

Họ tên thí sinh:..... Số báo danh:

Mã đề thi: 125

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM. (5,0 điểm)

Câu 1: Giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-1}{n+3}$ là

- A. -1 . B. $-\frac{1}{3}$. C. 2 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 2: Cho số thực c , số thực q , số tự nhiên n , số nguyên k . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\lim_{n \rightarrow \infty} n^k = +\infty$. B. $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ ($|q| < 1$).
C. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0$ ($k \geq 1$). D. $\lim_{n \rightarrow \infty} c = c$.

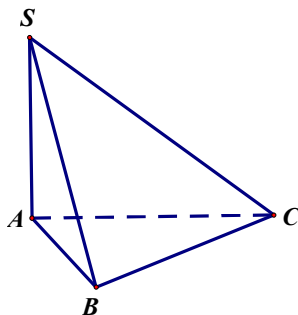
Câu 3: Tính đạo hàm của hàm số $y = x^2 - 2x + 4$.

- A. $y' = 2x$. B. $y' = 2x + 2$.
C. $y' = 2x - 2$. D. $y' = x - 2$.

Câu 4: Giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{(x-1)^2}$ bằng

- A. 1 . B. $+\infty$. C. 0 . D. $-\infty$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , cạnh bên SA vuông góc với đáy.



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $AC \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAC)$.
C. $AB \perp (SBC)$. D. $BC \perp (SAB)$.

Câu 6: Hình chiếu song song của hình vuông **không** thể là hình nào trong các hình sau?

- A. Hình thang. B. Hình chữ nhật.
C. Hình vuông. D. Hình bình hành.

Câu 7: Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} (-n^3 + 3n^2 + 5)$ bằng

- A. 1 . B. $-\infty$. C. $+\infty$. D. -1 .

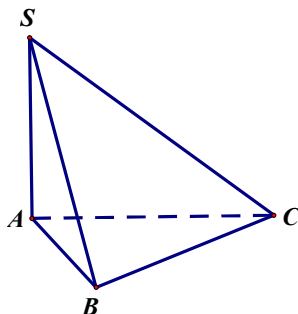
Câu 8: Tính đạo hàm của hàm số $f(x) = \sin x + \cos x + 2023$.

- A. $f'(x) = \sin x - \cos x$. B. $f'(x) = \cos x + \sin x + 2023$.
C. $f'(x) = \cos x - \sin x$. D. $f'(x) = \cos x - \sin x + 2023$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{5}{x-1}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. 5. B. $\frac{5}{(x-1)^2}$. C. $-\frac{5}{x-1}$. D. $-\frac{5}{(x-1)^2}$.

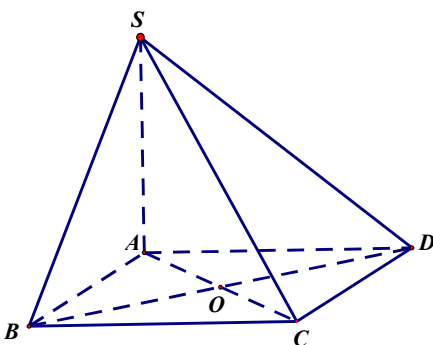
Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc α .



Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\alpha = \widehat{SAB}$. B. $\alpha = \widehat{SBC}$. C. $\alpha = \widehat{SBA}$. D. $\alpha = \widehat{ASB}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, cạnh bên SA vuông góc với đáy.



Tính số đo của góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và $(ABCD)$.

- A. 90° . B. 30° . C. 45° . D. 60° .

Câu 12: Tính đạo hàm của hàm số $y = \tan 2x$.

- A. $y' = -\frac{1}{\cos^2 2x}$. B. $y' = \frac{2}{\cos^2 2x}$.
C. $y' = \cot 2x$. D. $y' = -\cot 2x$.

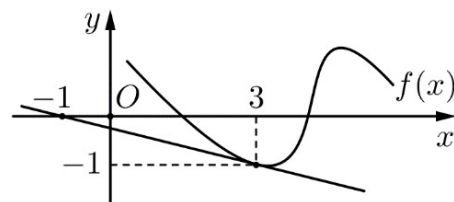
Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2023} \frac{f(x) - f(2023)}{x - 2023} = 2024$. Kết luận nào dưới đây **đúng**?

- A. $f'(x) = 2023$. B. $f'(2024) = 2023$.
C. $f'(2023) = 2024$. D. $f'(x) = 2024$.

