

Phần I. Trắc nghiệm (3điểm)

Hãy chọn và ghi lại chữ cái trước đáp án mà em chọn vào bài làm.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3)$ và $B(-3;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn đường kính AB ?

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 25$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 5$.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 + y^2 + 2mx - 4(m+1)y + 4m^2 + 5m + 2 = 0$$

là phương trình của một đường tròn trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

A. $-2 < m < -1$.

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq -1 \end{cases}$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức $P = \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos x + \sin x}$ ta được

A. $P = |\cos x - \sin x|$.

B. $P = \sin x - \cos x$.

C. $P = \cos x - \sin x$.

D. $P = \cos x + \sin x$.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2m + 4 = 0$ (trong đó m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) . Tích các số thuộc tập hợp S bằng:

A. -36 .

B. 12 .

C. -56 .

D. -486 .

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

A. $I(-1;2), R=2$.

B. $I(-1;2), R=4$.

C. $I(1;-2), R=2$.

D. $I(1;-2), R=4$.

Câu 6: Cho biết $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ và $\sin x = \frac{1}{3}$. Tính $\cos x$.

A. $\cos x = \frac{2}{3}$.

B. $\cos x = -\frac{2}{3}$.

C. $\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 7: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ là hai số thực bất kì. Xét các mệnh đề sau

Mệnh đề 1: $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$.

Mệnh đề 2: $\sin(a-b) = \sin b \cos a - \sin a \cos b$.

Mệnh đề 3: $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$.

Mệnh đề 4: $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 8: Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

A. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$.

B. $\sin 2x = \frac{3}{4}$.

C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$.

D. $\sin 2x = -1$.

Câu 9: Cho biết $\tan x = 5$. Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{3\sin x - 4\cos x}{\cos x + 2\sin x}$.

- A.** $Q=1$. **B.** $Q=\frac{19}{11}$. **C.** $Q=-1$. **D.** $Q=\frac{11}{9}$.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của elip (E) bằng

- A.** 4. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 2.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm cố định là $A(2;0)$, $B(0;2)$. Cho biết quỹ tích các điểm M thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 = 12$ là một đường tròn bán kính R . Tìm R .

- A.** $R = \sqrt{5}$. **B.** $R = 4$. **C.** $R = \sqrt{3}$. **D.** $R = 2$.

Câu 12: Cho biết $\sin x + \sin y = \sqrt{3}$ và $\cos x - \cos y = 1$. Tính $\cos(x + y)$.

- A.** $\cos(x+y)=1$. **B.** $\cos(x+y)=-1$. **C.** $\cos(x+y)=0$. **D.** $\cos(x+y)=\frac{1}{2}$.

Phần II. Tự luận (7 điểm)

Câu 1 (2 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 1$.
2. Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 4} \leq x + 1$.

Câu 2 (2 điểm)

1. Cho biết $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ và $\tan a = -2$. Tính $\cos a$ và $\cos 2a$.
2. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$.

Câu 3 (2,5 điểm)

- 1. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.**

a) Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(-1;1)$.

b) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = 8$.

- 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E)

và điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$. Tính $MF_1^2 + MF_2^2$ và diện tích ΔMF_1F_2 .

Câu 4 (0,5 điểm) Cho tam giác ABC có số đo ba góc là A, B, C thỏa mãn điều kiện

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \sqrt{3}.$$

Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

-----Hét-----

Ghi chú :

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
- Học sinh không được sử dụng tài liệu.

Phần I. Trắc nghiệm (3 điểm)

Hãy chọn và ghi lại chữ cái trước đáp án mà em chọn vào bài làm.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-1;3)$ và $N(3;-5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn đường kính MN ?

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$.

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 20$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$.

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 20$.

Câu 2: Cho biết $\pi < x < 2\pi$ và $\cos x = \frac{2}{3}$. Tính $\sin x$.

A. $\sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$.

B. $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

C. $\sin x = \frac{1}{3}$.

D. $\sin x = -\frac{1}{3}$.

Câu 3: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 + y^2 - 4mx + 2(m-1)y + 6m^2 - 5m + 3 = 0$$

là phương trình của một đường tròn trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

A. $-2 < m < -1$.

B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$.

