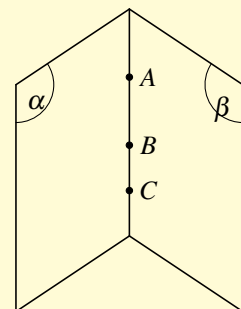
Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là một điểm trong tam giác SCD .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SBM) và (SAC) .
- Tìm giao điểm của đường thẳng BM và (SAC) .
- Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (ABM) .

Dạng 1.4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, ba đường thẳng đồng quy, chứng minh một điểm thuộc một đường thẳng cố định.

- Phương pháp chứng minh ba điểm thẳng hàng:

Muốn chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng, ta chứng minh ba điểm đó lần lượt thuộc hai mặt phẳng phân biệt (α) và (β) thì suy ra ba điểm A, B, C nằm trên giao tuyến của (α) và (β) , nên chúng thẳng hàng.



- Phương pháp chứng minh ba đường thẳng đồng quy:

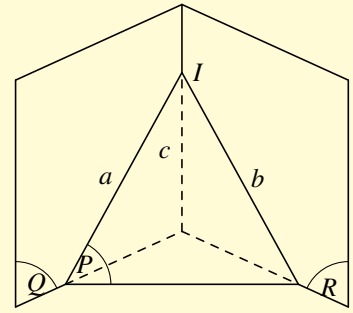
Ta tìm giao điểm của hai đường thẳng trong ba đường thẳng đã cho, rồi chứng minh giao điểm đó nằm trên đường thẳng thứ ba. Cụ thể như sau:

Chọn một mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng (a) và (b) . Gọi $I = (a) \cap (b)$.

Tìm một mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng (a) , tìm một mặt phẳng (R) chứa đường thẳng (b) , sao cho $(c) = (Q) \cap (R) \Rightarrow I \in (c)$.

Vậy, ba đường thẳng (a) , (b) , (c) đồng quy tại điểm I .

$$\begin{cases} (a), (b) \subset (P) \\ (a) \cap (b) = I \\ (P) \cap (Q) = (a) \Rightarrow (a) \cap (b) \cap (c) = I. \\ (P) \cap (R) = (b) \\ (Q) \cap (R) = (c) \end{cases}$$



Ví dụ 1

Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD , Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD .

- Tìm giao tuyến của (AND) và (ABP) .
- Gọi $I = AG \cap MP, J = CM \cap AN$. Chứng minh D, I, J thẳng hàng.

Ví dụ 2

Cho hình bình hành $ABCD$. S là điểm không thuộc $(ABCD)$, M và N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB và SC .

- Xác định giao điểm $I = AN \cap (SBD)$.
- Xác định giao điểm $J = MN \cap (SBD)$.
- Chứng minh ba điểm I, J, B thẳng hàng.

Ví dụ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC . Gọi $E = AB \cap CD, K = AD \cap BC$

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(SAC) \cap (SBD), (MNP) \cap (SBD)$.
- Tìm giao điểm Q của đường thẳng SD với mặt phẳng (MNP) .
- Gọi $H = NM \cap PQ$. Chứng minh ba điểm S, H, E thẳng hàng.

4. Chứng minh ba đường thẳng SK, QM, NP đồng quy.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kỳ thuộc SB , N thuộc miền trong tam giác $S\Delta SCD$.

1. Tìm giao điểm của MN và mặt phẳng $(ABCD)$
2. Tìm $SC \cap (AMN)$ và $SD \cap (AMN)$
3. Tìm $SA \cap (CMN)$

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kỳ thuộc SB , N thuộc miền trong tam giác SCD .

- a) Tìm giao điểm của MN và mặt phẳng $(ABCD)$.
- b) Tìm $SC \cap (AMN)$, $SD \cap (AMN)$.
- c) Tìm $SA \cap (CMN)$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AB song song với CD . O là giao điểm của hai đường chéo, M thuộc SB .

- a) Xác định giao tuyến của các cặp mặt phẳng: (SAC) và (SBD) ; (SAD) và (SBC) .
- b) Tìm giao điểm $SO \cap (MCD)$; $SA \cap (MCD)$.

Bài 4. Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB, AC lấy 2 điểm M, N sao cho MN không song song BC . Gọi O là một điểm trong tam giác BCD .

- a) Tìm giao tuyến của (OMN) và (BCD) .
- b) Tìm giao điểm của DC, BD với (OMN) .
- c) Tìm thiết diện của (OMN) với hình chóp.

Bài 5. Cho tứ diện $SABC$. Gọi $M \in SA$, $N \in (SBC)$, $P \in (ABC)$, không có đường thẳng nào song song.

- Tìm giao điểm của MN với (ABC) , suy ra giao tuyến của (MNP) và (ABC) .
- Tìm giao điểm của AB với (MNP) .
- Tìm giao điểm của NP với (SAB) .
- Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) .

Bài 6. Cho tứ diện $SABC$. Gọi I, J, K lần lượt là 3 điểm nằm trong ba mặt phẳng (SAB) , (SBC) , (ABC) .

- Tìm giao điểm của IJ với (ABC) .
- Tìm giao tuyến của (IJK) với các mặt của hình chóp. Từ đó suy ra thiết diện của (IJK) cắt bởi hình chóp.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I lần lượt nằm trên ba cạnh AD, CD, SO . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNI) .

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm lấy trên AB, AD và SC . Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP) .

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, SC .

- Tìm $I = AN \cap (SBD)$.
- Tìm $K = MN \cap (SBD)$.
- Tính tỉ số $\frac{KM}{KN}$.
- Chứng minh B, I, K thẳng hàng. Tính tỉ số $\frac{IB}{IK}$.

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi K, N lần lượt là trung điểm của SA, BC . Điểm M thuộc SC , $SM = \frac{2}{3}MC$.

- Tìm thiết diện của hình chóp với mp(KMN).

b) Mặt phẳng (KMN) cắt AB tại L . Tính tỉ số $\frac{LA}{LB}$.

Bài 11. Cho tứ diện $S.ABC$. Trên SB, SC lần lượt lấy hai điểm I, J sao cho IJ không song song với BC . Trong tam giác ABC lấy một điểm K .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (IJK) .
- Xác định giao điểm của AB, AC với (IJK) .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJK) .
- Tìm giao điểm của BC, IJ với mặt phẳng (SAK) .
- Xác định thiết diện của mặt phẳng (IJK) với tứ diện $S.ABC$.

Bài 12. Cho tứ diện $SABC$. Trên SA, SB và SC lần lượt lấy các điểm D, E, F sao cho DE cắt AB tại I, EF cắt BC tại J, FD cắt CA tại K . Chứng minh ba điểm I, J, K thẳng hàng.

Bài 13. Cho tứ giác $ABCD$ và $S \notin (ABCD)$. Gọi I, J là hai điểm trên AD và SB, AD cắt BC tại O và OJ cắt SC tại M .

- Tìm giao điểm $K = IJ \cap (SAC)$.
- Xác định giao điểm $L = DJ \cap (SAC)$.
- Chứng minh A, K, L, M thẳng hàng.

Bài 14. Cho tứ giác $ABCD$ và $S \notin (ABCD)$. Gọi M, N là hai điểm trên BC và SD .

- Tìm giao điểm $J = BN \cap (SAC)$
- Tìm giao điểm $J = MN \cap (SAC)$
- Chứng minh rằng C, I, J thẳng hàng.

Bài 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là trung điểm AB , K là trọng tâm của tam giác ACD .

- Xác định giao tuyến của (AKM) và (BCD) .
- Tìm giao điểm H của MK và $mp(BCD)$. Chứng minh K là trọng tâm của tam giác ABH .
- Trên BC lấy điểm N . Tìm giao điểm P, Q của CD, AD với $mp(MNK)$.

d) Chứng minh 3 đường thẳng MQ, NP, BD đồng quy.

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ và hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAD , M là trung điểm của SB .

- Tìm giao điểm N của MG và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Chứng minh ba điểm C, D, N thẳng hàng và D là trung điểm của CN .

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là trung điểm của SC .

- Xác định giao tuyến của (ABM) và (SCD) .
- Gọi N là trung điểm của BO . Xác định giao điểm I của (AMN) với SD . Chứng minh $\frac{SI}{ID} = \frac{2}{3}$.
Tìm thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (AMN) .

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SC và SA , E là trọng tâm của tam giác ABC .

- Tìm giao điểm I của SD và mặt phẳng (AME) . Chứng minh $EI \parallel SB$.
- Tìm giao điểm H của SD và mặt phẳng (MNE) .
- Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNE) .

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và SC .

- Tìm giao điểm K của đường thẳng MN với mặt phẳng (SBD) . Tính tỉ số $\frac{KM}{KN}$.
- Gọi E là trung điểm của SA . Tìm giao điểm F của SD và mặt phẳng (EMN) . Chứng minh tứ giác $MEFN$ là hình thang.
- Tìm thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (EMN) .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 1. Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu mặt phẳng chứa tất cả các đỉnh của tứ giác $ABCD$?

- (A) 1. (B) 3. (C) 0. (D) 2.

Câu 2. Hình chóp lục giác có bao nhiêu mặt?

- (A) 10. (B) 6. (C) 8. (D) 7.

Câu 3. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- (A) Một điểm và một đường thẳng. (B) Hai đường thẳng cắt nhau.
(C) Bốn điểm phân biệt. (D) Ba điểm phân biệt.

Câu 4. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A) Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.
(B) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có vô số điểm chung khác nữa.
(C) Nếu ba điểm phân biệt cùng thuộc hai mặt phẳng phân biệt thì chúng thẳng hàng.
(D) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung duy nhất.

Câu 5. Cho 5 điểm A, B, C, D, E trong đó không có 4 điểm nào đồng phẳng. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tạo bởi 3 trong 5 điểm đã cho?

- (A) 10. (B) 14. (C) 12. (D) 8.

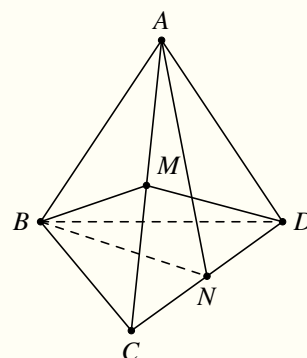
Câu 6. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) Qua 3 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
(B) Qua 4 điểm phân biệt bất kì có duy nhất một mặt phẳng.
(C) Qua 2 điểm phân biệt có duy nhất một mặt phẳng.
(D) Qua 3 điểm không thẳng hàng có duy nhất một mặt phẳng.

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) là

- (A) đường thẳng BG (G là trọng tâm tam giác ACD).
(B) đường thẳng AH (H là trực tâm tam giác ACD).
(C) đường thẳng MN .
(D) đường thẳng AM .



Câu 8. Thiết diện của hình chóp tứ giác (cắt bởi một mặt phẳng) **không** thể là hình nào dưới đây?

- (A) Tứ giác. (B) Tam giác. (C) Ngũ giác. (D) Lục giác.

Câu 9. Cho 4 điểm không đồng phẳng A, B, C, D . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của AD và B . Giao tuyến của (IBC) và (KAD) là

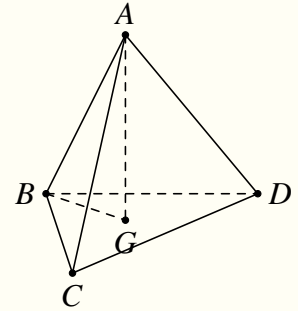
- (A) IK . (B) DK . (C) AK . (D) BC .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SB . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) $IJCD$ là hình thang. (B) $(SAB) \cap (IBC) = IB$.
(C) $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$). (D) $(SBD) \cap (JCD) = J$.

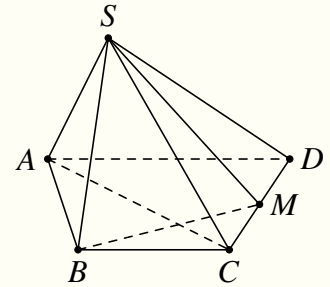
Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- (A) AH (H là hình chiếu của B trên CD).
(B) AM (M là trung điểm của AB).
(C) AK (K là hình chiếu của C trên BD).
(D) AN (N là trung điểm của CD).



Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm CD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là

- (A) SJ (J là giao điểm của AM và BD).
(B) SI (I là giao điểm của AC và BM).
(C) SO (O là giao điểm của AC và BD).
(D) SP (P là giao điểm của AB và CD).

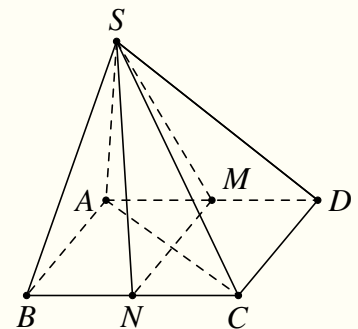


Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
(B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
(C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.
(D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là

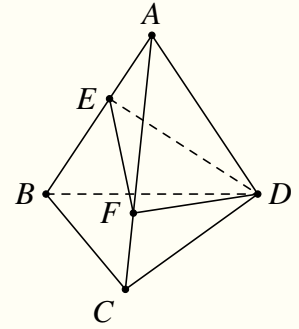
- (A) SG (G là trung điểm AB).
(B) SD .
(C) SO (O là tâm hình bình hành $ABCD$).
(D) SF (F là trung điểm CD).



Câu 15. Cho điểm A không nằm trên mặt phẳng (α) chứa tam giác BCD .

Lấy E, F là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AB, AC . Khi EF và BC cắt nhau tại I thì I không phải là điểm chung của hai mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (BCD) và (ABC) . (B) (BCD) và (ABD) .
(C) (BCD) và (AEF) . (D) (BCD) và (DEF) .



Câu 16. Cho tứ diện $SABC$. Gọi L, M, N lần lượt là các điểm trên các cạnh SA, SB và AC sao cho LM không song song với AB, LN không song song với SC . Mặt phẳng (LMN) cắt các cạnh AB, BC, SC lần lượt tại K, I, J . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- (A) M, K, J . (B) N, I, J . (C) K, I, J . (D) M, I, J .

Câu 17. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Mặt phẳng (α) qua MN cắt AD, BC lần lượt tại P và Q . Biết MP cắt NQ tại I . Ba điểm nào sau đây thẳng hàng?

- (A) I, B, D . (B) I, A, C . (C) I, C, D . (D) I, A, B .

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC . Trên đường thẳng CD lấy điểm M nằm ngoài đoạn CD . Thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (HKM) là

- (A) Tam giác HKL với $L = KM \cap BD$.
(B) Hình thang $HKMN$ với $N \in AD$ và $HK \parallel MN$.
(C) Tam giác HKL với $L = HM \cap AD$.
(D) Tứ giác $HKMN$ với $N \in AD$.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD , I là điểm ở trên đoạn thẳng AG, BI cắt mặt phẳng (ACD) tại J . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) J là trung điểm của AM . (B) $AM = (ACD) \cap (ABG)$.
(C) A, J, M thẳng hàng. (D) $DJ = (ACD) \cap (BDJ)$.

Câu 20. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của AB và CD ; G là trọng tâm tam giác BCD . Giao điểm của đường thẳng EG và mặt phẳng (ACD) là

- (A) Giao điểm của đường thẳng EG và CD . (B) Giao điểm của đường thẳng EG và AC .
(C) Giao điểm của đường thẳng EG và AF . (D) Điểm F .

Câu 21. Cho tứ giác $ABCD$ có AC và BD giao nhau tại O và một điểm S không thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Trên đoạn SC lấy một điểm M không trùng với S và C . Giao điểm của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) là

- (A) Giao điểm của SD và BK (với $K = SO \cap AM$).
(B) Giao điểm của SD và AB .

Ⓒ Giao điểm của SD và MK (với $K = SO \cap AM$).

Ⓓ Giao điểm của SD và AM .

Câu 22. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài các cạnh bằng $2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AC, BC , P là trọng tâm tam giác BCD . Mặt phẳng (MNP) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

Ⓐ $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ⓑ $\frac{a^2\sqrt{11}}{2}$.

Ⓒ $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Ⓓ $\frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

Câu 23. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Mặt phẳng (GCD) cắt tứ diện theo một thiết diện có diện tích là

Ⓐ $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Ⓑ $\frac{a^2\sqrt{2}}{6}$.

Ⓒ $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Ⓓ $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi E, F, G là các điểm lần lượt thuộc các cạnh AB, AC, BD sao cho EF cắt BC tại I, EG cắt AD tại H . Ba đường thẳng nào sau đây đồng quy?

Ⓐ CD, EF, EG .

Ⓑ AC, IG, BD .

Ⓒ CD, IG, HF .

Ⓓ AB, IG, HF .

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

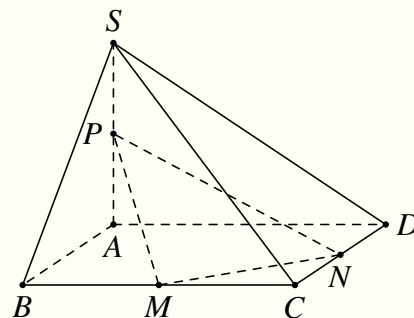
Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SA . Mặt phẳng (MNP) cắt hình chóp theo thiết diện là hình

Ⓐ Tam giác.

Ⓑ Lục giác.

Ⓒ Ngũ giác.

Ⓓ Tứ giác.



—HẾT—

Bài 2

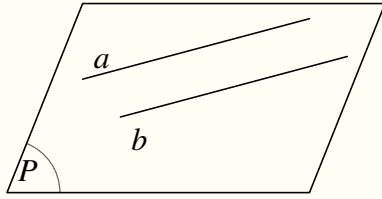
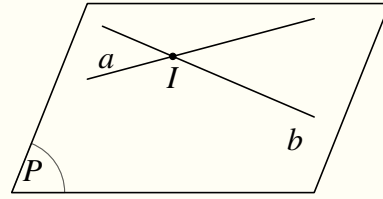
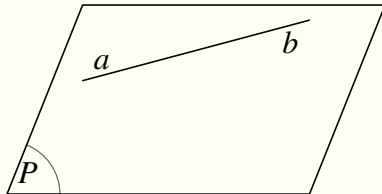
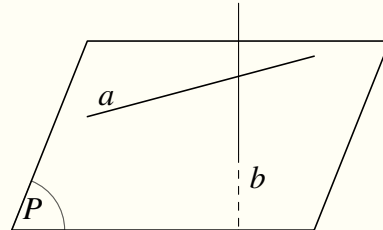
HAI ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG, HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

A.

KIẾN THỨC CẦN NHỚ



1. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

 a song song với b  a cắt b tại giao điểm I  a trùng b  a và b chéo nhau

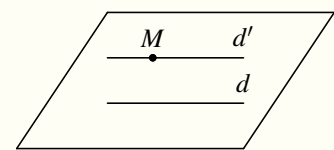
Cho hai đường thẳng a và b phân biệt.

- Khi kiểm tra hai đường thẳng a và b **song song** hay **cắt nhau** thì trước tiên chúng phải đồng phẳng (cùng thuộc một mặt phẳng nào đó)
- Khi a và b không đồng phẳng (không có mặt phẳng nào chứa được a và b) thì ta nói a và b chéo nhau.

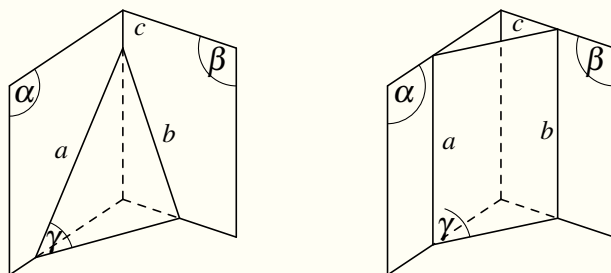
2. Các định lý quan trọng

● Định lý 2.1.

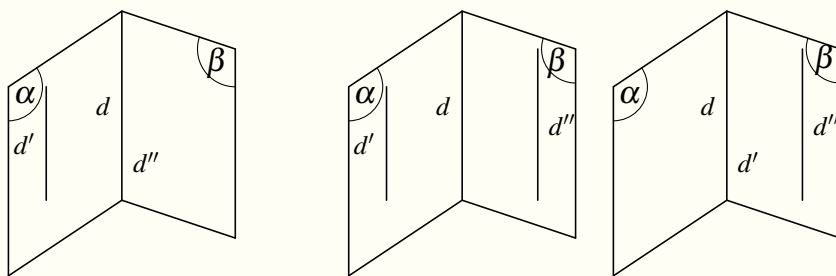
Trong không gian, qua một điểm không nằm trên đường thẳng cho trước, có một và chỉ một đường thẳng song song với đường thẳng đã cho.



● Định lý 2.2. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến phân biệt thì ba giao tuyến đó hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

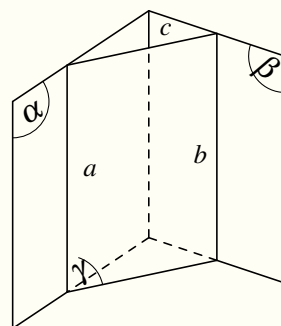


❖ **Hệ quả 2.1.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.



● Định lý 2.3.

Hai đường thẳng phân biệt cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau



B. PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN



Dạng 2.5. Chứng minh hai đường thẳng song song

Ví dụ 1

Cho tứ diện $ABCD$ có I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC và ABD . Chứng minh rằng $IJ \parallel CD$.

Ví dụ 2

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm của AB, CD, BC, AD, AC, BD . Chứng minh $MPNQ$ là hình bình hành. Từ đó suy ra ba đoạn thẳng MN, PQ, RS cắt nhau tại trung điểm G của mỗi đoạn.

Dạng 2.6. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau

Ví dụ 1

Cho tứ diện $ABCD$. Trên AB, AC lần lượt lấy M, N sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (DBC) và (DMN) .

Ví dụ 2

Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BD ; G là trọng tâm tam giác ABC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (MNG) .

Ví dụ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA . Điểm E, F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

a) Tìm $(SAB) \cap (SCD)$.

b) Tìm $(MBC) \cap (SAD)$.

c) Tìm $(MEF) \cap (SAC)$.

d) Tìm $AD \cap (MEF)$.

e) Tìm $SD \cap (MEF)$.

f) Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi (MEF) .

Ví dụ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$. Mặt đáy là hình thang có cạnh đáy lớn AD , AB cắt CD tại điểm K . Gọi M là điểm nằm trên cạnh SD .

- Tìm $d = (SAD) \cap (SBC)$ và $N = KM \cap (SBC)$.
- Chứng minh rằng AM , BN và d đồng qui.

Dạng 2.7. Thiết diện cắt bởi mặt phẳng chứa một đường thẳng song song với một đường thẳng cho trước.

Ví dụ 1

Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh bằng nhau và bằng $6a$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AC và BC . Gọi K là một điểm trên cạnh BD với $KB = 2KD$.

- Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJK) . Chứng minh thiết diện là hình thang cân.
- Tính diện tích thiết diện theo a .

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AD và BC ; G là trọng tâm của tam giác SAB .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) .
- Tìm điều kiện của AB và CD để thiết diện của $IN \parallel (ABC)$ và hình chóp là một hình bình hành.

Ví dụ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB . Gọi M, N theo thứ tự là trọng tâm của các tam giác SCD và SAB .

- Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng (ABM) và (SCD) ; (SMN) và (ABC) .
- Chứng minh $MN \parallel (ABC)$.

Bài 6. Cho tứ diện $SABC$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và AB , G là một điểm trên cạnh AC . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau

- a) (*SAC*) và (*EFC*); b) (*SAC*) và (*EFG*).

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có O là tâm của hình bình hành $ABCD$, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $SM = 2MA$, N là trung điểm của AD .

- Tìm giao tuyến của mặt phẳng (SAD) và (MBC).
- Tìm giao điểm I của SB và (CMN), giao điểm J của SA và (ICD).
- Chứng minh ba đường thẳng ID , JC , SO đồng quy tại E . Tính tỉ số $\frac{SE}{SO}$.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi M, N, P lần lượt thuộc các đoạn SA, AD, BC sao cho $MA = 2MS, NA = 2ND, PC = 2PB$.

- Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau: (SAD) và (SBC) , (SAC) và (SBD) .
- Xác định giao điểm Q của SB với (MNP) .
- Gọi K là trung điểm của SD . Chứng minh $CK = (MQK) \cap (SCD)$.

Bài 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là một điểm trên cạnh SC .

- a) Tìm giao điểm N của đường thẳng SD với mặt phẳng (ABM) . Tứ giác $ABMN$ là hình gì?
- b) Giả sử $I = AN \cap BM$. Chứng minh I thuộc một đường thẳng cố định khi M chạy trên cạnh SC .

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD , N là trung điểm SG . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ABN) và (SCD) .

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng SA, AC và P là điểm nằm trên cạnh AB sao cho $BP = 3AP$.

- a) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBC) .
- b) Gọi E, F là hai điểm nằm trong hai tam giác SAD và SBC . Tìm giao điểm của đường thẳng EF với mặt phẳng (MNP) .

Bài 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các cạnh BC và BD ; E là một điểm thuộc cạnh AD (E khác A và D).

- Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJE).
- Tìm vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình bình hành.
- Tìm điều kiện của tứ diện $ABCD$ và vị trí của điểm E trên AD sao cho thiết diện là hình thoi.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 1. Hai đường thẳng không có điểm chung thì

- ☐ A chéo nhau.
 ☐ B song song.
- ☐ C cắt nhau.
 ☐ D chéo nhau hoặc song song.

Câu 2. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì

- ☐ A chéo nhau.
 ☐ B có điểm chung.
- ☐ C cắt nhau hoặc chéo nhau.
 ☐ D không có điểm chung.

Câu 3. Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến d . Đường thẳng a nằm trên (P) và đường thẳng b nằm trên (Q) . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

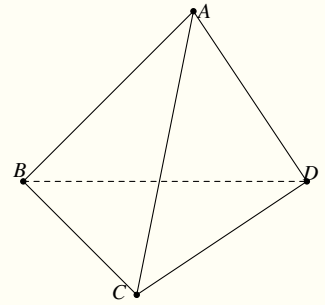
- (A) Nếu a cắt (Q) tại điểm I thì I phải nằm trên d .
 (B) Nếu b cắt (P) thì b phải trùng với d .
 (C) Nếu a và b có điểm chung thì a trùng với b .
 (D) Nếu b cắt (P) thì b phải trùng với a .

Câu 4. Cho đường thẳng a cắt mặt phẳng (P) tại điểm A . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Mọi đường thẳng nằm trong (P) đều chéo với a .
 (B) Mọi đường thẳng nằm trong (P) đều cắt a .
 (C) Mọi đường thẳng nằm trong (P) hoặc chéo với a , hoặc cắt a .
 (D) Mọi đường thẳng nằm trong (P) đều không cắt a .

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N là hai điểm phân biệt nằm trên đường thẳng AB , M' và N' là hai điểm phân biệt nằm trên đường thẳng CD . Các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai đường thẳng MM' và NN' có thể cắt nhau.
- (B) Hai đường thẳng MM' và NN' có thể song song với nhau.
- (C) Hai đường thẳng MM' và NN' hoặc cắt nhau hoặc song song với nhau.
- (D) Hai đường thẳng MM' và NN' chéo nhau.



Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$, lấy M, N lần lượt là trung điểm của CD, AB . Khi đó, xác định vị trí tương đối giữa hai đường thẳng BC và MN .

- (A) Chéo nhau.
- (B) Có hai điểm chung.
- (C) Song song.
- (D) Cắt nhau.

Câu 7. Cho tứ diện $MNPQ$. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là đúng?

- (A) $MN \parallel PQ$.
- (B) MN cắt PQ .
- (C) MN và PQ đồng phẳng.
- (D) MN và PQ chéo nhau.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SC sao cho $SM = 3MC$, N là giao điểm của SD và (MAB) . Khi đó tứ giác $ABMN$ là hình gì?

- (A) Tứ giác không có cặp cạnh nào song song.
- (B) Hình vuông.
- (C) Hình thang.
- (D) Hình bình hành.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang $AB \parallel CD$. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (ASB) và (SCD) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

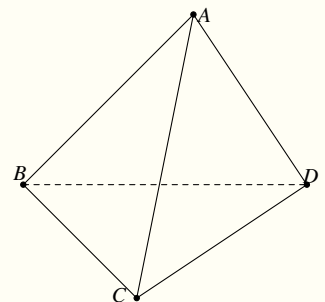
- (A) $d \parallel AB$.
- (B) d cắt AB .
- (C) d cắt AD .
- (D) d cắt CD .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi G, E lần lượt là trọng tâm các tam giác SAD và SCD . Lấy M, N lần lượt là trung điểm AB, BC . Khi đó ta có:

- (A) GE và MN trùng nhau.
- (B) GE và MN chéo nhau.
- (C) GE và MN song song với nhau.
- (D) GE cắt BC .

Câu 11. Cho tứ diện $ABCD$ có P, Q lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và BCD . Xác định giao tuyến của mặt phẳng (ABQ) và mặt phẳng (CDP) .

- (A) Giao tuyến là đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và CD .
- (B) Giao tuyến là đường thẳng đi qua trung điểm hai cạnh AB và AD .
- (C) Giao tuyến là đường thẳng PQ .
- (D) Giao tuyến là đường thẳng QA .



Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I và J theo thứ tự là trung điểm của AD và AC , G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GIJ) và (BCD) là đường thẳng

- (A) qua J và song song với BD . (B) qua G và song song với BC .
(C) qua I và song song với AB . (D) qua G và song song với CD .

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi (ACI) lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- (A) đường thẳng qua S và song song với AB . (B) đường thẳng qua G và song song với DC .
(C) SC . (D) đường thẳng qua G và cắt BC .

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J, E, F lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào không song song với IJ ?

- (A) DC . (B) AB . (C) AD . (D) EF .

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) d qua S và song song với DC . (B) d qua S và song song với BD .
(C) d qua S và song song với BC . (D) d qua S và song song với AB .

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng AB . P, Q là hai điểm phân biệt cùng thuộc đường thẳng CD . Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng MP, NQ .

- (A) $MP \parallel NQ$. (B) MP cắt NQ . (C) $MP \equiv NQ$. (D) MP, NQ chéo nhau.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I là trung điểm SA . Thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (IBC) là

- (A) Tứ giác $IBCD$. (B) Hình thang $IBCJ$ (J là trung điểm SD).
(C) Hình thang $IGBC$ (G là trung điểm SB). (D) Tam giác IBC .

Câu 18. Cho tứ diện $ABCD$, M và N lần lượt là trung điểm AB và AC . Mặt phẳng (α) qua MN cắt tứ diện $ABCD$ theo thiết diện là đa giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) T là hình chữ nhật.
(B) T là hình thoi.
(C) T là tam giác hoặc hình thang hoặc hình bình hành.
(D) T là tam giác.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AB đáy nhỏ CD . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SB . Gọi P là giao điểm của SC và (AND) . Gọi I là giao điểm của AN và DP . Hỏi tứ giác $SABI$ là hình gì?

- (A) Hình bình hành. (B) Hình thoi. (C) Hình vuông. (D) Hình chữ nhật.

Câu 20. Cho hai hình vuông $ABCD$ và $CDIS$ không thuộc một mặt phẳng và cạnh bằng 4. Biết tam giác SAC cân tại S , $SB = 8$. Thiết diện của mặt phẳng (ACI) và hình chóp $S.ABCD$ có diện tích bằng

(A) $8\sqrt{2}$.

(B) $6\sqrt{2}$.

(C) $9\sqrt{2}$.

(D) $10\sqrt{2}$.

—HẾT—

Bài 3

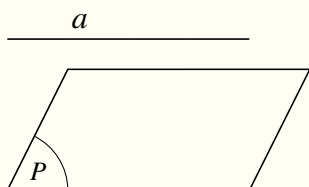
ĐƯỜNG THẲNG SONG SONG VỚI MẶT PHẶNG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

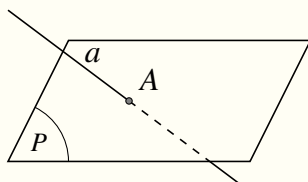
1. Vị trí tương đối của đường thẳng với mặt phẳng

Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Căn cứ vào số điểm chung của đường thẳng và mặt phẳng ta có ba trường hợp sau:

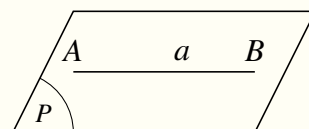
- Đường thẳng a và mặt phẳng (P) không có điểm chung, tức là: $a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a \parallel (P)$.
- Đường thẳng a và mặt phẳng (P) chỉ có một điểm chung, tức là: $a \cap (P) = A \Leftrightarrow a$ cắt (P) tại A .
- Đường thẳng a và mặt phẳng (P) có hai điểm chung, tức là: $a \cap (P) = \{A, B\} \Leftrightarrow a \subset (P)$.



$$a \cap (P) = \emptyset \Leftrightarrow a \parallel (P).$$

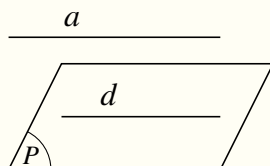


$$a \cap (P) = \{A\} \Leftrightarrow a \text{ cắt } (P).$$



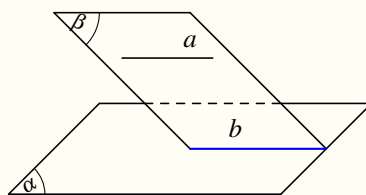
$$a \cap (P) = \{A, B\} \Leftrightarrow a \subset (P).$$

2. Các định lý, hệ quả

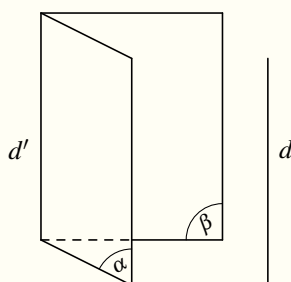


Định lý 3.1. Nếu đường thẳng a không nằm trong mặt phẳng (P) và song song với một đường thẳng nào đó trong (P) thì a song song với (P) .

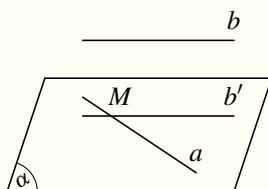
Tức là, $a \not\subset (P)$ thì nếu: $a \parallel d \subset (P) \Rightarrow a \parallel (P)$.



🔵 **Định lí 3.2.** Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a .



🔷 **Hệ quả 3.1.** Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.



🔵 **Định lí 3.3.** Cho hai đường thẳng chéo nhau. Có duy nhất một mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng kia.

B. PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN



📄 Dạng 3.8. Chứng minh đường thẳng a song song với mặt phẳng (P)

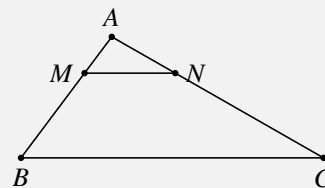
Ta cần chứng tỏ các ý sau:

- a không nằm trên (P) ;
- a song song với một đường thẳng b nằm trong (P) . Suy ra $a \parallel (P)$.

$$\text{hay } \begin{cases} a \not\subset (P) \\ a \parallel b \Rightarrow a \parallel (P) \\ b \subset (P) \end{cases}$$

Chú ý: Việc chứng minh $a \parallel b$, ta thường đi đến việc xét các yếu tố song song đã biết trong hình học phẳng như

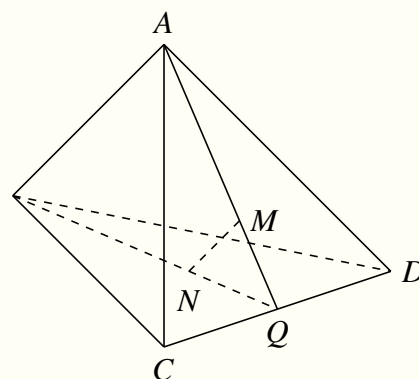
- ① Cặp cạnh đối của hình bình hành;
- ② Đường trung bình trong tam giác;
- ③ Tỷ lệ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow MN \parallel BC$ (hình bên).