Câu 14:

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số

$h(x) = \frac{f(x)}{x}$ tại $x = 3$ bằng

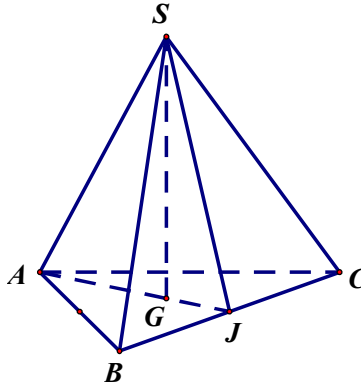


- A. $\frac{2}{9}$. B. $-\frac{1}{36}$. C. $\frac{7}{36}$. D. $\frac{1}{36}$.

Câu 15: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AC ?

- A. $\overrightarrow{A'C}$. B. $\overrightarrow{A'B'}$. C. $\overrightarrow{A'B}$. D. $\overrightarrow{A'C'}$.

Câu 16: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$.



Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° ?

- A. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4a}{3}$. C. $\frac{a}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Cho các giới hạn $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 4$, khi đó $\lim_{x \rightarrow x_0} [4f(x) - 5g(x)]$ bằng

- A. -8 . B. 3 . C. 4 . D. 7 .

Câu 18: Hàm số nào sau đây **không** liên tục trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sqrt{x^2 + 1}$. B. $y = 3x + 1$.
C. $y = \frac{x-3}{2x+1}$. D. $y = -x^4 + x^2 - 1$.

Câu 19: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{2x+5}$.

- A. 0 . B. $-\infty$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.

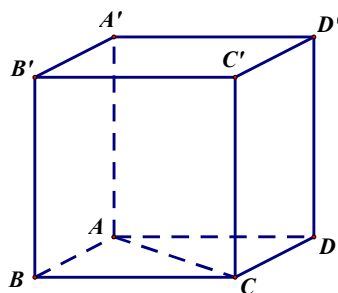
Câu 20: Cho hàm số $y = \sqrt{3x^2 + 7x - 5}$. Đạo hàm y' của hàm số là

- A. $y' = \frac{6x+7}{\sqrt{3x^2+7x-5}}$. B. $y' = \frac{3x+7}{2\sqrt{3x^2+7x-5}}$.
C. $y' = \frac{3x+7}{\sqrt{3x^2+7x-5}}$. D. $y' = \frac{6x+7}{2\sqrt{3x^2+7x-5}}$.

Câu 21: Trong không gian xét các mệnh đề sau, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c thì b song song với c .
B. Góc giữa hai đường thẳng a và b bằng góc giữa hai đường thẳng a và c khi b song song hoặc trùng với c .
C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.
D. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.

Câu 22: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$



Góc giữa hai đường thẳng $A'B'$ và AC là

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 23: Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua một điểm cho trước và vuông góc với một đường thẳng cho trước?

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 24: Cho hàm số $f(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$. Giá trị $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. 0. C. 1. D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 25: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hệ thức nào sau đây **đúng**?

- A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB'}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN. (5,0 điểm)

Câu 26. (0.5 điểm) Tính giới hạn của hàm số $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x-3}$.

Câu 27. (1.0 điểm) Tìm giá trị của tham số m để hàm số sau liên tục trên $\mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 4} & \text{khi } x < 2 \\ m - x & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$$

Câu 28. (1.0 điểm)

a) Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x$. Tính giá trị của $f'(4)$.

b) Tính đạo hàm của hàm số $y = 2\sin^2 x + \cos x$.

Câu 29. (2.0 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, $SA \perp (ABCD)$,

$$SA = a\sqrt{3}.$$

a) Chứng minh mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng (SAC) .

b) Xác định và tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.

c) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và AD . Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SM và BN .

Câu 30. (0.5 điểm) Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) sao cho

khoảng cách từ điểm $I(-2; 2)$ đến tiếp tuyến đó là lớn nhất.

----- **HẾT** -----

Thí sinh không sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (5,0 điểm)

STT	125	239	376	459
1	C	B	B	A
2	A	B	A	B
3	C	D	C	C
4	B	A	B	C
5	D	B	B	D
6	A	B	A	C
7	B	D	C	A
8	C	D	C	D
9	D	C	C	D
10	C	C	D	D
11	A	C	A	C
12	B	A	A	D
13	C	B	D	C
14	D	D	B	A
15	D	C	B	B
16	B	A	C	B
17	A	C	D	A
18	C	C	A	B
19	A	D	D	D
20	D	B	B	A
21	B	A	C	B
22	B	D	A	C
23	D	A	B	A
24	A	A	D	C
25	C	B	D	B

Câu 12. (đề gốc) Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên. Hệ số góc của tiếp tuyến của đồ thị hàm số

