

Câu 1 (6,0 điểm).

a) Cho hàm số

$$y = f(x) = (m+1)\frac{x^3}{3} + (m^2 - 5m - 4)\frac{x^2}{2} - \frac{16}{3}\sqrt{(x+1)^3} - (3m^2 - 6m - 19)x + 2022.$$

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên nửa khoảng $[-1; +\infty)$.

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} (y+1)^2 + y\sqrt{y^2+1} = x + \frac{3}{2} & (1) \\ x + \sqrt{x^2 - 2x + 5} = 1 + 2\sqrt{2x - 4y + 2} & (2) \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R}).$$

Câu 2 (5,0 điểm).

a) Trong tiết học môn thể dục, giáo viên cho 20 học sinh đứng thành một vòng tròn để truyền đạt kiến thức, sau đó giáo viên gọi ngẫu nhiên bốn học sinh lên làm mẫu. Tính xác suất để trong bốn học sinh được gọi không có hai học sinh đứng cạnh nhau.

b) Một người thợ gò hàn làm một cái thùng đựng nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp bằng tôn. Biết rằng đường chéo hình hộp bằng $6dm$ và chỉ được sử dụng vừa đủ $36dm^2$ tôn. Tính thể tích lớn nhất của cái thùng.

Câu 3 (1,5 điểm).

Cho số thực $x, y, z \in (0; 1]$ thỏa mãn $x + y \geq 1 + z$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức:
$$P = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{xy+z^2}.$$

Câu 4 (6,0 điểm).

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a . Biết hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm M thỏa mãn $\overline{AD} = 3\overline{MD}$. Biết góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng 60° .

a) Tính theo a thể tích khối chóp $S.AMCB$.

b) Trên cạnh CD lấy các điểm I, N sao cho $\widehat{ABM} = \widehat{MBI}$ và MN vuông góc với BI . Tính theo a khoảng cách từ N đến mặt phẳng (SBC) .

Câu 5 (1,5 điểm).

Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác cân tại A và $\widehat{BAC} = \alpha$. Gọi M là trung điểm của AA' , mặt phẳng $(C'MB)$ tạo với đáy (ABC) góc β . Xác định hệ thức giữa α và β để tam giác $C'MB$ là tam giác vuông.

..... Hết

Họ và tên thí sinh.....

Số báo danh.....