Ví dụ 1



Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD và BCD . Chứng minh rằng MN song song với các mặt phẳng (ABC) và (ABD) .



Ví dụ 2



Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD .

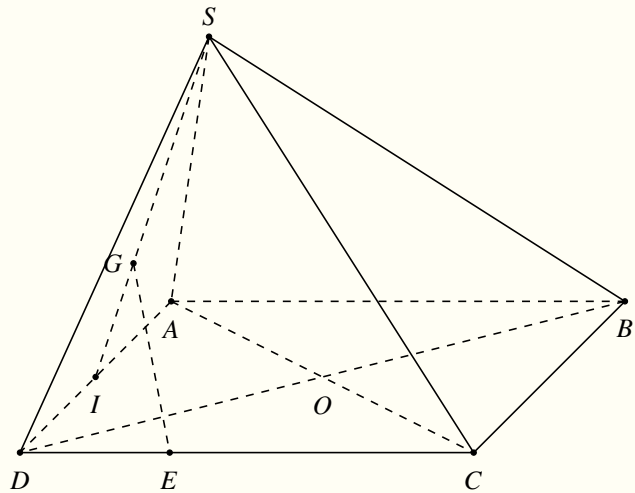
- a) Chứng minh MN song song với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) .
- b) Gọi E là trung điểm của SA . Chứng minh SB và SC đều song song với mặt phẳng (MNE) .

Ví dụ 3



Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Gọi G là trọng tâm tam giác SAD và E là điểm trên cạnh DC sao cho $DC = 3DE$, I là trung điểm AD .

- a) Chứng minh $OI \parallel (SAB)$ và $OI \parallel (SCD)$.
- b) Tìm giao điểm P của IE và (SBC) . Chứng minh $GE \parallel (SBC)$.



Dạng 3.9. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng cắt nhau

 Các phương pháp đã học ở hai bài trước

- ① Tìm hai điểm chung phân biệt. Khi đó giao tuyến là đường thẳng đi qua hai điểm chung đó.
- ② Nếu hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó.

 Ta xét thêm một trong hai cách sau:

- ① Nếu đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) . Nếu mặt phẳng (β) chứa a và cắt (α) theo giao tuyến b thì b song song với a .

$$\text{hay } \begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \subset (\beta) \\ M \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow (P) \cap (\beta) = Mx \parallel a$$

- ② Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một đường thẳng thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với đường thẳng đó.

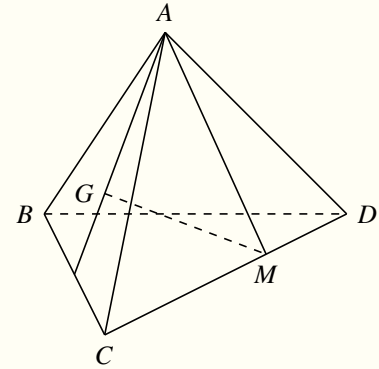
$$\text{hay } \begin{cases} a \parallel (\alpha) \\ a \parallel (\beta) \\ M \in (\alpha) \cap (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (\beta) = Mx \parallel a$$

Ví dụ 1



Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm $\triangle ABC$, $M \in CD$ với $MC = 2MD$.

- Chứng minh $MG \parallel (ABD)$.
- Tìm $(ABD) \cap (BGM)$.

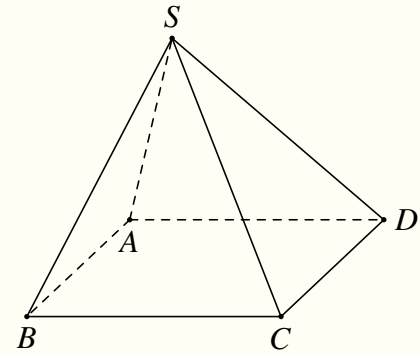


Ví dụ 2



Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, K lần lượt là trung điểm của BC và CD .

- Tìm giao tuyến của (SIK) và (SAC) , (SIK) và (SBD) .
- Gọi M là trung điểm của SB . Chứng minh $SD \parallel (ACM)$.
- Tìm giao điểm F của DM và (SIK) . Tính tỉ số $\frac{MF}{MD}$.

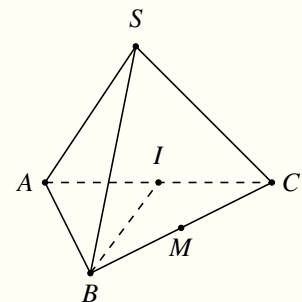


Dạng 3.10. Tìm thiết diện cắt bởi mặt phẳng song song với một đường thẳng cho trước

Ví dụ 1



Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, I lần lượt là trung điểm của BC, AC . Mặt phẳng (P) đi qua điểm M , song song với BI và SC . Xác định trên hình vẽ các giao điểm của (P) với các cạnh AC, SA, SB . Từ đó suy ra thiết diện của (P) cắt hình chóp.

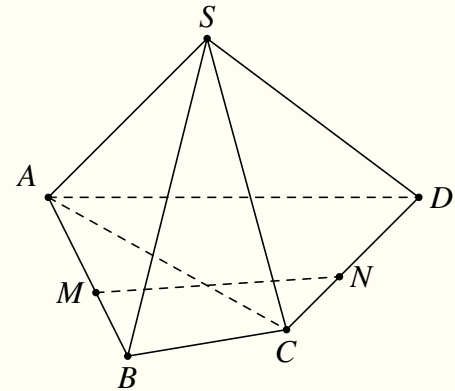


Ví dụ 2



Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M, N thuộc cạnh AB, CD . Gọi (α) là mặt phẳng qua MN và song song với SA .

- Tìm thiết diện của (α) với hình chóp.
- Tìm điều kiện của MN để thiết diện là hình thang.

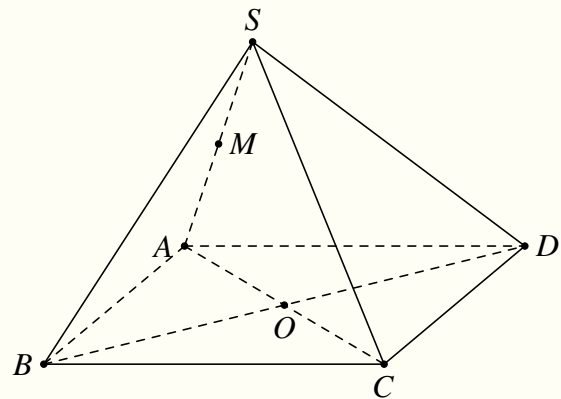


Ví dụ 3



Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, O là giao điểm của AC và BD , M là trung điểm của SA .

- Chứng minh $OM \parallel (SCD)$.
- Gọi (α) là mặt phẳng đi qua M , đồng thời song song với SC và AD . Tìm thiết diện của mặt phẳng (α) với hình chóp $S.ABCD$.



C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Chứng minh rằng:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| a) $BC \parallel (SAD)$. | b) $AD \parallel (SBC)$. | c) $MN \parallel (ABCD)$. |
| d) $MN \parallel (SBC)$. | e) $MO \parallel (SCD)$. | f) $NO \parallel (SBC)$. |

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB và CD .

- Chứng minh $MN \parallel (SBC)$ và $MN \parallel (SAD)$.

b) Gọi P là trung điểm cạnh SA . Chứng minh $SB \parallel (MNP)$ và $SC \parallel (MNP)$.

c) Gọi G, I là trọng tâm của tam giác ABC và SBC . Chứng minh $GI \parallel (MNP)$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang đáy lớn AB , với $AB = 2CD$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là trung điểm của SA , G là trọng tâm của tam giác SBC và E là một điểm trên cạnh SD sao cho $3SE = 2SD$. Chứng minh:

a) $DI \parallel (SBC)$.

b) $GO \parallel (SCD)$.

c) $SB \parallel (ACE)$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N là trung điểm của các cạnh AB, AD . Gọi I, J thuộc SM, SN sao cho $\frac{SI}{SM} = \frac{SJ}{SN} = \frac{2}{3}$. Chứng minh

a) $MN \parallel (SBD)$.

b) $IJ \parallel (SBD)$.

c) $SC \parallel (IJO)$.

Bài 5. Cho tứ diện $ABCD$, G là trọng tâm của tam giác ABD và I là điểm trên cạnh BC sao cho $BI = 2IC$. Chứng minh $IG \parallel (ACD)$.

Bài 6. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G và P lần lượt là trọng tâm của tam giác ACD và ABC . Chứng minh rằng $GP \parallel (BCD)$, $GP \parallel (ABD)$.

Bài 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , M là một điểm trên đoạn IJ . Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với AB và CD .

a) Tìm giao tuyến của mặt phẳng (P) và (ICD) .

b) Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (P) . Thiết diện là hình gì?

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi K và J lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và SBC .

a) Chứng minh $KJ \parallel (SAB)$.

b) Gọi (P) là mặt phẳng chứa KJ và song song với AD . Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (P) .

Bài 9. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ACD và BCD . Chứng minh rằng $G_1G_2 \parallel (ABC)$ và $G_1G_2 \parallel (ABD)$.

Bài 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của $\triangle SAB$, I là trung điểm AB , lấy điểm M trong đoạn AD sao cho $AD = 3AM$.

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) .
- Đường thẳng qua M và song song với AB cắt CI tại N . Chứng minh $NG \parallel (SCD)$.
- Chứng minh $MG \parallel (SCD)$.

Bài 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD và $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là trọng tâm của tam giác SCD .

- Chứng minh $OG \parallel (SBC)$.
- Cho M là trung điểm của SD . Chứng minh $CM \parallel (SAB)$.
- Gọi I là điểm trên cạnh SC sao cho $2SC = 3SI$. Chứng minh $SA \parallel (BDI)$.

Bài 12. Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SB .

- Chứng minh $BD \parallel (MNP)$.
- Tìm giao điểm của (MNP) với BC .
- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBD) .
- Tìm thiết diện của hình chóp với (MNP) .

Bài 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm thuộc BC sao cho $MC = 2MB$. Gọi N, P lần lượt trung điểm của BD và AD .

- Chứng minh $NP \parallel (ABC)$.
- Tìm giao điểm Q của AC với (MNP) và tính $\frac{QA}{QC}$. Suy ra thiết diện của hình chóp bị cắt bởi (MNP) .
- Chứng minh $MG \parallel (ABD)$, với G là trọng tâm của tam giác ACD .

Bài 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành.

- Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) ; (SAB) và (SCD) .
- Một mặt phẳng qua BC và song song với AD cắt SA tại E , ($E \neq S, E \neq A$), cắt SD tại F , ($F \neq S, F \neq D$). Tứ giác $BEFC$ là hình gì?
- Gọi M thuộc đoạn AD sao cho $AD = 3AM$ và G là trọng tâm tam giác SAB , I là trung điểm AB . Đường thẳng qua M và song song AB cắt CI tại N . Chứng minh $NG \parallel (SCD)$ và $MG \parallel (SCD)$.

Bài 15. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy điểm M trên cạnh AB sao cho $AM = 2MB$. Gọi G là trọng tâm $\triangle BCD$ và I là trung điểm CD , H là điểm đối xứng của G qua I .

- Chứng minh $GD \parallel (MCH)$.
- Tìm giao điểm K của MG với (ACD) . Tính tỉ số $\frac{GK}{GM}$.

Bài 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là trọng tâm $\triangle SAB$, trên AD lấy điểm E sao cho $AD = 3AE$. Gọi M là trung điểm AB .

- Chứng minh $EG \parallel (SCD)$.
- Đường thẳng qua E song song AB cắt MC tại F . Chứng minh $GF \parallel (SCD)$.
- Gọi I là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CI = 2ID$. Chứng minh $GO \parallel (SAI)$.

Bài 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC và N là trọng tâm tam giác ABC .

- Chứng minh $SB \parallel (AMN)$.
- Tìm giao tuyến (AMN) và (SAB) .
- Tìm giao điểm I của SD với (AMN) . Tính tỉ số $\frac{IS}{ID}$.
- Gọi Q là trung điểm của ID . Chứng minh $QC \parallel (AMN)$.

Bài 18. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, CD .

