SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH

MÃ ĐỀ 210

ĐỀ THI THỬ THPTQG LẦN I – NĂM HỌC: 2019 - 2020

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: .... Lớp: .... SBD: ....

Câu 1: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A=a^{\frac{-2}{7}}$. **B.** $A=a^{\frac{2}{7}}$. **C.** $A=a^{\frac{7}{2}}$. **D.** $A=a^{\frac{-7}{2}}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=2\sin x-\cos x$. Đạo hàm của hàm số là:

A. $-2\cos x-\sin x$. **B.** $y'=-2\cos x+\sin x$.

C. $y'=2\cos x+\sin x$. **D.** $y'=2\cos x-\sin x$.

Câu 3: Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x+1}$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}$ **C.** $y=\left(\dfrac{3}{e}\right)^{x}$. **D.** $y=2017^x$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. **D.** Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 5: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 16. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 6: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x?

A. $y=\left(2x-1\right)^{\frac{1}{3}}$. **B.** $y=\left(2x^2+1\right)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $y=\left(1-2x\right)^{-3}$. **D.** $y=\left(1+2\sqrt{x}\right)^{3}$.

Câu 7: Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là:

A. $S_{xq}=rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2rl$

Câu 8: Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{4}\log_a b$. **D.** $\log_{a^2}\left(ab\right)=2+2\log_a b$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)<0\ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=2020$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f\left(2020\right)>f\left(2022\right)$. **B.** $f(2018)<f(2020)$.

C. $f(0)=2020$. **D.** $f(2)+f(3)=4040$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc. Biết $SA=SB=SC=a$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Câu 11: Tổng $S = C_n^0 - 3C_n^1 + 3^2C_n^2 - 3^3C_n^3 + ... + (-1)^n.3^nC_n^n$ bằng:

A. -2^n **B.** $(-2)^n$ **C.** 4^n **D.** 2^n

Câu 12: Cho 10 điểm phân biệt. Hỏi có thể lập được bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ mà điểm đầu và điểm cuối thuộc 10 điểm đã cho.

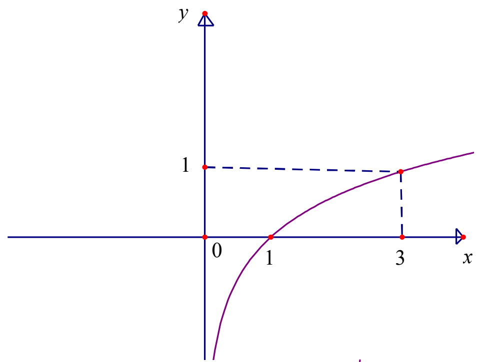
A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** A_8^2. **D.** A_{10}^1.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$3 \searrow$		$-\infty \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

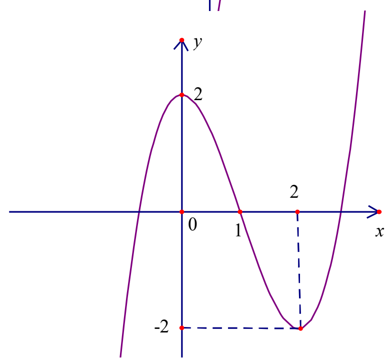
Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y = 2^x$. **B.** $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. **D.** $y = \log_3 x$.

Câu 15: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

Câu 16: Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. a^3 **B.** $2a^3$ **C.** $\sqrt{2}a^3$ **D.** $2\sqrt{2}a^3$

Câu 18: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 19. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = 2x - 3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

A. $M\left(\frac{-3}{2}; -6\right)$. **B.** $M\left(\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$. **C.** $M\left(\frac{3}{2}; 0\right)$. **D.** $M\left(\frac{3}{4}; 0\right)$.

Câu 20: Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22: Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\dfrac{R}{2}$. Khi đó thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng:

A. R. **B.** $\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R\sqrt{3}$ **D.** $\dfrac{R}{2}$

Câu 23: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S=2M-m$.

A. $S=0$. **B.** $S=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=4$.

Câu 24: Hàm số: $y=x^3-3x^2-9x+7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $y=(1;+\infty)$. **B.** $(-5;-2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 25: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=2x^3+x\ln x$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y=-7x+9$. **B.** $y=3x-4$. **C.** $y=7x-5$. **D.** $y=3x-1$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 27: Hai anh em A sau Tết có $20\ 000\ 000$ đồng tiền mừng tuổi. Mẹ gửi ngân hàng cho hai anh em với lãi suất $0,5\%$ /tháng (sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào tiền gốc để tính lãi tháng sau). Hỏi sau 1 năm hai anh em được nhận bao nhiêu tiền biết trong một năm đó hai anh em không rút tiền lần nào (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

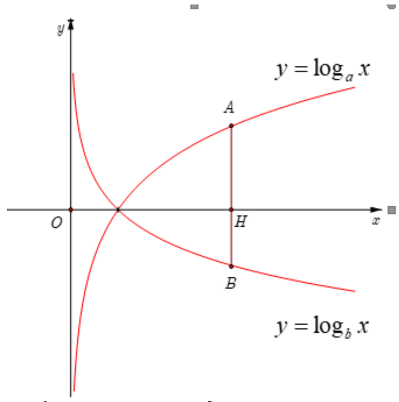
A. $21\ 233\ 000$ đồng. **B.** $21\ 234\ 000$ đồng.
C. $21\ 235\ 000$ đồng. **D.** $21\ 200\ 000$ đồng.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $4a^3$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi là M trung điểm của cạnh SD. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB).

A. $12a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 29: Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A, B và H phân biệt ta đều có $3HA=4HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^4b^3=1$.
B. $a^3b^4=1$.
C. $3a=4b$.
D. $4a=3b$.



Câu 30: Một hình trụ nội tiếp một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$ **B.** $\frac{1}{4}\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** πa^3

Câu 31: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-4x-5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

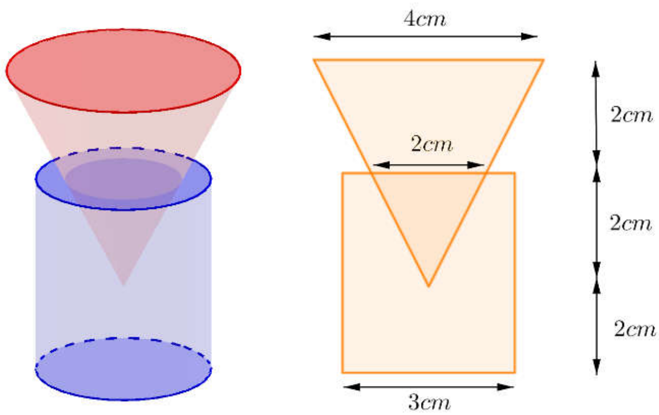
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 32: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 45^0 **D.** 90^0

Câu 33: Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên dưới. Tính thể tích V của (H).



A. $V=23\pi(cm^3)$. **B.** $V=13\pi(cm^3)$. **C.** $V=17\pi(cm^3)$. **D.** $V=\frac{41\pi}{3}(cm^3)$.

Câu 34. Cho tập hợp $A=\{1,2,3,...,20\}$. Hỏi A có bao nhiêu tập con khác rỗng mà số phần tử là số chẵn bằng số phần tử là số lẻ?

A. 184755. **B.** 524288. **C.** 524287. **D.** 184756.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $AB=3$, $AC=2$ và $\widehat{BAC}=60°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$.

A. $R=\sqrt{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $R=\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $R=1$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $m\in(-1;1)$. **B.** $m\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. **C.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\geq\frac{1}{3}$ hoặc $m\leq-1$. **B.** $m<-1$.

C. $m > \frac{1}{3}$. **D.** $-1 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3-\left(m+3\right)x^2+2mx+2$ (với m là tham số thực, $m>0$). Hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V. Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{12}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

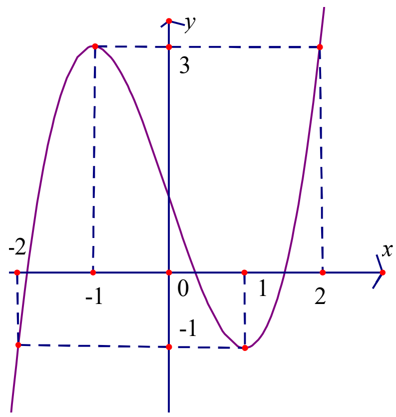
Câu 40: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{11}{27}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực ?

A. 5. **B.** 9.

C. 7. **D.** 3.



Câu 42: Cho hàm số $f\left(x\right)=2x^4-4x^3+3mx^2-mx-2m\sqrt{x^2-x+1}+2$ (m là tham số thực).

Biết $f\left(x\right)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m\in\phi$ **B.** $m\in\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $m\in\left(0;\frac{5}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(-1;1\right)$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C; $CA=CB=a$. Gọi là M trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC'.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

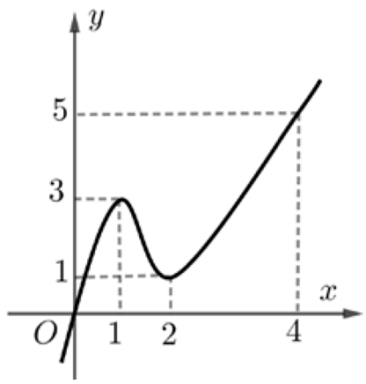
Câu 44. Trong tất cả các cặp số thực $\left(x;y\right)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}\left(2x+2y+5\right)\geq 1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp $\left(x;y\right)$ sao cho $x^2+y^2+4x+6y+13-m=0$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^3\left(x-9\right)\left(x-1\right)^2$. Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;-3\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-3;0\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(0)=0; f(4)>4$. Biết đồ thị hàm $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x^2)-2x\right|$.



A. 1. **B.** 2.
C. 5. **D.** 3.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\ln\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'(2)+f'(3)+...+f'(2019)+f'(2020)=\frac{m}{n}$ với m, n, là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $S=2m-n$.

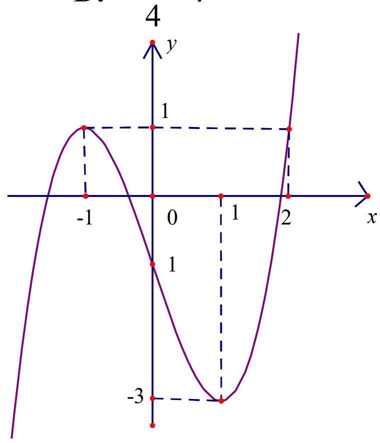
A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a\sqrt{3}, AB=AC=2a, BC=3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{35}a^3}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{35}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}a^3}{4}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Gọi $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-2019$.