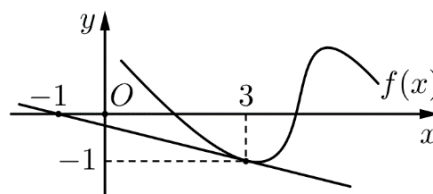
$h(x) = \frac{f(x)}{x}$ tại $x = 3$ bằng:

A. $-\frac{1}{36}$.

B. $\frac{7}{36}$.

C. $\frac{1}{36}$.

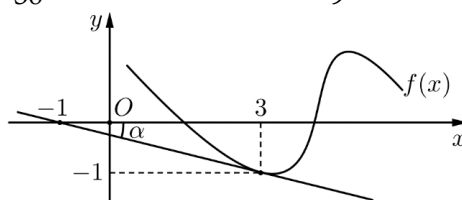
D. $\frac{2}{9}$.



Đáp án.

Ta có $h'(x) = \frac{f'(x).x - f(x)}{x^2}$.

Theo YCBT phải tìm $h'(3)$.



Từ đồ thị suy ra $f'(3) = -\tan \alpha = -\frac{1}{4}$ và $f(3) = -1$.

$$\text{Suy ra } h_{sgtt} \ k = h'(3) = \frac{f'(3) \cdot 3 - f(3)}{3^2} = \frac{1}{36}.$$

Câu 25. (đề gốc) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Độ dài cạnh bên của hình chóp bằng bao nhiêu để góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 30° ?

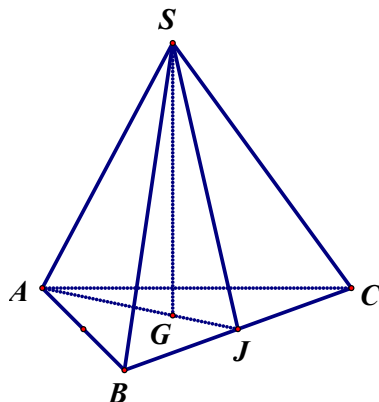
A. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{4a}{3}$.

C. $\frac{a}{3}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Đáp án.



Gọi G là tâm của tam giác ABC , J là trung điểm của BC .

Do $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SG \perp (ABC)$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} SG \perp (ABC) \\ SA \cap (ABC) = \{A\} \end{cases} \Rightarrow \left(\widehat{SA; (ABC)} \right) = \left(\widehat{SA; AG} \right) = \widehat{SAG} = 30^\circ$$

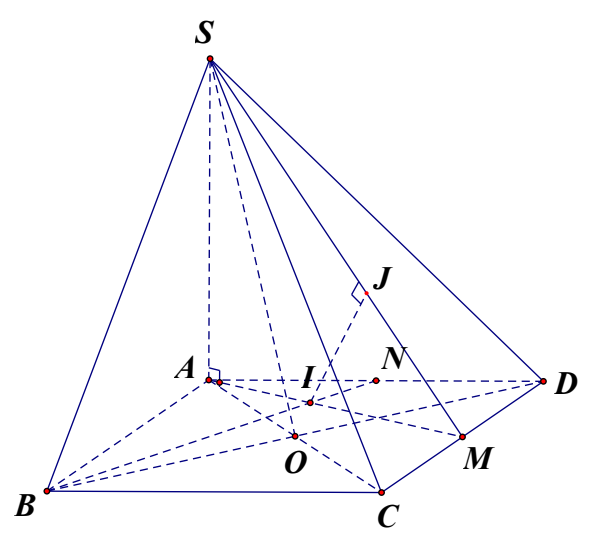
$$\Delta ABC \text{ đều, cạnh bằng } 2a \Rightarrow AG = \frac{2}{3} AJ = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Delta SAG \text{ vuông tại } G \Rightarrow SA = \frac{AG}{\cos \widehat{SAG}} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{2a\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{4a}{3}.$$

Vậy, độ dài cạnh bên là $\frac{4a}{3}$.

II. PHẦN TỰ LUẬN (5,0 điểm)

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
26	Tính giới hạn của hàm số $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$.		0.5
		Ta có $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{(x-3)(\sqrt{x+1}+2)}$	0.25
		$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sqrt{x+1}+2} = \frac{1}{4}$.	0.25
27	Tìm giá trị của tham số m để hàm số sau liên tục trên $\mathbb{R}$.		1.0