- Tìm giao tuyến của (SMD) và (SAB) .
- Tìm giao tuyến của (SMN) và (SBD) .
- Gọi H là điểm trên cạnh SA sao cho $HA = 2HS$. Tìm giao điểm K của MH và (SBD) . Tính tỉ số $\frac{KH}{KM}$.
- Gọi G là giao điểm của BN và DM . Chứng minh $HG \parallel (SBC)$.

Bài 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với AD là đáy lớn và $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD , G là trọng tâm của tam giác SCD .

- Chứng minh $OG \parallel (SBC)$.
- Gọi M là trung điểm của cạnh SD . Chứng minh $CM \parallel (SAB)$.
- Giả sử điểm I trên đoạn SC sao cho $2SC = 3SI$. Chứng minh $SA \parallel (BID)$.
- Xác định giao điểm K của BG và mặt phẳng (SAC) . Tính tỉ số $\frac{KB}{KG}$.

Bài 20. Cho hình chóp $S.ABC$ Gọi M, P, I lần lượt là trung điểm của AB, SC, SB . Một mặt phẳng (α) qua MP và song song với AC và cắt các cạnh SA, BC tại N, Q .

- Chứng minh $BC \parallel (IMP)$.
- Xác định thiết diện của (α) với hình chóp. Thiết diện này là hình gì?
- Tìm giao điểm của đường thẳng CN và mặt phẳng (SMQ) .

Bài 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Gọi M, N, I , lần lượt là trung điểm của AD, BC, SA .

- Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (IMN) và (SAC) ; (IMN) và (SAB) .
- Tìm giao điểm của SB và (IMN) .
- Tìm thiết diện của mặt phẳng (IDN) với hình chóp $S.ABCD$.

Bài 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi G là trọng tâm $\triangle SAB$; N là một điểm thuộc đoạn AC sao cho $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$; I là trung điểm của AB .

- Chứng minh $OI \parallel (SAD)$ và $GN \parallel SD$.
- Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O , song song với SA và BC . Mặt phẳng (α) cắt SB, SC lần lượt tại L và K . Xác định thiết diện cắt bởi mặt phẳng (α) với hình chóp.

Bài 23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi H, K lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và M là điểm thuộc cạnh CD , (M khác C và D).

- Tìm giao tuyến của (KAM) và (SBC) , (SBC) và (SAD) .
- Tìm thiết diện tạo bởi (HKO) với hình chóp $S.ABCD$. Thiết diện là hình gì?
- Gọi L là trung điểm đoạn HK . Tìm $I = OL \cap (SBC)$. Chứng minh $SI \parallel BC$.

Bài 24. Cho tứ diện $ABCD$, có M, N lần lượt là trung điểm của AB, BC và G là trọng tâm của tam giác ACD .

- Tìm giao điểm E của MG và (BCD) .
- Tìm $d = (MNG) \cap (BCD)$. Giả sử $d \cap CD = P$. Chứng minh $GP \parallel (ABC)$.
- Gọi (α) là mặt phẳng chứa MN và song song với AD . Tìm thiết diện của (α) với tứ diện.

Bài 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M thuộc cạnh SA thỏa mãn $3MA = 2MS$. Hai điểm E và F lần lượt là trung điểm của AB và BC .

- Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MEF) và (SAC) .
- Xác định giao điểm K của mặt phẳng (MEF) với cạnh SD . Tính tỉ số $\frac{KS}{KD}$.
- Tìm giao điểm I của MF với (SBD) . Tính tỉ số $\frac{IM}{IF}$.
- Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng (MEF) với hình chóp $S.ABCD$.

Bài 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N là trung điểm của SA, SD .

- Xác định giao điểm của NC và (OMD) .

b) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) qua MN và song song với SC .

Bài 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của SC , (P) là mặt phẳng qua AM và song song với BD .

- Xác định thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (P) .
- Gọi E, F lần lượt là giao điểm của (P) với cạnh SB và SD . Hãy tìm tỉ số diện tích của tam giác SME với diện tích tam giác SBC và tỉ số diện tích của tam giác SMF và diện tích tam giác SCD .
- Gọi K là giao điểm của ME và CB , J là giao điểm của MF và CD . Chứng minh ba điểm K, A, J nằm trên một đường thẳng song song với EF và tìm tỉ số $\frac{EF}{KJ}$.

Bài 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có G là trọng tâm $\triangle ABC$. Gọi M, N, P, Q, R, H lần lượt là trung điểm của SA, SC, CB, BA, QN, AG .

- Chứng minh rằng S, R, G thẳng hàng và $SG = 2MH = 4RG$.
- Gọi G' là trọng tâm $\triangle SBC$. Chứng minh rằng $GG' \parallel (SAB)$ và $GG' \parallel (SAC)$.

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 1. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$. Khi đó

- ☐ A $a \parallel (\alpha)$. ☐ B $a \subset (\alpha)$.
☐ C $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$. ☐ D a cắt (α) .

Câu 2. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- ☐ A Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
☐ B Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
☐ C Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .
☐ D Nếu b cắt (α) thì b cắt a .

Câu 3. Có bao nhiêu mặt phẳng song song với cả hai đường thẳng chéo nhau?

- ☐ A Vô số. ☐ B 1. ☐ C 2. ☐ D 3.

Câu 4. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

- ☐ A 3. ☐ B 1. ☐ C 2. ☐ D 4.

Câu 5. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha), b \subset (\alpha)$. Khi đó

- (A) $a \parallel b$. (B) a, b chéo nhau.
(C) a, b cắt nhau. (D) $a \parallel b$ hoặc a, b chéo nhau.

Câu 6. Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau a, b, c . Gọi (P) là mặt phẳng qua a , (Q) là mặt phẳng qua b sao cho giao tuyến của (P) và (Q) song song với c . Có nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng (P) và (Q) thỏa mãn yêu cầu trên?

- (A) Vô số mặt phẳng (P) và (Q) . (B) Một mặt phẳng (Q) , vô số mặt phẳng (P) .
(C) Một mặt phẳng (P) , vô số mặt phẳng (Q) . (D) Một mặt phẳng (P) , một mặt phẳng (Q) .

Câu 7. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .
(B) Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .
(C) Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
(D) Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).

Câu 8. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel (\alpha)$ và $b \parallel (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) a và b hoặc song song hoặc chéo nhau.
(B) a và b chéo nhau.
(C) a và b hoặc song song hoặc chéo nhau hoặc cắt nhau.
(D) a và b không có điểm chung.

Câu 9. Cho mặt phẳng (P) và hai đường thẳng song song a và b . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Các khẳng định A, B, C đều sai.
(B) Nếu (P) cắt a thì (P) cũng cắt b .
(C) Nếu (P) song song với a thì (P) cũng song song với b .
(D) Nếu (P) chứa a thì (P) cũng chứa b .

Câu 10. Cho $d \parallel (\alpha)$, mặt phẳng (β) qua d cắt (α) theo giao tuyến d' . Khi đó

- (A) d cắt d' . (B) $d \parallel d'$. (C) d và d' chéo nhau. (D) $d \equiv d'$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M và N là hai điểm trên SA, SB sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{1}{3}$. Vị trí tương đối giữa MN và $(ABCD)$ là

- (A) MN và $mp(ABCD)$ chéo nhau. (B) MN song song $mp(ABCD)$.
(C) MN nằm trên $mp(ABCD)$. (D) MN cắt $mp(ABCD)$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABD , Q thuộc cạnh AB sao cho $AQ = 2QB$, P là trung điểm của AB , M là trung điểm của BD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) Q thuộc mặt phẳng (CDP) . (B) QG cắt (BCD) .

Ⓒ $MP \parallel (BCD)$.

Ⓓ $GQ \parallel (BCD)$.

Câu 13. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $MN \parallel mp(SAB)$. Ⓑ $MN \parallel mp(SBC)$. Ⓒ $MN \parallel mp(ABCD)$. Ⓓ $MN \parallel mp(SCD)$.

Câu 14. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là một điểm nằm trong tam giác ABC , (α) là mặt phẳng đi qua H song song với AB và CD . Mệnh đề nào sau đây đúng về thiết diện của (α) với tứ diện?

- Ⓐ Thiết diện là hình bình hành. Ⓑ Thiết diện là hình chữ nhật.
Ⓒ Thiết diện là hình vuông. Ⓓ Thiết diện là hình thang cân.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt thuộc cạnh AD, BC sao cho $IA = 2ID$ và $JB = 2JC$. Gọi (P) là mặt phẳng qua IJ và song song với AB . Thiết diện của (P) và tứ diện $ABCD$ là

- Ⓐ Hình tam giác. Ⓑ Hình bình hành. Ⓒ Hình thang. Ⓓ Tam giác đều.

Câu 16. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S theo thứ tự là trung điểm của các cạnh AC, BD, AB, CD, AD, BC . Bốn điểm nào sau đây **không** đồng phẳng?

- Ⓐ M, N, P, Q . Ⓑ P, Q, R, S . Ⓒ M, P, R, S . Ⓓ M, R, S, N .

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M là điểm thuộc cạnh SA (không trùng với S hoặc A). (P) là mặt phẳng qua OM và song song với AD . Thiết diện của (P) và hình chóp là

- Ⓐ Hình thang. Ⓑ Hình tam giác. Ⓒ Hình chữ nhật. Ⓓ Hình bình hành.

Câu 18. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không cùng nằm trong một mặt phẳng. Gọi O, O_1 lần lượt là tâm của $ABCD, ABEF$. M là trung điểm của CD . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- Ⓐ $OO_1 \parallel (BEC)$. Ⓑ $OO_1 \parallel (EFM)$. Ⓒ MO_1 cắt (BEC) . Ⓓ $OO_1 \parallel (AFD)$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình thang cân đáy lớn AD . M, N lần lượt là hai trung điểm của AB và CD . (P) là mặt phẳng qua MN và cắt mặt bên (SBC) theo một giao tuyến. Thiết diện của (P) và hình chóp là

- Ⓐ Hình chữ nhật. Ⓑ Hình vuông. Ⓒ Hình thang. Ⓓ Hình bình hành.

Câu 20. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 10. M là điểm trên SA sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{2}{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua M song song với AB và CD , cắt hình chóp theo một tứ giác có diện tích là

- Ⓐ $\frac{16}{9}$. Ⓑ $\frac{4}{9}$. Ⓒ $\frac{20}{3}$. Ⓓ $\frac{400}{9}$.

—HẾT—

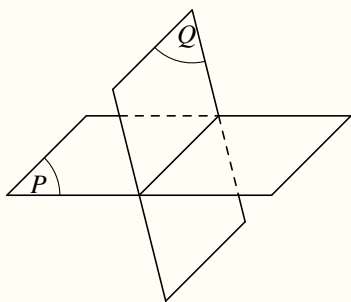
Bài 4 HAI MẶT PHẪNG SONG SONG

A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

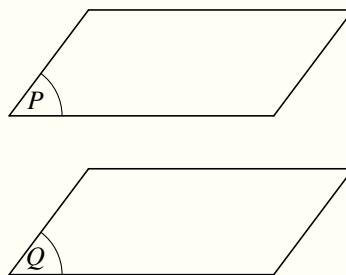
Cho hai mặt phẳng (P) và (Q) . Các khả năng có thể xảy ra:

- ① (P) và (Q) trùng nhau.
- ② (P) và (Q) có một điểm chung. Khi đó chúng sẽ có điểm chung khác nữa. Tập hợp tất cả các điểm chung đó gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) (**Hình 1**).
- ③ (P) và (Q) không có điểm chung. Khi đó ta nói (P) song song (Q) (**Hình 2**).
 - Kí hiệu $(P) \parallel (Q)$;
 - Khi $(P) \parallel (Q)$ và $a \subset (P)$ thì $a \parallel (Q)$.



Hình 1.

$(P), (Q)$ có 1 điểm chung: $(P) \cap (Q) = a$

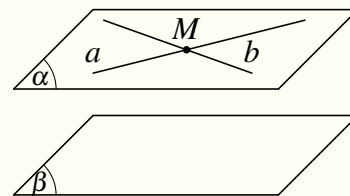


Hình 2.