Biết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$. Với $x\in[-1;2]$ thì $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng:



A. $g(2)$. **B.** $g(1)$.
C. $g(-1)$. **D.** $g(0)$.

Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BD=AD=2a, AC=\sqrt{7}a, BC=\sqrt{3}a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng a, tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{6}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

----------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO THÁI BÌNH

TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH

MÃ ĐỀ 210

ĐỀ THI THỬ THPTQG LẦN I – NĂM HỌC: 2019 - 2020

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên thí sinh: .... Lớp: .... SBD: ....

Câu 1: Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}$ với $a>0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $A=a^{\frac{-2}{7}}$. **B.** $A=a^{\frac{2}{7}}$. **C.** $A=a^{\frac{7}{2}}$. **D.** $A=a^{\frac{-7}{2}}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=2\sin x-\cos x$. Đạo hàm của hàm số là:

A. $-2\cos x-\sin x$. **B.** $y'=-2\cos x+\sin x$.

C. $y'=2\cos x+\sin x$. **D.** $y'=2\cos x-\sin x$.

Câu 3: Hàm số nào trong bốn hàm số liệt kê ở dưới nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x+1}$. **B.** $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x}$ **C.** $y=\left(\dfrac{3}{e}\right)^{x}$. **D.** $y=2017^x$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 1. **D.** Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 5: Hình bát diện đều có bao nhiêu cạnh?

A. 16. **B.** 8. **C.** 24. **D.** 12.

Câu 6: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào xác định với mọi giá trị thực của x?

A. $y=\left(2x-1\right)^{\frac{1}{3}}$. **B.** $y=\left(2x^2+1\right)^{-\frac{1}{3}}$. **C.** $y=\left(1-2x\right)^{-3}$. **D.** $y=\left(1+2\sqrt{x}\right)^{3}$.

Câu 7: Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là:

A. $S_{xq}=rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2rl$

Câu 8: Cho các số thực dương a,b với $a\neq 1$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề dưới đây.

A. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{2}\log_a b$. **B.** $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\log_a b$.

C. $\log_{a^2}\left(ab\right)=\dfrac{1}{4}\log_a b$. **D.** $\log_{a^2}\left(ab\right)=2+2\log_a b$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)<0\ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=2020$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

A. $f\left(2020\right)>f\left(2022\right)$. **B.** $f(2018)<f(2020)$.

C. $f(0)=2020$. **D.** $f(2)+f(3)=4040$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc. Biết $SA=SB=SC=a$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{6}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{3}$.

Câu 11: Tổng $S=C_n^0-3C_n^1+3^2C_n^2-3^3C_n^3+...+(-1)^n.3^nC_n^n$ bằng:

A. -2^n B. $(-2)^n$ C. 4^n D. 2^n

Câu 12: Cho 10 điểm phân biệt. Hỏi có thể lập được bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ mà điểm đầu và điểm cuối thuộc 10 điểm đã cho.

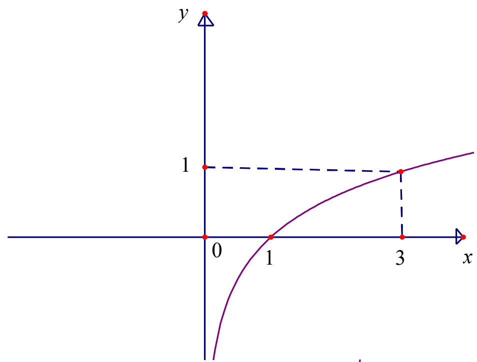
A. C_{10}^2. B. A_{10}^2. C. A_8^2. D. A_{10}^1.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	3 ↘		$-\infty$ || $+\infty$	↘	-2	↗	5

A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

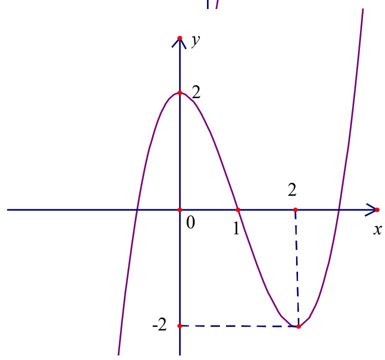
Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như trong hình vẽ bên?



A. $y=2^x$. B. $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y=\log_{\frac{1}{3}} x$. D. $y=\log_3 x$.

Câu 15: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+2$.

B. $y=x^3-3x^2+2$.

C. $y=x^3-3x+2$.

D. $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 16: Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích mặt chéo $ACC'A'$ bằng $2\sqrt{2}a^2$. Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là:

A. a^3 B. $2a^3$ C. $\sqrt{2}a^3$ D. $2\sqrt{2}a^3$

Câu 18: Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+3$ và đường thẳng $y=x$.

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 19. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=2x-3$. Đường thẳng d cắt (C) tại hai điểm A và B. Tọa độ trung điểm của đoạn AB là:

A. $M\left(\frac{-3}{2};-6\right)$. B. $M\left(\frac{3}{4};-\frac{3}{2}\right)$. C. $M\left(\frac{3}{2};0\right)$. D. $M\left(\frac{3}{4};0\right)$.

Câu 20: Hàm số $y=\log_2\left(x^2-2x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21: Hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng bao nhiêu?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22: Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P) cách I một khoảng bằng $\frac{R}{2}$. Khi đó thiết diện của (P) và (S) là một đường tròn có bán kính bằng:

A. R. **B.** $\frac{R\sqrt{3}}{2}$. **C.** $R\sqrt{3}$ **D.** $\frac{R}{2}$

Câu 23: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S=2M-m$.

A. $S=0$. **B.** $S=-\frac{3}{2}$. **C.** $S=-2$. **D.** $S=4$.

Câu 24: Hàm số: $y=x^3-3x^2-9x+7$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $y=(1;+\infty)$. **B.** $(-5;-2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 25: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị $(C): y=2x^3+x\ln x$ tại điểm $M(1;2)$.

A. $y=-7x+9$. **B.** $y=3x-4$. **C.** $y=7x-5$. **D.** $y=3x-1$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA=a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 27: Hai anh em A sau Tết có $20\ 000\ 000$ đồng tiền mừng tuổi. Mẹ gửi ngân hàng cho hai anh em với lãi suất $0,5\%$ /tháng (sau mỗi tháng tiền lãi được nhập vào tiền gốc để tính lãi tháng sau). Hỏi sau 1 năm hai anh em được nhận bao nhiêu tiền biết trong một năm đó hai anh em không rút tiền lần nào (số tiền được làm tròn đến hàng nghìn)?

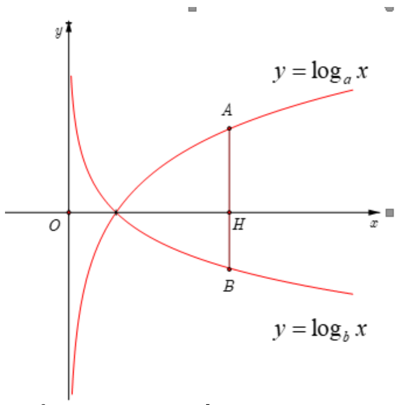
A. $21\ 233\ 000$ đồng. **B.** $21\ 234\ 000$ đồng.
C. $21\ 235\ 000$ đồng. **D.** $21\ 200\ 000$ đồng.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $4a^3$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi là M trung điểm của cạnh SD. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách từ M tới mặt phẳng (SAB).

A. $12a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 29: Cho a và b là các số thực dương khác 1. Biết rằng bất kì đường thẳng nào song song với trục tung mà cắt các đồ thị $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ và trục hoành lần lượt tại A, B và H phân biệt ta đều có $3HA=4HB$ (hình vẽ bên dưới). Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^4b^3=1$.
B. $a^3b^4=1$.
C. $3a=4b$.
D. $4a=3b$.



Câu 30: Một hình trụ nội tiếp một hình lập phương cạnh a. Thể tích của khối trụ đó là:

A. $\frac{1}{2}\pi a^3$ **B.** $\frac{1}{4}\pi a^3$ **C.** $\frac{4}{3}\pi a^3$ **D.** πa^3

Câu 31: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-4x-5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

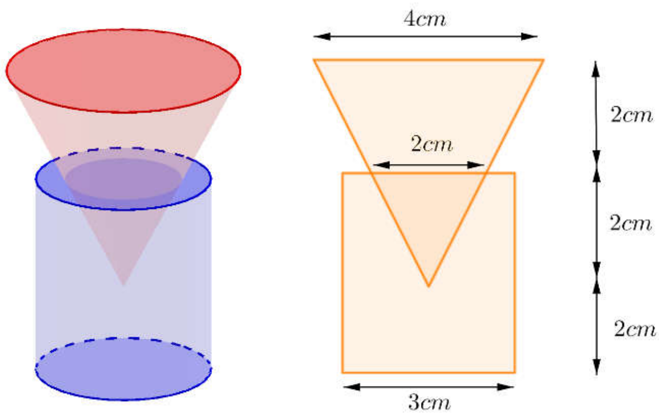
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(5;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 32: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AA'=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$.

A. 60^0 **B.** 30^0 **C.** 45^0 **D.** 90^0

Câu 33: Một nút chai thủy tinh là một khối tròn xoay (H), một mặt phẳng chứa trục của (H) cắt (H) theo một thiết diện như trong hình vẽ bên dưới. Tính thể tích V của (H).



A. $V=23\pi(cm^3)$. **B.** $V=13\pi(cm^3)$. **C.** $V=17\pi(cm^3)$. **D.** $V=\frac{41\pi}{3}(cm^3)$.

Câu 34. Cho tập hợp $A=\{1,2,3,...,20\}$. Hỏi A có bao nhiêu tập con khác rỗng mà số phần tử là số chẵn bằng số phần tử là số lẻ?

A. 184755. **B.** 524288. **C.** 524287. **D.** 184756.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $AB=3$, $AC=2$ và $\widehat{BAC}=60°$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$.