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
		$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 4} & \text{khi } x < 2 \\ m - x & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$	
		TXĐ : $D = \mathbb{R}$ • Với $x < 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2x - 4} \Rightarrow$ hàm số liên tục trên khoảng $(-\infty; 2)$ Với $x > 2 \Rightarrow f(x) = m - x \Rightarrow$ hàm số liên tục trên khoảng $(2; +\infty)$.	0.25
		• Tại $x = 2$, ta có : $f(2) = m - 2$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (m - x) = m - 2$	0.25
		• $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x-3)}{2(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-3)}{2} = -\frac{1}{2}$.	0.25
		• Để hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thì hàm số liên tục tại $x = 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = m - 2 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$.	0.25
28		a) Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x$. Tính giá trị của $f'(4)$. b) Tính đạo hàm của hàm số $y = 2 \sin^2 x + \cos x$.	1,0
	a	Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3$.	0.25
		Suy ra $f'(4) = 3 \cdot 4^2 + 3 = 51$.	0.25
	b	$y' = [2 \sin^2 x + \cos x]' = 2 \cdot 2 \sin x \cdot (\sin x)' - \sin x$ $= 2 \cdot 2 \sin x \cdot \cos x - \sin x = 2 \sin 2x - \sin x$.	0.25
29		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. a) Chứng minh mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng (SAC). b) Xác định và tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. c) Gọi M và N lần lượt là trung điểm của CD và AD. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau SM và BN.	2.0
	a		0.5

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
		Ta có $BD \perp AC$ (do $ABCD$ là hình vuông) và $BD \perp SA$ (do $SA \perp (ABCD)$). $\Rightarrow BD \perp (SAC)$	
		Mặt khác $BD \subset (SBD)$, do đó mặt phẳng (SBD) vuông góc mặt phẳng (SAC)	0.5
	b	Gọi $O = AC \cap BD$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$. Ta có $(SBD) \cap (ABCD) = BD$; $AO \perp BD$; $SO \perp BD$ nên $\alpha = (AO; SO) = \widehat{SOA}$	0.25
		Xét tam giác SOA vuông tại A , ta có $\tan \widehat{SOA} = \frac{SA}{AO} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{3a\sqrt{2}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.	0.25
	c	Chứng minh được: $BN \perp AM$; $BN \perp SA \Rightarrow BN \perp (SAM)$. Gọi $I = BN \cap AM$; J là hình chiếu vuông góc của I lên SM . Ta có IJ là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng SM và BN . Suy ra $d(SM; BN) = IJ$.	0.25
		Tính IJ : Tính được: $AM = \frac{3a\sqrt{5}}{2}$; $SM = \frac{a\sqrt{57}}{2}$ $\Delta MJI \sim \Delta MAS \Rightarrow \frac{IJ}{SA} = \frac{MI}{MS} \quad (1).$ +) $\Delta AIN \sim \Delta ADM \Rightarrow \frac{AI}{AD} = \frac{AN}{AM} \Rightarrow \frac{AI}{3a} = \frac{\frac{3a}{2}}{\frac{3a\sqrt{5}}{2}} \Leftrightarrow AI = \frac{3a\sqrt{5}}{5}$. Khi đó, $MI = AM - AI = \frac{3a\sqrt{5}}{2} - \frac{3a\sqrt{5}}{5} = \frac{9a\sqrt{5}}{10}$. +) Từ (1) ta tính được $IJ: \frac{IJ}{a\sqrt{3}} = \frac{\frac{9a\sqrt{5}}{10}}{\frac{a\sqrt{57}}{2}} \Leftrightarrow IJ = \frac{9a\sqrt{95}}{95}$. Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BN là $\frac{9a\sqrt{95}}{95}$.	0.25
30		Cho hàm số $y = \frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) . Viết phương trình tiếp tuyến của (C) , sao cho khoảng cách từ điểm $I(-2; 2)$ đến tiếp tuyến đó là lớn nhất.	0.5
		Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. $y' = \frac{4}{(x+2)^2}$.	0.25

CÂU	Ý	NỘI DUNG	ĐIỂM
		Gọi $M\left(a; \frac{2a}{a+2}\right), a \neq -2$ là điểm thuộc (C). Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $\Delta: y = \frac{4}{(a+2)^2}(x-a) + \frac{2a}{a+2}$ hay $\Delta: 4x - (a+2)^2 y + 2a^2 = 0$. Ta có $d[I, \Delta] = \frac{8 a+2 }{\sqrt{16 + (a+2)^4}} \leq \frac{8 a+2 }{\sqrt{2\sqrt{16(a+2)^4}}} = 2\sqrt{2}$.	
		Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (a+2)^4 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \Rightarrow M(0;0) \Rightarrow PTTT \Delta: y=x. \\ a=-4 \Rightarrow M(-4;4) \Rightarrow PTTT \Delta: y=x+8. \end{cases}$	0.25

Chú ý: Nếu học sinh giải cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.

----- Hết -----