$(P), (Q)$ không có điểm chung: $(P) \parallel (Q)$

2. Các định lí

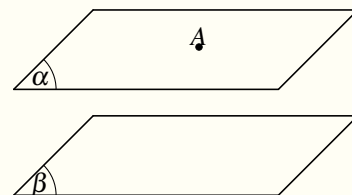
Định lí 4.1. Nếu mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b và a, b cùng song song với mặt phẳng (β) thì (α) song song với (β) .



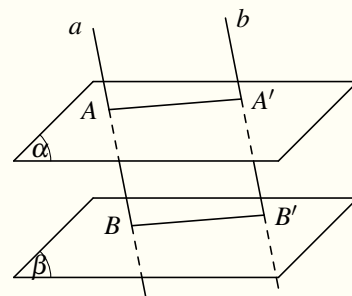
- Muốn chứng minh hai mặt phẳng song song, ta phải chứng minh có hai đường thẳng cắt nhau thuộc mặt phẳng này lần lượt song song với mặt phẳng kia.
- Muốn chứng minh đường thẳng $a \parallel (Q)$, ta chứng minh đường thẳng a nằm trong mặt phẳng

(P) và $(P) \parallel (Q)$.

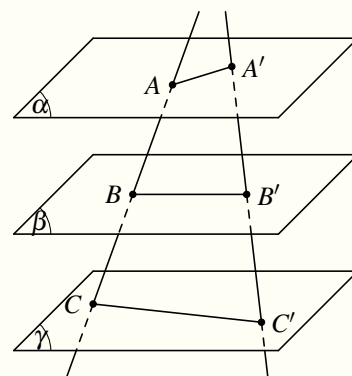
🔵 **Định lí 4.2.** Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có một và chỉ một mặt phẳng song song với mặt phẳng đã cho.



🔵 **Định lí 4.3.** Cho hai mặt phẳng song song. Nếu một mặt phẳng cắt mặt phẳng này thì cũng cắt mặt phẳng kia và hai giao tuyến song song với nhau.



🔵 **Định lí 4.4. Định lí Thales:** Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai cát tuyến bất kì những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.



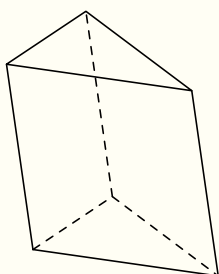
3. Hình lăng trụ và hình hộp

Định nghĩa: Cho hai mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\alpha')$. Trong (α) cho đa giác lồi $A_1A_2 \dots A_n$. Qua các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$ ta dựng các đường song song với nhau và cắt (α') tại $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$. Hình tạo thành bởi hai đa giác $A_1A_2 \dots A_n, A'_1A'_2 \dots A'_n$ cùng với các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ được gọi là *hình lăng trụ* và được ký hiệu bởi $A_1A_2 \dots A_n.A'_1A'_2 \dots A'_n$.

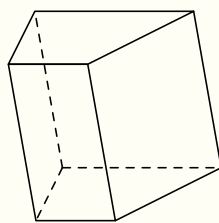
- Hai đa giác $A_1A_2 \dots A_n, A'_1A'_2 \dots A'_n$ được gọi là hai *mặt đáy* (bằng nhau) của hình lăng trụ.
- Các đoạn thẳng $A_1A'_1, A_2A'_2, \dots, A_nA'_n$ gọi là các *cạnh bên* của hình lăng trụ.
- Các hình bình hành $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ gọi là các *mặt bên* của hình lăng trụ.
- Các đỉnh của hai đa giác đáy gọi là các *đỉnh* của hình lăng trụ.

Tính chất:

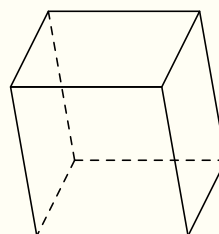
- Các cạnh bên của hình lăng trụ thì song song và bằng nhau.
- Các mặt bên của hình lăng trụ đều là hình bình hành.
- Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.
- Người ta gọi tên hình lăng trụ theo đáy của nó như sau:



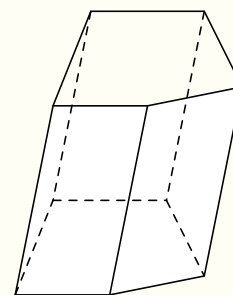
Lăng trụ tam giác



Lăng trụ tứ giác

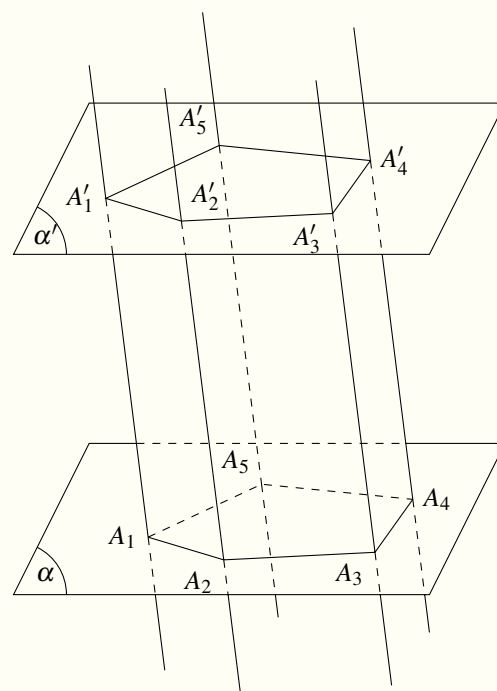


Hình hộp



Lăng trụ ngũ giác

- Hình lăng trụ có đáy là tam giác gọi là *hình lăng trụ tam giác*.
- Hình lăng trụ có đáy là hình bình hành gọi là *hình hộp*.

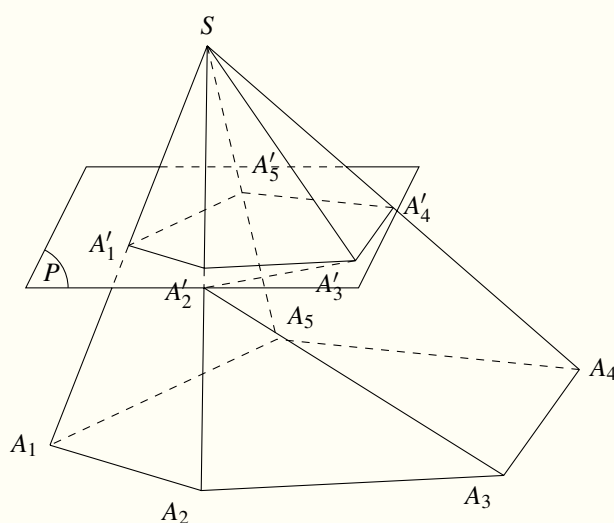


4. Hình chóp cắt

✍ Định nghĩa:

Cho hình chóp $S.A_1A_2 \dots A_n$. Một mặt phẳng (P) song song với mặt đáy của hình chóp và không đi qua đỉnh lần lượt cắt các cạnh $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$ tại $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$. Hình tạo thành bởi hai đa giác $A'_1A'_2 \dots A'_n, A_1A_2 \dots A_n$ và các tứ giác $A_1A_2A'_2A'_1, A_2A_3A'_3A'_2, \dots, A_nA_1A'_1A'_n$ gọi là *hình chóp cắt*.

- Đáy $A_1A_2 \dots A_n$ của hình chóp gọi là đáy lớn của hình chóp cắt.
- Thiết diện $A'_1A'_2 \dots A'_n$ của hình chóp và (P) gọi là đáy nhỏ của hình chóp cắt.
- Ta gọi tên hình chóp cắt theo đa giác đáy của nó (chóp cắt tam giác, tứ giác, ...).



✍ Tính chất:

- Hai đáy của hình chóp cắt là hai đa giác có các cạnh tương ứng song song và tỉ lệ giữa các cặp cạnh tương ứng bằng nhau.
- Các mặt bên là hình thang.
- Các đường thẳng chứa các cạnh bên đồng quy tại 1 điểm.

B. PHÂN LOẠI, PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN



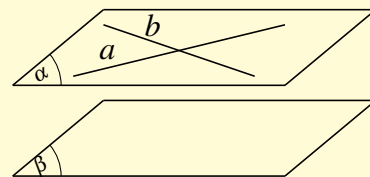
Dạng 4.11. Chứng minh hai mặt phẳng song song

Để chứng minh hai mặt phẳng song song, ta chứng minh:

• Phương pháp 1.

Trên mặt phẳng này có hai đường thẳng cắt nhau cùng song song với mặt phẳng còn lại.

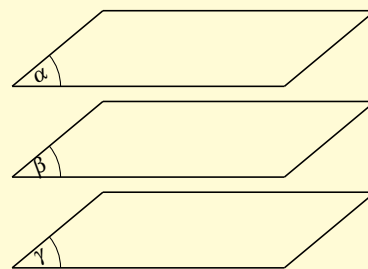
$$\begin{cases} a \subset (\alpha), b \subset (\alpha) \\ a \cap b = M \\ a \parallel (\beta), b \parallel (\beta) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta).$$



• Phương pháp 2.

Hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ 3.

$$\begin{cases} (\alpha) \neq (\beta) \\ (\alpha) \parallel (\gamma), (\beta) \parallel (\gamma) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \parallel (\beta).$$



Ví dụ 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O , gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD . Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Chứng minh rằng $(A'C'D') \parallel (ABCD)$.

Ví dụ 3

Cho hình chóp $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình thang mà $AD \parallel BC$ và $AD = 2BC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AD . Chứng minh: $(BMN) \parallel (SCD)$.

Ví dụ 4

Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ có chung cạnh AB và không đồng phẳng. Gọi I, J, K lần lượt là trung điểm AB, CD, EF . Chứng minh

a) $(ADF) \parallel (BCE)$.

b) $(DIK) \parallel (JBE)$.

Ví dụ 5

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, ACC', A'B'C'$. Chứng minh rằng $(IJK) \parallel (BCC'B')$ và $(A'JK) \parallel (AIB')$.

Ví dụ 6

Cho hai hình vuông $ABCD$ và $ABEF$ ở trong hai mặt phẳng phân biệt. Trên các đường chéo AC và BF lần lượt lấy các điểm M, N sao cho $AM = BN$. Các đường thẳng song song với AB vẽ từ M, N lần lượt cắt AD và AF tại M' và N' .

a) Chứng minh rằng $(ADF) \parallel (BCE)$.

b) Chứng minh rằng $(CDF) \parallel (MM'N'N)$.

Dạng 4.12. Chứng minh đường thẳng song song với mặt phẳng

Để chứng minh a song song (P) , ta thường sử dụng một trong hai cách sau

 **Cách 1.** (Đã xét ở bài học trước) Ta cần chứng tỏ các ý sau:

- a không nằm trên (P) ;
- a song song với một đường thẳng b nằm trong (P) . Suy ra $a \parallel (P)$.

$$\text{hay } \begin{cases} a \not\subset (P) \\ a \parallel b \\ b \subset (P) \end{cases} \Rightarrow a \parallel (P)$$

 **Cách 2.** Ta chứng minh đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (Q) và $(Q) \parallel (P)$ thì $a \parallel (P)$.

Ví dụ 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm các tam giác SAB, ABC, SBD . Gọi M là một điểm thuộc đường thẳng G_2G_3 . Chứng minh $G_1M \parallel (SBC)$.

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

- Chứng minh hai mặt phẳng (OMN) và (SBC) song song với nhau.
- Gọi I là trung điểm của SD , J là một điểm trên $(ABCD)$ và cách đều AB, CD . Chứng minh IJ song song với (SAB) .
- Giả sử hai tam giác SAD, ABC cân tại A . Gọi AE và AF lần lượt là các đường phân giác trong của tam giác ACD và SAB . Chứng minh EF song song với (SAD) .

Dạng 4.13. Giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt phẳng (β) biết (α) qua điểm A ; song song với mặt phẳng (γ) . Thiết diện.

$$\text{Sử dụng tính chất } \begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \Rightarrow a \parallel b \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{cases}$$

Ví dụ 1

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm H . Mặt phẳng (P) đi qua H và song song với (SAB) . Tìm giao tuyến của

- Mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) .

Ví dụ 2

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kỳ trên AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với (SBC) . Tìm giao tuyến của (α) với các mặt của hình

chóp.