A. $R=\sqrt{2}$. **B.** $R=\frac{\sqrt{21}}{3}$. **C.** $R=\frac{4}{\sqrt{3}}$. **D.** $R=1$.

Câu 36: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

A. $m\in(-1;1)$. **B.** $m\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. **C.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$. **D.** $m\in\left[-\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 37. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $m\geq\frac{1}{3}$ hoặc $m\leq-1$. **B.** $m<-1$.

C. $m > \frac{1}{3}$. **D.** $-1 < m < \frac{1}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = x^3 - (m+3)x^2 + 2mx + 2$ (với m là tham số thực, $m > 0$). Hàm số $y = f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB và P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ là V. Tính thể tích của khối tứ diện $AMNP$ theo V.

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{12}$. **C.** $\frac{V}{6}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

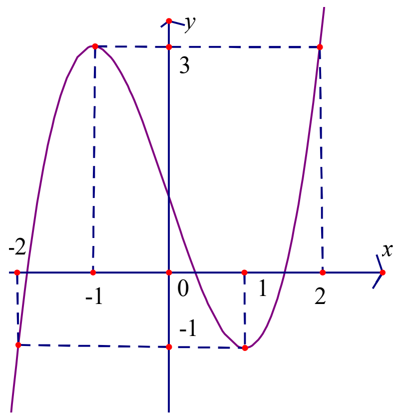
Câu 40: Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có chín chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{11}{27}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình $f(f(x)) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực ?

A. 5. **B.** 9.

C. 7. **D.** 3.



Câu 42: Cho hàm số $f(x) = 2x^4 - 4x^3 + 3mx^2 - mx - 2m\sqrt{x^2 - x + 1} + 2$ (m là tham số thực).

Biết $f(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $m \in \phi$ **B.** $m \in (-\infty; -1)$. **C.** $m \in \left(0; \frac{5}{4}\right)$. **D.** $m \in (-1; 1)$.

Câu 43: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng $2a$, đáy là tam giác ABC vuông cân tại C; $CA = CB = a$. Gọi là M trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC'.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 44. Trong tất cả các cặp số thực $(x; y)$ thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+3}(2x + 2y + 5) \geq 1$, có bao nhiêu giá trị thực của m để tồn tại duy nhất cặp $(x; y)$ sao cho $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 13 - m = 0$?

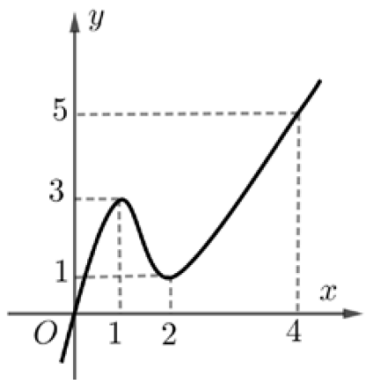
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^3(x-9)(x-1)^2$. Hàm số $y = f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -3)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(-3; 0)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f\left(0\right)=0; f\left(4\right)>4$. Biết đồ thị hàm $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=\left|f\left(x^2\right)-2x\right|$.

A. 1. **B.** 2.
C. 5. **D.** 3.



Câu 47: Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)$. Biết rằng $f'\left(2\right)+f'\left(3\right)+...+f'\left(2019\right)+f'\left(2020\right)=\dfrac{m}{n}$ với m, n, là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tính $S=2m-n$.

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

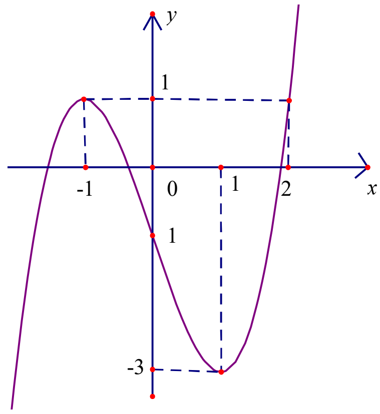
Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a\sqrt{3}, AB=AC=2a, BC=3a$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{35}a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{35}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}a^3}{4}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Gọi $g\left(x\right)=f\left(x\right)-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+x-2019$.

Biết $g\left(-1\right)+g\left(1\right)>g\left(0\right)+g\left(2\right)$. Với $x\in\left[-1;2\right]$ thì $g\left(x\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng:

A. $g\left(2\right)$. **B.** $g\left(1\right)$.
C. $g\left(-1\right)$. **D.** $g\left(0\right)$.



Câu 50: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=BD=AD=2a, AC=\sqrt{7}a, BC=\sqrt{3}a$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB, CD bằng a, tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$.

A. $\dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{6}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}a^3$.

----------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1.B	**2.C**	**3.B**	**4.A**	**5.D**	**6.B**	**7.C**	**8.B**	**9.A**	**10.A**
11.B	**12.B**	**13.A**	**14.D**	**15.B**	**16.C**	**17.D**	**18.C**	**19.B**	**20.B**
21.A	**22.B**	**23.A**	**24.B**	**25.C**	**26.D**	**27.B**	**28.C**	**29.A**	**30.B**
31.C	**32.B**	**33.D**	**34.A**	**35.B**	**36.D**	**37.A**	**38.C**	**39.A**	**40.B**
41.C	**42.C**	**43.A**	**44.B**	**45.A**	**46.D**	**47.C**	**48.D**	**49.A**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn B

Với $a>0$, ta có: $A=\dfrac{\sqrt[3]{a^5}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.\sqrt[7]{a^{-2}}}=\dfrac{a^{\frac{5}{3}}.a^{\frac{7}{3}}}{a^4.a^{\frac{-2}{7}}}=a^{\frac{2}{7}}$.

Câu 2. Chọn C

Ta có: $y'=\left(2\sin x-\cos x\right)'=2\cos x+\sin x$.

Câu 3. Chọn B

Ta có: $y'=\left(\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x+1}\right)'=2.\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x+1}.\ln\dfrac{e}{2}>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{e}{2}\right)^{2x+1}$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số thuộc khoảng $a=\dfrac{1}{3}\in(0;1)$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Các hàm số $y=\left(\dfrac{3}{e}\right)^x$ và $y=2017^x$ là các hàm số mũ có cơ số lớn hơn 1 nên các hàm số này đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó ta chọn B.

Câu 4. Chọn A

Dựa vào BBT, ta có

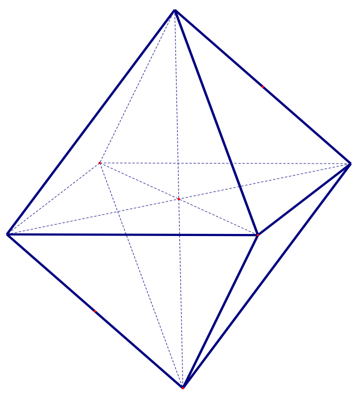
Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$ nên A đúng.

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên B sai.

Hàm số có giá trị cực đại $y=2$ tại điểm $x=1$ nên C sai.

Hàm số có hai điểm cực trị $x=1$ và $x=3$ nên D sai.

Câu 5. Chọn D



Hình bát diện đều có 12 cạnh. Chọn D.

Câu 6. Chọn B

Điều kiện xác định của hàm số $y=(2x-1)^{\frac{1}{3}}$ là: $2x-1>0\Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

Ta có $2x^2+1>0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y=\left(2x^2+1\right)^{-\frac{1}{3}}$ xác định với mọi giá trị thực của x.

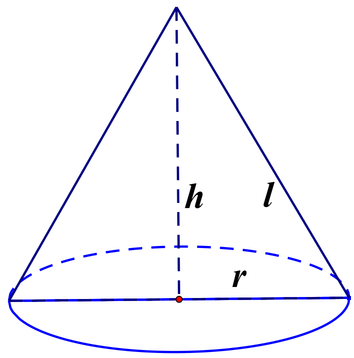
Điều kiện xác định của hàm số $y=(1-2x)^{-3}$ là: $1-2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$.

Điều kiện xác định của hàm số $\left(1+2\sqrt{x}\right)^3$ là: $x \geq 0$.

Do vậy chỉ có hàm số $y=\left(2x^2+1\right)^{-\frac{1}{3}}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 7. Chọn C

Công thức tính diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq}=\pi rl$.



Câu 8. Chọn B

Với a, b là các số thực dương và $a \neq 1$,

ta có $\log_{a^2}(ab)=\log_{a^2} a+\log_{a^2} b=\frac{1}{2}\log_a a+\frac{1}{2}\log_a b=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b$. Chọn B.

Câu 9. Chọn A

Do $f'(x)<0; \forall x \in (0;+\infty)$ nên hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Do đó $\forall x_1, x_2 \in (0;+\infty), x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Áp dụng tính chất trên ta được:

+) $f(2020)>f(2022)$, suy ra A đúng.

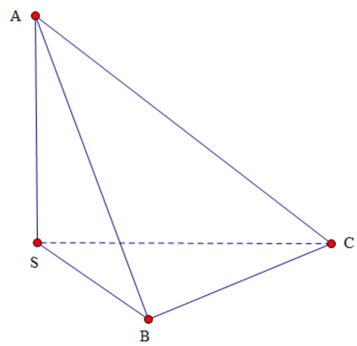
+) $f(2018)>f(2020)$, suy ra B sai.

+) Do $0 \notin (0;+\infty)$ nên không đủ căn cứ để đưa ra kết luận $f(0)=f(1)=2020$, suy ra C sai.

+) $f(2)+f(3)<f(1)+f(1)=4040$, suy ra D sai.

Do đó ta chọn A.

Câu 10. Chọn A



Ta có: $\begin{cases} SA \perp SB \\ SA \perp SC \end{cases} \Rightarrow SA \perp (SBC)$.

Khi đó thể tích khối chóp $S.ABC$ là :

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta SBC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}SB.SC=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{1}{6}a^3$.

Câu 11. Chọn B

+Ta có $\forall n\in\mathbb{N}^*:(1+x)^n=C_n^0+xC_n^1+x^2C_n^2+x^3C_n^3+...+x^nC_n^n$.

Thay $x=-3$ vào hai vế ta được:

$(1-3)^n=C_n^0-3C_n^1+3^2C_n^2-3^3C_n^3+...+(-1)^n.3^n.C_n^n$

$\Leftrightarrow C_n^0-3C_n^1+3^2C_n^2-3^3C_n^3+...+(-1)^n.3^n.C_n^n=(-2)^n$.

Vậy tổng $S=(-2)^n$.