C. $1 < m < 2$.

D. $\begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

Câu 4: Rút gọn biểu thức $M = \frac{2\sin^2 x - 1}{\cos x + \sin x}$ ta được

A. $M = \cos x - \sin x$.

B. $M = \sin x - \cos x$.

C. $M = |\cos x - \sin x|$.

D. $M = \cos x + \sin x$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

A. $I(2;-3), R = 3$.

B. $I(2;-3), R = 9$.

C. $I(-2;3), R = 3$.

D. $I(-2;3), R = 9$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$. Tiêu cự của elip (E) bằng

A. 6.

B. 12.

C. 2.

D. 4.

Câu 7: Cho biết $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$. Tính $\sin 2x$.

A. $\sin 2x = \frac{8}{9}$.

B. $\sin 2x = -\frac{2}{3}$.

C. $\sin 2x = -\frac{8}{9}$.

D. $\sin 2x = \frac{2}{3}$.

Câu 8: Cho biết $\cot x = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{4\cos x - 5\sin x}{\sin x + 2\cos x}$.

A. $P = -1$.

B. $P = 1$.

C. $P = \frac{11}{9}$.

D. $P = \frac{-11}{7}$.

Câu 9: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ là hai số thực bất kì. Xét các mệnh đề sau

Mệnh đề 1: $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$.

Mệnh đề 2: $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{b-a}{2} \cos \frac{a+b}{2}$.

Mệnh đề 3: $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{b-a}{2}$.

Mệnh đề 4: $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(5; -5)$. Cho biết quỹ tích các điểm K thỏa mãn điều kiện $KA^2 + KB^2 = 20$ là một đường tròn bán kính R . Tính R .

- A. $R = 3$. B. $R = 5$. C. $R = \sqrt{5}$. D. $R = 2$.

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ và đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + m + 1 = 0$ (trong đó m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) . Tổng các số thuộc tập hợp S bằng:

- A. -24 . B. 24 . C. 20 . D. -20 .

Câu 12: Cho biết $\sin x - \sin y = 1$ và $\cos x + \cos y = \sqrt{3}$. Tính $\cos(x+y)$.

- A. $\cos(x+y) = 0$. B. $\cos(x+y) = -1$. C. $\cos(x+y) = \frac{1}{2}$. D. $\cos(x+y) = 1$.

Phần II. Tự luận (7 điểm)

Câu 1 (2 điểm)

- Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 1$.
- Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 4} \leq x + 1$.

Câu 2 (2 điểm)

- Cho biết $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ và $\tan a = -2$. Tính $\cos a$ và $\cos 2a$.
- Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$.

Câu 3 (2,5 điểm)

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.
 - Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(-1; 1)$.
 - Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = 8$.

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) và điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$. Tính $MF_1^2 + MF_2^2$ và diện tích ΔMF_1F_2 .

Câu 4 (0,5 điểm) Cho tam giác ABC có số đo ba góc là A, B, C thỏa mãn điều kiện

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \sqrt{3}.$$

Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

----- Hết -----

Ghi chú :

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
- Học sinh không được sử dụng tài liệu.

Phần I. Trắc nghiệm (3 điểm)

Hãy chọn và ghi lại chữ cái trước đáp án mà em chọn vào bài làm.

Câu 1: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của elip (E) bằng

- A. 8. B. 4. C. 16. D. 2.

Câu 2: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 + y^2 + 2mx - 4(m+1)y + 4m^2 + 5m + 2 = 0$$

là phương trình của một đường tròn trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- A. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \leq -2 \\ m \geq -1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$. D. $-2 < m < -1$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2m + 4 = 0$ (trong đó m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) . Tích các số thuộc tập hợp S bằng:

- A. -486. B. 12. C. -56. D. -36.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm cố định là $A(2;0)$, $B(0;2)$. Cho biết quỹ tích các điểm M thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 = 12$ là một đường tròn bán kính R . Tính R .

- A. $R = 2$. B. $R = 4$. C. $R = \sqrt{3}$. D. $R = \sqrt{5}$.

Câu 5: Cho biết $\tan x = 5$. Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{\cos x + 2 \sin x}$.