Ví dụ 3

Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, A'D'$. Xác định giao tuyến của (MNP) và các mặt $(A'B'C'D')$, $(AA'B'B)$.

Ví dụ 4

Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O có $AC = a, BD = b$. Tam giác SBD là tam giác đều. Một mặt phẳng (α) di động song song với mặt phẳng (SBD) và đi qua điểm I trên đoạn AC .

- Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (α) .
- Tính diện tích thiết diện theo a, b và $x = AI$.

C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN



Bài 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và CD .

Chứng minh hai mặt phẳng (MNO) và (SBC) song song.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm SA, SB, SD và K, I là trung điểm của BC, OM .

- Chứng minh $(OMN) \parallel (SCD)$.
- Chứng minh $(PMN) \parallel (ABCD)$.
- Chứng minh $KI \parallel (SCD)$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD

- Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.
- Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm của AB, ON, SB . Chứng minh $PQ \parallel (SBC)$ và $(ROM) \parallel$

(SCD).

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N, E lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SC . Trên đoạn AM lấy điểm K . Mặt phẳng qua K song song với MNE cắt SB, AD lần lượt tại P, Q . Tìm giao tuyến của mặt phẳng (KPQ) và mặt phẳng (SAD) .

Bài 5. Cho hình chóp $SABC$ có G là trọng tâm tam giác ABC . Trên đoạn SA lấy hai điểm M, N sao cho $SM = MN = NA$.

- Chứng minh rằng $GM \parallel (SBC)$.
- Gọi D là điểm đối xứng với A qua G . Chứng minh rằng $(MCD) \parallel (NBG)$.
- Gọi $H = DM \cap (SBC)$. Chứng minh rằng H là trọng tâm tam giác SBC .

Bài 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB . Tìm thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) song song với $(AB'D')$ và đi qua M và cắt hình hộp.

Bài 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1, G_2, G_3 lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB .

- Chứng minh $(G_1G_2G_3) \parallel (BCD)$.
- Tìm thiết diện của tứ diện $ABCD$ với mặt phẳng $G_1G_2G_3$. Tính diện tích thiết diện theo diện tích tam giác BCD là S .

D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM



Câu 1. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- Trong không gian hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.
- Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
- Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
- Trong không gian hình biểu diễn của một góc thì phải là một góc bằng nó.

Câu 2. Xét các mệnh đề sau:

- a) Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì (P) song song với mọi đường thẳng trong (Q) .
- b) Nếu mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) và mặt phẳng (R) song song với nhau.
- c) Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng trong (P) đều song song với mọi đường thẳng trong (Q) .
- d) Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) và đường thẳng a song song với mặt phẳng (Q) thì đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) .

Số mệnh đề đúng là

- (A) 2. (B) 1. (C) 3. (D) 4.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- (A) $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. (B) $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.
 (C) $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. (D) $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.

Câu 4. Cho điểm O nằm ngoài mặt phẳng (P) . Gọi M là một điểm thay đổi nằm trên (P) . Tập hợp các trung điểm của đoạn thẳng OM là

- (A) Một đoạn thẳng. (B) Một mặt phẳng. (C) Một đường thẳng. (D) Một tam giác.

Câu 5. Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào **sai**?

- (A) Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 (B) Nếu hai mặt phẳng có một điểm chung thì chúng còn có vô số điểm chung khác nữa.
 (C) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song với nhau thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.
 (D) Nếu hai đường thẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 6. Giả thiết nào dưới đây kết luận đường thẳng a song song với mặt phẳng (α) ?

- (A) $a \parallel b$ và $b \parallel (\alpha)$. (B) $a \parallel (\beta)$ và $(\beta) \parallel (\alpha)$.
 (C) $a \cap (\alpha) = \emptyset$. (D) $a \parallel b$ và $b \subset (\alpha)$.

Câu 7. Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề **sai** là

- (A) Hai mặt phẳng song song thì không có điểm chung.
 (B) Hai mặt phẳng cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
 (C) Hai mặt phẳng song song với nhau thì mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

- (D) Một mặt phẳng cắt hai mặt phẳng song song cho trước theo hai giao tuyến thì hai giao tuyến song song với nhau.

Câu 8. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau.

- (A) Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.
 (B) Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.
 (C) Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.
 (D) Trong không gian, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

Câu 9. Cho đường thẳng a thuộc mặt phẳng (P) và đường thẳng b thuộc mặt phẳng (Q) . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) $a \parallel b \Rightarrow (P) \parallel (Q)$.
 (B) $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel b$.
 (C) $(P) \parallel (Q) \Rightarrow a \parallel (Q)$ và $b \parallel (P)$.
 (D) a và b chéo nhau.

Câu 10. Cho mặt phẳng (R) cắt hai mặt phẳng song song (P) và (Q) theo hai giao tuyến a và b . Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- (A) a và b vuông góc nhau.
 (B) a và b song song.
 (C) a và b cắt nhau.
 (D) a và b chéo nhau.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, $AC \cap BD = O$, $A'C' \cap B'D' = O'$. M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CC' . Khi đó thiết diện do mặt phẳng (MNP) cắt hình lập phương là hình

- (A) Tam giác. (B) Tứ giác. (C) Ngũ giác. (D) Lục giác.

Câu 12. Cho tứ diện đều $SABC$. Gọi I là trung điểm của đoạn AB , M là điểm di động trên đoạn AI . Qua M vẽ mặt phẳng (α) song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (α) với tứ diện $SABC$ là

- (A) hình thoi. (B) tam giác cân tại M . (C) tam giác đều. (D) hình bình hành.

Câu 13. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- (A) $(BA'C')$. (B) $(C'BD)$. (C) (BDA') . (D) (ACD') .

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm SA, SD . Mặt phẳng (OMN) song song với mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (SBC) . (B) (SCD) . (C) $(ABCD)$. (D) (SAB) .

Câu 15. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- (A) (BDA') . (B) $(A'C'C)$. (C) (BDC') . (D) (BCA') .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình bình hành. Gọi A', B', C', D' lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SB, SC, SD . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

- (A) $A'B' \parallel (SBD)$. (B) $A'B' \parallel (SAD)$. (C) $(A'C'D') \parallel (ABC)$. (D) $A'C' \parallel BD$.

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề sai?

- (A) $(BA'C') \parallel (ACD')$. (B) $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$.
(C) $(BA'D) \parallel (CB'D')$. (D) $(ABA') \parallel (CB'D')$.

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với mặt phẳng $(AB'D')$. Mặt phẳng (P) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

- (A) Hình ngũ giác. (B) Hình lục giác. (C) Hình tam giác. (D) Hình tứ giác.

Câu 19. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6, CD = 8$. Cắt tứ diện bởi một mặt phẳng song song với AB, CD để thiết diện thu được là một hình thoi. Cạnh của hình thoi đó bằng

- (A) $\frac{31}{7}$. (B) $\frac{18}{7}$. (C) $\frac{24}{7}$. (D) $\frac{15}{7}$.

Câu 20. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB , N là tâm hình vuông $AA'D'D$. Tính diện tích thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tạo bởi mặt phẳng (CMN) .

- (A) $\frac{a^2\sqrt{14}}{4}$. (B) $\frac{3a^2\sqrt{14}}{2}$. (C) $\frac{3a^2}{4}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{14}}{2}$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$ tâm O . $AB = 8, SA = SB = 6$. (P) là mặt phẳng qua O và song song với (SAB) . Thiết diện của hình chóp với (P) có diện tích bằng

- (A) $6\sqrt{5}$. (B) $5\sqrt{5}$. (C) 12 . (D) 13 .

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD, AB \parallel CD, AB = 2CD$. M là điểm thuộc cạnh AD , (α) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (SAB) . Biết diện tích thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) bằng $\frac{2}{3}$ diện tích tam giác SAB . Tính tỉ số $x = \frac{MA}{MD}$.

- (A) $x = \frac{1}{2}$. (B) $x = 1$. (C) $x = \frac{3}{2}$. (D) $x = \frac{2}{3}$.

Câu 23. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a , điểm G là trọng tâm của tam giác BCD . Gọi (P) là mặt phẳng đi qua G và song song với mặt phẳng (ABC) . Tính diện tích S của thiết diện tạo bởi mặt phẳng (P) và tứ diện $ABCD$.

- (A) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$. (B) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. (C) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{9}$. (D) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{6}$.

—HẾT—

Bài 5

ĐỀ TRẮC NGHIỆM ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG

A.

ĐỀ SỐ 1



Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
- (B) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
- (C) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
- (D) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- (A) IJ song song với CD .
- (B) IJ song song với AB .
- (C) IJ chéo CD .
- (D) IJ cắt AB .

Câu 3. Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P) trong không gian. Có bao nhiêu vị trí tương đối của a và (P) ?

- (A) 2.
- (B) 3.
- (C) 1.
- (D) 4.

Câu 4. Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- (A) Có duy nhất một mặt phẳng song song với a và b .
- (B) Có duy nhất một mặt phẳng qua a và song song với b .
- (C) Có duy nhất một mặt phẳng qua điểm M , song song với a và b (với M là điểm cho trước).
- (D) Có vô số đường thẳng song song với a và cắt b .

Câu 5. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) Hai mặt phẳng không cắt nhau thì song song.
- (B) Hai mặt phẳng cùng song song với một đường thẳng thì cắt nhau.
- (C) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có duy nhất một mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.
- (D) Qua một điểm nằm ngoài một mặt phẳng cho trước có vô số mặt phẳng song song với mặt phẳng đó.

Câu 6. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, I' lần lượt là trung điểm của $AB, A'B'$. Qua phép chiếu song song phương AI' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến I thành?

- (A) A' .
- (B) B' .
- (C) C' .
- (D) I' .

Câu 7. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giao tuyến của mặt phẳng (ACD) và (GAB) là

- (A) AM (M là trung điểm của AB). (B) AN (N là trung điểm của CD).
(C) AH (H là hình chiếu của B trên CD). (D) AK (K là hình chiếu của C trên BD).

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có AD không song song với BC . Gọi M, N, P, Q, R, T lần lượt là trung điểm AC, BD, BC, CD, SA, SD . Cặp đường thẳng nào sau đây song song với nhau?

- (A) MP và RT . (B) MQ và RT . (C) MN và RT . (D) PQ và RT .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang với các cạnh đáy là AB và CD . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC và G là trọng tâm của tam giác SAB . Giao tuyến của (SAB) và (IJG) là

- (A) SC . (B) đường thẳng qua S và song song với AB .
(C) đường thẳng qua G và song song với DC . (D) đường thẳng qua G và cắt BC .

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (α) . Giả sử $a \parallel b, b \parallel (\alpha)$. Khi đó

- (A) $a \parallel (\alpha)$. (B) $a \subset (\alpha)$.
(C) a cắt (α) . (D) $a \parallel (\alpha)$ hoặc $a \subset (\alpha)$.

Câu 11. Cho đường thẳng a nằm trong mặt phẳng (α) . Giả sử $b \not\subset (\alpha)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Nếu $b \parallel (\alpha)$ thì $b \parallel a$.
(B) Nếu b cắt (α) thì b cắt a .
(C) Nếu $b \parallel a$ thì $b \parallel (\alpha)$.
(D) Nếu b cắt (α) và (β) chứa b thì giao tuyến của (α) và (β) là đường thẳng cắt cả a và b .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, I theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) (NOM) cắt (OPM) . (B) $(MON) \parallel (SBC)$.
(C) $(PON) \cap (MNP) = NP$. (D) $(NMP) \parallel (SBD)$.

Câu 13. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J và K lần lượt là trung điểm của AC, BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABD) và (IKJ) là đường thẳng

- (A) KD . (B) KI .
(C) qua K và song song với AB . (D) Không có.

Câu 14. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, qua phép chiếu song song phương CC' , mặt phẳng chiếu $(A'B'C')$ biến M thành M' . Trong đó M là trung điểm của BC . Chọn mệnh đề **đúng**?

- (A) M' là trung điểm của $A'B'$. (B) M' là trung điểm của $B'C'$.
(C) M' là trung điểm của $A'C'$. (D) Cả ba đáp án trên đều sai.