Câu 12. Chọn B

Số vectơ khác $\vec{0}$ mà điểm đầu và điểm cuối thuộc 10 điểm đã cho chính là số cách chọn 2 điểm bất kỳ trong 10 điểm phân biệt đã cho và sắp xếp thứ tự điểm đầu- điểm cuối. Suy ra ta có thể lập được A_{10}^2 vectơ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 13. Chọn A

Ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=3$ nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=5$ nên $y=5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\begin{cases}\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty\\ \lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty\end{cases}$ nên $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 tiệm cận đứng và ngang.

Câu 14. Chọn D

Hàm số có đồ thị như hình vẽ trên đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên loại **B, C**, đồ thị nhận Oy làm tiệm cận đứng nên chọn hàm số $y=\log_3 x$.

Câu 15. Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(2;-2)\Rightarrow$ loại **A, C, D**.

Vậy đáp án **B** đúng.

Câu 16. Chọn C

Cách 1:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

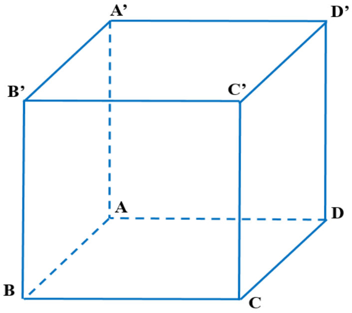
Ta có $y'=4x^3-2x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\frac{1}{\sqrt{2}}\\ x=-\frac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$.

Vì phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm đơn và đổi dấu qua 3 nghiệm nên hàm số $y=x^4-x^2+3$ có 3 điểm cực trị.

Cách 2: Công thức nhanh

Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có $ab=1.(-1)=-1<0$, suy ra hàm số $y=x^4-x^2+3$ có 3 điểm cực trị.

Câu 17. Chọn D



Gọi x là cạnh của hình lập phương.

Theo bài ra: $S_{ACC'A'} = 2\sqrt{2}a^2 \Leftrightarrow AA'.AC = 2\sqrt{2}a^2 \Leftrightarrow x.x\sqrt{2} = 2\sqrt{2}a^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}a$.

Thể tích khối lập phương là: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = x^3 = 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 18. Chọn C

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 3$ và đường thẳng $y = x$ là số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x + 3 = x \quad (1)$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 + x - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị hàm số trên là 3.

Câu 19. Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm là: $\dfrac{2x-1}{x+1} = 2x - 3 \quad (1)$. Điều kiện $x \neq 1$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow 2x - 1 = (x+1)(2x-3) \Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Gọi M là trung điểm của đoạn AB.

Ta có $x_M = \dfrac{2 + \left(-\dfrac{1}{2}\right)}{2} = \dfrac{3}{4}$; $y_M = 2x_M - 3 = 2.\dfrac{3}{4} - 3 = -\dfrac{3}{2}$.

Vậy tọa độ trung điểm của đoạn AB là: $M\left(\dfrac{3}{4}; -\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 20. Chọn B

Tập xác định: $D = (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ta có $y' = \dfrac{2(x-1)}{(x^2 - 2x)\ln 2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x^2 - 2x > 0 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|$				$\|$	$+$	

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty; 0)$.

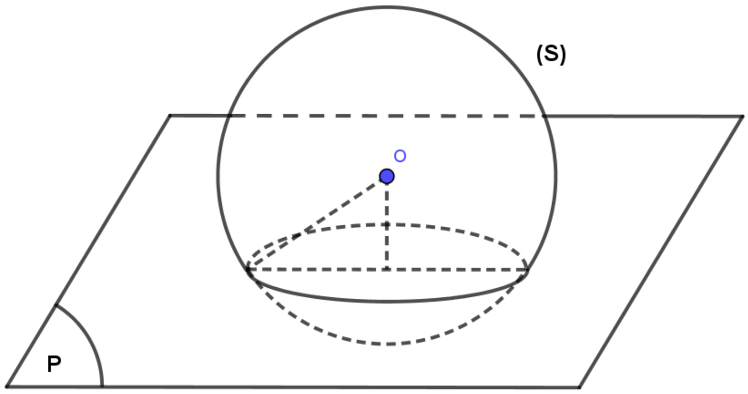
Câu 21. Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích là $S=2.1=2$.

Câu 22. Chọn B



Gọi r là bán kính đường tròn thiết diện của mặt phẳng (P) và mặt cầu (S).

Bán kính của đường tròn thiết diện là $r=\sqrt{R^2-\left[d\left(O,(P)\right)\right]^2}=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{R}{2}\right)^2}=\dfrac{R\sqrt{3}}{2}$.

Câu 23. Chọn A

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2\sqrt{x+1}}=\dfrac{\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}-1=0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1}=1 \Leftrightarrow x=0\in[0;3]$.

$f(0)=-1$, $f(3)=-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $M=\max\limits_{[0;3]}f(x)=f(3)=-\dfrac{1}{2}$; $m=\min\limits_{[0;3]}f(x)=f(0)=-1$.

Vậy $S=2\left(-\dfrac{1}{2}\right)-(-1)=0$.

Câu 24. Chọn B

Tập xác định : $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6x-9$.

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-5;-2)$.

Câu 25. Chọn C.

Xét hàm số $y=2x^3+x\ln x$. Tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

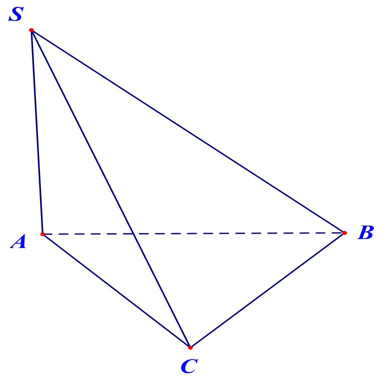
Ta có $y'=6x^2+\ln x+1 \Rightarrow y'(1)=7$.

Phương trình tiếp tuyến (d) của đồ thị (C) tại điểm $M(1;2)$ là:

$y-2=7(x-1)\Leftrightarrow y=7x-5$.

Vậy $(d): y=7x-5$.

Câu 26. Chọn D



ΔABC đều có cạnh là a nên $S_{\Delta ABC}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}.a=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Vậy $V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 27. Chọn B

Giả sử $T_0=20000000$ và $r=0,5\%$.

Khi đó sau một tháng sẽ nhận được số tiền cả gốc và lãi là $T_1=T_0(1+r)$.

Sau hai tháng sẽ nhận số tiền cả gốc và lãi là $T_2=T_1(1+r)=T_0(1+r)^2$.

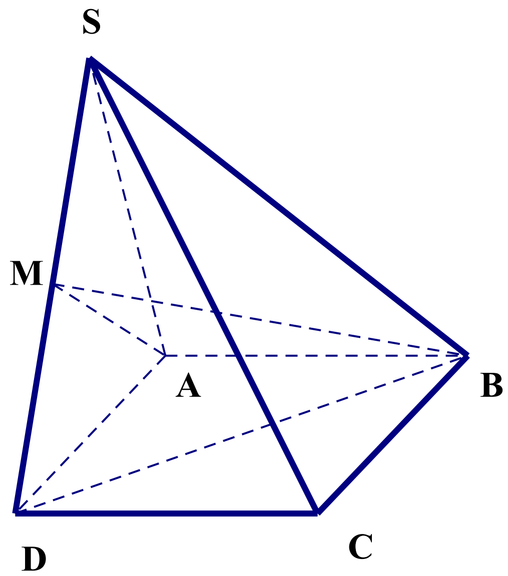
Sau ba tháng sẽ nhận số tiền cả gốc và lãi là $T_3=T_2(1+r)=T_0(1+r)^3$.

…

Sau một năm sẽ nhận số tiền cả gốc và lãi là

$T_{12}=T_0(1+r)^{12}=20000000\left(1+\dfrac{0,5}{100}\right)^{12}\approx 21234000$ (đồng).

Câu 28 . Chọn C



Ta có M là trung điểm của $SD \Rightarrow \dfrac{d\left(M,(SAB)\right)}{d\left(D,(SAB)\right)} = \dfrac{SM}{SD} = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow d\left(M,(SAB)\right) = \dfrac{1}{2} d\left(D,(SAB)\right) = \dfrac{3V_{D.SAB}}{2S_{SAB}} = \dfrac{3V_{S.ABD}}{2S_{SAB}} = \dfrac{3V_{S.ABCD}}{4S_{SAB}} = \dfrac{3.4a^3}{4.a^2} = 3a$.

Vậy $d\left(M,(SAB)\right) = 3a$.

Câu 29. Chọn A

Xét đường thẳng song song với trục tung có phương trình $x = x_0 \left(x_0 > 1\right)$.

Lúc đó: $A\left(x_0; \log_a x_0\right)$ và $B\left(x_0; \log_b x_0\right)$.

Suy ra: $HA = \left|\log_a x_0\right| = \log_a x_0$ và $HB = \left|\log_b x_0\right| = -\log_b x_0$.

Theo đề: $3HA = 4HB \Leftrightarrow 3\log_a x_0 = -4\log_b x_0 \Leftrightarrow \dfrac{3}{\log_{x_0} a} = \dfrac{-4}{\log_{x_0} b} \Leftrightarrow 3\log_{x_0} b = -4\log_{x_0} a$

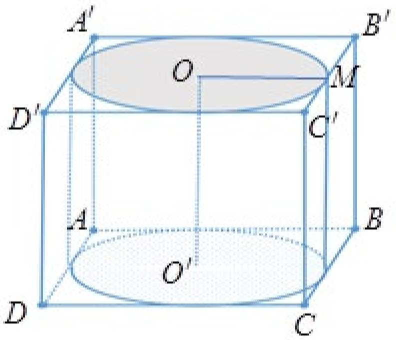
$\Leftrightarrow \log_{x_0} b^3 = \log_{x_0} a^{-4} \Leftrightarrow b^3 = a^{-4} \Leftrightarrow a^4 b^3 = 1$.

Tương tự, khi xét đường thẳng song song với trục tung có phương trình $x = x_0 \left(0 < x_0 < 1\right)$, ta có $a^4 b^3 = 1$.

Vậy $a^4 b^3 = 1$.

Chú ý: Đối với toán trắc nghiệm, chỉ cần xét trường hợp đường thẳng song song với trục tung có phương trình $x = x_0 \left(x_0 > 1\right)$ là đủ để chọn đáp án đúng.