- A. $Q = \frac{11}{9}$. B. $Q = \frac{19}{11}$. C. $Q = 1$. D. $Q = -1$.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3)$ và $B(-3;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn đường kính AB ?

- A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 5$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 25$.
C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$. D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 5$.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $P = \frac{2 \cos^2 x - 1}{\cos x + \sin x}$ ta được

- A. $P = |\cos x - \sin x|$. B. $P = \cos x + \sin x$. C. $P = \cos x - \sin x$. D. $P = \sin x - \cos x$.

Câu 8: Cho biết $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ và $\sin x = \frac{1}{3}$. Tính $\cos x$.

- A. $\cos x = \frac{2\sqrt{2}}{3}$. B. $\cos x = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\cos x = -\frac{2}{3}$. D. $\cos x = \frac{2}{3}$.

Câu 9: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ là hai số thực bất kì. Xét các mệnh đề sau

Mệnh đề 1: $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$. Mệnh đề 2: $\sin(a-b) = \sin b \cos a - \sin a \cos b$.

Mệnh đề 3: $\cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. Mệnh đề 4: $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 10: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

- A. $I(-1; 2), R = 2$. B. $I(1; -2), R = 2$. C. $I(-1; 2), R = 4$. D. $I(1; -2), R = 4$.

Câu 11: Cho biết $\sin x + \sin y = \sqrt{3}$ và $\cos x - \cos y = 1$. Tính $\cos(x + y)$.

- A. $\cos(x + y) = \frac{1}{2}$. B. $\cos(x + y) = -1$. C. $\cos(x + y) = 1$. D. $\cos(x + y) = 0$.

Câu 12: Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

- A. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$. B. $\sin 2x = \frac{1}{2}$. C. $\sin 2x = -1$. D. $\sin 2x = \frac{3}{4}$.

Phần II. Tự luận (7 điểm)

Câu 1 (2 điểm)

- Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 1$.
- Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 4} \leq x + 1$.

Câu 2 (2 điểm)

- Cho biết $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ và $\tan a = -2$. Tính $\cos a$ và $\cos 2a$.
- Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$.

Câu 3 (2,5 điểm)

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.
 - Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(-1; 1)$.
 - Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = 8$.
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E) và điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$. Tính $MF_1^2 + MF_2^2$ và diện tích ΔMF_1F_2 .

Câu 4 (0,5 điểm) Cho tam giác ABC có số đo ba góc là A, B, C thỏa mãn điều kiện

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \sqrt{3}.$$

Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

----- Hết -----

Ghi chú :

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
- Học sinh không được sử dụng tài liệu.

Phần I. Trắc nghiệm (3 điểm)

Hãy chọn và ghi lại chữ cái trước đáp án mà em chọn vào bài làm.

Câu 1: Cho biết $\pi < x < 2\pi$ và $\cos x = \frac{2}{3}$. Tính $\sin x$.

- A. $\sin x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\sin x = \frac{\sqrt{5}}{3}$. C. $\sin x = \frac{1}{3}$. D. $\sin x = -\frac{1}{3}$.

Câu 2: Cho biết $\cot x = 3$. Tính giá trị biểu thức $P = \frac{4\cos x - 5\sin x}{\sin x + 2\cos x}$.

- A. $P = -1$. B. $P = 1$. C. $P = \frac{-11}{7}$. D. $P = \frac{11}{9}$.

Câu 3: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$. Tiêu cự của elip (E) bằng

- A. 6. B. 12. C. 2. D. 4.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

- A. $I(2; -3), R = 3$. B. $I(2; -3), R = 9$. C. $I(-2; 3), R = 3$. D. $I(-2; 3), R = 9$.

Câu 5: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ và đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + m + 1 = 0$ (trong đó m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) . Tổng các số thuộc tập hợp S bằng:

- A. 20. B. -20. C. 24. D. -24.

Câu 6: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(-1; 3)$ và $N(3; -5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn đường kính MN ?

- A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 20$. B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 16$.
C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 20$.

Câu 7: Rút gọn biểu thức $M = \frac{2\sin^2 x - 1}{\cos x + \sin x}$ ta được

- A. $M = \cos x + \sin x$. B. $M = |\cos x - \sin x|$. C. $M = \sin x - \cos x$. D. $M = \cos x - \sin x$.