Câu 15. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) Nếu 3 điểm A, B, C là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) thì A, B, C thẳng hàng.
- (B) Nếu A, B, C thẳng hàng và $(P), (Q)$ có điểm chung là A thì B, C cũng là 2 điểm chung của (P) và (Q) .
- (C) Nếu 3 điểm A, B, C là điểm chung của 2 mặt phẳng (P) và (Q) phân biệt thì A, B, C không thẳng hàng.
- (D) Nếu A, B, C thẳng hàng và A, B là 2 điểm chung của (P) và (Q) phân biệt thì C cũng là điểm chung của (P) và (Q) .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh SA, SB, SC . Gọi O là giao điểm của AC và BD . Biết Q là giao điểm của SD với mặt phẳng (MNP) . Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) SO, MP, NQ đồng quy. (B) M, N, Q thẳng hàng.
- (C) N, P, Q thẳng hàng. (D) SO, SD, NQ đồng quy.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SBC . Gọi Δ là giao tuyến giữa hai mặt phẳng (ABC) và (AMN) . Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) $\Delta \parallel MN$. (B) Δ đi qua hai điểm A và C .
- (C) Δ cắt SB . (D) Bốn điểm A, M, N, C đồng phẳng.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCA . Gọi (α) là mặt phẳng qua S và song song với (ABC) . Biết Q là giao điểm giữa AN và (α) . Tỉ số $\frac{QN}{QA}$ bằng

- (A) $\frac{1}{3}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $\frac{3}{2}$. (D) 3.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi E là trung điểm của BC và (α) là mặt phẳng qua E đồng thời song song với BD và SC . Ký hiệu (T) là thiết diện tạo bởi (α) và hình chóp. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) (T) là ngũ giác. (B) (T) là hình bình hành.
- (C) (T) là tam giác. (D) (T) là hình thoi.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Điểm M di động trên cạnh BC và (α) là mặt phẳng đi qua M đồng thời song song với các cạnh SB, CD . Gọi N, P, Q lần lượt là giao điểm của SC, SD, AD với (α) và K là giao điểm của MN với PQ . Khi M di chuyển trên BC thì K chuyển động trên một đường thẳng Δ cố định. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\Delta \parallel NP$. (B) $\Delta \parallel PQ$. (C) $\Delta \parallel CD$. (D) $\Delta \parallel BC$.

—HẾT—

B. ĐỀ SỐ 2

Câu 1. Các yếu tố nào sau đây xác định một mặt phẳng duy nhất?

- (A) Ba điểm. (B) Một điểm và một đường thẳng.
(C) Bốn điểm. (D) Hai đường thẳng cắt nhau.

Câu 2. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- (A) Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì song song với nhau.
(B) Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.
(C) Nếu một mặt phẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.
(D) Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

Câu 3. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA, AC, BD . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- (A) Ba đường thẳng MQ, RS, NP đôi một song song.
(B) Ba đường thẳng MP, NQ, RS đồng quy.
(C) Ba đường thẳng NQ, SP, RS đồng phẳng.
(D) Ba đường thẳng MN, RS, PQ đôi một cắt nhau.

Câu 4. Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng từ các điểm đó?

- (A) 6. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Câu 5. Cho chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Giả sử $AC \cap BD = O$ và $AD \cap BC = I$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là

- (A) SO . (B) SC . (C) SI . (D) SD .

Câu 6. Cho chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$. Giả sử $AC \cap BD = O$ và $AD \cap BC = I$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là

- (A) SO . (B) SB . (C) SI . (D) SA .

Câu 7. Cho chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SD, AB, ON . Khi đó điều khẳng định nào sau đây là **sai**?

- (A) $(MON) \parallel (SBC)$. (B) $(MOP) \parallel (SBC)$. (C) $MN \parallel (ABCD)$. (D) $(MON) \parallel (ABC)$.

Câu 8. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Có bao nhiêu cạnh của hình lập phương chéo nhau với đường chéo AC' của hình lập phương?

- (A) 2. (B) 3. (C) 6. (D) 4.

Câu 9. Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ không thuộc cùng một mặt phẳng, có cạnh chung AB . Kết quả nào sau đây **đúng**?

- Ⓐ $BC \parallel (AEF)$. Ⓑ $FD \parallel (BEF)$. Ⓒ $(CEF) \parallel (ABD)$. Ⓓ $(AFD) \parallel (BCE)$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai**?

- Ⓐ $(A'BD) \parallel (CB'D')$. Ⓑ $(AB'D') \parallel (A'BD)$. Ⓒ $B'D' \parallel (BCD)$. Ⓓ $(DA'C') \parallel (B'AC)$.

Câu 11. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- Ⓐ Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể song song với nhau.
 Ⓑ Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể cắt nhau.
 Ⓒ Hình chiếu song song của hai đường thẳng cắt nhau có thể trùng nhau.
 Ⓓ Một đường thẳng có thể trùng với hình chiếu song song của nó.

Câu 12. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

- Ⓐ Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể trùng nhau.
 Ⓑ Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau thì cắt nhau.
 Ⓒ Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể song song với nhau.
 Ⓓ Hình chiếu song song của hai đường thẳng chéo nhau có thể cắt nhau, trùng nhau, song song với nhau.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là hai điểm thuộc vào các cạnh AC, BC sao cho MN không song song với AB . Gọi Z là giao điểm của AN và (SBM) . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- Ⓐ Z là giao điểm của AM và BN . Ⓑ Z là giao điểm của AN và BM .
 Ⓒ Z là giao điểm của MN và AB . Ⓓ Z là giao điểm của SM và SN .

Câu 14. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AA' . Khẳng định nào **đúng**?

- Ⓐ Giao tuyến của mặt phẳng (DMN) và mặt phẳng $(ABB'A')$ là đường thẳng MA .
 Ⓑ Giao tuyến của mặt phẳng (DMN) và mặt phẳng $(CDD'C')$ là đường thẳng đi qua D song song với CD' .
 Ⓒ Giao tuyến của mặt phẳng (DMN) và mặt phẳng $(BB'C'C)$ là đường thẳng đi qua B và giao điểm của hai đường DM và BC .
 Ⓓ Giao tuyến của mặt phẳng (DMN) và mặt phẳng $(AB'C'D')$ là đường thẳng đi qua N và giao của hai đường thẳng $A'B'$ và MN .

Câu 15. Chọn khẳng định **sai**?

- Ⓐ Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì sẽ cắt mặt phẳng còn lại.
 Ⓑ Nếu hai mặt phẳng song song thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng này đều song song với mặt phẳng kia.

- (C) Nếu mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cùng song song với mặt phẳng (Q) thì (P) và (Q) song song với nhau.
- (D) Nếu hai mặt phẳng (P) và (Q) song song với nhau thì mặt phẳng (R) đã cắt (P) đều phải cắt (Q) và các giao tuyến của chúng song song với nhau.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm của SB , mặt phẳng (α) đi qua M và song song với mặt phẳng (ABC) cắt SA, SC lần lượt tại N, P . Khẳng định nào **đúng**?

- (A) Hai mặt phẳng (α) và (MNP) khác nhau . (B) MP cắt BC .
- (C) MN cắt AC . (D) $MP \parallel BC$.

Câu 17. Trong mặt phẳng (P) cho hình bình hành $ABCD$, qua A, B, C, D lần lượt vẽ bốn đường thẳng a, b, c, d đôi một song song với nhau và không nằm trên (P) . Một mặt phẳng cắt a, b, c, d lần lượt tại bốn điểm A', B', C', D' . Chọn đáp án **sai**?

- (A) $AA' + CC' = BB' + DD'$. (B) $CC' + BB' = AA' + DD'$.
- (C) $AB + A'B' = CD + C'D'$. (D) $AD + A'D' = BC + B'C'$.

Câu 18. Cho tứ diện đều $S.ABC$. Gọi I là trung điểm của AB , M là một điểm di động trên đoạn AI . Gọi (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SIC) . Thiết diện tạo bởi (P) và tứ diện $S.ABC$ là?

- (A) Hình thoi. (B) Tam giác cân tại M .
- (C) Tam giác đều. (D) Hình bình hành.

Câu 19. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, M' lần lượt là trung điểm của $BC, B'C'$. Khi đó giao của AM' với $(A'BC)$ là

- (A) Giao của AM' và $A'M$. (B) Giao của AM' và BC .
- (C) Giao của AM' và $B'C'$. (D) Giao của AM' và $A'C$.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các đoạn SA, SD, AB, ON . Khẳng định nào **sai**?

- (A) $(MON) \parallel (SBC)$. (B) $(SAD) \parallel PQ$. (C) $(SBC) \parallel ON$. (D) $(SBC) \parallel PQ$.

Câu 21. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AD, CC' sao cho $\frac{AM}{MD} = \frac{CN}{NC'}$. Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng qua MN và song song với (ACB') là?

- (A) Hình bình hành. (B) Ngũ giác. (C) Lục giác. (D) Hình thang.

Câu 22. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' . Đường thẳng qua đi qua trọng tâm I của tam giác ABC cắt $A'B$ và MN lần lượt tại P, Q . Khi đó tỷ số $\frac{IP}{IQ}$ bằng?

- (A) $\frac{3}{5}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) $\frac{2}{5}$. (D) $\frac{5}{3}$.

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AC' cắt (DBA') và $(D'B'C)$ lần lượt tại H, K . Khẳng định nào **sai**?

- Ⓐ Các trung điểm của sáu cạnh $BC, CD, DD', D'A', A'B', B'B$ không thuộc cùng một mặt phẳng.
 Ⓑ $(BDA') \parallel (B'D'C)$.
 Ⓒ $AH = HK = KC'$.
 Ⓓ H, K lần lượt là trọng tâm của các tam BDA' và $B'D'C$.

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Trên $AB, CC', C'D', AA'$ lần lượt lấy các điểm M, N, P, Q sao cho $AM = C'N = C'P = AQ = x (0 \leq x \leq a)$. Gọi R, S lần lượt là trung điểm các cạnh $BC, A'D'$. Mặt phẳng (MNP) luôn chứa một đường thẳng cố định là:

- Ⓐ $A'B$. Ⓑ RS .
 Ⓒ đi qua S song song với $A'C$. Ⓓ đi qua R song song với AC' .

Câu 25. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J là hai điểm di động trên AD, BC sao cho luôn có $\frac{IA}{ID} = \frac{JB}{JC}$. Đường thẳng IJ luôn song song với một mặt phẳng cố định nào?

- Ⓐ Mặt phẳng đi qua AC và song song với BD .
 Ⓑ Mặt phẳng đi qua AB và song song với CD .
 Ⓒ Mặt phẳng đi qua AC và song song với AB .
 Ⓓ Mặt phẳng đi qua trung tuyến tam giác ABD và song song với AC .

—HẾT—

Bài 6 ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM CÁC CHỦ ĐỀ

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM BÀI 1

1. A	2. D	3. B	4. D	5. A	6. D	7. A	8. D	9. A	10. C
11. D	12. B	13. C	14. C	15. B	16. D	17. A	18. A	19. A	20. C
21. A	22. D	23. A	24. C	25. C					

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM BÀI 2

1. D	2. C	3. A	4. C	5. D	6. A	7. D	8. C	9. A	10. C
11. A	12. D	13. B	14. C	15. C	16. D	17. B	18. C	19. A	20. A

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM BÀI 3

1. C	2. B	3. A	4. A	5. D	6. D	7. A	8. C	9. B	10. B
11. B	12. D	13. C	14. A	15. B	16. D	17. A	18. C	19. C	20. D

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM BÀI 4

1. A	2. B	3. C	4. B	5. D	7. B	8. A	9. C	10. B	11. D
12. B	13. B	14. A	15. C	16. C	17. D	18. B	19. C	20. A	21. A
22. A	23. C								

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM ĐỀ SỐ 1

1. D	2. A	3. B	4. A	5. C	6. B	7. B	8. B	9. C	10. D
11. C	12. B	13. C	14. B	15. D	16. A	17. C	18. B	19. A	20. D

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM ĐỀ SỐ 2

1. D	2. B	3. B	4. D	5. C	6. A	7. D	8. C	9. D	10. B
11. A	12. C	13. B	14. B	15. C	16. D	17. B	18. B	19. A	20. B
21. C	22. C	23. A	24. B	25. B					