Câu 30. Chọn B



Chiều cao của khối trụ là $h = OO' = AA' = a$.

Bán kính đáy của khối trụ là $R = OM = \dfrac{A'B'}{2} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối trụ là $V = \pi R^2 h = \pi \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 .a = \dfrac{1}{4}\pi a^3$.

Câu 31. Chọn C

TXĐ: $D = \left(-\infty; -1\right] \cup \left[5; +\infty\right)$.

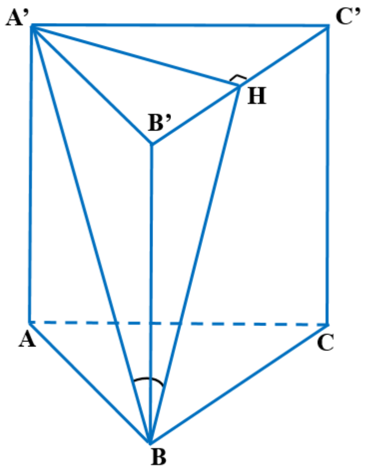
Ta có: $y' = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 - 4x - 5 > 0 \end{cases}$ (vô nghiệm).

Xét dấu y':

x	$-\infty$		-1		2		5		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$				$\Vert$	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số $y=\sqrt{x^2-4x-5}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 32. Chọn B



Gọi H là trung điểm của $B'C' \Rightarrow A'H \perp B'C'$. Lại có $A'H \perp BB'$ nên $A'H \perp (BCC'B')$.

Suy ra HB là hình chiếu của $A'B$ trên mặt phẳng $(BCC'B')$, suy ra góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ là góc giữa đường thẳng $A'B$ và đường thẳng HB và bằng góc $\widehat{A'BH}$.

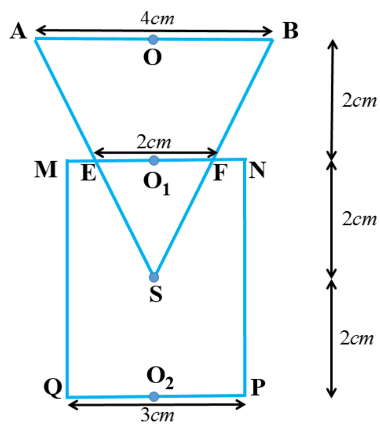
Xét tam giác $A'HB$ vuông tại H ta có $A'B=\sqrt{A'A^2+AB^2}=a\sqrt{3}$ và $A'H=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, do đó

$\sin\widehat{A'BH}=\dfrac{A'H}{A'B}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$ hay $\widehat{A'BH}=30^0$.

Vậy góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 30^0.

Câu 33. Chọn D

Cách 1:



Gọi tên các điểm trên thiết diện của (H) khi cắt bởi mặt phẳng chứa trục của (H) như hình vẽ.

Khối nón sinh bởi tam giác SAB khi quay quanh trục OS có chiều cao $OS=4\,cm$, bán kính đáy $OA=2\,cm$ nên có thể tích V_1 là $V_1=\dfrac{1}{3}\pi.OA^2.OS=\dfrac{16\pi}{3}\left(cm^3\right)$.

Khối nón sinh bởi tam giác SEF khi quay quanh trục O_1S có chiều cao $O_1S=2\,cm$, bán kính đáy $O_1E=1\,cm$ nên có thể tích V_2 là $V_2=\dfrac{1}{3}\pi.O_1E^2.O_1S=\dfrac{2\pi}{3}\left(cm^3\right)$.

Khối trụ sinh bởi hình chữ nhật $MNPQ$ khi quay quanh trục O_1O_2 có chiều cao $O_1O_2=4\,cm$, bán kính đáy $O_1M=1,5\,cm$ nên có thể tích V_3 là $V_3=\pi.O_1M^2.O_1O_2=9\pi\left(cm^3\right)$.

Gọi V là thể tích của khối tròn xoay (H). Ta có: $V=V_1+V_3-V_2=\dfrac{41\pi}{3}\left(cm^3\right)$.

Vậy $V=\dfrac{41\pi}{3}\left(cm^3\right)$.

Cách 2:

Dựa vào hình vẽ ta có thể tích V của nút chai bằng tổng thể tích V_1 của khối trụ được tạo thành khi quay hình chữ nhật $MNPQ$ quanh trục O_1O_2 và thể tích V_2 của khối nón cụt khi quay hình thang cân $ABFE$ quanh trục OO_1.

Ta có: $V_1=\pi O_2P^2.NP=\pi.\dfrac{9}{4}.4=9\pi$.

$$V_2=\frac{1}{3}\pi h\left(R^2+r^2+Rr\right)=\frac{1}{3}\pi.2\left(2^2+1^2+2.1\right)=\frac{14\pi}{3}.$$

Suy ra $V=V_1+V_2=9\pi+\dfrac{14\pi}{3}=\dfrac{41\pi}{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 34. Chọn A

Do A có 10 phần tử là số chẵn và 10 phần tử là số lẻ nên số các phần tử là số chẵn trong các tập con khác rỗng của A chỉ có thể là $1,2,3,...,10$.

Gọi B là tập con của A mà số các phần tử là số chẵn bằng số các phần tử là số lẻ và bằng k (với $1\le k\le 10$). Ta có:

- Số cách chọn ra k số chẵn trong các số $2,4,6,...,20$ là C_{10}^k.
- Số cách chọn ra k số lẻ trong các số $1,3,5,...,19$ là C_{10}^k.
- Số các tập con có số các phần tử là số chẵn bằng số các phần tử là số lẻ và bằng k là $\left(C_{10}^k\right)^2$.

Suy ra số tập hợp con khác rỗng của A mà số phần tử là số chẵn bằng số phần tử là số lẻ là $\left(C_{10}^1\right)^2+\left(C_{10}^2\right)^2+\left(C_{10}^3\right)^2+...+\left(C_{10}^{10}\right)^2$.

Cách 1: Bấm máy ta được $\left(C_{10}^1\right)^2+\left(C_{10}^2\right)^2+\left(C_{10}^3\right)^2+...+\left(C_{10}^{10}\right)^2=184755$.

Cách 2: Xét biểu thức $f(x)=(1+x)^{10}.(x+1)^{10}$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x)$ là $\left(C_{10}^0\right)^2+\left(C_{10}^1\right)^2+\left(C_{10}^2\right)^2+\left(C_{10}^3\right)^2+...+\left(C_{10}^{10}\right)^2$.

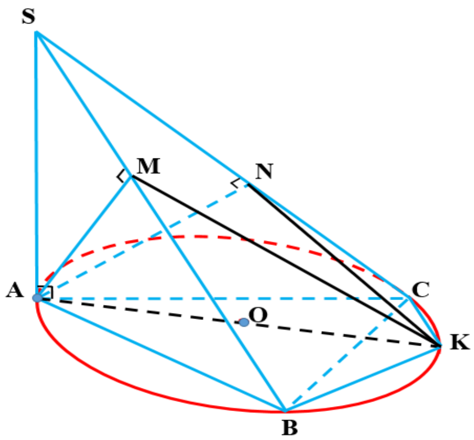
Mặt khác $f(x)=(1+x)^{20}$, suy ra hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển $f(x)$ là C_{20}^{10}.

Suy ra $\left(C_{10}^0\right)^2+\left(C_{10}^1\right)^2+\left(C_{10}^2\right)^2+\left(C_{10}^3\right)^2+...+\left(C_{10}^{10}\right)^2=C_{20}^{10}$.

Do đó $\left(C_{10}^1\right)^2+\left(C_{10}^2\right)^2+\left(C_{10}^3\right)^2+...+\left(C_{10}^{10}\right)^2=C_{20}^{10}-\left(C_{10}^0\right)^2=184755$.

Vậy số tập hợp con cần tìm là 184755.

Câu 35. Chọn B



+ Kẻ đường kính AK của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

+ $\begin{cases} BK \perp AB \\ BK \perp SA \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SAB) \Rightarrow BK \perp AM$.

+) $\begin{cases} AM \perp SB \\ AM \perp BK \end{cases} \Rightarrow AM \perp (SBK) \Rightarrow AM \perp MK$ (1).

+ Chứng minh tương tự ta có $AN \perp NK$ (2).

+) Từ (1) và (2) ta thấy M, N, B, C cùng nhìn đoạn AK dưới một vuông. Vậy AK là đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$. Do đó bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$ bằng bán kính của đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Áp dụng định lý Côsin trong ΔABC: $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos\widehat{BAC} \Rightarrow BC = \sqrt{7}$.

Áp dụng định lý Sin trong ΔABC: $\dfrac{BC}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \dfrac{BC}{2.\sin A} = \dfrac{\sqrt{21}}{3}$.

Câu 36. Chọn D

+ Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

+ $y' = \dfrac{m^2-1}{(x+m)^2} \cdot \left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{mx+1}{x+m}} . \ln\dfrac{1}{5}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in \left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ -m \notin \left(\dfrac{1}{2}; +\infty\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ m \ge -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m < 1$.

Câu 37. Chọn A

Cách 1:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -m \\ x = 3m \end{array}\right.$.

+) Trường hợp 1: $-m = 3m \Leftrightarrow m = 0$

Ta có $y' = 3x^2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = 0$.

+) Trường hợp 2: $-m < 3m \Leftrightarrow m > 0$

Ta có bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$	$-m$	$3m$	$+\infty$

y'	+ 0 − 0 +

Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $-m \le 0 < 1 \le 3m \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{1}{3}$.

+) Trường hợp 3: $-m > 3m \Leftrightarrow m < 0$

Ta có bảng xét dấu y' như sau:

x	$-\infty$		$3m$		$-m$		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $3m \le 0 < 1 \le -m \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m \le -1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -1$.

Kết luận $m \ge \frac{1}{3}$ hoặc $m \le -1$.

Cách 2:

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Có $y' = 3x^2 - 6mx - 9m^2$; $\Delta' = 36m^2 \ge 0, \forall m$.

Trường hợp 1: $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Ta có $y' = 3x^2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó loại $m = 0$.

Trường hợp 2: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m \ne 0$.

Khi đó y' có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$. Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = -3m^2 \end{cases}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	

Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $x_1 \le 0 < 1 \le x_2$.