Câu 8: Cho $a, b \in \mathbb{R}$ là hai số thực bất kì. Xét các mệnh đề sau

Mệnh đề 1: $\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$. Mệnh đề 2: $\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{b-a}{2} \cos \frac{a+b}{2}$.

Mệnh đề 3: $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{b-a}{2}$. Mệnh đề 4: $\cos a - \cos b = 2 \sin \frac{a+b}{2} \sin \frac{a-b}{2}$.

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 9: Cho biết $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$. Tính $\sin 2x$.

- A. $\sin 2x = -\frac{8}{9}$. B. $\sin 2x = -\frac{2}{3}$. C. $\sin 2x = \frac{8}{9}$. D. $\sin 2x = \frac{2}{3}$.

Câu 10: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$x^2 + y^2 - 4mx + 2(m-1)y + 6m^2 - 5m + 3 = 0$$

là phương trình của một đường tròn trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- A.** $\begin{cases} m < 1 \\ m > 2 \end{cases}$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $-2 < m < -1$. **D.** $\begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$.

Câu 11: Cho biết $\sin x - \sin y = 1$ và $\cos x + \cos y = \sqrt{3}$. Tính $\cos(x + y)$.

- A.** $\cos(x+y)=0$. **B.** $\cos(x+y)=-1$. **C.** $\cos(x+y)=\frac{1}{2}$. **D.** $\cos(x+y)=1$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(3; -1)$ và $B(5; -5)$. Cho biết quỹ tích các điểm K thỏa mãn điều kiện $KA^2 + KB^2 = 20$ là một đường tròn bán kính R . Tìm R .

- A.** $R = 3$. **B.** $R = 5$. **C.** $R = 2$. **D.** $R = \sqrt{5}$.

Phần II. Tự luận (7 điểm)

Câu 1 (2 điểm)

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 1$.
2. Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 4} \leq x + 1$.

Câu 2 (2 điểm)

1. Cho biết $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ và $\tan a = -2$. Tính $\cos a$ và $\cos 2a$.
2. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$.

Câu 3 (2,5 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$.

- a)** Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(-1;1)$.

- b)** Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = 8$.

- 2.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Gọi F_1, F_2 là hai tiêu điểm của (E)

và điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$. Tính $MF_1^2 + MF_2^2$ và diện tích ΔMF_1F_2 .

Câu 4 (0,5 điểm) Cho tam giác ABC có số đo ba góc là A, B, C thỏa mãn điều kiện

$$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \sqrt{3}.$$

Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

----- *Hết* -----

Ghi chú : - Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

- Học sinh không được sử dụng tài liệu.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM (3 điểm)

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;3), B(-3;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của đường tròn đường kính AB ?

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 25$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 25$.

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I là trung điểm của AB .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 4 \end{cases}$$

Vậy $I(-1;4)$

$$R = |\overline{IA}| = \sqrt{(1+1)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{5}$$

Phương trình đường tròn tâm I , bán kính $R = \sqrt{5}$ là: $(x+1)^2 + (y-4)^2 = 5$.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị của tham số của m để phương trình

$$x^2 + y^2 + 2mx - 4(m+1)y + 4m^2 + 5m + 2 = 0$$

là phương trình của một đường tròn trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

A. $-2 < m < -1$.

B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 1 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} m > -1 \\ m < -2 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq -2 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $a = -m$, $b = 2m+2$, $c = 4m^2 + 5m + 2$

Phương trình đã cho là phương trình đường tròn

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow (-m)^2 + (2m+2)^2 - (4m^2 + 5m + 2) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ m > -1 \end{cases}$$

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P = \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos x + \sin x}$ ta được

A. $P = |\cos x - \sin x|$.

B. $P = \sin x - \cos x$.

C. $P = \cos x - \sin x$.

D. $P = \cos x + \sin x$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } P = \frac{2\cos^2 x - 1}{\cos x + \sin x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x} = \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x} = \cos x - \sin x$$

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2m + 4 = 0$ (trong đó m là tham số). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) . Tính các số thuộc tập hợp S bằng:

A. -36 .

B. 12 .

C. -56 .

D. -486 .

Lời giải

Chọn A

Đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ có tâm $I(-1; 2)$ và bán kính $R = 3$.

Đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 2m + 4 = 0$ là tiếp tuyến của đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow d(I, \Delta) = 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{|3(-1) + 4 \cdot 2 - 2m + 4|}{5} = 3$$

$$\Leftrightarrow |9 - 2m| = 15$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 2m = 15 \\ 9 - 2m = -15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -3 \\ m = 12 \end{cases}$$

Vậy $S = \{-3; 12\}$ nên tích các số thuộc tập hợp S bằng -36 .

Câu 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): 2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) .

A. $I(-2; 1), R = \frac{\sqrt{22}}{2}$.

B. $I(2; -1), R = \frac{\sqrt{22}}{2}$.

C. $I(4; -2), R = \frac{\sqrt{21}}{2}$.

D. $I(-4; 2), R = \sqrt{21}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$2x^2 + 2y^2 - 8x + 4y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{1}{2} = 0$$

$$\text{Ta có } x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{1}{2} = 0 \text{ ta có hệ số } \begin{cases} a = \frac{-4}{-2} = 2 \\ b = \frac{2}{-2} = -1 \\ c = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra tâm } I(2; -1) \text{ và bán kính } R = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{2^2 + (-1)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{\sqrt{22}}{2}$$

Câu 6. Biết $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Khi đó giá trị $\cos \alpha$ bằng:

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $-\frac{3}{5}$.

D. $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{3}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{3}{5} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Do } (90^\circ < \alpha < 180^\circ) \Rightarrow \cos \alpha < 0 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

Câu 7. Cho $a, b \in \mathbb{R}$ là hai số thực bất kì. Xét các mệnh đề sau

$$\text{Mệnh đề 1: } \sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a.$$

$$\text{Mệnh đề 2: } \sin(a-b) = \sin b \cos a - \sin a \cos b.$$

$$\text{Mệnh đề 3: } \cos(a-b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

$$\text{Mệnh đề 4: } \cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b.$$

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a \Rightarrow \text{Mệnh đề 1 đúng.}$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \Rightarrow \text{Mệnh đề 2 sai.}$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \Rightarrow \text{Mệnh đề 3 sai.}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \Rightarrow \text{Mệnh đề 4 sai.}$$

Vậy có duy nhất mệnh đề 1 đúng.

Câu 8. Cho biết $\sin x + \cos x = -\frac{1}{2}$. Tính $\sin 2x$.

A. $\sin 2x = -\frac{3}{4}$.

B. $\sin 2x = \frac{3}{4}$.

C. $\sin 2x = \frac{1}{2}$.

D. $\sin 2x = -1$.

Lời giải

Chọn A

$$\sin x + \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow 1 + \sin 2x = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \sin 2x = -\frac{3}{4}.$$

Câu 9. Cho biết $\tan x = 5$. Tính giá trị biểu thức $Q = \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{\cos x + 2 \sin x}$.

A. $Q = 1$.

B. $Q = \frac{19}{11}$.

C. $Q = -1$.

D. $Q = \frac{11}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } Q = \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{\cos x + 2 \sin x} = \frac{3 \frac{\sin x}{\cos x} - 4}{1 + 2 \frac{\sin x}{\cos x}} = \frac{3 \tan x - 4}{1 + 2 \tan x} = \frac{3.5 - 4}{1 + 2.5} = 1.$$

- Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của elip (E) bằng
- A. 4. **B. 8.** C. 16. D. 2.

Lời giải

Chọn B

$$(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ có } \begin{cases} a^2 = 25 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 16 \Rightarrow c = 4.$$

Vậy tiêu cự của elip (E) bằng $2c = 2.4 = 8$.

- Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm cố định là $A(2;0)$, $B(0;2)$. Cho biết quỹ tích các điểm M thỏa mãn điều kiện $MA^2 + MB^2 = 12$ là một đường tròn bán kính R . Tìm R .
- A. $R = \sqrt{5}$. B. $R = 4$. C. $R = \sqrt{3}$. **D. $R = 2$.**

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y)$ thỏa $MA^2 + MB^2 = 12$ (1).