Ta có: $x_1 \le 0 < 1 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 \le 0 \\ (x_1 - 1)(x_2 - 1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1x_2 \le 0 \\ x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1 \le 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3m^2 \le 0 \\ -3m^2 - 2m + 1 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right..$$

Kết luận $m \ge \frac{1}{3}$ hoặc $m \le -1$.

Nhận xét: Trong trường hợp thứ 2 ở cách trên ta có thể giải quyết điều kiện $x_1 \le 0 < 1 \le x_2$ bằng cách sau:

Ta có $x_1 \le 0 < 1 \le x_2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(0) \le 0 \\ y'(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -9m^2 \le 0 \\ -9m^2 - 6m + 3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -1 \\ m \ge \frac{1}{3} \end{array}\right..$

Câu 38. Chọn C

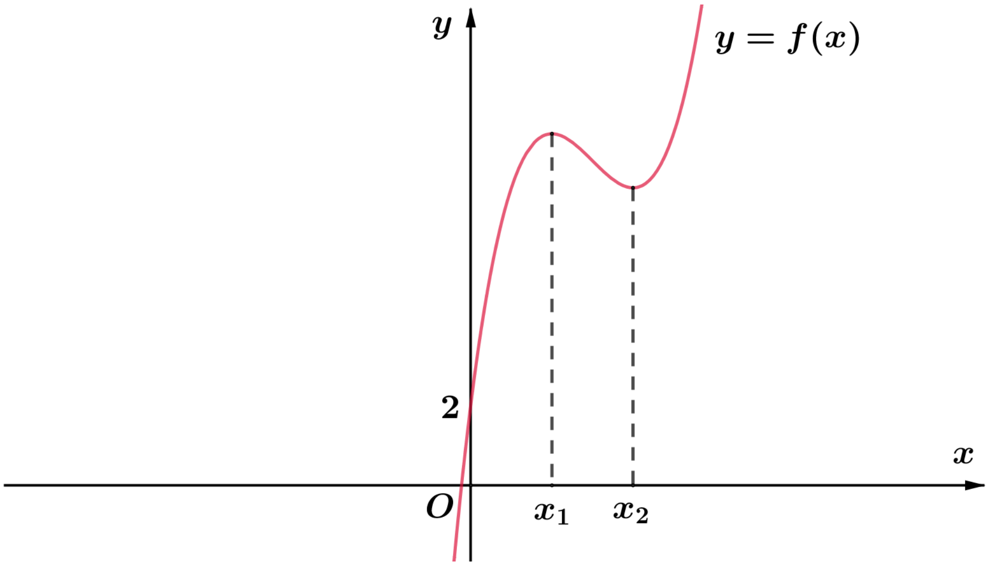
Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 2(m+3)x + 2m$; $\Delta' = m^2 + 9 > 0, \forall m$.

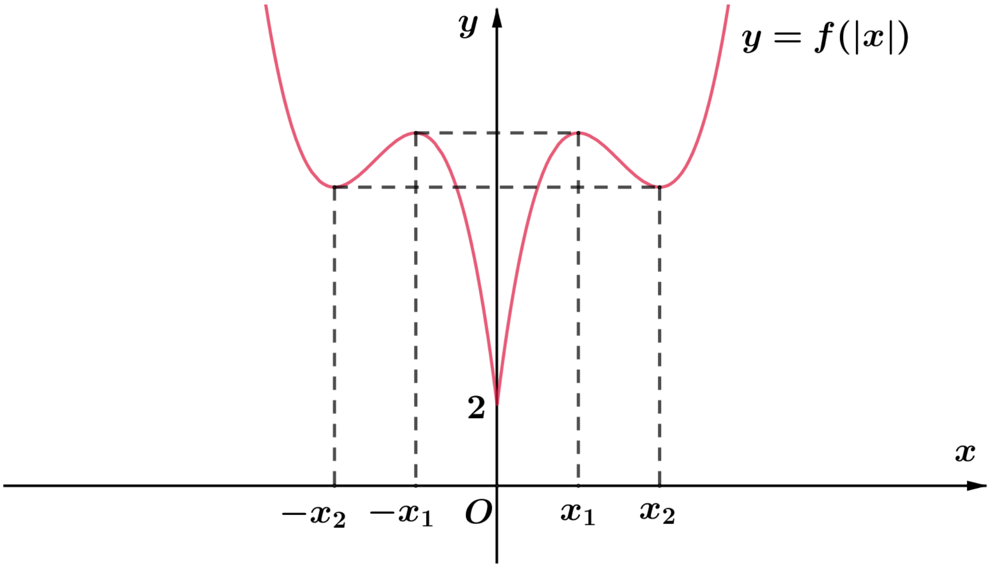
Suy ra hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2.

Lại có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{2(m+3)}{3} > 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{2m}{3} > 0 \end{cases}$, (vì $m > 0$) $\Rightarrow x_1, x_2 > 0$.

Do đó ta có hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ luôn nằm bên phải Oy.

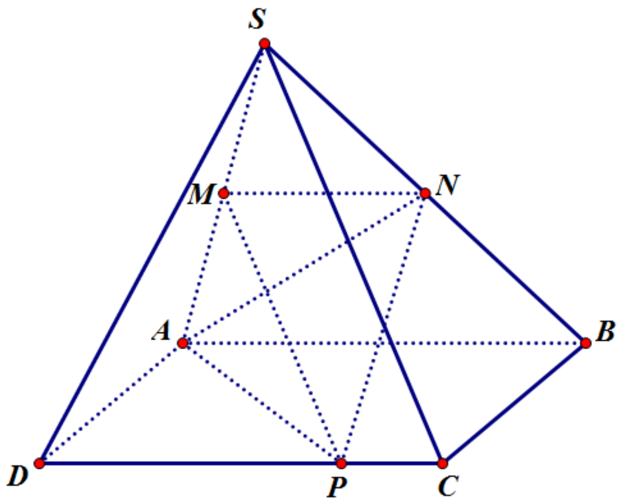


Suy ra hàm số $y = f(|x|)$ có đồ thị dạng



Vậy hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 39. Chọn A



Vì M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB nên $S_{\Delta AMN} = \frac{1}{2} S_{\Delta SAN} = \frac{1}{4} S_{\Delta SAB}$.

Vì $AB // CD$, P là điểm bất kỳ thuộc cạnh CD nên $S_{\Delta PAB} = S_{\Delta CAB}$.

Do đó $V_{A.MNP} = V_{P.AMN} = \frac{1}{4} V_{P.ASB} = \frac{1}{4} V_{S.ABP} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} V$.

Câu 40. Chọn B

Số tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau có: 9.9! (số).

Phép thử: "Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A" $\Rightarrow n(\Omega) = 9.9!$.

Gọi biến cố B: "Số được chọn chia hết cho 3"

Gọi số có 9 chữ số đôi một khác nhau chia hết cho 3 có dạng $n = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9}$.

Trường hợp 1. n không chứa chữ số 0, khi đó $a_i \in \{1; 2; 3; ...; 9\}$ (với $i = \overline{1;9}$).

Vì $1 + 2 + 3 + ... + 8 + 9 = 45$ chia hết cho 3 nên lập n có $9!$ (số).

Trường hợp 2. n chứa chữ số 0 (với $a_1 \neq 0$).

Khi đó, số n chia hết cho 3 $\Leftrightarrow$ các chữ số a_i $\left(i = \overline{1;9}\right)$ bắt buộc phải có 7 chữ số $\{0; 1; 2; 4; 5; 7; 8\}$ và 2 trong 3 chữ số $\{3; 6; 9\}$.

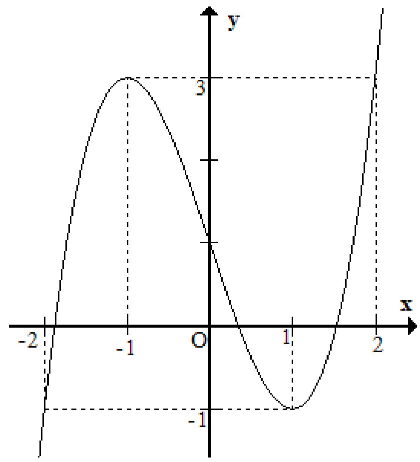
$\Rightarrow$ Lập n có $C_3^2.8.8!$ (số)

Do đó số các số chia hết cho 3 là $9! + C_3^2.8.8!$ (số).

$\Rightarrow n(B) = 9! + C_3^2.8.8!$.

Vậy xác suất để chọn được số chia hết cho 3 là: $P(B) = \dfrac{9! + C_3^2.8.8!}{9.9!} = \dfrac{11}{27}$.

Câu 41. Chọn C



Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có $f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=x_1 \in(-2;-1) & (1) \\ f(x)=x_2 \in(0;1) & (2) \\ f(x)=x_3 \in(1;2) & (3) \end{array}\right.$.

+ Phương trình $f(x)=x_1$ với $x_1 \in(-2;-1)$ có đúng 1 nghiệm.

+ Phương trình $f(x)=x_2$ với $x_2 \in(0;1)$ có đúng 3 nghiệm.

+ Phương trình $f(x)=x_3$ với $x_3 \in(1;2)$ có đúng 3 nghiệm.

Mặt khác các nghiệm của 3 phương trình $(1),(2),(3)$ không trùng nhau.

Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có 7 nghiệm thực.

Câu 42. Chọn C

Ta có $f(x)=2x^4-4x^3+3mx^2-mx-2m\sqrt{x^2-x+1}+2$

$$=2x^4-4x^3+2+m\left(3x^2-x-2\sqrt{x^2-x+1}\right)$$

$$=2(x-1)(x^3-x^2-x-1)+m(3x^2-x-2)-2m\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)$$

$$=2(x-1)(x^3-x^2-x-1)+m(3x+2)(x-1)-2m\frac{x^2-x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}$$

$$=(x-1)\left[2(x^3-x^2-x-1)+m\left(3x+2-\frac{2x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}\right)\right].$$

Nếu $x=1$ là nghiệm đơn của phương trình $f(x)=0$ thì $f(x)$ đổi dấu qua nghiệm $x=1$.

Do đó điều kiện cần để $f(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ là phương trình

$2(x^3-x^2-x-1)+m\left(3x+2-\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-x+1}+1}\right)=0$ nhận $x=1$ làm nghiệm

hay $-4+4m=0 \Leftrightarrow m=1$.

Thử lại: với $m=1$ ta có: $f(x)=2x^4-4x^3+3x^2-x-2\sqrt{x^2-x+1}+2$

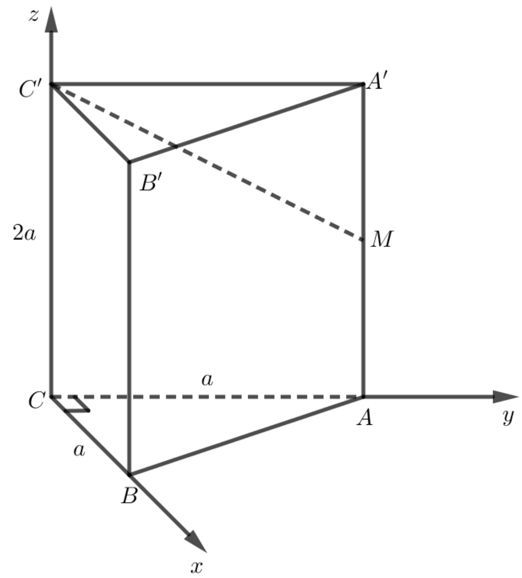
$$\Leftrightarrow f(x)=2x^4-4x^3+2x^2+\left(x^2-x+1-2\sqrt{x^2-x+1}+1\right)$$

$$\Leftrightarrow f(x)=2x^2(x-1)^2+\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)^2\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}.$$

Do đó $m=1$ là giá trị duy nhất của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Chọn A

Cách 1: Phương pháp tọa độ hóa



Chọn hệ trục tọa độ $Cxyz$ như hình vẽ.

Khi đó, ta có: $A(0;a;0)$, $B(a;0;0)$, $C'(0;0;2a)$, $M(0;a;a)$.

+) $\overrightarrow{AB}=(a;-a;0)$, $\overrightarrow{MC'}=(0;-a;a)$, $\overrightarrow{AM}=(0;0;a)$.

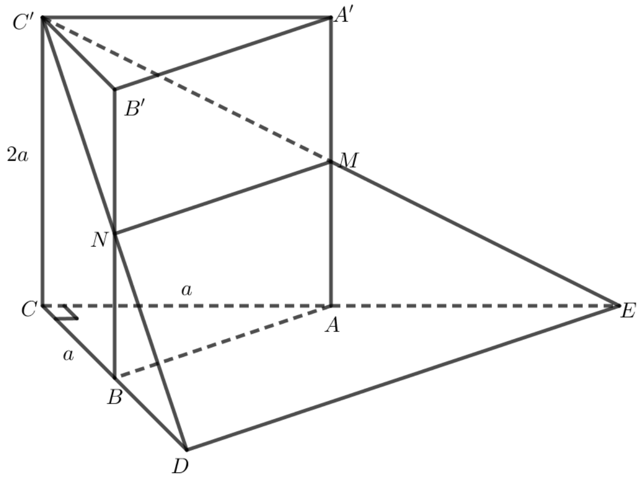
+) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MC'}\right]=\left(-a^2;-a^2;-a^2\right)$.

+) $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MC'}\right].\overrightarrow{AM}=-a^3$.

Do đó, khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' là:

$$d\left(AB,MC'\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MC'}\right].\overrightarrow{AM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{MC'}\right]\right|}=\frac{a^3}{a^2\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Cách 2:



Gọi N là trung điểm của BB', $D=C'N\cap BC$, $E=C'M\cap AC$.

Ta có $NB//CC'$ và $NB=\frac{1}{2}CC'$ nên B là trung điểm của CD hay $CD=2BC=2a$.

$MA//CC'$ và $MA=\frac{1}{2}CC'$ nên A là trung điểm của CE hay $CE=2CA=2a$.

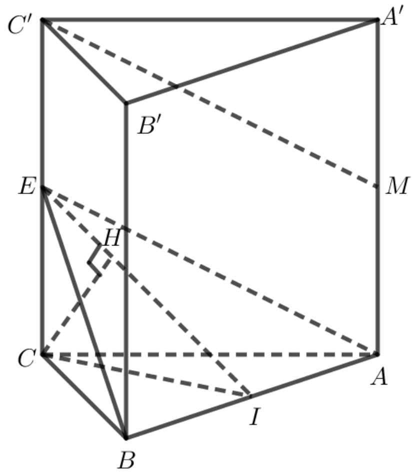
Ta có $\begin{cases} AB//MN \\ MN\subset\left(C'DE\right) \\ AB\not\subset\left(C'DE\right) \end{cases}\Rightarrow AB//\left(C'DE\right)$.

Khi đó $d\left(AB,MC'\right)=d\left(AB,\left(C'DE\right)\right)=d\left(A,\left(C'DE\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(\mathrm{C},\left(C'DE\right)\right)=\frac{1}{2}h$.

Vì $CC'DE$ là tứ diện vuông tại C nên $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{CD^2}+\frac{1}{CE^2}+\frac{1}{CC'^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{4a^2}=\frac{3}{4a^2}\Rightarrow h=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\left(AB,MC'\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Cách 3:



+ Gọi E là trung điểm của CC'.
+ Ta có $C'M\,//\,AE\Rightarrow C'M\,//\left(EAB\right)$.

$\Rightarrow d\left(C'M,AB\right)=d\left(C'M,\left(EAB\right)\right)=d\left(C',\left(EAB\right)\right)=d\left(C,\left(EAB\right)\right)=h$.

Vì $CEAB$ là tứ diện vuông tại C

nên ta có $\frac{1}{h^2}=\frac{1}{CE^2}+\frac{1}{CA^2}+\frac{1}{CB^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{3}{a^2}\Rightarrow h=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\left(C'M,AB\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Chọn B

Ta có: $\log_{x^2+y^2+3}\left(2x+2y+5\right)\ge 1\Leftrightarrow 2x+2y+5\ge x^2+y^2+3$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y-2\le 0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2\le 4\ \ (1)$.

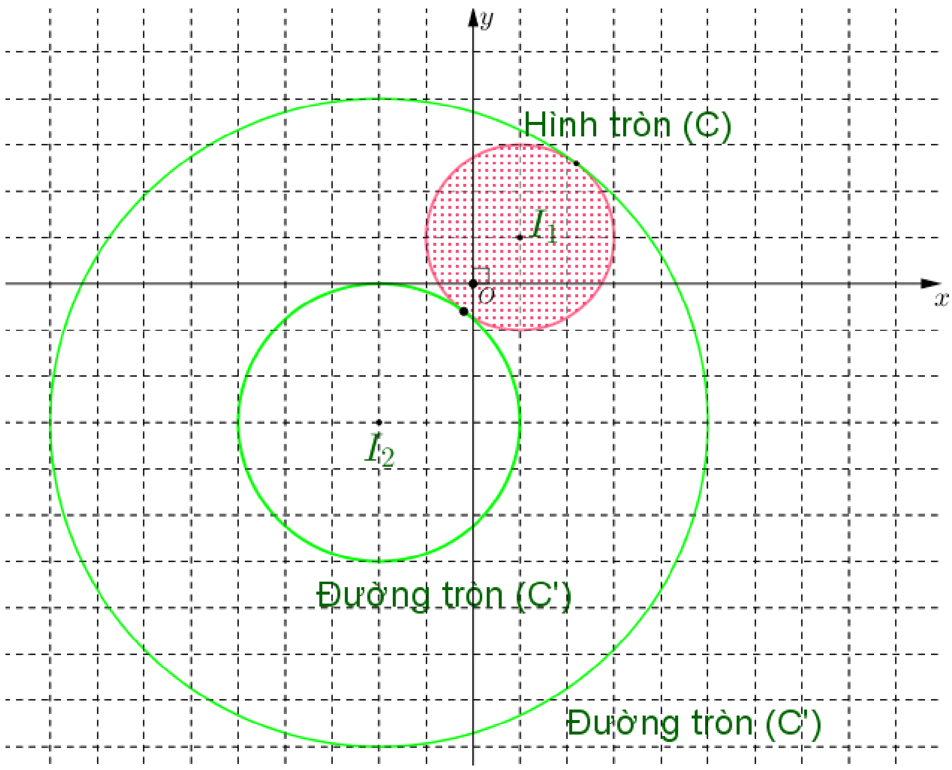
(1) là hình tròn (C) tâm $I_1(1;1)$, bán kính $R_1=2$.

Mặt khác $x^2+y^2+4x+6y+13-m=0\Leftrightarrow\left(x+2\right)^2+\left(y+3\right)^2=m(2)$.

Với $m=0$, $(2)\Leftrightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$. Ta thấy $(x;y)=(-2;-3)$ không thỏa mãn bất phương trình (1).

Với $m<0$, không tồn tại cặp $(x;y)$ thỏa mãn (2).

Với $m>0$ thì phương trình (2) là phương trình đường tròn (C') tâm $I_2(-2;-3)$, bán kính $R_2=\sqrt{m}$.



Tồn tại duy nhất cặp số $(x;y)$ thỏa mãn hệ (1) và (2) khi và chỉ khi (C) và (C') có một điểm chung duy nhất $\Leftrightarrow$ hình tròn (C) và đường tròn (C') tiếp xúc ngoài với nhau, hoặc hình tròn (C) nằm trong (C') và tiếp xúc trong với nhau $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} I_1I_2 = R_1 + R_2 \\ I_1I_2 = R_2 - R_1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5 = \sqrt{m} + 2 \\ 5 = \sqrt{m} - 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 9 \\ m = 49 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Chọn A

Ta có:

$$y' = \left[f\left(x^2\right)\right]' = \left(x^2\right)' f'\left(x^2\right) = 2x.\left(x^2\right)^3\left(x^2-9\right)\left(x^2-1\right)^2 = 2x^7\left(x^2-9\right)(x-1)^2(x+1)^2$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2x^7\left(x^2-9\right)(x-1)^2(x+1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \text{(nghiệm bội 7)} \\ x = 3 & \text{(nghiệm đơn)} \\ x = -3 & \text{(nghiệm đơn)} \\ x = 1 & \text{(nghiệm bội 2)} \\ x = -1 & \text{(nghiệm bội 2)} \end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f\left(x^2\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		$\searrow$			$\nearrow$				$\searrow$			$\nearrow$	

Vậy hàm số $y = f\left(x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

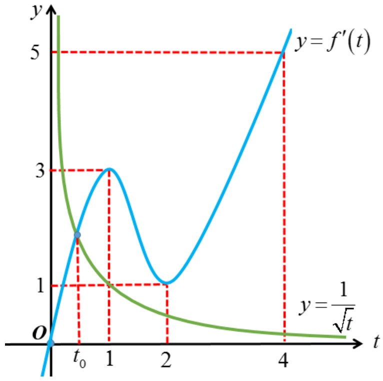
Câu 46. Chọn D

Đặt $h(x) = f\left(x^2\right) - 2x$. Ta có $h'(x) = 2x.f'\left(x^2\right) - 2$.