Ta có $MA^2 = (x-2)^2 + y^2$ và $MB^2 = x^2 + (y-2)^2$.

$$(1) \Leftrightarrow (x-2)^2 + y^2 + x^2 + (y-2)^2 = 12 \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 - 4x - 4y - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0.$$

Vậy quỹ tích của điểm M là đường tròn có tâm $I(1;1)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2} = 2$

- Câu 12.** Cho biết $\sin x + \sin y = \sqrt{3}$ và $\cos x - \cos y = 1$. Tính $\cos(x+y)$
- A. $\cos(x+y) = 1$. **B. $\cos(x+y) = -1$.**
- C. $\cos(x+y) = 0$. D. $\cos(x+y) = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sin x + \sin y = \sqrt{3} \Rightarrow (\sin x + \sin y)^2 = 3 \Leftrightarrow \sin^2 x + 2 \sin x \sin y + \sin^2 y = 3$ (1).

$\cos x - \cos y = 1 \Rightarrow (\cos x - \cos y)^2 = 1 \Leftrightarrow \cos^2 x - 2 \cos x \cos y + \cos^2 y = 1$ (2).

Lấy (1) cộng với (2) vế theo vế, ta được

$$2 + 2 \sin x \sin y - 2 \cos x \cos y = 4 \Leftrightarrow \cos x \cos y - \sin x \sin y = -1$$

Vậy $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y = -1$.

PHẦN II. TỰ LUẬN (7 điểm)

Câu 1.

1. Giải phương trình $\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 1$.

Lời giải

$$\sqrt{x^2 - 2x + 6} = 2x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 \geq 0 \\ x^2 - 2x + 6 = (2x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ 3x^2 - 2x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{1}{2} \\ x = -1 \text{ (l)} \\ x = \frac{5}{3} \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy $S = \left\{ \frac{5}{3} \right\}$.

2. Giải bất phương trình $\sqrt{-x^2 + 3x + 4} \leq x + 1$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Bpt} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ -x^2 + 3x + 4 \geq 0 \\ -x^2 + 3x + 4 \leq (x + 1)^2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ -1 \leq x \leq 4 \\ 2x^2 - x - 3 \geq 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq x \leq 4 \\ x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} \leq x \leq 4 \\ x = -1 \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình cần tìm là $S = \left[\frac{3}{2}; 4 \right] \cup \{-1\}$.

Câu 2.

1. Cho biết $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ và $\tan a = -2$. Tính $\cos a$ và $\cos 2a$.

Lời giải

Cho biết $\frac{\pi}{2} < a < \pi$ và $\tan a = -2$. Tính $\cos a$ và $\cos 2a$.

$$\text{Ta có: } 1 + \tan^2 a = \frac{1}{\cos^2 a} \Rightarrow \cos^2 a = \frac{1}{1 + \tan^2 a} = \frac{1}{1 + (-2)^2} = \frac{1}{5} \Rightarrow \cos a = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\text{Vì } \frac{\pi}{2} < a < \pi \text{ thuộc góc phần tư thứ hai nên } \cos a < 0 \Rightarrow \cos a = -\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 2\left(-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 - 1 = -\frac{3}{5}$$

2. Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$.

Lời giải

Với tam giác ABC ta có $A + B + C = \pi$. Do đó ta có

$$\begin{aligned} \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C &= 2 \sin(A + B) \cos(A - B) + \sin 2C = 2 \sin C \cos(A - B) + 2 \sin C \cos C \\ \sin 2A + \sin 2B + \sin 2C &= 2 \sin C [\cos(A - B) - \cos(A + B)] = 2 \sin C \cdot (-2) \cdot \sin A \cdot \sin(-B) \end{aligned}$$

Ta được: $\sin 2A + \sin 2B + \sin 2C = 4 \sin A \sin B \sin C$

Vậy ta có điều phải chứng minh.

Câu 3.

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$

a. Viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(-1;1)$.

b. Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2 = 0$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng $AB = 8$.

Lời giải

a. Đường tròn (C) có tâm $I(3;-2)$.

Ta có: $\overrightarrow{IA} = (-4;3)$

Vậy phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $A(-1;1)$ là:

$$-4(x+1) + 3(y-1) = 0 \Leftrightarrow -4x + 3y - 7 = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 7 = 0.$$

b. Đường tròn (C) có tâm $I(3;-2)$, $R = 5$.

Do $AB = 8$ nên $I \notin \Delta$.

Đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d: 3x - 4y - 2 = 0$ nên

Δ có dạng: $3x - 4y + C = 0$, $C \neq -2$.

Gọi M là trung điểm của AB . Khi đó: $AM = 4$, $AI = R = 5 \Rightarrow IM = 3$

$$\text{Mà } IM = d(I; \Delta) \text{ nên ta có: } \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot (-2) + C|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3 \Leftrightarrow |17 + C| = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} C = -2 \\ C = -32 \end{cases}$$

$C = -2$ không thỏa mãn điều kiện.

$C = -32$ thỏa mãn điều kiện nên phương trình đường thẳng Δ là: $3x - 4y - 32 = 0$.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$. Gọi $F_1; F_2$ là hai tiêu điểm của (E) và điểm $M \in (E)$ sao cho $MF_1 \perp MF_2$. Tính $MF_1^2 + MF_2^2$ và diện tích $\Delta MF_1 F_2$.

Lời giải

Ta có $F_1(-\sqrt{3};0)$, $F_2(\sqrt{3};0)$. Gọi $M(x;y)$, ta có $M \in (E) \Leftrightarrow \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ (1). Mặt khác ta có

$$\overrightarrow{MF_1}(-\sqrt{3}-x; -y); \overrightarrow{MF_2}(\sqrt{3}-x; -y).$$

Do $MF_1 \perp MF_2$ nên $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2} = 0 \Leftrightarrow (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 3$ (2).

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} \frac{x^2}{4} + y^2 = 1 \\ x^2 + y^2 = 3 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } M\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \text{ hoặc } M\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \text{ hoặc } M\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \text{ hoặc } M\left(-\frac{2\sqrt{6}}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

$$\text{Vậy } MF_1^2 + MF_2^2 = 2(x^2 + y^2) + 6 = 12.$$

$$S_{\Delta MF_1 F_2} = \frac{1}{2} MF_1 \cdot MF_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(x+\sqrt{3})^2 + y^2} \cdot \sqrt{(x-\sqrt{3})^2 + y^2} = \frac{1}{2} \sqrt{(x^2-3)^2 + y^2(x^2+6) + y^4} = 1.$$

Câu 4. Cho ΔABC có số đo ba góc là A, B, C thỏa mãn điều kiện $\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \sqrt{3}$.

Chứng minh ΔABC là tam giác đều.

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{A}{2} + \frac{B}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{C}{2} \Rightarrow \tan\left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \frac{C}{2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2}}{1 - \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2}} = \cot \frac{C}{2} \Rightarrow \frac{\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2}}{1 - \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2}} = \frac{1}{\tan \frac{C}{2}}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1.$$

$$\text{Ta có } \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} = \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} + 2 \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + 2 \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + 2 \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 3$$

$$= 3 \left(\tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \tan^2 \frac{A}{2} + \tan^2 \frac{B}{2} + \tan^2 \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} - \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} - \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \left(\tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\tan \frac{B}{2} - \tan \frac{C}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2} \right)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \tan \frac{A}{2} - \tan \frac{B}{2} = 0 \\ \tan \frac{B}{2} - \tan \frac{C}{2} = 0 \\ \tan \frac{C}{2} - \tan \frac{A}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \tan \frac{A}{2} = \tan \frac{B}{2} \\ \tan \frac{B}{2} = \tan \frac{C}{2} \\ \tan \frac{C}{2} = \tan \frac{A}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{A}{2} = \frac{B}{2} \\ \frac{B}{2} = \frac{C}{2} \\ \frac{C}{2} = \frac{A}{2} \end{cases} \text{ (vì } 0 < \frac{A}{2}; \frac{B}{2}; \frac{C}{2} < \frac{\pi}{2} \text{)} \Leftrightarrow A = B = C.$$

Suy ra ΔABC đều.

----- HẾT -----