Từ đồ thị ta thấy $f'\left(x^2\right) \ge 0, \forall x$. Do đó $h'(x) < 0, \forall x < 0$.

Với $x>0$, ta có $h'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x^2)=\frac{1}{x}$.

Đặt $t=x^2$, phương trình trở thành $f'(t)=\frac{1}{\sqrt{t}} \Leftrightarrow t=t_0 \in (0;1)$. Khi đó $h'(x)=0 \Leftrightarrow x=\sqrt{t_0}$.



Ta có $h(0)=f(0)=0$ và $h(2)=f(4)-4>0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt{t_0}$		2		$+\infty$
$h'(x)$			$-$		0		$+$		
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\searrow$	$h(\sqrt{t_0})$	$\nearrow$	$h(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=h(x)$ có 1 điểm cực trị và đồ thị hàm số $y=h(x)$ cắt Ox tại 2 điểm phân biệt $\Rightarrow$ Hàm số $y=g(x)=|h(x)|$ có ba điểm cực trị.

Câu 47. Chọn C

Điều kiện: $1-\frac{1}{x^2}>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-1>0 \\ x\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x>1 \\ x<-1 \end{array}\right. \\ x\neq 0 \end{cases}$.

Tập xác định: $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có:

$$f'(x)=\frac{\left(1-\frac{1}{x^2}\right)'}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{\frac{2}{x^3}}{1-\frac{1}{x^2}}=\frac{2}{(x-1).x.(x+1)}=\frac{2}{x}.\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)$$

$$=\frac{1}{x}.\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}.\frac{1}{x+1}=\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}.$$

Do đó:

$f'(2)=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$.

$f'(3)=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}$.

$f'(4)=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}$.

……………………………………

$f'(2018)=\frac{1}{2017}-\frac{1}{2018}-\frac{1}{2018}+\frac{1}{2019}$

$f'(2019)=\frac{1}{2018}-\frac{1}{2019}-\frac{1}{2019}+\frac{1}{2020}$.

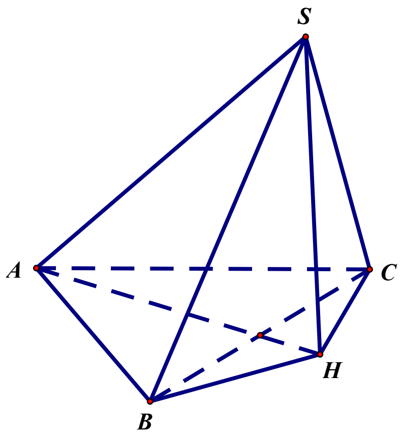
$f'(2020)=\frac{1}{2019}-\frac{1}{2020}-\frac{1}{2020}+\frac{1}{2021}$.

$\Rightarrow f'(2)+f'(3)+...+f'(2019)+f'(2020)=1-\frac{1}{2}-\frac{1}{2020}+\frac{1}{2021}=\frac{1010.2021-1}{2020.2021}$.

Suy ra $m=1010.2021-1$; $n=2020.2021$.

Vậy $S=2m-n=-2$.

Câu 48. Chọn D



Hạ $SH\perp(ABC)$ tại H.

$SA=SB=SC\Rightarrow \Delta SAH=\Delta SBH=\Delta SCH\Rightarrow AH=BH=CH$

$\Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

Gọi p,R lần lượt là nửa chu vi và bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔABC .

$p=\frac{AB+AC+BC}{2}=\frac{7a}{2}$

$S_{ABC}=\sqrt{p.(p-AB).(p-AC).(p-BC)}=\sqrt{\frac{7a}{2}.\frac{3a}{2}.\frac{3a}{2}.\frac{a}{2}}=\frac{3a^2\sqrt{7}}{4}$

$AH=R=\frac{AB.AC.BC}{4.S_{ABC}}=\frac{2a.2a.3a}{3a^2\sqrt{7}}=\frac{4a\sqrt{7}}{7}$.

ΔSAH vuông tại H có $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\sqrt{3a^2-\frac{16a^2}{7}}=\frac{a\sqrt{35}}{7}$.

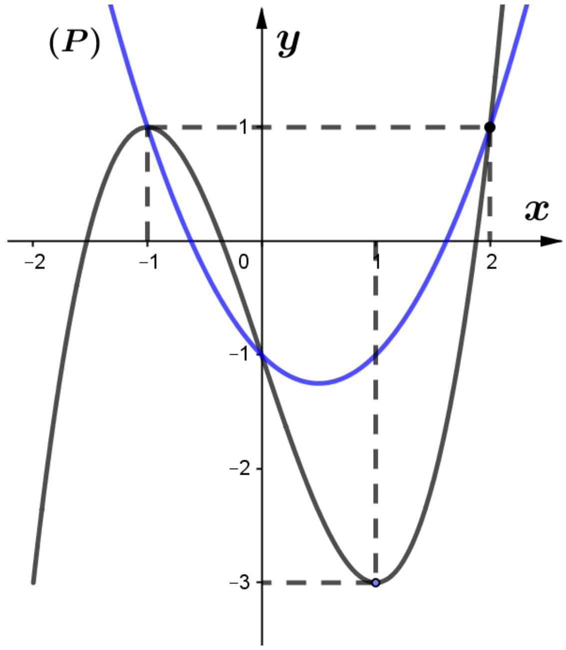
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{SABC}=\frac{1}{3}.SH.S_{ABC}=\frac{1}{3}.\frac{3a^2\sqrt{7}}{4}.\frac{a\sqrt{35}}{7}=\frac{a^3\sqrt{5}}{4}$.

Câu 49. Chọn A

+ Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x-2019$ trên đoạn $[-1;\,2]$.

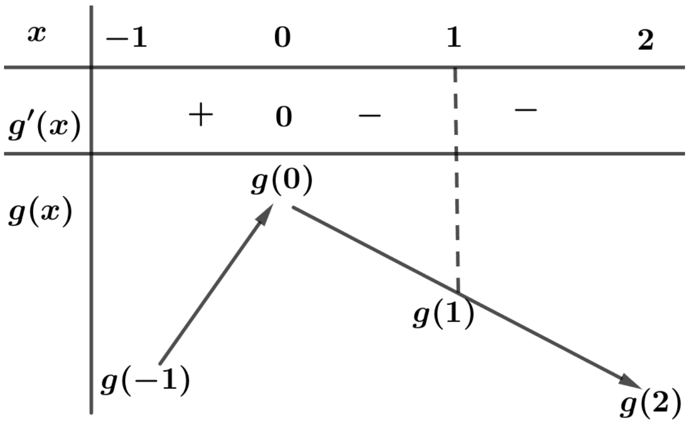
+ Ta có $g'(x)=f'(x)-x^2+x+1$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và Parabol $(P): y=x^2-x-1$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ.



+ Ta thấy $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x^2-x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

+ Bảng biến thiên :



+ Từ giả thiết $g(-1)+g(1)>g(0)+g(2)$

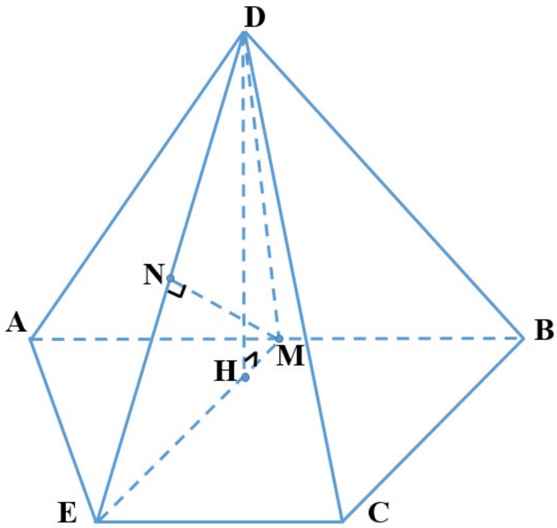
$\Leftrightarrow g(-1)-g(2)>g(0)-g(1)$

$\Rightarrow g(-1)-g(2)>0$ (vì $g(0)>g(1)$)

$\Leftrightarrow g(-1)>g(2)$.

Vậy $\min\limits_{[-1;\,2]} g(x)=g(2)$.

Câu 50. Chọn B



Vì $AB = BD = AD = 2a$; $AC = \sqrt{7}a$; $BC = \sqrt{3}a$ nên ΔABD đều và ΔABC vuông tại B .
Gọi M là trung điểm của AB , dựng hình chữ nhật $BCEM$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp ME \\ AB \perp MD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (DME) \Rightarrow (ABC) \perp (DME)$.

Trong (DME), kẻ $DH \perp ME$ tại H , suy ra $DH \perp (ABC)$.

Ta có $DM = ME = a\sqrt{3}$, suy ra tam giác DME cân tại M .

Gọi N là trung điểm của $DE \Rightarrow MN \perp DE$. Do đó $DH = \dfrac{MN.DE}{ME}, (*)$.

$EC // AB \Rightarrow EC \perp (DME) \Rightarrow EC \perp MN$.

$\begin{cases} MN \perp DE \\ MN \perp EC \end{cases} \Rightarrow MN \perp (DEC)$.

$AB // (DEC) \Rightarrow d(AB, CD) = d(AB, (DEC)) = d(M, (DEC)) = MN = a$.

$DE = 2NE = 2\sqrt{ME^2 - MN^2} = 2a\sqrt{2}$.

Thế vào $(*)$ ta được: $DH = \dfrac{a.2a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $V_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.DH.\dfrac{1}{2}.AB.BC = \dfrac{1}{6}.\dfrac{2a\sqrt{6}}{3}.2a.a\sqrt{3} = \dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

-------------- HẾT --------------